

Università di Pisa

Facoltà di Scienze Matematiche Fisiche e Naturali

Corso di Laurea Specialistica in Scienze Fisiche

Anno Accademico 2007/2008

Tesi di Laurea Specialistica

Nucleazione della materia di Quark  
nella materia adronica densa

CANDIDATO

Domenico Logoteta

RELATORE

Chiarissimo Prof. Ignazio Bombaci

# Indice

<b>Introduzione</b>	<b>2</b>
<b>1 Equazione di stato</b>	<b>6</b>
1.1 Modello a temperatura nulla . . . . .	6
1.2 Modello a temperatura finita . . . . .	10
1.3 Materia adronica $\beta$ -stabile . . . . .	11
1.4 Materia di quark . . . . .	12
1.5 Fase mista . . . . .	14
1.6 Risultati e discussioni (caso $T=0$ ) . . . . .	16
1.7 Risultati e discussioni (caso $T \neq 0$ ) . . . . .	18
<b>2 Stelle di neutroni</b>	<b>29</b>
2.1 Gli oggetti compatti . . . . .	29
2.2 Caratteristiche generali . . . . .	30
2.3 La crosta delle stelle di neutroni . . . . .	31
2.4 Equilibrio idrostatico in relatività generale . . . . .	36
2.5 Risultati e discussioni . . . . .	38
2.6 Stelle strane . . . . .	39
2.7 Risultati per $T \neq 0$ . . . . .	40
2.8 Confronto con le masse osservate . . . . .	41
<b>3 Teoria della nucleazione</b>	<b>46</b>
3.1 Nucleazione quantistica . . . . .	46
3.2 Nucleazione termica . . . . .	51
3.3 Risultati e discussioni . . . . .	54
3.4 Possibili conseguenze astrofisiche (caso $T=0$ ) . . . . .	57
3.5 Possibili conseguenze astrofisiche (caso $T \neq 0$ ) . . . . .	62
3.6 Conclusioni e possibili estensioni . . . . .	67
<b>Bibliografia</b>	<b>69</b>
3.7 Ringraziamenti . . . . .	71

# Introduzione

La possibilità di trovare nell'universo delle condizioni fisiche per le quali i quarks sono deconfinati rappresenta uno degli scenari più affascinanti ma allo stesso tempo incerti della fisica contemporanea.

La materia ordinaria predilige senza dubbio il confinamento dei quarks all'interno degli adroni, tuttavia in condizioni di temperatura e densità molto elevate è prevista la possibilità che esista una fase deconfinata. Tali condizioni particolari potrebbero essersi verificate nell'universo primordiale durante i primi  $10^{-6}$  secondi dopo il big bang, quando la temperatura era dell'ordine di 170 MeV. Si pensa che lo stato della materia in questo stadio dell'evoluzione dell'universo fosse formato da un plasma di elettroni quarks e gluoni (quark-gluon-plasma). Solo in seguito all'espansione dell'universo e al conseguente raffreddamento di tale plasma ci sarebbero state le condizioni favorevoli al confinamento dei quarks negli adroni (condizioni che permangono tutt'oggi). Restano ancora molte perplessità sull'argomento; in particolare resta da stabilire se la transizione di confinamento (deconfinamento) sia del primo o del secondo ordine (o se è un cross-over) e resta da capire qual è il reale meccanismo che rende possibile il confinamento. La difficoltà a rispondere a queste domande risiede nel fatto che la teoria che descrive le interazioni tra i quarks (QCD) è fortemente non lineare e, a differenza della teoria elettrodebole, per la QCD non è possibile in generale effettuare uno sviluppo perturbativo nel parametro di accoppiamento ( $\alpha_s$ ) se non nelle regioni cinematiche ad alto impulso trasverso. Solo recentemente calcoli non perturbativi su reticolo stanno fornendo delle giustificazioni teoriche del fenomeno del confinamento.

In attesa di avere maggiori certezze dai calcoli della QCD, non resta che usare dei modelli fenomenologici per descrivere la fase deconfinata dei quarks, come ad esempio modelli ispirati al MIT bag model per gli adroni o il Nambu-Jona-Lasinio model.

Oltre alle speculazioni teoriche, è possibile ottenere informazioni sul quark gluon

plasma dagli esperimenti di collisione tra ioni pesanti. Citiamo ad esempio l'esperimento ALICE al Cern (in fase di calibrazione) che studierà le collisioni tra ioni di Pb a un'energia nel centro di massa pari a 5.5 TeV e l'esperimento RHIC (Brookhaven) che utilizza collisioni tra ioni di Au. In tali esperimenti gli atomi vengono fatti collidere a velocità tali da ricreare per pochi istanti la temperatura tipica del deconfinamento. I risultati recenti suggeriscono che tali condizioni sono effettivamente raggiungibili. Nei prossimi anni i risultati di ALICE potranno offrire una panoramica più dettagliata sulla fisica del quark gluon plasma.

Tuttavia l'universo primordiale e gli acceleratori non sono i soli luoghi in cui è pensabile trovare una fase deconfinata. Un'altra alternativa potrebbe essere l'interno delle stelle di neutroni. Queste stelle sono gli oggetti più densi conosciuti nell'universo e raggiungono densità dell'ordine di  $10^{15}$  g/cm<sup>3</sup> mentre la loro temperatura diventa minore di 1 MeV dopo poco tempo dalla loro formazione (circa 1000 secondi). La densità di una stella di neutroni è quindi ben oltre la densità di saturazione della materia nucleare che è dell'ordine di  $\rho_0 = 2.8 \times 10^{14}$  g/cm<sup>3</sup>, quindi in linea di principio gli strati più interni di una stella di neutroni potrebbero ospitare una fase deconfinata (materia di quark). Questo tipo di stelle di neutroni vengono chiamate stelle ibride; esse si distinguono dalle stelle di neutroni puramente adroniche che non ospitano al loro interno una fase deconfinata.

Tale possibilità è stata fortemente investigata negli ultimi decenni da vari autori, specialmente dopo che Edward Witten nel 1984 riprese una proposta formulata da Itoh (1970) [25] e Bodmer (1971) [26] secondo la quale lo stato fondamentale della materia non sarebbe costituito dal <sup>56</sup>Fe, ma dalla fase deconfinata di quarks u, d, s (strange quark matter hypothesis). Una delle conseguenze dell'ipotesi di Bodmer-Witten è la possibile esistenza di stelle di neutroni interamente costituite da materia strana che vengono chiamate stelle strane (strange stars).

La presente tesi costituisce una naturale prosecuzione del lavoro di Berezhiani et al [31] Bombaci et al. [28]. In Tali lavori sono state investigate svariate caratteristiche della transizione di deconfinamento dei quarks nelle stelle di neutroni. L'aspetto originale della ricerca descritta in [31], [28] rispetto ai lavori precedenti sullo stesso argomento, è stato quello di includere gli effetti di "dimensione finita" nello studio del processo di formazione della prima goccia di materia di quark (nucleazione) nel centro della stella. Nella materia di adronica (fase confinata) a temperatura nulla (T=0) la prima goccia di quark (QM) può essere formata solo attraverso un processo di nucleazione quantistica. Nell'approccio di rif. [31], [28], nella descrizione della transizione di fase di deconfinamento entra in gioco una

scala temporale data dal tempo di nucleazione per formare la prima goccia (non virtuale) di materia di quark. Questo nuovo aspetto del problema ha varie interessanti conseguenze astrofisiche. In primo luogo, è stato mostrato che al di sopra di un valore di soglia della pressione centrale (ovvero al di sopra di un valore di soglia della massa gravitazionale) una stella di neutroni puramente adronica (stella adronica) risulta metastabile. Pertanto la nucleazione della prima goccia di materia di quark in una stella adronica metastabile innescherà un processo di conversione di questa stella in una stella di quark (QS: stella ibrida o strana). Tale processo [20], [31], [28] libera una quantità enorme di energia ( $1 - 4 \times 10^{53}$  erg) che potrebbe essere la sorgente energetica (central engine) di alcuni gamma ray burst (GRBs). Il modello di rif. [31], [28] è in grado di spiegare l'associazione tra esplosioni di Supernovae (SN) e GRBs, inoltre è in grado di spiegare, maniera assai semplice, un possibile ritardo temporale, di durata variabile entro un ampio margine che va da qualche secondo fino a molti anni, tra SN e il GRB.

Inoltre, gli autori dei rif. [31], [28] hanno introdotto il concetto di massa critica ( $M_{cr}$ ) per la sequenza di stelle compatte puramente adroniche, come il valore della massa gravitazionale della stella compatta adronica (“stella di neutroni”) per la quale il tempo di nucleazione è uguale a un anno (un tempo “piccolo” rispetto alle età tipiche delle stelle di neutroni). La massa critica  $M_{cr}$  gioca il ruolo di una massa massima efficace per le stelle compatte puramente adroniche, rispetto alla massa massima “classica” introdotta da Oppenheimer e Volkoff. È stato pertanto generalizzato [28] il concetto di massa limite di una stella di neutroni.

Nel presente lavoro verrà affrontato il problema della nucleazione della materia di quark a temperatura finita. L'introduzione della temperatura fa sì che la nucleazione possa avvenire in due diversi modi: o per via quantistica (ossia per effetto tunnel) o per via termica (ossia per scavalco della barriera che la goccia di materia deconfinata deve superare per nucleare). In particolare si cercherà di stabilire in quali range di temperature a dominare è l'uno o l'altro meccanismo di nucleazione. Sarà inoltre discusso il caso di neutrino trapping a  $T=0$  e il relativo effetto sulle condizioni che determinano la transizione di deconfinamento. Infine si discuteranno alcune possibili conseguenze astrofisiche legate alle stelle di neutroni.

Il lavoro è organizzato come segue: nel primo capitolo è presentata una discussione sull'equazione di stato della materia nucleare con e senza iperoni sia a  $T=0$  che a temperatura finita; il secondo capitolo è dedicato alle generalità sulle stelle di neutroni e all'equilibrio idrostatico in relatività generale; infine nell'ultimo capitolo è discussa la teoria

della nucleazione e vengono discussi i risultati della tesi e alcune possibili applicazioni alla fisica delle stelle di neutroni.

## Capitolo 1

# Equazione di stato

In questa sezione verranno introdotti i modelli fisici che saranno utilizzati nel presente lavoro per determinare l'equazione di stato e le proprietà della materia ad alta densità ( $\rho > \rho_0$ ), sia nella fase confinata (materia adronica) che in quella deconfinata (materia di quarks). Si incomincerà con una trattazione del Walecka model, modello basato su una teoria quantistico-relativistica di campo nell'approssimazione di campo medio e delle sue generalizzazioni; si passerà poi a descrivere la fase deconfinata utilizzando un modello ispirato al MIT bag model; infine si discuterà la fase mista che costituisce una sorta di sintesi dei due modelli.

### 1.1 Modello a temperatura nulla

Nella sua versione originale il Walecka model (Johnson, Teller [1] e Walecka [2]) era stato proposto come modello di materia nucleare in cui neutroni e protoni interagivano tramite lo scambio di un mesone scalare  $\sigma$  e di uno vettoriale  $\omega$ . La lagrangiana del sistema è della seguente forma:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \bar{\psi}[i\gamma_\mu(\partial^\mu + ig_\omega\omega^\mu) - (m - g_\sigma\sigma)]\psi \\ & + \frac{1}{2}(\partial_\mu\sigma\partial^\mu\sigma - m_\sigma^2\sigma^2) - \frac{1}{4}\omega_{\mu\nu}\omega^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_\mu\omega^\mu. \end{aligned} \quad (1.1)$$

Nell'espressione precedente le  $\psi = (\psi_n, \psi_p)$  rappresentano i quadrispinori di Dirac dei nucleoni e  $\sigma(x)$ ,  $\omega(x)$  i campi dei due mesoni. Il modello dipende da due parametri  $g_\sigma$  e  $g_\omega$  coupling constants dell'interazione mesone-nucleone. Facendo uso delle equazioni di Eulero-Lagrange

si possono ottenere le equazioni del moto per i quattro campi:

$$(\square + m_\sigma^2)\sigma(x) = g_\sigma \bar{\psi}(x)\psi(x). \quad (1.2)$$

$$(\square + m_\omega^2)\omega(x) = g_\omega \bar{\psi}(x)\gamma_\mu\psi(x). \quad (1.3)$$

$$[\gamma_\mu(\partial^\mu - g_\omega\omega^\mu(x)) - (m - g_\sigma\sigma(x))]\psi(x) = 0. \quad (1.4)$$

In approssimazione di campo medio (materia statica, uniforme nel suo stato fondamentale) si ha:

$$m_\sigma^2\sigma = g_\sigma \langle \bar{\psi}\psi \rangle, \quad (1.5)$$

$$m_{\omega_0}^2\omega = g_\omega \langle \psi^\dagger\psi \rangle, \quad (1.6)$$

$$m_{\omega_k}^2\omega = g_\omega \langle \bar{\psi}\gamma_k\psi \rangle, \quad (1.7)$$

dove adesso le correnti  $\langle \bar{\psi}\psi \rangle$  e  $\langle \bar{\psi}\gamma_k\psi \rangle$  sono indipendenti da  $x$ .

Risolvendo il sistema di equazioni(1.5), (1.6), (1.7) e usando il tensore energia impulso  $T^{\mu\nu}$ , si ottengono le seguenti espressioni per la pressione e la densità di energia:

$$\epsilon = \frac{1}{2}m_{\omega_0}^2\omega^2 + \frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma^2 + \frac{2}{\pi^2} \int_0^k k^2 \sqrt{k^2 + (m - g_\sigma\sigma)^2} dk. \quad (1.8)$$

$$P = \frac{1}{2}m_{\omega_0}^2\omega^2 - \frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma^2 + \frac{1}{3} \frac{2}{\pi^2} \int_0^k k^4 \sqrt{k^2 + (m - g_\sigma\sigma)^2} dk. \quad (1.9)$$

Dato che il sistema dipende da due parametri, i valori della densità di saturazione della materia nucleare ( $\rho_0$ ) e dell'energia di legame per particella ( $B/A$ ) possono essere fittati esattamente. Tuttavia gli altri parametri di interesse della materia nucleare non sono ben riprodotti da questo modello. In particolare per la compressibilità della materia nucleare si ottiene un valore di  $K = 550$  MeV (il valore sperimentale è tra i 200 e i 300 MeV ) mentre per la massa efficace  $m^*/m$  un valore dell'ordine di 0.5 (il valore sperimentale è circa 0.7). Il coefficiente del termine di simmetria è anch'esso mal riprodotto (il valore predetto è di circa 15 MeV mentre il valore sperimentale è di circa 32 MeV).

A causa di tali deficienze il modello venne modificato da Boguta e Bodmer ([3]) i quali introdussero nella lagrangiana un termine di self-interaction per il campo  $\sigma$ :

$$U(\sigma) = \frac{1}{3}bm(g_\sigma\omega)^2 + \frac{1}{4}c(g_\sigma\omega)^4. \quad (1.10)$$

I due nuovi parametri  $b$  e  $c$  possono essere usati per fittare i valori sperimentali di  $B/A$ ,  $\rho_0$ ,  $K$ , e  $m^*/m$ .



È necessaria un'ultima modifica a questo modello per assicurare che il termine di simmetria venga anch'esso ben riprodotto. A tal fine si aggiunge al sistema un mesone isovettoriale  $\rho$ . Questo mesone produce nella lagrangiana di interazione un termine del tipo  $-g_\rho \boldsymbol{\rho}_\mu \cdot \mathbf{I}^\mu$  dove:

$$\mathbf{I}^\nu = \frac{1}{2} \bar{\psi} \boldsymbol{\gamma}^\nu \boldsymbol{\tau} \psi + \boldsymbol{\rho}_\mu \wedge \rho^{\nu\mu} + 2g_\rho (\boldsymbol{\rho}^\nu \wedge \boldsymbol{\rho}^\mu) \wedge \boldsymbol{\rho}_\mu,$$

e  $g_\rho$  è la relativa costante di accoppiamento. Di conseguenza le equazioni del moto relative al campo  $\boldsymbol{\rho}$  (sempre in approssimazione di campo medio) risultano:

$$g_\rho \rho_3^0 = \left( \frac{g_\rho}{m_\rho} \right)^2 \frac{1}{2} (\rho_p - \rho_n). \quad (1.11)$$

$$g_\rho \rho_3^k = 0. \quad (1.12)$$

Dove  $\rho_n$  e  $\rho_p$  sono le densità numeriche di neutroni e protoni a  $T=0$ . Le equazioni del moto per i nucleoni diventano:

$$\left[ \gamma_\mu (\partial^\mu - \frac{1}{2} g_\rho \tau_3 \rho_3^\mu - g_\omega \omega^\mu(x)) - (m - g_\sigma \sigma(x)) \right] \psi(x) = 0. \quad (1.13)$$

Per la densità di energia e la pressione si ha:

$$\begin{aligned} \epsilon = & \frac{1}{3} b m (g_\sigma \sigma)^3 + \frac{1}{4} c (g_\sigma \sigma)^4 + \frac{1}{2} m_{\omega_0}^2 \omega^2 + \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma^2 + \frac{1}{2} m_\rho^2 \rho_{03}^2 + \\ & \frac{1}{\pi^2} \int_0^{k_p} k^2 \sqrt{k^2 + (m - g_\sigma \sigma)^2} dk + \frac{1}{\pi^2} \int_0^{k_n} k^2 \sqrt{k^2 + (m - g_\sigma \sigma)^2} dk. \end{aligned} \quad (1.14)$$

$$\begin{aligned} P = & -\frac{1}{3} b m (g_\sigma \sigma)^3 - \frac{1}{4} c (g_\sigma \sigma)^4 + \frac{1}{2} m_{\omega_0}^2 \omega^2 - \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma^2 + \frac{1}{2} m_\rho^2 \rho_{03}^2 + \\ & \frac{1}{3} \frac{1}{\pi^2} \int_0^{k_p} k^4 \sqrt{k^2 + (m - g_\sigma \sigma)^2} dk + \frac{1}{3} \frac{1}{\pi^2} \int_0^{k_n} k^4 \sqrt{k^2 + (m - g_\sigma \sigma)^2} dk. \end{aligned} \quad (1.15)$$

Il modello fin qui descritto può essere semplicemente generalizzato includendo l'intero ottetto barionico [10] e considerando quindi la presenza degli iperoni:  $\Lambda$ ,  $\Xi^0$ ,  $\Xi^-$ ,  $\Sigma^+$ ,  $\Sigma^0$ ,  $\Sigma^-$ . La lagrangiana complessiva risulta essere della seguente forma:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \sum_B \bar{\psi}_B [i \gamma_\mu (\partial^\mu - g_{\omega B} \gamma_\mu \omega^\mu) - m_B + g_{\sigma B} \sigma] - \frac{1}{2} g_{\sigma B} \gamma_\mu \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\rho}^\mu \psi \\ & + \frac{1}{2} (\partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma - m_\sigma^2 \sigma^2) - \frac{1}{4} \omega_{\mu\nu} \omega^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu - \frac{1}{4} \rho_{\mu\nu} \rho^{\mu\nu} \\ & + \frac{1}{2} m_\rho^2 \rho_\mu \rho^\mu - \frac{1}{3} b m (g_\sigma \omega)^2 - \frac{1}{4} c (g_\sigma \omega)^4. \end{aligned} \quad (1.16)$$

Le coupling constant degli iperoni  $g_{\sigma B}$ ,  $g_{\omega B}$ ,  $g_{\rho B}$  sono legate a quelle dei nucleoni dalle relazioni:  $g_{\sigma B} = x_\sigma g_\sigma$ ,  $g_{\omega B} = x_\omega g_\omega$ ,  $g_{\rho B} = x_\rho g_\rho$ . La presenza degli iperoni avrà un ruolo

K	$m^*/m$	$(g_\sigma/m_\sigma)^2$	$(g_\omega/m_\omega)^2$	$(g_\rho/m_\rho)^2$	b	c
300	0.7	11.79	7.149	4.411	0.002947	-0.001070
240	0.78	9.927	4.820	4.791	0.008659	-0.002421

Tabella 1.1: Possibili scelte dei valori delle coupling constant che riproducono le proprietà della materia nucleare.

fondamentale nella determinazione delle proprietà delle stelle di neutroni. In particolare si osserverà che l'equazione di stato (EOS) diventerà più soft con la presenza degli iperoni. I valori di  $x_\sigma$ ,  $x_\omega$ ,  $x_\rho$  non possono essere dedotti dalle proprietà della materia nucleare come fatto in precedenza per i nucleoni. È possibile ottenere alcune informazioni a riguardo dai livelli energetici degli ipernuclei. A causa della scarsità di dati si fa l'ipotesi (forzata) che tutti gli iperoni abbiano le stesse costanti di accoppiamento della  $\Lambda$ . I risultati sperimentali [4], [5] suggeriscono:  $x_\sigma = x_\rho = x$ . Tuttavia valori di  $x$  tra 0.2 e 0.4 producono un EOS tale che la massa massima per le stelle di neutroni (scegliendo anche il caso più favorevole di  $K = 300$  MeV) risulti dell'ordine di 1.3 masse solari [6]. Questo valore è scartato dalle misure sperimentali. In figura 1.1 [8] sono plottate una serie di curve rappresentanti le masse massime ( $M_{max}$ ) di stelle di neutroni in funzione di  $x_\sigma$  e per vari valori di K e di  $m^*/m$ . La regione in cui i valori teorici per  $M_{max}$  sono nel range delle masse di stelle di neutroni misurate sperimentalmente è tra  $0.6 < x_\sigma < 0.7$ . Questo è il limite migliore che è attualmente conosciuto sulla costante di accoppiamento  $x_\sigma$ . Una relazione tra le coupling constant  $x_\sigma$  e  $x_\rho$  si può infine ottenere dalla binding energy della  $\Lambda$  nella materia nucleare [7] che è pari a  $-28$  MeV. Si ha:

$$\frac{B_\Lambda}{A} = -28 \text{ MeV} = x_\omega g_\omega \omega_0 - x_\sigma g_\sigma \sigma. \quad (1.17)$$

In tabella 1.1 sono riportate due possibili scelte dei valori delle coupling constant che riproducono le proprietà della materia nucleare che denoteremo con GM1 e GM3 rispettivamente; dove K è espresso in MeV, le  $(g_i/m_i)^2$  in  $\text{fm}^2$  e le costanti b e c sono adimensionali. In tabella 1.2 riportiamo infine i valori usati in questo lavoro per le coupling constant (la seconda riga della tabella contiene i valori delle coupling constant relativi alla parametrizzazione GM1; nella terza riga sono riportati i valori delle coupling constant per la parametrizzazione GM3).

$x_\sigma$	$x_\rho$	$x_\omega$
0.600	0.600	0.658
0.600	0.600	0.653

Tabella 1.2: Valori delle coupling constant usati nel presente lavoro. La seconda riga contiene i valori delle coupling constant relativi alla parametrizzazione GM1; nella terza riga sono riportati i valori delle coupling constant per la parametrizzazione GM3.

## 1.2 Modello a temperatura finita

Il modello descritto nella precedente sezione si estende in maniera naturale nel caso di temperatura finita [9]. Per determinare le varie quantità fisiche, al posto delle step functions si dovranno usare le distribuzioni di Fermi per particelle e antiparticelle:

$$f_i(p, T) = \left( \exp \frac{\sqrt{p^2 + m^{*2}} - \nu_i}{T} + 1 \right)^{-1}. \quad (1.18)$$

$$\bar{f}_i(p, T) = \left( \exp \frac{\sqrt{p^2 + m^{*2}} + \nu_i}{T} + 1 \right)^{-1}. \quad (1.19)$$

Nelle espressioni precedenti  $m^*$  rappresenta la massa efficace, definita come:

$$m_i^* = m_i + x_{\sigma i}(g_\sigma \sigma). \quad (1.20)$$

$\nu_i$  è il potenziale chimico efficace:

$$\nu_i = \mu_i - x_{\omega i} \left( \frac{g_\omega}{m_\omega} \right)^2 \rho'_B - x_{\rho i} I_{3i} \left( \frac{g_\rho}{m_\rho} \right)^2 \rho'_{I_3}. \quad (1.21)$$

La densità di isospin  $\rho'_{I_3}$  e la densità barionica pesata  $\rho'_B$  sono espressi dalle seguenti quantità:

$$\rho'_{I_3} = \sum_{i=B} x_{\rho i} I_{3i} n_i. \quad (1.22)$$

$$\rho'_B = \sum_{i=B} x_{\omega i} n_i. \quad (1.23)$$

Per le densità numeriche  $n_i$  delle varie specie si ha:

$$n_i = \frac{g_i}{(2\pi)^3} \int d^3p [f_i(p, T) - \bar{f}_i(p, T)]. \quad (1.24)$$

Infine il campo  $\sigma$  soddisfa a temperatura finita la seguente equazione:

$$\left( \frac{g_\omega}{m_\omega} \right)^{-2} (g_\sigma \sigma) + b m_n (g_\sigma \sigma)^2 + c (g_\sigma \sigma)^3 = \sum_{i=B} x_{\sigma i} n_i^s. \quad (1.25)$$

Dove  $n_i^s$  è la densità scalare:

$$n_i^s = \frac{g_i}{(2\pi)^3} \int d^3p \frac{m_i^*}{\sqrt{p^2 + m_i^{*2}}} [f_i(p, T) + \bar{f}_i(p, T)]. \quad (1.26)$$

### 1.3 Materia adronica $\beta$ -stabile

L'interno di una stella di neutroni è composto da neutroni, protoni, iperoni e leptoni [11]. Gli elettroni e i muoni sono necessari per assicurare la neutralità di carica del sistema. Il leptone più pesante (tau) ha una massa molto grande ( $m_\tau = 1775$  MeV) e di conseguenza la sua soglia è troppo alta per poter comparire a densità tipiche di una stella di neutroni.

I neutrini rimangono intrappolati nella stella di neutroni per circa un minuto dopo la sua formazione; in seguito vengono diffusi nel mezzo interstellare. La loro presenza è tuttavia rilevante per i processi di nucleazione (vedi cap. 3).

Per chiudere il set di equazioni e determinare quindi l'equazione di stato del sistema occorre aggiungere alle equazioni (20),(21),(22),(23),(24),(25),(26) l'equazione della neutralità di carica:

$$n_p + n_{\Sigma^+} - n_{\Sigma^-} - n_{\Xi^-} - n_\mu - n_e = 0, \quad (1.27)$$

e le equazioni per l'equilibrio rispetto all'interazione debole (equilibrio "chimico") tra le particelle:

$$\mu_i = q_B \mu_n - q_e (\mu_e - \mu_{\nu_e}). \quad (1.28)$$

Nell'ultima espressione  $q_B$  è il numero barionico del barione B e  $q_e$  la sua carica elettrica. Se si considera il caso di materia priva di neutrini si deve porre  $\mu_{\nu_e} = 0$ . L'espressione (1.28) è conseguenza diretta delle reazioni di tipo debole tra le varie specie del sistema. Ad esempio si ha:

$$e^- + p \rightarrow n + \nu_e. \quad (1.29)$$

$$n + n \rightarrow n + \Sigma^+ + K^-. \quad (1.30)$$

A questo punto il set di equazioni è completo e può essere risolto numericamente fissate densità barionica ( $n_B$ ) e temperatura. In corrispondenza di ogni valore di  $n_B$  si può calcolare il relativo valore della pressione totale e della densità di energia:

$$\epsilon = \sum_{i=B,L} \rho_i + \frac{1}{3} b m_n (g_\sigma \sigma)^3 + \frac{1}{4} c (g_\sigma \sigma)^4 + \frac{1}{2} \left( \frac{g_\rho}{m_\rho^2} \right)^2 \rho_{I_3}^2 + \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma^2 + \frac{1}{2} m_\rho^2 \rho_B^2. \quad (1.31)$$

$$P = \sum_{i=B,L} P_i - \frac{1}{3} b m_n (g_\sigma \sigma)^3 - \frac{1}{4} c (g_\sigma \sigma)^4 + \frac{1}{2} \left( \frac{g_\rho}{m_\rho^2} \right)^2 \rho_{I_3}^2 + \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma^2 + \frac{1}{2} m_\rho^2 \rho_B^2. \quad (1.32)$$

Dove le  $P_i$  e le  $\rho_i$  sono la pressione e la densità di energia dell' $i$ -esima particella e le somme sono estese sui barioni e sui leptoni:

$$P_i = \frac{g_i}{(2\pi)^3} \int d^3 p \frac{p^2}{\sqrt{p^2 + m^{*2}}} [f_i(p, T) + \bar{f}_i(p, T)]. \quad (1.33)$$

$$\rho_i = \frac{g_i}{(2\pi)^3} \int d^3 p \sqrt{p^2 + m^{*2}} [f_i(p, T) + \bar{f}_i(p, T)]. \quad (1.34)$$

L'EOS determinato in questa sezione sarà l'input dell'equazione di equilibrio idrostatico che verrà trattata nel capitolo 2.

## 1.4 Materia di quark

In questa sezione sarà discussa l'equazione di stato di un sistema omogeneo infinito di tre flavors (u, d, s) in equilibrio chimico ( $\beta$  equilibrio), sia nel caso di temperatura nulla che di temperatura finita. Verrà fatto uso di un modello fenomenologico [32] che si ispira al MIT bag model per gli adroni [12]. Tale modello, che nel seguito si denoterà come MIT bag model per la materia di quarks, rappresenta il modo più semplice per descrivere la fisica di un insieme di quarks. Questi ultimi vengono considerati come un gas di particelle libere di muoversi in un dato volume. Il modello dipende da un parametro, la bag constant ( $B$ ), che serve per bilanciare la pressione esercitata dai quarks sulle "pareti" della regione in cui sono confinati. Le masse dei quarks sono fissate in base ai valori noti in letteratura:  $m_u = m_d = 5$  MeV e  $m_s = 150$  MeV. A  $T = 0$  le densità delle varie specie risultano:

$$n_u = \frac{\mu_u^3}{\pi^2} \quad n_d = \frac{\mu_d^3}{\pi^2} \quad n_s = \frac{\mu_s^3}{\pi^2} \quad (1.35)$$

$$n_e = \frac{\mu_e^3}{\pi^2} \quad n_\mu = \frac{\mu_\mu^3}{\pi^2}. \quad (1.36)$$

La neutralità di carica e l'equilibrio chimico richiedono:

$$n_e + n_\mu = \frac{1}{3} (2n_u - n_d - n_s). \quad (1.37)$$

$$\mu_e = \mu_d - \mu_u. \quad (1.38)$$

$$\mu_d = \mu_s. \quad (1.39)$$

$$\mu_e = \mu_\mu. \quad (1.40)$$

Il set di equazioni è a questo punto completo e può essere risolto per fissati valori di  $B$  e della densità barionica totale. Quest'ultima è pari a:

$$n_B = \frac{1}{3}(n_u + n_d + n_s). \quad (1.41)$$

La Bag constant, che nel MIT bag appare come parametro esterno, può essere determinata all'interno del sistema in modelli più sofisticati come ad esempio nel Nambu-Jona-Lasinio model [13]. La pressione e la densità di energia del sistema risultano:

$$P = \sum_i p_i + p_L - B. \quad (1.42)$$

$$\epsilon = \sum_i \epsilon_i + \epsilon_L + B. \quad (1.43)$$

Le somme sono estese ai tre tipi di quarks e  $p_L$  ( $\epsilon_L$ ) è il contributo della pressione (densità di energia) dei leptoni; si ha:

$$p_i = \frac{1}{4\pi^4} \left[ \mu_i k_{f_i} \left( \mu_i^2 - \frac{5}{2} m_i^2 \right) + \frac{3}{2} m_i^4 \ln \left( \frac{\mu_i + k_{f_i}}{m_i} \right) \right]. \quad (1.44)$$

$$\epsilon_i = \frac{3}{4\pi^4} \left[ \mu_i k_{f_i} \left( \mu_i^2 - \frac{1}{2} m_i^2 \right) - \frac{1}{2} m_i^4 \ln \left( \frac{\mu_i + k_{f_i}}{m_i} \right) \right]. \quad (1.45)$$

dove  $k_{f_i}$  indica l'impulso di Fermi dell' $i$ -esima specie.

A temperatura finita le quantità precedenti diventano:

$$\epsilon = 3 \sum_{q=u,d,s} \int dp \frac{1}{\pi^2} \sqrt{p^2 + m_q^2} [f_{q^+} + f_{q^-}] + B. \quad (1.46)$$

$$P = 3 \sum_{q=u,d,s} \int dp \frac{1}{\pi^2} \frac{p^4}{\sqrt{p^2 + m_q^2}} [f_{q^+} + f_{q^-}] - B. \quad (1.47)$$

$$n_q = \int dp \frac{1}{\pi^2} p^2 [f_{q^+} - f_{q^-}]. \quad (1.48)$$

$$n_l = \int dp \frac{1}{\pi^2} p^2 [f_{l^+} - f_{l^-}]. \quad (1.49)$$

( $l = e, \mu$  e  $q = u, d, s$ ). Al solito le  $f_{\pm}$  sono le funzioni di Fermi per particelle e antiparticelle.

## 1.5 Fase mista

Nei paragrafi precedenti sono stati proposti due modelli per due possibili fasi della materia all'interno di una stella di neutroni. La prima fase descritta è stata quella chiamata fase adronica, formata da nucleoni e iperoni, in equilibrio di carica e chimico con i leptoni.

La seconda fase considerata, denominata fase di quark, è dovuta a una possibile transizione di deconfinamento della fase adronica. Nella fase di quark, i quarks sono stati considerati come particelle libere in equilibrio di carica e chimico con i leptoni.

In questa sezione verrà analizzato uno scenario tipico delle transizioni di fase del primo ordine (fase mista), in cui i quarks istaurano un equilibrio chimico con nucleoni, iperoni e leptoni.

Nella materia di un interno di una stella di neutroni ci sono due diverse cariche conservate: il numero barionico e la carica elettrica che corrispondono a due potenziali chimici indipendenti ( $\mu_b$  e  $\mu_q$ ). Diversi autori nel passato hanno fatto uso della condizione di neutralità di carica locale delle due singole componenti (fase adronica e fase di quarks) al fine di ridurre il problema alla determinazione di un solo potenziale chimico indipendente. Dalle condizioni di Gibbs per le transizioni di fase si ha infatti:

$$P_H(\mu_b, \mu_q, T) = P_Q(\mu_b, \mu_{q'}, T). \quad (1.50)$$

In più la neutralità di carica delle singole fasi implica:

$$q_H(\mu_b, \mu_q) = 0, \quad (1.51)$$

$$q_Q(\mu_b, \mu_{q'}) = 0. \quad (1.52)$$

Le due equazioni precedenti possono essere risolte per  $\mu_q$  e  $\mu_{q'}$  e dall'equazione (1.50) si trova una relazione in forma implicita da cui si può determinare  $\mu_b$  una volta fissato un valore della temperatura e indipendentemente dalla proporzione tra le due fasi:

$$P_H(\mu_b, f(\mu_b), T) = P_Q(\mu_b, g(\mu_b), T) = p. \quad (1.53)$$

Noto il valore di  $\mu_b$ , si può determinare la densità di energia di ciascuna fase:  $\epsilon_H$  e  $\epsilon_Q$  (che sono ovviamente diverse tra loro). La densità di energia e di numero barionico nella fase mista risulterà quindi:

$$\langle \epsilon \rangle = (1 - \chi) \epsilon_H - \chi \epsilon_Q, \quad (1.54)$$

$$\langle n \rangle = (1 - \chi) n_H - \chi n_Q. \quad (1.55)$$

Si può mostrare che le equazioni precedenti implicano che durante la fase mista la pressione è costante. Dato che quest'ultima è una funzione monotona crescente dal centro della stella fino alla superficie, la pressione costante impone la coincidenza delle coordinate radiali della stella tra il punto di inizio e di fine della transizione. Questo produce una discontinuità nella densità di energia come si osserva dall'equazione (1.54). Per ovviare a tale problema si seguirà un approccio dovuto a Glendenning [27]. Consideriamo un sistema con due cariche conservate (ossia con due componenti indipendenti)  $Z$  (carica elettrica) e  $B$  (numero bario-nico) a una certa temperatura  $T$ . Si definisce concentrazione il rapporto  $Z/B$  che assume valori fissati fino a quando il sistema è in una o nell'altra fase. Quando si passa alla fase mista le concentrazioni nelle due fasi varieranno con l'unico vincolo che siano rispettate le equazioni che definiscono la conservazione delle cariche totali:

$$Z_1 + Z_2 = Z, \quad (1.56)$$

$$B_1 + B_2 = B. \quad (1.57)$$

Dalla condizione di Gibbs per la coesistenza di fase si ha:

$$P_H(\mu_q, \mu_b, T) = P_Q(\mu_q, \mu_b, T) = p. \quad (1.58)$$

$$B/V = \langle n \rangle = (1 - \chi)n_H(\mu_q, \mu_b, T) + \chi n_Q(\mu_q, \mu_b, T). \quad (1.59)$$

$$Z/V = \langle q \rangle = (1 - \chi)q_H(\mu_q, \mu_b, T) + \chi q_Q(\mu_q, \mu_b, T). \quad (1.60)$$

Nelle equazioni precedenti  $V$  rappresenta il volume totale del sistema ( $V = V_Q + V_H$ ) e  $\chi$  rappresenta la frazione di volume occupata dalla fase di quark ( $\chi = V_Q/V$ ). A questo punto il set di equazioni è completo e può essere risolto per ogni fissato valore di  $\chi$ . Con questa procedura la pressione non è più costante durante la transizione come si osserva dall'espressione per l'energia media del sistema:

$$\langle \epsilon \rangle = (1 - \chi) \epsilon_H(\chi) - \chi \epsilon_Q(\chi). \quad (1.61)$$

Dall'espressione appena scritta è evidente che la pressione varia con  $\chi$ .



## 1.6 Risultati e discussioni (caso $T=0$ )

In questa sezione verranno discussi i risultati della teoria fin qui esposta limitando la trattazione al caso di temperatura nulla. Inizialmente verrà considerato il caso in cui il sistema è privo di neutrini. Nelle figure 1.2 sono riportate le equazioni di stato della materia nucleare e della materia iperonica con la parametrizzazione GM1.

Come si può notare (figura 1.2) la presenza degli iperoni rende l'EOS più soft rispetto al caso di pura materia nucleare. Questo è dovuto al fatto che la conversione da nucleoni a iperoni fa diminuire la pressione di Fermi esercitata dai barioni e di conseguenza l'equazione di stato diventa più soft. In figura 1.3 sono riportati i grafici delle abbondanze relative ( $n_i/n_B$ ) per le varie specie del sistema usando sempre GM1. Si può notare come i neutroni siano la specie più ricca da densità basse fino a densità di circa  $1 \text{ fm}^{-3}$ ; la comparsa degli iperoni è attorno a  $0.3 \text{ fm}^{-3}$ . Il primo iperone che compare è la  $\Sigma^-$ ; quest'ultimo ha una massa più grande della  $\Lambda$  che comunque appare a una densità più alta. Questo andamento apparentemente strano si spiega osservando che il potenziale chimico della  $\Sigma^-$  è pari a  $\mu_n + \mu_e$ , mentre il  $\mu$  della  $\Lambda$  è pari a  $\mu_n$ ; di conseguenza nonostante che la  $\Sigma^-$  sia più massiva della  $\Lambda$  la densità di soglia di apparizione della  $\Sigma^-$  è maggiore di quella della  $\Lambda$  per il fatto che  $\mu_{\Sigma^-} > \mu_\Lambda$ . In più l'energia di soglia non è quella determinata da  $\sqrt{m_B^2 + \mu_B^2}$ , ma  $\sqrt{m_B^{2*} + \nu_B^2}$ ; nel potenziale chimico efficace  $\nu$  è inclusa l'interazione di isospin (vedi eq. 1.21) che nel caso della  $\Sigma^-$  abbassa l'energia di soglia mentre non agisce nel caso della  $\Lambda$  per il fatto che  $t_{3\Lambda} = 0$ . In figura 1.4 è riportato l'andamento dei potenziali chimici dei due iperoni considerati. Gli iperoni più pesanti compaiono a una densità più alta a causa della loro massa più grande e l'ordine di apparizione segue criteri simili a quello appena discusso. In corrispondenza dell'apparizione della  $\Sigma^-$  la frazione degli elettroni decresce; questo è dovuto alla carica negativa introdotta nel sistema dall'iperone. Quanto visto implica che l'interno di una stella di neutroni è composto non solo da neutroni (come il nome lascerebbe intendere) ma anche da frazioni tutt'altro che trascurabili di iperoni. La materia puramente neutronica è di per sé neutra ma non costituisce lo stato a energia più bassa della materia densa. Questo risulta chiaro per il fatto che parte dei neutroni è soggetta al decadimento  $\beta$  che produce protoni. Questi ultimi devono essere già presenti nel sistema per bilanciare la reazione inversa.

Passiamo adesso a discutere la fase mista. In figura 1.5 è riportata l'equazione di stato del sistema per vari valori della Bag constant. Prendiamo ad esempio l'EOS per  $B=100$

MeV fm<sup>-3</sup>; il cambiamento nella pendenza attorno a  $n_B=0.15$  fm<sup>-3</sup> è dovuto all'inizio della fase mista mentre il cambiamento di pendenza attorno a  $0.6$  fm<sup>-3</sup> è dovuto all'inizio della fase di quark. Il tutto risulta chiaro osservando l'andamento delle frazioni relative in funzione della densità (figura 1.6). Si può notare che alla stessa densità ha fine la fase mista e ha inizio la fase di quarks. Va inoltre osservato che l'inizio della fase deconfinata si sposta verso densità più alte al crescere della Bag constant. Con una Bag constant di  $100$  MeV fm<sup>-3</sup> la presenza degli iperoni è soppressa; questo è dovuto al fatto che la fase di quarks incomincia a densità molto basse e precede la comparsa degli iperoni. I quarks forniscono sia numero barionico che carica, quindi il sistema si riarrangia senza iperoni. Per confronto mostriamo in figura (1.7) le frazioni per particella con una Bag constant più elevata ( $B=180$  MeV fm<sup>-3</sup>). In questo caso gli iperoni compaiono prima dei quarks e costituiscono quindi una frazione non nulla.

Discutiamo adesso i risultati ottenuti nel caso della parametrizzazione GM3. In figura 1.8 è riportato il confronto tra l'equazione di stato della materia iperonica con la parametrizzazione GM1 e con la parametrizzazione GM3. Si può notare che nel caso della parametrizzazione GM3 l'EOS è leggermente più soft rispetto alla parametrizzazione GM1. In figura 1.9 sono riportate le abbondanze relative per le varie specie. Con la parametrizzazione GM3 si nota che le soglie per la comparsa degli iperoni vengono spostate a densità leggermente più alta; per il resto le frazioni delle particelle sono simili al caso GM1. Riportiamo infine l'equazione di stato e le frazioni di particella per la fase mista usando ancora una  $B$  di  $100$  MeV fm<sup>-3</sup> (figure 1.10 e 1.11).

Si osserva che la fase di quarks incomincia a densità leggermente più alte rispetto alla parametrizzazione GM1.

Prima di passare al caso di temperatura finita mostriamo l'effetto del trapping dei neutrini sull'equazione di stato della materia adronica (gli effetti sono analoghi per la fase mista). Quando i neutrini vengono introdotti nel sistema, per chiudere il set di equazioni autoconsistenti che determina la composizione a una fissata densità, occorre fissare la frazione di neutrini elettronici e muonici del sistema che indicheremo con  $Y_{L\nu_e}$  e  $Y_{L\nu_\mu}$  rispettivamente. Queste due frazioni sono determinate dalle relazioni:  $Y_{L_e} = Y_e + Y_{\nu_e} = 0.4$ ,  $Y_{L_\mu} = Y_\mu + Y_{\nu_\mu} = 0$ . Nelle equazioni precedenti  $Y_e$  e  $Y_\mu$  indicano rispettivamente le frazioni di elettroni e muoni. La somma dei valori delle frazioni per ogni famiglia leptonica sono stati fissati in base a calcoli idrodinamici sul collasso gravitazionale di stelle massive, e il valore preciso dipende dall'efficienza dei processi di cattura elettronica e muonica nel mezzo

interstellare ([29]).

In figura 1.12 sono graficate le equazioni di stato per il sistema con e senza neutrini (parametrizzazione GM1). Si può osservare come l'EOS nel caso di neutrini trapped è più stiff. Questo effetto sarà molto importante quando verrà trattata la teoria della nucleazione.

In figura (1.13) mostriamo l'andamento delle frazioni per particella (per materia iperonica) nel caso di neutrino trapping. Si osserva che le abbondanze relative presentano delle differenze rispetto al caso senza neutrini. In particolare la  $\Sigma^-$  appare a una soglia più alta; ciò è dovuto al fatto che il potenziale chimico di ogni specie carica è parecchio influenzato dalla presenza dei neutrini. Questo risulta chiaro notando che l'introduzione dei neutrini nel sistema ha l'effetto di shiftare il potenziale chimico dell'elettrone da  $\mu_e$  a  $\mu_e - \mu_{\nu_e}$  (per il fatto che adesso  $\mu_{\nu_e} \neq 0$ ). Di conseguenza l'energia di soglia si alza dato che  $\mu_{\Sigma^-} = \mu_n + \mu_e - \mu_{\nu_e}$ . Il potenziale chimico dell'elettrone deve assumere valori più elevati rispetto al caso senza neutrini; di conseguenza la frazione elettronica è sempre crescente con la densità (contrariamente al caso neutrino free). Nel caso della fase mista (1.14), i neutrini fanno aumentare la frazione di protoni e elettroni; gli iperoni compaiono a densità più alte e anche la fase di quarks si sposta a densità più elevate.

## 1.7 Risultati e discussioni (caso $T \neq 0$ )

Estendiamo adesso le considerazioni della sezione precedente al caso di temperatura finita. Per cominciare mostriamo come cambia l'EOS al variare della temperatura per una fissata scelta delle coupling constant (considereremo GM1). In figura 1.15 sono tracciate le equazioni di stato ( $P = P(n_B)$ ) a due diverse temperature. Si può notare che non ci sono grandi differenze a basse densità e che le equazioni di stato diventano leggermente più stiff al crescere della temperatura. Questo si può giustificare effettuando uno sviluppo in  $(T/\mu_i)$  nell'equazione di stato a temperatura finita dove  $\mu_i$  è il potenziale chimico dell'i-esima specie di particella del sistema:

$$P_i = P_{0i} \left( 1 + a \left( \frac{T}{\mu_i} \right)^2 \right). \quad (1.62)$$

$P_i$  è la pressione esercitata dall'i-esima specie di particella,  $a$  è un fattore dell'ordine dell'unità,  $P_{0i}$  è la pressione dell'i-esima specie di particella a  $T=0$ . Dato nel range di temperature ( $T=(10-30)$  MeV ) che caratterizzano una stella di neutroni alla nascita [33] il rapporto  $T/\mu_i \ll 1$  si ottiene la piccola variazione in figura 1.15. L'effetto della temperatura è

decisamente più evidente sulla composizione della materia  $\beta$ -stabile. In figura 1.16 sono riportate le frazioni delle varie specie in funzione della densità a una temperatura di 20 MeV (parametrizzazione GM1). Si osserva che la comparsa degli iperoni avviene prima rispetto al caso di temperatura nulla. Ciò si spiega col fatto che a temperatura finita non esiste una soglia definita per la comparsa di una data specie come invece accade a  $T=0$ ; in altre parole a  $T$  finita gli iperoni possono essere creati anche “sottosoglia” dai nucleoni più energetici della coda della distribuzione di Fermi-Dirac. Per la fase mista si osservano effetti simili a quelli appena discussi per la materia adronica. Riportiamo l’andamento per le frazioni di particella in funzione della densità per la fase mista usando sempre la parametrizzazione GM1, una Bag constant di  $100 \text{ MeV fm}^{-3}$  per  $T=20 \text{ MeV}$  (figura 1.17). La fase di quarks appare a una densità leggermente minore rispetto al caso di temperatura nulla. A basse densità la frazione dei neutroni diventa più piccola e di conseguenza la frazione di protoni aumenta. Usando la parametrizzazione GM3 si ottengono risultati simili.

Da quanto detto si conclude che la temperatura non ha un effetto molto vistoso sull’EOS del sistema ma cambia in maniera rilevante le abbondanze relative delle varie specie rispetto al caso di  $T=0$ . Questo effetto sarà importante nella nucleazione a temperatura finita come sarà discusso nel capitolo 3.

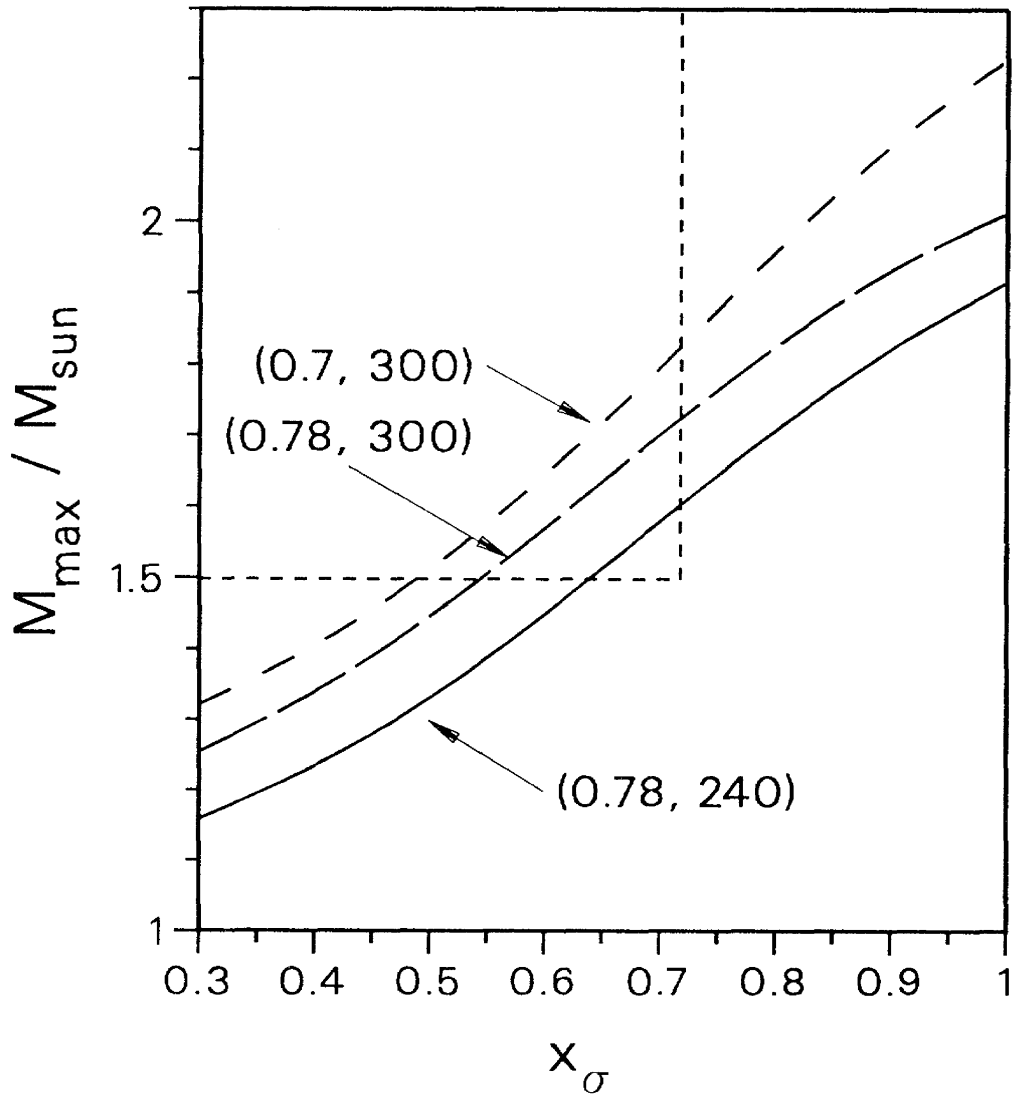


Figura 1.1: Massa massima espressa in unità di masse solari in funzione della costante di accoppiamento  $x_{\sigma}$  per vari valori di  $K$  e di  $m^*/m$

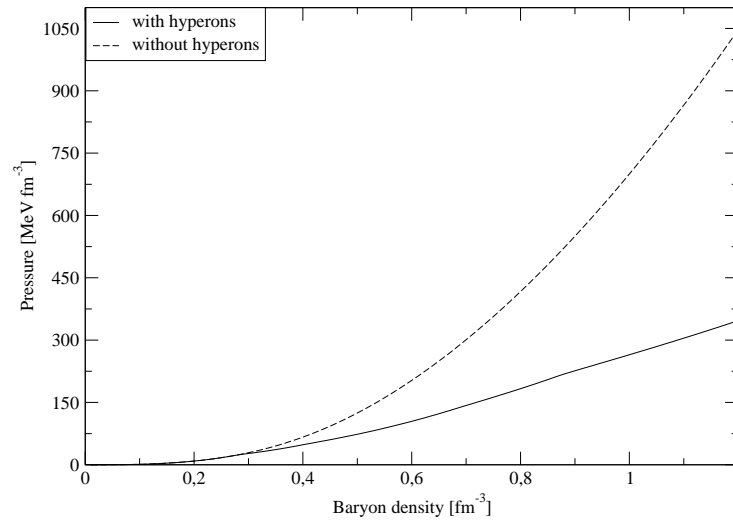


Figura 1.2: Pressione in funzione della densità barionica a  $T = 0$  per la materia nucleare e per la materia con iperoni con la parametrizzazione GM1.

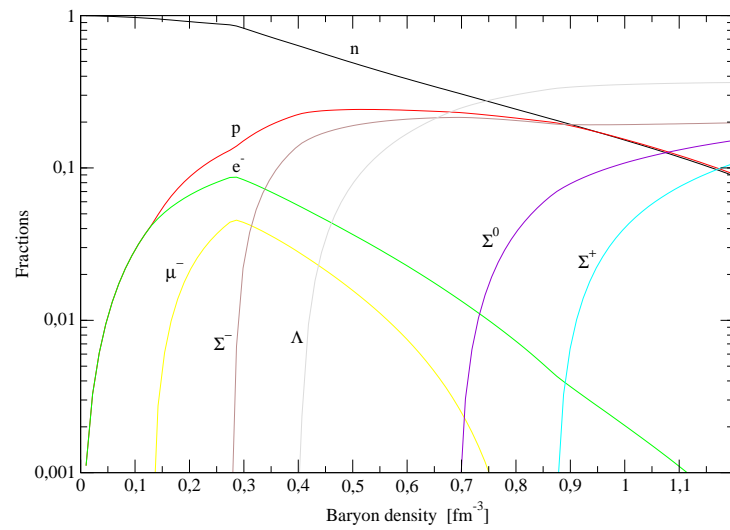


Figura 1.3: Abbondanze relative ( $n_i/n_B$ ) dei vari costituenti in funzione della densità barionica a  $T = 0$  per la materia iperonica con la parametrizzazione GM1.

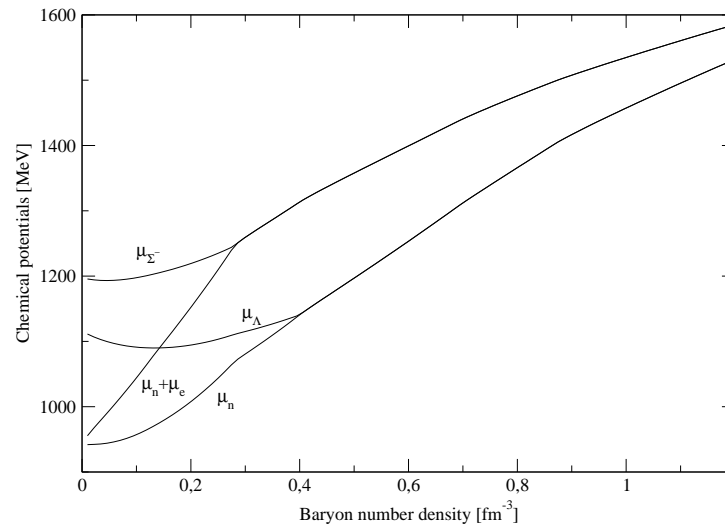


Figura 1.4: Andamenti dei potenziali chimici di  $\Sigma^-$  e  $\Lambda$  in funzione della densità barionica a  $T=0$  con la parametrizzazione GM1.

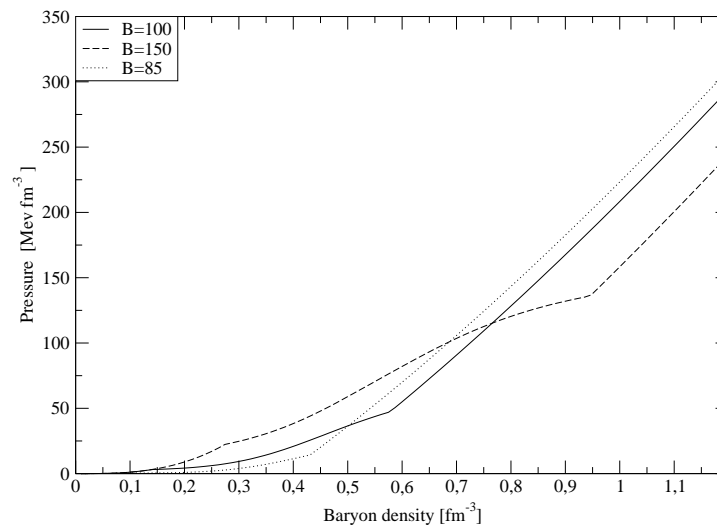


Figura 1.5: EOS a  $T = 0$  per la materia ibrida per diversi valori della Bag constant con la parametrizzazione GM1.

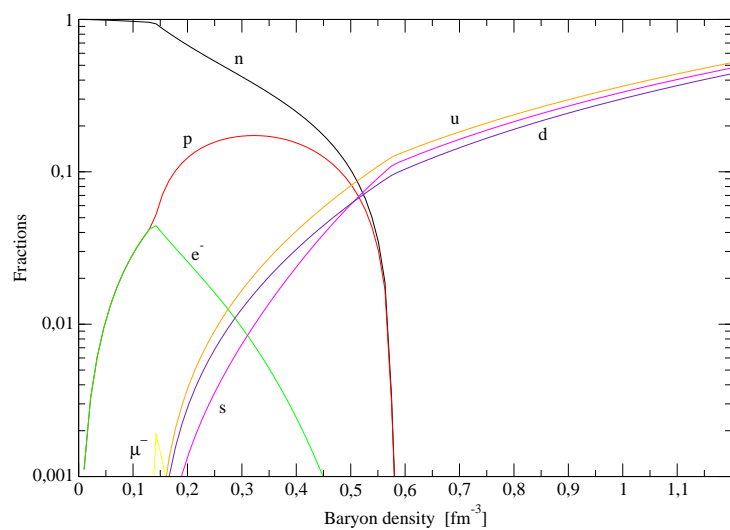


Figura 1.6: Frazioni relative a  $T = 0$  per la materia ibrida ( $B=100 \text{ MeV fm}^{-3}$ ) con la parametrizzazione GM1.

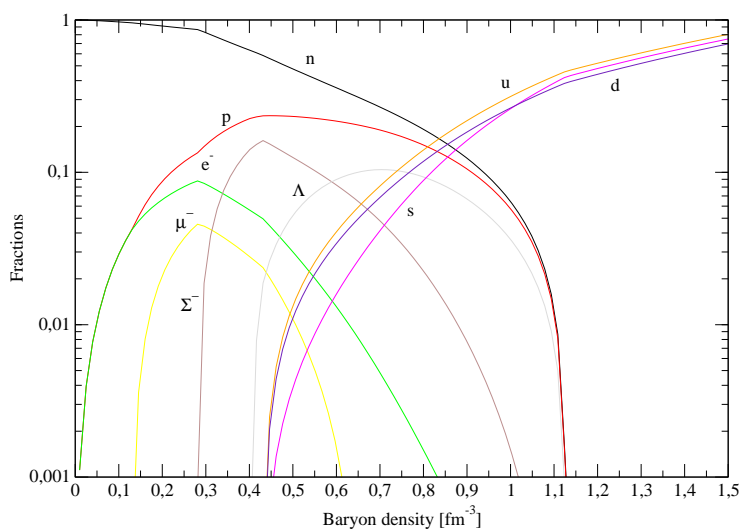


Figura 1.7: Frazioni di particella a  $T = 0$  per materia iperonica  $\beta$ -stabile ( $B=180 \text{ MeV fm}^{-3}$ ) con la parametrizzazione GM1.



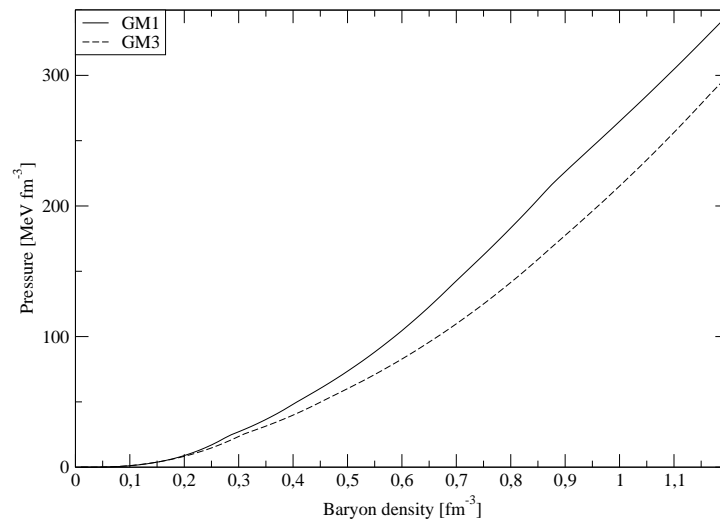


Figura 1.8: Pressione in funzione della densità barionica a  $T = 0$  per la materia iperonica con la parametrizzazione GM1 (linea continua) e con la parametrizzazione GM3 (linea tratteggiata).

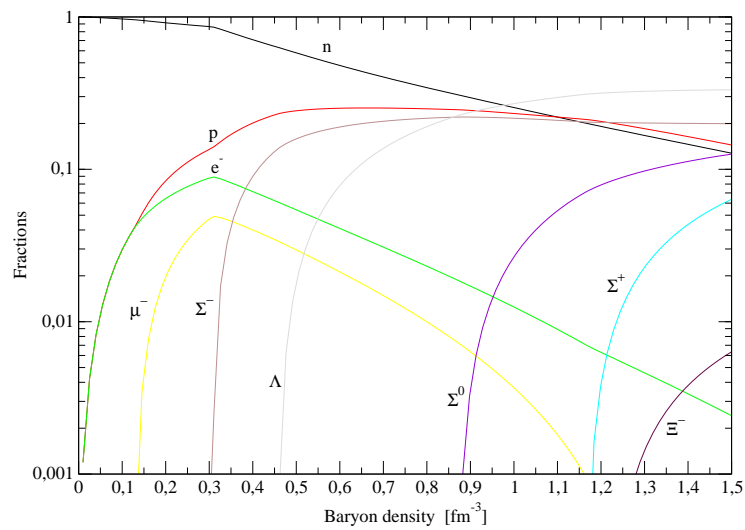


Figura 1.9: Frazioni in funzione della densità barionica a  $T = 0$  per la materia iperonica con la parametrizzazione GM3.

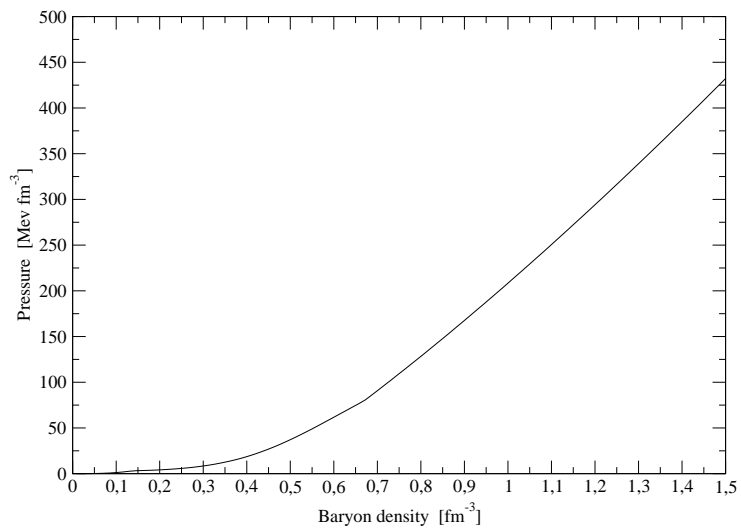


Figura 1.10: EOS a  $T = 0$  per la materia ibrida ( $B=100 \text{ MeV fm}^{-3}$ ) con la parametrizzazione GM3.

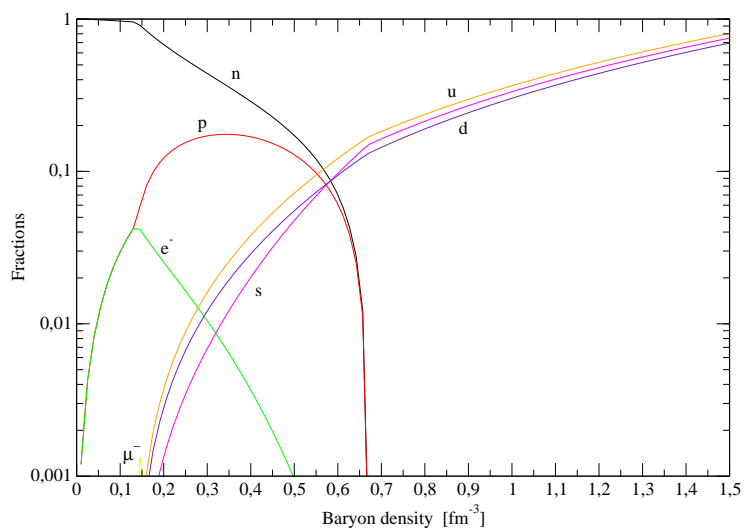


Figura 1.11: Frazioni relative a  $T = 0$  per la materia ibrida ( $B=100 \text{ MeV fm}^{-3}$ ) con la parametrizzazione GM3.

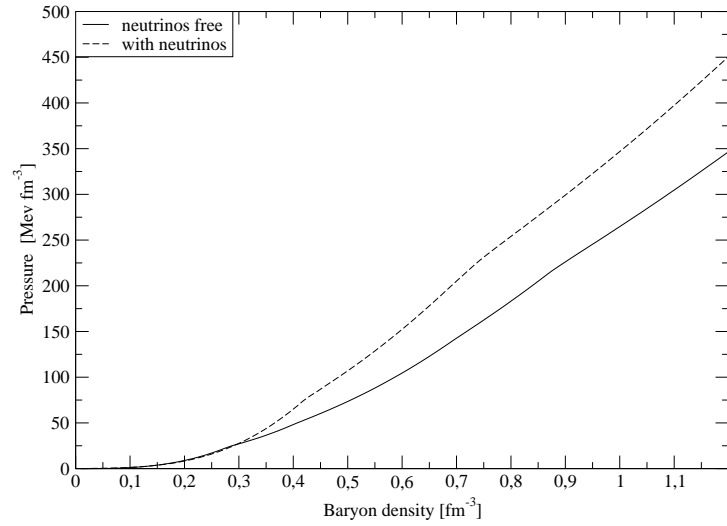


Figura 1.12: Eos per la materia adronica con neutrini ( $Y_{Le} = 0.4$ ) e senza neutrini.

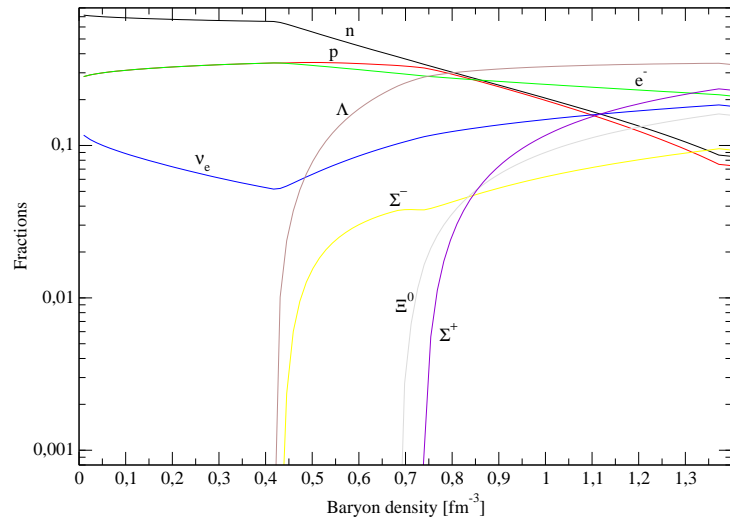


Figura 1.13: Frazioni di particella a  $T = 0$  per materia iperonica con neutrini ( $Y_{Le} = 0.4$ , parametrizzazione GM1).

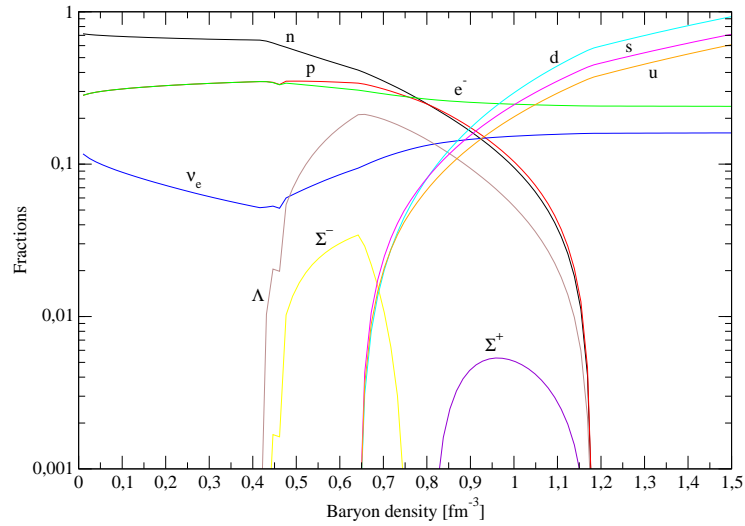


Figura 1.14: Frazioni relative a  $T = 0$  per materia mista con neutrini ( $B=180 \text{ MeV fm}^{-3}$ ) con la parametrizzazione GM1.

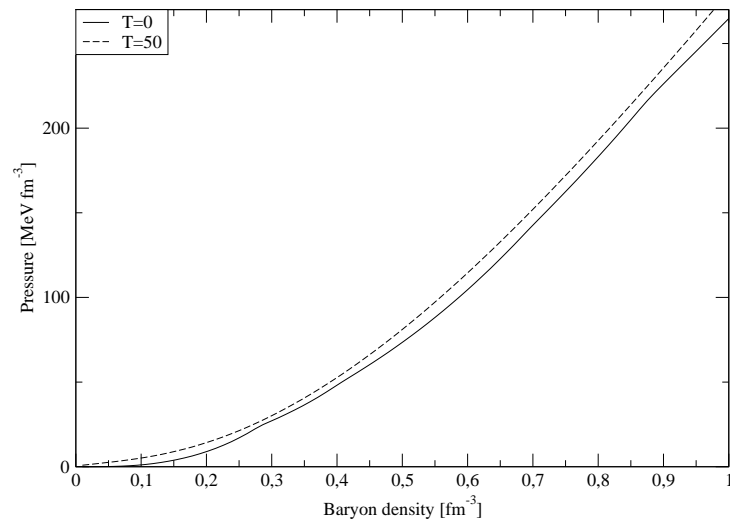


Figura 1.15: Eos per la materia adronica a due diverse temperature (parametrizzazione GM1).

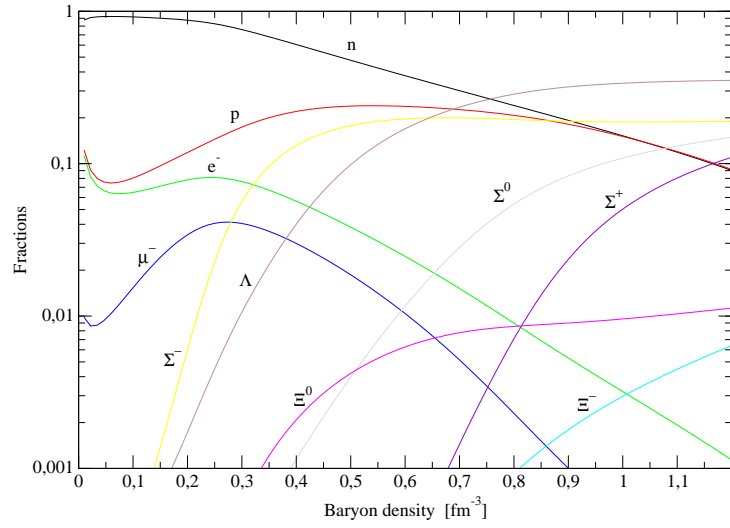


Figura 1.16: Frazioni di particella per la materia adronica a  $T=20$  MeV usando GM1.

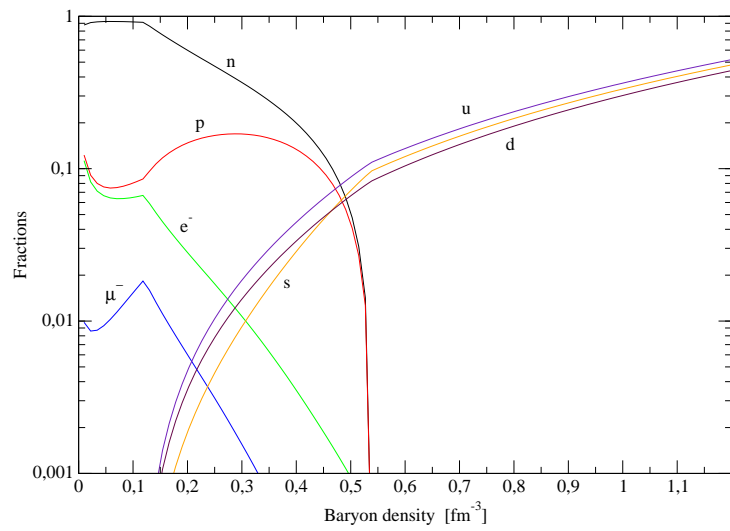


Figura 1.17: Frazioni di particella per la materia ibrida per  $T=20$  MeV,  $B=100$  MeV  $\text{fm}^{-3}$  usando GM1.

## Capitolo 2

# Stelle di neutroni

*Cieco chi guarda il cielo senza comprenderlo:  
è un viaggiatore che attraversa il mondo senza  
vederlo; è un sordo in mezzo a un concerto.  
(Camille Flammarion)*

### 2.1 Gli oggetti compatti

Le stelle di neutroni rappresentano un possibile stadio finale dell'evoluzione stellare. Esse fanno parte della classe di stelle chiamate stelle compatte di cui fanno parte anche le nane bianche e i buchi neri. Queste tre specie di oggetti compatti differiscono dalle stelle ordinarie per due motivi fondamentali. Il primo è dovuto al fatto che al loro interno non avvengono più le reazioni nucleari che nelle altre stelle generano la pressione termica che bilancia la struttura contro la forza gravitazionale. Nelle nane bianche l'effetto della gravità è bilanciato dalla pressione degli elettroni degeneri mentre nelle stelle di neutroni il bilancio è solo parzialmente dovuto ai neutroni degeneri; come mostrato nella precedente sezione l'interno di una stella di neutroni contiene infatti anche protoni, iperoni e forse quarks deconfinati. I buchi neri sono "stelle" completamente collassate che non emettono nè radiazione luminosa nè materia. Il secondo motivo per il quale gli oggetti compatti si differenziano dalle stelle "ordinarie" è la dimensione estremamente ridotta del loro raggio.

La trattazione seguente sarà concentrata interamente sulle stelle di neutroni, cercando di mettere in risalto le caratteristiche peculiari di questi affascinanti oggetti.

## 2.2 Caratteristiche generali

Le stelle di neutroni sono le stelle più dense ad oggi conosciute. La massa tipica è dell'ordine di una massa solare ( $M_{\odot} = 1.989 \times 10^{33}$  g), mentre il raggio non supera solitamente i 15 km. Si pensa che le stelle di neutroni abbiano origine da eventi catastrofici quali esplosioni di supernova di stelle con massa maggiore di  $8 M_{\odot}$ . Dopo circa 50 s dalla formazione della stella di neutroni, quest'ultima diviene trasparente ai neutrini (questo tempo scala è determinato risolvendo le equazioni del trasporto per i neutrini nel mezzo stellare [29]). La stima del tempo di intrappolamento dei neutrini (neutrino trapping) nella stella di neutroni appena formata (newborn neutron star) sarà importante nel prossimo capitolo quando verrà trattata la teoria della nucleazione.

L'esistenza delle stelle di neutroni fu teorizzata per la prima volta da Baade e Zwicky nel 1934 un anno dopo la scoperta del neutrone (1932). La loro speculazione teorica non riscosse molto successo inizialmente. Successivamente alla pubblicazione dei lavori di Tolman e di Oppenheimer e Volkoff (1939) sulle equazioni che regolano la struttura degli oggetti compatti l'ipotesi di Baade e Zwicky cominciò ad essere presa in maggiore considerazione.

La conferma sperimentale della esistenza di tali elucubrazioni teoriche si ebbe con la scoperta della prima pulsar (che è una stella di neutroni rotante) ad opera di Jocelin Bell, Anthony Hewish. In realtà la scoperta fu abbastanza casuale; infatti l'intento era quello di studiare le sorgenti quasar nelle frequenze radio. La scoperta avvenne attraverso la rivelazione di un segnale periodico di impulsi radio con un periodo di 1.377 secondi. L'interpretazione di tale segnale fu quella di una stella di neutroni in rotazione. Da allora sono state scoperte più di 1500 pulsar. La misura delle masse di tali pulsar ci offre la possibilità di avere un test per saggiare quanto le equazioni di stato della materia densa sono compatibili con quello che si osserva in natura (vedi in seguito).

Rhoades e Ruffini hanno derivato un "upper bound" a  $M_{max}$  che non dipende dai dettagli dell'EOS ad alte densità [30]. Le ipotesi sotto le quali vale il risultato sono le seguenti:

1. La teoria della relatività generale è la teoria corretta della gravità e le equazioni di Oppenheimer-Volkoff (vedi in seguito) determinano la struttura di equilibrio stellare.
2. L'equazione di stato soddisfa la condizione di stabilità microscopica:

$$\frac{dP}{dr} \geq 0. \quad (2.1)$$

3. L'equazione di stato soddisfa la condizione di causalità:

$$\frac{dP}{dr} \leq c^2, \quad (2.2)$$

cioè la velocità del suono è minore di quella della luce.

4. L'EOS è conosciuto sotto un valore fissato della densità ( $\rho'_0$ ).

Il valore di  $\rho'_0$  scelto da Rhoades e Ruffini [29] è pari a  $4.6 \times 10^{14} g cm^{-3}$ . Sotto queste ipotesi la massa massima risulta:

$$M_{max} \approx 3.2 \left( \frac{\rho'_0}{4.6 \times 10^{14} g cm^{-3}} \right)^{-1/2} M_{\odot}. \quad (2.3)$$

Un'altra caratteristica delle stelle di neutroni è l'elevato campo magnetico che esse possiedono (dell'ordine di  $10^{12} G$ ). L'origine di tale campo non è del tutto chiara: una possibilità (che spiega l'ordine di grandezza del campo magnetico) è che esso sia generato durante il processo di formazione della stella per conservazione del flusso magnetico della stella progenitrice:

$$B_{NS} 4\pi R_{NS}^2 = B_* 4\pi R_*^2, \quad (2.4)$$

dove  $B_{NS}$  e  $R_{NS}$  rappresentano il campo magnetico e il raggio della stella di neutroni, mentre  $B_*$  e  $R_*$  campo magnetico e raggio della stella madre. Considerando  $B_* \sim 100 G$ ,  $R_* \sim 1 R_{\odot}$ ,  $R_{NS} \sim 10 km$  si ottiene  $B_{NS} \sim 10^{12} G$ . Le pulsars (stelle di neutroni rotanti) hanno uno spettro di emissione concentrato nel radio e, gli impulsi di radiazione emessi, sono caratterizzati da una certa regolarità temporale. Molti altri aspetti delle pulsar possono essere discussi (vedi ad esempio Shapiro e Teukloskie [22]) ma la trattazione andrebbe oltre gli obiettivi del presente lavoro.

## 2.3 La crosta delle stelle di neutroni

Una stella di neutroni può essere schematizzata come una serie di shell centrate attorno a uno stesso punto. In fig.2.3 è proposto uno sketch di tale sequenza di gusci. Partendo dall'esterno si nota la presenza di una sottile atmosfera (circa 1 cm di spessore) formata da atomi, ioni, elettroni e molecole. La crosta è suddivisa in una parte interna ed esterna. La parte esterna è costituita da nuclei "pesanti" ( $A > 56$ ) e elettroni; la parte interna è un insieme di nuclei e neutroni in equilibrio chimico e elettrico con elettroni. Il core stellare costituisce la parte più incerta delle stelle di neutroni. All'interno di tale



2 Fridolin Weber, Rodrigo Negreiros, and Philip Rosenfield

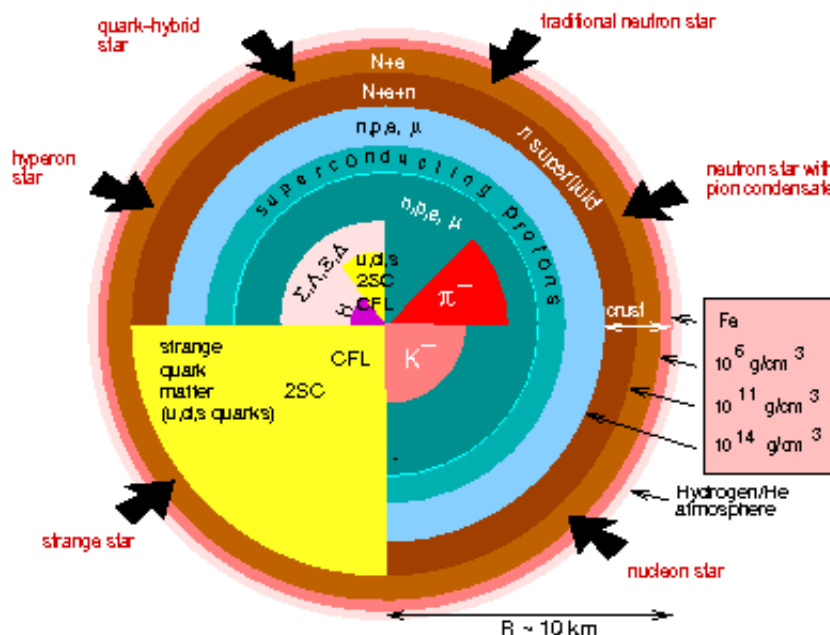


Fig. 1. Neutron star compositions predicted by theory.

nucleo stellare potrebbero esserci iperoni, condensati di kaoni (o di pioni), materia di quarks. Questi stati “esotici” della materia sono poco conosciuti e rappresentano una delle sfide più avvincenti nello studio delle proprietà delle stelle di neutroni. Cercheremo adesso di capire come calcolare l’equazione di stato della crosta di una stella di neutroni (in particolare di capire quali nuclei sono presenti); tale EOS servirà per fare il matching con l’equazione di stato del core ricavata nella sezione precedente e avere così l’input completo per determinare la struttura stellare.

Nella crosta, come detto in precedenza, ci si aspetta di trovare atomi completamente ionizzati. Per giustificare questa previsione seguiamo il seguente ragionamento: sia  $r_e$  la distanza media tra due elettroni, la densità elettronica è approssimativamente pari a:

$$n_e = \frac{Z}{A} \frac{\rho}{m_u} = \left( \frac{4\pi}{3} r_e^3 \right)^{-1}, \quad (2.5)$$

dove  $m_u$  è l’unità di massa atomica,  $Z(A)$  il numero atomico (massa) e  $\rho$  la densità. Il raggio

dell'elettrone più interno per un atomo  $(A, Z)$  si può stimare con il raggio di Bohr ( $a_0$ ):

$$a_{Z_0} = \frac{a_0}{Z}. \quad (2.6)$$

Di conseguenza ci si aspetta una totale ionizzazione quando  $r_e \lesssim a_{Z_0}$ . In termini della densità si avrà ionizzazione totale per:

$$\rho_{ci} \approx 2.7AZ^2 \text{ g cm}^{-3}. \quad (2.7)$$

Per l'atomo di ferro si ha ad esempio:  $\rho_{ci}({}^{56}\text{Fe}) \sim 10^5 \text{ g cm}^{-3}$ . È ragionevole pensare quindi che a densità tipiche della crosta di una stella di neutroni i nuclei siano completamente ionizzati. Facciamo adesso un breve cenno al metodo con cui è possibile ricavare la composizione della crosta esterna di una stella di neutroni. In altri termini, vogliamo vedere quali sono i nuclidi  $(A, Z)$  in equilibrio con gli elettroni, a varie profondità nella crosta, cioè al crescere della densità. A tal fine faremo uso del modello di Wigner-Seitz. Il modello più semplice che descrive un insieme di ioni è dato dal modello a sfere (celle di Wigner-Seitz), dove il raggio della cella è denotato con  $a_i$ . Ogni cella è elettricamente neutra e non interagente con le altre sfere. La densità degli ioni è espressa da:

$$\frac{1}{n_i} = \frac{4}{3}\pi a_i^3. \quad (2.8)$$

Per il numero di elettroni si ha:

$$Z = \frac{4}{3}\pi a_i^3 n_e, \quad (2.9)$$

dove  $n_e$  è la densità elettronica. L'energia per sfera è allora pari a:

$$E_{cell} = W_N(A, Z) + W_L + W_e, \quad (2.10)$$

dove  $W_L = W_{ee} + W_{ei}$  è l'energia di reticolo e  $W_e = \epsilon_e(n_e)/n_i$  è l'energia per un gas ideale di elettroni.  $W_N$  è l'energia dovuta ai nuclei del sistema. In prima approssimazione per determinare  $W_N$  si può far uso della formula semiempirica di massa che esprime l'energia di legame per nucleone per i vari nuclei presenti in natura. Si trova:

$$W_L = -\frac{9}{10} \frac{Z^2 e^2}{a_i}. \quad (2.11)$$

A questo punto si può calcolare la pressione  $P = -dE_{cell}/dV_{cell}$  e infine occorre minimizzare l'entalpia per nucleone rispetto ad  $A$  e  $Z$  per ogni valore di  $P$ . Per l'entalpia per nucleone si ha:

$$g(P; A, Z) = \frac{(E_{cell} + PV_{cell})}{A}. \quad (2.12)$$

$\rho[g/cm^{-3}]$	Element	Z	N	$a_i[fm]$
$8.02 \times 10^6$	$^{56}Fe$	26	30	1404.05
$2.71 \times 10^8$	$^{62}Ni$	28	34	449.48
$1.33 \times 10^9$	$^{64}Ni$	28	36	266.97
$1.50 \times 10^9$	$^{66}Ni$	28	38	259.26
$3.09 \times 10^9$	$^{86}Kr$	36	50	222.66
$1.06 \times 10^{10}$	$^{84}Se$	34	50	146.56
$2.79 \times 10^{10}$	$^{82}Ge$	32	50	150.23
$6.07 \times 10^{10}$	$^{80}Zn$	30	50	80.58
$8.46 \times 10^{10}$	$^{82}Kr$	30	52	72.77
$9.67 \times 10^{10}$	$^{128}Pd$	46	82	80.77
$1.47 \times 10^{11}$	$^{126}Ru$	44	82	69.81
$2.11 \times 10^{11}$	$^{124}Mo$	42	82	61.71
$2.89 \times 10^{11}$	$^{122}Zr$	40	82	52.22
$3.97 \times 10^{11}$	$^{120}Sr$	38	82	49.37
$4.27 \times 10^{11}$	$^{118}Kr$	36	82	47.92

Tabella 2.1: In funzione della densità (prima colonna): sequenza di nuclidi che minimizza l'entalpia (seconda colonna), numero di protoni e neutroni del nuclide (colonne tre e quattro), raggio della cella di Wigner-Seitz (colonna cinque).

L'uso di  $g$  è preferibile visto che la pressione è una variabile continua nella stella al contrario della densità che invece può subire salti dovuti a transizioni di fase. Nella tabella seguente [35] sono riportati alcuni risultati ottenuti effettuando i calcoli sopra discussi (la densità considerata è quella tipica della crosta delle stelle di neutroni). Nella tabella 2.1 sono riportati in funzione della densità (prima colonna), la sequenza di nuclidi che minimizza l'entalpia. Nelle colonne tre e quattro è indicato il numero di protoni e di neutroni relativo al nuclide considerato. Infine l'ultima colonna contiene i valori del raggio delle celle di Wigner-Seitz alle varie densità. Si può notare che all'aumentare della densità i nuclei diventano sempre più ricchi di neutroni. Questo è dovuto al fatto che al crescere della densità gli elettroni diventano sempre più relativistici e diviene sempre più efficiente il decadimento  $\beta$  inverso:

$$e^- + p \rightarrow n + \nu_e, \quad (2.13)$$

che favorisce la creazione di neutroni a spese dei protoni e degli elettroni. Aumentando ancora la densità, si arriva a una situazione in cui i nuclei sono talmente ricchi di neutroni che parte di questi ultimi non è più legata ai nuclei stessi (neutron drip). Si ha quindi un sistema costituito da nuclei immersi in un gas di neutroni e elettroni. Cerchiamo adesso

di stimare a che densità incomincia il neutron drip ( $\rho_{ND}$ ). A tal fine faremo uso di una versione semplificata della formula semiempirica di massa che descrive le proprietà di base della materia nucleare. Trascurando i contributi dovuti all'interazione coulombiana e al termine di superficie si ha:

$$\frac{E_N(A, Z)}{A} \approx E_0 + S_0 \delta^2, \quad (2.14)$$

dove  $\delta = (N - Z)/A$ ,  $E_0$  è l'energia per nucleone in materia nucleare simmetrica e  $S_0$  è il termine di simmetria. Le due quantità sono calcolate al punto di saturazione della materia nucleare. Utilizzando l'espressione precedente si ricavano le relazioni per i potenziali chimici dei nucleoni:

$$\mu_n = \left( \frac{\partial E_N}{\partial N} \right)_Z = E_0 + (2\delta + \delta^2) S_0, \quad (2.15)$$

$$\mu_p = \left( \frac{\partial E_N}{\partial N} \right)_Z = E_0 + (-2\delta + \delta^2) S_0, \quad (2.16)$$

$\rho_{ND}$  si calcola ponendo  $\mu_n = 0$ :

$$\delta_{ND} = \pm \sqrt{1 - \left( \frac{E_0}{S_0} \right)} - 1, \quad (2.17)$$

e prendendo la soluzione positiva. Inserendo ora i valori sperimentali di  $E_0 = -16$  MeV e  $S_0 = 32$  MeV si ottiene  $\delta_{ND} = 0.225$ . Dalla condizione di  $\beta$  equilibrio si ha  $\mu_e = \mu_n - \mu_p \sim 4S_0\delta$ . Usando infine per  $\mu_e$  il valore ottenuto in approssimazione ultrarelativistica per un gas di Fermi ( $\mu_e = 0.516(\rho_6 Z/A)^{1/3}$  che è valido per  $\rho_6 \gg 1$ ) si trova:

$$\rho_{ND} \approx 4.6 \times 10^{11} \text{ g cm}^{-3}. \quad (2.18)$$

$\rho_6$  è la densità espressa in  $\text{g cm}^{-3}$  in unità di  $10^6$ . Calcoli accurati trovano  $\rho_{ND} \approx 4.4 \times 10^{11} \text{ g cm}^{-3}$  che è in ottimo accordo con il valore (2.19).

Per ottenere l'equazione di stato per  $\rho > \rho_{ND}$ , occorre modificare l'espressione dell'energia scritta in precedenza (formula (2.8)). Denotando con  $E$  l'energia totale si ha:

$$E = n_N M(A, Z) + \epsilon'_e(n_e) + \epsilon_n(n_n) + \epsilon_L. \quad (2.19)$$

Nell'espressione precedente  $M(A, Z)$  è l'energia di un nucleo di  $A(Z)$  nucleoni (protoni),  $n_N$  è il numero di nuclei,  $\epsilon'_e$  rappresenta l'energia degli elettroni,  $\epsilon_L$  l'energia del reticolo e  $\epsilon_n$  l'energia del gas di neutroni. A questo punto come fatto in precedenza conviene minimizzare l'entalpia per nucleone  $g$  per ogni valore della pressione. Nella tabella 2.2 sono riportati alcuni risultati relativi a densità oltre il neutron drip.

$\rho[g/cm^{-3}]$	Element	Z	$N_{cell}$	$R_{cell}[fm]$
$4.67 \times 10^{11}$	$^{180}Zr$	40	140	53.60
$6.69 \times 10^{11}$	$^{200}Zr$	40	160	49.24
$1.00 \times 10^{12}$	$^{250}Zr$	40	210	46.33
$1.47 \times 10^{12}$	$^{320}Zr$	40	280	44.30
$2.66 \times 10^{12}$	$^{500}Zr$	40	460	35.58
$6.24 \times 10^{12}$	$^{950}Sn$	50	900	39.32
$9.65 \times 10^{12}$	$^{1100}Sn$	50	1050	35.70
$1.49 \times 10^{13}$	$^{1350}Sn$	50	1300	33.07
$3.41 \times 10^{13}$	$^{1800}Sn$	50	1750	59.50
$7.94 \times 10^{13}$	$^{1500}Zr$	40	1460	19.61
$1.32 \times 10^{14}$	$^{982}Ge$	32	950	14.38

Tabella 2.2: Sequenze di nuclidi a densità superiori al neutron drip

In fig.2.1 sono plottate due equazioni di stato relative alla crosta delle stelle di neutroni [22]. L'equazione di stato HW è ottenuta facendo uso della formula semiempirica di massa e approssimando le variabili (A,Z) come variabili continue. L'equazione di stato BBP, tratta invece le variabili (A,Z) come variabili discrete e in più tiene conto dell'energia dovuta al reticolo.

## 2.4 Equilibrio idrostatico in relatività generale

Come già affermato in precedenza, le stelle di neutroni sono oggetti molto densi e dotati di un campo gravitazionale intenso. Per determinare la struttura stellare e in particolare per ottenere le relazioni massa raggio per una fissata configurazione stellare occorre risolvere le equazioni di equilibrio idrostatico. Nel limite Newtoniano, per una distribuzione di materia a simmetria sferica e non rotante, tali equazioni sono date da:

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{Gm(r)\rho}{r^2}. \quad (2.20)$$

$$\frac{dm(r)}{dr} = 4\pi r^2 \rho. \quad (2.21)$$

La prima equazione rappresenta il bilancio tra forza gravitazionale e forza dovuta al gradiente di pressione su un elemento infinitesimo di materia stellare a distanza  $r$  dal centro. La seconda equazione esprime la massa contenuta in una sfera di raggio  $r$ . Le condizioni al

contorno di tali equazioni sono:

$$m(0) = 0, \quad (2.22)$$

$$P(R) = P_{sup}. \quad (2.23)$$

La condizione  $m(0) = 0$  deriva dal fatto che per piccoli valori di  $r$  si ha  $m(r) = (4/3)\pi r^3 \rho(0)$  che assicura un valore finito per pressione e densità di energia all'interno della stella. La condizione (2.24) definisce la superficie della stella; solitamente si pone  $P_{sup} = 0$  oppure, per una stella di neutroni, si fissa  $P_{sup} = P(\rho_{Fe}) = 7.8 \text{ g cm}^{-3}$  (dove  $P(\rho_{Fe})$  è la pressione corrispondente al valore della densità del ferro). Queste equazioni, che descrivono bene la struttura delle stelle "ordinarie" e delle nane bianche, non sono utilizzabili per le stelle di neutroni dove le correzioni di relatività generale giocano un ruolo importante. Le equazioni di equilibrio idrostatico in relatività generale prendono il nome di equazioni di Tolman-Oppenheimer-Volkoff (TOV) [14] e sono della seguente forma:

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{G\rho m}{r^2} \left(1 + \frac{P}{\rho c^2}\right) \left(1 + \frac{4\pi P r^3}{m c^2}\right) \left(1 - \frac{2Gm}{r c^2}\right)^{-1}, \quad (2.24)$$

$$\frac{dm(r)}{dr} = 4\pi r^2 \rho. \quad (2.25)$$

Dove  $\rho = \epsilon/c^2$  ed  $\epsilon$  è la densità di energia. La seconda equazione, che a prima vista sembra identica a quella ottenuta nel limite Newtoniano, risulta invece profondamente diversa per gli effetti di relatività generale. Per un volume infinitesimo nella metrica di Schwarzschild (che è la metrica che descrive il campo gravitazionale di una massa non rotante a simmetria sferica) si ha infatti:

$$dV = 4\pi r^2 \left[1 - \frac{2Gm}{r c^2}\right]^{-1/2} dr, \quad (2.26)$$

e di conseguenza risulta:  $dV > (dV)_{Newt}$ . Come è noto questo è un effetto dovuto alla curvatura dello spazio-tempo.

A questo punto si hanno tutti gli strumenti per determinare la struttura di una stella di neutroni. Come accennato in precedenza, occorre fissare un'equazione di stato (facendo eventualmente un match tra l'EOS della crosta e l'EOS del core), e poi inserirla come input nelle equazioni di Tolman-Oppenheimer-Volkoff. Le equazioni TOV si integrano numericamente in funzione del parametro  $\rho_c$  (o  $P_c$ ) e quindi in prima istanza danno  $M_G = M_G(P_c)$  e  $R = R(\rho_c)$ . Successivamente si può ricavare  $M_G = M_G(R)$ .

Nella teoria della nucleazione sarà utile il concetto di massa barionica di una stella di neutroni. Essa è definita come:

$$M_B = m_u \int n(r) dV = m_u \int_0^R 4\pi r^2 n(r) \left[ 1 - \frac{2Gm}{rc^2} \right]^{-1/2} dr = m_u N_B, \quad (2.27)$$

dove  $m_u$  è l'unità di massa media del nucleone (media tra la massa del protone e del neutrone), e  $n(r)$  è la densità numerica di barioni ( $N_B \sim 10^{57}$ ). L'energia di legame totale della stella è data da:

$$B = (M_B - M_G)c^2, \quad (2.28)$$

dove  $M_G$  si ottiene dall'integrazione dell'equazione (2.21):

$$M_G = \int_0^R 4\pi r^2 \rho(r) dr. \quad (2.29)$$

## 2.5 Risultati e discussioni

In questa sezione verranno mostrati i risultati dell'integrazione numerica delle equazioni di Tolman-Oppenheimer-Volkoff.

In figura 2.2 è riportato il confronto tra le curve massa-raggio calcolate usando la parametrizzazione GM1 per la materia nucleare (curva continua) e per la materia con iperoni (curva tratteggiata). La massa massima relativa alla configurazione stellare di pura materia nucleare a  $T=0$  risulta essere  $M_{max} = 2.363 M_\odot$ . Nel caso della materia con iperoni la massa massima risulta  $M_{max} = 1.790 M_\odot$  che è minore rispetto al caso di pura materia nucleare. Questo è dovuto al fatto che l'EOS per la materia nucleare è più stiff di quello della materia iperonica come discusso nel precedente capitolo. Riportiamo adesso la curva massa-raggio per una stella ibrida con una Bag constant di  $100 \text{ MeV fm}^{-3}$  e per confronto plottiamo nello stesso grafico una configurazione puramente adronica (figura 2.3). La massa massima per la sequenza di stelle ibride risulta  $M_{max} = 1.456 M_\odot$ . Mostriamo adesso cosa accade nel caso della parametrizzazione GM3; nel capitolo precedente si era osservato che l'EOS con questa parametrizzazione era più soft rispetto a GM1. Ci si aspetta quindi che la massa massima in questo caso risulti più piccola. In figura 2.4 mostriamo un confronto tra le configurazioni massa-raggio con la parametrizzazione GM3 e quelle con la parametrizzazione GM1. Come atteso la massa massima nel caso della parametrizzazione GM3 (che è pari a  $M_{max} = 1.573 M_\odot$ ) risulta minore rispetto a quella ottenuta nel caso della parametrizzazione GM1 (che è invece pari a  $M_{max} = 1.790 M_\odot$ ).

## 2.6 Stelle strane

In questa sezione verranno analizzate le caratteristiche principali delle stelle strane e saranno discussi alcuni risultati relativi all'integrazione numerica delle equazioni TOV per questo tipo di configurazione stellare.

Le stelle strane sono costituite da una miscela approssimativamente uguale di quarks u, d, s. La possibilità che tale tipo di materia non convenzionale possa esistere si basa, come accennato in precedenza, sull'ipotesi formulata da Witten [19] che la materia strana possa costituire il vero stato fondamentale della materia fortemente interagente in natura. Affinchè tale previsione risulti verificata deve essere che l'energia per nucleone della materia strana al minimo di  $E/A(\rho)_{uds}$  (cioè per  $P_{uds} = 0$ ) sia minore dell'energia per nucleone del nucleo di  ${}^{56}\text{Fe}$  (che è il nucleo con la più grande energia di legame per nucleone esistente):

$$\left(\frac{E}{A}\right)_{uds} < \left(\frac{E}{A}\right)_{Fe} = 930.4\text{MeV}. \quad (2.30)$$

In questo scenario la materia ordinaria che è invece costituita da nucleoni e non da quarks deconfinati, costituirebbe uno stato metastabile della natura con un tempo di vita molto lungo. Se la materia strana costituisse il vero stato fondamentale della natura, una volta che il core di una stella di neutroni si fosse convertito in materia strana, non esisterebbero ostacoli nella convesione dell'intera stella in materia strana. In questo modo una stella di neutroni sarebbe interamente convertita in stella strana.

Un'osservazione importante è che la materia ordinaria è costituita da nuclei composti da nucleoni e non da una miscela di quarks u, d; un'altra condizione che deve quindi essere verificata è che:

$$\left(\frac{E}{A}\right)_{ud} > \left(\frac{E}{A}\right)_{Fe}. \quad (2.31)$$

Per un fissato valore della massa del quark strange ( $m_s$ ) le equazioni (2.31) e (2.32), impongono un limite superiore e uno inferiore sui valori possibili per la Bag constant (B) affinché l'ipotesi di Witten sia verificata. In questo lavoro la massa del quark strange è stata fissata a un valore pari a 150 MeV; di conseguenza i valori permessi per la costante di Bag sono quelli nell'intervallo:  $B_{min}=56.67 \text{ MeV fm}^{-3} < B < B_{max}=75.09 \text{ MeV fm}^{-3}$ . In figura 2.5 riportiamo le relazioni massa-raggio per due sequenze di stelle strane a  $T=0$  con  $B=60 \text{ MeV fm}^{-3}$  (linea continua) e  $B=75 \text{ MeV fm}^{-3}$  (linea tratteggiata).



T	$M_{max}^{HS}/M_{\odot}$	$\rho_c$	R	$P_c$
0	1.790	2.202	11.52	0.447
10	1.793	2.181	11.59	0.438
20	1.800	2.139	11.77	0.428
30	1.811	2.011	12.04	0.395

Tabella 2.3: Variazioni dovute alla temperatura (in MeV) delle seguenti quantità: massa massima (in unità di masse solari), densità centrale (in unità di  $10^{15}\text{gm cm}^{-3}$ ), raggio (in km) e pressione centrale (in unità  $10^{36}$  dyne  $\text{cm}^{-2}$ ) per una stella puramente adronica. Per l'EOS è stata usata la parametrizzazione GM1.

La configurazione con  $B=60$  MeV  $\text{cm}^{-3}$  ha una massa massima pari a  $1.811 M_{\odot}$  mentre quella con  $B=75$  MeV  $\text{cm}^{-3}$  ha una massa massima di  $1.627 M_{\odot}$ . Si osserva che il valore maggiore della massa massima tra le due configurazioni considerate corrisponde al valore più piccolo della Bag constant; in generale si può mostrare che vale un andamento del tipo  $M_{max} \sim 1/\sqrt{B}$ , ossia la massa massima scala come l'inverso della radice di B.

## 2.7 Risultati per $T \neq 0$

Come già accennato in precedenza il caso di temperatura diversa da zero per una stella di neutroni è di rilevanza per i primi cento secondi dopo la formazione della stella stessa [29].

Come visto per le equazioni di stato, la temperatura non ha grandi effetti sulla massa massima delle stelle di neutroni (al solito questo è dovuto al fatto che l'EOS stesso è poco influenzato dalla temperatura). In particolare le configurazioni massa raggio sono quasi identiche a quelle ottenute nel caso  $T=0$ . In tabella 2.3 sono riportati gli effetti della temperatura su massa massima, densità centrale, raggio e pressione centrale per stelle iperoniche con la parametrizzazione GM1 (gli effetti sono simili per le stelle ibride e strane). I valori del raggio stellare R sono espressi in km, la densità centrale è espressa in unità di  $10^{15}\text{gm cm}^{-3}$ , infine la pressione centrale è in unità di  $10^{36}$  dyne  $\text{cm}^{-2}$ . Le variazioni della massa massima dovute alla temperatura sono sulla seconda cifra decimale. Si può osservare che mentre la massa massima e il raggio stellare sono funzioni crescenti della temperatura ciò non è vero per densità centrale e pressione centrale. Questo effetto è dovuto all'andamento dell'equazione di stato con la temperatura; infatti l'equazione di stato, come

visto nel primo capitolo, diventa leggermente più stiff al crescere della temperatura e di conseguenza l'oggetto considerato diventa meno denso.

## 2.8 Confronto con le masse osservate

In questa sezione faremo un breve cenno alle masse misurate delle stelle di neutroni in modo da poter capire quali equazioni di stato producono risultati compatibili con le masse realmente osservate e quali invece sono sicuramente da scartare.

In figura 2.6 mostriamo i risultati di misure relative alle masse di alcune pulsar. Tali dati sono stati presi dal lavoro di Thorsett e Chakrabarty (1999) [34].

Fissata un'equazione di stato, si può osservare che il valore della massa massima relativa a tale EOS deve essere maggiore di  $1.44 M_{\odot}$ . Da questa osservazione segue che le equazioni di stato estremamente soffici devono essere scartate in quanto producono masse incompatibili con quelle osservate.

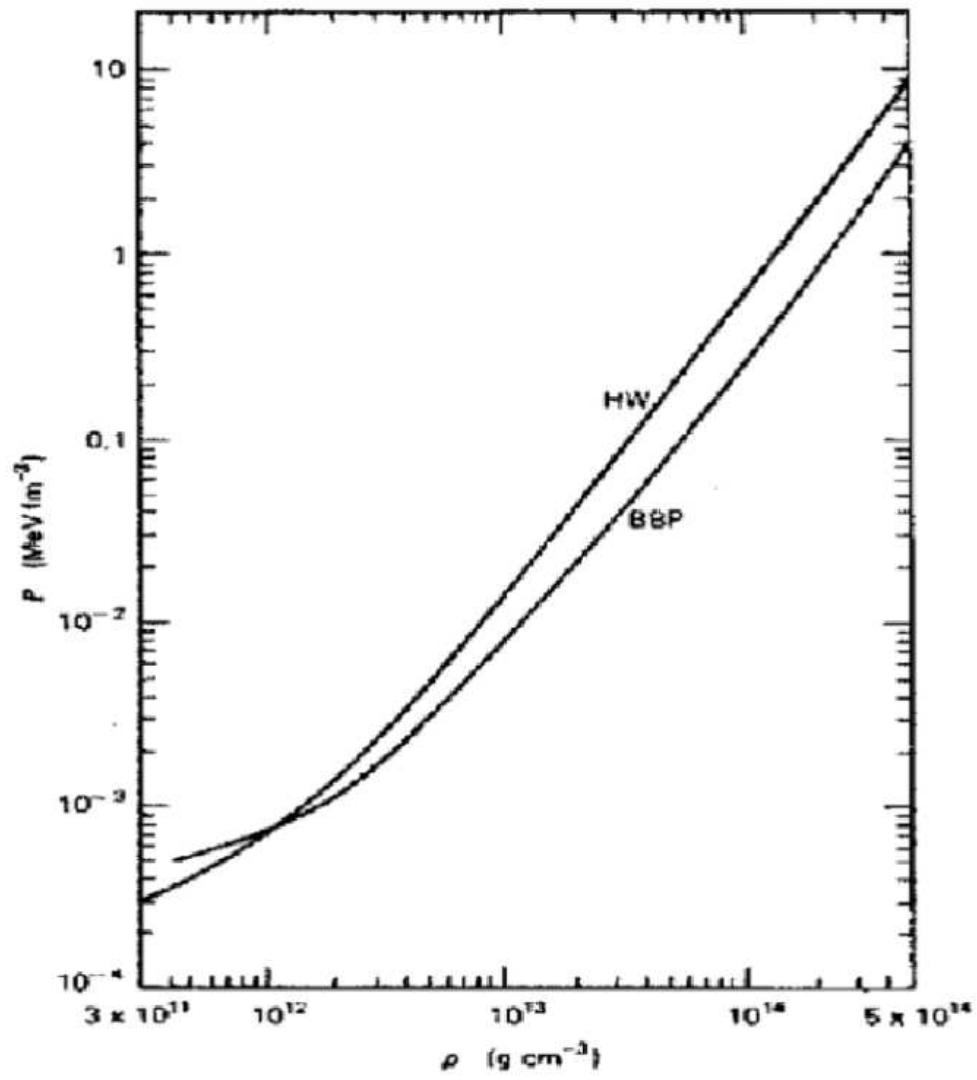


Figura 2.1: Equazioni di stato di Harrison-Wheeler (HW) e di Baym-Bethe-Pethick (BBP).

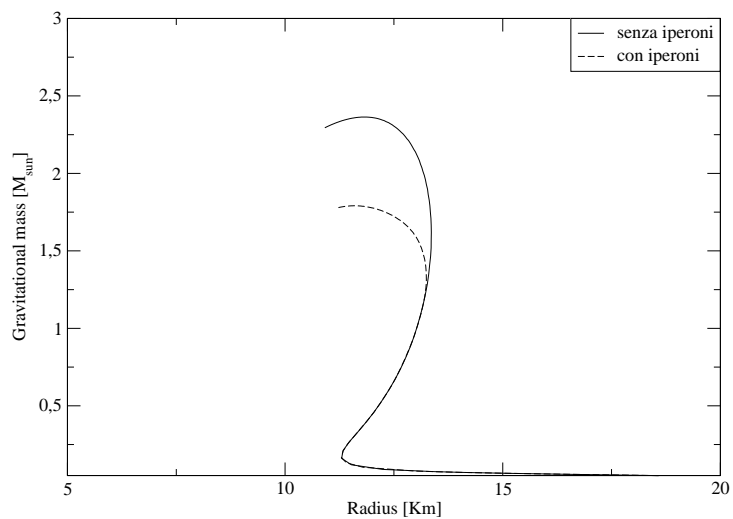


Figura 2.2: Relazione massa-raggio per una stella con e senza iperoni usando GM1.

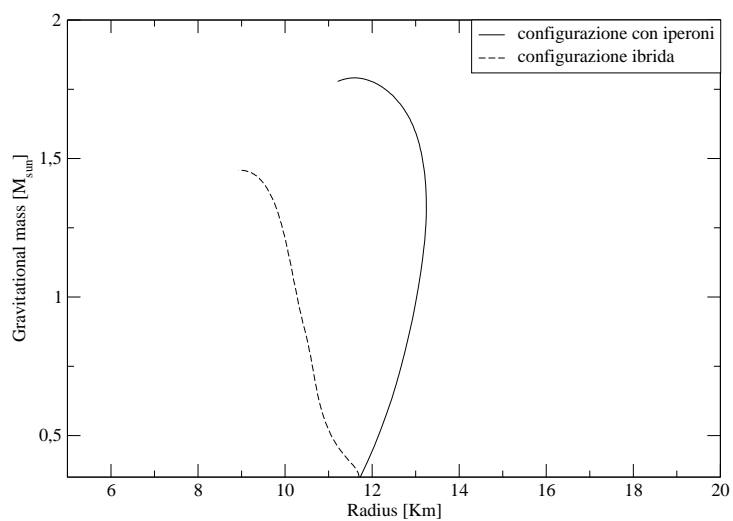


Figura 2.3: Relazioni massa-raggio per una configurazione ibrida (linea continua) e per una configurazione puramente adronica. La parametrizzazione usata è stata GM1.

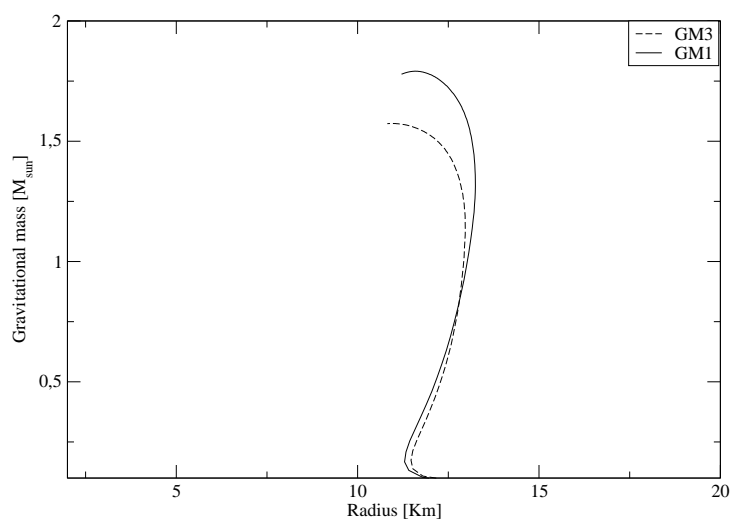


Figura 2.4: Relazione massa-raggio per una stella iperonica usando GM1 (linea continua) e GM3 (linea tratteggiata).

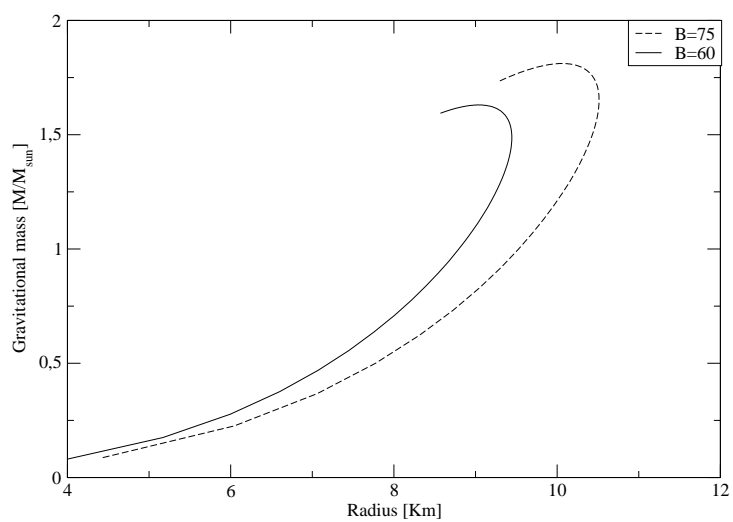


Figura 2.5: Relazione massa-raggio per due stelle strane con  $B=60 \text{ MeV fm}^{-3}$  (linea continua) e  $B=75 \text{ MeV fm}^{-3}$  (linea tratteggiata).

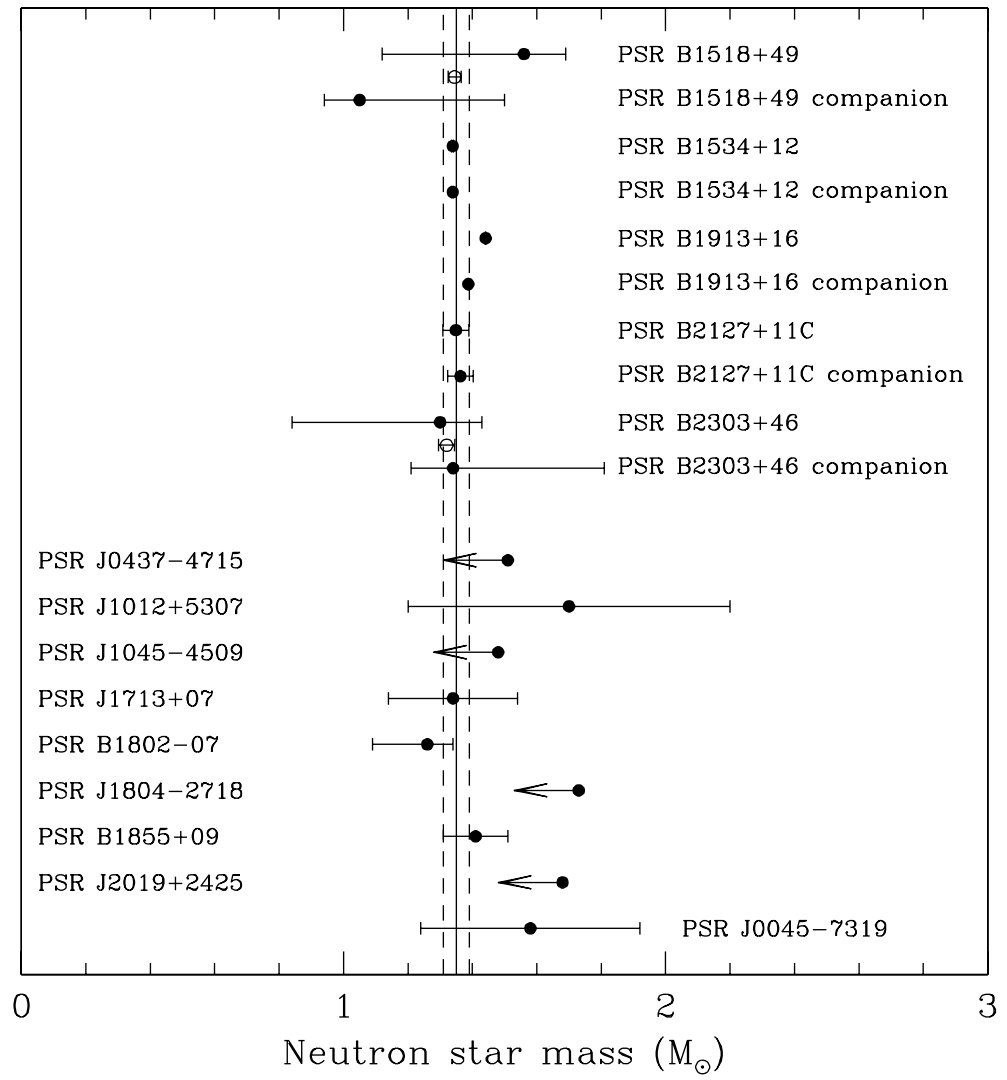


Figura 2.6: Misure delle masse di alcune stelle di neutroni.

## Capitolo 3

# Teoria della nucleazione

La teoria della nucleazione è un ampio campo che trova applicazioni in diversi ambiti della fisica (stato solido, meteorologia...). Il processo di nucleazione rappresenta lo stadio iniziale di tutte le transizioni di fase del primo ordine. I nuclei della nuova fase possono essere creati da fluttuazioni termiche e/o quantistiche (unica modalità nei sistemi a  $T=0$ ) che hanno luogo nella fase originaria quando questa si trova in opportune condizioni termodinamiche che la rendono metastabile rispetto alla nuova fase. Per quanto riguarda le stelle di neutroni, la possibilità di avere una fase deconfinata nell'inner core della stella è strettamente correlata alla probabilità di avere una transizione di fase dalla fase adronica alla fase di quarks. La stella iniziale (puramente adronica) potrà diventare una stella ibrida o di quarks proprio grazie al processo di nucleazione tra le due fasi. Per determinare gli scenari possibili per una fissata configurazione stellare, risulta quindi necessario lo studio dei processi di nucleazione. A temperatura nulla la nucleazione potendo procedere solo per effetto tunnel, è legata ad una probabilità quantistica di transizione tra stati. A temperatura finita la nucleazione può aver luogo sia "classicamente" (ossia per attivazione termica) che per effetto tunnel.

### 3.1 Nucleazione quantistica

In questa sezione verrà discussa la teoria quantistica della nucleazione utilizzando l'approssimazione WKB per il calcolo della probabilità di tunnelling. Saranno trattati due diversi limiti: relativistico e non relativistico.

La nucleazione per effetto tunnel per una transizione di fase del primo ordine è

stata investigata per la prima volta da Lifshitz e Kagan [15]. In questa trattazione viene considerato il tempo necessario per formare una goccia sferica di raggio  $R$  di materia deconfinata nella fase metastabile. La nucleazione, e quindi la transizione di fase, non è tuttavia immediata poichè la fase stabile è separata da quella metastabile da una barriera energetica. Quest'ultima si può scrivere come [16]:

$$U(R) = \frac{4\pi R^3}{3} n_q (\mu_q - \mu_H) + 4\pi \sigma_s R^2. \quad (3.1)$$

La barriera considerata è della forma:

$$U(R) = a_V(P, T) R^3 + a_s R^2, \quad (3.2)$$

ossia è costituita da un termine di volume (il primo) e da un termine di superficie (il secondo). Nell'espressione (3.1)  $n_q$  è la densità numerica della fase stabile,  $\mu_H(\mu_q)$  è il potenziale chimico (potenziale di Gibbs per barione) della fase adronica (quarks) calcolato a un valore fissato della pressione e  $\sigma_s$  è la tensione superficiale della goccia. Il raggio critico della goccia di quarks ( $R_c$ ) è definito come il valore per cui si ha il massimo di  $U(R)$  ed è dato da:

$$R_c = \frac{2\sigma_s}{n_q(\mu_H - \mu_q)}. \quad (3.3)$$

Infine l'altezza della barriera è pari a:

$$U_0 = \frac{16}{27} \pi \sigma_s R_c^2. \quad (3.4)$$

Considerando il caso di temperatura nulla, in approssimazione non relativistica la lagrangiana del sistema assume la seguente forma:

$$L(R, \dot{R}) = \frac{1}{2} M(R) \dot{R}^2 - U(R), \quad (3.5)$$

dove:

$$M(R) = 4\pi \rho_H \left(1 - \frac{n_q}{n_H}\right)^2 R^3, \quad (3.6)$$

è la massa della goccia di materia di quark, e  $\rho_H$  è la densità di massa della fase metastabile. In  $L$  sono stati trascurati i possibili termini dovuti a dissipazione nel mezzo stellare. L'energia di punto zero ( $E_0$ ) attorno a  $R = 0$  si ottiene dalla condizione di quantizzazione di Bohr:

$$I(E_0) = \frac{3}{2} \pi \hbar, \quad (3.7)$$



dove:

$$I(E) = 2 \int_0^{R_-} dR \sqrt{2M(R)[E - U(R)]}, \quad (3.8)$$

è l'azione per l'oscillazione di punto zero con punto di inversione  $R_-$ . La corrispondente frequenza di oscillazione e la probabilità di penetrazione sono date da:

$$\nu_0^{-1} = \frac{dI}{dE}(E_0), \quad (3.9)$$

$$p_0 = \exp \left[ -\frac{A(E_0)}{\hbar} \right], \quad (3.10)$$

dove  $A(E)$  è l'azione sotto la barriera:

$$A(E) = 2 \int_{R_-}^{R_+} dR \sqrt{2M(R)[U(R) - E]}. \quad (3.11)$$

Infine il tempo di nucleazione  $\tau$  è dato da:

$$\tau = \frac{1}{\nu_0 p_0 N_c}. \quad (3.12)$$

$N_c$  è il numero di centri di nucleazione dell'interno stellare ed è stimato essere dell'ordine di  $10^{48}$  [16]. Nel limite relativistico la lagrangiana del sistema diventa:

$$L(R, \dot{R}) = -M(R)c^2 \sqrt{1 - \left(\frac{\dot{R}}{c}\right)^2} + M(R)c^2 - U(R), \quad (3.13)$$

dove  $M(R)$  e  $U(R)$  sono stati definiti in precedenza. Per la condizione di quantizzazione di Bohr si ha:

$$I(E_0) = 2\pi \left( m_0 + \frac{3}{4} \right) \hbar, \quad (3.14)$$

dove:

$$I(E) = \frac{2}{c} \int_0^{R_-} dR \sqrt{[2M(R)c^2 + E - U(R)][E - U(R)]}, \quad (3.15)$$

e  $m_0$  è il numero intero definito dalla relazione:

$$m_0 = \left[ \frac{I(E_{min})}{2\pi\hbar} + \frac{1}{4} \right]. \quad (3.16)$$

Nell'espressione precedente  $E_{min}$  è il massimo di  $U(R) - 2M(R)c^2$  e [...] denota la notazione di Gauss. Infine per l'azione sotto la barriera si ha:

$$A(E) = \frac{2}{c} \int_{R_-}^{R_+} dR \sqrt{[2M(R)c^2 + E - U(R)][U(R) - E]}. \quad (3.17)$$

Le equazioni (3.13)-(3.17) si riducono a quelle ottenute nel limite non relativistico quando  $c \rightarrow \infty$  e costituiscono la base per il calcolo del tempo di nucleazione.

Restano da capire le proprietà fisiche della materia della goccia che si va formando sotto l'effetto delle fluttuazioni quantistiche. In particolare resta da stabilire se la fase di quarks è o no in  $\beta$  equilibrio. Le fluttuazioni quantistiche possono formare in linea di principio una goccia materia di quarks  $\beta$  stabile (fase  $Q^\beta$ ). Tale processo è in ogni caso soppresso rispetto a quello di formazione di una goccia non in  $\beta$  equilibrio (fase  $Q^*$ ) di un fattore dell'ordine di  $G_F^{\frac{2N}{3}}$ , dove  $N$  è il numero di quarks nella goccia ( $N \sim 100 - 1000$ ) e  $G_F$  è la costante di Fermi. Questo è dovuto al fatto che il processo implicherebbe la quasi simultanea conversione di  $N/3$  quarks up e down in quark strange dato che esso dovrebbe procedere secondo i tempi scala dell'interazione forte  $\sim 10^{-23}$  s ( $10^{-23}$  s è infatti il tempo tipico di oscillazione della goccia di quark nella buca di potenziale che essa deve attraversare o scavalcare per nucleare). Il tempo scala dell'interazione forte è parecchi ordini di grandezza più breve di quello tipico delle interazioni deboli  $\sim 10^{-8}$ , da questo segue che il flavor si conserva durante la transizione. Alternativamente le fluttuazioni quantistiche possono creare una goccia di materia deconfinata non  $\beta$  stabile in cui il contenuto di flavor è uguale a quello della fase adronica  $\beta$  stabile. Chiameremo tale fase della materia di quark la fase  $Q^*$ . Una volta che la goccia in fase  $Q^*$  si è formata, le interazioni deboli potranno agire in modo da ristabilire il  $\beta$  equilibrio e abbassare l'energia.

Per fissare le condizioni che portano alla transizione tra la fase adronica e la fase  $Q^*$  verrà utilizzato come in precedenza il criterio di Gibbs. Le condizioni da imporre sono quindi l'uguaglianza delle pressioni, della temperatura e dell'energia di Gibbs per barione tra le due fasi:

$$P_q = P_H, \quad T_q = T_H, \quad g_q = g_H. \quad (3.18)$$

L'energia di Gibbs per barione è:

$$g = \sum_i Y_i \mu_i, \quad (3.19)$$

dove  $Y_i = n_i/n_B$  è la frazione delle particelle della specie  $i$ -esima. Dalla conservazione del numero dei flavors tra le due fasi si ottiene:

$$Y_u^H = 2Y_p + Y_n + Y_\Lambda + 2Y_{\Sigma^+} + Y_{\Sigma^0} + Y_{\Xi^0}, \quad (3.20)$$

$$Y_d^H = Y_p + 2Y_n + Y_\Lambda + Y_{\Sigma^0} + 2Y_{\Sigma^-} + Y_{\Xi^-}, \quad (3.21)$$

$$Y_s^H = Y_\Lambda + Y_{\Sigma^+} + Y_{\Sigma^0} + Y_{\Sigma^-} + 2Y_{\Xi^0} + 2Y_{\Xi^-}. \quad (3.22)$$

L'uguaglianza delle energie di Gibbs per barione tra le due fasi determina la pressione ( $P_0$ ) per cui è possibile avere la nucleazione. Per  $P_c > P_0$  la materia adronica risulta metastabile rispetto a una transizione di fase che forma una fase deconfinata  $Q^*$ . Ne risulta che ogni configurazione stellare con pressione centrale  $P_c > P_0$  potrà sostenere il processo di nucleazione. In figura 3.1 sono riportati gli andamenti dei potenziali di Gibbs per barione relativi alle tre fasi appena discusse: adronica (H), quark in beta equilibrio (Q) e quark non in beta equilibrio ( $Q^*$ ). I parametri scelti sono stati:  $B=150 \text{ MeV fm}^{-3}$ ,  $\sigma=30 \text{ MeV fm}^{-2}$ ,  $T=0$ ; per l'EOS della fase adronica è stata usata la parametrizzazione GM1. Dalla figura

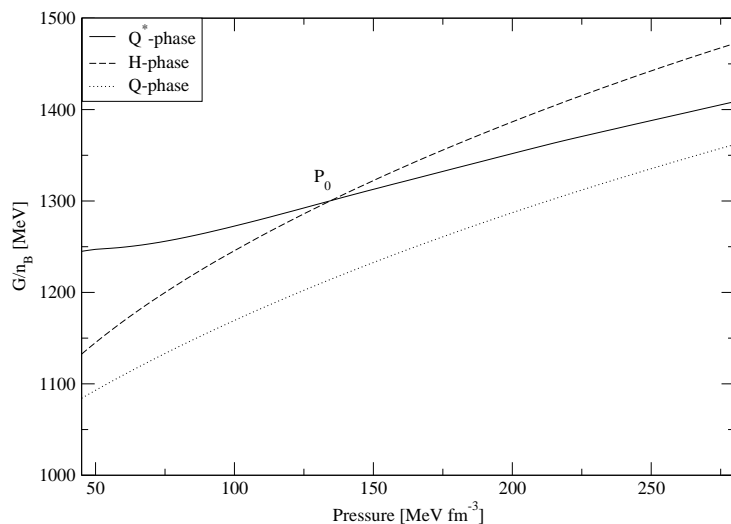


Figura 3.1: Potenziali di Gibbs per barione per le fasi adronica, Q e  $Q^*$  ( $T=0$ ,  $B=150 \text{ MeV fm}^{-3}$ ,  $\sigma = 30 \text{ MeV fm}^{-2}$ )

precedente si osserva che la fase  $Q^*$  ha un'energia maggiore rispetto alla fase Q come già osservato in precedenza.

Infine nel caso che i neutrini siano presenti nel sistema, la frazione di questi ultimi è fissata dalle relazioni (già usate per costruire l'EOS nel primo capitolo):

$$Y_{L_e} = Y_{\nu_e} + Y_e = 0.4, \quad (3.23)$$

$$Y_{L\mu} = Y_{\nu\mu} + Y_{\mu} = 0. \quad (3.24)$$

L'introduzione della temperatura produce dei cambiamenti nella nucleazione quantistica. In particolare il punto di incrocio delle energie di Gibbs per barione ( $P_0$ ) si sposta verso valori minori della pressione al crescere della temperatura (rispetto al caso di temperatura nulla) come si vede dai grafici in figura 3.3. Da questo se ne deduce che la nucleazione quantistica è favorita dalla temperatura.

## 3.2 Nucleazione termica

In questa sezione verranno discusse le basi della teoria classica della nucleazione. Il termine “classico” deriva dal fatto che contrariamente al caso quantistico la nucleazione termica può avvenire solo per scavalco di barriera. Questo vuol dire che il sistema deve fornire alla goccia di quarks l'energia necessaria per poter passare sopra al massimo della barriera di potenziale e di conseguenza formare il primo nucleo della fase stabile.

Per determinare il rate termico di nucleazione e il conseguente tempo di nucleazione si seguirà la trattazione di Harko, Cheng e Tang [17] dove il tempo di nucleazione è calcolato tenendo conto degli effetti di dissipazione, conduttività del mezzo stellare, termine di curvatura e correzioni coulombiane. Nel presente lavoro questi termini sono trascurati.

Il punto di partenza è sempre il lavoro necessario per creare una goccia di materia di quarks descritto dall'equazione (3.1). Vicino a  $R_c$  tale lavoro può essere espresso nella seguente forma:

$$W(r) = W_c - 4\pi\sigma_s(r - R_c)^2 \quad (3.25)$$

dove è stato effettuato uno sviluppo di Taylor e:

$$W_c = W(R_c) = \frac{16}{3}\pi\sigma_s^3 \frac{1}{[n_q(\mu_q - \mu_H)]^2}. \quad (3.26)$$

Invece di parlare di probabilità termica di nucleazione è più conveniente usare la funzione di distribuzione per nuclei di vario raggio  $r$  [18]:

$$f_0(r) \sim \exp[-W(r)/T]. \quad (3.27)$$

Per la funzione di distribuzione all'equilibrio si ha:

$$f_0(r) = C_0 \exp[-W_c/T] \exp[4\pi\sigma_s(r - R_c)^2/T]. \quad (3.28)$$

Per stimare il fattore  $C_0$  seguendo Landau e Lifshitz [18] si trova:

$$C_0 = n_q n_H R_c^2. \quad (3.29)$$

Mettendo tutto insieme si ottiene:

$$f_0(r) = n_q n_H R_c^2 \exp[-W_c/T] \exp[4\pi\sigma_s(r - R_c)^2/T]. \quad (3.30)$$

A questo punto resta da determinare la funzione di distribuzione in funzione del tempo:  $f(r, t)$ . A tal fine, considerando le gocce di quarks come oggetti macroscopici, si può utilizzare l'equazione di Fokker-Planck [18]:

$$\frac{\partial f(t, r)}{\partial t} = -\frac{\partial j}{\partial r}, \quad (3.31)$$

dove  $j = -B\frac{\partial f}{\partial r} + Af$  è il flusso nello spazio delle dimensioni dei nuclei. In una situazione di equilibrio si ha  $j = 0$  e da questo si ricava una relazione tra  $A$  e  $B$ :

$$A = -\frac{BW'(r)}{T}. \quad (3.32)$$

Per definizione di flusso, si ha inoltre che  $j$  definisce il rate del processo di nucleazione. Per una transizione di fase stazionaria si avrà  $j = \text{const}$ . Con questa condizione si ottiene:

$$\frac{f}{f_0} = -j \int \frac{dr}{Bf_0} + \text{const}. \quad (3.33)$$

La costante in questa equazione e  $j$  possono essere fissati dalle condizioni al contorno per  $r$  grandi e piccoli. In particolare la probabilità di ottenere fluttuazioni con nuclei di dimensione piccola è rapidamente crescente. Questo si esprime con la condizione:  $\frac{f}{f_0} \rightarrow 1$  quando  $r \rightarrow 0$ . Per  $r$  grande si ha invece che  $f_0 \rightarrow \infty$ , mentre  $f(r)$  rimane finita. Si ha perciò:  $\frac{f}{f_0} \rightarrow 0$  per  $r \rightarrow \infty$ . La soluzione dell'equazione precedente che soddisfa le condizioni al contorno richieste è [18]:

$$\frac{1}{j} = \int_0^{+\infty} \frac{dr}{Bf_0}. \quad (3.34)$$

L'integrando ha un massimo per  $r = R_c$ . Estendendo l'integrazione da  $-\infty$  a  $+\infty$  si trova:

$$j = 2n_q n_H R_c^2 \exp(-W_c/T) \sqrt{\frac{\sigma_s}{T}} B(R_c). \quad (3.35)$$

Per  $r$  maggiore di  $R_c$  la funzione di distribuzione è costante e il nucleo diventa sempre più grande. Si può quindi trascurare il termine contenente la derivata  $\frac{\partial f}{\partial r}$  nel flusso che implica

$j = Af$ . Ancora dalla definizione di flusso si può osservare che  $A$  agisce come una velocità nello spazio delle dimensioni dei nuclei[18]:

$$A = \left( \frac{dr}{dt} \right)_{macro} . \quad (3.36)$$

Dalla relazione tra  $A$  e  $B$  si trova:

$$B = -\frac{T}{W'} \left( \frac{dr}{dt} \right)_{macro} = -\frac{T}{8\pi\sigma_s(r - R_c)} \left( \frac{dr}{dt} \right)_{macro} . \quad (3.37)$$

Il rate di crescita è dato da:

$$\left( \frac{dr}{dt} \right)_{macro} = k(r - R_c) . \quad (3.38)$$

Dove  $k$  è il prefattore dinamico [21]. In assenza di termini di dissipazione si trova:

$$k = v_s \sqrt{\frac{2\sigma_s}{R_c^3} \frac{w_H}{(w_H - w_q)^2}} . \quad (3.39)$$

Nell'espressione precedente  $w_H$  e  $w_q$  sono le entalpie per unità di volume delle fasi adronica e di quarks rispettivamente mentre  $v_s$  è la velocità del suono. Quest'ultima si determina da:

$$v_s = c \sqrt{\frac{\partial P}{\partial \rho}} \quad (3.40)$$

Mettendo tutto insieme si ha:

$$j = n_q n_H R_c^2 \exp(-W_c/T) \sqrt{\frac{T}{\sigma_s}} \frac{k}{4\pi} . \quad (3.41)$$

Il tempo di nucleazione si ottiene infine dalla definizione di rate:

$$\tau = \frac{1}{V_{eff} j} . \quad (3.42)$$

$V_{eff}$  è il volume della regione stellare in cui avviene la nucleazione. Considerando un volume sferico si ha:

$$V_{eff} = \frac{4}{3}\pi R_{eff}^3 . \quad (3.43)$$

Il corrispondente raggio efficace è stimato essere [16] 10 m. Il tempo di nucleazione risulta:

$$\tau = \frac{1}{n_q n_H R_c^2 V_{eff}} \sqrt{\frac{\sigma}{T}} \exp(W_c/T) \frac{1}{k} . \quad (3.44)$$

Dalla relazione precedente si osserva che il tempo di nucleazione classico diverge nel limite di temperatura nulla.

Nella sezione precedente era stata ricavata l'espressione per il tempo di nucleazione quantistico. Quest'ultima rimane finita nel limite di temperatura nulla e  $P_c > P_0$ . Da questo si capisce che a basse temperature è dominante il contributo della nucleazione quantistica, mentre nel limite opposto è dominante la nucleazione per attivazione termica (come anticipato in precedenza).

### 3.3 Risultati e discussioni

In questa sezione verranno mostrati e analizzati i risultati relativi a quanto discusso per la teoria della nucleazione a temperatura nulla e finita. Per l'equazione di stato della fase adronica verrà utilizzata la parametrizzazione GM1 ( $x_\sigma=0.6$ ), mentre per la parte deconfinata verrà fatto uso del MIT Bag model. Ci concentreremo principalmente sul caso senza il trapping dei neutrini.

Mostriamo per cominciare in figura 3.2 l'andamento della barriera di potenziale  $U$  (espresso in MeV) in funzione del raggio  $R$  della goccia di quarks (in fm) per  $T = 0$  e  $B=85$   $\text{MeV fm}^{-3}$  per tre diversi valori della pressione.

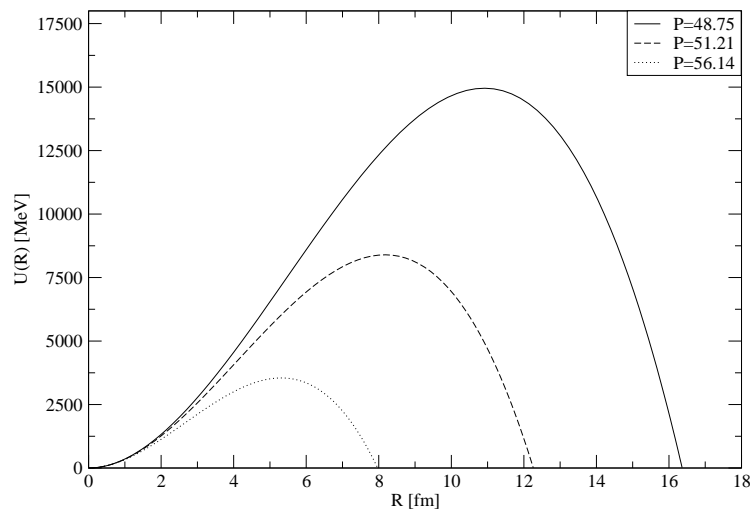


Figura 3.2: Barriera di potenziale in funzione del raggio della goccia per varie pressioni ( $T=0$ ,  $B=85$   $\text{MeV fm}^{-3}$ ,  $\sigma = 30$   $\text{MeV fm}^{-2}$  ).

Al crescere della pressione al di sopra del valore di soglia  $P_0$  per il quale la fase adronica diviene metastabile rispetto alla fase deconfinata  $Q^*$  (vedi figura (3.1)), il termine di volume nella barriera di potenziale  $U(R)$  (termine in  $R^3$  nell'equazione (3.1)) diviene sempre

più negativo. Ciò conduce ad un abbassamento della barriera come si vede dai risultati in figura (3.2).

Mostriamo adesso l'effetto della temperatura sul punto  $P_0$  che determina la pressione di soglia per cui è possibile nucleare in un interno di una stella di neutroni (figura 3.3). Il punto  $P_0$  si sposta verso pressioni più basse rispetto al caso di  $T=0$  al crescere

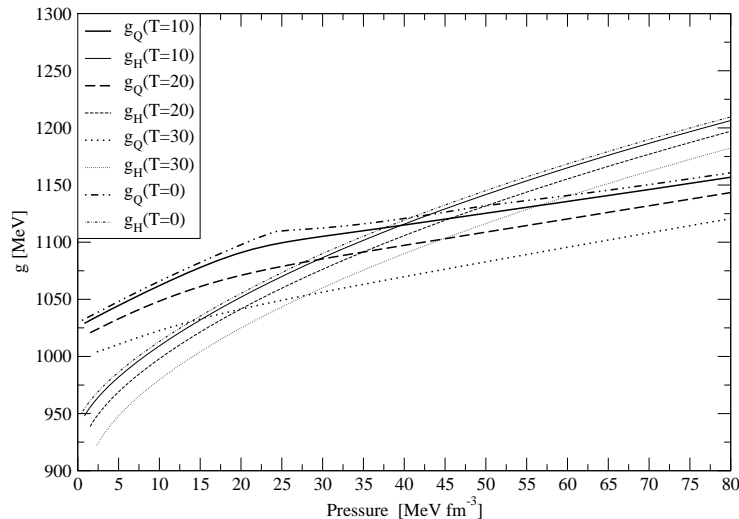


Figura 3.3: Potenziale di Gibbs per barione in funzione della pressione per la fase adronica e per la fase di quarks a diverse temperature. Per la fase adronica si è utilizzata la parametrizzazione GM1; per la fase di quark si è usato il MIT bag model con  $B=85 \text{ MeV fm}^{-3}$ .

della temperatura (i potenziali di Gibbs per barione di entrambe le fasi vengono traslati verso il basso al crescere di  $T$  come si osserva dalla figura 3.3). In figura 3.4 è riportata la forma della barriera di potenziale  $U$  come funzione di  $R$  (raggio della goccia di materia deconfinata) a diverse temperature e pressione fissata ( $P=48.8 \text{ MeV fm}^{-3}$ ). Coerentemente con quanto osservato per lo spostamento del punto  $P_0$  in funzione di  $T$ , si osserva un andamento decrescente della barriera in funzione della temperatura. Il fatto che al crescere di  $T$  la barriera  $U(R)$  si abbassi è, come già spiegato in precedenza per la barriera a  $T=0$ , una conseguenza diretta del termine di volume nell'espressione (3.1). Quest'ultimo diventa sempre più negativo al crescere della temperatura come risulta evidente dal grafico di figura 3.3. Di conseguenza si ottiene l'andamento mostrato in figura (3.4). Da questo se ne deduce che la temperatura favorisce il processo di nucleazione per il fatto che essa fa abbassare la barriera di potenziale che la goccia virtuale deve superare per nucleare.



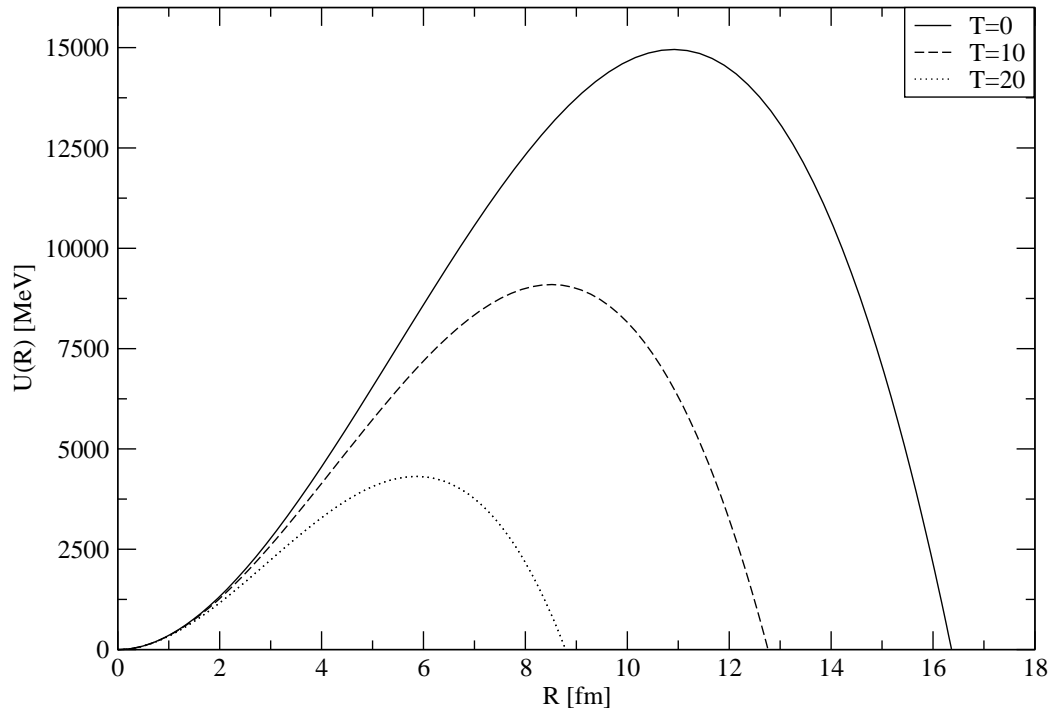


Figura 3.4: Barriera di potenziale in funzione della distanza radiale per varie temperature ( $P=48.8 \text{ MeV fm}^{-3}$ ,  $B=85 \text{ MeV fm}^{-3}$ ,  $\sigma = 30 \text{ MeV fm}^{-2}$ ).

In figura 3.5 è riportato l'andamento del tempo di nucleazione ( $\tau_Q$ ) a  $T=0$  (ossia nel caso di nucleazione puramente quantistica) in funzione della pressione per vari valori della Bag constant. Si nota che il tempo di nucleazione si sposta verso valori più alti della pressione al crescere della costante di Bag. Questo effetto è dovuto al fatto che al crescere di quest'ultima, la pressione di "vuoto" diventa sempre più alta e risulta più difficile deconfinare per la goccia virtuale (ossia quest'ultima ha bisogno di pressioni interne maggiori).

Passiamo adesso a discutere il caso di temperatura finita e mostriamo l'andamento del tempo di nucleazione classico e quantistico per valori fissati di  $B$ ,  $\sigma$ , e  $T$  in funzione della pressione. Nelle figure 3.6 e 3.7 sono riportati i grafici del tempo di nucleazione quantistico (figura 3.6) e termico (figura 3.7) a varie temperature. Il tempo di nucleazione quantistico è denotato con  $\tau_Q$ , mentre il tempo di nucleazione termico con  $\tau_{th}$ .

In entrambi i casi si osserva che all'aumentare della temperatura il tempo di nucleazione diminuisce. Questo era prevedibile per quanto detto in precedenza dell'effetto della temperatura sulla barriera di potenziale  $U(R)$ . Variando la Bag constant si ottengono risultati qualitativamente simili.

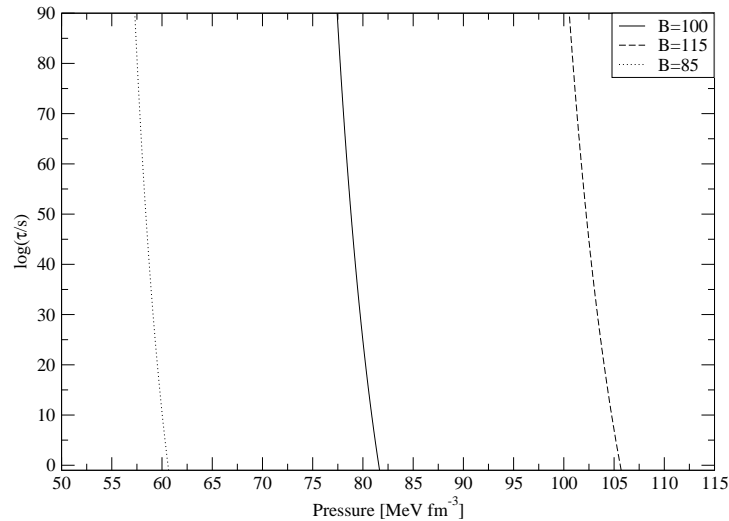


Figura 3.5: Tempo di nucleazione in funzione della pressione a  $T=0$   $\sigma = 30 \text{ MeV fm}^{-2}$  per vari valori della Bag constant.

È interessante osservare l'andamento dei tempi di nucleazione classico e quantistico in funzione della temperatura, per un fissato valore della pressione. In figura 3.8 mostriamo questi andamenti per un valore della pressione pari a  $57.5 \text{ MeV fm}^{-3}$ . Si può osservare come il processo quantistico di nucleazione domina a basse temperature (il tempo di nucleazione diverge nel limite di  $T \rightarrow 0$ ), mentre nel limite di alte temperature la situazione è inversa (ossia a dominare è il processo di nucleazione termico). La temperatura per la quale i due tempi di nucleazione si intersecano (temperatura di crossover), risulta a questa pressione attorno a  $T_{cr} \sim 7.7 \text{ MeV}$ . Questa temperatura definisce la soglia tra i due possibili tipi di nucleazione. Per  $T > T_{cr}$  la nucleazione procederà per attivazione termica; per  $T < T_{cr}$  si avrà invece nucleazione quantistica. In figura 3.9 è riportato lo stesso andamento a una pressione di  $P=55.0 \text{ MeV fm}^{-3}$ . Si osserva che la temperatura di crossover si sposta verso valori più bassi rispetto al caso precedente.

### 3.4 Possibili conseguenze astrofisiche (caso $T=0$ )

In questa sezione prenderemo in considerazione le possibili conseguenze astrofisiche dei modelli di nucleazione nel caso di temperatura nulla. In tali condizioni, come discusso in precedenza, la nucleazione può avvenire solo per quantum tunnelling.

L'idea di base è quella di partire da una stella adronica a  $T = 0$  e di seguire la sua

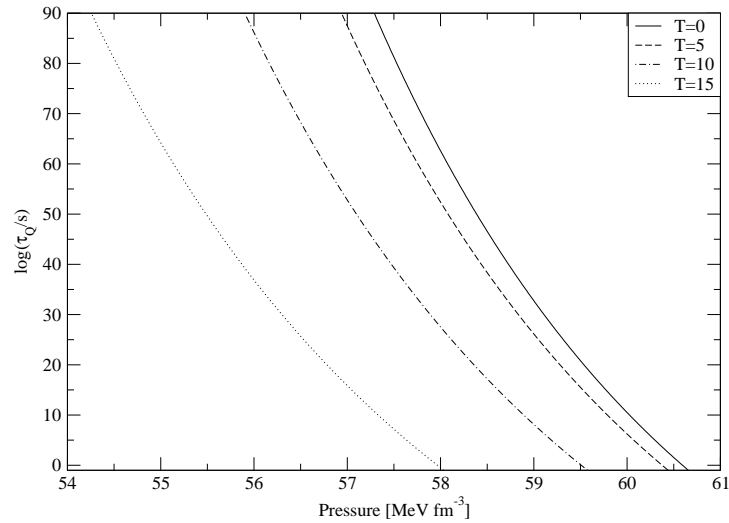


Figura 3.6: Tempo di nucleazione quantistico in funzione della pressione per  $\sigma = 30 \text{ MeV fm}^{-2}$ ,  $B=85 \text{ MeV fm}^{-3}$  a varie temperature.

evoluzione successiva alla nucleazione (ammesso che ci siano le condizioni termodinamiche per cui quest'ultima possa avvenire). A questo proposito gli scenari possibili sono molteplici. Per cominciare occorrerà distinguere il caso di neutrino trapping dal caso neutrino free. Le due possibilità conducono a risultati profondamente diversi; in particolare la presenza dei neutrini nella newborn stella di neutroni produce spesso come stella finale, dopo il processo di nucleazione, un black-hole.

Per determinare lo stato finale di una stella di neutroni soggetta a nucleazione si seguirà la linea seguente. Per cominciare si fisserà un'equazione di stato per la materia adronica e si determinerà la relazione massa raggio per una famiglia di stelle risolvendo le equazioni TOV. Si fisserà poi un valore della Bag constant e si determinerà l'EOS e la relazione massa-raggio per la stella ibrida o strana in accordo con l'ipotesi di Witten [19]. Fissato un valore per la tensione superficiale  $\sigma$ , si procederà quindi a determinare le condizioni necessarie alla nucleazione (ossia si calcolerà il valore della pressione di soglia  $P_0$ ), e si determinerà la configurazione della stella adronica con massa gravitazionale corrispondente al tempo di nucleazione di un anno (che è un tempo “piccolo” rispetto alle età tipiche di una stella di neutroni). Tale configurazione stellare verrà nel seguito indicata come massa critica ( $M_{cr}$ ) [31]. Per determinare la configurazione stellare finale si andrà a cercare tra le configurazioni stellari finali ottenute al solito dall'integrazione delle TOV, la stella finale (ibrida o strana a seconda di B) con massa barionica uguale alla stella iniziale soggetta alla

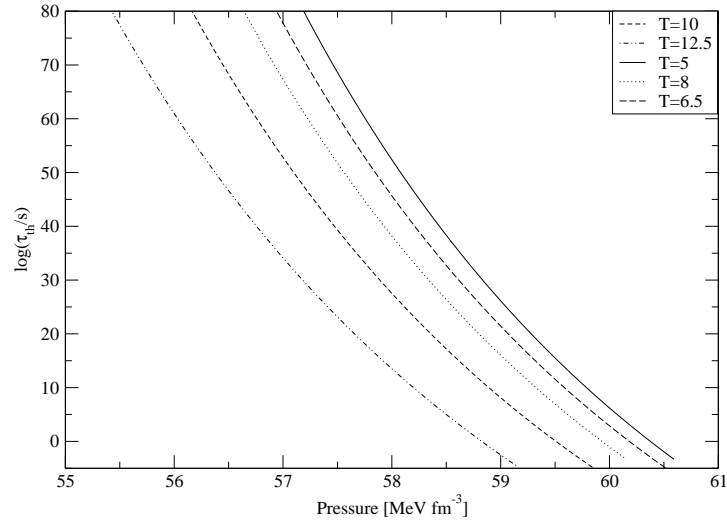


Figura 3.7: Tempo di nucleazione classico in funzione della pressione per  $\sigma = 30 \text{ MeV fm}^{-2}$ ,  $B=85 \text{ MeV fm}^{-3}$  a varie temperature.

B	$M_{cr}$	$M_{cr}^B$	$M_{fin}$
75	1.47	1.63	1.38
85	1.54	1.71	1.48
100	1.65	1.86	BH
150	1.79	2.03	BH

Tabella 3.1: Evoluzione di configurazioni stellari al variare della Bag constant per  $\sigma=30 \text{ fm}^{-2}$ ,  $T=0$ .

nucleazione (che per definizione è  $M_{cr}$ ). Dietro questo meccanismo c'è l'ipotesi che non ci sia espulsione di materia durante il processo di conversione stellare che porta dalla configurazione stellare iniziale puramente adronica alla configurazione stellare finale [20]. La massa critica gioca il ruolo di una massa massima efficace per il ramo adronico delle stelle compatte. Mentre la massa massima di Oppenheimer-Volkov è determinata dalla “stiffness” dell'equazione di stato della materia adronica, il valore della massa critica dipende in più dalle proprietà di volume della materia di quark (Bag constant) e dalle proprietà della superficie all'interfaccia tra le due fasi ( $\sigma$ ).

In tabella 3.1 riportiamo alcune evoluzioni di configurazioni stellari al variare della Bag constant per  $\sigma=30 \text{ MeV fm}^{-2}$ ,  $T=0$ . Si osserva che sono presenti configurazioni stabili nella stella finale solo per valori della Bag constant non troppo elevati ( $B < 100 \text{ MeV fm}^{-3}$ ). In figura 3.10 mostriamo l'evoluzione di una particolare stella adronica soggetta al processo

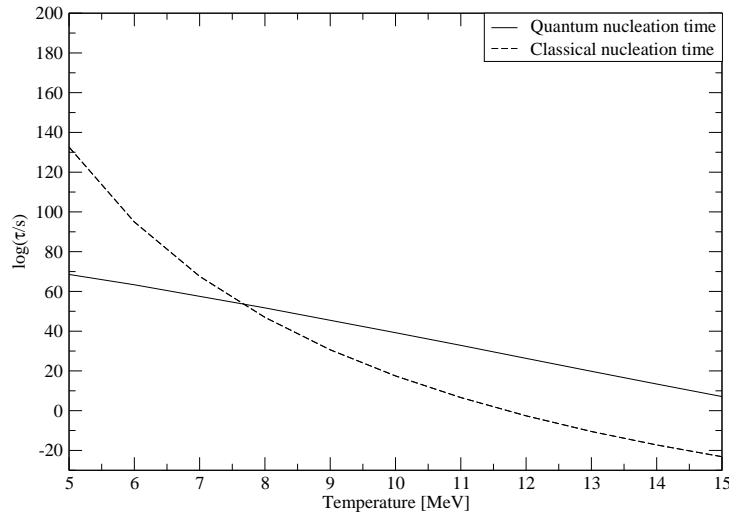


Figura 3.8: Tempi di nucleazione classico e quantistico in funzione della temperatura per  $\sigma = 30 \text{ MeV fm}^{-2}$ ,  $B=85 \text{ MeV fm}^{-3}$ ,  $P=57.5 \text{ MeV fm}^{-3}$ .

di nucleazione; per la fase adronica è stata usata la parametrizzazione GM1 mentre per la fase di quark il MIT bag model con  $B=85 \text{ MeV fm}^{-3}$ . Infine il valore di  $\sigma$  è stato fissato a  $30 \text{ MeV fm}^{-2}$ . Nella figura 3.10 l'asterisco nella sequenza relativa alle stelle adroniche denota la configurazione stellare con pressione centrale pari a  $P_0$ . Per quanto detto in precedenza tutte le configurazioni stellari con  $P > P_0$  sono stati metastabili rispetto alla nucleazione. Nella stessa sequenza, il cerchio pieno rappresenta la configurazione stellare con massa gravitazionale uguale alla massa critica. La linea che congiunge le sequenze adroniche con quelle ibride indica il processo di conversione tra le due diverse configurazioni stellari. Infine il cerchio pieno nella sequenza di stelle ibride rappresenta la massa finale della stella di neutroni dopo la nucleazione. L'energia liberata nell'intero processo è pari a:

$$E_{conv} = (M_{in} - M_{fin})c^2, \quad (3.45)$$

dove  $M_{in}$  è la massa iniziale della stella adronica soggetta alla nucleazione e  $M_{fin}$  è la massa della stella ibrida dopo la nucleazione.

Passiamo adesso a discutere il caso di neutrini trapped e vediamo come si modifica lo scenario appena discusso. Prima di tutto mostriamo in figura 3.11 un confronto tra le barriere di potenziale  $U(R)$  nel caso di neutrino free e neutrino trapped a una pressione di  $215 \text{ MeV fm}^{-3}$ .

Come si osserva dal grafico di figura 3.11 a una pressione fissata la barriera  $U(R)$

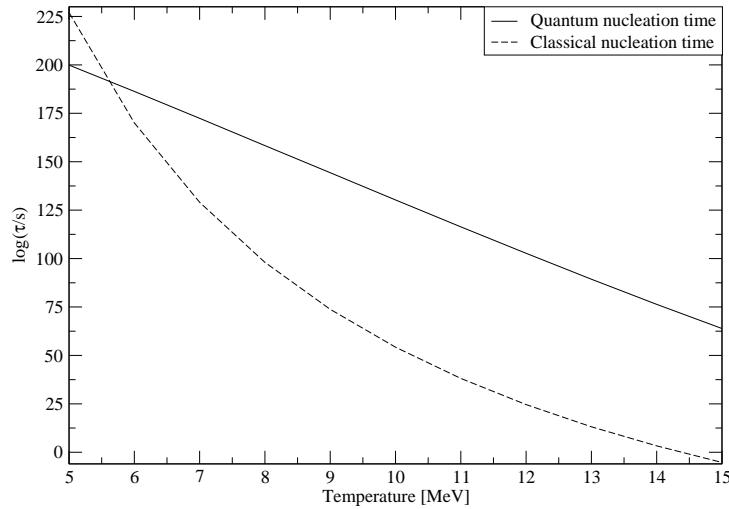


Figura 3.9: Tempi di nucleazione classico e quantistico in funzione della temperatura per  $\sigma = 30$ ,  $B=85 \text{ MeV fm}^{-3}$ ,  $P=55.0 \text{ MeV fm}^{-3}$ .

B	$M_{cr}$	$M_{cr}^B$	$M_{fin}$
75	2.00	2.24	BH
85	2.03	2.28	BH
100	...	...	...
150	...	...	...

Tabella 3.2: Evoluzione di configurazioni stellari con neutrini intrappolati al variare della Bag constant per  $\sigma=30 \text{ fm}^{-2}$ ,  $T=0$ .

nel caso di neutrini intrappolati è più alta rispetto a quella corrispondente al caso senza neutrini. Di conseguenza si conclude che la presenza dei neutrini inibisce il processo di nucleazione.

Discutiamo ora qualche conseguenza astrofisica di quanto adesso discusso. In tabella 3.2 riportiamo l'andamento della massa critica e della massa finale per vari valori della Bag constant. Vediamo che nel caso di neutrino trapping la situazione è radicalmente diversa. Prima di tutto non ci sono configurazioni stellari finali stabili per i valori della Bag constant considerati; in secondo luogo per  $B \gtrsim 120 \text{ MeV fm}^{-3}$  si ha  $P_0 > P_c^{max}$ , ossia le stelle adroniche in questione sono assolutamente stabili rispetto alla nucleazione.

Da quanto osservato, risulta chiaro (come anticipato in precedenza) che la presenza dei neutrini inibisce in maniera rilevante il processo di nucleazione. Questo effetto si spiega col fatto che l'equazione di stato della materia con neutrini trapped è più stiff di quella

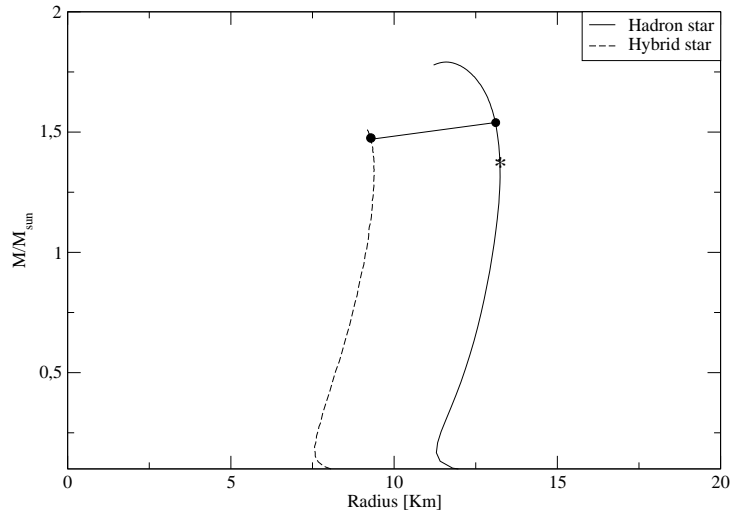


Figura 3.10: Relazioni massa raggio per una stella puramente adronica (curva continua) e per una stella ibrida (curva tratteggiata). Per la fase adronica è stata usata la parametrizzazione GM1 mentre per la fase di quark il MIT bag model con  $B=85 \text{ MeV fm}^{-3}$ ,  $\sigma = 30 \text{ MeV fm}^{-2}$ .

della materia senza neutrini. Più è alta la pressione nella fase metastabile, più sono richieste pressioni alte nella fase  $Q^*$  per ottenere le condizioni di deconfinamento. Il punto statico di transizione  $P_0$  si sposta di conseguenza verso valori maggiori della pressione rispetto al caso neutrino free e questo ostacola la nucleazione.

### 3.5 Possibili conseguenze astrofisiche (caso $T \neq 0$ )

Fissando un tempo di riferimento di circa mille secondi (tempo in cui sicuramente i neutrini hanno abbandonato la stella e quest'ultima si è raffreddata a una temperatura inferiore a 1 MeV), si può ottenere dai grafici del tempo di nucleazione in funzione della temperatura a pressione fissata (vedi figure 3.8, 3.9), il corrispondente valore della temperatura ( $\Theta$ ) e plottare quest'ultimo in funzione della pressione. Per tempo di nucleazione si intende il valore definito da  $\tau(\Theta) = \min(\tau_Q, \tau_{th})$  (dove  $\tau_Q$  e  $\tau_{th}$  sono i tempi di nucleazione quantistico e termico rispettivamente), e di conseguenza  $\Theta$  è definita da:  $\tau(\Theta) = 1000 \text{ s}$  ( $P=\text{const}$ ).

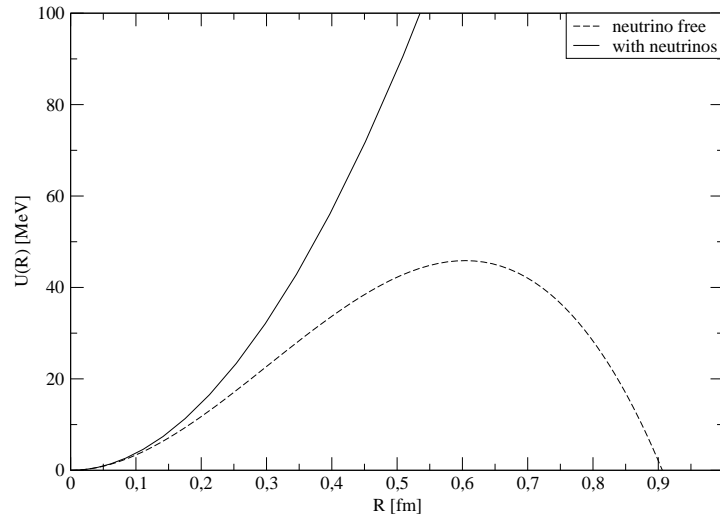


Figura 3.11: Barriera  $U(R)$  nel caso neutrino free (linea tratteggiata) e nel caso di neutrino trapped (linea continua). Sono stati fissati i seguenti parametri:  $B=85 \text{ MeV fm}^{-3}$ ,  $\sigma = 30 \text{ MeV fm}^{-2}$ ,  $P=215 \text{ MeV fm}^{-3}$ . Per la fase adronica è stata usata la parametrizzazione GM1.

In figura 3.12 è riportato il grafico relativo a questo calcolo. La curva tratteggiata in figura 3.12 rappresenta l'andamento della temperatura in funzione della pressione per un fissato valore dell'entropia per barione (si è fissato  $S=1 k_B$ , dove  $k_B$  è la costante di Boltzmann). L'andamento della temperatura in funzione della pressione a entropia fissata può essere visto come una serie di valori centrali della temperatura per una sequenza di stelle adroniche appena formate [29], [33]. Il valore scelto per l'entropia ( $S=1 k_B$ ) e il fatto di aver fissato l'entropia a un valore costante, deriva da calcoli idrodinamici sul collasso gravitazionale di stelle massive [29]. Le due curve di figura 3.12 si intersecano a una pressione ( $P^*$ ) di  $54 \text{ MeV fm}^{-3}$ ; questo valore definisce la pressione per la quale le stelle con pressione centrale maggiore di tale valore sono instabili rispetto alla nucleazione (nel senso che tali configurazioni nucleano prima di mille secondi). Ricordiamo che dopo mille secondi la stella è essenzialmente a temperatura prossima a zero (minore di  $1 \text{ MeV}$ ), la nucleazione in questo caso, non può procedere per via termica (si è osservato che il tempo termico di nucleazione per piccole temperature diverge). Da questo segue che le configurazioni con pressione centrale minore di  $P^*$  possono nucleare solo attraverso il processo quantistico di nucleazione. Come si osserva dalla figura 3.12 la curva della temperatura in funzione della pressione a entropia costante interseca la curva  $\Theta(\tau = 1000, P)$  per  $P=54 \text{ MeV fm}^{-3}$ ; questa



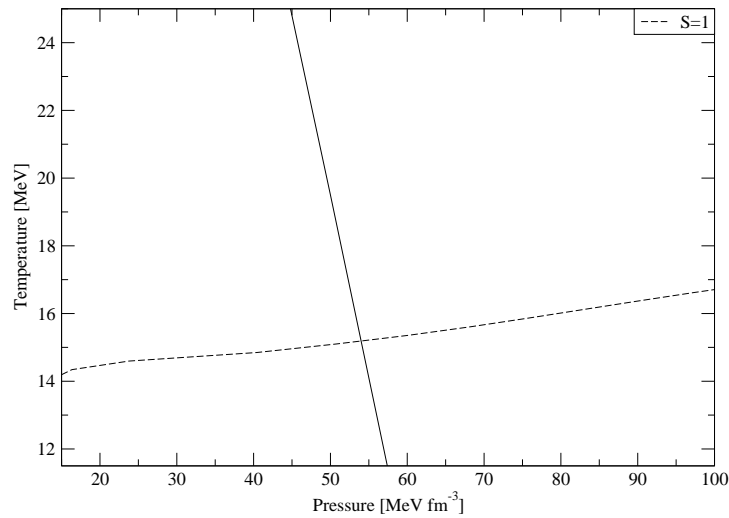


Figura 3.12: Temperatura in funzione della pressione per  $\sigma = 30 \text{ MeV fm}^{-2}$ ,  $B=85 \text{ MeV fm}^{-3}$ .

quantità è la pressione centrale di una configurazione stellare a una temperatura di circa 15 MeV (vedi figura 3.12). A tale pressione centrale corrisponde una massa gravitazionale pari a  $M^*(T=15 \text{ MeV})=1.513 M_{\odot}$  che è ottenibile dall'integrazione delle equazioni TOV. La corrispondente massa gravitazionale a temperatura nulla varia di molto poco e risulta essere pari a  $M^*(T=0)=1.494 M_{\odot}$ . Considerando il grafico massa raggio per la sequenza di stelle adroniche, osserviamo che la massa considerata si colloca nella parte di ramo compresa tra la massa gravitazionale contrassegnata con un asterisco e la massa gravitazionale indicata con un cerchio pieno (vedi figura 3.10 e tabella 3.1). Ricordiamo che i valori delle due masse agli estremi dell'intervallo considerato, rappresentano la massa stellare con tempo di nucleazione infinito (asterisco) e la massa gravitazionale con tempo di nucleazione pari a un anno (ossia la massa critica). Dato che la massa della configurazione considerata ( $M^*$ ) appartiene a questo intervallo ne segue che essa è metastabile rispetto alla nucleazione e la sua evoluzione seguirà un percorso simile a quello di figura 3.10.

Consideriamo adesso un valore della Bag constant più elevato e fissiamo  $B=120 \text{ MeV fm}^{-3}$ . In figura 3.13 riportiamo lo stesso andamento per questo nuovo valore della Bag constant. Come era da aspettarsi il punto di incrocio si sposta verso valori più alti della pressione (nel caso considerato il punto di incrocio si ha per  $P^*=102 \text{ MeV fm}^{-3}$ ). Ciò è spiegato dal fatto che più la Bag constant cresce di valore più è difficile per il sistema deconfinare. Riproponiamo adesso l'analisi effettuata nel caso  $B=85 \text{ MeV fm}^{-3}$ : si ha

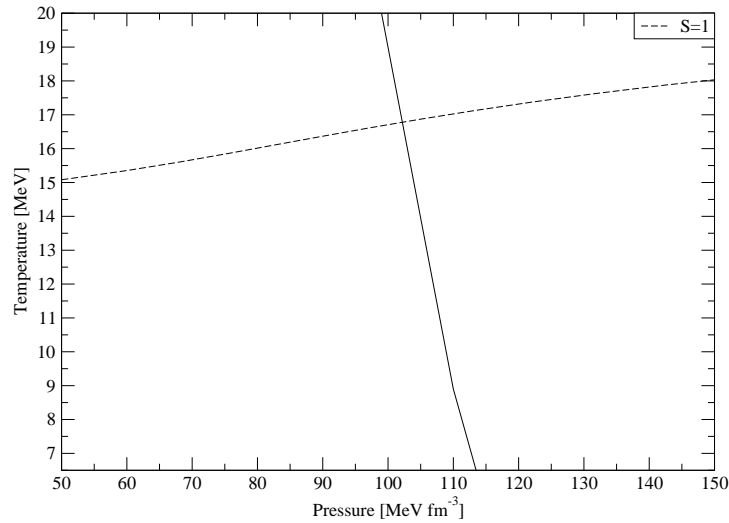


Figura 3.13: Temperatura in funzione della pressione per  $\sigma = 30 \text{ MeV fm}^{-2}$ ,  $B=120 \text{ MeV fm}^{-3}$ .

$M^*(T=16 \text{ MeV})=1.701 M_\odot$ ,  $M^*(T=0 \text{ MeV})=1.687 M_\odot$  mentre la massa critica per  $T=0$  e  $B=120 \text{ MeV fm}^{-3}$  è pari a  $M_{cr}=1.707 M_\odot$ . Anche in questo caso la configurazione considerata è metastabile rispetto alla nucleazione ma a differenza del caso precedente ( $B=85 \text{ MeV fm}^{-3}$ ) la configurazione stellare finale è un black-hole. Effettuando i calcoli precedenti per vari valori della Bag constant è stato possibile costruire il grafico del punto di incrocio  $P^*$  in funzione di del parametro esterno  $B$  (Bag constant). In figura 3.14 è riportato questo andamento. Il grafico di  $P^*$  in funzione di  $B$  risulta essere crescente. La curva di figura 3.14 ha un'interpretazione molto interessante; essa infatti divide il piano delle configurazioni stellari in due parti: la parte che giace al di sopra della curva contiene tutte le configurazioni stellari che nucleano prima di mille secondi, mentre la parte del piano situata sotto la curva è costituita dalle configurazioni stellari con pressione centrale tale che la nucleazione può avvenire solo dopo mille secondi e quindi per effetto quantistico.

In figura 3.15 è riportato lo stesso andamento descritto in precedenza per il punto di incrocio  $P^*$  in funzione di  $B$ , con la differenza che al posto di  $P^*$  è stato sostituito il valore della massa gravitazionale della stella adronica relativa alla pressione centrale  $P^*$  che indicheremo con  $M^*$ . Ricordiamo infatti che le equazioni TOV vengono integrate per dati valori della pressione centrale e, a ogni valore di tale pressione, ne corrisponde uno pari alla massa gravitazionale della configurazione stellare considerata. Questi calcoli mostrano che fissata un'equazione di stato per la fase adronica, fissato un valore di  $\sigma$  e della Bag constant

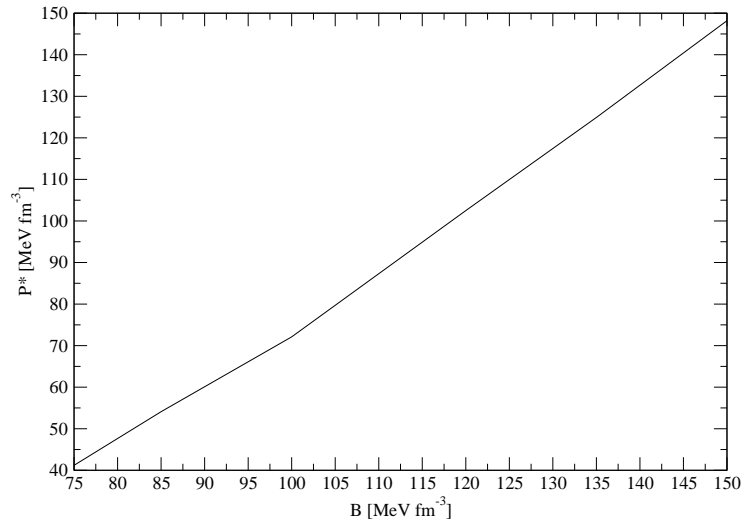


Figura 3.14: Andamento del punto di incrocio  $P^*$  in funzione di  $B$ .

( $B$ ), esistono due famiglie di stelle: una stabile rispetto alla nucleazione (costituita da stelle che nucleano dopo mille secondi attraverso il processo quantistico) e l'altra instabile (ossia stelle che nucleano prima di mille secondi attraverso il processo termico). L'appartenenza di una configurazione stellare all'una o all'altra famiglia dipende dal valore centrale della pressione della configurazione considerata (o come si vede dal grafico di figura 3.15 dal valore della massa gravitazionale). Se  $P_c > P^*$  (ovvero  $M_G > M^*$ ) diremo che la configurazione considerata sarà instabile rispetto alla nucleazione (ossia il processo di nucleazione avverrà prima di mille secondi), nel caso opposto diremo invece che risulterà stabile (nel senso che il processo di nucleazione potrà avvenire solo quantisticamente per effetto tunnel).

Le osservazioni precedenti esaltano l'importanza dell'effetto della temperatura per la teoria della nucleazione. Particolarmente interessanti risultano essere le conseguenze astrofisiche di quanto osservato. Infatti una stella di neutroni appena formata, ha una temperatura dell'ordine dei (20-30) MeV ([29]) che è nel range di temperature in cui domina il processo di nucleazione termico. Tuttavia l'effetto del trapping dei neutrini potrebbe ritardare l'immediata nucleazione classica per un tempo paragonabile al tempo di raffreddamento della stella di neutroni. In questo caso la nucleazione avverrebbe per via quantistica e quindi su tempi scala diversi. Il caso del trapping dei neutrini a temperatura finita risulta essere di grande importanza per determinare l'evoluzione di una configurazione stellare e verrà discusso in un futuro lavoro.

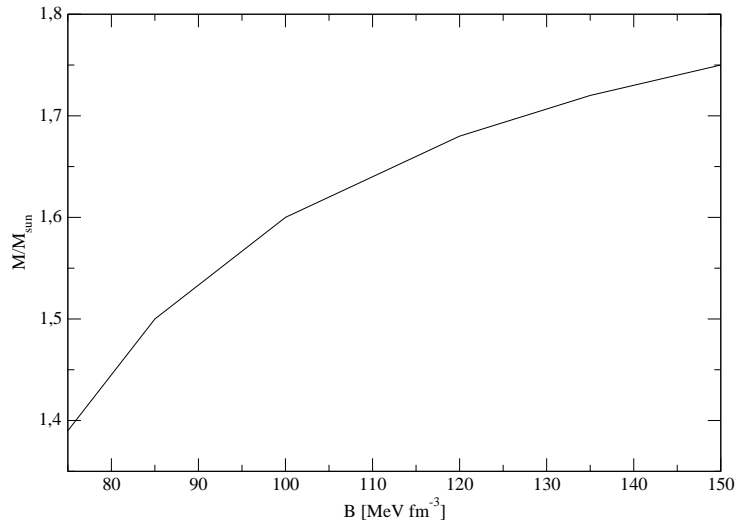


Figura 3.15: Andamento del punto di incrocio  $M^*$  in funzione di  $B$ .

### 3.6 Conclusioni e possibili estensioni

Il fine ultimo di questo lavoro è stato l'analisi della teoria classica e quantistica della nucleazione della materia di quark nella materia adronica densa e, in particolare, è stato analizzato il caso non ancora del tutto esplorato della nucleazione a temperatura finita. È risultato quindi necessario determinare le equazioni di stato della fase metastabile (adronica) e della fase stabile (fase di quark). Per la fase adronica è stato fatto uso di una teoria di campo relativistica in approssimazione di campo medio mentre, per la fase di quark, è stata usata un'equazione di stato ispirata dal MIT bag model per gli adroni. Infine si è affrontato il problema della nucleazione a  $T=0$  e a temperatura finita determinando le condizioni termodinamiche per cui tali processi risultavano possibili. In particolare sono stati discussi i regimi di temperatura in cui a dominare era il processo quantistico o il processo termico di nucleazione. Sono state inoltre considerate alcune possibili implicazioni astrofisiche dei processi di nucleazione e, a tal fine, sono state introdotte le equazioni di equilibrio idrodinamico in relatività generale (equazioni TOV) ed è stata determinata la struttura per le tre configurazioni stellari considerate: stella adronica, stella ibrida e stella strana. Sono state infine analizzate alcune possibili conseguenze astrofisiche della nucleazione per quanto riguarda le stelle di neutroni. L'analisi ha rivelato che una volta fissati i parametri del sistema e fissato un tempo di nucleazione di mille secondi (tempo dopo il quale la proto-stella di neutroni diventa trasparente ai neutrini e si è raffreddata a una temperatura inferiore a

1 MeV), esiste una pressione limite (e in corrispondenza una massa gravitazionale limite) al di sotto della quale quelle proto-stelle di neutroni che si trovano nelle condizioni termodinamiche necessarie per poter nucleare, nucleano solo per via quantistica. Tale pressione limite (massa gravitazionale limite) è risultata essere una funzione crescente della Bag constant.

Per quanto riguarda il caso di neutrino trapping, la trattazione è stata limitata al caso  $T = 0$  ed è stato osservato che il processo di nucleazione è fortemente inibito dalla presenza dei neutrini. In particolare l'evoluzione delle configurazioni stellari considerate in presenza dei neutrini, hanno risultato avere come configurazione stellare finale un black-hole oppure sono risultate essere assolutamente stabili rispetto alla nucleazione. Come già detto in precedenza il caso di neutrino trapping a temperatura finita verrà discusso in un futuro lavoro.

Un'altra possibile estensione del presente lavoro potrebbe riguardare l'uso di un'equazione di stato più realistica per la fase di quark come ad esempio il Nambu-Jona-Lasinio model (già più volte citato) che tiene conto dell'interazione tra i quarks. In tale modello in aggiunta la Bag constant non è più un parametro esterno, ma viene determinata in maniera autoconsistente all'interno del sistema stesso.

# Bibliografia

- [1] M. H. Johnson and Teller, Phys. Rev. **98** (1955) 783.
- [2] J. D. Walecka, Ann. of Phys **83** (1974) 491.
- [3] J. Boguta and A. R. Bodmer, Nucl. Phys. **A292** (1977) 413.
- [4] M. Rufa, H. Stocker, P. G. Reinhardt, J. Maruhn and W. Greiner, J. Phys. **G13**(1987) L143.
- [5] M. Rufa, J.Schaffner ,H. Stocker, P. G. Reinhardt, J. Maruhn and W. Greiner, J. Phys. **G13**(1987) L143.
- [6] N. K. Glendenning, Nucl. Phys. **A493** (1989) 521.
- [7] D. J. Millener, C. B. Dover and A. Gal, Phys. Rev. C **38** (1988) 2700.
- [8] N. K. Glendenning, and S. A. Moszkowski, Phys. Rev. Lett. **67** (1991) 2414.
- [9] D. P. Mendes and C. Providencia Phys. Rev. C **68** (2003) 035804.
- [10] B.D. Serot and J. D. Walecka, Adv. Nucl. Phys. **16**, 1 (1986).
- [11] A. G. W. Cameron, Astrophys. J. **310** 780 (1986).
- [12] A. Chodos, R. L. Jaffe, K. Jhonson, C. B. Thorne and V. F. Weisskopf, Phys. Rev. D **9** 3471 (1974).
- [13] Y. Nambu and G. Jona-Lasinio, Phys. Rev. **122**, 345 (1961).
- [14] R. C. Tolman Phys. Rev. **55**, 364 (1939)
- [15] I. M. Lifshitz and Y. Kagan, Soviet Phys. Jetp, **35** 1 (1972)

- [16] K. Iidia and K. Sato, *Phys. Rev. C*, **58** 4 (1998)
- [17] T. Harko, K. S. Cheng and P. S. Tang, *Astrophys. J.* **608** (2004)
- [18] L. D. Landau and E. M. Lifshitz, 1980 *Statistical Physics* (Oxford: Pergamon)
- [19] E. Witten, *Phys. Rev. D*, **30** 272 (1984)
- [20] I. Bombaci and B. Datta, *Astrophys. J.* **530** L69 (2000)
- [21] F. Ruggeri and W. A. Friedman, *Phys. Rev. D* **53** 6543 (1996)
- [22] S. L. Shapiro and S. A. Teukolsky (1983), *Black Holes, White Dwarfs and Neutron Stars* (New York: Wiley)
- [23] J. E. Horvath, O. G. Benvenuto and H. Vucetich, *Phys. Rev. D*, **45** 10 (1991)
- [24] J. S. Langer and L. A. Turski, *Phys. Rev. A*, **8** 3230 (1973)
- [25] N. Ioth, *Prog. Theor. Phys.*, **44** 291 (1970)
- [26] A. R. Bodmer, *Phys. Rev. D*, **4** 1601 (1971)
- [27] N. K. Glendenning *Phys. Rev.* **D46** (1992) 1274
- [28] I. Bombaci, I. Parenti, I. Vidana *Astrophys. J.* **614** 314 (2004)
- [29] A. Burrows and J. Lattimer *Astrophys. J.* **307** 178 (1986)
- [30] C. E. Rhoades and R. Ruffini *Phys. Rev. Lett.* **32** 324 1974
- [31] Z. Berezhiani, I. Bombaci, A. Drago, F. Frontera and Lavagno *Astrophys. J.* **586** (2003)
- [32] E. Farhi e L. Jaffe, *Phys. Rev. D* **30** 2379 (1984)
- [33] M. Prakash, I. Bombaci et al. *Phys. Rep.* **280** 1 (1997)
- [34] S. E. Thorsett e Deepto Chakrabarty *Astrophys. J.* **512** 288 (1999)
- [35] S.B. Ruster et al. *Phys. Rev. C* **73** 03584 (2006)

### 3.7 Ringraziamenti

E finalmente dopo tanti anni è arrivato il momento tanto atteso...

Questi ringraziamenti non sono sicuramente solo per questo lavoro di tesi, ma per il ciclo complessivo iniziato diversi anni fa che si sta per chiudere. In primo luogo ringrazio la mia famiglia che mi ha permesso di raggiungere questo obiettivo; senza il supporto e l'aiuto che ho costantemente ricevuto in questi anni non sarei stato capace di arrivare a questo punto.

Un ringraziamento particolare è dovuto al mio relatore che mi ha seguito con infinita pazienza durante tutto l'arco del lavoro e della stesura della tesi. La sua chiarezza e il suo entusiasmo hanno stimolato in me l'interesse verso il lavoro di ricerca.

Infine ringrazio i miei tanti amici che mi hanno "sopportato" durante questi anni di vita universitaria e tutti coloro che hanno saputo starmi vicino; senza di loro sarebbe stato tutto più difficile.