

Università degli Studi di Pisa



Facoltà di Ingegneria

Laurea Specialistica in Ingegneria dell'Automazione

**Modellazione e controllo di un velivolo di tipo Quad
Rotor**

Candidato

Francesco DI CORATO

Relatore:

Ch.mo Prof. Ing. Lorenzo POLLINI

Sessione di Laurea

02/10/2008

Anno accademico 2008/2009

Indice

Introduzione	4
Obiettivi e motivazioni	5
Capitolo 1	6
Il sistema reale	6
Modello matematico	6
Descrizione del sistema	8
Analisi del sistema: il velivolo reale	11
Controllo cinematico	11
Capitolo 2	15
Identificazione	15
Introduzione	15
Motivazioni	15
Il Processo di Identificazione	16
Scelta Ingressi	17
Acquisizione Dati	18
Pre-processing Dati	20
Generazione / Validazione modello	23
Capitolo 3	34
Controllo basato sul modello identificato	34
Capitolo 4	43
Meccanizzazione canale verticale	43
Introduzione	43
Stima della quota	43
Stima della velocità di quota	45
Conclusioni e sviluppi futuri	51
Riferimenti	52

Introduzione

Lo studio dei velivoli ha sempre rappresentato un ambito di ricerca molto affascinante. Negli ultimi anni questo campo è stato supportato anche dai notevoli progressi compiuti sia in elettronica che nei controlli automatici, consentendo la comparsa di velivoli di dimensioni molto ridotte, ma in grado di muoversi autonomamente in ambienti chiusi. Questo tipo di dispositivi si può catalogare tra gli UAVs (Unmanned Aerial Vehicles), acronimo che indica i mezzi aerei che volano senza l'ausilio di un pilota a bordo, ma vengono guidati o in maniera completamente automatica (cioè seguono un profilo di volo pre-programmato) o teleguidati a distanza da una stazione fissa o mobile.

Tra i velivoli appartenenti a questa categoria, in molti ambiti si ha una maggiore predilezione per i cosiddetti VTOL, ossia mezzi a decollo ed atterraggio verticali, essendo più adatti per operazioni di monitoraggio o per l'esplorazione di ambienti ostili. Di questi fanno parte i Quadrotor, oggetto di un numero sempre crescente di studi grazie alla loro semplicità di costruzione, ma soprattutto alla stabilità in fase di hover. Sotto molti aspetti si potrebbe assimilare questo tipo di velivolo ad un classico elicottero, tuttavia si distingue per numerose qualità, prima fra tutte la tecnica di funzionamento. Infatti la presenza di quattro eliche anziché due fa sì che le configurazioni che consentono il movimento del veicolo siano completamente differenti da quelle di un elicottero. Ulteriori vantaggi di questo modello si riscontrano sia nel fatto che non sono richieste strutture complesse per il controllo delle pale, essendo caratterizzate da un'inclinazione fissa, sia in quanto l'uso di quattro eliche di dimensioni ridotte produce un minore consumo di energia cinetica rispetto al caso di un elicottero classico.

Obiettivi e motivazioni

L'obiettivo del presente lavoro di tesi è quello della modellazione, dello studio del velivolo presente in laboratorio e della progettazione di un sistema di controllo di assetto con metodi classici per il sistema reale, che lo rendesse in grado di volare in condizioni di stabilità in hover, controllabile tramite il joystick. È da sottolineare che prima di questo lavoro il velivolo non ha mai volato se non per pochi secondi a causa della complessità del suo pilotaggio; tanto meno si riusciva a farlo atterrare in maniera corretta e morbida. Il lavoro di tesi è stato parte di un progetto più vasto che ha lo scopo finale di rendere totalmente autonomo il velivolo, senza necessità dell'intervento umano, ed ha rappresentato la prima occasione di volo a stabilità aumentata. In tal senso il lavoro ha rappresentato anche una sorta di studio di fattibilità nell'ambito del progetto, nel senso che ha dovuto occuparsi di stabilire quali fossero le principali difficoltà e i caratteri più critici che sarebbe stato necessario affrontare per rendere realizzabile un tale obiettivo, stabilendo delle priorità fra essi. In questo aspetto rientra anche la scelta fatta da principio di utilizzare tecniche di controllo classiche in quanto di più diretta implementazione ed interpretazione dei risultati.

Un lavoro del genere richiede numerosi ed approfonditi studi preliminari sulla struttura, il funzionamento, le caratteristiche meccaniche e l'avionica che un velivolo di questo tipo deve possedere.

Nel caso in esame il velivolo consiste nel Draganflyer V prodotto dall'azienda canadese RcToys. Punto di forza è la sua struttura alquanto semplice che prevede l'intera circuiteria al centro del velivolo. Qui infatti sono compresi il sistema di radio comando, il sistema di stabilizzazione e l'alimentazione. In particolare quest'ultima prevede quattro controllori di velocità, progettati per far in modo che i quattro motori che alimentano le eliche ruotino tutti alla stessa velocità.

Capitolo 1

Il sistema reale

Modello matematico

Un velivolo di tipo quad rotor, sebbene generalmente classificato come *elicottero*, a differenza di quest'ultimo è fornito di eliche le cui pale presentano un orientamento prefissato, ovvero il cui angolo di attacco non varia durante la rotazione. Ciascuna coppia di rotori ruota in verso opposto rispetto all'altra; da un punto di vista dinamico, ciò significa che gli effetti giroscopici e le coppie aerodinamiche tendono ad annullarsi reciprocamente in condizione di volo in hover¹. Per quel che riguarda il moto, tale velivolo possiede 6 gradi di libertà ed è in grado di muoversi in base alla velocità delle 4 eliche modulando le quali, in maniera opportuna, è possibile produrre forza di spinta e coppie che muovono il velivolo. In figura è mostrato un disegno del quad rotor utilizzato e la spiegazione visuale del suo funzionamento.

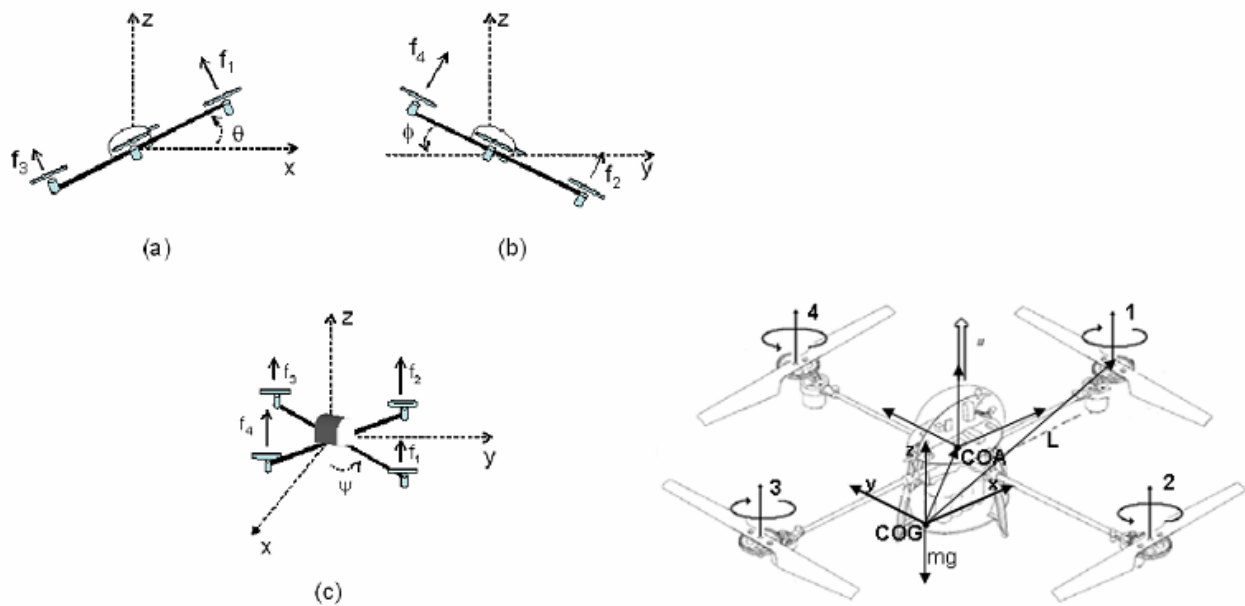


Figura 1: funzionamento logico di un velivolo di tipo quad rotor e descrizione funzionale della sua struttura fisica

Il sistema studiato durante il lavoro di tesi può essere modellato ricorrendo alle equazioni di Newton – Eulero, sotto le seguenti ipotesi:

1. bracci della stessa lunghezza;
2. baricentro (COG) diverso dal punto di intersezione dei bracci (COA);

¹ situazione di volo stazionario su posizione pressoché fissa.

3. forze aerodinamiche: $F_i \propto k\Omega_i^2$;
4. momenti sui rotori: $M_i \propto \beta F_i$

$$\begin{aligned} \dot{\xi} &= RV_B \\ m\dot{V}_B &= -m\omega \times V_B - mgR^T e_3^E + [P_i]F \\ \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} &= T_\Omega^{-1} \omega \\ J\dot{\omega} &= -\omega \times J\omega - \omega \times J_r \Omega + [L_i \times P_i \pm [\beta_i | P_i]]F \end{aligned}$$

Equazione 1: modello non-lineare

Nel sistema di equazioni si è assunto:

P_i : vettore che descrive l'inclinazione dell'asse del rotore i-esimo;

R : matrice di rotazione da assi corpo ad assi terra:

$$\begin{bmatrix} c\theta c\psi & c\theta s\psi & -s\theta \\ -c\phi s\psi + s\phi s\theta c\psi & c\phi c\psi + s\phi s\theta s\psi & s\phi c\theta \\ s\phi s\psi + c\phi s\theta c\psi & -s\phi c\psi + c\phi s\theta s\psi & c\phi c\theta \end{bmatrix}^T$$

$$T_\Omega^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & s\phi t\theta & c\phi t\theta \\ 0 & c\phi & -s\phi \\ 0 & \frac{s\phi}{c\theta} & \frac{c\phi}{c\theta} \end{bmatrix}^T : \text{matrice che trasforma velocità in assi corpo in velocità di angoli di Eulero.}$$

Le 12 equazioni differenziali determinate dal metodo di Newton – Eulero sono estremamente complesse e non consentono di determinare soluzioni in forma chiusa al problema della valutazione della risposta dinamica del velivolo. Nel caso in esame, in particolare, è importante studiare il comportamento del velivolo quando il suo stato si trova attorno a piccole variazioni nell'intorno dell'equilibrio. È stato dunque conveniente linearizzare il sistema attorno ad un punto di equilibrio; nel caso in esame, dovendo progettare il controllore per la condizione di volo di stabilità (hovering) il punto di equilibrio adatto è:

$$\begin{bmatrix} \phi \\ \theta \\ \psi \end{bmatrix} \cong 0^T$$

In questo caso le equazioni possono essere riscritte come segue:

$$\begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} = \frac{1}{m} \begin{bmatrix} \theta \\ -\phi \\ 1 \end{bmatrix} T_H - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \ddot{\phi} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} T_R \\ T_P \\ T_Y \end{bmatrix}$$

Equazione 2: linearizzazione attorno all'assetto nullo

In cui è stata messa in evidenza la matrice di allocazione controlli (pseudo – controlli), che trasforma le forze aerodinamiche esercitate dai rotorì nella forza verticale / coppie nei gradi di libertà del velivolo in assi corpo:

$$\begin{bmatrix} T_H \\ T_R \\ T_P \\ T_Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ y_G & y_G - l & y_G & y_G + l \\ -x_G - l & -x_G & l - x_G & -x_G \\ -\beta & \beta & -\beta & \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \end{bmatrix} \Rightarrow T = MF$$

$$\det(M) = -8\beta l^2$$

Equazione 3: matrice di allocazione dei controlli e suo determinante

Descrizione del sistema

Nella figura seguente sono mostrati il setup del sistema ed una sua descrizione funzionale; la foto è stata presa durante un esperimento in volo del velivolo.

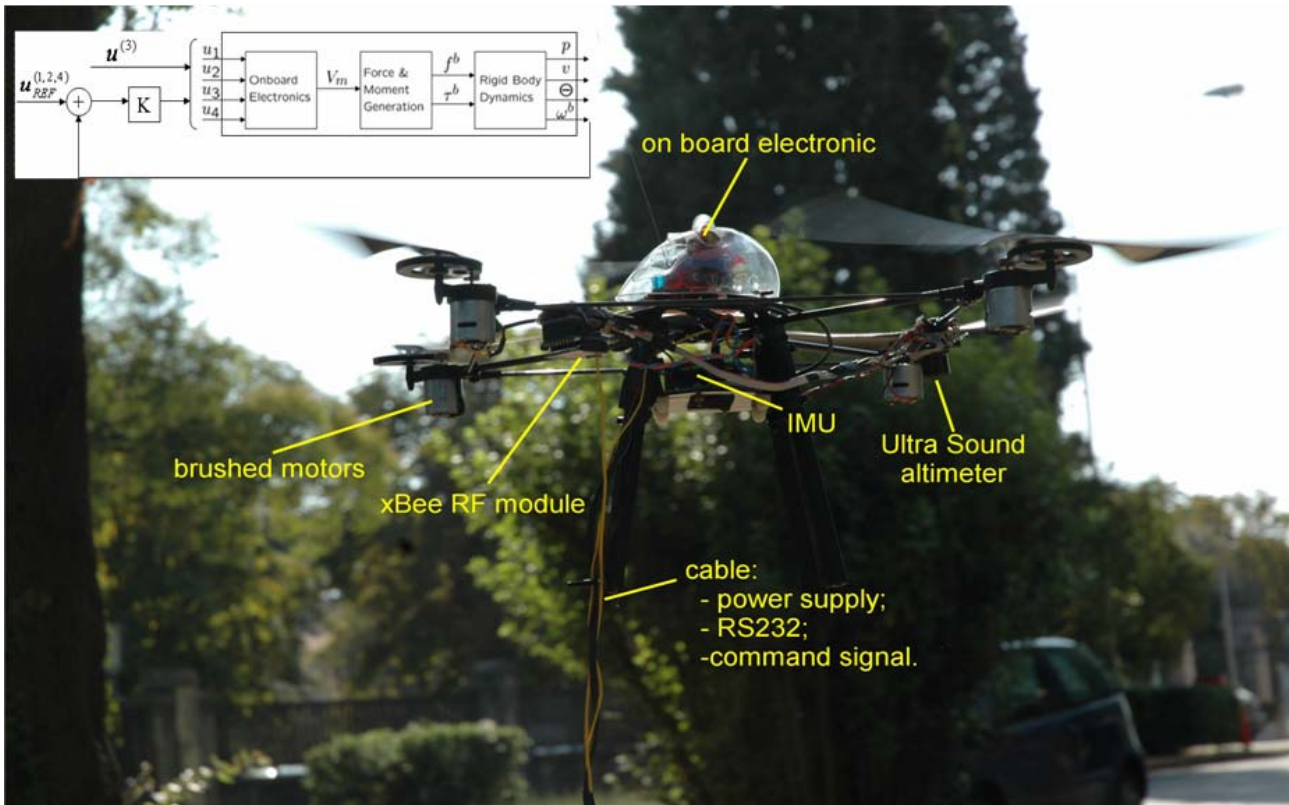


Figura 2: panoramica del sistema reale utilizzato e descrizione componenti

In alto a sinistra è descritto il loop di controllo interno implementato dalla casa costruttrice in cui le velocità angolari in assi corpo, misurate da giroscopi presenti nell'elettronica di bordo, sono retroazionate con un controllo di tipo proporzionale (ci si è convinti di questo mediante prove sul velivolo reale); il riferimento in velocità è fornito dal radiocomando il cui segnale normalizzato viene elaborato a bordo del sistema e utilizzato per creare il segnale di errore per il regolatore. La normalizzazione del segnale avviene secondo la seguente legge (di cui sono sconosciuti i parametri costitutivi):

$$\bar{u}_i = \alpha(u_i) = \frac{u_i - u_{offset}}{u_{scale}}$$

in cui \bar{u}_i è normalizzato in modo da essere compreso nel range $[-1; 1]$. I parametri sconosciuti sono come è possibile immaginare il valore dell'offset (che essenzialmente indica la posizione dello 0) e il valore della scala il quale determina essenzialmente a quale velocità angolare corrisponde ciascun valore del segnale normalizzato; in particolare i valori estremi. L'elettronica di bordo implementa anche la matrice di allocazione dei controlli la quale, in base all'errore in velocità angolare, mappa il segnale di comando dallo spazio degli pseudo - controlli in quello dei controlli (tensioni ai motori). L'anello è necessario in quanto senza la sua presenza il velivolo non sarebbe pilotabile. Il setup del sistema è descritto in maniera abbastanza completa dalla figura seguente, in cui sono stati evidenziati gli schemi logici di sistemi utilizzati durante lo svolgimento della tesi.

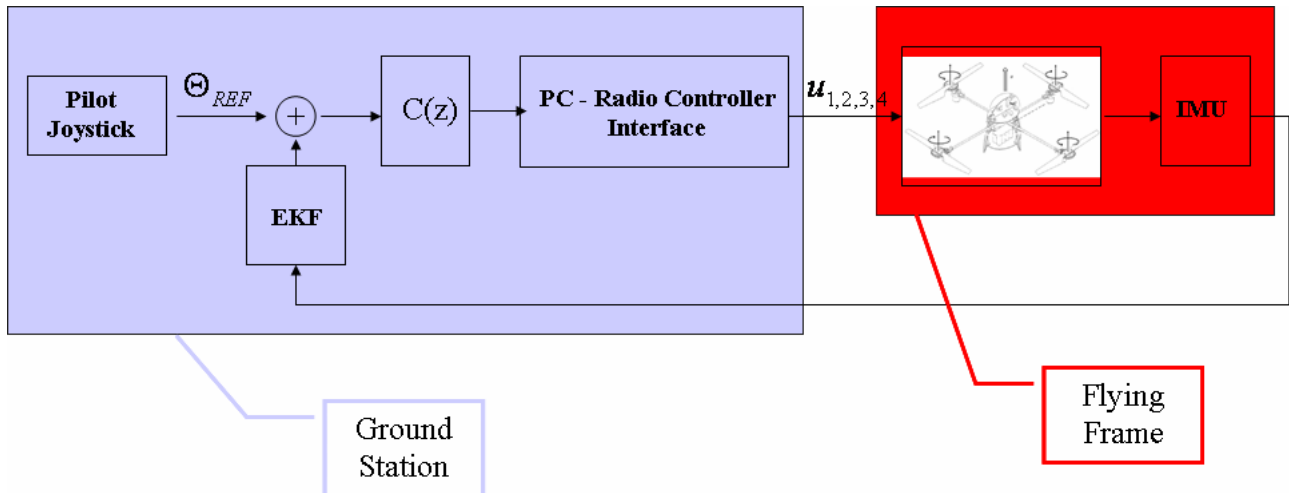


Figura 3: schema logico a blocchi

La *Ground station* rappresenta ciò che viene svolto sul PC (*a terra*), ovvero l'acquisizione dei segnali provenienti dal pilot joystick, la stima dello stato da parte del filtro di Kalman, la regolazione da parte del controllore di assetto e l'invio del segnale di comando al velivolo mediante il circuito di interfaccia. Il *Flying frame* è ciò che viene individuato con il velivolo in sé e l'insieme di sensori che lo compongono; l'ingresso del sistema è individuato con il valore normalizzato dei segnali di comando in velocità angolare e forza di salita. Gli schemi a blocchi possono essere così descritti.

- **PC – Radio Controller Interface:** circuito elettronico già realizzato ma adattato allo scopo del progetto basato su microcontrollore PIC16F876A; genera il segnale ppm a partire dal segnale di comando proveniente da Simulink;
- **IMU:**
 - unità inerziale vera e propria: Crossbow muNav formata da giroscopi, accelerometri, GPS, sensori di campo magnetico;
 - altimetro ad ultrasuoni;
- **EKF²:** integra le misure dei sensori per fornire la stima dello stato del velivolo;

L'alimentazione del velivolo e del sistema di bordo è stata fornita mediante un cavo di alimentazione prelevando energia da un alimentatore da banco o da una batteria per autoveicoli (la batteria propria del velivolo aveva una durata troppo limitata per effettuare le prove). Inoltre i dati provenienti dalla IMU sono stati inviati attraverso un ulteriore cavo seriale. In un primo momento, inoltre, l'invio dei dati di comando a bordo del velivolo è stato effettuato in radiofrequenza, tramite il radiocomando; in un secondo momento, in seguito al danneggiamento della ricevente, anche tale comando è stato riportato a bordo mediante un cavo.

² Per una sua definizione formale riferirsi ai testi di letteratura (ad es. [Gelb, ???])

Analisi del sistema: il velivolo reale

Dopo la parte di modellazione del sistema è seguita quella di allenamento al volo, di studio dinamico del sistema reale, mediante osservazione del suo comportamento, e di *sistemazione* del setup globale (tra cui calibrazione dei sensori e tuning appropriato dei parametri del filtro di Kalman). Tale fase è durata un periodo di tempo *non breve*, data la complessità di pilotaggio in velocità del velivolo e la non esistenza di metodi diretti per il tuning di parametri del filtro; tale fase è stata ulteriormente *allungata* in senso temporale a causa di danni che il velivolo ha subito durante il suo svolgimento, fra i quali si ricorda, in particolare, la rottura del giroscopio di pitch del velivolo e della ricevente.

Si può affermare che la sorgente di incertezza maggiore è rappresentata da quanto implementato nell'elettronica di bordo, ed in particolare la legge di controllo in velocità e la matrice di allocazione dei controlli, le quali rendevano la dinamica interna del velivolo qualcosa di vicino al mistero; in tal senso l'interfaccia con questa caratteristica del sistema ha rappresentato sin da principio la maggiore fonte di difficoltà per lo svolgimento del progetto.

Da principio, le possibili politiche di controllo selezionate come possibili sono state:

- Controllo cinematico, in cui di fatto si è trascurata la dinamica interna del controllore di velocità;
- Controllo definito in seguito ad identificazione parametrica.

Controllo cinematico

È stato il primo approccio di controllo affrontato durante il lavoro di tesi, il quale ha permesso uno studio più approfondito delle dinamiche in ballo e l'identificazione delle prime vere difficoltà legate al controllo di assetto del velivolo. Il modello matematico di riferimento su cui il controllore è stato implementato è riportato di seguito in forma generale:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{\phi} & \dot{\theta} & \dot{\psi} \end{bmatrix}^T = T_{\Omega}^{-1}(\Theta)\omega^T = f(\Theta, \omega^T) \\ \omega = G_{inner}u_{\omega} \end{cases}$$

In cui con G_{inner} si è indicata la fdt **ignota** che mappa i comandi di velocità angolare nelle velocità misurate (acquisite) dal velivolo.

La parte non – lineare del sistema è stata linearizzata.

$$\Theta^{k+1} = (I + T_s F_{\Theta})\Theta^k + T_s F_{\omega} \omega^k$$

con:

$$F_{\Theta} = \frac{\partial}{\partial \Theta} (T_{\Omega}^{-1}(\Theta, \omega^T))$$

$$F_{\omega} = \frac{\partial}{\partial \omega} (T_{\Omega}^{-1}(\Theta, \omega^T))$$

Inoltre il sistema interno è stato approssimato; non conoscendo la sua struttura interna, esso è stato di fatto ignorato considerando le velocità misurate, pari a quelle comandate (controllo cinematico):

$$\omega \approx \omega_{des} = K u_{\omega}$$

Inoltre, volendo riferirsi allo stato nullo degli angoli di assetto, la relazione linearizzata è stata ulteriormente ridotta:

$$T_{\Omega}^{-1} \approx I \Rightarrow \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \cong \omega \Rightarrow \begin{cases} F_{\Theta} \cong 0^{(n \times n)} \\ F_{\omega} \cong I \end{cases}$$

Da ciò il modello finale è risultato essere:

$$\begin{cases} \omega^k \cong \omega_{DES}^k = K u^k \\ \Theta^{k+1} = \Theta^k + u^k T_s \\ u^k = -K_{\Theta} (\Theta_{des}^k - \Theta^k) \end{cases}$$

Equazione 4: modello matematico per il controllo cinematico

Nel modello è presente anche la legge di controllo proporzionale per la retroazione di assetto. Il sistema, in sostanza, è stato considerato come un semplice integratore e i guadagni del controllore di assetto sono stati modulati semplicemente per tentativi ed errori; tale fase di scelta è durata pochi minuti ed è stata interrotta nel momento in cui il velivolo non sia stato in grado di volare in maniera stabile, senza troppe visibili oscillazioni. A questa fase, ne è seguita una di prove sperimentali in cui si è cercato di accrescere la conoscenza dinamica del sistema e di accrescerne la stabilità.

Di seguito è riportato il risultato di un esperimento con questo tipo di controllore.

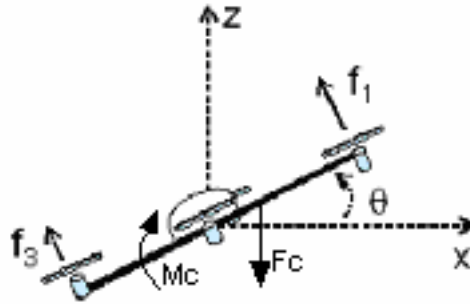


Figura 5: effetto del cavo sulla dinamica del sistema (in realtà nel caso reale il cavo si trova dalla parte del rotore numero 3)

I problemi che il controllore non è riuscito a risolvere, come si può notare, è essenzialmente la non pronta e decisa risposta del sistema, la presenza di forti oscillazioni e l'errore fisso di inseguimento, che ha richiesto una continua e pesante azione correttiva da parte del pilota. Se ci si può esprimere sulla stabilità pratica del sistema (dal grafico), nulla si può dire dei margini di stabilità e delle performance, parametri di cui sarebbe possibile discutere in presenza di un modello del velivolo più accurato e che effettivamente tenesse in conto la presenza di un anello interno di retroazione e della dinamica interna del sistema *relegata* all'elettronica di bordo.

Una possibile soluzione, se si dovesse continuare sulla strada intrapresa del controllo cinematico, sarebbe quella di inserire un integratore in serie al segnale di errore di assetto per annullare l'effetto del disturbo dovuto al cavo: in questo modo la funzione di sensitività del controllo sarebbe di tipo bassa alto e quindi taglierebbe le basse frequenze. Anche in tal caso, tuttavia, bisognerebbe procedere con metodi di forza bruta per modulare il guadagno associato all'integratore, non essendo disponibile alcuna indicazione riguardo alla sua scelta ottimale. Da ciò è risultato ovvio come l'ignoranza totale riguardo la dinamica dell'anello di controllo più interno rendeva impossibile qualsiasi analisi di stabilità robusta e performance. A questo punto si è deciso di tentare una strada totalmente diversa, procedendo con un'identificazione del sistema per avere un modello di riferimento su cui progettare un controllore più robusto.

Capitolo 2

Identificazione

Introduzione

Ottenere un modello accurato che rappresenti un determinato sistema in modi differenti di operazione può essere molto difficile, soprattutto se tale sistema ha una dinamica altamente agile e strettamente accoppiata fra le variabili di stato come nel caso di un velivolo in volo. Per questo motivo un modo di procedere può essere quello di identificare il sistema in modi separati di funzionamento per poi utilizzare il modello appropriato per *ogni* situazione. Nel caso in esame, dovendo progettare e sintetizzare un controllore per la stabilità aumentata relativamente al sottosistema di assetto, l'identificazione è stata fatta in condizioni di volo stazionario a quota prefissata (hover), o comunque lentamente variabile; ciò si traduce in termini di valori di angoli di Eulero, in piccole variazioni attorno al punto di equilibrio. Va messo in evidenza, inoltre, come il fatto di non avere accesso ai parametri associati all'elettronica di bordo, come filtri e guadagni di feedback, rende la dinamica interna del sistema qualcosa vicina al mistero. Tali problematiche hanno reso necessario il ricorrere ad un processo di identificazione parametrica, al fine di progettare un controllore che tenesse in conto delle effettive dinamiche dominanti. Non si è reso necessario, almeno per il punto a cui il progetto è approdato fino al momento corrispondente alla stesura del presente lavoro di tesi, ottenere un modello accuratissimo del sistema la qual cosa, benché positiva da un punto di vista simulativo, avrebbe significato l'aver a che fare con modelli di ordine troppo elevato e con troppe componenti dinamicamente accoppiate fra loro: il risultato sarebbe stato una eccessiva complessità anche e soprattutto nell'interpretazione dei risultati. È da sottolineare, inoltre, come in fase di controllo sarebbe stata comunque necessaria un'azione di riduzione del modello.

Motivazioni

Il proposito che l'identificazione ha voluto soddisfare è stata la stima di un modello da utilizzare per la sintesi di una legge di controllo mirata per le operazioni di volo standard; in tal modo sarebbe stato possibile esprimersi riguardo:

- alla stabilità robusta dell'anello di controllo;
- alle performance del sistema.

In particolare, il processo di identificazione è stato svolto per:

1. fornire un modello matematico della dinamica di bordo del velivolo (filtri, guadagni di retroazione, banda del sistema);
2. dare una descrizione dinamica degli accoppiamenti fra le variabili identificate, identificate dovuto alla non perfetta allocazione dei controlli ed al non perfetto posizionamento della IMU;

3. dare indicazioni sulle non linearità dominanti agenti sul sistema.

Durante tutto il processo, ci si è riferiti alla seguente matrice di trasferimento, della quale si è cercato di stimare una sua approssimazione lineare:

$$\begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

Da ciò si evidenzia come **le sole dinamiche relative alle velocità in assi corpo di roll e pitch sono state investigate**, da un lato perché queste erano le sole variabili interessate dalla retroazione di assetto, da un altro perché non si è stati capaci di fornire alla dinamica di yaw ingressi persistentemente eccitanti, quindi abbastanza informativi per la determinazione di una stima il più possibile accurata.

Il Processo di Identificazione

Il processo di identificazione è stato diviso in quattro passi:

1. *Scelta degli ingressi* in base alle frequenze e ai modi che si è voluto eccitare nel sistema; nel caso in esame sono stati provati più set di segnali di ingresso, scegliendo quelli che assicuravano un fitting migliore;
2. *Acquisizione dati* durante gli esperimenti, al fine di collezionare il set di ingressi ed uscite corrispondenti del sistema durante il volo standard;
3. *Pre-processing dati acquisiti* in modo da isolare la parte *essenziale* di ciascun esperimento che potesse descrivere in maniera abbastanza completa la dinamica del velivolo; in questa fase rientrano le operazioni di filtraggio e de-trending dei dati;
4. *Generazione/Validazione modello* per selezionare il modello che più si avvicinava al reale comportamento del sistema.

È opportuno chiarire fin da subito come non è stato possibile svolgere un processo di identificazione rigoroso, ovvero fornendo al sistema ingressi che lo allontanassero di poco dall'equilibrio, a causa della difficoltà e ridotta capacità di pilotaggio via joystick del velivolo senza il sistema di stabilità aumentata. D'altra parte, siccome la sovraeccitazione delle dinamiche di assetto ha il potenziale di rendere instabile il sistema o farlo volare in maniera poco sicura, è stato necessario compensare gli effetti dovuti ai segnali di identificazione mediante una continua azione stabilizzante tramite joystick; tali segnali aggiuntivi sono stati inseriti ovviamente nel set di ingresso utilizzato durante la fase di identificazione. In tal senso, se da una parte ingressi del tipo "*step-up / step-down*" sarebbero molto utili ai fini dell'identificazione, nel caso in esame avrebbero significato un comportamento del velivolo al limite della stabilità, senza contare la ridotta mobilità spaziale del Quad rotor dovuta alla presenza del cavo di alimentazione.

Scelta Ingressi

Si sono tenute presenti le seguenti indicazioni:

1. le caratteristiche asintotiche della stima (varianza) dipendono esclusivamente dallo spettro del segnale di ingresso, per le frequenze d'interesse, non tanto dalla sua *forma d'onda*; si riporta a tal proposito la relazione contenuta in [Ljung, 1999]:

$$\text{Cov } \hat{\theta}_N \approx \frac{1}{N} \left[E \left(\psi(t, \theta_0) \psi(t, \theta_0)^T \right) \right]^{-1} \Rightarrow \frac{1}{N} \left[\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{1}{\Phi_v(\omega)} T'(e^{j\omega}, \theta_0) \Phi_{x_0}(\omega) T'^T(e^{-j\omega}, \theta_0) d\omega \right]^{-1},$$

dove si è posto:

$$\Phi_{x_0}(\omega) = \begin{bmatrix} \Phi_u(\omega) & 0 \\ 0 & \lambda_0 \end{bmatrix}, \quad T'(e^{j\omega}, \theta_0) = \frac{d}{d\theta} \left[G(e^{j\omega}, \theta) \quad H(e^{j\omega}, \theta) \right] \Big|_{\theta=\theta_0}$$

2. il segnale deve essere limitato superiormente ed inferiormente in ampiezza;
3. è bene eccitare al più 3 decadi in frequenza
4. il segnale *deve* essere una somma di segnali periodici ed aperiodici: nel primo caso si ha la certezza di eccitare precisamente al più N differenti frequenze, con N = periodo del segnale; nel secondo caso si sfrutta la capacità sovraeccitatrice dell'ingresso all'interno di un dato time range.

Da quanto detto, si è deciso di operare con un segnale di tipo sinusoidale ad una data frequenza (3 HZ), corrispondente alla banda di interesse, al quale si è sovrapposto il segnale *stabilizzante* dal joystick (aperiodico). Per quel che riguarda la sinusoide, non avendo informazioni sulla banda passante del sistema, sono stati effettuati una serie di esperimenti di volo standard, andando ad analizzare il contenuto spettrale dell'ingresso e delle uscite, al fine di scegliere in maniera mirata le frequenze di interesse. Risulta ovvio, dall'espressione dello spettro del segnale di tipo sinusoidale, il vantaggio del suo utilizzo:

$$u(t) = \sum_k a_k \cos(\omega_k t + \varphi_k)$$

$$\Phi_u(\omega) = TCF \{ E [u(k) u(k - \tau)] \} = 2\pi \sum_k \frac{a_k^2}{4} \delta(\omega - \omega_k) + \delta(\omega + \omega_k)$$

- facile controllarne la potenza: $\sum_k \frac{a_k^2}{2}$;
- possibilità di posizionare precisamente la potenza del segnale alle frequenze desiderate: ω_k

Acquisizione Dati

Essendo necessario chiudere l'anello di assetto relativamente alle sottovariabili $[\phi, \theta]^T$, ci si è concentrati sul sottosistema di ingresso $[u_1, u_2]^T$, in uscita dal circuito di interfaccia illustrato nel capitolo 1, i quali regolano le variabili $[\omega_x, \omega_y]^T$. Teoricamente, ciascun ingresso ha effetto sulla corrispondente variabile associata ma, come accennato, uno dei compiti assegnati al processo di identificazione è stato quello di descrivere l'accoppiamento dinamico fra lo spazio degli ingressi e quello delle variabili misurate.

Nelle figure seguenti sono illustrati:

- i seti di ingresso / uscita collezionati durante gli esperimenti (è evidenziato il time range in cui agisce il segnale eccitante sinusoidale);
- un particolare dell'esecuzione dell'esperimento, in cui è evidenziato il confronto fra il segnale eccitante e la risposta del sistema.

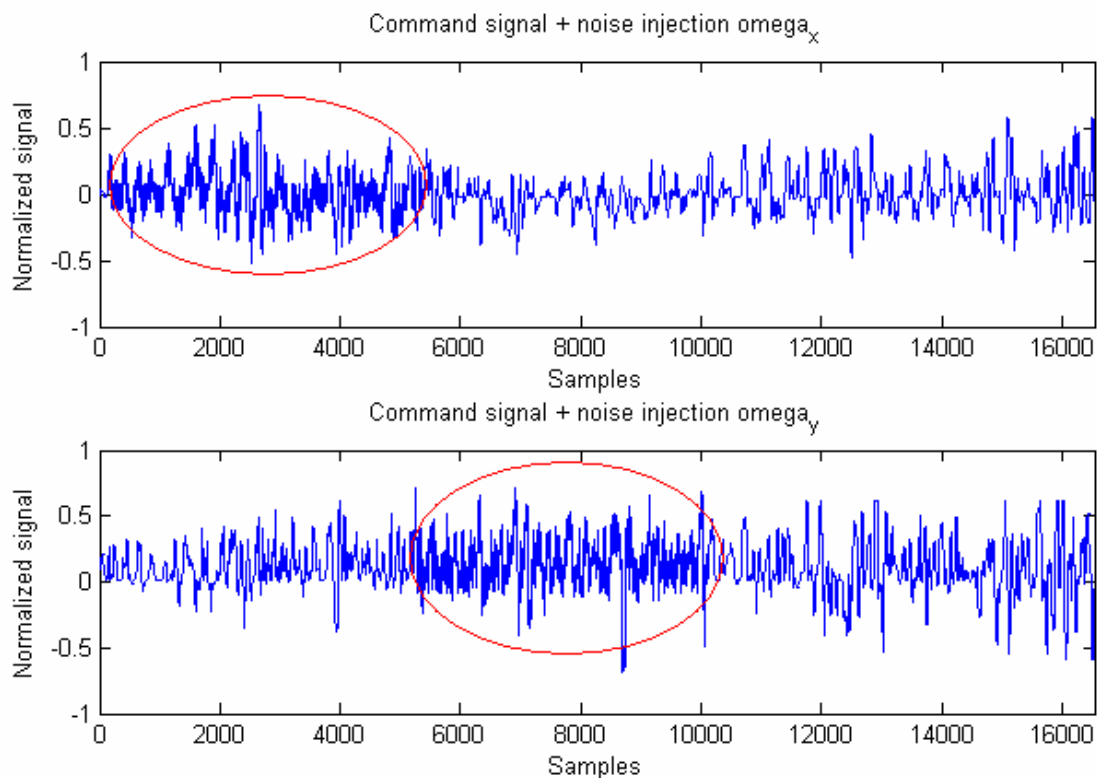


Figura 6: dati acquisiti (ingressi)

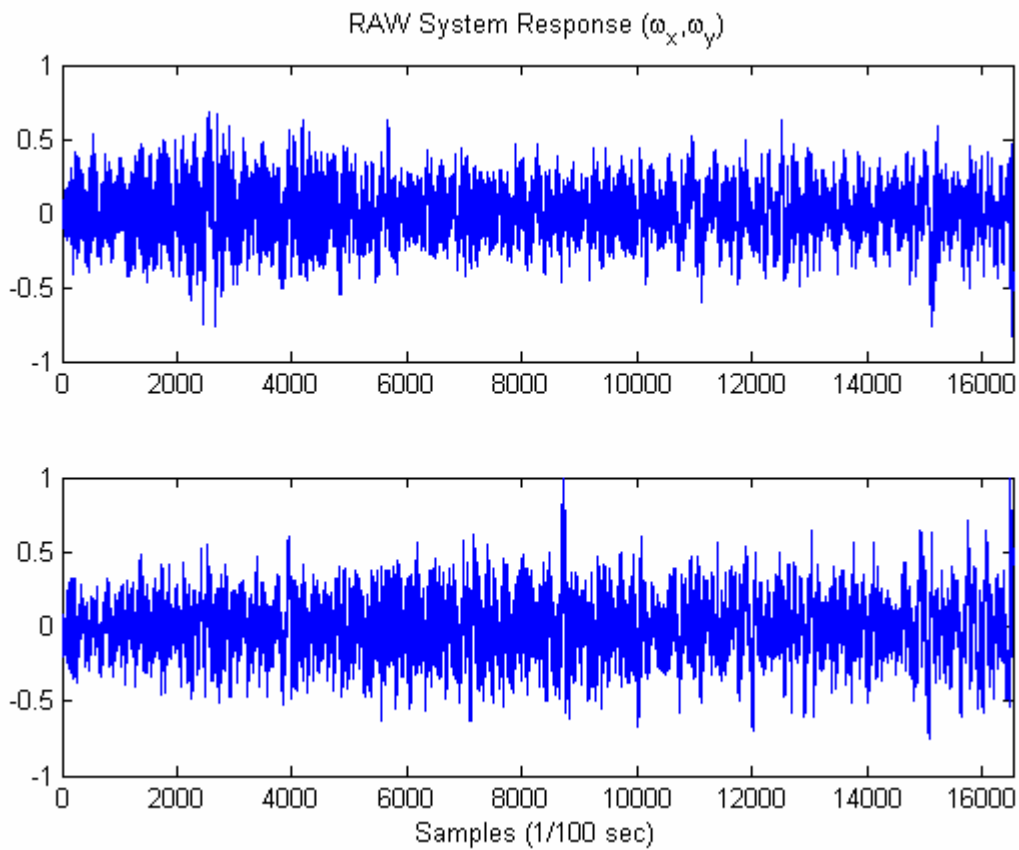


Figura 7: dati acquisiti (uscite)

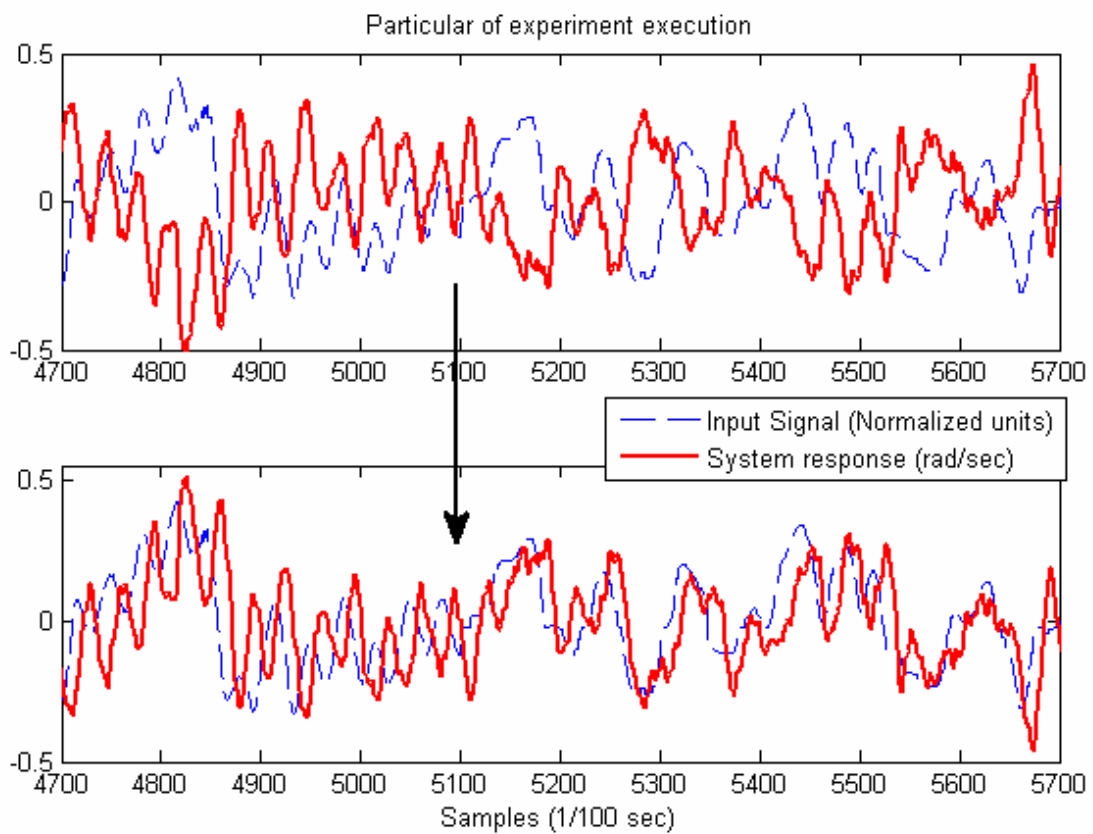


Figura 8: differenza tra sistemi di riferimento

Pre-processing Dati

Come si può immediatamente notare dalla figura precedente, gli assi fra il sistema di riferimento del segnale di comando (allocazione controlli) del velivolo e il sistema di riferimento della IMU sono invertiti: bisognerà tenere conto di questo fatto durante la fase di sintesi del controllore.

Per quanto riguarda la dinamica del sistema, ciò che si nota immediatamente è la presenza di un ritardo che in media si mantiene dell'ordine dei 10 campioni circa (quindi circa 0.1 secondi; nel caso della dinamica di roll, in figura); inoltre è possibile evidenziare la presenza di un fattore di scala fra l'ingresso e l'uscita, dovuta al fatto che gli ingressi registrati sono adimensionali e normalizzati in modo da mantenersi nel range $[-1,1]$, come previsto dall'uscita del radiocomando.

Innanzitutto i segnali d'uscita del sistema sono stati sottoposti ad un'azione di detrending e filtraggio:

- è stata eliminato il valor medio, secondo la relazione

$$y(t) = y_m(t) - \bar{y}, \quad \bar{y} = \frac{1}{N} \sum_t y_m(t)$$

- è stato eliminato il rumore, mediante filtraggio; la scelta della frequenza di taglio del filtro ed il tipo di filtro è stata effettuata analizzando lo spettro del segnali acquisiti, secondo quanto segue.

La stima dello spettro è stata fatta mediante periodogramma, il quale rappresenta una stima naturale dello spettro, cioè ottenuta mediante trasformata di Fourier del segnale; il periodogramma è definito come segue:

$$|S_N(\omega)|^2, \quad S_N(\omega) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_t u(t) e^{j\omega t}$$

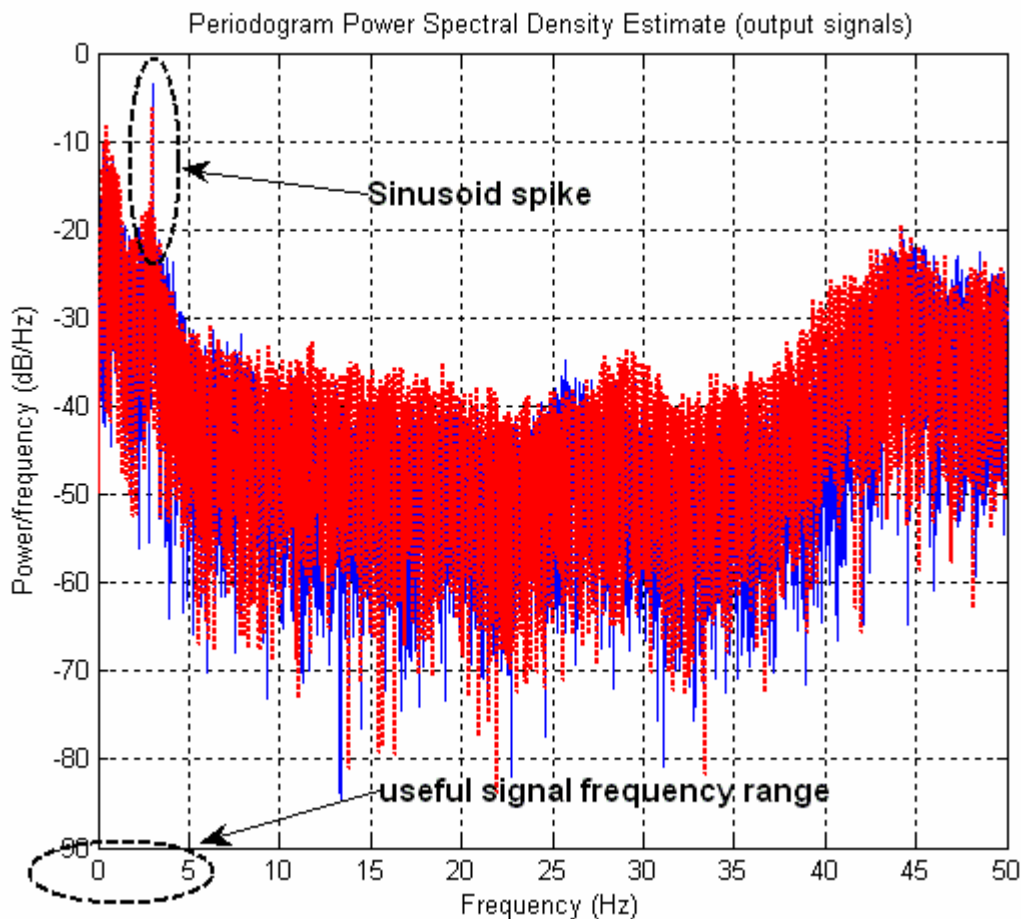


Figura 9: spettri dei segnali di uscita dai giroscopi

Si possono evidenziare le seguenti caratteristiche:

- lo spike in corrispondenza della frequenza della sinusoide;
- la banda utile del segnale $[0 \div 4 - 5 \text{ Hz}]$;
- la banda del segnale di rumore, a frequenze totalmente separate rispetto a quelle del segnale utile.

Dalle considerazioni tratte dall'analisi dello spettro del segnale, si è deciso di filtrare i dati con un filtro di Butterworth del 3° ordine; tale scelta è stata effettuata in quanto tale filtro rappresenta quello avente modulo il più possibile piatto fino alla frequenza di crossover. I coefficienti del filtro di Butterworth sono stati quindi applicati ad un filtro digitale *zero-phase, forward and reverse*; esso agisce nel seguente modo:

- in un primo tempo i dati attraversano il filtro in una direzione;
- in un secondo tempo, gli stessi dati vengono invertiti e riattraversano lo stesso filtro; la sequenza risultante possiede distorsione di fase nulla e attenuazione del disturbo quadratica rispetto al filtro nominale.

Il risultato è mostrato in figura seguente.

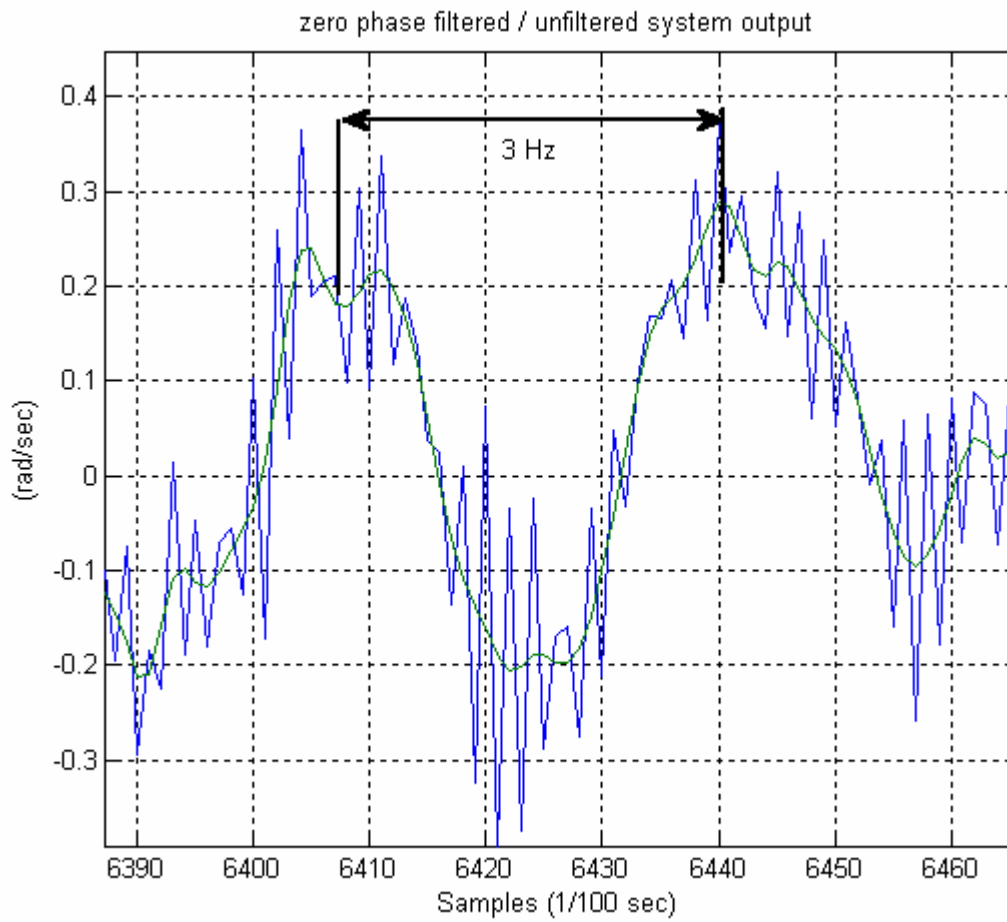


Figura 10: segnale rumoroso e filtrato

Generazione / Validazione modello

È in generale la fase più critica, nonché più lunga e complessa del processo di identificazione in cui è necessaria una particolare attenzione da parte del progettista nonché una buona dose di esperienza e, dunque, lo è stata anche in questo caso. Essa si è sviluppata secondo i seguenti sotto – passi:

1. Analisi non parametrica;
2. Selezione del modello;
3. Validazione del modello.

Analisi non parametrica

Ha fornito le indicazioni sulla dinamica dominante del sistema ed informazioni circa ritardi e presenza di feedback sull'ingresso; è stata effettuata mediante analisi della ETFE (Empirical Transfer Function Estimation) e della stima delle risposte all'impulso dei diversi elementi della matrice di trasferimento, riportati nelle figure di seguito.

Formalizzando le stime suddette, si può scrivere, per la ETFE:

$$\hat{G}_N(e^{j\omega}) = \frac{Y_N(\omega)}{U_N(\omega)},$$

in cui si è posto:

$$Y_N(\omega) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_t y(t) e^{-j\omega t}, \quad U_N(\omega) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_t u(t) e^{-j\omega t}$$

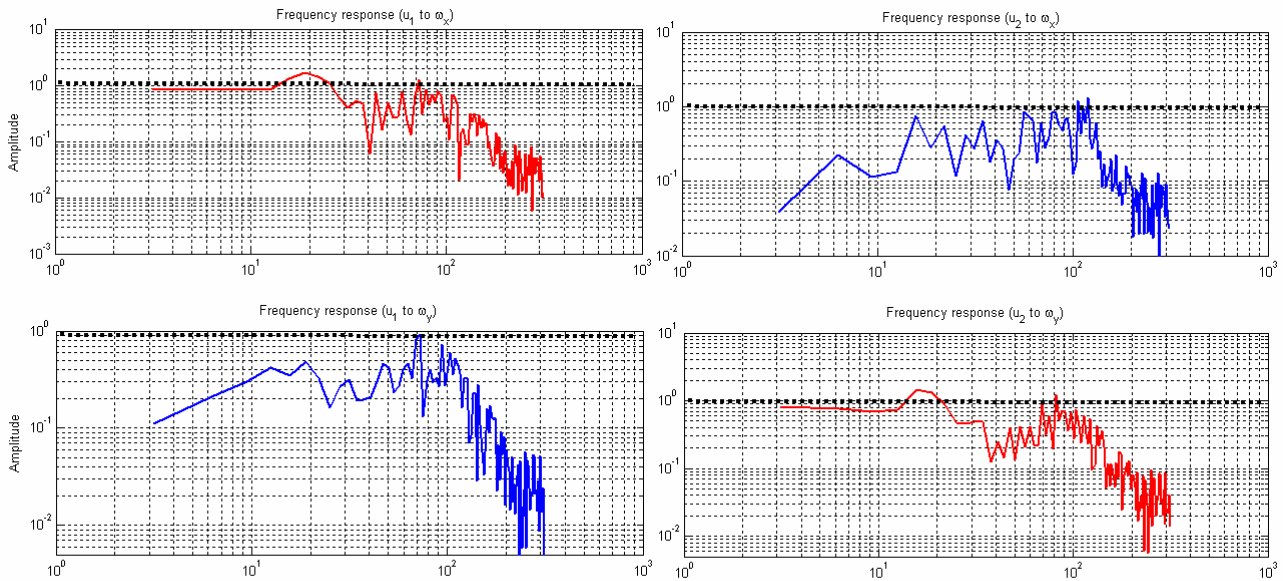


Figura 11: ETFE

Si può osservare il comportamento pressoché simmetrico degli anelli diagonali di roll / pitch ed un certo accoppiamento (comportamento passa banda, quindi più *marcato* attorno alla banda [10÷100 rad/sec]) fra le dinamiche considerate. La dinamica del sistema può essere valutata relativamente veloce, osservando la banda passante delle fdt sulla diagonale principale, approssimativamente di 40-50 rad/sec. È importante notare l'effetto dell'azione filtrante sulla stima della risposta in frequenza la quale risulta essere più accurata nella banda di interesse; si cercherà, dunque, di identificare con maggior accuratezza in tale range di frequenze.

Per quanto riguarda l'ordine del sistema, la presenza di un picco di risonanza e dall'andamento del valor medio della risposta in frequenza in corrispondenza delle frequenze da 40 rad/sec in poi, ha fatto pensare ad un ordine comunque superiore al II, facendo da subito optare per un ordine prossimo al IV – V.

L'analisi delle stime della risposta ad un riferimento di tipo “a gradino”, ha confermato le ipotesi circa la simmetria delle dinamiche diagonali, gli accoppiamenti e la dinamica fortemente oscillatoria del sistema, come si può osservare di seguito.

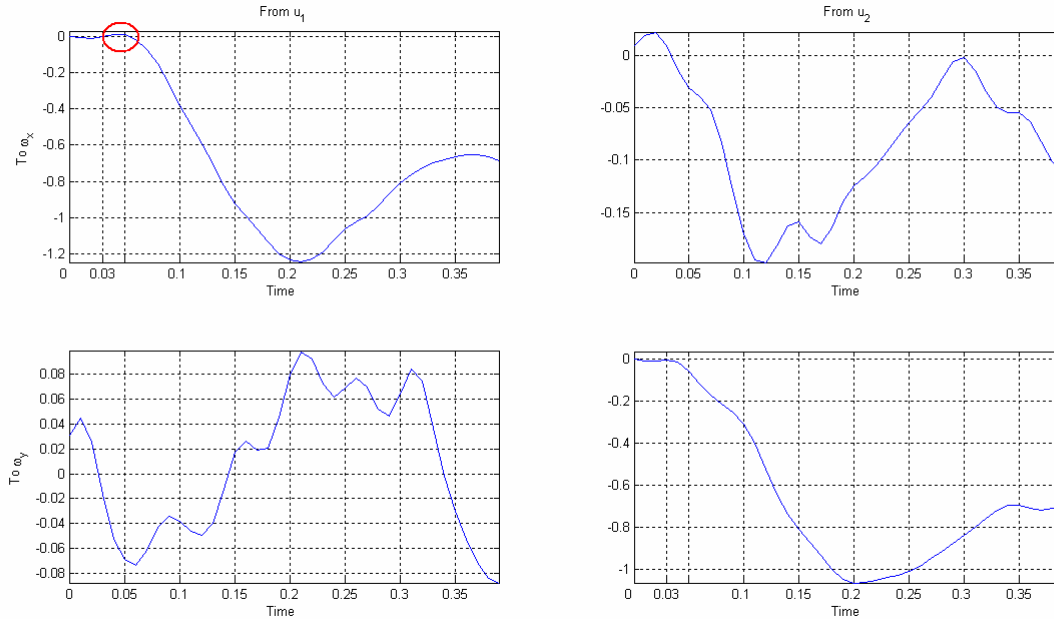


Figura 12: stima "step response "

È importante mettere in evidenza due aspetti che dalla ETFE non si sono visti:

1. il sistema di riferimento della IMU (standard *SNAME*), è ruotato di 180° attorno all'asse z, rispetto al sistema di riferimento del Quad rotor (come già dimostrato nelle pagine precedenti);
2. la dinamica di roll presenta una leggera risposta inversa, la quale indica la presenza di un polo vicino all'essere a fase non minima, nel sistema reale;
3. vi è un'azione di accoppiamento maggiore della dinamica di pitch su quella di roll e questo è dovuto alla presenza del cavo di alimentazione il quale, trovandosi allineato con l'asse x (assi corpo), nel caso di eccitazione della dinamica di pitch, oscillando, si trova ondeggiare e quindi ad accoppiare la dinamica di pitch con quella di roll.

Per quel che riguarda la stime della risposta all'impulso, si può scrivere, in termini di correlazione (risolvendo rispetto a $\hat{g}(k)$):

$$R_u(\tau) = \frac{1}{N} \sum_t u(t) u(t - \tau)$$

$$R_{yu}(\tau) = \frac{1}{N} \sum_k \hat{g}(k) R_u(k - \tau)$$

L'analisi di tale stima è utile innanzitutto per stimare l'entità del ritardo sugli anelli, il quale coincide con l'istante di tempo in cui il primo campione va al di fuori degli intervalli di confidenza. Inoltre tale analisi è interessante per dimostrare la ben nota presenza di un anello interno di retroazione tra l'ingresso di riferimento e le velocità angolari in assi corpo del sistema.

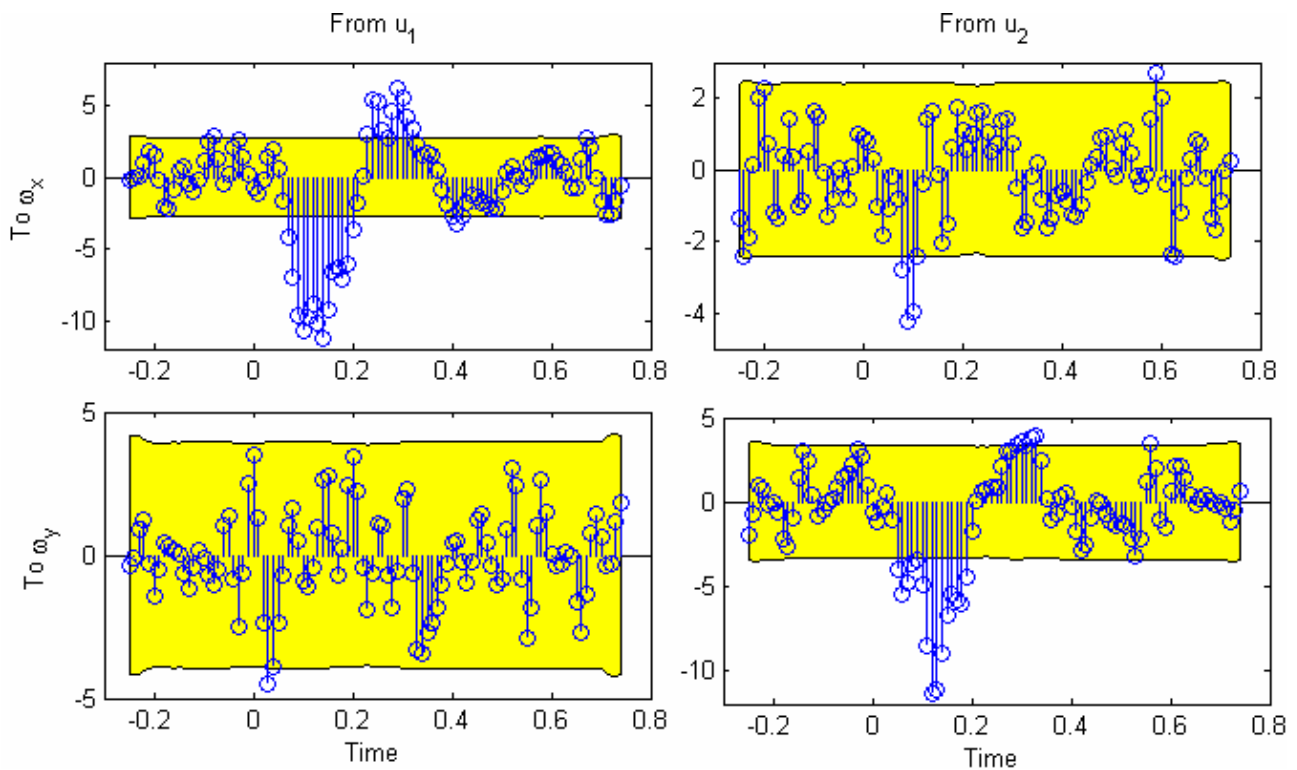


Figura 13: stima "impulse response" con intervalli di confidenza

La presenza di un anello di feedback è testimoniato da un andamento fortemente diverso da zero della stima della risposta per gli istanti di tempo minori di zero; questo risulta ovvio quando si pensa che, potendo ottenere la stima della risposta all'impulso come funzione della cross-correlazione fra gli ingressi e le uscite, la presenza di una correlazione fra i segnali per $\tau < 0$ sta a testimoniare il fatto che *l'uscita all'istante attuale ha effetto sugli ingressi futuri, il che è indice, appunto, di una retroazione nei dati.*

È utile notare, inoltre, come per quel che riguarda le fdt fuori diagonale, vi è una più alta *probabilità di feedback* fra il canale $u_2 \rightarrow \omega_x$, rispetto al suo *speculare* ($u_1 \rightarrow \omega_y$); questo si nota dal rapporto che l'ampiezza degli impulsi per $\tau < 0$ e le bande di confidenza. Interpretando il risultato, si pensa che la differenza netta tra le fdt fuori diagonale è dovuta alla presenza del cavo il quale (trovandosi lungo l'asse di roll), generando un accoppiamento fra dinamica di roll e comando di pitch fa sì che il controllore debba intervenire per compensare il disturbo e quindi, di fatto, crea una certa retroazione fra l'azione relativa alla dinamica di pitch con quella di roll.

La cosa è testimoniata dal grafico seguente, il quale riporta una stima sulla probabilità di anello di feedback tra le varie fdt della matrice di trasferimento.

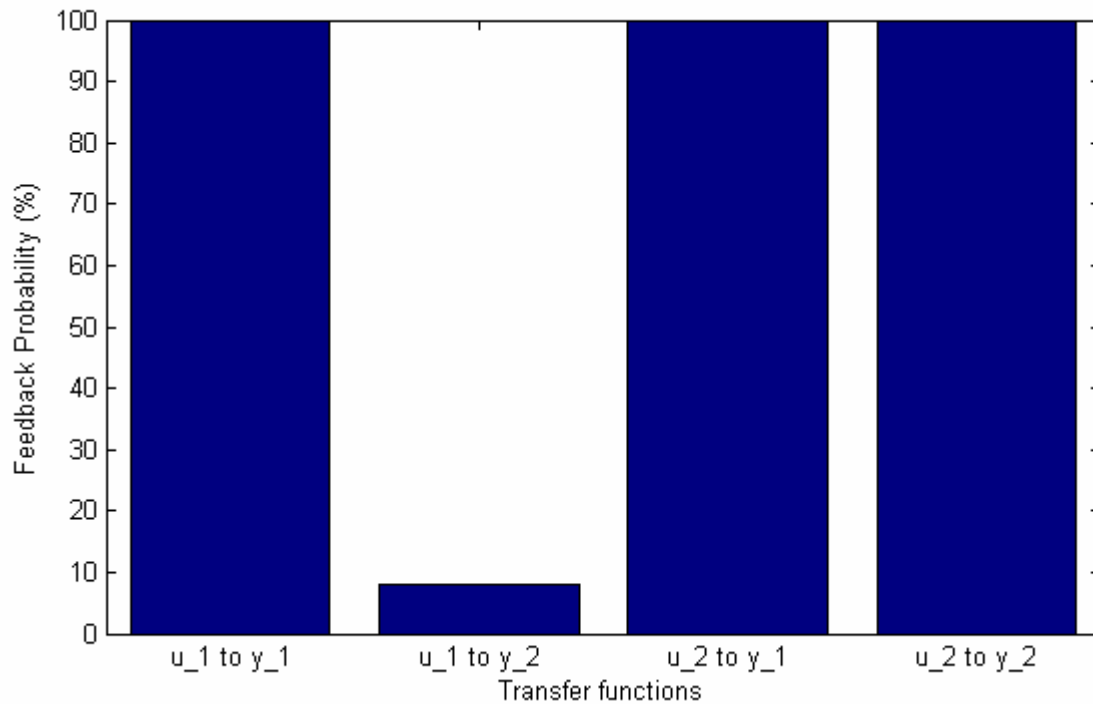


Figura 14: probabilità di feedback

Selezione del Modello

Al fine di dare una descrizione anche degli accoppiamenti dinamici presenti nel sistema, si è deciso di procedere alla stima del modello per l'intero sistema multivariabile: **identificazione MIMO**. È noto dalla letteratura [Ljung, 1999] che nel caso di identificazione multivariabile, sarebbe preferibile operare con modelli di tipo *State-Space*, in quanto la struttura è più semplice (soprattutto nella parametrizzazione) e il compito dell'analista si traduce essenzialmente nella determinazione e scelta dell'ordine del sistema. Nel caso in esame, tuttavia, benché assicurasse sin da principio un buon fitting, tale tipo di modelli non garantiva una corretta stima del ritardo; la soluzione del problema si è trovata in modelli di tipo **ARX**:

$$A(q)y(t) = q^{-k} B(q)u(t) + e(t)$$

Essendo un'identificazione per controllo, quindi cercando di approssimare le dinamiche dominanti degli anelli, è stata utilizzata una filosofia del tipo "*try simple things first*":

- accontentandosi di un modello lineare;
- fermandosi quando si fosse trovato un fitting sufficiente nella risposta e nei ritardi;
- evitando di avere modelli troppo complessi;
- evitando modelli con cancellazioni polo/zero.

In generale sono state provate più combinazioni fra ordine del modello e ritardi in ingresso, finché non si è trovato un buon fitting; i passi seguiti per la determinazione dei parametri del modello sono stati:

1. ritardi stimati a partire dall'analisi di correlazione (stime delle risposte al gradino): (≈ 0.08 sec, *roll*; ≈ 0.1 sec, *pitch*);
2. ordine del modello stimato a partire da:
 - a. considerazioni fisiche (conoscenze *a priori* sulla dinamica): un polo per il legame coppia – velocità angolare, due poli per i motori, dinamica dovuti agli accoppiamenti ed all'elettronica;
 - b. andamento della ETFE.
 - c. invertibilità matrice di covarianza:

$$\varphi = [-y(t-1), \dots -y(t-s), u(t-1), \dots u(t-s)]^T$$

$$\text{choose } s \mid \det(R(\tau)) \neq 0, R(\tau) = \frac{1}{N} \sum_t \varphi_s(t) \varphi_s(t)^T$$

Si è fatto ricorso al metodo di minimizzazione dell'errore di predizione quadratico, nel quale la funzione di costo ha la seguente forma:

$$J(\theta, Z^N) = \frac{1}{N} \sum_t \varepsilon^2(t, \theta)$$

$$\varepsilon(t, \theta) = y(t) - \varphi^T(t) \theta,$$

Equazione 5: espressione "least square error estimation"

la cui soluzione è, si ricorda:

$$\hat{\theta} = \arg \min_{\theta} J(\theta, Z^N) = \left[\frac{1}{N} \sum_t \varphi(t) \varphi^T(t) \right]^{-1} \frac{1}{N} \sum_t \varphi(t) y(t)$$

Il termine con il segno negativo nella seconda dell'espressione di $\varepsilon(t, \theta)$ il modello ARX generale messo in forma di regressione lineare.

Dai test sui vari modelli provati, una buona scelta è risultata essere quella di un modello ARX di ordine 4, il quale ha assicurato un fitting attorno al 56%; infatti, benché modelli di ordine più alto avessero assicurato fitting maggiori, essi presentavano un notevole numero di cancellazioni polo/zero: questo ha messo in evidenza che i poli extra servivano essenzialmente a descrivere il rumore e non la dinamica essenziale del sistema.

Nelle figure seguenti sono mostrati i risultati dell'identificazione in termini di diagrammi di Bode con intervalli di confidenza e risposte al gradino.

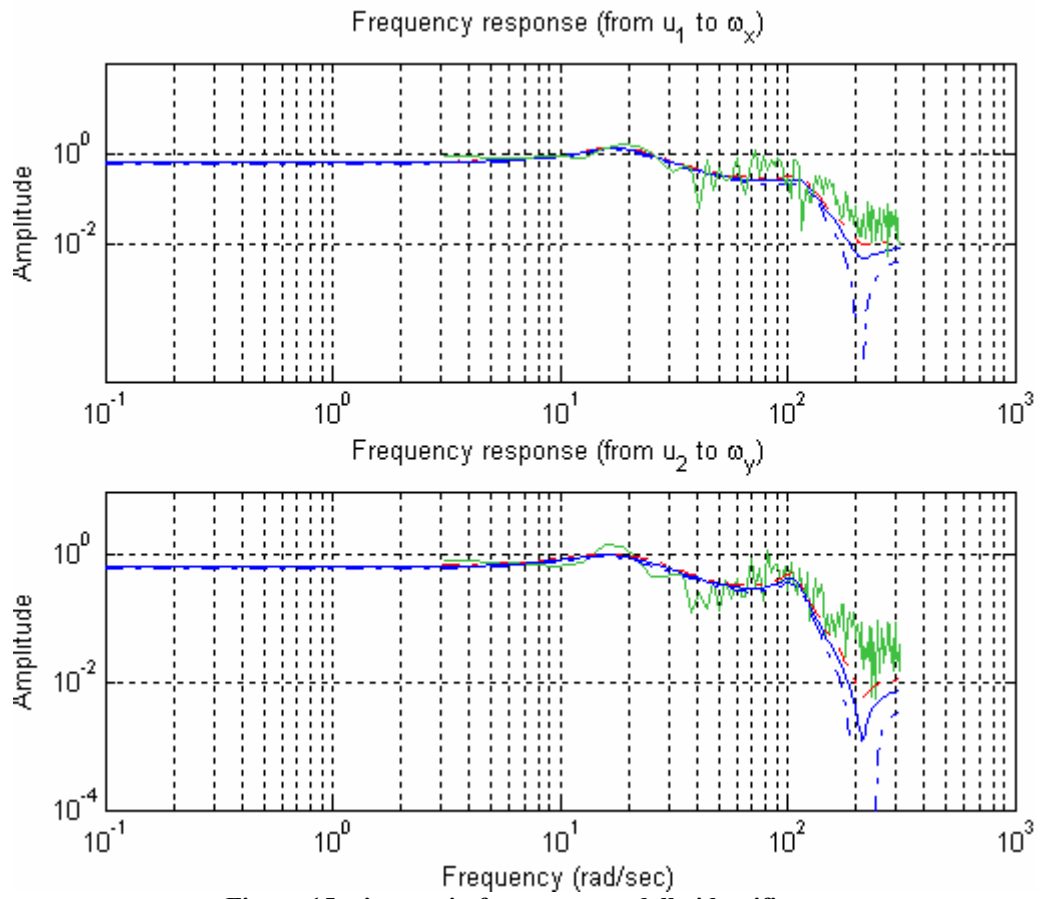


Figura 15: risposta in frequenza modello identificato

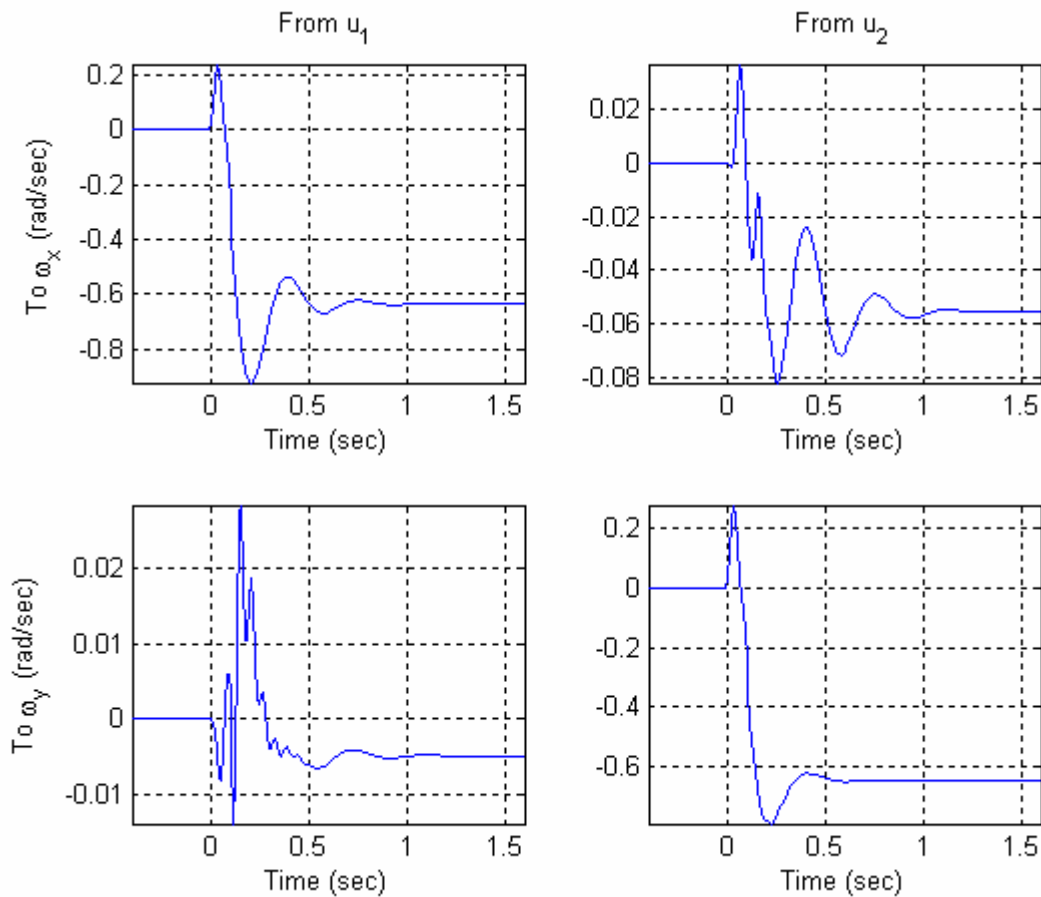


Figura 16: risposta al gradino modello identificato

È interessante porre l'accento sulle risposte transitorie degli elementi della matrici di trasferimento posti fuori diagonale: in essi, infatti, si può notare la non simmetria degli andamenti. In particolare, la stima mostra come il segnale di comando di pitch ha un effetto di accoppiamento maggiore sulla dinamica di roll rispetto a quanto accade con il modello speculare (comando di roll su dinamica di pitch), secondo quanto già detto in precedenza riguardo la presenza del cavo di alimentazione.

Un metodo univoco per valutare la bontà della stima è dato dall'analisi dei residui. Si definisca la quantità

$$\varepsilon(t) = y_m(t) - y_s(t),$$

a cui si dà il nome di *residui*, in cui:

- $y_m(t)$: uscita misurata;
- $y_s(t)$: uscita stimata.

Allora è possibile valutare la cross-correlazione fra gli ingressi e i residui, secondo la nota formula:

$$R_{\varepsilon u} = \frac{1}{N} \sum_t \varepsilon(t) u(t - \tau)$$

la quale fornisce un'indicazione chiara di quanto eventuali parti di $y(t)$, originate da ingressi passati, siano rimaste non stimate.

In figura seguente è riportato il risultato di tale test, noto con il nome di **Test di Indipendenza**.

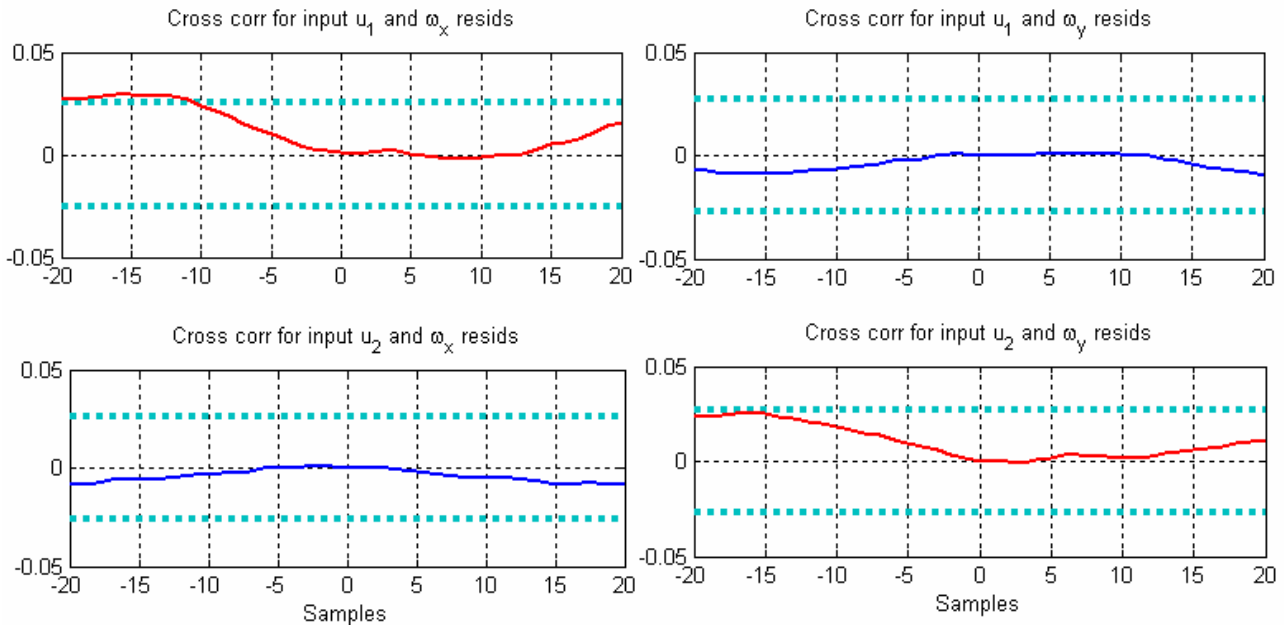


Figura 17: analisi dei residui

Com'è possibile notare, i residui si mantengono all'interno degli intervalli di confidenza, elemento che indica la bontà del modello identificato: l'informazione che risulta dall'analisi è effettivamente l'indipendenza delle uscite del modello dagli ingressi utilizzati; in altri termini, il modello è in grado di approssimare la dinamica del sistema per *ogni* tipo di segnale di ingresso, purché contenuto negli intervalli di linearità.

Altro elemento chiaro dall'analisi dei residui è, ancora una volta, la presenza del feedback, testimoniato dalla maggiore correlazione dei residui con l'ingresso per valori del ritardo $\tau < 0$, come ci si aspettava.

Validazione modello

L'ultimo passo del processo di identificazione è anche quello più critico, durante il quale si valuta la reale capacità predittiva del modello identificato. Esso consiste nella validazione del modello, la quale si effettua sottoponendogli ingressi per lui sconosciuti, osservandone il comportamento.

Nel caso in esame la validazione è stata effettuata in Real Time, durante un'operazione di volo standard, eccitando il modello con ingressi generati dal pilota mediante joystick e confrontando le risposte del modello con i segnali non filtrati in uscita dalla IMU. È stata scelta questa metodologia (*worst case validation*) al fine di valutare al meglio le potenzialità *predittive* del modello identificato, dovendo successivamente utilizzare i dati di identificazione per il design del controllore.

I risultati della validazione sono mostrati di seguito.

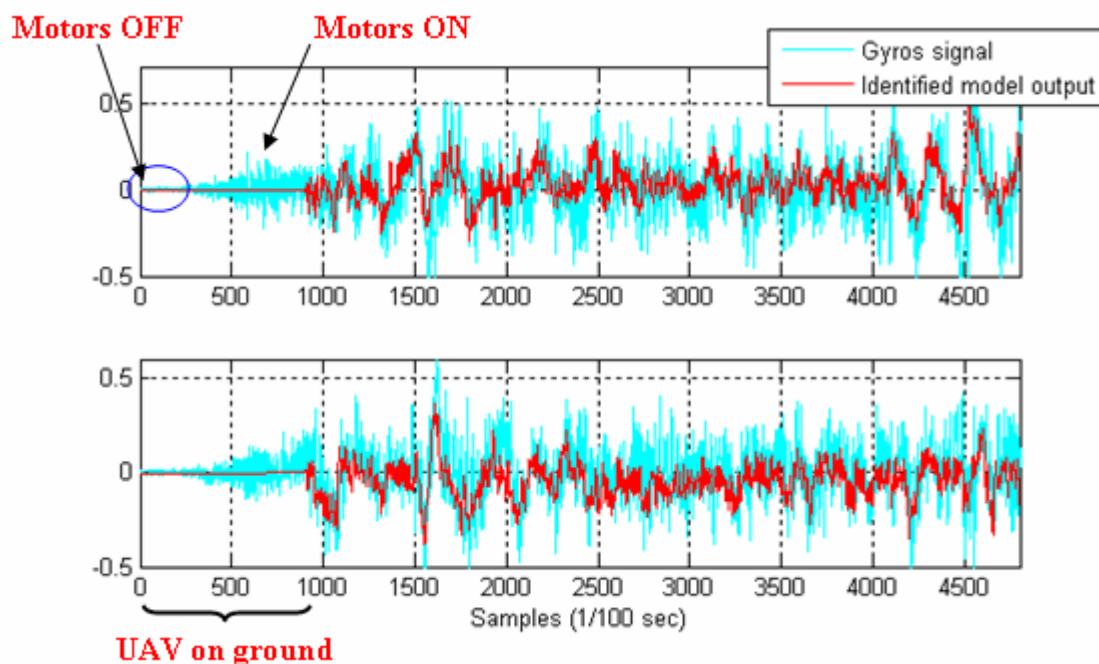
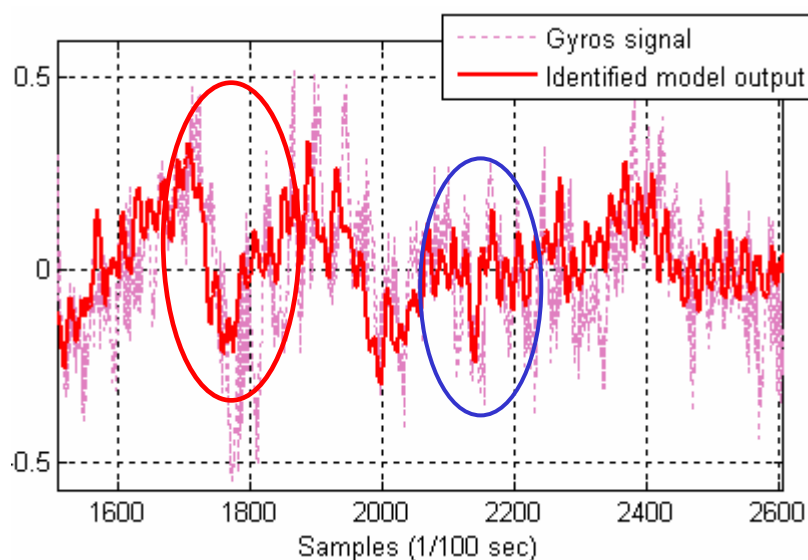


Figura 18: fitting

Risulta indubbio dall'osservazione dei dati di validazione che il modello è effettivamente in grado di catturare la dinamica dominante del sistema. Esso, tuttavia risulta fallace nel momento in cui gli effetti non-lineari del sistema cominciano ad essere non più trascurabili. Questo si manifesta, ad esempio, con una cattiva stima del ritardo in alcuni istanti di funzionamento, come mostra la figura seguente.



In essa è possibile notare come il modello anticipa le risposte del sistema in alcuni momenti (ellisse rossa), mentre in altri il ritardo risulta essere meglio stimato (ellisse blu). Questo comportamento è stato giustificato pensando alla dinamica (non lineare) dei motori la quale risulta essere differente a seconda che si abbiano gradini di tipo *step-up* o *step-down* della tensione di comando ed il cui

ritardo è funzione anche dell'ampiezza di tali gradini. Essendo il modello identificato lineare, esso prevede un ritardo statico, indipendentemente dalle caratteristiche dell'ingresso e quindi poco accurato nei confronti di fenomeni di natura fortemente non lineare.

Si è pensato che un modo per risolvere questo problema possa essere quello di operare un ciclo di identificazione della dinamica del solo ritardo (mediante tecniche di identificazione non lineare) ed inserire il modello risultante nella descrizione dinamica complessiva del sistema. Questo aspetto, tuttavia, non è stato affrontato nell'ambito del presente lavoro di tesi e quindi è stato trascurato.

Capitolo 3

Controllo basato sul modello identificato

L'identificazione ha prodotto, come mostrato, un modello che dalla validazione è risultato essere accurato e dunque abbastanza descrittivo della dinamica essenziale del sistema; d'altra parte, come è stato possibile osservare dai diagrammi di Bode delle fdt stimate, le bande di incertezza sono molto strette, il ch  equivale a dire che nel sistema si possono in prima approssimazione trascurare le incertezze di modellazione. Il modello fornito dall'identificazione ha un numero di poli e zeri che rende la dinamica molto complessa e di difficile trattamento, soprattutto per quel che riguarda l'interpretazione dei risultati. Per cui, prima di utilizzare il modello per il progetto del controllore, esso   stato ridotto per semplificarne la dinamica, mediante tecnica di riduzione bilanciata [Zhou, 1997]. Inoltre la progettazione del controllore ha riguardato esclusivamente le fdt diagonali; gli effetti di accoppiamento sono stati considerati come disturbi esterni.

Di seguito   riportata la mappa poli/zeri delle fdt diagonali ridotte.

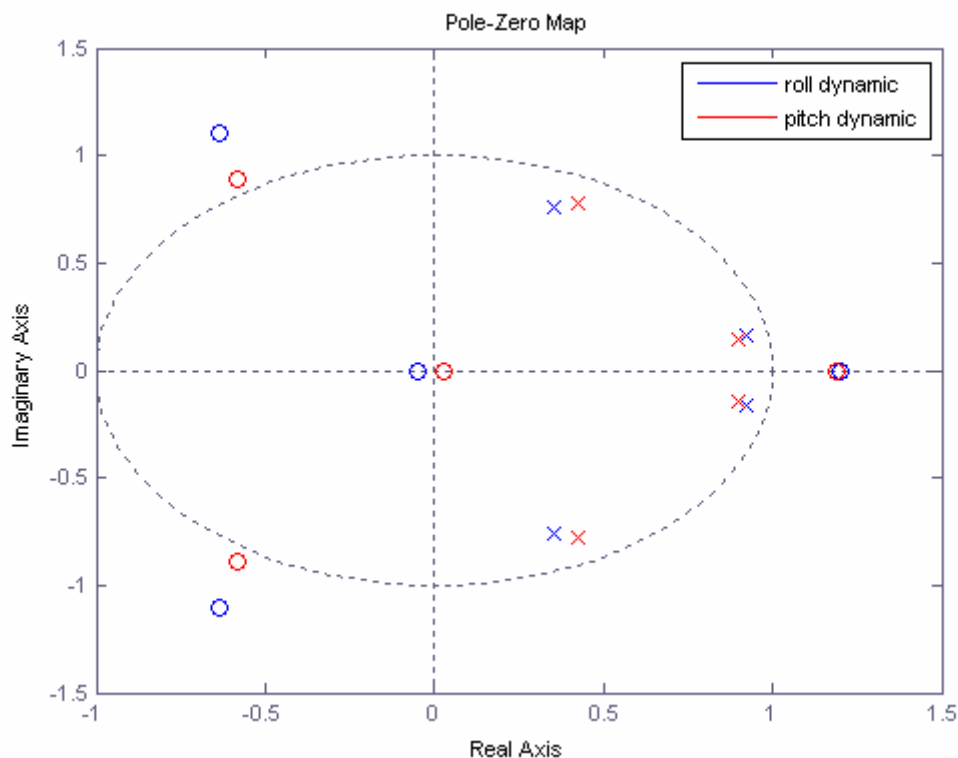


Figura 19: mappa poli - zeri del sistema identificato (ridotto)

È stato possibile definire un nuovo modello matematico il quale, ricordando il modello scritto in precedenza ed introducendo il modello identificato $\frac{\omega(z)}{u(z)} = \tilde{G}_{ID}(z)$, risulta essere:

$$\Theta^{k+1} = (I + T_s F_\Theta) \Theta^k + T_s F_\omega \omega^k$$

$$\omega(z) = \tilde{G}_{ID}(z) u(z)$$

con:

$$F_\Theta = \frac{\partial}{\partial \Theta} (T_\Omega^{-1}(\Theta, \omega))$$

$$F_\omega = \frac{\partial}{\partial \omega} (T_\Omega^{-1}(\Theta, \omega))$$

T_s : tempo di campionamento (0.01 s).

In particolare, si ricorda, la prima delle precedenti equazioni è la discretizzazione con metodo di Eulero in avanti della relazione

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = T_\Omega^{-1} \omega$$

La quale è implementata nel filtro di Kalman. Considerando ancora l'approssimazione attorno all'assetto nullo, si possono fare le seguenti semplificazioni:

$$T_\Omega^{-1} \approx I \Rightarrow \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \cong \omega \Rightarrow \begin{cases} F_\Theta \cong 0^{(n \times n)} \\ F_\omega \cong I \end{cases}$$

Quindi il modello diventa

$$\begin{cases} \Theta^{(1,2)}(z) = \text{diag} \left\{ \frac{T_s}{z-1} \right\}^{(1,2)} \omega^{(1,2)}(z) \\ \omega^{(1,2)}(z) = \tilde{G}_{ID}(z) u^{(1,2)}(z) \end{cases} \Rightarrow \Theta^{(1,2)}(z) = \text{diag} \left\{ \frac{T_s}{z-1} \right\}^{(1,2)} \tilde{G}_{ID}(z) u^{(1,2)}(z)$$

Equazione 6: nuovo modello matematico del sistema

In figura seguente sono riportati i diagrammi di Bode delle fdt diagonali del sistema precedentemente scritto; si noti l'effettiva simmetria delle risposte in frequenza che di fatto possono essere considerate sovrapponibili nelle frequenze più interessate al controllo.

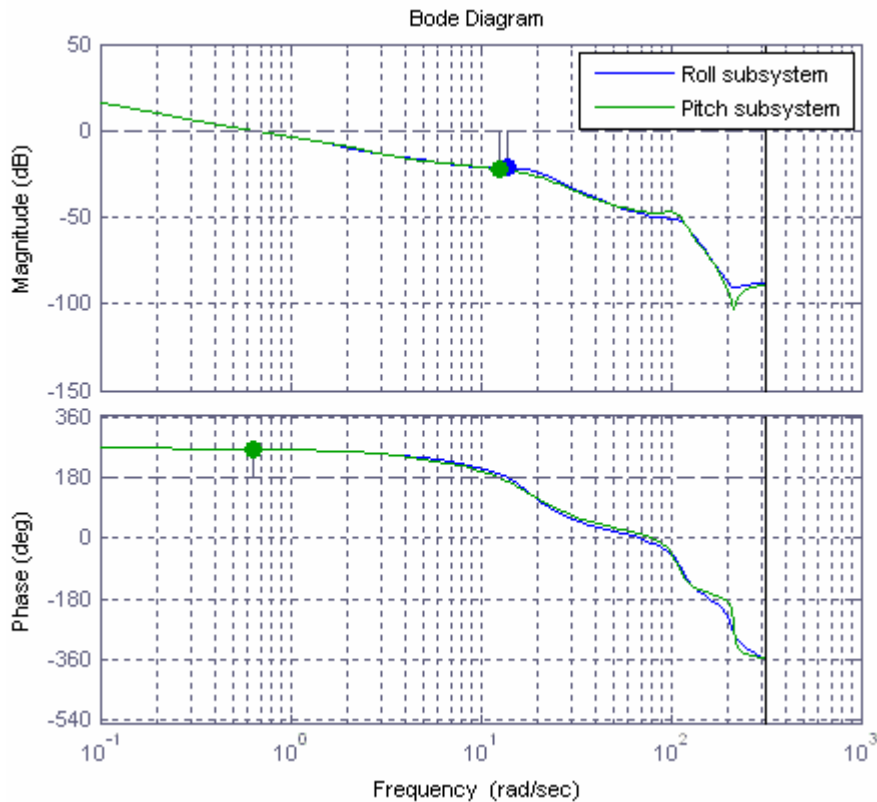


Figura 20: risposta in frequenza modello da controllare

I problemi che la legge di controllo ha dovuto risolvere sono stati essenzialmente 2:

1. da un lato assicurare una buona reiezione dei disturbi dovuti agli accoppiamenti dinamici e alla presenza dal cavo;
2. dall'altro trovare un buon compromesso tra la velocità di risposta del sistema, qualità del volo stazionario (modi non eccessivamente oscillatori) e stabilità robusta, parametri che, come è noto, sono in netta discordanza reciproca. In tal senso sono state definite le seguenti specifiche:
 - a. **margine di guadagno: >6dB**; è risultato sufficiente perché le risposte in frequenza dei modelli identificati avevano intervalli di confidenza (incertezze) molto piccoli per un'ampia gamma di frequenze;
 - b. **margine di fase: >60°**; vincolo più conservativo a causa della stima non corretta del ritardo del sistema nel caso di effetti non-lineari non trascurabili. In tal modo si è cercato di avere uno smorzamento dei poli dominanti dell'ordine di $\xi \cong \frac{\varphi_m}{100}$
 - c. **frequenza di taglio della fdt in ciclo chiuso: >10 rad/sec**, sufficiente per un sistema di stabilità per il volo in hover comandato dal pilota (i cui segnali sono essenzialmente correttivi dell'assetto).

Potendo riassumere le specifiche in una sola frase, si potrebbe scrivere:

progettare un controllore che assicuri stabilità robusta per condizioni di volo in hover, assegnando all'operatore umano esclusivamente soltanto piccole correzioni di assetto (a causa di errori di stima, ad esempio).

In un primo tempo si è pensato di ricorrere ad un regolatore semplice di tipo PI; riferendosi al piano w in modo da poter ricorrere a tutte le tecniche applicabili a sistemi di tempo continuo [Bonivento, *et al.*, 1995], [Astrom, *et al.*, 1997], esso assume la ben nota forma:

$$C(z) = K \frac{(1 + \tau_{z1} w)}{w}$$

Si tenga presente che anche del sistema è stata considerata la sua trasformazione nel piano w :

$$\hat{G}_{ID}(w) = \tilde{G}_{ID}(z) \Big|_{z=\frac{1+wT/2}{1-wT/2}} \Rightarrow H(w) = C(w) \hat{G}_{ID}(w)$$

Risulta ovvio come l'azione integrale è necessaria per compensare i disturbi agenti sul sistema, in modo da avere una funzione di sensitività in ingresso di tipo derivativo per le basse frequenze; inoltre lo zero introduce un giusto smorzamento dei modi dominanti. I soli gradi di libertà permessi al progettista da questo tipo di regolatore sono il tuning del guadagno d'anello e della posizione dello zero $\frac{1}{\tau_{z1}}$. Prendendo in esempio la dinamica di pitch, data la simmetria del sistema, è possibile studiare il tuning di tali parametri.

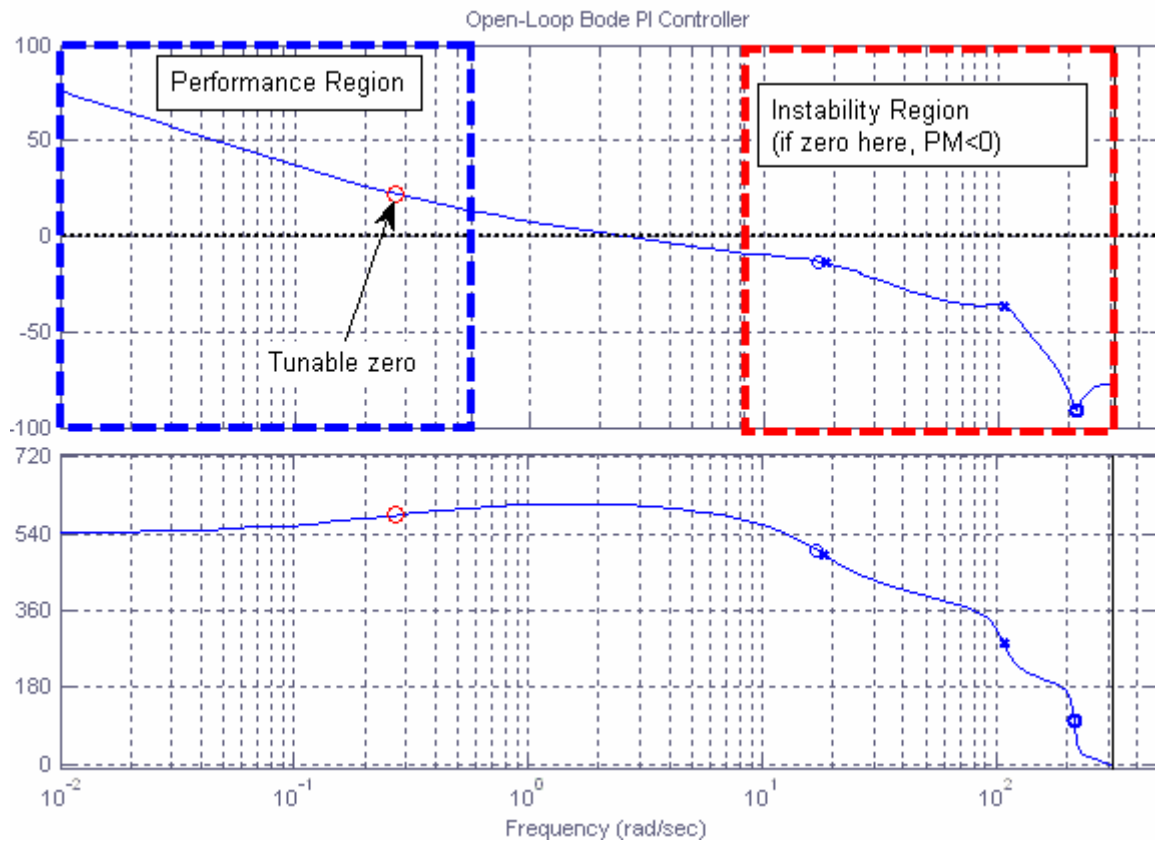


Figura 21: studio del posizionamento dello zero in base alla stabilità e performance

Nella figura precedente sono state evidenziate due regioni essenziali:

1. la prima, chiamata *Instability Region*, isola la zona delle frequenze in cui lo zero non può essere posizionato, pena l'instabilità del sistema per ogni valore del guadagno d'anello; la posizione dello zero che determina tale condizione è facilmente determinabile risolvendo la seguente condizione, rispetto a τ_{z1} :

$$\begin{cases} |H(j\omega_c, \tau_{z1})| = 1 \\ \arg\{H(j\omega_c, \tau_{z1})\} \geq k180^\circ \end{cases}$$

2. la seconda, indicata con il nome di *Performance Region*, racchiude la zona in cui è possibile l'intersezione delle tre caratteristiche di performance desiderate. In tal caso il limite superiore di tale regione (relativamente ai margini di stabilità) è determinabile imponendo la seguente condizione:

$$\begin{cases} |H(j\omega_c, \tau'_{z1})| = 1 \\ \arg\{H(j\omega_c, \tau'_{z1})\} - k180^\circ \geq 60^\circ \end{cases}$$

Serve solo il vincolo relativo al margine di fase perché, ammettendo il sistema stabile, esiste sempre un guadagno d'anello per cui il margine di guadagno rispetta la condizione.

Fra le due regioni c'è la zona di stabilità ma senza il rispetto delle performances.
 Il sistema, inoltre, è tale che la massima banda del sistema in ciclo chiuso è pari a $\approx 12rad/sec$.

Di seguito sono riportate le risposte del sistema con un controllore di tipo PI, con $\frac{1}{\tau_{z1}} = 0.996$.

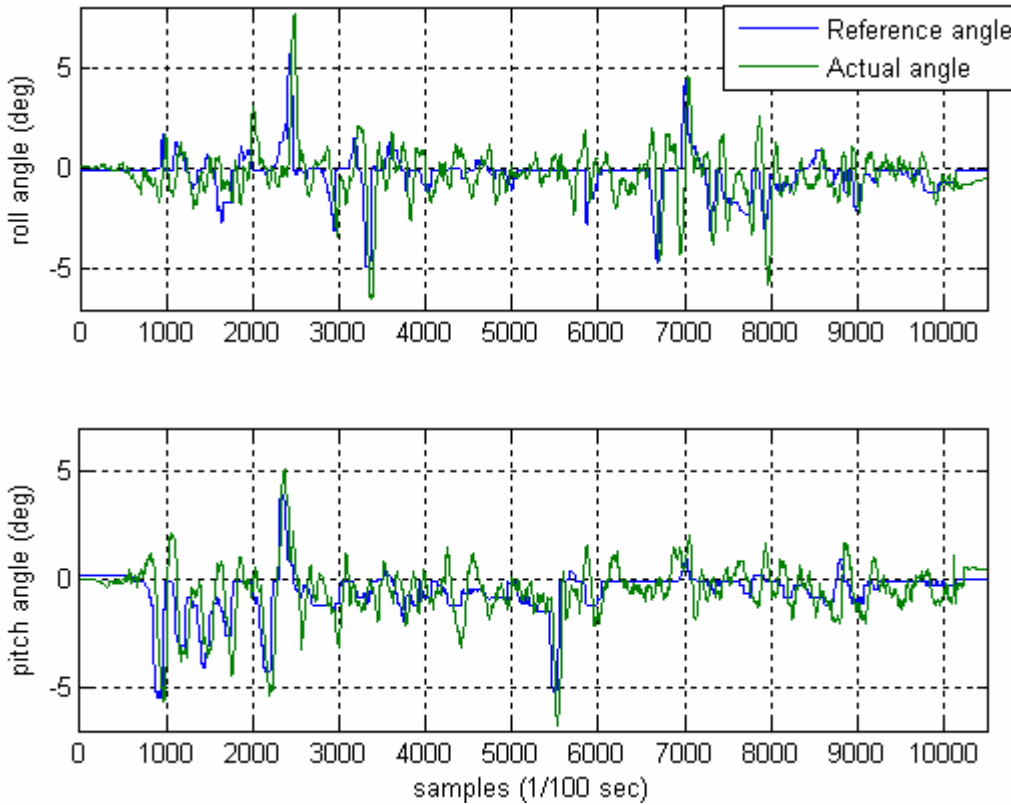
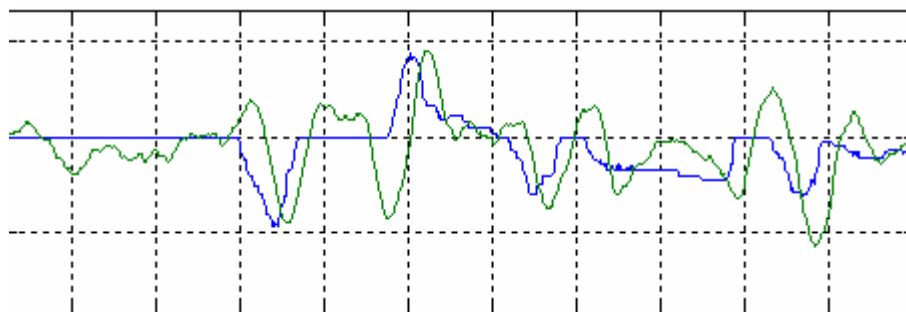


Figura 22: esperimento con PI

Come si nota il sistema è stabile, il disturbo in bassa frequenza dovuta al cavo è stata eliminata, tuttavia il sistema è ancora sensibile ai disturbi a frequenza non nulla; inoltre la banda del sistema, benché rispetta le specifiche, è al limite di esse, ed il sistema ha una certa lentezza nella risposta, come evidenziato dalla figura seguente:



In effetti, dovendo agire soltanto sulla posizione dello zero (modulando poi il guadagno), si deve tener presente che affinché si abbia una maggiore reiezione del disturbo, la sua posizione deve essere spostata più a destra in frequenza, verso il limite della regione di performance; infatti quanto più ci si sposta sulla sinistra, benché si possa assicurare la stabilità robusta, la reiezione dei disturbi peggiora, in quanto lo zero si trova ad avvicinarsi al polo nell'origine e di fatto ne annulla l'effetto nelle medie frequenze.

L'unico modo per riuscire a spostare (leggermente a causa della struttura del sistema) lo zero verso la destra (ovvero nella regione stabile ma non *performante*) mantenendo le specifiche richieste, è quello di innalzare la fase nelle frequenze di interesse: ne risulta che la scelta è stata in favore di un regolatore **PI (anti wind-up) + rete anticipatrice**, grazie al quale si è riusciti:

- ad aumentare la banda passante del sistema (raddoppiata rispetto al caso precedente e alle specifiche iniziali);
- ad assicurare una buona reiezione dei disturbi dati dagli accoppiamenti dinamici e dalla presenza del cavo
- ad assicurare la stabilità robusta.

Il regolatore assume la seguente relazione generale:

$$C(w) = K \frac{1 + \tau_p w}{w} \frac{(1 + \tau_{z1} w)}{(1 + \tau_{p1} w)} \cdots \frac{(1 + \tau_{zm} w)}{(1 + \tau_{pn} w)},$$

$$\tau_{zi} > \tau_{pi} = \alpha_i \tau_{zi}$$

È importante considerare che sono serviti più poli e zeri (quindi più reti corretttrici in serie) in quanto a causa dei ritardi e dello zero a fase non minima, la fase del sistema andava giù velocemente.

Il design dei parametri del controllore è andato di pari passo fra progettazione teorica mediante i metodi ben noti in letteratura [Bonivento, *et al.*, 1995] e sperimentazione sul velivolo reale. I risultati finali sono mostrati nelle figure seguenti. Le caratteristiche che si è stati in grado di raggiungere sono state:

1. margine di guadagno: 6.75dB;
2. margine di fase: 60.3°;
3. banda passante a 3dB: 20.1 rad/sec

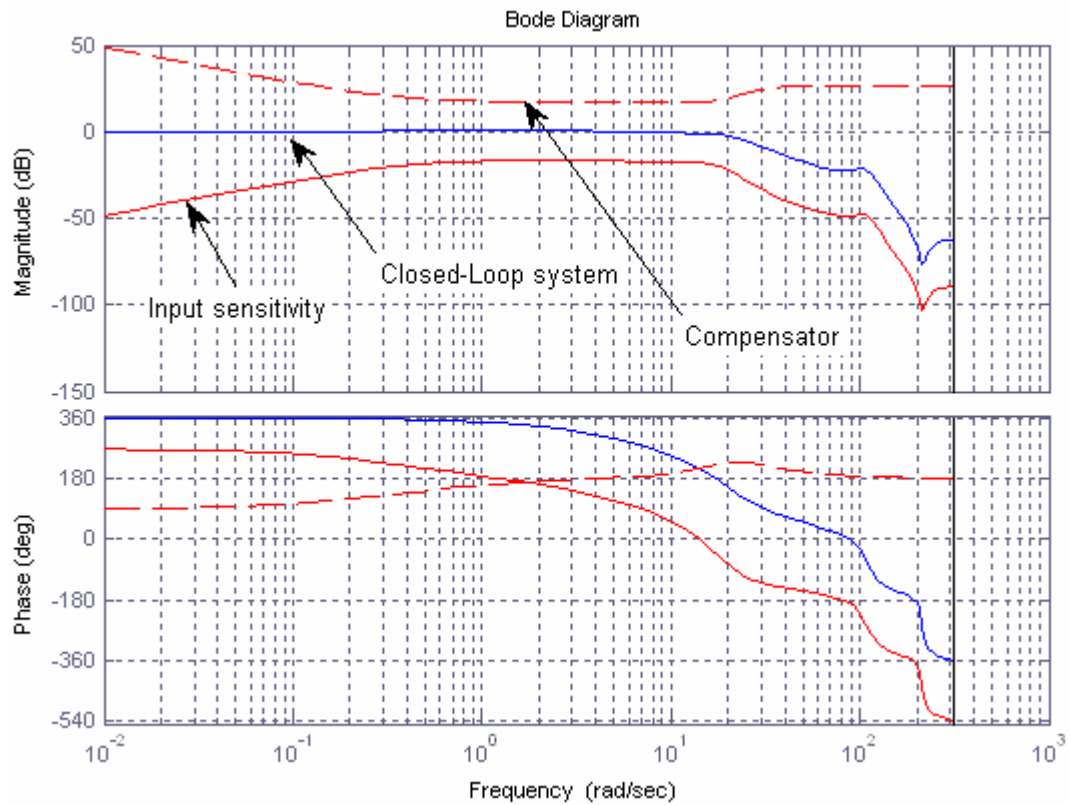


Figura 23: risultato in frequenza dell'azione di controllo

Le performance sono state valutate essere il giusto compromesso fra stabilità robusta, prontezza di risposta, damping (qualità del volo), come mostrato nell'esperimento seguente:

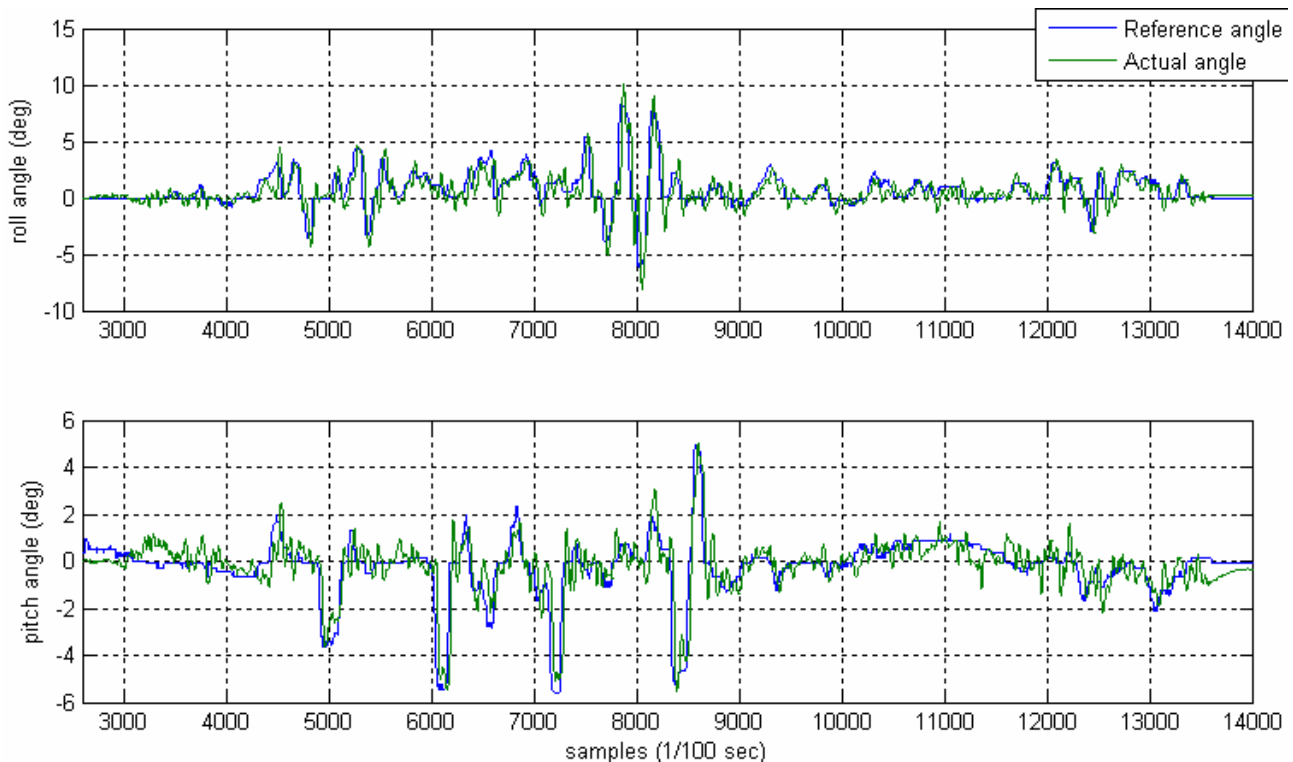


Figura 24: esperimento con controllore finale

Le oscillazioni sono dovute essenzialmente a due fattori:

- effettivamente nel diagramma di Bode del sistema in ciclo chiuso esiste un leggero ginocchio (leggera risonanza), il quale evidentemente è presente anche nel sistema reale;
- inoltre le oscillazioni presenti quando l'angolo di assetto attraversa lo zero sono dovute (ancora una volta) alla presenza del cavo, il quale si trova a dover cambiare posizione rispetto al velivolo, cosa che era possibile osservare durante la prova.

La presenza del cavo, in effetti, ha rappresentato il limite più grande per il velivolo in quanto, da un lato ne limitava la mobilità spaziale, dall'altro, possedendo una sua dinamica propria con una propria risposta in frequenza, disturbava il sistema in ogni punto di lavoro. Alcune soluzioni proposte (ma non descritte in tale lavoro di tesi perché non *ancora* realizzate), al problema sono state:

- eliminare di fatto il cavo: pur sembrando la soluzione più semplice, non è stato possibile attuarla finora in quanto, avendo la ricevente del velivolo subito alcuni danni, anche l'invio del segnale di comando è divenuto *con cavo*, senza il quale ora non sarebbe possibile metterlo in volo;
- definizione di un *disturbance observer*, preferibilmente con una parte non lineare, che sia in grado di isolare il disturbo dovuto alla presenza del cavo, inserendola in feedforward nell'anello di controllo.

Capitolo 4

Meccanizzazione canale verticale

Introduzione

Questa è stata l'ultima parte del lavoro di tesi, la quale, tuttavia, non è riuscita a portare ad un controllo di quota per i motivi che verranno spiegati in seguito. La stima della quota e della velocità di salita / discesa è stata effettuata applicando metodi noti in letteratura [Kavanagh, *et al.*, 1998, 2001].

Normalmente tale stima per velivoli ad alte velocità (aerei, ...) è effettuata integrando mediante filtro di Kalman le misure provenienti dal GPS, unità inerziali e altimetri barometrici al fine di ottenere piccoli ordini di errore; in tali sistemi, tuttavia, un errore di stima di qualche decina di centimetri non induce modifiche significative nella dinamica e nella risposta del sistema, cosa che invece non è tollerabile con velivoli altamente agili in volo stazionario a bassissime quote come nel caso del sistema in esame. Nel nostro caso, infatti, dato che una piccola variazione della velocità dei rotori induce grandi variazioni di velocità in quota, un errore di pochi centimetri può significare (e di fatto lo fa) l'impossibilità di volare a quote fisse, con forti oscillazioni, o instabilità pratica. L'integrazione del GPS nel nostro caso, può essere possibile solo se si tratta di GPS differenziali i quali effettivamente possono essere in grado di correggere, insieme all'altimetro, le misure provenienti dagli accelerometri. Risulta inutile, infatti, affermare come la meccanizzazione ottenuta mediante semplice doppia integrazione della misura effettuata dagli accelerometri sarebbe instabile dopo pochi secondi di volo; per convincersene si può scrivere:

$$\ddot{h}_c = (A - g)_a + \delta(A - g) = \ddot{h}_a + \delta(A - g)$$

$$\Delta\ddot{h} = \ddot{h}_c - \ddot{h}_a = \delta(A - g)$$

avendo indicato con il pedice 'a' le grandezze reali, e con il pedice 'c' quelle calcolate; si comprende come a seconda del termine forzante, si ottiene una dinamica esponenziale dell'errore, più o meno veloce a seconda dell'entità e dinamica della differenza $A-g$.

Nel caso studiato per la tesi, i sensori disponibili per una buona stima della quota e della sua velocità di variazione sono stati gli accelerometri ed un altimetro ad ultrasuoni. L'algoritmo di stima della quota è necessario per approssimare l'*inter - sample behaviour* della misura dell'altimetro ed eliminare di fatto l'errore di quantizzazione. Un altimetro ad ultrasuoni, infatti, a differenza dell'accelerometro, è molto stabile per lunghi periodi di tempo (si può affermare che l'accuratezza e precisione della stima non dipendono dal tempo).

Stima della quota

Da un punto di vista logico, l'algoritmo può essere illustrato come in figura seguente:

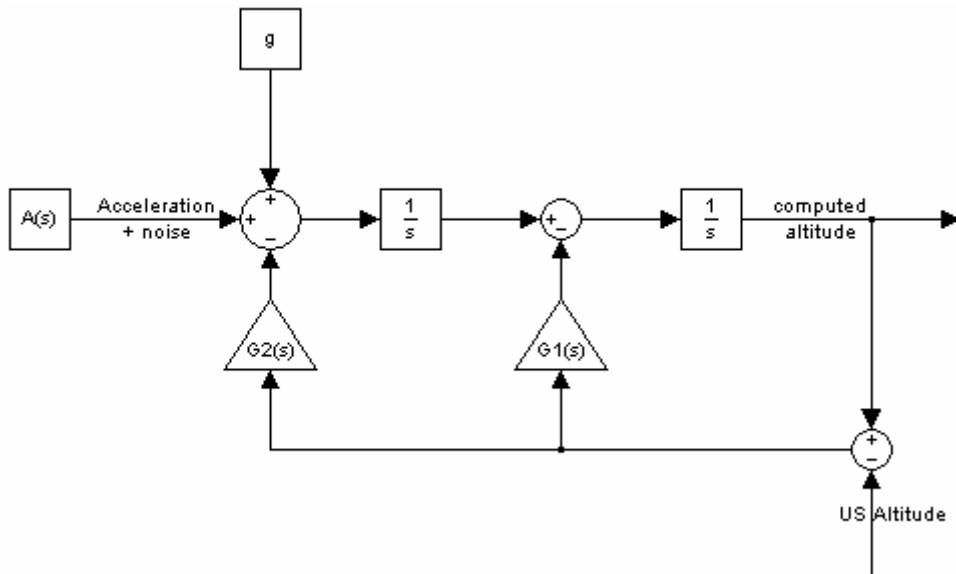


Figura 25: anello di stima della quota

Nella figura si considera:

- $A(s)$: segnale proveniente dagli accelerometri (accelerazione reale + offset + rumore);
- $G_i(s)$: filtri di correzione delle misure diretta ed integrale del primo ordine dell'uscita dell'accelerometro (indica la *fiducia* che si ripone in tali misure);
- g : gravità;
- *computer altitude*: stima risultante della quota;
- *US altitude*: misura dell'altimetro ad ultrasuoni.

In generale tale meccanizzazione parte dall'ipotesi che la quota *reale* sia quella proveniente dall'altimetro ed utilizza tale misura per correggere l'uscita dell'accelerometro.

Al fine di avere un modello matematico per studiare le performance dell'algorithmo di stima, si può scrivere:

$$\Delta h = h_c - h_a = \frac{A(s) + (G_2(s) + s G_1(s))[h_B - h_a]}{s^2 + s G_1(s) + G_2(s)}$$

Equazione 7: meccanizzazione quota

L'espressione scritta, rappresenta l'errore di stima che si commette rispetto alla quota reale (h_a); essa è funzione dei segnali provenienti dagli accelerometri **privati della componente di gravità**³ ($A(s)$), dall'altimetro (h_B) e da due filtri i quali *pesano* le misure dei due sensori in base a quanto ci si *fida* di loro. È importante notare come l'errore a cui converge la stima precedente è data dal guadagno statico della fdt scritta prima, ovvero:

³ Quindi essenzialmente il segnale dovuto al rumore ed all'accelerazione del sistema

$$\Delta h_0 = \frac{A(0)}{G_2(0)}$$

In cui $A(0)$ rappresenta in sostanza il disturbo a frequenza zero (offset) agente sugli accelerometri (privati dell'accelerazione di gravità); tale proprietà ha fornito un criterio di scelta dei guadagni, in maniera da correggere molto la misura degli accelerometri (G_2 alto) ma in modo da creare una misura il più possibile *smooth*, senza un eccessivo ritardo; una scelta affidabile è risultata essere:

$$G_1 \approx 0.83 G_2$$

Tale relazione non ha una valenza teorica ma è stata determinata mediante prove sperimentali, in base alla velocità di risposta, il ritardo di stima e l'errore medio ottenuto.

Nel grafico di seguito è mostrato un esempio di meccanizzazione effettuato sul veicolo reale a rotori fermi.

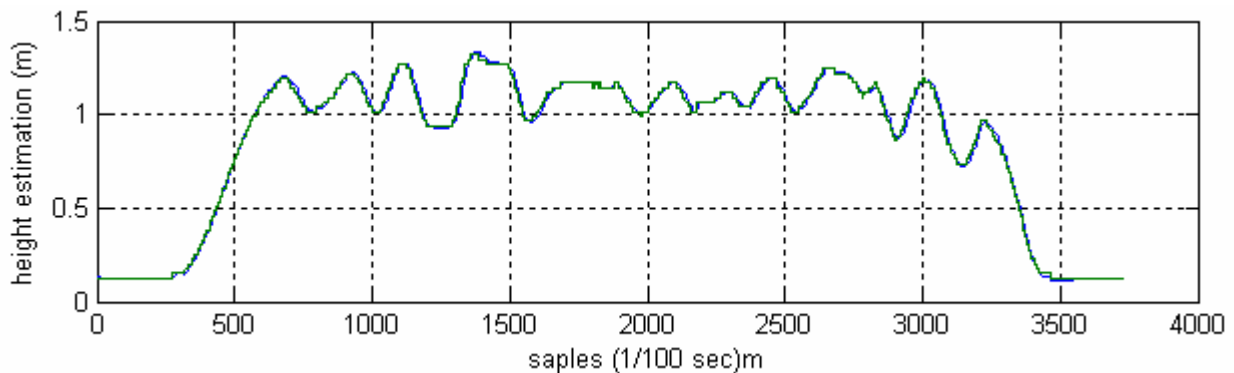


Figura 26: meccanizzazione quota

Come si nota dalle immagini precedenti, la meccanizzazione è uno strumento utile per eliminare dalle misure l'errore di quantizzazione e trovare una buona approssimazione dell'*inter-sample behaviour* (considerando come i *samples* due misure diverse fra loro dell'altimetro), il che equivale ad ottenere uno smoothing del segnale di quota.

Stima della velocità di quota

La difficoltà maggiore incontrata, connessa con il canale verticale, è stata la stima della velocità di quota. Questo tipo di problema è stato affrontato utilizzando un metodo adottato in letteratura [Kavanagh, *et al.*, 1998, 2001] il quale prevede la definizione di un filtro di tipo FIR che approssimi per un certo range di frequenze di interesse un derivatore.

L'idea di base è che un differenziatore è un sistema la cui risposta in frequenza è proporzionale alla frequenza [Vainio, *et al.*, 1996]; in particolare, data la composizione dei segnali di interesse, esso deve approssimare il derivatore ideale per le basse frequenze, attenuando quelle più alte.

Il filtro FIR implementato consiste di un filtro trasversale di lunghezza N (corrispondente a N-1 elementi di ritardo puro) con coefficienti $h_n, n = 1, \dots, N-1$. L'altmetro è considerato come un semplice quantizzatore, il cui ingresso è rappresentato dalla sequenza (valori di quota)

$$p_i = p_0 + v_i T_s,$$

in cui con v_i si è indicato la velocità di variazione della quota e con T_s il tempo di campionamento del sensore. L'uscita del quantizzatore è rappresentata con una sequenza uniformemente quantizzata $\{p_q\}$ che si assume essere generata da una funzione arrotondatrice $q(\cdot)$ in modo che $p_q = q(p)$ sia un valore intero. L'uscita del filtro all'istante di campionamento i è la stima della velocità

$$\hat{v}_i = T_s \sum_{n=0}^{N-1} h_n p_q(i-n)$$

La corrispondente fdt del filtro è:

$$H(z) = \frac{\sum_{n=0}^{N-1} h_n z^{N-1-n}}{z^{N-1}}$$

Equazione 8: FIR differentiator

Se si pensa all'azione di un derivatore (assumendo il segnale di ingresso lentamente variabile), essa può essere descritta con le seguenti due condizioni:

$$\begin{cases} \sum_{n=0}^{N-1} h_n = 0 \\ \sum_{n=0}^{N-1} n h_n = -1 \end{cases}$$

In cui la prima indica il fatto che l'uscita del filtro per segnali costanti deve essere nulla; la seconda sta a determinare come, considerando ingressi a rampa, l'uscita del filtro deve essere il valore di tale rampa [Vainio, *et al.*, 1996].

Si pone il problema di determinare un valore ottimale dei coefficienti del filtro; ovvero, dati i vincoli appena scritti, serve una funzione che determini i valori dei coefficienti che rispettino i

vincoli. Un metodo può essere quello di definire una funzione di costo da minimizzare rispetto a h_n , $n = 1, \dots, N - 1$, che fornisca dei valori ottimi a tali coefficienti.

La soluzione del problema si trova pensando alle caratteristiche del segnale di ingresso al filtro e ciò al segnale quantizzato. È noto dalla letteratura che gli effetti della quantizzazione nei filtri digitali generano comportamenti simili a rumori stocastici (come suggerito dallo studio dello spettro dei segnali), quindi è usanza comune considerare tali segnali come pseudo - random, sintetizzandoli di fatto come rumore bianco. Questo significa che l'errore tra l'uscita del filtro dovuta al segnale quantizzato e quella che si avrebbe con il segnale vero differiscono a causa di un rumore bianco. Tale errore è definito come:

$$e(i) = \sum_{n=0}^{N-1} h_n (p(i-n) - p_q(i-n))$$

Se ne si considera l'autocorrelazione, si ottiene:

$$R_e(r) = E \left\{ \left[\sum_{n=0}^{N-1} h_n (p(i-n) - p_q(i-n)) \right] \left[\sum_{n=0}^{N-1} h_n (p(i-r-n) - p_q(i-r-n)) \right] \right\}.$$

Un'elaborazione della precedente (contenuta in [Kavanagh, *et al.*, 2001]) conduce al seguente risultato:

$$e_{ms}(i) = \frac{1}{12} \sum_{n=0}^{N-1} h_n^2$$

Considerando la precedente come la funzione di costo da minimizzare, è possibile definire il problema di ottimo vincolato:

$$\begin{cases} \min_{h_n} J(N, h_n) = \min_{h_n} \frac{1}{12} \sum_{n=0}^{N-1} h_n^2 \\ \sum_{n=0}^{N-1} h_n = 0 \\ \sum_{n=0}^{N-1} n h_n = -1 \end{cases}$$

Equazione 9: problema di ottimo

Il problema si può risolvere con il metodo dei moltiplicatori di Lagrange:

$$H = \frac{1}{12} \sum_{n=0}^{N-1} h_n^2 + \lambda_1 \sum_{n=0}^{N-1} h_n + \lambda_2 \left(\sum_{n=0}^{N-1} n h_n + 1 \right) \Rightarrow$$

$$\frac{\partial H}{\partial h_n} = \frac{1}{6} h_n + \lambda_1 + m \lambda_2 = 0, \quad m = 0, \dots, N-1 \Rightarrow (N-1 \text{ equazioni})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{n=0}^{N-1} h_n = 0 \\ \sum_{n=0}^{N-1} n h_n = -1 \\ \frac{1}{6} h_0 + \lambda_1 = 0 \\ \frac{1}{6} h_1 + \lambda_1 + \lambda_2 = 0 \\ \vdots \\ \frac{1}{6} h_{N-1} + \lambda_1 + (N-1)\lambda_2 = 0 \end{array} \right.$$

Equazione 10: Hessiano del problema di ottimo

L'ultimo sistema scritto è lineare nelle incognite $h_n + \lambda_i$; la sua soluzione è:

$$h_n = \frac{6}{N(N-1)} \left(1 - \frac{2n}{N-1} \right), \quad n = 0, \dots, N-1$$

Equazione 11: coefficienti ottimi

Che sono i coefficienti ottimi cercati.

Di seguito è mostrata la risposta in frequenza del FIR per alcuni valori di N

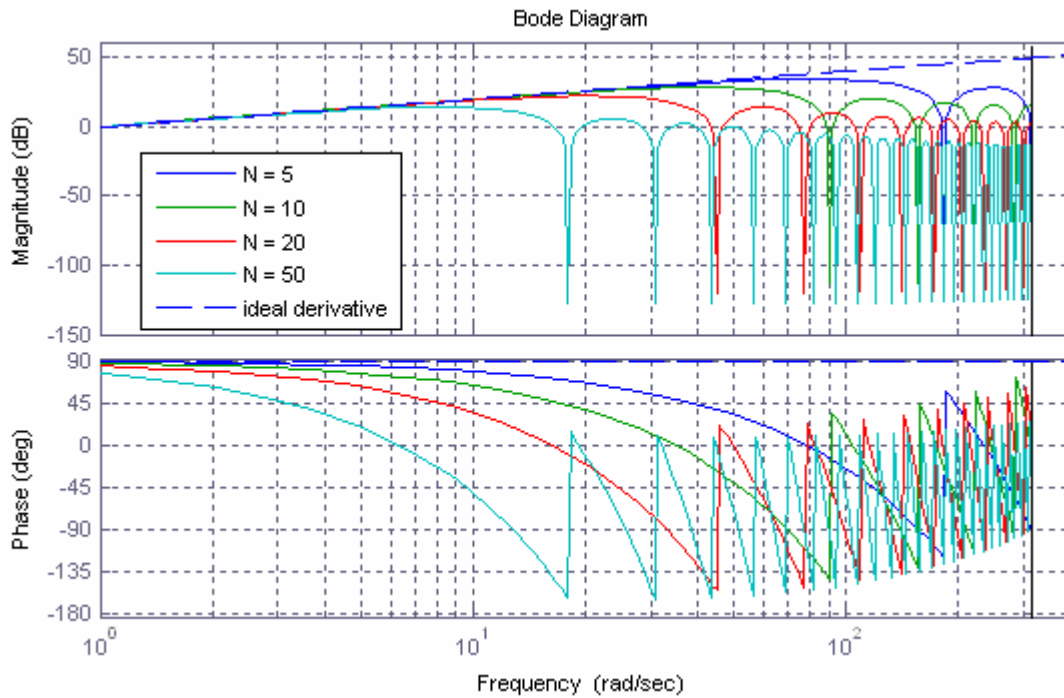


Figura 27: confronto risposta in frequenza del FIR al variare di N

Tornando all'esempio di prima, in figura è mostrata l'uscita del filtro

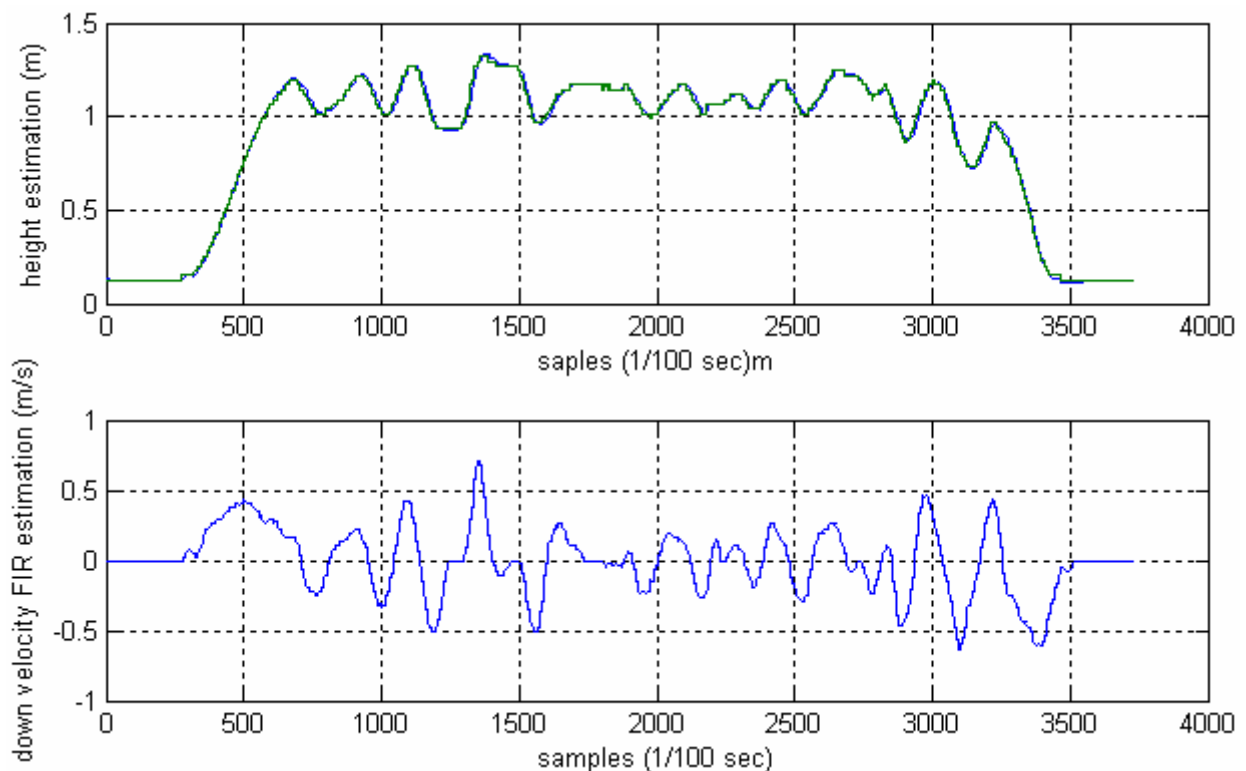
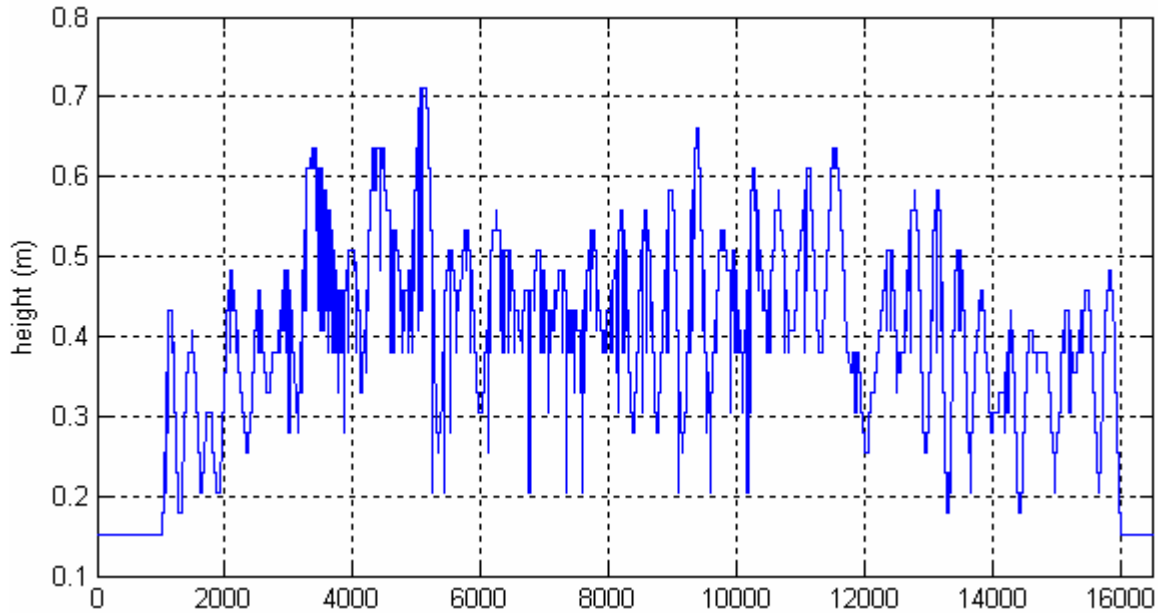


Figura 28: meccanizzazione quota e stima velocità

Finora l'anello di quota è sempre stato aperto, questo perché nel momento in cui i rotori venivano azionati, nell'altimetro rientravano disturbi ineliminabili con dei filtri *statici*: essendo l'altimetro il sensore di correzione degli accelerometri, la stima della quota e della velocità era di fatto

inutilizzabile (come mostrato nella figura seguente). Ad oggi non è chiaro quale sia l'elemento di disturbo, in quanto spesso le prove effettuate per capirlo hanno restituito risultati discordanti; basti pensare che in rarissimi casi (circa 2 / 200 prove) l'altimetro pur in volo non ha avuto alcun errore di stima; si può comprendere come tale effetto "aleatorio" non ha di fatto reso possibile l'implementazione ed il testing di un anello di quota per il velivolo.



Conclusioni e sviluppi futuri

Con il lavoro di tesi svolto, il velivolo in esame è stato reso abile al volo di stabilità in assetto, anche nel caso in cui il pilota non abbia mai avuto esperienze di volo con velivoli-modello reali. Esso ha reso possibile la redazione di una serie di priorità, di cui di seguito sono riportate le due ritenute più importanti, che hanno come fine quello di risolvere le problematiche verso una completa automazione del sistema.

- Innanzitutto è necessario rendere il velivolo libero di volare con ampi spazi di mobilità, rimpiazzando la ricevente con una funzionante e, di fatto, staccando il cavo che lo tiene legato; il passo successivo, dunque, si ritiene debba rendere possibile l'utilizzo dell'autopilota ICARO sviluppato in laboratorio a cui affidare il carico computazionale e la generazione dei segnali di controllo;
- l'identificazione ha fornito un modello particolarmente accurato del sistema, per cui un secondo passo dovrebbe essere quello di estendere il filtro di Kalman con il modello identificato al fine di fornire una stima più accurata dello stato del velivolo; si noti, infatti, come, data l'alta agilità del sistema, un errore di 1° in assetto, se non compensato, induce accelerazioni (ad esempio lungo l'asse x) dell'ordine di:

$$\delta\phi = \phi_{\text{actual}} - \phi_{\text{measured}} = 1^\circ \Rightarrow \ddot{x} \cong g\theta \cong 0.17 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Una soluzione è sicuramente quella di chiudere anche l'anello di velocità lineare mediante l'utilizzo DGPS (durante le prove è stata tentata tale retroazione con un GPS standard ma gli errori di misura erano tali da peggiorare il comportamento, in quanto il velivolo si trovava ad inseguire l'ondulazione della velocità misurata). Con un tale sistema, in effetti, si avrebbe anche una ridondanza di misure sull'anello di quota, il che potrebbe rendere possibile la correzione adattiva dei disturbi agenti sull'altimetro, tramite il filtro di Kalman.

Riferimenti

[Astrom *et. al.*, 1997]: Karl Astrom, Bjorn Wittenmark, *Computer controller systems – Theory and design (3rd edition)*, Prentice Hall, 1997;

[Bonivento *et. al.*, 2004]: C. Bonivento, C. Melchiorri, R. Zanasi, *Sistemi di Controllo Digitale*, Progetto Leonardo, 2004;

[Kavanagh, 2001]: R. C. Kavanagh, *FIR Differentiators for quantized signals*, IEEE transactions on signal processing, vol. 49, 2001;

[Kavanagh, *et. al.*, 1998]: R. C. Kavanagh, M. D. Murphy, *The effects of quantization noise and sensor nonideality on digital differentiator – based rate measurement*, IEEE transactions on instrumentation and measurement, vol. 47, n° 6, 1998;

[Ljung, 1999]: Lennart Ljung, *System Identification – Theory for the user (2nd edition)*, Prentice Hall, 1999;

[Vainio, *et. al.*, 1996]: O. Vainio, M. Renfors, T. Saramaki, *Recursive Implementation of FIR Differentiators with optimum noise attenuation*, 1996;

[Zhou, 1997]: Kermin Zhou, *Essentials of robust control*, Prentice Hall, 1997