



Università di Pisa  
Facoltà di Ingegneria  
Corso di Laurea Specialistica in Ingegneria Chimica

*Tesi di Laurea*

# Strategie di updating per modelli inferenziali di qualità dei prodotti

**Relatori:**

Prof. Ing. Alessandro Brambilla      Dott. Ing. Gabriele Pannocchia

**Controrelatore:**

Prof. Ing. Claudio Scali

**Candidato:**

Silvia Paola Luccini

Anno Accademico 2006/2007

*Al mio babbo,  
sei sempre nel mio cuore*

# Ringraziamenti

*Desidero esprimere la mia profonda gratitudine al prof. Ing. Alessandro Brambilla e al Dott. Ing. Gabriele Pannocchia per il loro aiuto e la disponibilità durante lo svolgimento di questo lavoro.*

*Desidero ringraziare il Prof. Ing. Claudio Scali, che si è sempre mostrato disponibile.*

*Un saluto particolare è rivolto al dottorando Andrea Micchi e all'Ing. Alessandro Frassi, sempre disposti ad aiutarmi nelle attività del laboratorio e con i quali ho trascorso l'esperienza del Cpclab.*

*Un grazie particolare è rivolto a tutti i ragazzi del Cpclab e ai dottorandi dei laboratori vicini per le chiacchiere, i caffè e le cene.*

*La mia riconoscenza è rivolta anche al Signor Antonio Goich per la sua disponibilità.*

*Infine, ringrazio la mia famiglia, che mi è sempre stata vicina in tutti questi anni.*

# Indice

<b>Introduzione</b>	<b>7</b>
<b>1 Introduzione al controllo inferenziale nell'industria chimica</b>	<b>9</b>
1.1 Gerarchia della struttura di un sistema di controllo . . . . .	9
1.2 Controllo inferenziale . . . . .	13
1.2.1 Controllo di temperatura . . . . .	13
1.2.2 Controllo inferenziale . . . . .	15
<b>2 Aspetti generali del controllo inferenziale</b>	<b>18</b>
2.1 Il controllo inferenziale . . . . .	18
2.1.1 Stimatori . . . . .	19
2.2 Metodi di regressione lineare . . . . .	22
2.2.1 Minimum Least Squares Regression: MLR . . . . .	23
2.3 Collinearità e Malcondizionamento . . . . .	24
2.3.1 Singular Value Decomposition (SVD) . . . . .	25
2.3.2 Principal Component Analysis PCA . . . . .	26
2.3.3 Principal Component Regression (PCR) . . . . .	29
2.3.4 Partial Least Squares . . . . .	30
2.3.5 Problematiche di consistenza . . . . .	32
2.4 Criteri di scelta degli input . . . . .	35
2.5 Problematiche di update . . . . .	36
<b>3 Descrizione del processo</b>	<b>38</b>
3.1 Distillazione multicomponente . . . . .	38
3.2 Modellazione del processo . . . . .	42

---

3.3	Controllo di base . . . . .	43
3.4	Controllo di qualità . . . . .	44
<b>4</b>	<b>Tecniche di update del modello inferenziale</b>	<b>49</b>
4.1	Controllo adattivo . . . . .	49
4.2	Tecniche di Update . . . . .	49
4.2.1	Metodo tradizionale . . . . .	51
4.2.2	Metodo Cusum . . . . .	51
<b>5</b>	<b>Casi analizzati</b>	<b>54</b>
5.1	Connessione Matlab - HYSYS . . . . .	58
5.2	Disturbo random nel processo . . . . .	59
5.2.1	Disturbo random sull'alimentazione con alta frequenza di variazione $R=0.3$ . . . . .	60
5.2.2	Disturbo random sull'alimentazione con bassa frequen- za di variazione $R=0.9$ . . . . .	66
5.3	Disturbo Integrated Generalized Binary Noise (IGBN) . . . . .	71
5.4	Deriva . . . . .	76
5.4.1	Errore di misura di $+1^{\circ}\text{C}$ sulla temperatura del secon- do piatto . . . . .	77
5.4.2	Errore di misura di $-1^{\circ}\text{C}$ sulla temperatura del 2° piatto	81
5.4.3	Errore di misura di $+1^{\circ}\text{C}$ sulla temperatura del 18° piatto . . . . .	85
5.4.4	Errore di misura di $-1^{\circ}\text{C}$ sulla temperatura del 18°C . .	90
5.5	Esempi di disturbi in colonna . . . . .	94
5.6	Analisi parametrica . . . . .	97
5.7	Osservazioni e commenti . . . . .	100
<b>6</b>	<b>Nuova strategia di update</b>	<b>102</b>
6.1	Identificazione del modello . . . . .	102
6.1.1	Stima del disturbo . . . . .	104
6.2	Analisi della stima del disturbo . . . . .	106
6.3	Strategia di update . . . . .	112
6.4	Casi analizzati . . . . .	113

---

6.4.1	Disturbo random con alta frequenza di variazione $R=0.3113$	
6.4.2	Disturbo random con bassa frequenza di variazione $R=0.9$ . . . . .	115
6.4.3	Disturbo Integrated Generalized Binary Noise . . . . .	116
6.4.4	Deriva della termocoppia . . . . .	117
6.5	Analisi parametrica . . . . .	120
6.6	Osservazioni e commenti . . . . .	121
<b>Conclusioni</b>		<b>123</b>

# Introduzione

Nell'industria chimica la domanda di prodotti sempre più puri ha reso necessaria una continua ricerca nel campo della distillazione. La colonna di distillazione rappresenta uno dei punti fondamentali in un impianto e da ciò consegue la necessità di un appropriato sistema di controllo per un corretto funzionamento dell'impianto.

Dato il considerevole ritardo con cui si possono valutare le proprietà dei prodotti con i classici analizzatori di linea, qualora presenti, visti gli elevati costi di investimento e di manutenzione, si sono ideati gli stimatori di proprietà, i quali creano schemi di controllo di tipo *inferenziale*. Tali schemi non si riferiscono alla diretta misura delle proprietà dei prodotti, ma basano le proprie azioni su loro stime, valutate tramite l'utilizzo di altre variabili effettivamente misurate, dette ausiliarie.

A riguardo ci sono molti studi atti a dare metodi computazionali, che assicurano la precisione delle stime.

Oggetto del presente lavoro di tesi è quello di sviluppare nuove tecniche di update per il controllo inferenziale e confrontarle con i metodi di aggiornamento utilizzati industrialmente. Si è adottata un'unità simulata di distillazione multicomponente. Il testo è così organizzato:

- il capitolo 1 delinea le caratteristiche del controllo e introduce il controllo inferenziale;
- il capitolo 2 descrive il controllo inferenziale, illustra le principali fasi di progettazione dello stimatore di proprietà e in dettaglio i metodi di regressione utilizzati ;
- il capitolo 3 disegna il processo di distillazione multicomponente e rappresenta in breve la modellazione di tale processo. Nell'ultima parte del capitolo si costruisce uno stimatore di proprietà, usando il metodo di regressione Partial Least Squares (PLS);

- nel capitolo 4 si illustrano alcune delle tecniche di updating utilizzate industrialmente;
- nel capitolo 5 si riportano i principali risultati dell'applicazione delle varie tecniche di update, risultati conseguiti grazie all'introduzione di disturbi nel processo, che possono essere: variazione della composizione dell'alimentazione e deriva delle temperature utilizzate per disegnare lo stimatore;
- il capitolo 6 delinea i nuovi metodi di aggiornamento della stima;
- nel capitolo 7, infine, vengono riepilogati i principali obiettivi raggiunti in questo lavoro.

# Capitolo 1

## Introduzione al controllo inferenziale nell'industria chimica

### 1.1 Gerarchia della struttura di un sistema di controllo

Il sistema di controllo assume nel suo complesso una struttura gerarchica, all'interno della quale ogni singola sezione sviluppa determinate funzioni. Partendo dal basso della struttura e risalendo verso l'alto, si trova per primo il *controllo di base*; lo scopo di tale controllo è quello di assicurare un funzionamento automatico del processo dal punto di vista fluido-dinamico ed energetico.

I tipici controllori che fanno parte del controllo di base e che si trovano in un impianto, in ordine di importanza, sono:

*FC LC PC TC*

- FC: controllore di portata;
- LC: controllore di livello;
- PC: controllore di pressione;
- TC: controllore di temperatura.

Uno schema di controllo di base semplificato per una colonna di distillazione è riportato in Figura 1.1. Tutti i blocchi possono rappresentare sistemi lineari

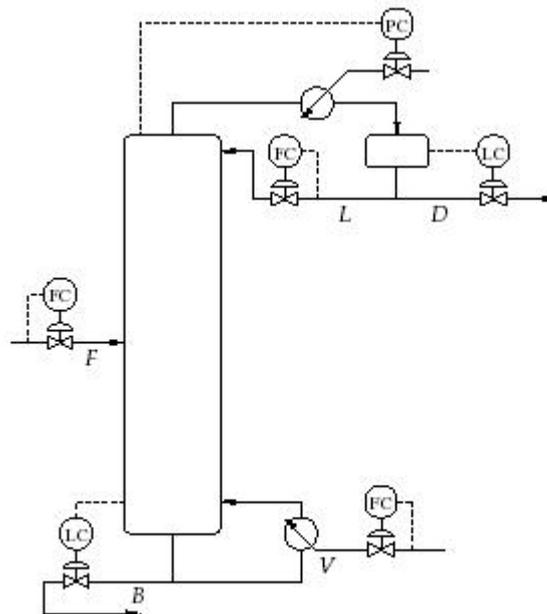


Figura 1.1: schema controllo di base semplificato

e non lineari.

I controllori di base sono generalmente di tipo proporzionale-integrale e sono definiti nel dominio di tempo discreto:

$$u_k = K_c e_k + K_c \frac{T_s}{\tau_I} \sum_{j=0}^k e_j \quad (1.1)$$

in cui

- $K_c$  è il guadagno del regolatore,
- $T_s$  è il tempo di campionamento,
- $\tau_I$  è la costante di tempo integrale,
- $e_k = r_k - y_k$  è l'errore di inseguimento, dato dalla differenza tra il setpoint e la variabile controllata.

All'interno del controllore le variabili utilizzate vengono normalizzate, ovvero:

$$\begin{aligned} y_k &= \frac{PV_k - PV_{min}}{PV_{max} - PV_{min}} \\ r_k &= \frac{SP_k - PV_{min}}{PV_{max} - PV_{min}} \\ u_k &= \frac{OP_k - OP_{min}}{OP_{max} - OP_{min}} \end{aligned}$$

In questo caso il guadagno del controllore è sempre adimensionale e con valori dell'ordine di grandezza di  $0.1 \div 2$ .

La scelta delle costanti di tempo integrale è in funzione del tipo di processo controllato e della velocità di risposta. Tipicamente le variazioni di  $\tau_i$  sono dal minuto o poco più per i regolatori di portata di liquido, ai minuti per i regolatori di pressione e di temperatura e alle decine di minuti dei controllori di livello.

I controllori industriali vengono generalmente implementati nella forma di velocità, che valuta l'incremento dell'azione di controllo:

$$\Delta u_k = K_c(u_k - u_{k-1}) + K_c \frac{T_s}{\tau_I} e_k \quad (1.2)$$

e il valore dell'azione di controllo è quindi:

$$u_k = u_{k-1} + \Delta u_k \quad (1.3)$$

Quest'ultimo caso è preferibile quando il valore dell'azione di controllo ottenuto eccede i vincoli, in quanto il valore di  $u_{k-1}$  è quello effettivo, e ciò evita i problemi di windup del controllore.

Le prestazioni del controllo di base dipendono sia dal tuning sia dalla dinamica del processo. Dato che non si può intervenire direttamente sulla dinamica del processo, è necessario focalizzare tutta l'attenzione sul controllo al fine di realizzare una prestazione ottimale dei controllori di base anche mediante l'utilizzo di schemi di controllo più complessi, come ad esempio il controllo in cascata e il controllo split-range.

Oltre alla dinamica e al tuning, un'altra possibile causa di malfunzionamento a livello del controllo di base è il fatto di considerare i sistemi lineari quando, nella realtà, non lo sono; un tipico esempio è quello che fa riferimento alle valvole, le quali variano il loro comportamento (più o meno lineare) in base a come sono state progettate e alle condizioni operative.

Il livello superiore al controllo di base è il *controllo avanzato*; le funzioni di questo livello di controllo sono molteplici e quelle più importanti sono le seguenti:

- migliorare le prestazioni del controllo di base;
- controllare la qualità dei prodotti;
- ottimizzare il processo.

Il controllo di qualità cerca di mantenere la composizione dei prodotti entro specifiche definite in seguito a variazioni delle caratteristiche dei flussi entranti, quali portate, composizioni, temperatura, pressione, e all'introduzione di disturbi esterni. Il controllo di qualità ha come obiettivo anche quello di garantire cambi di specifica rapidi ed efficienti.

Nell'analisi dei processi quindi si cerca di realizzare controllori multivariabili, i quali utilizzano un gran numero di variabili allo scopo di mantenere il processo nelle migliori condizioni operative. Per raggiungere questi scopi, pertanto, è importante avere informazioni feedback del processo e misurare frequentemente le variabili da controllare.

Molto spesso, però, alcune importanti variabili sono difficilmente misurabili on-line o mediante analizzatori. Numerosi analizzatori di composizione, infatti, sono molto costosi e introducono nel sistema un ritardo, tale da rendere spesso insoddisfacenti i risultati ottenuti. Uno schema tipico di utilizzo degli analizzatori è riportato in Figura 1.2.

Per questi motivi sono stati sviluppati negli ultimi decenni i cosiddetti *stimatori di proprietà* (anche detti *soft sensors*). Uno stimatore è un modello matematico che utilizza variabili facilmente misurabili per stimare la variabile di qualità da controllare. Tale stima viene inviata con continuità ad un controllore di qualità e considerata come se fosse la misura reale della qualità del prodotto; lo schema di controllo corrispondente viene detto controllo inferenziale.

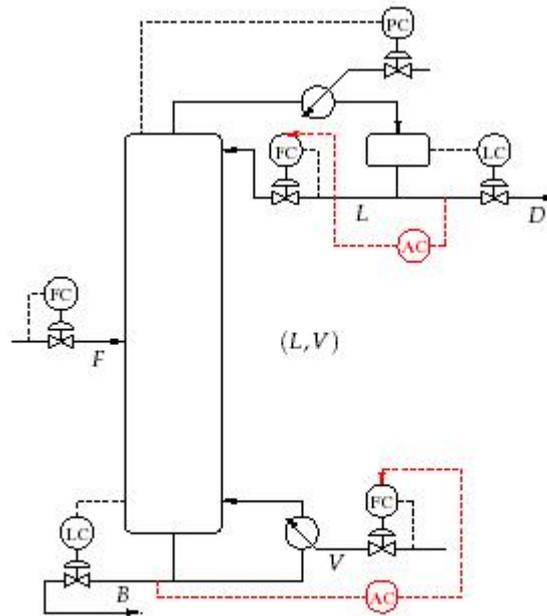


Figura 1.2: schema controllo di qualità tramite analizzatori di composizione

## 1.2 Controllo inferenziale

### 1.2.1 Controllo di temperatura

L'alternativa più semplice all'utilizzo diretto degli analizzatori di composizione è il controllo di temperatura di un piatto, riportato in Figura 1.3, nel quale viene scelto di controllare la temperatura di un piatto della sezione di rettifica considerato fortemente correlato con la composizione del prodotto di testa; analogamente il controllo di composizione del prodotto di fondo viene sostituito dal controllo di temperatura di un piatto della sezione di esaurimento, fortemente correlato con la composizione di tale prodotto.

Questo schema funziona come un buon controllo di qualità solo se i disturbi introdotti nel sistema sono di piccola entità e non influenzano la relazione tra la composizione del prodotto e la temperatura.

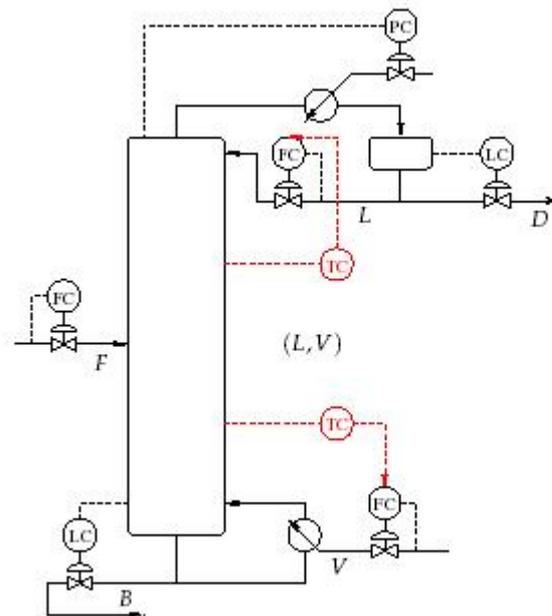


Figura 1.3: schema controllo di temperatura

La scelta del piatto pilota dipende dalla sensibilità delle temperature al variare della composizione dell'alimentazione e dei flussi nel reboiler e nel riflusso (T.L.Tolliver & L.C.Mccune 1980). Nel caso in cui la composizione o la portata dell'alimentazione varia in una colonna multicomponente, risulta più difficile l'utilizzo del controllo di temperatura, poichè la temperatura di un piatto non è fortemente correlato con la composizione del prodotto. Inoltre la variazione di pressione causa anche cambiamenti di temperatura. Per risolvere questi problemi, sono stati proposti molti studi. L'influenza dei componenti non chiave può essere ridotta posizionando il controllo di temperatura in una zona della colonna in cui le loro composizione sono pressochè costanti (O.Rademaker, J.E.Rijinsdorp & A.Maarleveld 1975). Yu e Luyben (1984) hanno utilizzato la temperatura differenziale per compensare i componenti non chiave. Whitehead e Parnis (1988) hanno proposto una media pesata di alcune temperature differenziali per compensare i disturbi e una differenza di temperatura per compensare la pressione. Tuttavia, alcuni problemi su questo controllo non sono stati risolti.

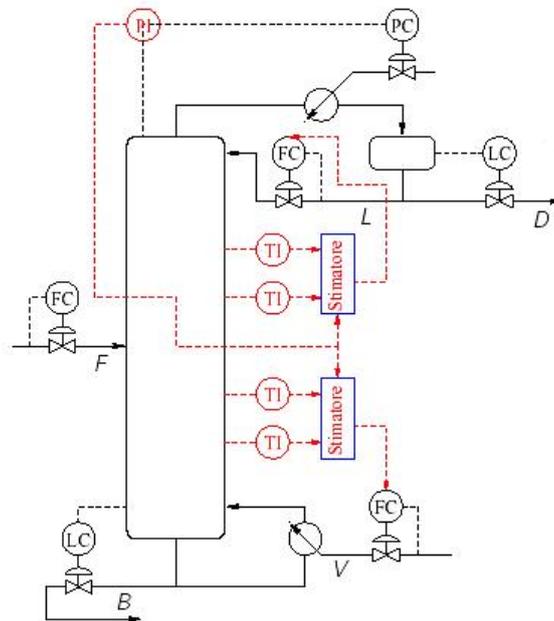


Figura 1.4: schema controllo inferenziale

## 1.2.2 Controllo inferenziale

Per realizzare il controllo di composizione in linea, è stato sviluppato il controllo inferenziale, in cui la composizione del prodotto viene stimata da altre variabili del processo, facilmente misurabili, e tale stima viene utilizzata nel controllo, come mostra la Figura 1.4.

I principali problemi nella progettazione di un sistema di controllo inferenziale sono i seguenti:

- scelta delle variabili ausiliarie,
- scelta della struttura del modello,
- determinazione dei parametri del modello mediante la raccolta dati.

La scelta delle variabili ausiliarie spesso rappresenta il compito più difficile e più importante per determinare le prestazioni in anello chiuso del sistema di controllo inferenziale. Negli ultimi decenni sono state proposte differenti strategie per la scelta di queste variabili. Joseph e Brosilow (1978) hanno delineato una procedura basata sulla stima più accurata. Morari e

---

Stephanopoulos (1980) hanno proposto alcuni criteri di scelta in presenza di disturbi integranti. Yu e Luyben (1987) hanno progettato uno stimatore rigoroso per un colonna di distillazione basato su un numero di temperature scelto con la tecnica dei valori singolari (SVD). Si sono sviluppate anche le tecniche di regressione multivariate, quali ad esempio Principal Component Analysis (PCA) e Partial Least Squares (PLS), che si basano sulla decomposizione nelle componenti principali della matrice dei dati delle variabili secondarie e della matrice delle variabili controllate (T.Mejdell & S.Skogestad 1991b, E.Zamprogna, M.Barolo & D.E.Seborg 2005). Infine Pannocchia e Brambilla (2003a) hanno introdotto il concetto di consistenza per selezionare le variabili secondarie, che minimizzano l'offset in closed-loop.

I modelli degli stimatori di proprietà possono essere classificati in differenti modi. Il primo modello proposto in letteratura e maggiormente utilizzato nelle industrie di processo è statico e lineare ed ha la seguente struttura:

$$\hat{y} = Kx \quad (1.4)$$

in cui  $\hat{y}$  e  $x$  sono definite in variabili scostamento. Questo tipo di modello è utilizzato in (R.Weber & C.Brosilow 1972, B.Joseph & C.Brosilow 1978), in cui i coefficienti del modello sono valutati con la tecnica di regressione dei minimi quadrati (MLR). In diversi processi è più appropriato però utilizzare un modello non lineare (G.Pannocchia, P.Leoni & A.Brambilla 2004), avente la seguente forma:

$$\hat{y} = Kx \quad (1.5)$$

in cui, anche in questo caso,  $\hat{y}$  e  $x$  sono definite in variabili scostamento.

Sebbene non ci siano molti studi a riguardo, un altro punto importante del controllo inferenziale è la costruzione di una raccolta dati di riferimento. Pannocchia e Brambilla (2003b) hanno analizzato e discusso gli effetti sulla prestazione degli stimatori sulla base di diverse raccolte dati in anello aperto. Questo studio è stato criticato da Kresta (1994), secondo il quale fondamentale è la raccolta dati in un sistema feedback, simile allo schema finale. Ciò conduce ad un approccio di modellazione iterativa, in cui per prima cosa si costruisce lo stimatore in base alla raccolta dati disponibile, poi si introduce lo stimatore nell'anello di controllo e si raccolgono per un dato periodo i dati, i quali si utilizzano successivamente per ricostruire lo stimatore. Pannocchia e Brambilla (2007) hanno studiato anche gli effetti di una raccolta dati in anello chiuso per un sistema inferenziale, analizzando tre diversi tipi di set di dati:

- analisi in open loop, condotta in assenza di anelli di regolazione di qualità sulla colonna, registrando le condizioni di stazionario in cui il sistema si porta in seguito a variazioni di una variabile manipolata o all'introduzione di un disturbo;
- analisi in closed loop, condotta in presenza di loop di controllo chiuso; qui la raccolta dati è caratterizzata da condizioni ideali, che si hanno per esempio utilizzando un analizzatore perfetto;
- analisi in closed loop con il controllo di temperatura sul piatto  $i$ -esimo; in quest'ultimo caso la raccolta dati ottenuta è tipica di un anello chiuso, basato su un ipotetico stimatore utilizzando la temperatura dell' $i$ -esimo piatto come variabile ausiliaria

È chiaro che ad ogni simulazione viene cambiata solo una delle variabili, mantenendo costanti le altre.

Confrontando i loro risultati nei termini di consistenza, non si conseguono sostanziali differenze tra l'utilizzo di una raccolta dati in anello aperto e in anello chiuso. Dall'altra parte, l'utilizzo di un set di dati ottenuti con un controllo di temperatura su un piatto sembra avere un effetto positivo solo se si considera come variabile ausiliaria il rapporto tra il distillato e la portata dell'alimentazione,  $D/F$ . Questi risultati, quindi, denotano che lo step più importante per la prestazione in anello chiuso di un sistema di controllo inferenziale è la scelta delle variabili ausiliarie piuttosto che la costruzione della raccolta dati.

# Capitolo 2

## Aspetti generali del controllo inferenziale

### 2.1 Il controllo inferenziale

Nell'industria chimica esistono situazioni nelle quali un sistema di controllo tradizionale è contrastato da difficoltà di varia natura. Uno degli esempi più significativi è il controllo di qualità nelle colonne di distillazione, nelle quali l'utilizzo di analizzatori in linea spesso risulta inadeguato. Infatti questi misuratori sono molto costosi e forniscono risposte con ritardi. Per questo si adotta molto spesso un sistema di controllo di tipo inferenziale, nel quale l'azione di controllo non si basa su dirette misure della variabili esaminate, ma su sue stime.

A tal proposito si consideri lo schema del controllo inferenziale riportato in Figura 2.1, in cui:

- $u \in \mathbb{R}^p$  è il vettore della variabile manipolata,
- $d \in \mathbb{R}^q$  è il vettore della variabile di disturbo,
- $x \in \mathbb{R}^m$  è il vettore della variabile ausiliaria,
- $\hat{y} \in \mathbb{R}^p$  è il vettore della variabile stimata.

Tutti i blocchi possono rappresentare sistemi lineari e non lineari. Lo stimatore  $K$  valuta la variabile controllata sulla base di altre grandezze più agevolmente misurabili, quali ad esempio la temperatura, la pressione, le

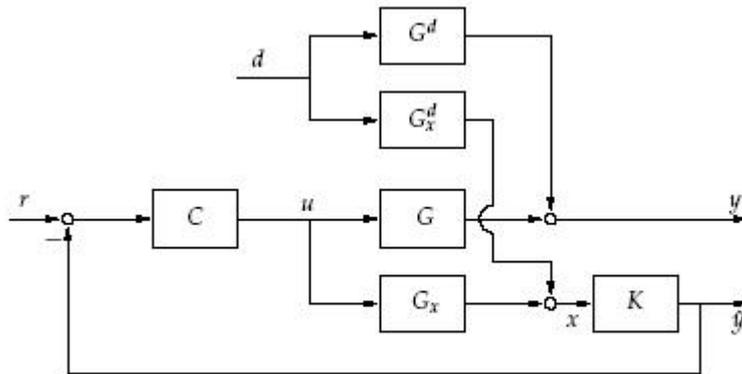


Figura 2.1: schema controllo inferenziale.

portate in ingresso o in uscita dalla colonna o i loro rapporti.

### 2.1.1 Stimatori

Il metodo utilizzato per risalire dal valore della misura a quello della variabile controllata permette di dividere gli stimatori di proprietà in due categorie:

- *rigorosi* se forniscono la stima partendo dal modello del processo, calcolando le equazioni di equilibrio, di bilancio materiale ed energetico;
- *non rigorosi* se effettuano la stima in base ad una relazione tra le variabili secondarie, i cui coefficienti sono determinati per via statistica.

Gli stimatori non rigorosi sono maggiormente utilizzati, data la difficile acquisizione dei parametri necessari a costruire quelli rigorosi. Infatti lo stimatore non rigoroso si basa sulla regressione di dati storici di funzionamento dell'impianto o di dati ottenuti da prove richieste durante la progettazione dello stimatore stesso.

#### Stimatori rigorosi

Uno stimatore rigoroso impiega un modello fisico e matematico per delineare la dinamica della colonna tramite equazioni di equilibrio, di bilancio mate-

---

riale ed entalpico. Quindi, note le temperature dei piatti e le correnti in ingresso alla colonna, si possono ottenere con precisione le caratteristiche dei prodotti.

Per utilizzare questo tipo di stimatori però si deve avere una buona conoscenza del sistema, si devono conoscere i parametri delle equazioni impiegate e soprattutto conoscere la composizione dell'alimentazione.

### Stimatori non rigorosi

Lo stimatore non rigoroso è definito nel seguente modo:

$$\hat{y} = Kx \quad (2.1)$$

in cui:

- $\hat{y} \in \mathbb{R}^p$  è il vettore delle variabili da stimare,
- $K \in \mathbb{R}^{p \times m}$  è la matrice dei guadagni dello stimatore  $K$ ,
- $x \in \mathbb{R}^m$  è il vettore delle variabili secondarie (o ausiliarie, anche dette input),
- $\hat{y}$  e  $x$  sono centrate rispetto a un valore di riferimento.

Questo stimatore è detto statico, dato che i suoi elementi non contengono informazioni dinamiche, anche se i suoi coefficienti possono essere aggiornati mediante l'analisi di nuovi set di dati. Per progettare lo stimatore è importante la scelta delle variabili secondarie, diretta conseguenza della composizione del set di dati di monitoraggio del processo (set di training). Le tecniche di regressione, quali la PLS e la PCR, individuano nell'insieme delle variabili secondarie quelle maggiormente correlate con le proprietà che si vogliono stimare. Quindi un'errata composizione del set di training può condizionare le performance di un sistema di controllo inferenziale.

Le principali fasi di progettazione di uno stimatore non rigoroso sono le seguenti:

- scelta delle variabili ausiliarie;
- scelta della struttura del modello dello stimatore e calcolo i parametri dello stimatore ottenuti da un set di variabili ausiliarie e dai dati del processo;

- utilizzo dei dati del processo per determinare i parametri dello stimatore.

Il passo iniziale per la realizzazione di uno stimatore è costituito quindi dalla scelta delle variabili ausiliarie, che in colonne di distillazione risultano essere di frequente pressione e temperatura in uno o più punti. Si presenta, pertanto, il problema di analizzare quali piatti siano da preferire tra quelli a disposizione per il rilevamento della temperatura. Gli studi a questo riguardo sono a buon diritto numerosi, essendo tale scelta una questione assai delicata e in grado di influire pesantemente sul comportamento dello stimatore (T.Mejdell & S.Skogestad 1991b) e sull'efficienza del controllo (M.Kano, K.Miyazaki, S.Hasebe & I.Hashimoto 2000). I problemi, su cui si focalizza la maggior attenzione, sono riconducibili alla precisione delle stime e alla robustezza numerica.

La distillazione in colonna è la realizzazione di una successione di stadi di equilibrio in ciascuno dei quali correnti allo stato liquido interagiscono con correnti allo stato vapore. Ne consegue che la scelta delle variabili ausiliarie, volendo stimare la composizione dei prodotti uscenti, cada su temperature e pressioni in uno o più punti della colonna. Ciò in quanto esiste una dipendenza, in ogni miscela liquida in equilibrio con il proprio vapore, tra composizione di ciascuna fase, pressione e temperatura. L'affidabilità di uno stimatore dipende dall'ampiezza dell'intervallo di condizioni operative, nel quale è presente una certa aderenza del modello alla realtà. Quindi occorre avere a disposizione un set di training in grado di soddisfare le condizioni in cui si prevede il funzionamento dell'impianto, relativamente alle variabili manipolate e ai disturbi. È chiaro che, dove si vuole maggiore precisione, ovvero nelle vicinanze del riferimento, i dati devono essere più fitti.

Per progettare uno stimatore non rigoroso si deve disporre di un insieme di dati, ottenuti da differenti condizioni di funzionamento del processo, dai quali si determinano per via statistica i coefficienti della relazione tra le variabili secondarie e le variabili da misurare.

Il punto di partenza è, quindi, creare un database, in cui si registrano i profili di temperatura della colonna, le portate della fase liquida e della fase vapore sui singoli piatti e le portate e le proprietà dei prodotti.

Questi dati sono stati determinati con varie simulazioni condotte, perturbando la colonna con le variazioni seguenti:

- portata dell'alimentazione,

- composizione dell'alimentazione,
- portata del riflusso,
- duty del reboiler.

## 2.2 Metodi di regressione lineare

Il termine *regressione* fu introdotto dallo statistico inglese Francis Galton nel 1886 nel corso dei suoi studi sull'ereditarietà biologica. Uscendo successivamente dall'ambito originario, il significato si è esteso a indicare la ricerca e la quantificazione di una relazione funzionale tra più variabili indipendenti e una o più variabili dipendenti (M.Fraire & A.Rizzi 1993).

Il modello di un processo è spesso ottenuto con sufficiente precisione per mezzo di una regressione lineare su un campione di dati. Le tecniche di regressione lineare hanno trovato sviluppo grazie al contributo della teoria degli invarianti algebrici; infatti, per quanto i modelli lineari generalizzati abbiano sempre accompagnato il pensiero scientifico, sono stati concetti quali autovalori, autovettori, determinanti e metodi di decomposizione di matrici ad averne reso possibile il calcolo secondo le tecniche attualmente in uso.

Lo scopo della regressione lineare è quello di determinare la relazione tra le variabili indipendenti e una o più variabili dipendenti, che può essere formulata come segue:

$$\begin{aligned}
 y_1 &= k_0 + x_{11}k_1 + \dots + x_{1m}k_m + \epsilon_1 \\
 y_2 &= k_0 + x_{21}k_1 + \dots + x_{2m}k_m + \epsilon_2 \\
 &\vdots \\
 &\vdots \\
 y_n &= k_0 + x_{n1}k_1 + \dots + x_{nm}k_m + \epsilon_n
 \end{aligned}$$

in cui si hanno a disposizione  $n$  osservazioni della variabile dipendente  $y$  e  $m$  variabili indipendenti  $x_1, x_2, \dots, x_m$  corrispondenti alle  $n$  osservazioni.

In forma matriciale la forma generalizzata è:

$$Y = XK + \epsilon \quad (2.2)$$

dove

$$Y = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & \cdots & y_{1p} \\ y_{21} & y_{22} & \cdots & y_{2p} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ y_{n1} & y_{n2} & \cdots & y_{np} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n \times p},$$

$$X = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1m} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2m} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nm} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n \times (m+1)}$$

$$K = \begin{bmatrix} k_{10} & k_{11} & k_{12} & \cdots & k_{1m} \\ k_{20} & k_{21} & k_{22} & \cdots & k_{2m} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \\ k_{p0} & k_{p1} & k_{p2} & \cdots & k_{pm} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{(p+1) \times m},$$

$$\epsilon = \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} & \cdots & \epsilon_{1p} \\ \epsilon_{21} & \epsilon_{22} & \cdots & \epsilon_{2p} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \epsilon_{n1} & \epsilon_{n2} & \cdots & \epsilon_{np} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n \times p}$$

essendo

- $p$ , il numero delle variabili dipendenti,
- $n$ , il numero di campionamenti,
- $m$ , il numero delle variabili indipendenti,
- $\epsilon$ , la matrice dei residui.

La regressione lineare conduce a una stima della matrice  $K$ .

Tra le tecniche che in quest'ambito sono oggetto di studio rientrano la MLR, la PCA, la PCR e la PLS.

### 2.2.1 Minimu Least Squares Regression: MLR

La tecnica MLR (*Minimu Least Squares Regression*) cerca di individuare la matrice  $K$  in grado di minimizzare la norma  $\|\epsilon\|_2$ :

$$K_{MLR} = X^\dagger Y, \quad (2.3)$$

dove  $X^\dagger = (X'X)^{-1}X'$  è la matrice pseudo-inversa di  $X$ . Si tratta di un metodo di regressione che presenta il vantaggio di richiedere operazioni di calcolo relativamente semplici; tuttavia, alcuni inconvenienti connessi alla natura del processo ne rendono poco affidabile l'impiego nelle colonne di

distillazione. Il motivo risiede nel fatto che, in tali applicazioni, la matrice dei dati reca una chiara collinearità e risulta, pertanto, malcondizionata, con numero di condizione che aumenta considerevolmente al crescere del numero delle variabili ausiliarie.

## 2.3 Collinearità e Malcondizionamento

Il progetto di uno stimatore di proprietà dipende in particolare dalla scelta delle variabili secondarie. Possono essere utilizzati diversi metodi per calcolare la matrice dei guadagni  $K$ , ad esempio le tecniche MLR, PCA e PLS. La tecnica MLR però ha i maggior svantaggi, dovuti all'elevata collinearità della matrice del set di dati iniziali e all'alto numero di variabili secondarie. Si consideri il seguente sistema lineare:

$$Ax = b \quad (2.4)$$

Si ipotizza che la matrice  $A$  sia affetta da errore. Quindi si ha:

$$(A + \Delta A)(x + \Delta x) = b$$

Pertanto si ottiene:

$$\frac{\|\Delta x\|}{\|x + \Delta x\|} \leq \|A^{-1}\| \|A\| \frac{\|\Delta A\|}{\|A\|} \rightarrow \epsilon_x \leq \gamma \epsilon_A$$

essendo

$$\gamma = \|A\| \|A^{-1}\| = \sqrt{\frac{\lambda_{max}}{\lambda_{min}}} \quad (2.5)$$

con

- $\gamma$ , numero di condizione della matrice  $A$
- $\lambda_{max}$  e  $\lambda_{min}$  rispettivamente massimo e minimo autovalore della matrice  $A'A$

All'aumentare del numero delle variabili secondarie il numero di condizione della matrice  $A$  cresce.

La presenza di un disturbo in una colonna di distillazione si riflette sulla variazione della temperatura dei piatti della colonna e per questo le colonne della matrice dei dati sono quasi linearmente dipendenti. Lo stimatore, cercando di trovare informazione dalla differenza dei vettori colonna di  $A$ , rende la predizione tanto più sensibile alle piccole variazioni di questi vettori

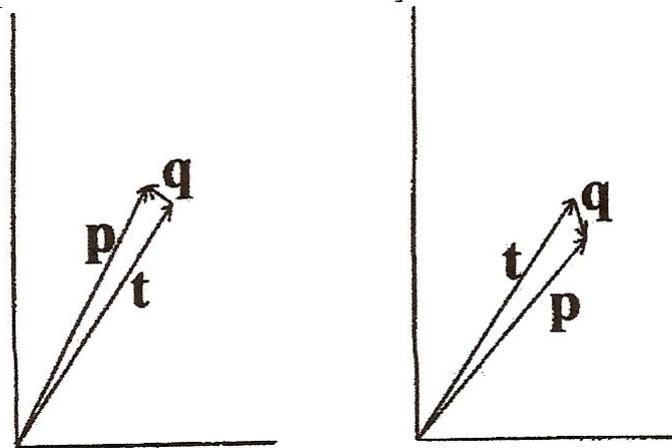


Figura 2.2: Collinearità per due vettori.

quanto più essi tendono ad essere paralleli.

Nella Figura 2.2 si può notare il problema della collinearità, in cui i vettori  $\vec{p}$  e  $\vec{t}$  sono quasi paralleli e una piccola variazione del vettore  $\vec{p}$  determina il cambiamento del verso del vettore differenza  $\vec{q}$ . Per risolvere tale problema sono stati proposti i metodi di regressione lineare PCA e PLS, che si basano sulla decomposizione nelle componenti principali della matrice dei dati delle variabili secondarie e della matrice delle variabili controllate. Questi metodi cercano le direzioni a massima varianza. A tal fine si effettua una rotazione del sistema iniziale di riferimento e si trasforma la matrice dei dati in una matrice con basso numero di condizione rispetto a quella iniziale. Queste tecniche poi individuano le variabili secondarie maggiormente correlate con le proprietà da stimare, riducendo quindi il numero degli input da introdurre nello stimatore.

### 2.3.1 Singular Value Decomposition (SVD)

La decomposizione dei valori singolari dipende dai seguenti teoremi:

- Qualunque sia  $X \in \mathbb{R}^{m \times n}$ , con  $m \geq n$ , esistono due matrici unitarie  $U \in \mathbb{R}^{m \times m}$  e  $V \in \mathbb{R}^{n \times n}$ , tali che:

$$X = U\Sigma V^T \quad (2.6)$$

con  $\Sigma = \begin{bmatrix} D \\ 0 \end{bmatrix}$ , 0 matrice nulla,  $D = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n)$ ,  $\sigma_i \in \mathbb{R}^n$ ,  $i = 1, \dots, n$  e

$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_n \geq 0$$

L'equazione 2.6 è detta *decomposizione in valori singolari* della matrice  $X$  e la matrice  $\Sigma$  è univocamente determinata e i numeri  $\sigma_i$  sono detti *valori singolari* della matrice  $X$ .

- sia  $X \in \mathbb{R}^{m \times n}$ , i quadrati dei valori singolari della matrice  $X$  sono gli autovalori della matrice  $X'X \in \mathbb{R}^{n \times n}$ .

Ne consegue:

$$X = u_1\sigma_1v'_1 + u_2\sigma_2v'_2 + \dots + u_n\sigma_nv'_n \quad (2.7)$$

### 2.3.2 Principal Component Analysis PCA

Il metodo Principal Component Analysis parte dalla matrice  $X$  formata da  $m$  colonne di variabili misurate per  $n$  righe di misure effettuate.

L'obiettivo della tecnica Principal Component Analysis è quello di individuare nello spazio dimensionale delle variabili misurate un sottospazio in cui i differenti campioni possano essere definiti in modo sufficientemente preciso col vantaggio di attenuare gli effetti dei rumori e degli errori e di dare un'indicazione quantitativa riguardo a quale siano le variabili più importanti o maggiormente correlate.

Questo metodo è stato sviluppato all'inizio del XIX secolo (K.Pearson 1901), ma la sua applicazione è stata possibile solo negli ultimi decenni.

#### Algoritmo PCA

Si analizzano ora i passi fondamentali per la decomposizione delle componenti principali.

Si consideri di avere una matrice  $X$  di  $n$  righe di misure effettuate e di  $m$  colonne di variabili misurate, tale che  $n \gg m$ .

Lo scopo di questa tecnica è di calcolare una combinazione lineare delle  $m$  variabili in modo che gli  $n$  set di misure siano in uno spazio di dimensione  $m' < m$ , nel quale si mantengono le informazioni utili, eliminando il più possibile la componente degli errori.

Si effettua poi una rotazione ortonormale dei  $m$  assi in modo da trovare un nuovo sistema di riferimento in cui gli  $n$  set di misure vengono descritti in maniera efficace dai primi  $m'$  assi. Per far ciò si utilizzano le grandezze statistiche.

La prima grandezza statistica è la varianza:

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (2.8)$$

in cui

- $x_i$  è il valore della  $i$ -esima di  $n$  misure della variabile  $x$ ,
- $\bar{x}$  è la media di queste misurazioni.

Un alto valore della varianza determina una larga distribuzione dei valori della variabile, mentre un valore piccolo fa sì che la variabile rimanga pressochè costante.

Un'altra grandezza statistica è la covarianza tra  $x$  e  $y$ :

$$\sigma_{xy} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) \quad (2.9)$$

in cui:

- $x_i$  e  $y_i$  sono i valori di  $n$  misure delle variabili  $x$  e  $y$ ,
- $\bar{x}$  e  $\bar{y}$  sono i rispettivi valori medi.

La covarianza spesso è utilizzata per esprimere la dipendenza delle variabili; infatti per alti valori della covarianza le due variabili sono dipendenti, mentre se la covarianza è pressochè zero le due variabili sono quasi indipendenti. Infine se la covarianza è nulla le due variabili non sono correlate.

In forma matriciale si ha:

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \mathbf{1}_{n \times n} X \Sigma = \frac{1}{n} (X - \bar{X})' (X - \bar{X})$$

Si desidera cercare il vettore di lunghezza unitaria a massima varianza sulla matrice dei dati,  $X$ :

$$\max_{a_1} a_1' \Sigma a_1 = \frac{1}{n^2} (X a_1)' (X a_1)$$

soggetta a:

$$a_1' a_1 = 1$$

Dal teorema di Lagrange si ottengono le seguenti condizioni per il punto di massimo:

$$\begin{aligned}\Sigma a_1 &= \lambda a_1 \\ a_1' a_1 &= 1\end{aligned}$$

Ovvero  $a_1' \Sigma a_1 = \lambda$ .

Procedendo analogamente, imponendo che i vettori  $a_i$  siano tra loro ortogonali, si trovano gli altri autovettori ed i corrispondenti autovalori in ordine decrescente.

Da ciò si ottiene una matrice

$$A = [a_1, a_2, \dots, a_m]$$

che individua le direzioni di massima varianza rispetto alla matrice dei dati  $X$ .

Nel nuovo sistema di riferimento la matrice  $T$  delle misure è data dalla seguente espressione:

$$T = XA$$

la cui covarianza  $\Omega$  è diagonale con gli elementi ordinati in senso decrescente.

$$\Omega = \frac{T'T}{n} = \frac{(XA)'XA}{n} = \frac{A'X'XA}{n} = A'\Sigma A = \begin{bmatrix} \lambda_1 & & & \\ & \lambda_2 & & \\ & & \cdot & \\ & & & \lambda_p \end{bmatrix}$$

La matrice  $A$  è ortonormale, quindi si ha anche che

$$\Sigma = A\Omega A'$$

La traccia delle matrici di covarianza non varia nei due sistemi di riferimento

$$tr(\Omega) = tr(A'\Sigma A) = tr(\Sigma)$$

La varianza totale delle prime  $m'$  componenti principali è definita come il rapporto tra la somma dei primi  $m'$  autovalori della matrice  $\Sigma$  e la sua traccia:

$$\%v.e.(m') = \frac{\sum_{i=1}^{m'} \lambda_i}{tr(\Sigma)}$$

Quindi i principali punti del metodo PCA sono:

- trovare i primi  $m'$  autovalori della matrice  $X$ , che siano in grado di rappresentare almeno il 95% delle informazioni contenute nei dati della matrice di partenza;
- calcolare gli  $m'$  autovettori corrispondenti, detti loadings ( $p_i$ );
- calcolare gli  $m'$  set delle coordinate delle  $n$  misure, chiamate scores ( $t_i$ );
- trasformare la matrice  $X$ :

$$X = \sum_{i=1}^{m'} (t_i p_i') + E \quad (2.10)$$

in cui  $E$  è l'errore del modello rispetto ai dati reali.

### 2.3.3 Principal Component Regression (PCR)

La *Regressione dei Componenti Principali* (PCR) è una tecnica lineare che si basa sulla PCA. La PCR consente di costruire un modello del sistema a partire dalle matrici dei dati delle variabili indipendenti  $X$  e di quelle dipendenti  $Y$ , risolvendo i problemi relativi all'inversione di matrici malcondizionate.

#### Algoritmo PCR

La (2.7) si può scrivere come:

$$X = t_1 p_1' + t_2 p_2' + \dots + t_p p_p' \quad (2.11)$$

in cui  $t_i = u_i \sigma_i$  sono le variabili latenti (o scores) e  $p_i = v_i$  sono i loading della componente principale  $i$ . Quindi nel PCR si approssima  $X$  mediante i primi  $k \leq m$  termini della (2.11), cioè mediante i primi  $k$  componenti principali:

$$X \cong t_1 p_1' + t_2 p_2' + \dots + t_k p_k'$$

In notazione matriciale si ha:

$$T = US = XV$$

in cui  $T$  è detta matrice di score, mentre  $V$  è detta matrice dei vettori di loading. Considerando le prime  $k$  colonne, si può scrivere

$$X = TP' + E$$

con  $E$  piccolo se il numero dei fattori  $k$  è scelto in maniera tale che la varianza spiegata dai fattori residui sia piccola. Approssimando quindi  $X \cong TP'$ , cioè estraendo le variabili latenti  $T = XP$  e facendo una regressione su  $T$ , si ottiene:

$$Q' = (T'T)^{-1}T'Y \implies \hat{Y} = XPQ' = XK'$$

in cui  $K' = P(T'T)^{-1}T'Y$ .

Le proprietà principali del metodo PCR sono:

- estrazione informazioni dai dati utilizzando la matrice  $X'X$ ;
- calcolo del numero delle funzioni di predizione che non supera mai il minimo del numero delle variabili  $Y$  e  $X$ .

Per determinare l'effetto del numero di variabili latenti sulla precisione dello stimatore, è possibile valutare la varianza dell'errore residuo. Considerando il caso in cui vi è una sola proprietà da stimare, l'errore medio compiuto dal modello su un determinato set di dati è il seguente:

$$MSE(k) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i(k))^2 \quad (2.12)$$

in cui si evidenzia il numero di fattori  $k$  utilizzato dal modello stesso. Di conseguenza, la varianza spiegata cumulativa (percentuale) risulta:

$$EV(k) = 100 \left( 1 - \frac{MSE(k)}{MSE(0)} \right) \quad (2.13)$$

L'andamento di  $EV$  in funzione di  $k$  viene generalmente adottato per calcolare il numero di fattori da usare nel modello. Se il set di dati per il calcolo di  $MSE$  e di  $EV$  è lo stesso utilizzato per determinare i coefficienti del modello,  $EV$  aumenta in maniera monotona al crescere di  $k$ ; tuttavia il contributo dei primi fattori è più importante di quello degli ultimi fattori. Si stabilisce pertanto una soglia al di sotto della quale il contributo del fattore alla varianza spiegata viene considerato trascurabile e quindi tutti i fattori seguenti sono trascurabili.

### 2.3.4 Partial Least Squares

Un aspetto negativo della tecnica PCR è che nella decomposizione essa non tiene conto dei dati della matrice  $Y$ . Per ovviare a tale limitazione della tecnica è stato sviluppato un nuovo metodo di regressione detto

*Partial Least Squares.*

La tecnica di regressione PLS è uno strumento utile in chemiometria per la capacità manifestata nell'analisi di dati relativi a sistemi caratterizzati da variabili numerose, affette da rumori e da collinearità. A tale riguardo esistono indagini approfondite (S.Wold, M.Sjostrom & L.Eriksson 2001).

Le potenzialità della tecnica PLS sono venute incontro alle varie ricerche che, negli anni passati, si sono occupate del comportamento di stimatori statici applicati a colonne di distillazione. Tra queste, in particolare, si trovano studi relativi all'implementazione di stimatori basati sulla tecnica PLS nell'analisi della composizione dei prodotti uscenti da colonne a elevata purezza (T.Mejdell & S.Skogestad 1991). I risultati, ottenuti su impianti pilota, dimostrano come, ricorrendo a opportuni accorgimenti, si possano ottenere eccellenti prestazioni. Tuttavia, la raccolta di dati sperimentali può rivelarsi assai difficoltosa o rimanere circoscritta a un margine ristretto di condizioni operative; ciò spiega la necessità del ricorso alla simulazione qualora venisse richiesto un campione di dati più esteso. Simulazione che, dal canto suo, non permette di conseguire successi competitivi, in fatto di precisione, a quelli che traggono spunto da dati esclusivamente sperimentali. Adeguati compromessi consentono, comunque, di combinare in modo efficace le informazioni desunte dalle simulazioni a quelle ottenute dagli esperimenti.

Le principali caratteristiche della tecnica PLS sono riportate in seguito:

- cerca le direzioni che massimizzano la varianza spiegata sulla matrice  $X'Y$ , fermandosi ad un certo valore di  $k$ ;
- queste direzioni sono contenute in una matrice  $W$ , da cui si estraono le variabili latenti

$$T = XW$$

- si effettua una regressione su  $T$ , cioè

$$\hat{Y} = TQ'$$

- si determina lo stimatore basato su  $X$ :

$$\hat{Y} = XWQ' = XK' \implies K = QW'$$

La tecnica PLS differisce dalla regressione delle componenti principali nell'estrazione delle variabili latenti, infatti mentre la prima determina una matrice dei pesi  $W$  che rispecchia la struttura della covarianza tra le variabili

predettrici, la PLS costruisce la matrice dei pesi  $W$  che rispecchia la struttura della covarianza tra le variabili dipendenti e i predittori.

Il metodo PLS è presente in pacchetti commerciali per lo sviluppo di modelli inferenziali. Esistono molti algoritmi PLS; di seguito viene riportato l'algoritmo *SIMPLS* proposto da De Jong (1993).

### Algoritmo SIMPLS

Per ogni  $h = 1 \dots k$ , dove  $A_1 = X'Y$ ,  $M_1 = X'X$  e  $C_1 = I$ , si ripetono i seguenti passi:

1. calcolare  $q_h$ , autovettore dominante di  $A_h'A_h$ ;
2.  $w_h = A_h q_h$ ,  $c_h = w_h' M_h w_h$ ,  $w_h \leftarrow \frac{w_h}{\sqrt{c_h}}$ . Salvare  $w_h$  nella corrispondente colonna di  $W$ ;
3.  $p_h = M_h w_h$ . Salvare  $p_h$  nella corrispondente colonna di  $P$ ;
4.  $q_h = A_h' w_h$ . Salvare  $q_h$  nella corrispondente colonna di  $Q$ ;
5.  $v_h = C_h p_h$  e  $v_h \leftarrow \frac{v_h}{\|v_h\|_2}$ ;
6.  $C_{h+1} = C_h - v_h v_h'$  e  $M_{h+1} = M_h - p_h p_h'$ ;
7.  $A_{h+1} = C_{h+1} A_h$

Si chiarisce che la tecnica PLS è stata utilizzata sistematicamente per costruire lo stimatore in questa tesi.

### 2.3.5 Problematiche di consistenza

I metodi analizzati fino a questo momento evidenziano le prestazioni di uno stimatore in termini di errore medio di predizione. Ora invece viene proposta, per affrontare la realizzazione di uno stimatore, un'ottica alternativa, basata sul concetto di consistenza, termine con il quale si designa l'attitudine di uno stimatore a garantire un errore a regime limitato in presenza di disturbi o variazioni di riferimento che alterino il normale decorso del processo (G.Pannocchia & A.Brambilla 2003a).

L'espressione dello stimatore  $K$  è la seguente:

$$\hat{y} = Kx \tag{2.14}$$

in cui:

- $\hat{y} \in \mathbb{R}^p$  è il vettore delle stime, in termini di scostamento rispetto alle condizioni di riferimento;
- $K \in \mathbb{R}^{p \times m}$  è la matrice dei guadagni degli input;
- $x \in \mathbb{R}^m$  è il vettore degli input allo stimatore, in termini di scostamento rispetto alle condizioni di riferimento;

In un intorno dello stazionario si ha:

$$y = Gu + G^d d \quad (2.15)$$

$$x = G_x u + G_x^d d \quad (2.16)$$

con

- $y \in \mathbb{R}^p$  che è il vettore delle osservazioni,
- $x \in \mathbb{R}^m$  che è il vettore degli input,
- $u \in \mathbb{R}^p$  che è il vettore delle variabili manipolate,
- $d \in \mathbb{R}^q$  che è il vettore dei disturbi,
- $G \in \mathbb{R}^{p \times p}$  che è la matrice dei guadagni allo stazionario delle variabili manipolate sulle variabili controllate,
- $G^d \in \mathbb{R}^{p \times q}$  che è la matrice dei guadagni allo stazionario dei disturbi sulle variabili controllate,
- $G_x \in \mathbb{R}^{m \times p}$  che è la matrice dei guadagni allo stazionario delle variabili manipolate sulle variabili secondarie,
- $G_x^d \in \mathbb{R}^{m \times q}$  che è la matrice dei guadagni allo stazionario dei disturbi sulle variabili secondarie.

Si definisce il parametro di consistenza dello stimatore  $K$  per un generico disturbo:

$$\xi_{ij} = \frac{\left(\frac{\partial u_i}{\partial d_j}\right) \hat{y}}{\left(\frac{\partial u_i}{\partial d_j}\right) y} = \frac{\left(\begin{array}{c} \text{variazione della variabile manipolata} \\ \text{per rigettare l'effetto del disturbo sulla variabile stimata} \end{array}\right)}{\left(\begin{array}{c} \text{variazione della variabile manipolata per rigettare l'effetto} \\ \text{del disturbo sulla variabile effettiva} \end{array}\right)} \quad (2.17)$$

Si può notare che uno stimatore è consistente per l'ingresso di disturbi se:

$$\xi = \mathbf{I}$$

con  $\mathbf{I} \in \mathbb{R}^{p \times q}$ , matrice con elementi di valore unitario. Nel caso di uno stimatore di una singola proprietà, che utilizza un singolo input, si ottiene:

$$\left( \frac{\partial u}{\partial d} \right)_{\hat{y}} = -(G_x)^{-1} G_x^d$$

essendo  $K$  uno scalare. Quindi il concetto di consistenza si distingue da quello di accuratezza nella stima. In particolare per un sistema SISO :

$$e_{CL} = -y = -G^d d \left[ 1 - \frac{K G_x^d G}{K G_x G^d} \right] \quad (2.18)$$

essendo  $-G^d d$  l'offset del sistema in assenza di loop di controllo (open loop), si ottiene:

$$\frac{e_{CL}}{e_{OL}} = 1 - \xi \quad (2.19)$$

Il parametro di consistenza è il complemento ad uno del rapporto tra l'offset del sistema allo stazionario in condizioni di closed loop e in condizioni di open loop.

### Offset di un regolatore inferenziale

Supponendo che  $r$  sia il vettore dei valori del set point delle variabili controllate, dalla 2.14 e 2.16, allo stazionario si ottiene (in assenza di vincoli):

$$u = (G_x K)^{-1} (r - K G_x^d d) \quad (2.20)$$

L'errore in closed loop risulta:

$$e_{CL} = r - y = \epsilon_r r + \epsilon_d d \quad (2.21)$$

in cui:

$$\epsilon_r = I - G(K G_x)^{-1} \quad (2.22)$$

$$\epsilon_d = G(K G_x)^{-1} K G_x^d - G^d \quad (2.23)$$

Quindi la corretta progettazione di uno stimatore non può prescindere dalla minimizzazione dell'errore in closed loop, ovvero dalla minimizzazione delle norme di  $\epsilon_r$  e  $\epsilon_d$ .

## 2.4 Criteri di scelta degli input

È possibile scegliere gli input sia in base alla varianza cumulativa (miglior precisione) sia in base alla miglior consistenza. Si riassumono in seguito i due differenti criteri (G.Pannocchia & A.Brambilla 2007).

### Miglior precisione

Per iniziare con la prima misurazione ( $m = 1$ ) occorre:

1. effettuare tutte le possibili combinazioni con  $m$  inputs ripetendo i seguenti steps per ogni combinazione:
  - migliorare la regressione PLS con un numero adatto di fattori  $k \leq m$
  - calcolare la varianza cumulativa (EV)
2. scegliere la combinazione di  $m$  inputs che dà la maggior EV
3. se EV è adatta o se l'aumento di EV dalla precedente iterazione non è significativa ,stop; andare allo step 4
4. incrementare  $m$  e ricominciare dallo step .

### Miglior consistenza

La consistenza in close loop è data dalla seguente relazione:

$$\Phi = \|\epsilon_r\|_{w_r} + \|\epsilon_d\|_{w_d} \quad (2.24)$$

in cui

- $w_r \in \mathbb{R}^p$  e  $w_d \in \mathbb{R}^q$  sono i vettori dei pesi non negativi,

- 

$$\|A\|_b := b_1\|a_1\|_1 + b_2\|a_2\|_1 + \dots + b_n\|a_n\|_1 \quad (2.25)$$

in cui  $a_i$  è la  $i$ -esima colonna di  $A$ .

Dato un set di variabili ausiliarie  $x_i$  con  $i = 1, \dots, N$  (ad esempio temperature, portate di flusso, pressione,...), l'algoritmo per la scelta degli ingressi è :

1. dai dati del processo costruire le matrici dei guadagni per le variabili controllate ( $G, G^d$ ) e per le variabili ausiliarie ( $G_x, G_x^d$ ), iniziare con  $m = 1$  variabile ausiliaria;
2. costruire tutti i possibili  $\begin{bmatrix} N \\ m \end{bmatrix}$  stimatori con  $m$  variabili ausiliarie utilizzando le tecniche di regressione (ad esempio MLR e PLS) su un database di variabili controllate ( $y$ ) e variabili ausiliarie ( $x$ );
3. Per ogni stimatore disegnato nello step precedente, scegliere le colonne appropriate di  $G_x$  e  $G_x^d$  e valutare la misura  $\Phi$  corrispondente da 2.24;
4. selezionare lo stimatore con  $\Phi$  minimo, indicare lo stimatore ottimale come  $E_m^{opt}$  e la corrispondente misura della consistenza come  $\Phi_m$  e, se  $m = 1$ , andare allo step 6;
5. se  $\Phi_m$  non diminuisce significativamente con il rispettivo  $\Phi_{m-1}$ , per esempio  $\frac{\Phi_m}{\Phi_{m-1}} > \delta$  per  $\delta > 0$ , fermare l'algoritmo ed utilizzare  $E_{m-1}^{opt}$ ;
6. incrementare  $m$  di uno e riprendere l'operazione dallo step 2

## 2.5 Problematiche di update

Il regolatore basa la propria azione di controllo sullo scostamento del valore stimato della variabile controllata rispetto a quello desiderato, cioè

$$\hat{y} - y^r = K(x - x^r) \quad (2.26)$$

Dall'espressione 2.26 si ricava  $\hat{y}$

$$\hat{y} = (y^r - Kx^r) + Kx \quad (2.27)$$

dove  $(y^r - Kx^r) = a_0$  è il parametro costante dello stimatore.

L'introduzione di disturbi o variazioni di riferimento, poichè in generale il processo è non lineare, possono causare uno scostamento tra la stima e il valore effettivo della variabile controllata.

Occorre introdurre, a questo riguardo, il concetto di updating, termine con il quale si designa l'attitudine di uno stimatore a eliminare tale offset, agendo sul parametro  $a_0$ . Questo concetto verrà spiegato in dettaglio nel capitolo 4, nel quale verranno illustrati alcuni metodi di update utilizzati industrialmente. Tali metodi, per valutare  $a_0$  aggiornato, calcolano il bias tra il valore reale e la corrispondente stima.

# Capitolo 3

## Descrizione del processo

### 3.1 Distillazione multicomponente

Nel presente lavoro vengono studiati le prestazioni di uno schema di controllo inferenziale applicato ad una colonna di distillazione. Nella Figura 3.1 si riporta lo schema dell'impianto: esso è stato simulato mediante il programma di simulazione rigorosa dinamica Aspen HYSYS®.

Il processo consiste in una separazione di una miscela multicomponente, contenente 23 componenti. Lo scopo dello splitter è separare i componenti  $C_6$ , componenti chiave leggeri, da quelli  $C_7$ , componenti chiave pesanti, ottenendo in testa alla colonna di distillazione un'impurezza pari a 0.0068 (somma delle frazioni molari dei componenti  $C_7$ , n-eptano, m-cicloesano e toluene).

Tale separazione avviene in una colonna di distillazione, avente 54 piatti.

Nella Tabella 3.1 si riportano i parametri principali della colonna.

L'alimentazione in ingresso alla colonna di distillazione è il risultato di una miscelazione di quattro correnti iniziali, aventi le composizioni molari riportate in Tabella 3.2.

L'alimentazione, prima di essere inviata in colonna al 33-esimo piatto, viene preriscaldata a 128.5°C tramite uno scambiatore di calore.

Rispetto al piatto di alimentazione, la colonna si divide in due sezioni:

- sezione di rettifica : questa parte della colonna concentra i componenti più volatili nel vapore. Il riflusso (liquido di riciclo) condensa i componenti meno volatili dal vapore che sale in colonna.
- sezione di strippaggio : tale sezione concentra i componenti meno volatili nel flusso liquido. Il vapore di riciclo vaporizza (strips) i componenti più volatili dal liquido.

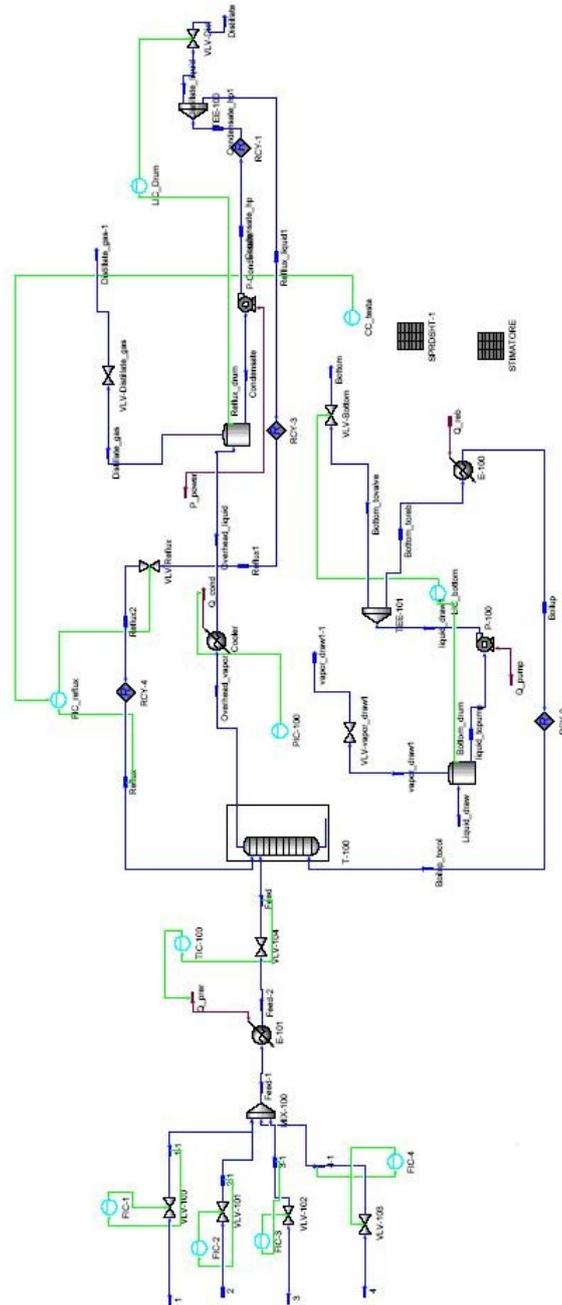


Figura 3.1: flowsheet dell'impianto.

Tabella 3.1: Principali parametri di design della colonna

Parametri	Units	Valori nominali
Portata alimentazione	kmol/h	2556
Portata 1	kmol/h	34.2
Portata 2	kmol/h	1021
Portata 3	kmol/h	595.6
Portata 4	kmol/h	905.6
Temperatura alimentazione	°C	128.5
Portata distillato	kmol/h	1056
Portata bottom	kmol/h	1501
Portata riflusso	kmol/h	2848
Duty reboiler	kJ/h	$6.049 \cdot 10^7$

Tabella 3.2: Composizioni correnti in ingresso

$F_1$		$F_3$	
Composizione	Frazione molare	Composizione	Frazione molare
propane	0.00006	n-heptane	0.39525
i-butane	0.93656	mcylohexane	0.48069
n-butane	0.06337	toluene	0.12406

$F_2$		$F_4$	
Composizione	Frazione molare	Composizione	Frazione molare
n-pentane	0.17709	n-octane	0.18319
i-pentane	0.14586	n-pcycpantan	0.23731
cyclopentane	0.03202	p-xylene	0.10310
22-mbutane	0.00505	n-pcyhexane	0.15395
23-mbutane	0.02571	1M2-Ebenzene	0.08834
3-mpentane	0.06710	n-nonane	0.23409
n-hexane	0.15627		
mcylopentane	0.11613		
cyclohexane	0.13931		
2-mpentane	0.10153		
benzene	0.03390		

La sezione di rettifica è costituita da 32 piatti, mentre quella di strippaggio ha 21 piatti.

La colonna di distillazione è munita da un condensatore, il quale regola la pressione in colonna, fornisce il riflusso necessario e produce il distillato, e

da un reboiler, che genera il vapore di riciclo, boilup.  
 Le composizioni dell'alimentazione, dei prodotti di testa e di fondo nelle loro condizioni nominali sono riportate in Tabella 3.3.

Tabella 3.3: Composizione nominale dell'alimentazione e dei prodotti

Nome	Alimentazione	Prodotto di testa	prodotto di fondo
propane	0.000001	0.000002	0
i-butane	0.012530	0.030342	0
n-butane	0.000848	0.002053	0
i-pentane	0.058255	0.141071	0
n-pentane	0.070728	0.171274	0
cyclopentane	0.012790	0.030972	0
22-mbutane	0.002020	0.004893	0
23-mbutane	0.010269	0.024867	0
2-mpentane	0.040551	0.098197	0.000001
3-mpentane	0.026802	0.064902	0.000001
n-hexane	0.062414	0.151109	0.000022
mcylopentane	0.046385	0.112140	0.000131
benzene	0.013540	0.032630	0.000111
cyclohexane	0.055642	0.128750	0.004217
n-heptane	0.092088	0.005894	0.152719
mcyclohexane	0.111992	0.009040	0.190134
toluene	0.028904	0.000002	0.049234
n-octane	0.064895	0	0.110544
p-xylene	0.036524	0	0.062216
n-pcycpentane	0.084066	0	0.143201
n-nonane	0.082925	0	0.141258
n-pcyhexane	0.054539	0	0.092904
1M2 Ebenzene	0.031295	0	0.053309

## 3.2 Modellazione del processo

I simulatori sono definiti programmi di calcolo costituiti da un insieme di algoritmi risolutivi, utili per modellare le singole unità del processo. La parte più importante di un simulatore è rappresentata dal modello matematico, che identifica la singola unità. I tipi di equazioni utilizzati sono i seguenti:

- equazioni di bilancio di materia,
- equazioni di bilancio di energia,
- relazioni di equilibrio termodinamico,
- equazioni di trasporto,
- equazioni cinetiche,
- equazioni di dimensionamento delle singole apparecchiature,
- equazioni per l'analisi dei costi.

In ogni modello si possono scrivere:

- equazioni algebriche, la cui risoluzione conduce ad una rappresentazione stazionaria del processo;
- equazioni differenziali ordinarie, la cui risoluzione conduce all'ottenimento di relazioni che rappresentano la variazione temporale delle differenti variabili prese in esame, consentendo una descrizione dinamica del processo;
- equazioni delle derivate parziali, la cui risoluzione permette di descrivere l'evoluzione temporale e spaziale delle variabili incognite.

Ogni simulazione ha quindi una determinata procedura ottimizzata per la risoluzione iterativa delle equazioni.

La modellazione del processo avviene principalmente in due fasi:

- modellazione stazionaria,
- modellazione dinamica.

Inizialmente si costruisce il modello stazionario mediante l'applicazione delle equazioni di bilancio in assenza di termini di accumulo, ottenendo così lo stato stazionario del processo. Una volta creato il modello stazionario, si realizza il modello dinamico, nel quale sono presenti i termini di accumulo delle varie equazioni.

### 3.3 Controllo di base

Il controllo di base garantisce un funzionamento stabile e costante dal punto di vista fluidodinamico. Si mostrano in seguito gli schemi di controllo utilizzati:

- controllo di portata del riflusso: il riflusso è controllato da un regolatore di portata che agisce direttamente sulla valvola di regolazione;
- controllo di portata dell'alimentazione: le quattro correnti iniziali sono controllate semplicemente da controllori di portata, che agiscono direttamente sulle rispettive valvole di regolazione;
- controllo di pressione: la pressione viene controllata agendo sul condensatore di testa;
- controllo di temperatura: la temperatura del preriscaldatore a monte della colonna di distillazione viene controllata agendo direttamente sulla portata dell'alimentazione;
- controllo di livello: nel processo in esame sono presenti due controlli di livello, dei quali il primo è situato nel serbatoio del riflusso ed agisce sulla valvola del distillato, mentre il secondo si trova sul serbatoio del prodotto di fondo ed agisce sulla valvola del bottom.

Tutti i regolatori utilizzati nello schema sono di tipo Proporzionale Integrabile (PI), caratterizzati dai seguenti parametri di tuning:

- $K_c$  è il guadagno;
- $\tau_i$  è la costante dell'azione integrale, che si misura in unità di tempo e rappresenta il tempo durante il quale la componente integrale diviene uguale alla componente proporzionale nel caso di errore costante.

Nell'ambiente HYSYS le informazioni necessarie per definire i regolatori sono:

- l'intervallo delle variabili di processo  $PV_{min}$  e  $PV_{max}$ ,
- guadagno del regolatore,
- le varie costanti di tempo del regolatore, a seconda che si voglia ottenere un PI, un PD o un PID.

### 3.4 Controllo di qualità

Il controllo di qualità cerca di mantenere la composizione del prodotto di testa entro specifiche in seguito a variazioni ed introduzione di disturbi esterni. In questo lavoro di tesi, per il controllo di qualità del distillato, è stato adottato un sistema di controllo di tipo inferenziale, in cui lo stimatore esegue una valutazione della variabile controllata sulla base di altre grandezze più agevolmente misurabili. Il controllo inferenziale preso in considerazione è costituito da uno stimatore di qualità, il quale fa uso, come variabili ausiliarie, della pressione in testa alla colonna e della temperatura di due piatti della colonna. La composizione in testa alla colonna viene controllata in cascata al regolatore di portata agente sul riflusso. In Figura 3.2 vengono riportati gli schemi di controllo in uso in colonna, evidenziando il funzionamento del controllo inferenziale.

Lo stimatore deve fornire informazioni affidabili in un insieme adeguatamente ampio di condizioni operative, dato che queste si troveranno ad assumere, a seguito di disturbi inevitabili o cambi di riferimento, valori variabili durante il funzionamento dell'impianto. Come evidenziato nel capitolo 2 è possibile progettare degli stimatori di proprietà con buone capacità predittive utilizzando un limitato numero di input.

In generale si fa riferimento alla seguente relazione:

$$\hat{y} = a_0 + Kx \quad (3.1)$$

in cui

- $\hat{y} \in \mathbb{R}^p$  è il vettore delle stime della variabile controllata;
- $a_0 \in \mathbb{R}^p$  è il termine costante dello stimatore;
- $K \in \mathbb{R}^{p \times m}$  è la matrice dei guadagni dello stimatore;
- $x \in \mathbb{R}^m$  è il vettore degli inputs allo stimatore.

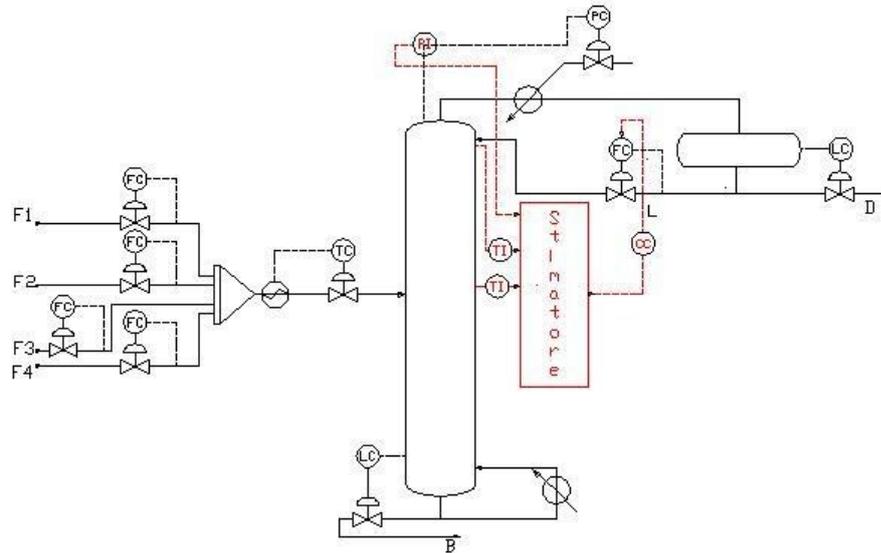


Figura 3.2: schema di controllo del processo

Il campione dei dati necessari alla costruzione del modello viene ricavato, in questo studio, simulando singolarmente variazioni a gradino nelle variabili del processo.

Nella Tabella 3.4 vengono riportati i valori delle variabili utilizzati nella costruzione del set di training per la colonna in esame.

Tabella 3.4: Variazioni parametri

Variazioni	range
Portata alimentazione	$\pm(0.5 - 1)\%$
Portata riflusso	$\pm(0.5 - 1)\%$
Duty reboiler	$\pm(0.25 - 0.5)\%$
Pressione	$\pm(1 - 2)\%$
Rapporto $\frac{LK}{HK}$	$\pm(2 - 5)\%$

Si sono registrati anche i dati ottenuti variando i componenti non chiave:

- aumento LLK (componenti più leggeri rispetto al componente chiave leggero),

- diminuzione LLK,
- aumento HHK (componenti più pesanti rispetto al componente chiave pesante),
- diminuzione HHK.

Costruito il set di training, si è scelto di utilizzare il metodo di regressione PLS per scegliere le variabili ausiliarie da adottare nello stimatore. La tecnica PLS produce una matrice  $W$  che rispecchia l'andamento della covarianza tra le variabili dipendenti e i predittori. Sono stati ricavati i seguenti input:

- temperatura del 2°piatto
- temperatura del 18°piatto
- pressione in testa alla colonna

La Figura 3.3 mostra il valore della variabile controllata,  $y$ , e della sua stima  $\hat{y}$ , nelle diverse prove usate per la costruzione del modello. La relazione della stima che si ricava è:

$$y = a_0 + a_1T_2 + a_2T_{18} + a_3\ln(P) \quad (3.2)$$

in cui

- $a_0 = 0.62059$
- $a_1 = 7.9 \cdot 10^{-3}$
- $a_2 = -5 \cdot 10^{-4}$
- $a_3 = -0.2383$

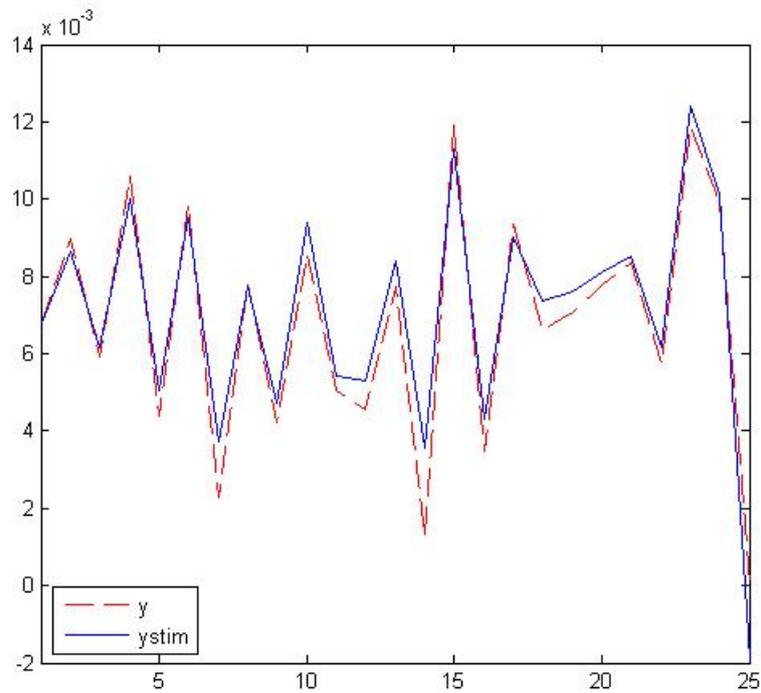


Figura 3.3: andamento della variabile controllata e della stima.

La scelta della dipendenza di tipo logaritmico tra la misura delle proprietà dei prodotti e la pressione deriva da considerazioni relative all'equazione di Antoine. Infatti, nota la relazione:

$$\ln(P) = a + \frac{b}{t + c} \quad (3.3)$$

per due generici stati molto vicini del sistema si può scrivere:

$$\begin{aligned} \ln(P_1) &= a + \frac{b}{t_1 + c} \\ \ln(P_2) &= a + \frac{b}{t_2 + c} \end{aligned}$$

da cui si ottiene:

$$\ln \frac{P_1}{P_2} = b \frac{t_2 - t_1}{t_1 t_2} \cong d(t_2 - t_1) \quad (3.4)$$

con

$$d = \frac{b}{t_1 t_2} \cong \frac{b}{t_1^2} = \text{cost}$$

La 3.4 mette in evidenza la relazione di tipo logaritmico tra la temperatura di ebollizione e le corrispondenti pressioni di saturazione.

# Capitolo 4

## Tecniche di update del modello inferenziale

### 4.1 Controllo adattivo

Il controllo adattivo (G.C.Shen & W.K.Lee 1989) è una strategia di controllo, la cui idea di fondo è che eventuali indeterminazioni e approssimazioni di cui non si è tenuto conto in una prima fase di progetto, al pari di variazioni sulle caratteristiche di funzionamento, inducono scostamenti degli andamenti delle variabili, misurate rispetto al comportamento voluto, che possono essere utilizzati, durante il normale funzionamento del sistema di controllo, per modificare alcuni parametri o la struttura stessa del controllore.

Si cerca, quindi, di modificare le caratteristiche del controllore adattandole alle condizioni di funzionamento.

La differenza sostanziale rispetto alle altre strategie di controllo risiede nel fatto che, in questo caso, le stesse strategie di controllo vengono variate in funzione dei valori delle variabili misurate, al fine di raggiungere il rispetto delle specifiche di progetto.

### 4.2 Tecniche di Update

L'introduzione di disturbi nel processo, quali ad esempio la variazione della composizione dell'alimentazione, determina scostamenti della misura effettiva della variabile controllata rispetto al valore desiderato. Per questo, per migliorare la correlazione tra la stima e la misura, vengono utilizzate le tec-

niche di update, le quali aggiornano lo stimatore.

Il software commerciale di controllo inferenziale *AspenIQ<sup>TM</sup>* prevede tre metodi di update:

- metodo tradizionale,
- metodo Cusum,
- metodo Score.

Data la relazione 4.1 tra le variabili da stimare e quelle secondarie,

$$\hat{y} = a_0 + Kx \quad (4.1)$$

in cui

- $\hat{y} \in \mathbb{R}^p$  è il vettore delle stime della variabile controllata,
- $a_0 \in \mathbb{R}^p$  è il vettore dei termini costanti,
- $K \in \mathbb{R}^{p \times m}$  è la matrice dei guadagni dello stimatore,
- $x \in \mathbb{R}^m$  è il vettore delle variabili secondarie.

Le tre tecniche modificano lo stimatore, agendo sul parametro costante. Infatti ogni volta che si effettua l'update, il parametro  $a_0$  viene aggiornato nel seguente modo:

- calcolo dell'errore di predizione ad ogni tempo di campionamento:

$$e_k = y_k - \hat{y}_k \quad (4.2)$$

in cui

- $y_k$  è la misura effettiva della variabile controllata,
- $\hat{y}_k$  è il valore della stima
- calcolo del bias, dato dalla differenza tra la media dei precedenti valori della misura e la media dei rispettivi valori di predizione:

$$E_N = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (y_k - \hat{y}_k) \quad (4.3)$$

in cui  $N$  è il numero di campionamenti

- calcolo  $a_{0new}$ :

$$a_{0new} = a_{0old} + E_N \quad (4.4)$$

Si analizzano ora le caratteristiche principali per ciascun metodo.

### 4.2.1 Metodo tradizionale

Il primo metodo di aggiornamento è un approccio tradizionale, che è comunemente adoperato nelle industrie.

Con questa tecnica si ipotizza il numero di campionamenti, che viene successivamente utilizzato per l'update.

Nei processi, in cui i campionamenti non sono frequenti ma sono presenti disturbi significativi, si effettua l'update per migliorare l'andamento della variabile controllata, utilizzando i dati disponibili.

Ad ogni tempo di campionamento si esegue l'aggiornamento del parametro dello stimatore,  $a_0$ . Quindi, data l'alta frequenza, la possibilità di avere un errore della misura aumenta. Questo effetto può essere diminuito, eseguendo un update basato sulla media del numero dei dati precedenti.

### 4.2.2 Metodo Cusum

Questa tecnica, a differenza del metodo precedente, non fissa il numero di dati necessari per eseguire l'update, ma calcola questo numero con semplici regole statistiche.

L'errore di predizione è calcolato come la differenza tra il valore della misura e il valore della stima ad ogni tempo di analisi. Quest'errore viene poi sommato all'errore cumulativo dei precedenti campionamenti. L'update viene effettuato quando il valore assoluto dell'errore cumulativo supera il limite imposto. Questo vincolo viene ipotizzato inizialmente e rappresenta la variazione percentuale della variabile controllata. Ogni volta che si esegue l'update l'errore cumulativo si azzerava.

Pertanto la condizione di update è

$$SOMMA(k) = SOMMA(k - 1) + e(k) \quad (4.5)$$

quindi l'update viene eseguito se

$$|SOMMA(k)| > limite \quad (4.6)$$

Successivamente, si pone:

$$SOMMA(k) = 0$$

In questo metodo quindi il numero dei dati da utilizzare per l'update non è costante, ma dipende da quanti aggiornamenti si effettuano.

### Metodo Score

Un altro criterio per l'update è il metodo Score. Anche in questa tecnica, come quella tradizionale, si ipotizza il numero dei dati,  $N$ , da utilizzare nell'aggiornamento.

Si assume di avere a disposizione un set di dati precedenti della misura, avente una media e una deviazione standard nota. Per eseguire l'update, si calcola ad ogni tempo di analisi il valore dello score, dato dalla differenza tra il valore attuale della misura e la media dei precedenti suoi valori, diviso per la deviazione standard dei valori passati. Questo valore viene poi sommato allo score cumulativo dei precedenti campionamenti.

Si riepilogano in breve le fasi principali:

- calcolo media

$$\bar{y} = \frac{1}{N} \sum_{i=k-N}^{k-1} y(k)$$

- calcolo deviazione standard

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=k-N}^{k-1} (y(k) - \bar{y})^2}$$

- calcolo score al tempo di analisi,  $k$

$$\sigma(k) = \frac{y(k) - \bar{y}}{\bar{\sigma}}$$

Questo metodo determina un nuovo valore dello stimatore quando il valore assoluto dello score cumulativo supera il vincolo imposto. Tale limite è dato da un valore dello score ipotizzato all'inizio. Ogni volta che questa condizione viene soddisfatta, il valore dello score cumulativo viene azzerato. L'azzeramento dello score però si ha anche quando il segno dello score al tempo di analisi è diverso dal segno del precedente score. Pertanto, per

effettuare l'update, l'andamento dello score cumulativo deve essere in una stessa direzione e deve superare il valore del limite.

La condizione di update è data dalla seguente espressione

$$CUMS(k) = \begin{cases} CUMS(k-1) + \sigma(k) & \text{se } \sigma(k)\sigma(k-1) > 0, \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases} \quad (4.7)$$

L'update si effettua se

$$|CUMS(k)| > \textit{limite} \quad (4.8)$$

Successivamente, si pone:

$$CUMS(k) = 0$$

# Capitolo 5

## Casi analizzati

Definiti i metodi di update di uno stimatore, in questo capitolo si cerca di individuare quali tra le tecniche adottate in ambito industriale permettono di ottenere il minor offset sul valore della composizione (analizzata) del prodotto di testa rispetto al valore desiderato.

Importante è valutare il tipo di segnale da inviare al processo: vengono di seguito analizzati quelli utilizzati in questo lavoro di tesi, mettendone in evidenza le caratteristiche salienti. I due aspetti principali nella scelta del segnale sono la forma e lo spettro dell'ingresso: il primo è importante in quanto si vuole costruire un input che abbia il rapporto segnale/rumore più alto possibile, mentre il secondo perchè le proprietà della stima dipendono dal contenuto in frequenza del segnale in ingresso.

Per quello che riguarda la forma d'onda si hanno dei problemi: il primo è la possibilità di creare inconvenienti all'interno del sistema, mentre il secondo riguarda il fatto che si vanno ad eccitare troppo le non linearità del processo. Quindi, di solito, si utilizza una grandezza che informa direttamente sulla forma del segnale, il cosiddetto crest factor (fattore di cresta), la cui espressione è

$$C_r = \sqrt{\frac{\max u^2(t)}{\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N u(t)}} \quad (5.1)$$

e per ottenere un buon ingresso si deve cercare di mantenerlo il più piccolo possibile; in questo senso i migliori input sono rappresentati dai segnali binari, che hanno  $C_r = 1$ .

Per quello che riguarda, invece, il contenuto in frequenza del segnale, si può considerare lo spettro come una grandezza utilizzabile per un'ottimizzazione dello stesso.

I segnali utilizzati in questo lavoro sono:

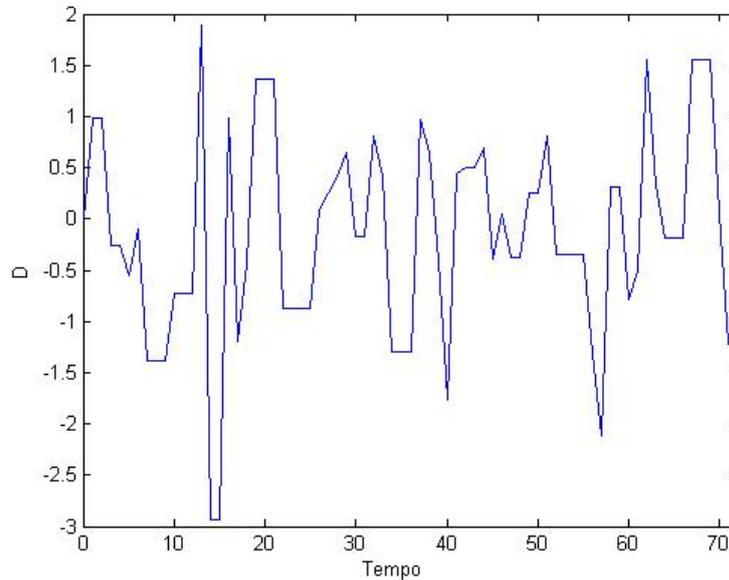


Figura 5.1: disturbo di tipo random

- *Random*: tale ingresso assume valori casuali ed ha la possibilità di switch ad ogni tempo di campionamento  $k$  pari a  $\rho_{sw}$ , come è riportato in Figura 5.1.

$$P[u_k = \delta] = \rho_{sw}$$

$$P[u_k = u_{k-1}] = 1 - \rho_{sw}$$

dove  $\delta$  è un numero generato casualmente da una distribuzione normale (utilizzando il comando Matlab `randn`). Il valore medio di switch  $T_{sw}$  è

$$E(T_{sw}) = \frac{T_{min}}{\rho_{sw}} \quad (5.2)$$

in cui  $T_{min}$  è il tempo minimo di cambio, cioè quello minimo necessario per tenere il segnale costante.

- *Integrated Generalized Binary noise (IGBN)*: tale segnale è generato partendo da un tipico rumore binario generalizzato (GBN), il quale assume valori di  $-a$  e  $a$  e ha la possibilità di switch ad ogni tempo di campionamento  $k$  pari a  $\rho_{sw}$ .

$$P[u_k = -u_{k-1}] = \rho_{sw}$$

$$P[u_k = u_{k-1}] = 1 - \rho_{sw}$$

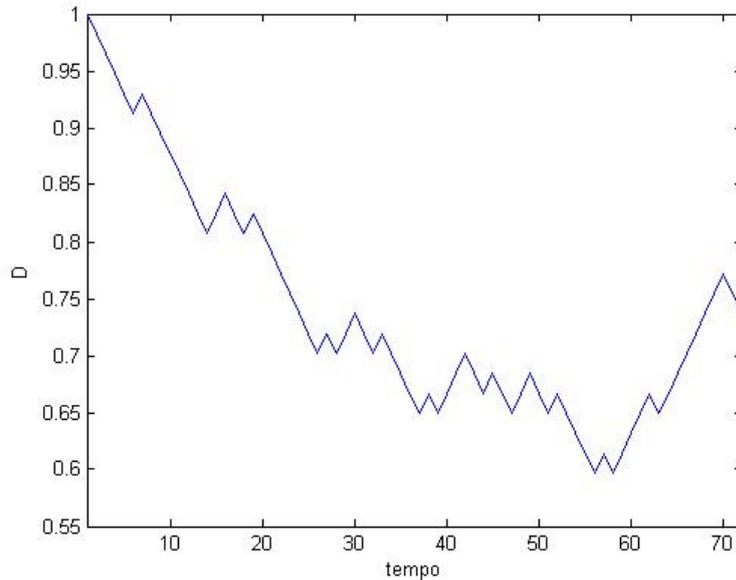


Figura 5.2: disturbo di tipo IGBN

Questo rumore viene fatto passare attraverso un integratore; quindi, definito un rumore  $w_k$ , il segnale ha la seguente espressione

$$u_k = I(q)w_k$$

in cui  $I(q)$  è l'integratore.

La Figura 5.2 mostra l'andamento di questo tipo di disturbo.

Per questi segnali è stata creata una sequenza  $D$ , ipotizzando il rapporto di frequenza  $R$ , data dalla seguente relazione:

$$R = \frac{T_{sw}}{T_s} \quad (5.3)$$

in cui

- $T_s$  è il tempo di campionamento che intercorre tra un'analisi e l'altra,
- $T_{sw}$  è il tempo medio di switch del disturbo .

Per il primo tipo di segnale è stato analizzato il caso con  $R = 0.3$  (alta frequenza di variazione) e con  $R = 0.9$  (bassa frequenza di variazione). Ottenuta la sequenza  $D$ , sono stati introdotti nel processo i disturbi, variando

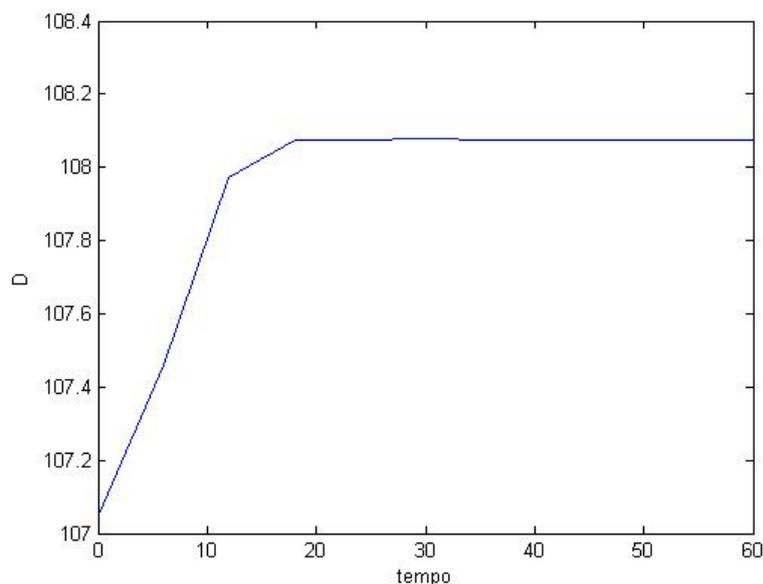


Figura 5.3: disturbo tipo deriva

alcune variabili del processo, come ad esempio le quattro portate alimentate al processo. Tali variazioni sono state determinate assumendo che esse si discostassero dal loro valore nominale di un termine casuale definito dalla sequenza  $D$ .

I medesimi disturbi sono stati inviati nel processo anche mediante una sequenza IGBN, nella quale le variazioni dei disturbi al tempo  $k$  si discostano da quelli al tempo  $k - 1$  di un termine GBN dato da  $D$ .

Infine è stato analizzato, come disturbo, la deriva della termocoppia di una delle due temperature dello stimatore, ipotizzando un errore di misura di  $\pm 1^\circ C$  per ciascuna di essa; l'andamento di questo disturbo viene mostrato in Figura 5.3.

I dati di impianto si sono ricavati utilizzando lo schema di regolazione in closed loop riportato in Figura 5.4, la cui strategia consiste nel misurare il valore delle variabili in uscita e nel riutilizzare lo scostamento di tale valore da quello desiderato per ottenere l'azione di controllo necessaria al raggiungimento del target prestabilito. Nella Figura 5.4  $u$  rappresenta gli ingressi al processo,  $y$  le uscite e  $r$  i set-point delle uscite. In questo tipo di schema di regolazione si fissa il valore del set-point delle uscite e il controllore prova a mantenerlo costante, variando opportunamente il valore degli ingressi al processo.

Ad ogni disturbo sono applicate le tecniche di update, che si sono sviluppate

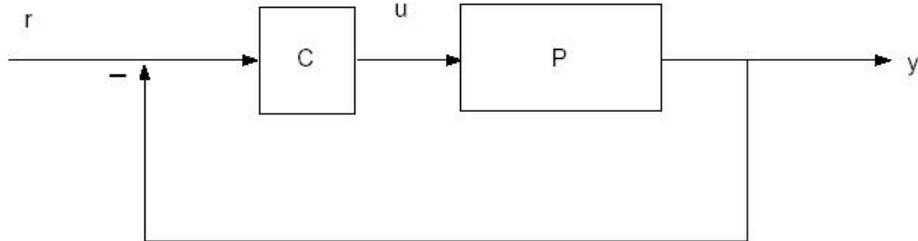


Figura 5.4: schema di controllo in closed loop

nell'ambiente Matlab. Quindi per effettuare lo scambio dei dati tra l'ambiente Matlab e il software di simulazione del processo si è creato un canale di collegamento.

## 5.1 Connessione Matlab - HYSYS

Un aspetto molto importante in questo lavoro è stata la simulazione di un processo in un ambiente software al di fuori di Matlab e la formazione di un collegamento tra i due software. Si descrive brevemente la connessione tra Matlab e HYSYS.

Lo schema, Figura 5.5, è formato dai seguenti blocchi:

- l'algoritmo di update del modello inferenziale eseguito in Matlab,
- il processo sviluppato in HYSYS,
- l'interfaccia di collegamento.

Oltre a questi tre blocchi, si trova quello dell'attivazione della connessione. Infatti all'interno di Matlab, prima che inizi la simulazione, si attiva il blocco di connessione con HYSYS, che ha lo scopo di far scambiare ai due software i dati. Attivata la connessione, tramite l'interfaccia di collegamento, Matlab riceve le misure della variabile reale e della stima da HYSYS ed esegue l'aggiornamento del parametro dello stimatore mediante i metodi di update analizzati in precedenza. Quindi, calcolato il nuovo parametro aggiornato, HYSYS simula il processo per un intervallo di tempo pari al tempo di campionamento. Al successivo tempo di campionamento Matlab acquisisce di nuovo

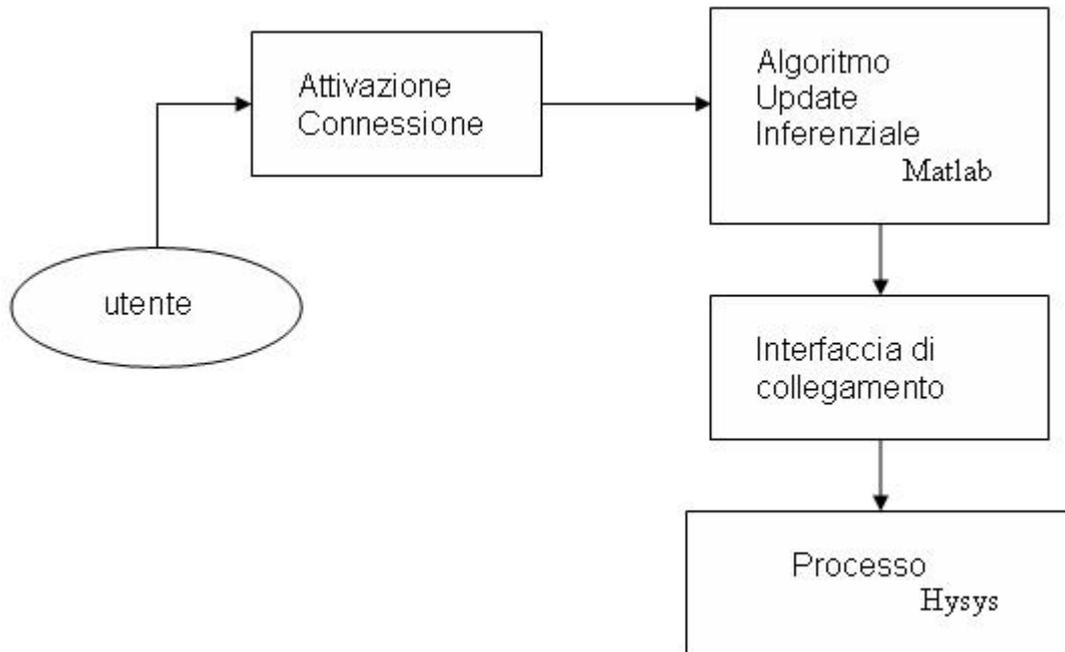


Figura 5.5: Connessione Matlab - HYSYS

le misure da HYSYS e il ciclo viene ripetuto. Quest'ultimo viene eseguito tante volte quanti sono i campionamenti dell'intera simulazione.

## 5.2 Disturbo random nel processo

Un importante disturbo in ingresso alla colonna è la variazione di composizione dell'alimentazione, la quale determina cambiamenti nei prodotti; infatti un aumento dei componenti leggeri, con conseguente calo di quelli pesanti, causa una crescita del prodotto di testa e una diminuzione del prodotto sul fondo colonna. Mentre, se si ha un aumento dei componenti pesanti, il distillato diminuisce e il bottom cresce.

Per variare la composizione dell'alimentazione si è costruita la sequenza del disturbo, variando il set-point delle quattro correnti iniziali in modo da mantenere costante la portata dell'alimentazione totale. Infatti le quattro correnti iniziali sono state variate, ipotizzando uno scostamento dal loro valore nominale di un termine definito da una sequenza di tipo casuale,  $D$ , come mostra

l'espressione 5.4

$$\begin{aligned}
 F_1 &= F_1(0) + D\delta_1 \\
 F_2 &= F_2(0) + D\delta_2 \\
 F_3 &= F_3(0) - D\delta_3 \\
 F_4 &= F_4(0) - D\delta_4
 \end{aligned}
 \tag{5.4}$$

in cui

- $F_1(0)$ ,  $F_2(0)$ ,  $F_3(0)$  e  $F_4(0)$  sono i valori nominali delle quattro correnti,
- $\delta_1$ ,  $\delta_2$ ,  $\delta_3$  e  $\delta_4$  sono costanti scelte dall'utente in modo tale che

$$\delta_1 + \delta_2 = \delta_3 + \delta_4$$

Pertanto all'aumento delle correnti leggere corrisponde una diminuzione delle alimentazioni pesanti.

### 5.2.1 Disturbo random sull'alimentazione con alta frequenza di variazione $R=0.3$

Ipotizzando il rapporto di frequenza,  $R$ , pari a 0.3, la sequenza di disturbi che si è generata è mostrata in Figura 5.6.

In Figura 5.7, viene illustrato l'andamento della misura effettiva della variabile controllata (composizione del prodotto di testa) e la rispettiva stima in assenza di update, ipotizzando un tempo di analisi pari a sei ore. Come si può notare, la misura reale è molto oscillante rispetto al valore del set-point (pari a 0.0068), mentre la stima rimane pressochè vicina al valore desiderato.

Per eliminare l'offset tra la misura reale e il set-point sono stati ideati i metodi di update, analizzati nel capitolo 4, caratterizzati dai seguenti vincoli:

- metodo tradizionale: è stato scelto di utilizzare per il calcolo di  $a_0$  aggiornato un set di dati  $N = 3$ .
- metodo Cusum: il parametro principale di questa tecnica è la massima somma degli errori di predizione, calcolata tra il tempo di analisi successivo all'ultimo aggiornamento e il tempo attuale di analisi ed è stata ipotizzata pari al 3% del valore dell'impurezza, tranne nel caso dell'errore di misura sulla seconda temperatura in cui è stata scelta pari a 15%, poichè lo scostamento tra la misura e il set-point è molto più grande.

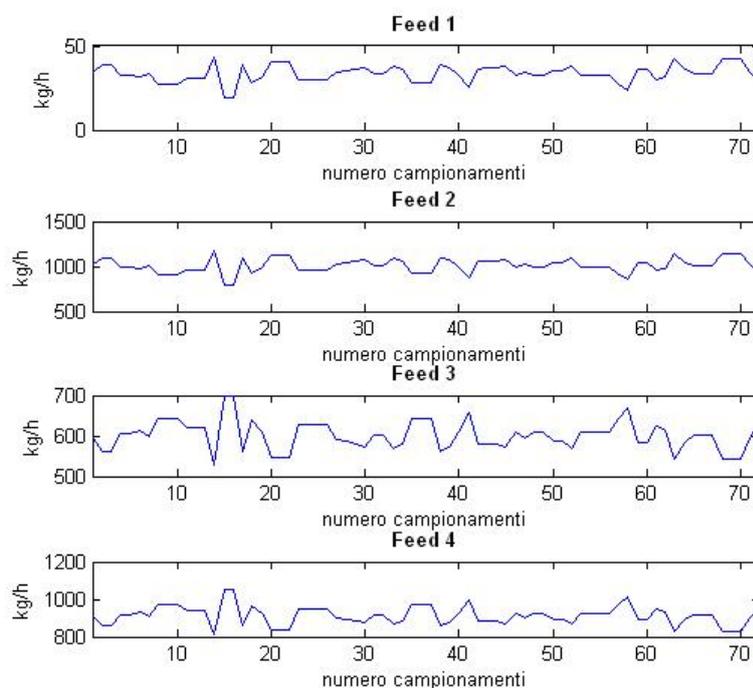


Figura 5.6: andamento delle sequenze di disturbi di tipo casuale con  $R=0.3$  sulle quattro correnti in ingresso al processo con  $R=0.3$

- metodo Score: tale metodo è caratterizzato da due parametri, il set di dati,  $N$ , e la somma degli score di  $N$  dati; il primo è stato scelto pari a 5, mentre il secondo è pari a 1.5. Lo score iniziale si ottiene da una sequenza di  $N$  dati precedenti della variabile controllata; tale sequenza ha una media pari al valore dell'impurezza desiderata (0.0068) e una deviazione standard pari a 0.005

### Metodo Tradizionale

Inizialmente si è utilizzato il metodo tradizionale, nel quale ad ogni tempo di analisi si effettua l'update dello stimatore, ottenendo un nuovo valore del parametro,  $a_0$ . L'andamento della misura effettiva  $y$  e della sua stima  $y_{stim}$  è riportato in Figura 5.8, nella quale si nota che la  $y$  rimane oscillante, ma è garantito un offset più basso rispetto a quello iniziale. Il grafico mostra anche la posizione della stima aggiornata, indicata dalla freccia, e il valore di  $a_0$  assunto ad ogni aggiornamento.

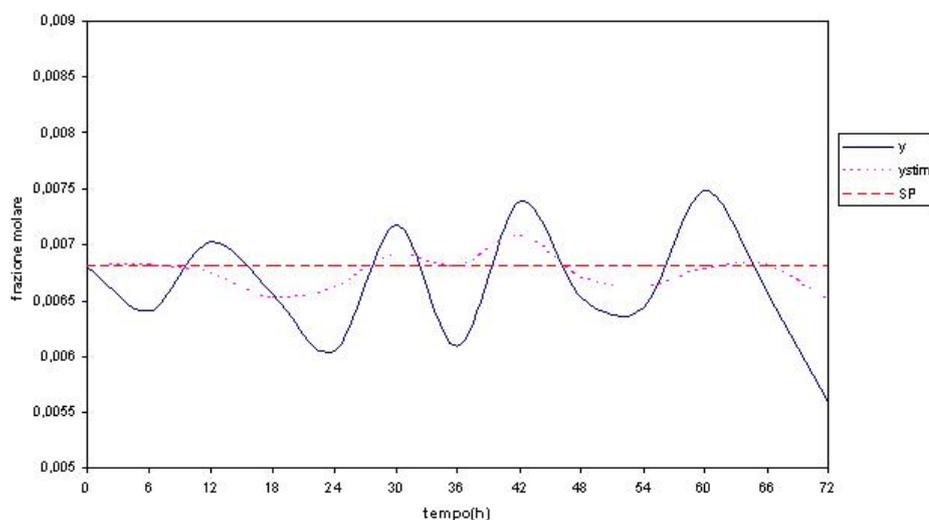


Figura 5.7: andamento della misura e della stima della variabile controllata in seguito all'introduzione della sequenza di disturbi di tipo casuale ( $R=0.3$ ) sull'alimentazione in assenza di update

### Metodo Cusum

Utilizzando questo metodo si hanno undici aggiornamenti, come mostra la Figura 5.9, che raffigura il valore della somma dell'errore di predizione ad ogni tempo di analisi. Quando tale somma supera  $e_{max}$  il suo valore viene riportato a zero.

L'andamento della misura e della rispettiva stima è illustrato nella Figura 5.10, nella quale, anche in questo caso, non si riesce ad abbassare di molto l'offset tra la misura e il valore desiderato. Nel grafico sono riportate anche le stime aggiornate con i rispettivi valori  $a_0$ ; tale stima aggiornata assume il valore della misura quando si hanno due aggiornamenti successivi, in quanto il metodo Cusum utilizza, per il calcolo del bias, un set di dati  $N$  variabile.

### Metodo Score

Adottando il metodo Score, si sono effettuati 3 aggiornamenti, come mostra la Figura 5.11, che indica anche i tempi di analisi, nei quali la somma dello score cambia direzione, dato che il segno dello score al tempo di analisi  $k$  è diverso da quello precedente.

Nella Figura 5.12 si riportano gli andamenti della misura e della stima della

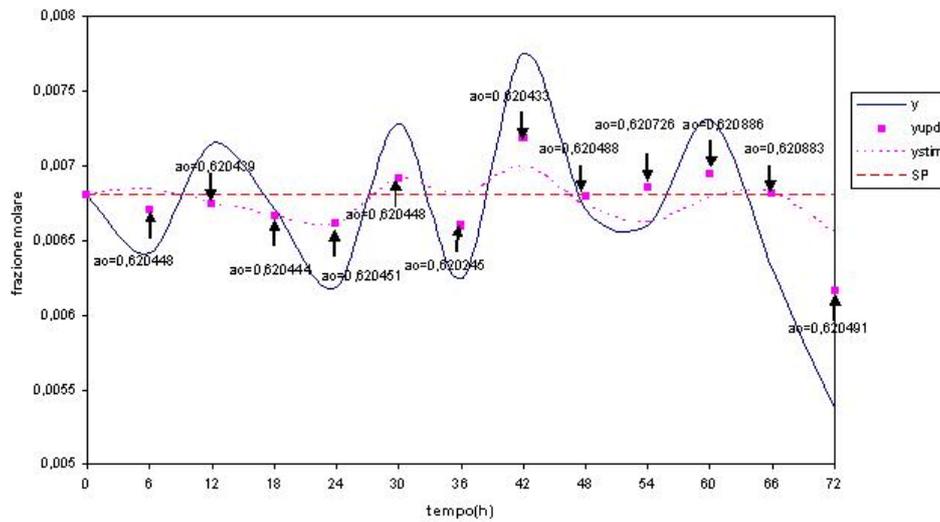


Figura 5.8: andamento della misura effettiva e della stima della variabile controllata in seguito all'introduzione di una sequenza di disturbi casuali sull'alimentazione con  $R=0.3$  utilizzando il metodo di update tradizionale

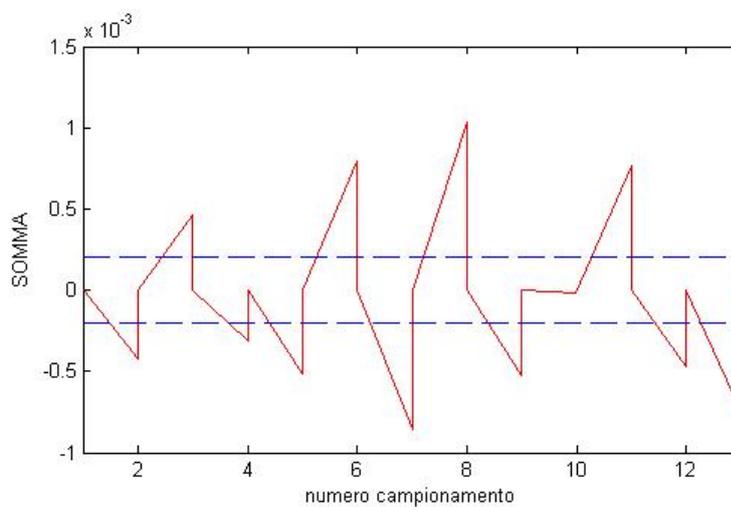


Figura 5.9: errore di predizione cumulativo in seguito all'introduzione di una sequenza di disturbi casuali sull'alimentazione con  $R=0.3$

variabile controllata, indicando i tempi di analisi nei quali è avvenuto l'update. L'andamento della misura effettiva rimane oscillante, come per gli altri casi analizzati precedentemente, anche se in questo caso lo scostamento dal

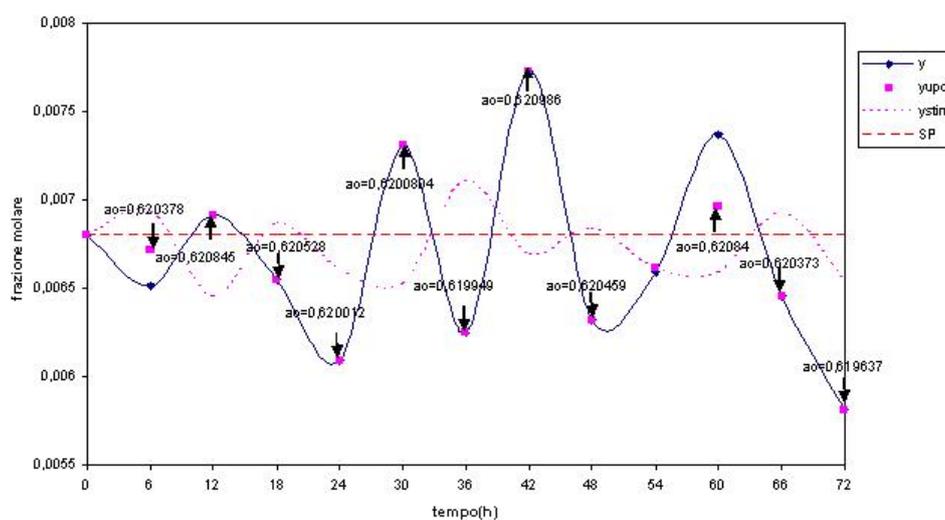


Figura 5.10: andamento della misura effettiva e della stima della variabile controllata in seguito all'introduzione di una sequenza di disturbi casuali sull'alimentazione con  $R=0.3$  utilizzando il metodo di update cusum

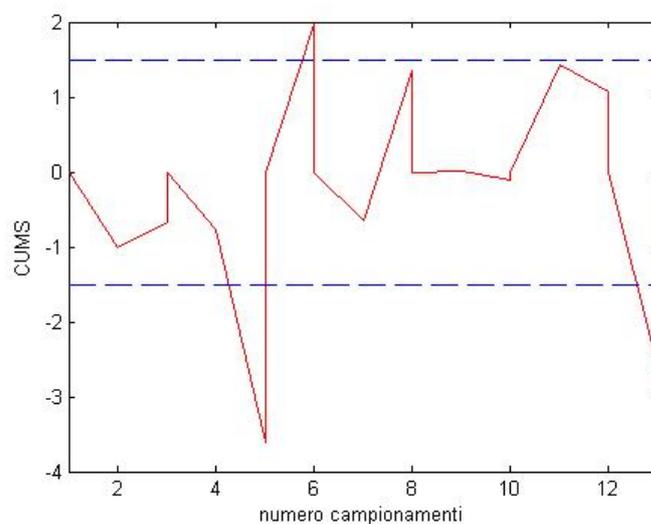


Figura 5.11: score cumulativo in seguito all'introduzione di una sequenza di disturbi casuali sull'alimentazione con  $R=0.3$

set-point è minore.

Si riassumono in Tabella 5.1 i risultati ottenuti dallo sviluppo dei tre metodi, evidenziando il numero di aggiornamenti eseguiti, i valori di ogni parametro

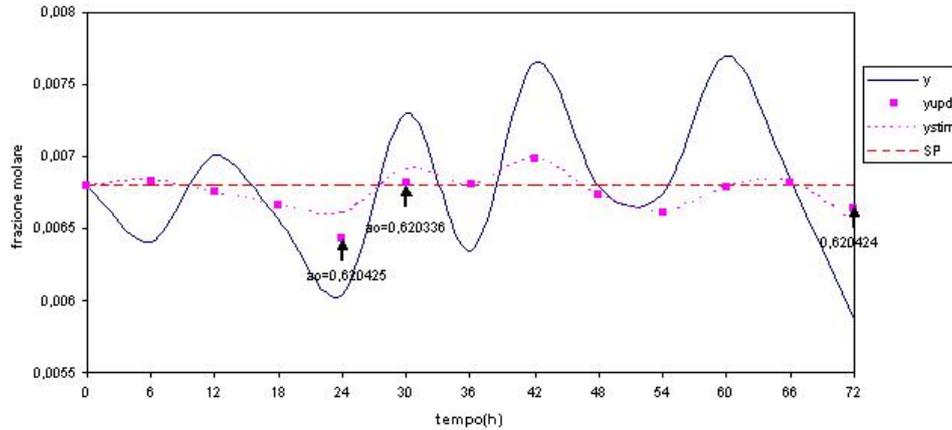


Figura 5.12: andamento della misura effettiva e della stima della variabile controllata in seguito all'introduzione di una sequenza di disturbi casuali sull'alimentazione con  $R=0.3$  utilizzando il metodo di update score

Tabella 5.1: Parametri caratteristici dei metodi di update e risultati ottenuti in presenza di un disturbo casuale con  $R = 0.3$

	Parametri			
	N	banda	N update	errore
senza update				$3.27 \cdot 10^{-2}$
metodo tradizionale	3		12	$3.26 \cdot 10^{-2}$
metodo cusum		$2.04 \cdot 10^{-4}$	11	$3.26 \cdot 10^{-2}$
metodo score	5	1.5	3	$2.92 \cdot 10^{-2}$

e l'errore ottenuto calcolando l'area occupata dalla misura rispetto al valore desiderato.

Confrontando i tre metodi, si nota che il metodo Score ha effettuato un minor numero di aggiornamenti, con conseguente miglioramento dell'andamento della misura, poichè l'offset rispetto al valore del set-point è minore di quelli calcolati utilizzando gli altri due metodi.

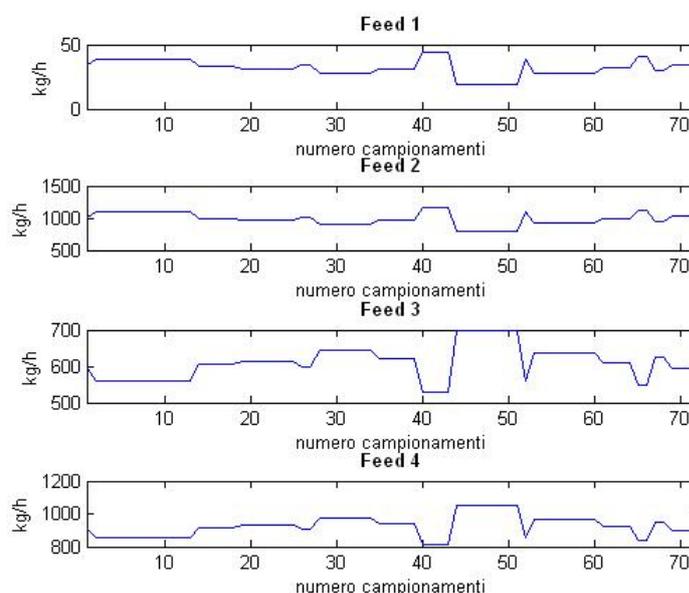


Figura 5.13: andamento delle sequenze di disturbi di tipo casuale con  $R=0.9$  sulle quattro correnti in ingresso al processo

## 5.2.2 Disturbo random sull'alimentazione con bassa frequenza di variazione $R=0.9$

In questo paragrafo è stata costruita una sequenza di disturbi sulle correnti in ingresso al processo, ipotizzando un rapporto di frequenza pari a 0.9, come mostra la Figura 5.13. L'andamento della misura e della stima, dopo l'introduzione della serie di disturbi, è illustrato nella Figura 5.14, nel quale si nota che la misura è oscillante soprattutto nella parte centrale della simulazione, in cui i valori di  $y$  si discostano maggiormente rispetto al set-point.

### Metodo Tradizionale

Il metodo tradizionale esegue l'aggiornamento ad ogni tempo di analisi e nella Figura 5.15 si mostra l'andamento della misura e della rispettiva stima, evidenziando anche il valore di  $a_0$  assunto dalla stima aggiornata. La misura rimane oscillante, anche se rispetto alle condizioni iniziali l'offset viene diminuito.

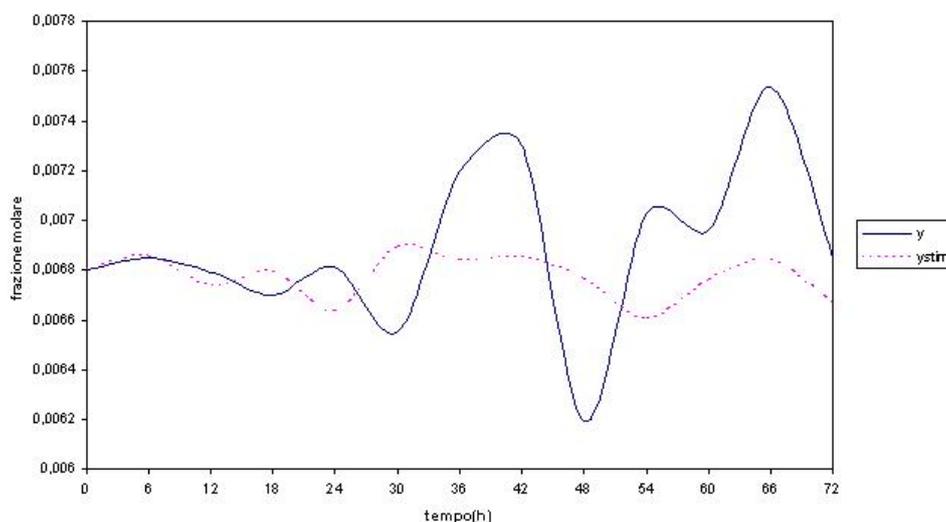


Figura 5.14: andamento della misura e della stima della variabile controllata in seguito all'introduzione di una sequenza di disturbi casuali sull'alimentazione con  $R=0.9$  in assenza di update

### Metodo Cusum

Utilizzando questo metodo si ottengono quattro aggiornamenti, illustrati in Figura 5.16. Tali aggiornamenti vengono effettuati nella parte centrale della simulazione, cercando di eliminare l'offset della misura rispetto al set-point. In Figura 5.17 si riportano l'andamento della variabile reale e della stima, mettendo in risalto i valori di  $a_0$  aggiornato nei punti in cui avviene l'update.

### Metodo Score

Infine nel metodo Score, si ottengono quattro aggiornamenti, dato che viene superato il limite massimo della banda, come è illustrato in Figura 5.18. Anche al sesto campionamento la somma degli score CUMS eccede tale limite, ma non si ha l'update, in quanto la direzione dello score cambia verso; per questo motivo il valore di CUMS viene riportato a zero.

L'andamento della misura e della stima, adottando questo metodo di update, è riportato nella Figura 5.19.

Si riepilogano in Tabella 5.2 i risultati ottenuti.

Dalla Tabella si nota che l'update eseguito dal metodo Score è il più efficace,

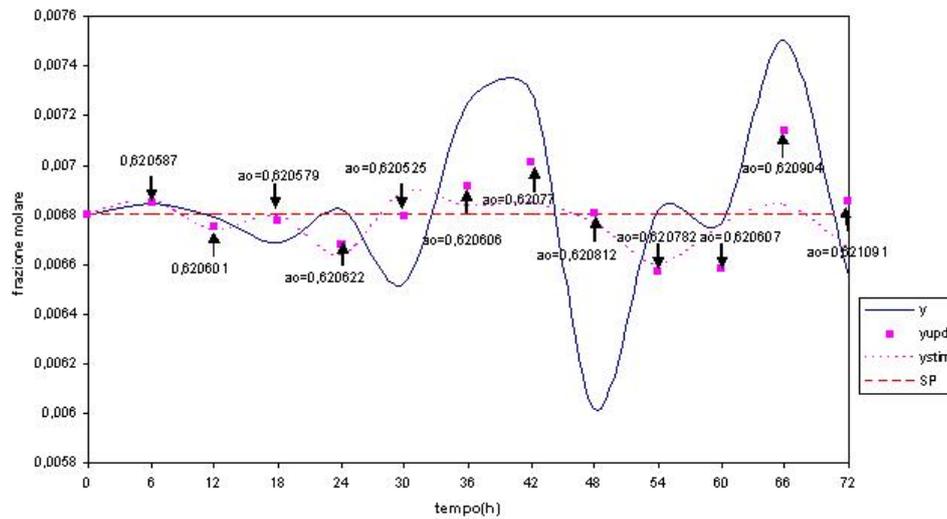


Figura 5.15: andamento della misura e della stima della variabile controllata in seguito all'introduzione di una sequenza di disturbi casuali sull'alimentazione con  $R=0.9$  utilizzando il metodo di update tradizionale

Tabella 5.2: Parametri caratteristici dei metodi di update e risultati ottenuti in presenza di un disturbo casuale con  $R = 0.9$

	Parametri			errore
	N	banda	N update	
senza update				$1.85 \cdot 10^{-2}$
metodo tradizionale	3		12	$1.84 \cdot 10^{-2}$
metodo cusum		$2.04 \cdot 10^{-4}$	4	$1.76 \cdot 10^{-2}$
metodo score	5	1.5	4	$1.74 \cdot 10^{-2}$

poichè, con questa tecnica si garantisce il più basso offset.

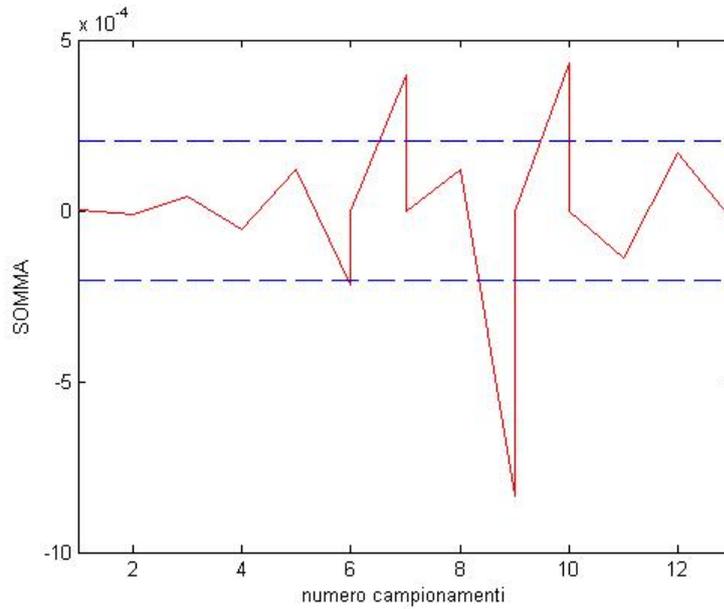


Figura 5.16: errore cumulativo in seguito all'introduzione di una sequenza di disturbi casuali sull'alimentazione con  $R=0.9$

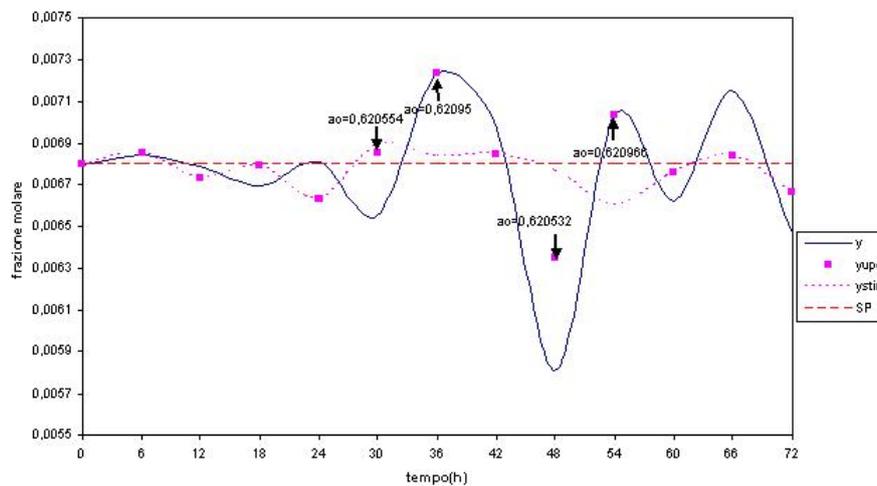


Figura 5.17: andamento della misura e della stima della variabile controllata in seguito all'introduzione di una sequenza di disturbi casuali sull'alimentazione con  $R=0.9$  utilizzando il metodo di update cusum

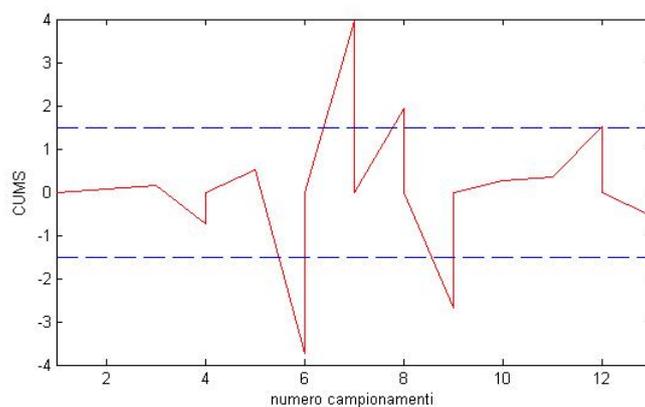


Figura 5.18: score cumulativo in seguito all'introduzione di una sequenza di disturbi casuali sull'alimentazione con  $R=0.9$

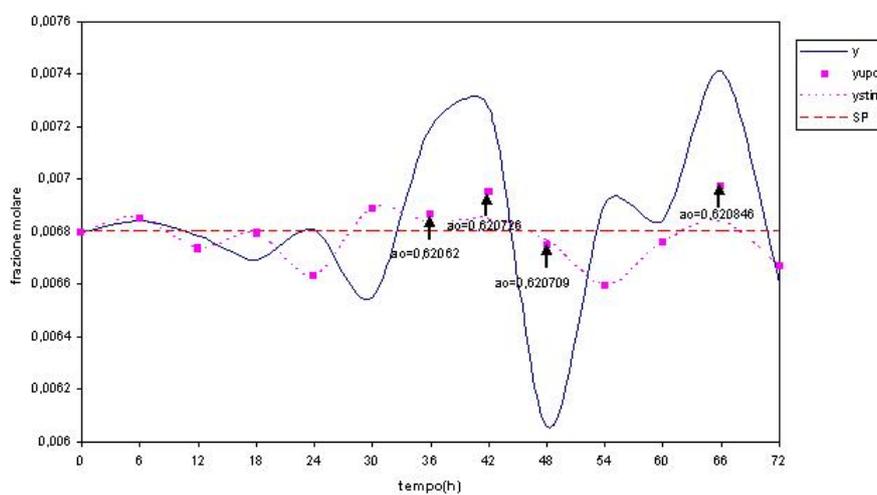


Figura 5.19: andamento della misura e della stima della variabile controllata in seguito all'introduzione di una sequenza di disturbi casuali sull'alimentazione con  $R=0.9$  utilizzando il metodo di update score

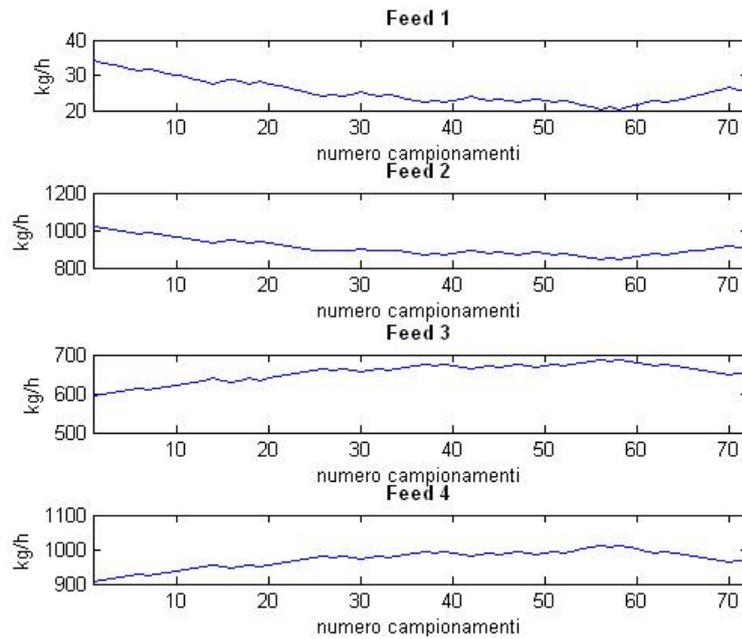


Figura 5.20: andamento delle sequenze di disturbi di tipo IGBN sulle quattro correnti in ingresso al processo

### 5.3 Disturbo Integrated Generalized Binary Noise (IGBN)

Le quattro correnti in ingresso al processo sono state variate assumendo che i loro valori al tempo  $k$  si discostino da quelli precedenti di un termine definito dalla sequenza IGBN (5.5).

$$\begin{aligned}
 F_1(k) &= F_1(k-1) + D(k)\delta_1 \\
 F_2(k) &= F_2(k-1) + D(k)\delta_2 \\
 F_3(k) &= F_3(k-1) - D(k)\delta_3 \\
 F_4(k) &= F_4(k-1) - D(k)\delta_4
 \end{aligned}
 \tag{5.5}$$

La Figura 5.20 mostra l'andamento delle quattro correnti iniziali nel tempo.

L'introduzione di questa serie di disturbi fa sì che la misura reale della variabile controllata si allontani dal valore desiderato, come è mostrato in Figura 5.21, nella quale sono riportati gli andamenti della misura e della rispettiva stima in assenza di update.

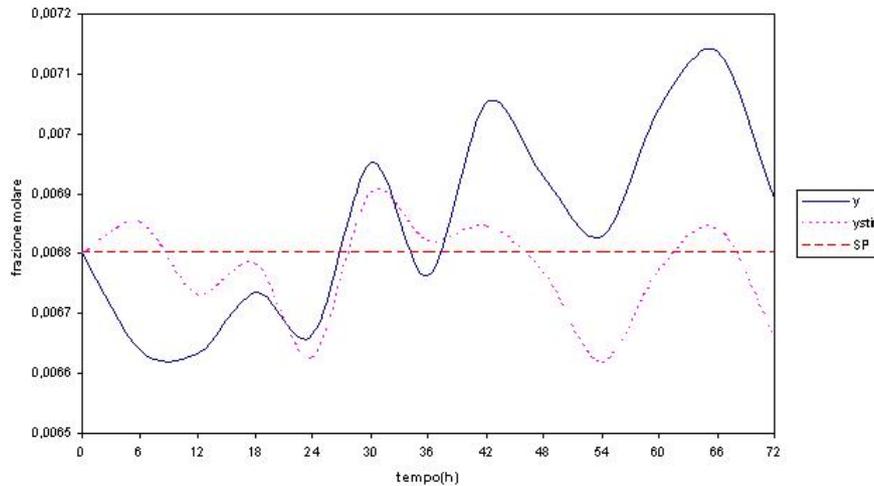


Figura 5.21: andamento della misura e della stima della variabile controllata in seguito all'introduzione di una sequenza di disturbi IGBN sull'alimentazione in assenza di update

### Metodo Tradizionale

L'aggiornamento viene effettuato ad ogni tempo di analisi, come mostra la Figura 5.22, nella quale si illustrano gli andamenti della  $y$  e della  $y_{stim}$ , indicando anche la posizione della stima aggiornata con il rispettivo valore di  $a_0$ . Rispetto alle condizioni in assenza di update, l'offset della misura rispetto al set-point viene abbattuto soprattutto negli ultimi tempi di analisi.

### Metodo Cusum

Utilizzando questo metodo, si eseguono cinque aggiornamenti, come mostra la Figura 5.23; infatti in quei tempi di analisi la somma degli errori di predizione supera il limite della banda. Con questi aggiornamenti migliora l'andamento della misura, poichè i suoi valori si avvicinano maggiormente al set-point, come si nota dalla Figura 5.24, nel quale si riportano gli andamenti della misura e della stima e i valori di  $a_0$  della stima aggiornata.

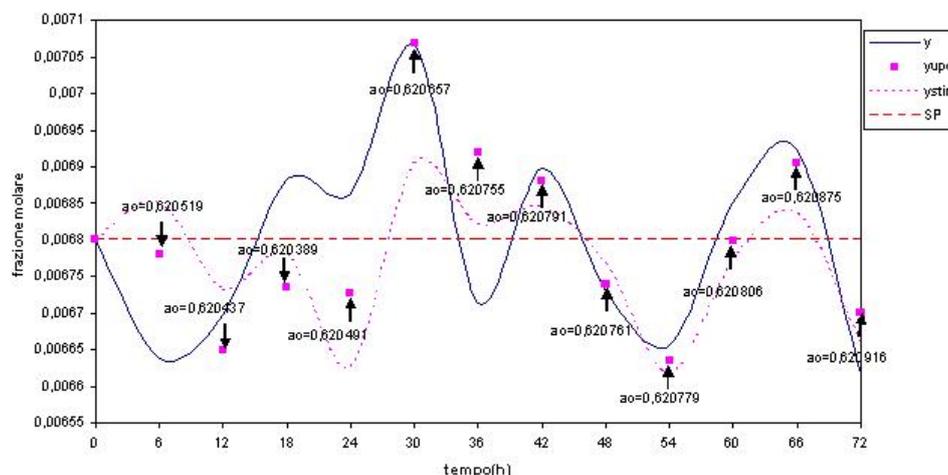


Figura 5.22: andamento della misura e della stima della variabile controllata in seguito all'introduzione di una sequenza di disturbi IGBN sull'alimentazione utilizzando il metodo tradizionale

### Metodo Score

Si descrivono ora i risultati ottenuti applicando il metodo Score.

La Figura 5.25 illustra i tempi di analisi in cui si effettua l'update, dato che la somma degli score CUMS supera il limite imposto.

La Figura 5.26 riporta i due andamenti della misura e della stima, indicando il nuovo valore del parametro dello stimatore nei tempi di analisi in cui si effettua l'update. In questo caso lo scostamento della misura effettiva rispetto al set-point è più evidente rispetto agli altri due metodi, nei quali negli ultimi tempi di analisi la misura assume valori prossimi al valore desiderato.

Si riassumono in Tabella 5.3 i risultati ottenuti applicando i tre metodi alla sequenza di disturbi IGBN.

Confrontando i tre metodi, si nota che, utilizzando il metodo Cusum si elimina maggiormente l'offset della misura rispetto al set-point.

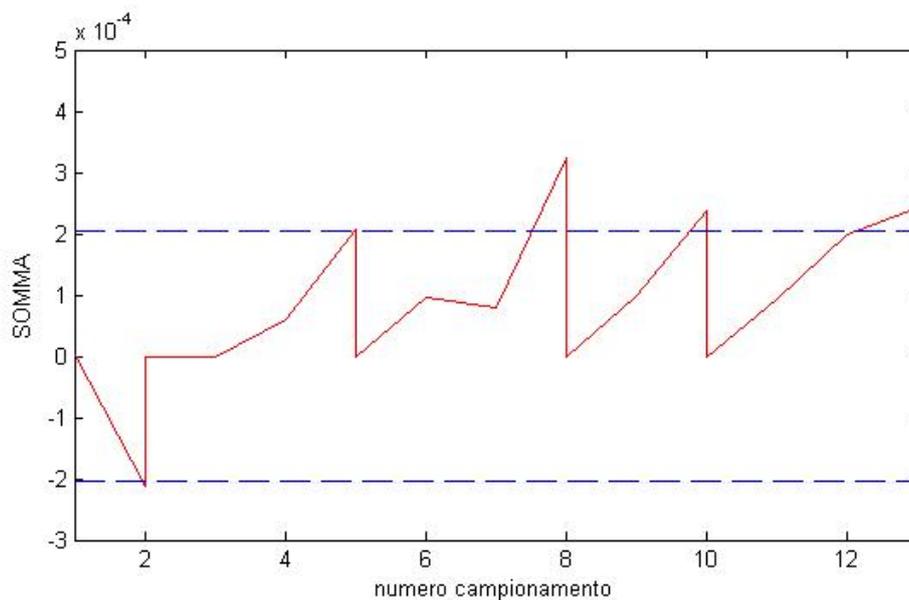


Figura 5.23: somma degli errori di predizione in seguito all'introduzione di una sequenza di disturbi IGBN sull'alimentazione

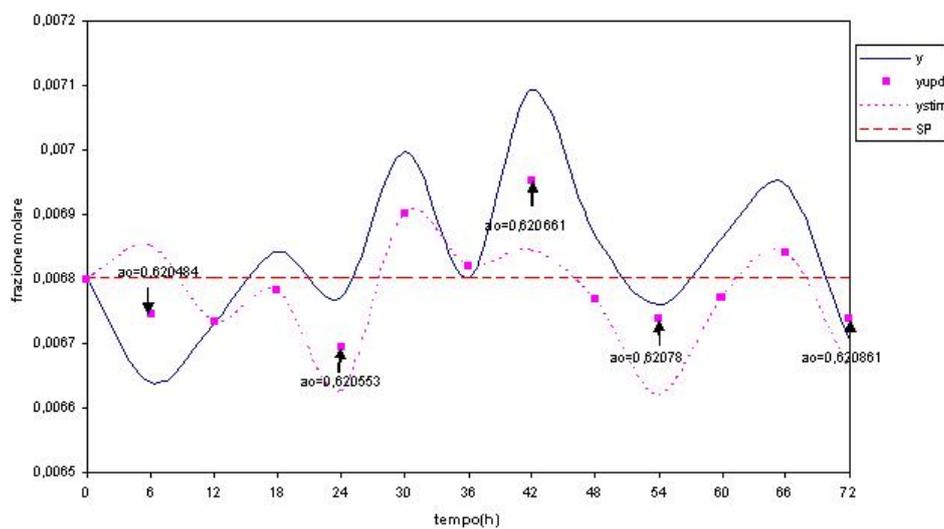


Figura 5.24: andamento della misura e della stima della variabile controllata in seguito all'introduzione di una sequenza di disturbi IGBN sull'alimentazione utilizzando il metodo cusum

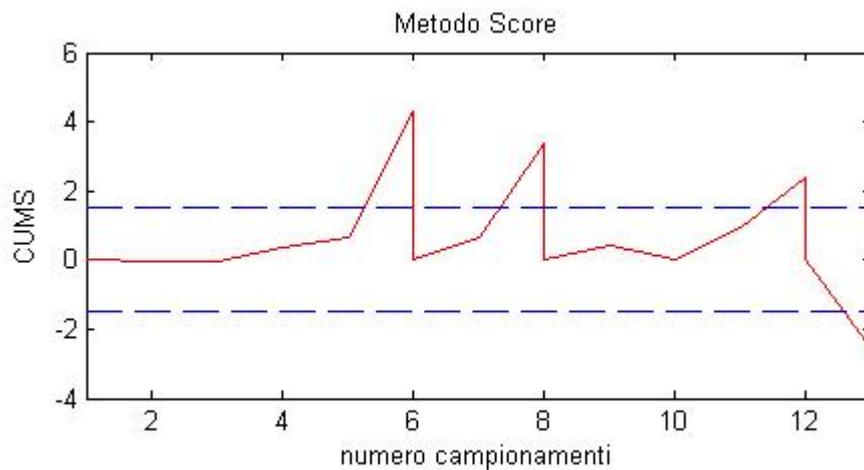


Figura 5.25: somma degli score in seguito all'introduzione di una sequenza di disturbi IGBN sull'alimentazione

Tabella 5.3: Parametri caratteristici dei metodi di update e risultati ottenuti in presenza di un disturbo IGBN

	Parametri			errore
	N	banda	N update	
senza update				$1.10 \cdot 10^{-2}$
metodo tradizionale	3		12	$8.83 \cdot 10^{-3}$
metodo cusum		$2.04 \cdot 10^{-4}$	5	$8.15 \cdot 10^{-3}$
metodo score	5	1.5	4	$1.07 \cdot 10^{-2}$

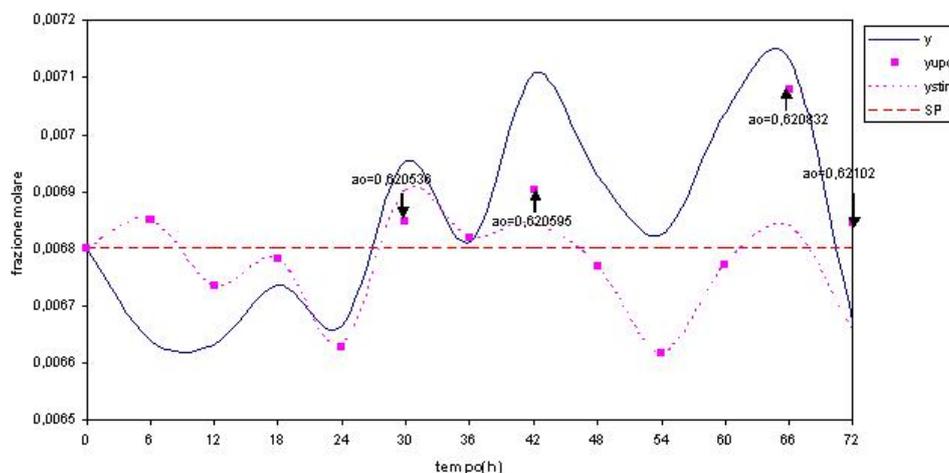


Figura 5.26: andamento della misura e della stima della variabile controllata in seguito all'introduzione di una sequenza di disturbi IGBN sull'alimentazione utilizzando il metodo score

## 5.4 Deriva

Una delle principali caratteristiche dei misuratori è la cosiddetta "deriva", l'errore di misura dello strumento.

Per rilevare le temperature dello stimatore si utilizza infatti un misuratore di temperatura, il quale trasferisce al sistema di controllo la misura della variabile in uscita dal processo. Nei misuratori più comuni, una variazione di temperatura  $\Delta T$  può originare nell'elemento sensibile un cambiamento della forza elettromotrice  $\Delta E$ . Questo fenomeno è sfruttato dalle termocoppie, che sono costituite da due filamenti di metalli diversi, saldati ad un'estremità (giunto caldo) nel punto di misura della temperatura, mentre le altre due estremità (giunto freddo) sono in contatto con la sorgente alla temperatura di riferimento.

Si consideri, ad esempio, un errore di misura di  $\pm 1^\circ C$  delle due temperature dello stimatore,  $T_2$  e  $T_{18}$ . Tale errore in entrambe le temperature genera una variazione della variabile controllata, che è molto più accentuata, quando si cambia la temperatura sul secondo piatto. Pertanto quest'ultima temperatura è più sensibile rispetto alla temperatura del 18° piatto.

Si analizzano ora in dettaglio le conseguenze sulla misura dell'impurezza ad un cambiamento della temperatura.

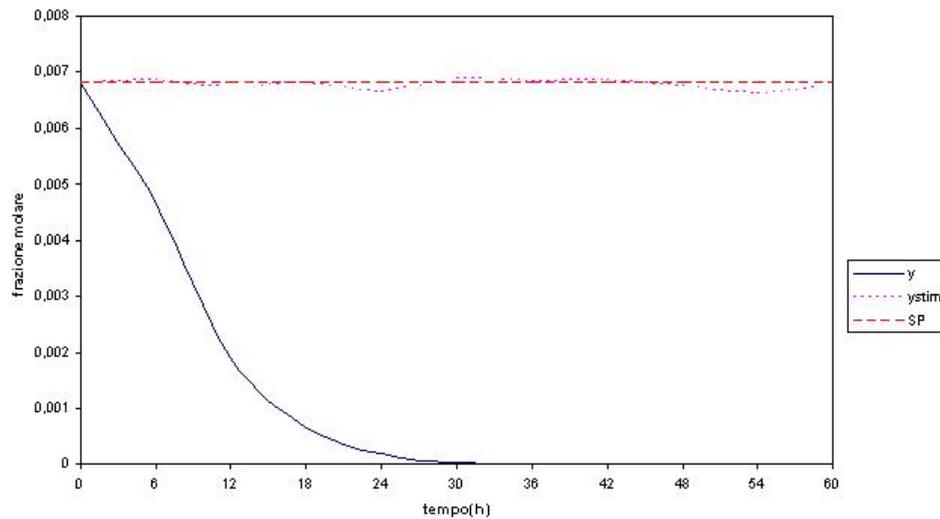


Figura 5.27: andamento della misura e della stima della variabile controllata in seguito all'introduzione di un errore di misura di  $+1^{\circ}\text{C}$  su  $T_2$  in assenza di update

#### 5.4.1 Errore di misura di $+1^{\circ}\text{C}$ sulla temperatura del secondo piatto

L'errore di misura della temperatura di  $1^{\circ}\text{C}$  determina una variazione della variabile reale, come mostra la Figura 5.27. Infatti, mentre la stima ha un andamento pressochè lineare, la misura effettiva diminuisce bruscamente raggiungendo valori vicino allo zero. Per eliminare l'offset della misura dal set-point si applicano i metodi di update.

#### Metodo Tradizionale

Effettuando ad ogni tempo di analisi l'aggiornamento, l'andamento della misura diviene più oscillante e il suo scostamento dal valore desiderato diminuisce, come illustra la Figura 5.28, nella quale viene riportata anche la posizione assunta dalla stima aggiornata.

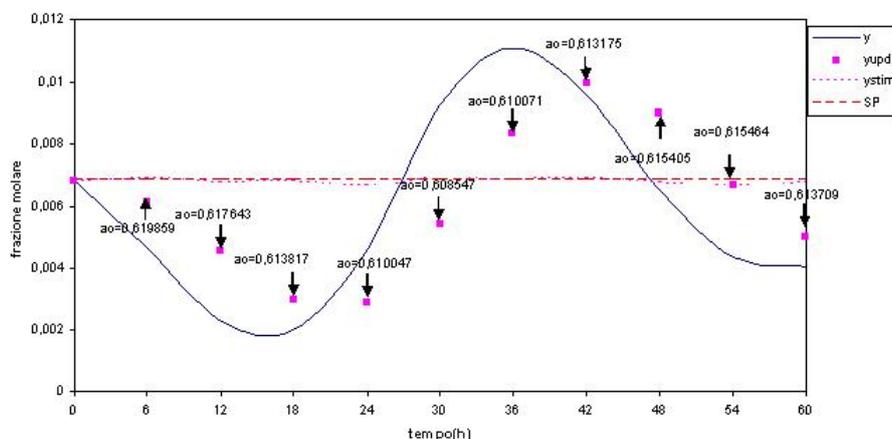


Figura 5.28: andamento della misura e della stima della variabile controllata in seguito all'introduzione di un errore di  $+1^{\circ}\text{C}$  su  $T_2$  utilizzando il metodo tradizionale

### Metodo Cusum

Dato che lo scostamento tra la misura effettiva e la stima è maggiore rispetto agli altri casi, è stata aumentata l'ampiezza della banda, ipotizzando il limite massimo pari al 15% del set-point. La Figura 5.29 mostra ad ogni tempo di analisi il valore della somma degli errori di predizione, indicando i punti nei quali tale somma supera il limite di banda.

Come illustra la Figura 5.30, nei primi tempi di campionamenti si eseguono gli aggiornamenti, grazie ai quali si annulla lo scostamento tra l'andamento della misura e quello della stima.

### Metodo Score

Applicando questo metodo, si ottengono sei aggiornamenti, come evidenzia la Figura 5.31, nella quale è riportato l'andamento della somma degli score, CUMS, rispetto al numero di campionamenti.

In questo caso, effettuando l'update, non si riesce a portare la misura nelle condizioni desiderate, anche se è diminuito l'offset della misura rispetto al set-point, come mostra la Figura 5.32.

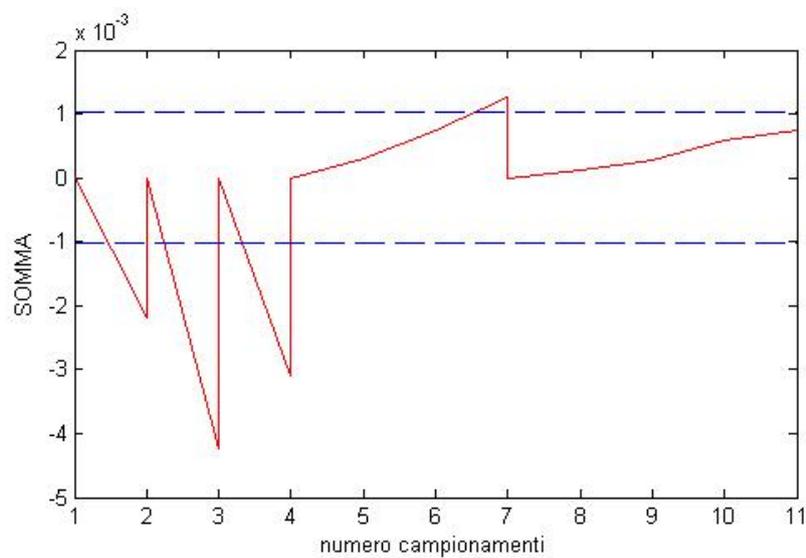


Figura 5.29: errore di predizione cumulativo in seguito all'introduzione di un errore di misura di  $+1^{\circ}\text{C}$  su  $T_2$

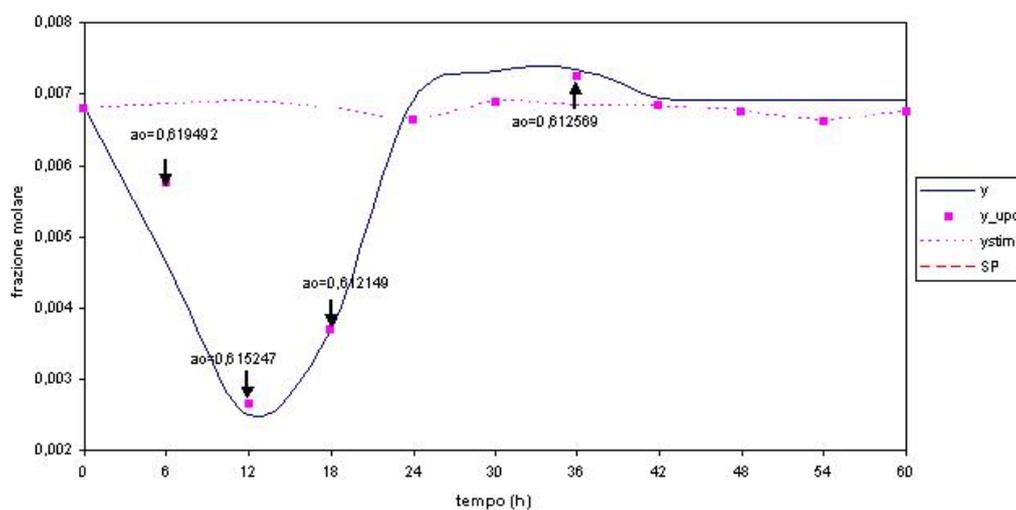


Figura 5.30: andamento della misura e della stima della variabile controllata in seguito all'introduzione di un errore di misura di  $+1^{\circ}\text{C}$  su  $T_2$  utilizzando il metodo cusum

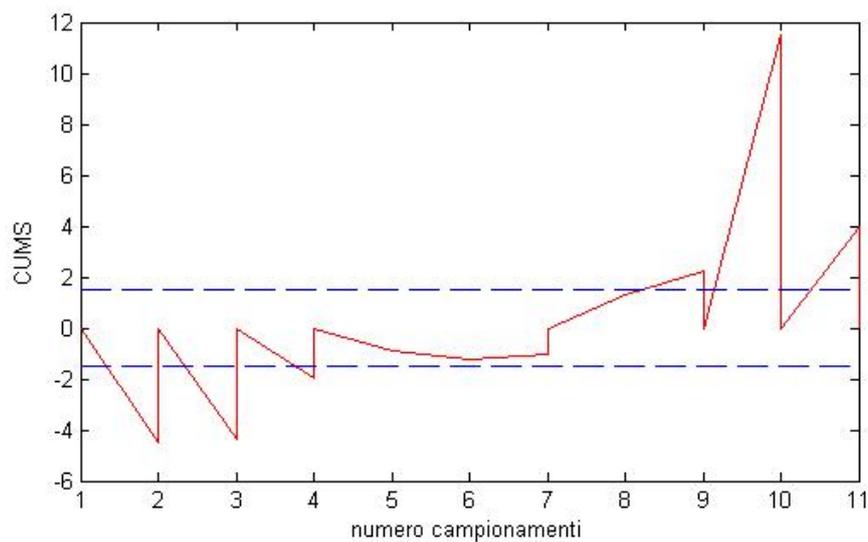


Figura 5.31: score cumulativo in seguito all'introduzione di un errore di misura di  $+1^{\circ}\text{C}$  su  $T_2$

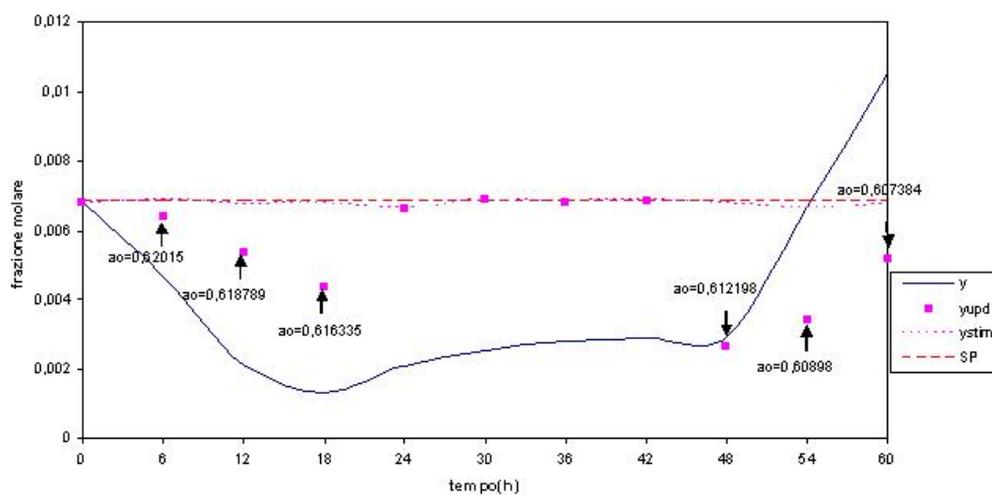


Figura 5.32: andamento della misura e della stima della variabile controllata in seguito all'introduzione di un errore di misura di  $+1^{\circ}\text{C}$  sul  $T_2$  utilizzando il metodo score

Tabella 5.4: Parametri caratteristici dei metodi di update e risultati ottenuti in presenza di un errore di misura di  $+1\text{C}$  su  $T_2$

	Parametri		N update	errore
	N	banda		
senza update				0.343
metodo tradizionale	3		12	0.164
metodo cusum		$1.02 \cdot 10^{-3}$	4	0.067
metodo score	5	1.5	6	0.210

Si riassumono le principali caratteristiche di ciascun metodo (Tabella 5.4).

Confrontando le tre tecniche, si può notare che l'update effettuato con il metodo Cusum garantisce il più piccolo errore, utilizzando il minor numero di aggiornamenti.

#### 5.4.2 Errore di misura di $-1^\circ\text{C}$ sulla temperatura del 2° piatto

Nei paragrafi precedenti si è visto che ad un aumento della temperatura corrisponde una diminuzione dell'impurezza, mentre ad un calo della temperatura consegue un incremento della misura reale. Infatti, se si considera un errore di misura di  $-1^\circ\text{C}$  sulla temperatura, si ha un netto aumento della misura reale, come si nota dalla Figura 5.33.

##### Metodo Tradizionale

Nella Figura 5.34 è riportato l'andamento della stima e della misura; rispetto alle condizioni iniziali si può notare una diminuzione dello scostamento della misura dal valore desiderato.

##### Metodo Cusum

Si ipotizzano le stesse condizioni applicate nel caso di un errore di misura pari a  $+1^\circ\text{C}$ .

Utilizzando questo metodo si effettuano tre aggiornamenti, in quanto la somma degli errori di predizione eccede l'ampiezza della banda, come mostra la

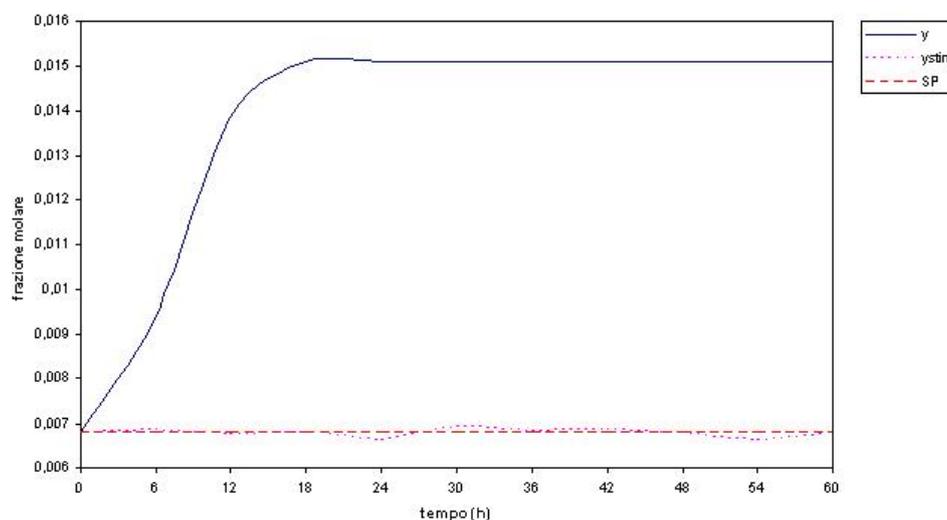


Figura 5.33: andamento della misura e della stima della variabile controllata in seguito all'introduzione di un errore di misura di  $-1^{\circ}\text{C}$  su  $T_2$  in assenza di update

Figura 5.35; mentre nei campionamenti successivi tale somma è sempre inferiore al suo valore massimo. I tre aggiornamenti, eseguiti inizialmente, eliminano lo scostamento tra l'andamento della misura e quello desiderato, in modo tale che la misura raggiunga i valori del set-point (Figura 5.36).

## Metodo Score

Usando questo metodo, come mostra la Figura 5.37, si eseguono sette aggiornamenti, con i quali l'andamento della misura diminuisce rispetto alle condizioni iniziali, anche se non riesce a raggiungere i valori del set-point.

La Figura 5.38 illustra gli andamenti della misura e della stima, indicando anche i valori di  $a_0$  corrispondenti alla stima aggiornata.

Si riepilogano i più importanti parametri dei tre metodi nella Tabella 5.5. Confrontando le tre tecniche, si deduce che con il metodo Cusum si conseguono i migliori risultati; infatti tale metodo riesce ad eliminare maggiormente lo scostamento dal valore desiderato.

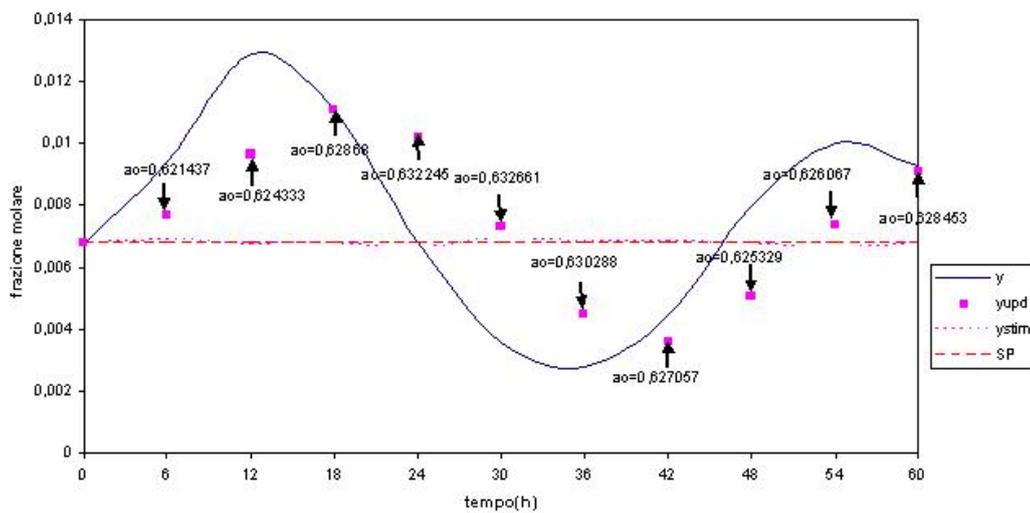


Figura 5.34: andamento della misura e della stima in seguito all'introduzione di un errore di misura di  $-1^{\circ}\text{C}$  su  $T_2$  utilizzando il metodo tradizionale

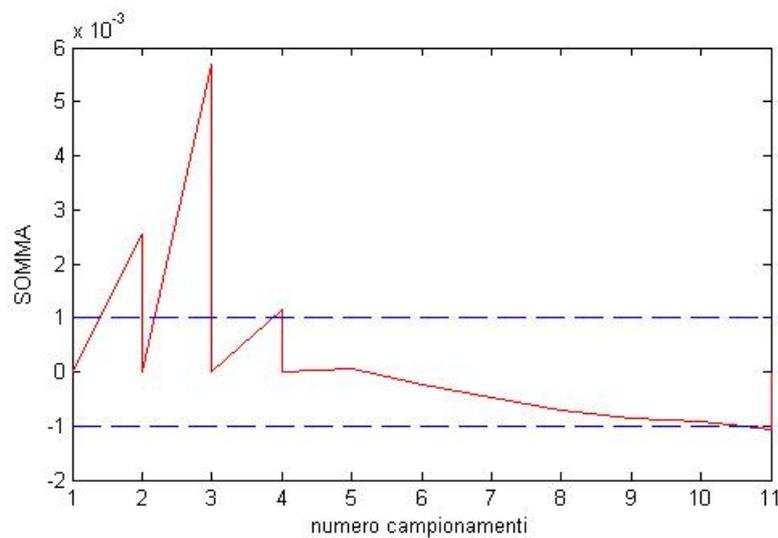


Figura 5.35: errore di predizione cumulativo in seguito all'introduzione di un errore di misura di  $-1^{\circ}\text{C}$  su  $T_2$

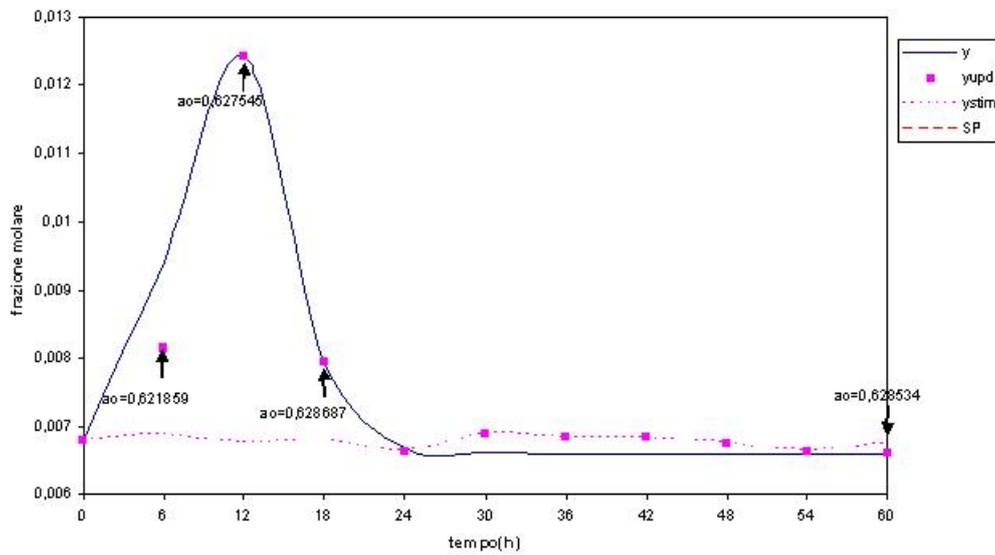


Figura 5.36: andamento della misura e della stima in seguito all'introduzione di un errore di misura di  $-1^{\circ}\text{C}$  su  $T_2$  utilizzando il metodo cusum

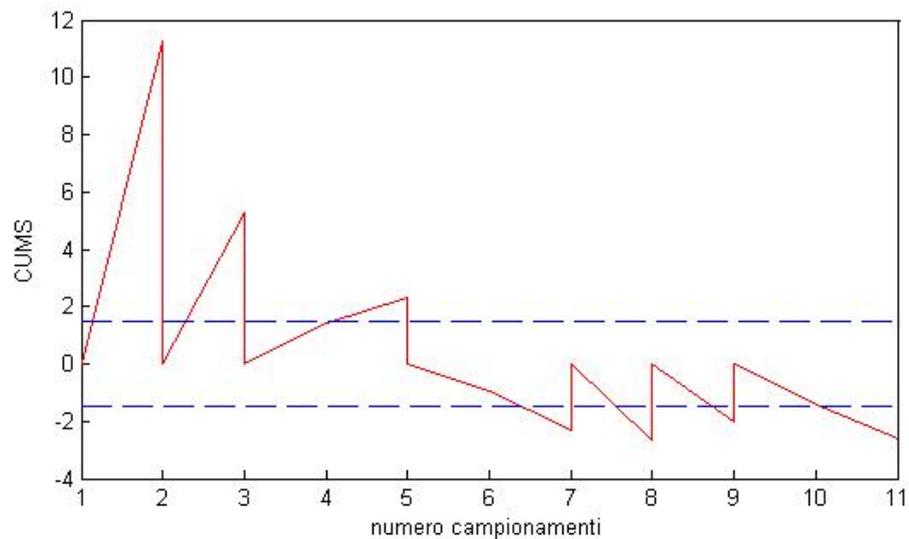


Figura 5.37: score cumulativo in seguito all'introduzione di un errore di misura di  $-1^{\circ}\text{C}$  su  $T_2$

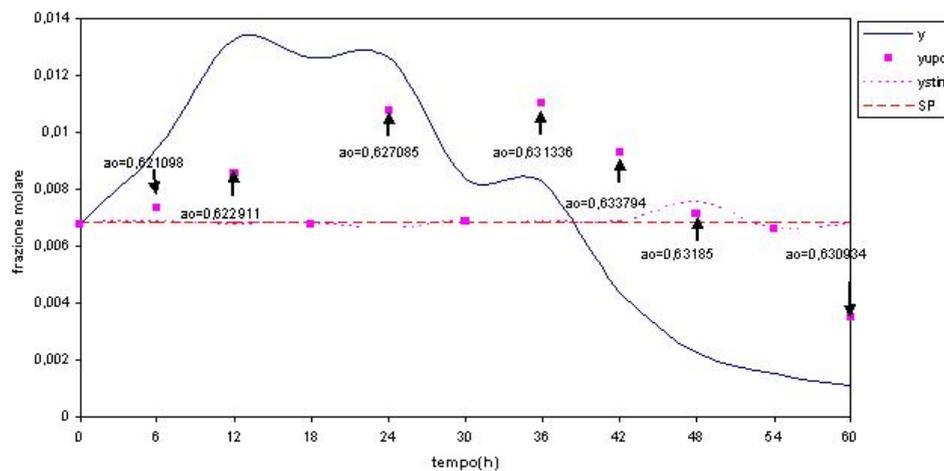


Figura 5.38: andamento della misura e della stima in seguito all'introduzione di un errore di misura di  $-1^{\circ}\text{C}$  su  $T_2$  utilizzando il metodo score

Tabella 5.5: Parametri caratteristici dei metodi di update e risultati ottenuti in presenza di un errore di misura di  $-1^{\circ}\text{C}$  su  $T_2$

	Parametri			errore
	N	banda	N update	
senza update				0.431
metodo tradizionale	3		12	0.169
metodo cusum		$1.02 \cdot 10^{-3}$	4	0.063
metodo score	5	1.5	7	0.233

### 5.4.3 Errore di misura di $+1^{\circ}\text{C}$ sulla temperatura del $18^{\circ}$ piatto

Un aumento della temperatura sul  $18^{\circ}$  piatto determina un incremento del valore della misura effettiva della variabile controllata, come mostra la Figura 5.39.

Lo scostamento tra la misura e la stima viene eliminato utilizzando le tecniche di update.

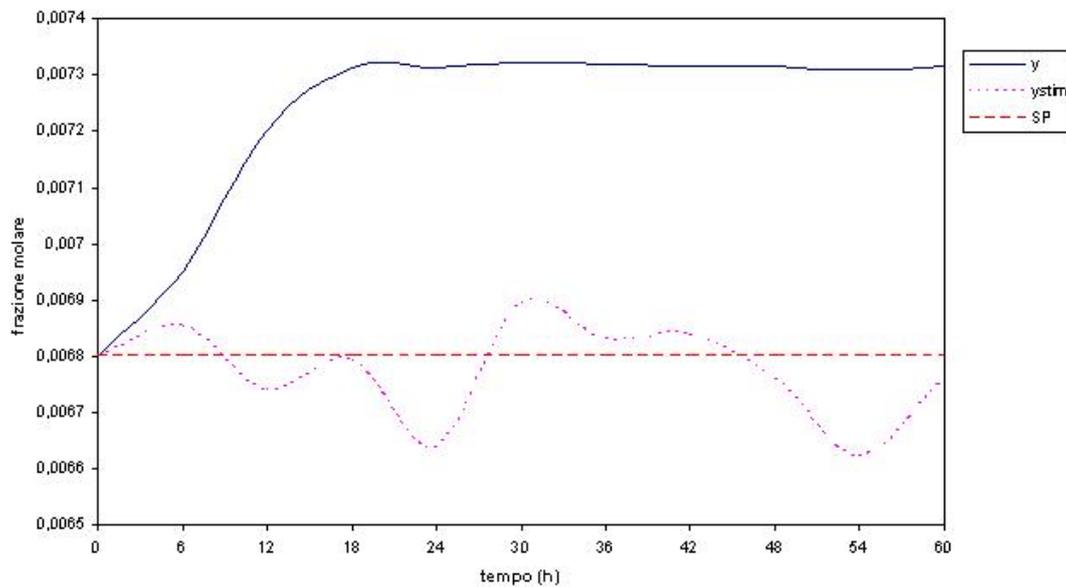


Figura 5.39: andamento della misura e della stima della variabile controllata in seguito all'introduzione di un errore di misura di  $+1^{\circ}\text{C}$  su  $T_{18}$  in assenza di update

### Metodo Tradizionale

Nella Figura 5.40 è riportato l'andamento della misura, della stima e della stima aggiornata. Rispetto alle condizioni iniziali, diminuisce lo scostamento tra la misura effettiva e il valore desiderato.

### Metodo Cusum

La Figura 5.41 evidenzia il valore della somma degli errori di predizione ad ogni tempo di analisi, mostrando anche i campionamenti nei quali avviene l'update. I due aggiornamenti si effettuano nei primi tempi di analisi, dopo i quali la misura assume all'incirca il valore del set-point, come si evince dalla Figura 5.42.

### Metodo Score

Si analizzano anche per questo caso i risultati raggiunti utilizzando il metodo Score. I tempi di analisi nei quali avviene l'update sono illustrati in Figura 5.43, in quanto la somma degli score CUMS eccede l'ampiezza della banda.

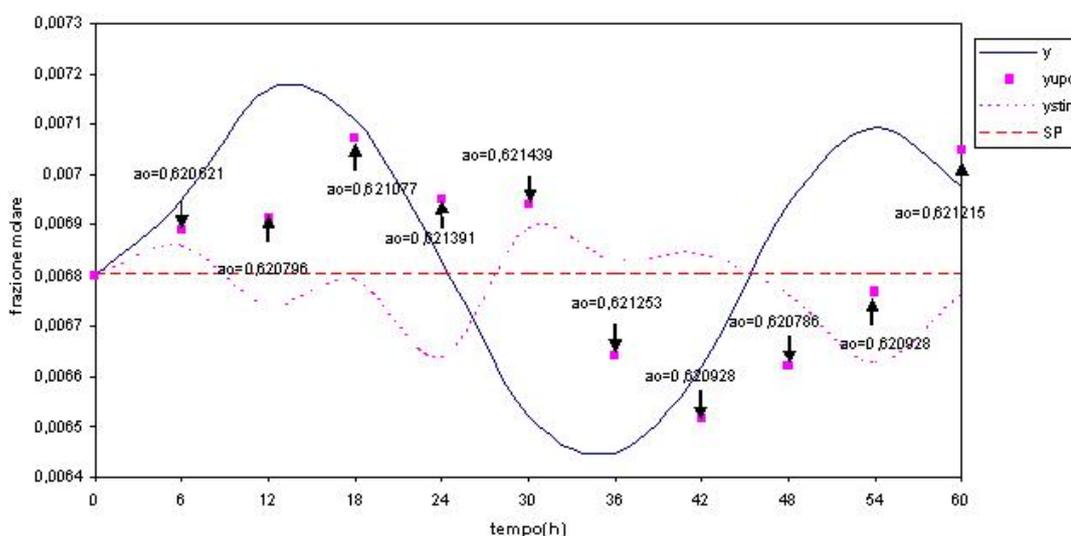


Figura 5.40: andamento della misura e della stima in seguito all'introduzione di un errore di misura di  $+1^{\circ}\text{C}$  su  $T_{18}$  utilizzando il metodo tradizionale

Tabella 5.6: Parametri caratteristici dei metodi di update e risultati ottenuti in presenza di un errore di misura di  $+1^{\circ}\text{C}$  su  $T_{18}$

	Parametri			errore
	N	banda	N update	
senza update				$2.65 \cdot 10^{-2}$
metodo tradizionale	3		12	$1.32 \cdot 10^{-2}$
metodo cusum		$2.04 \cdot 10^{-4}$	2	$6.18 \cdot 10^{-3}$
metodo score	5	1.5	3	$1.70 \cdot 10^{-2}$

Mentre nella Figura 5.44 vengono rappresentati gli andamenti della misura e della stima, indicando anche i nuovi valori di  $a_0$  e la posizione della stima aggiornata.

Con questa tecnica, rispetto alle condizioni iniziali, l'andamento della misura diminuisce gradualmente, raggiungendo i valori desiderati negli ultimi tempi di analisi.

In Tabella 5.6 si riassumono le principali caratteristiche dei tre metodi. Analizzando i tre metodi si deduce che con il metodo Cusum si effettuano

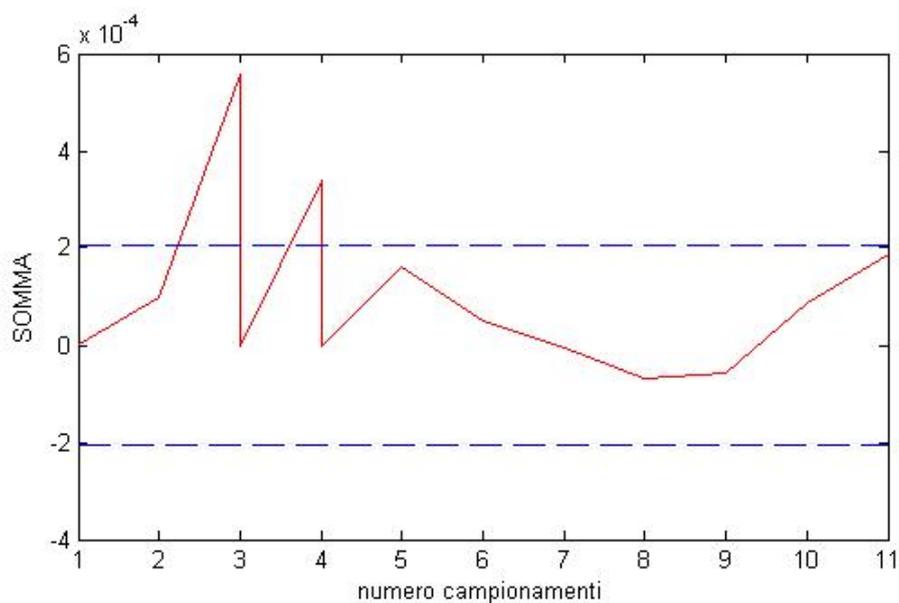


Figura 5.41: errore di predizione cumulativo in seguito all'introduzione di un errore di misura di  $+1^{\circ}\text{C}$  su  $T_{18}$

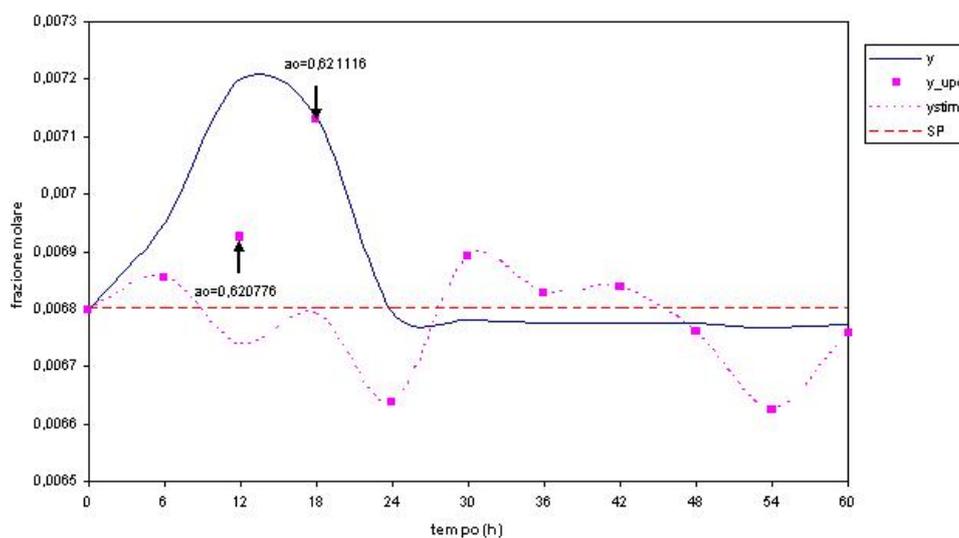


Figura 5.42: andamento della misura e della stima in seguito all'introduzione di un errore di misura di  $+1^{\circ}\text{C}$  su  $T_{18}$  utilizzando il metodo cusum

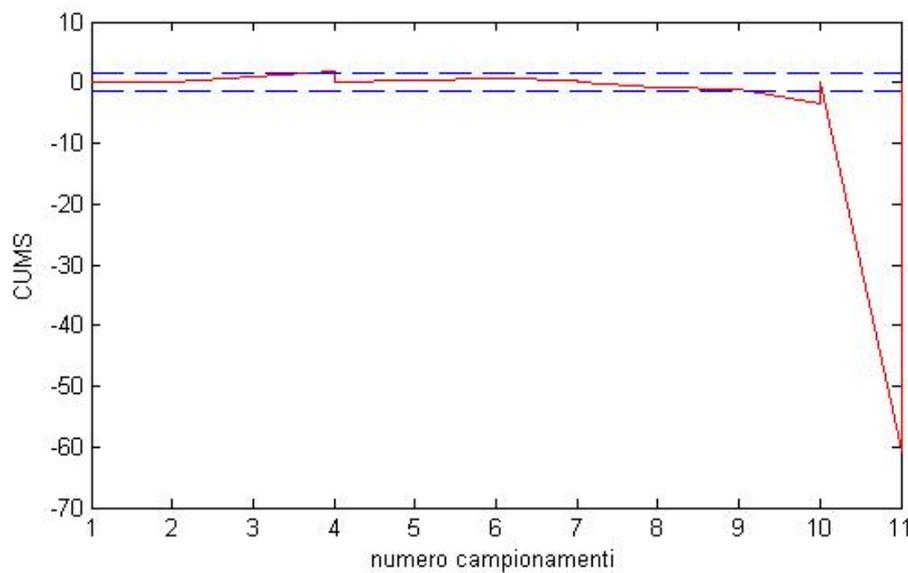


Figura 5.43: score cumulativo in seguito all'introduzione di un errore di misura di  $+1^{\circ}\text{C}$  su  $T_{18}$

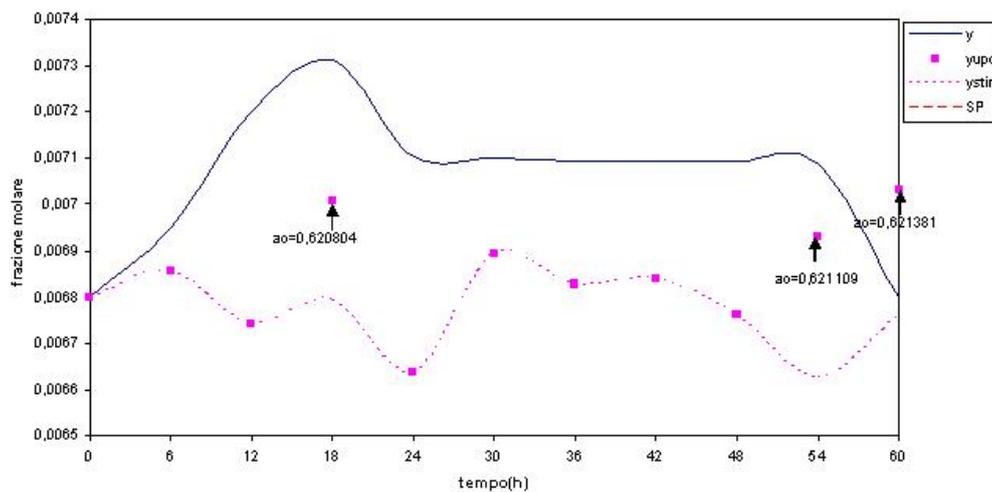


Figura 5.44: andamento della misura e della stima in seguito all'introduzione di un errore di misura di  $+1^{\circ}\text{C}$  su  $T_{18}$  utilizzando il metodo score

solo due aggiornamenti nei primi tempi di analisi, con i quali poi la misura raggiunge i valori del set-point. Pertanto con tale metodo si ottiene, oltre al

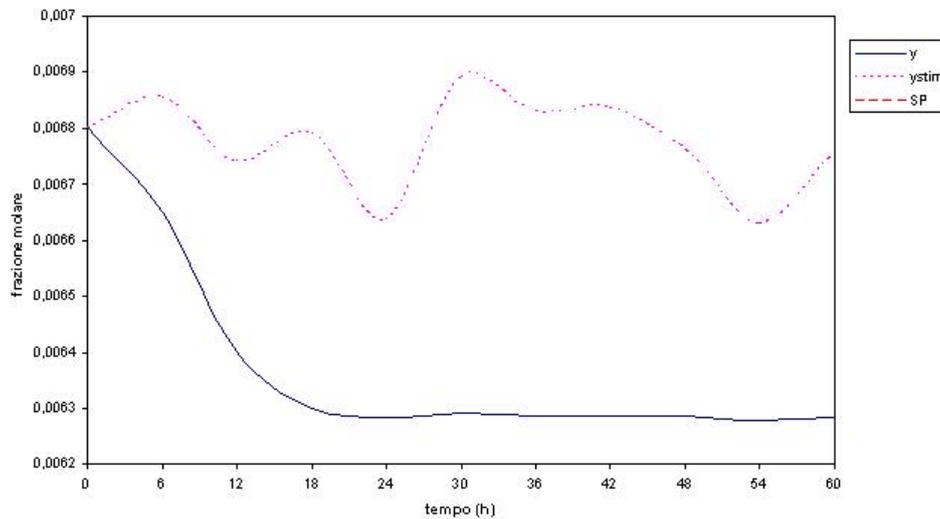


Figura 5.45: andamento della misura e della stima in seguito all'introduzione di un errore di misura di  $-1^{\circ}\text{C}$  su  $T_{18}$  in assenza di update

minor numero di aggiornamenti, anche il più piccolo errore.

#### 5.4.4 Errore di misura di $-1^{\circ}\text{C}$ sulla temperatura del $18^{\circ}\text{C}$

Ad un calo della temperatura sul  $18^{\circ}$  piatto corrisponde una diminuzione della misura, come si evince dalla Figura 5.45.

#### Metodo Tradizionale

Applicando questo metodo si può notare un miglioramento dell'andamento della misura reale rispetto alle condizioni iniziali, nelle quali la misura assume in tutti i tempi di analisi pressochè lo stesso valore.

In Figura 5.46 sono mostrati gli andamenti della misura e della stima.

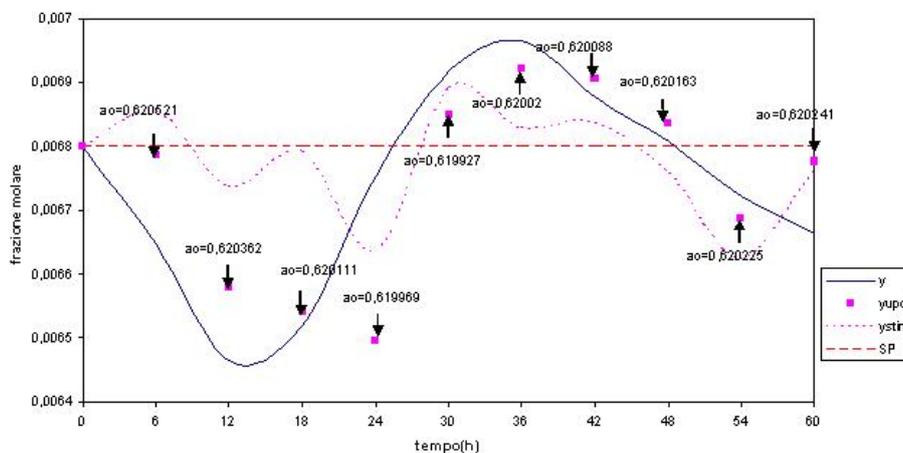


Figura 5.46: andamento della misura e della stima in seguito all'introduzione di un errore di misura di  $-1^{\circ}\text{C}$  su  $T_{18}$  utilizzando il metodo tradizionale

### Metodo Cusum

Utilizzando questo metodo si sono eseguiti tre aggiornamenti, come si nota dalla Figura 5.47.

Dopo i tre aggiornamenti si ha un miglioramento nell'andamento della misura, come mostra la Figura 5.48. Infatti essa assume valori pressochè simili al valore dell'impurezza desiderato.

### Metodo Score

La Figura 5.49 illustra la somma degli score ad ogni tempo di analisi, indicando sia i punti nei quali avviene l'update sia i punti in cui si ha una variazione di direzione dello stesso score.

Si riportano in Figura 5.50 gli andamenti della misura e della stima. Dalla figura si può notare che, grazie all'aggiornamento, lo scostamento tra i due andamenti viene ridotto.

Si riepilogano in Tabella 5.7 i principali parametri delle tre tecniche.

Confrontando i tre metodi, si conclude che l'errore più piccolo si ottiene applicando il metodo Cusum.

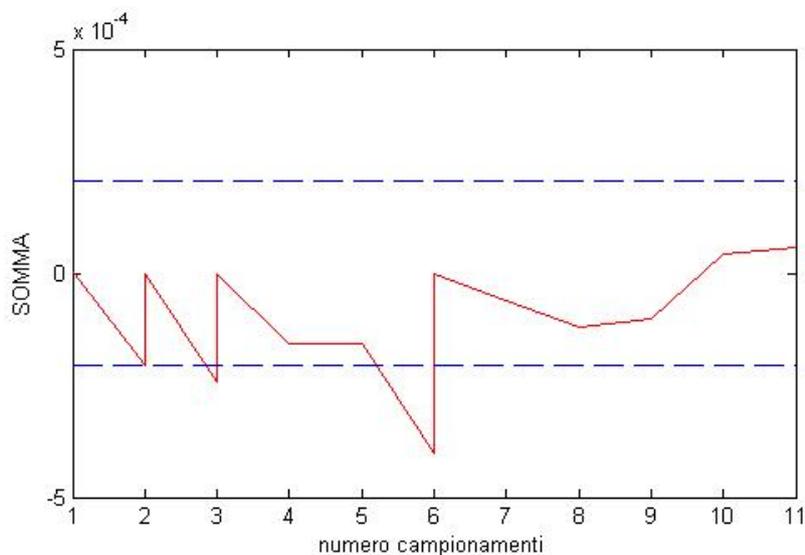


Figura 5.47: errore di predizione cumulativo in seguito all'introduzione di un errore di misura di  $-1^{\circ}\text{C}$  su  $T_{18}$

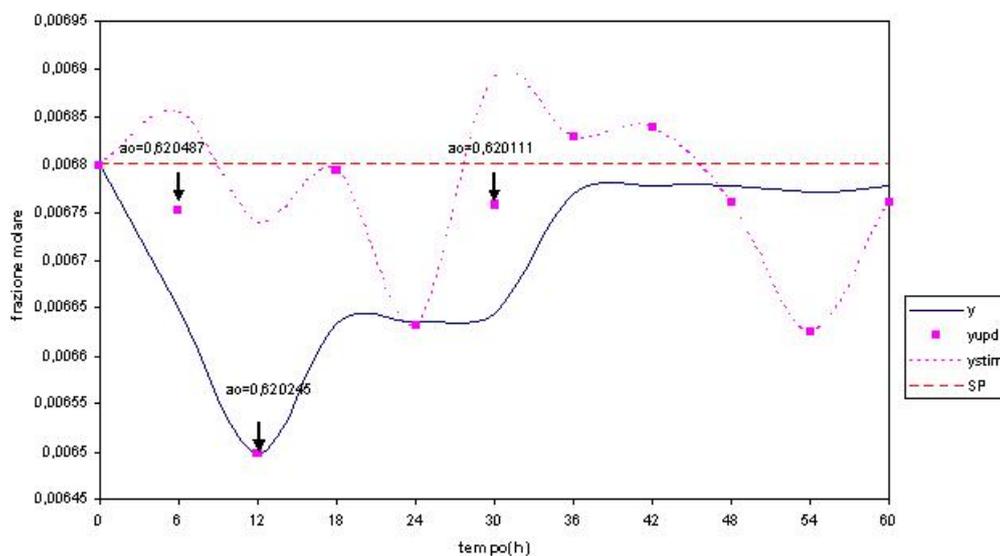


Figura 5.48: andamento della misura e della stima in seguito all'introduzione di un errore di misura di  $-1^{\circ}\text{C}$  su  $T_{18}$  utilizzando il metodo cusum

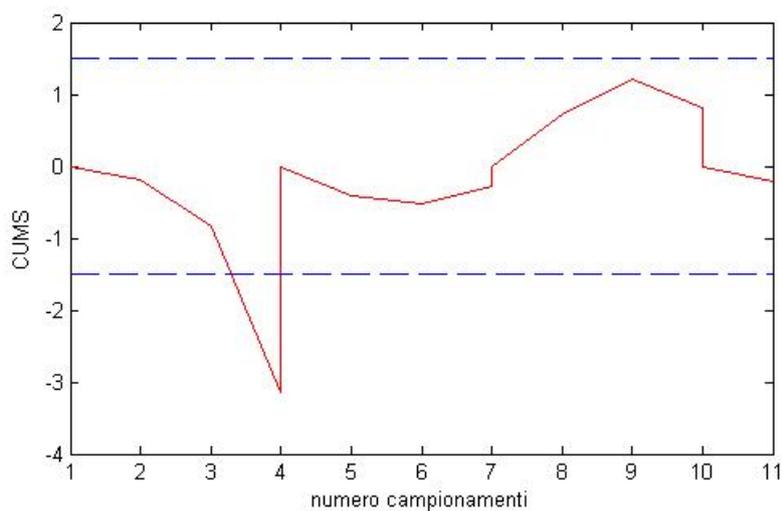


Figura 5.49: score cumulativo in seguito all'introduzione di un errore di misura di  $-1^{\circ}\text{C}$  su  $T_{18}$

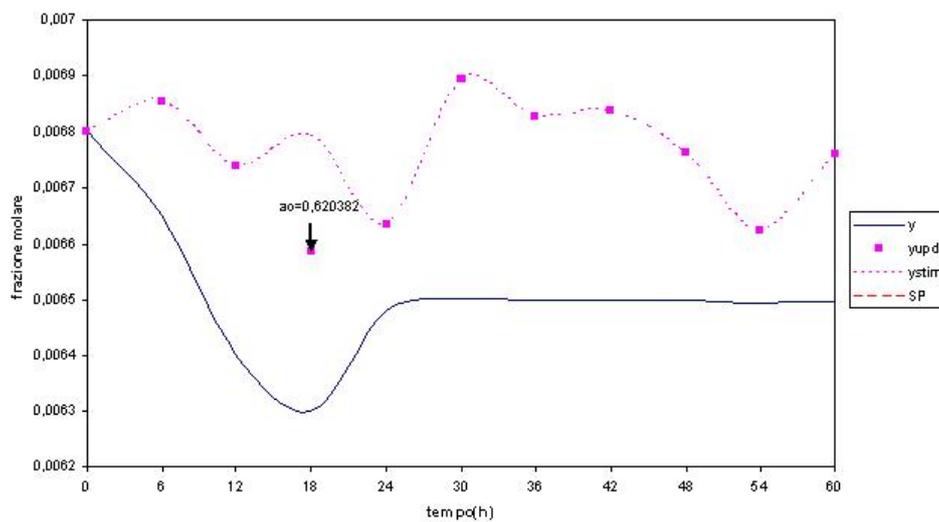


Figura 5.50: andamento della misura e della stima in seguito all'introduzione di un errore di misura di  $-1^{\circ}\text{C}$  su  $T_{18}$  utilizzando il metodo score

Tabella 5.7: Parametri caratteristici dei metodi di update e risultati ottenuti in presenza di un errore di misura di  $-1^\circ\text{C}$  su  $T_{18}$

	Parametri			errore
	N	banda	N update	
senza update				$2.6 \cdot 10^{-2}$
metodo tradizionale	3		12	$7.9 \cdot 10^{-3}$
metodo cusum		$2.04 \cdot 10^{-4}$	3	$6.3 \cdot 10^{-3}$
metodo score	5	1.5	1	$1.8 \cdot 10^{-2}$

## 5.5 Esempi di disturbi in colonna

Un disturbo che si può avere in colonna è la variazione di pressione, che determina scostamenti della variabile controllata rispetto al set-point. La pressione, però, in questo lavoro di tesi è una delle variabili dello stimatore ed è legata logaritmicamente alla stima della composizione del prodotto di testa. Per questo le variazioni di pressione causano degli scostamenti più grandi tra la stima e il set-point rispetto a quelli tra la misura effettiva e il valore desiderato. Applicando quindi i metodi di update, la misura tende ad assumere valori più vicini alla stima, aumentando di conseguenza l'offset tra essa e il set-point. Pertanto in questo caso l'utilizzo dei metodi di update non comporta miglioramenti nell'andamento della misura rispetto al valore desiderato.

La pressione è stata variata assumendo che essa si discosti dal valore nominale di un termine casuale definito da un'opportuna sequenza di tipo casuale ed ha la seguente struttura

$$P = P_0 + D\delta \quad (5.6)$$

in cui  $P_0$  è la pressione nominale ed è pari a 175 kPa.

Ipotizzando inizialmente un rapporto di frequenza pari a  $R = 0.3$ , si ottiene la sequenza di disturbi riportata in Figura 5.51, mentre in Figura 5.52 viene mostrato l'andamento della misura effettiva e della stima. Da quest'ultimo grafico si può notare come lo scostamento della stima rispetto al set-point sia molto maggiore di quello tra la misura e il valore desiderato.

Nella Tabella 5.8 vengono riportati i risultati ottenuti applicando i metodi di update in cui l'errore calcolato con le tecniche di update è maggiore rispetto a quello in assenza di update. È stato analizzato anche il caso con un rapporto di frequenza pari a 0.9, ottenendo le stesse conseguenze viste per il caso con  $R = 0.3$ . Nella tabella 5.9 vengono illustrati i risultati raggiunti applicando i tre metodi di update. Infine è stata costruita una sequenza IGBN, in cui il

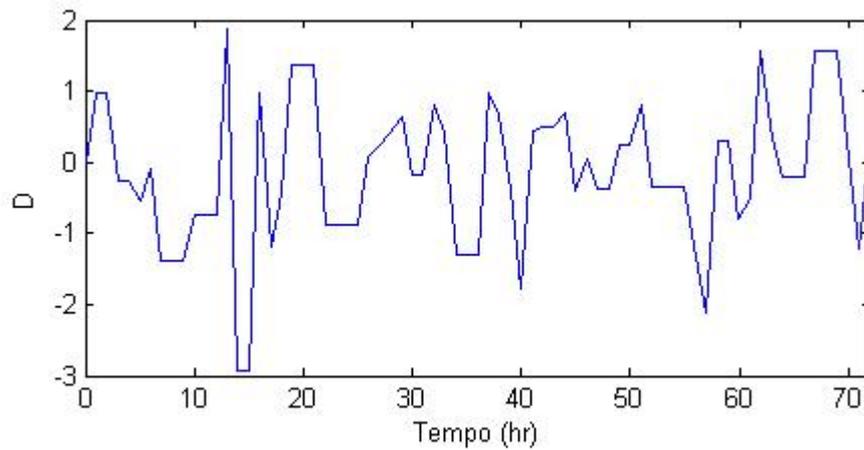


Figura 5.51: andamento della sequenza di disturbi casuale sulla pressione in testa alla colonna

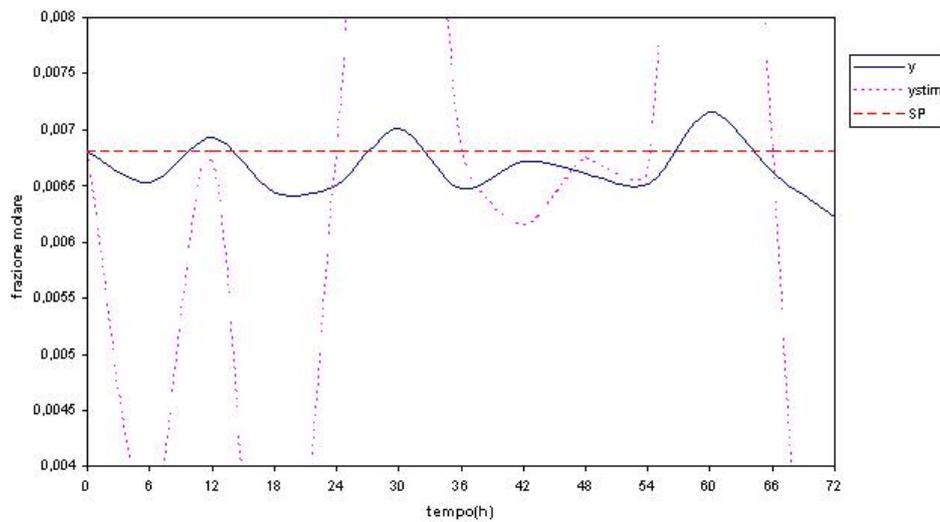


Figura 5.52: andamento della misura e della stima in seguito all'introduzione di una sequenza di disturbi casuali sulla pressione in testa alla colonna in assenza di update

valore della pressione in testa alla colonna al tempo  $k$  dipende dal suo valore al tempo  $k - 1$ , come è mostrato in Figura 5.53. Come per gli altri casi visti precedentemente, lo scostamento della stima rispetto al valore desiderato è maggiore di quello tra la misura e il set-point.

Tabella 5.8: Parametri caratteristici dei metodi di update e risultati ottenuti in presenza di un disturbo casuale con  $R=0.3$

	Parametri			errore
	N	banda	N update	
senza update				0.018
metodo tradizionale	3		12	0.168
metodo cusum		$3.4 \cdot 10^{-4}$	11	0.123
metodo score	5	1.5	7	0.103

Tabella 5.9: Parametri caratteristici dei metodi di update e risultati ottenuti in presenza di un disturbo casuale con  $R=0.9$

	Parametri			errore
	N	banda	N update	
senza update				0.018
metodo tradizionale	3		12	0.305
metodo cusum		$3.4 \cdot 10^{-4}$	9	0.147
metodo score	5	1.5	5	0.115

In Tabella 5.10 si riportano i risultati conseguiti applicando i metodi di update, con i quali si ottiene un errore maggiore rispetto a quello in assenza di update.

Tabella 5.10: Parametri caratteristici dei metodi di update e risultati ottenuti in presenza di un disturbo IGBN

	Parametri			errore
	N	banda	N update	
senza update				0.009
metodo tradizionale	3		12	0.020
metodo cusum		$3.4 \cdot 10^{-4}$	6	0.013
metodo score	5	1.5	7	0.012

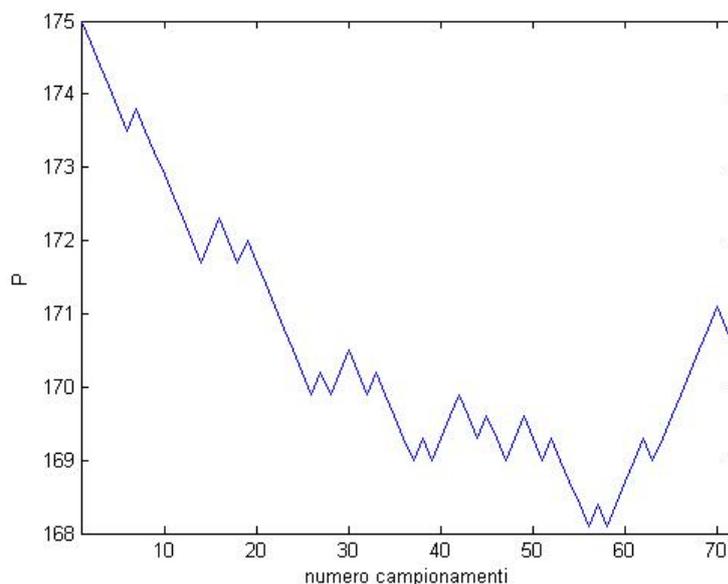


Figura 5.53: andamento della sequenza di disturbi IGBN sulla pressione in testa alla colonna

## 5.6 Analisi parametrica

In questo paragrafo vengono analizzate le principali caratteristiche dei parametri dei metodi di update. Tali parametri sono:

- ampiezza della banda,
- numero di dati a disposizione  $N$ .

L'ampiezza della banda è un parametro adottato sia dal metodo Score sia dal metodo Cusum; nella prima tecnica è dato dal massimo valore assunto dalla somma degli score (CUMS) degli ultimi  $N$  tempi di analisi, mentre nel secondo caso rappresenta il limite massimo della somma degli errori di predizione ( $S$ ) tra il tempo di campionamento successivo all'ultimo aggiornamento e il tempo attuale di analisi. Per quanto riguarda il metodo Cusum, all'aumentare dell'ampiezza della banda si ha un minor numero di aggiornamento con conseguente aumento dell'errore, mentre al diminuire del limite massimo si ottiene un maggior numero di aggiornamento e un più basso offset, come mostra la Tabella 5.11. Utilizzando il metodo Score, al diminuire dell'ampiezza di banda consegue un maggior numero di aggiornamenti; in presenza di un disturbo casuale, la diminuzione dell'ampiezza di banda determina un

Tabella 5.11: Analisi parametrica del metodo di update Cusum

Disturbo	Errore		N update	
	$S = 2 \cdot 10^{-4}$	$S = 3.4 \cdot 10^{-4}$	$S = 2 \cdot 10^{-4}$	$S = 3.4 \cdot 10^{-4}$
random(R=0.3)	$3.26 \cdot 10^{-2}$	$3.28 \cdot 10^{-2}$	11	9
random(R=0.9)	$1.74 \cdot 10^{-2}$	$2.0 \cdot 10^{-2}$	4	3
IGBN	$8.15 \cdot 10^{-3}$	$1.02 \cdot 10^{-2}$	5	3
deriva	$6.18 \cdot 10^{-3}$	$6.22 \cdot 10^{-3}$	2	2

Tabella 5.12: Analisi parametrica del metodo di update Score

Disturbo	Errore		N update	
	$CUMS = 1.5$	$CUMS = 3$	$CUMS = 1.5$	$CUMS = 3$
random(R=0.3)	$2.92 \cdot 10^{-2}$	$2.99 \cdot 10^{-2}$	3	1
random(R=0.9)	$1.74 \cdot 10^{-2}$	$1.78 \cdot 10^{-2}$	4	1
IGBN	$1.07 \cdot 10^{-2}$	$1.06 \cdot 10^{-2}$	4	2
deriva	$1.70 \cdot 10^{-2}$	$1.41 \cdot 10^{-2}$	3	3

offset più piccolo, mentre per un disturbo di tipo IGBN e deterministico l'offset viene abbassato aumentando l'ampiezza di banda, come si evince dalla Tabella 5.12.

Il numero dei dati a disposizione  $N$  è utilizzato da tutti i metodi di update per determinare ogni volta che si effettua l'update il bias, il quale viene sommato al parametro dello stimatore  $a_0$  per ricavare il suo valore aggiornato. Nei metodi tradizionale e Score questo parametro è costante e viene scelto dall'utente, mentre nella tecnica Cusum esso è variabile, in quanto tiene conto dei dati successivi all'ultimo aggiornamento.

Nelle Tabelle 5.13 e 5.14 vengono riportati i risultati ottenuti variando il set di dati rispettivamente nel metodo tradizionale e nel metodo Score.

La scelta del numero di dati da utilizzare nel metodo tradizionale dipende dal tipo di disturbo introdotto nel processo. Infatti per un disturbo casuale l'aumento del set di dati determina una maggior eliminazione dell'offset della misura rispetto al set-point, mentre per un disturbo di tipo IGBN o per

Tabella 5.13: Analisi parametrica del metodo di update tradizionale

Disturbo	Errore	
	N = 3	N = 5
random (R=0.3)	$3.26 \cdot 10^{-2}$	$3.19 \cdot 10^{-2}$
random (R=0.9)	$1.84 \cdot 10^{-2}$	$1.73 \cdot 10^{-2}$
IGBN	$8.83 \cdot 10^{-3}$	$1.08 \cdot 10^{-2}$
deriva	$1.64 \cdot 10^{-1}$	$2.35 \cdot 10^{-1}$

Tabella 5.14: Analisi parametrica del metodo di update Score

Disturbo	Errore			N update		
	N = 3	N = 5	N = 9	N = 3	N = 5	N = 9
random(R=0.3)	$2.90 \cdot 10^{-2}$	$2.92 \cdot 10^{-2}$	$3.01 \cdot 10^{-2}$	3	3	4
random(R=0.9)	$1.83 \cdot 10^{-2}$	$1.74 \cdot 10^{-2}$	$1.79 \cdot 10^{-2}$	3	2	3
IGBN	$8.73 \cdot 10^{-3}$	$1.07 \cdot 10^{-2}$	$9.82 \cdot 10^{-3}$	3	4	1
deriva	$2.16 \cdot 10^{-1}$	$2.33 \cdot 10^{-1}$	$2.09 \cdot 10^{-1}$	5	7	6

la deriva della termocoppia di una delle due temperatura dello stimatore la misura assume un andamento più vicino al valore desiderato scegliendo un basso numero di dati.

Per quanto riguarda il metodo Score, la variazione del set di dati determina un diverso numero di aggiornamenti e un diverso andamento della misura. Per un disturbo casuale l'offset della misura rispetto al set-point viene maggiormente eliminato scegliendo un numero di dati pari a 5; mentre per un disturbo IGBN l'offset minore è garantito con un basso valore di N. Infine se si ha un errore di misura su una delle due temperature dello stimatore, l'andamento della misura è più vicino al valore desiderato ipotizzando un alto valore di N. Il numero di aggiornamenti che si effettua non dipende dalla scelta del set di dati, in quanto all'aumentare di N non si determina sempre un maggior numero di aggiornamenti e al diminuire di N non si ha un minor numero di aggiornamenti.

## 5.7 Osservazioni e commenti

Nel capitolo presente sono stati analizzati gli effetti di un controllo inferenziale applicato a un sistema multivariabile costituito da una colonna di distillazione. L'introduzione di disturbi nel processo determina scostamenti della misura effettiva della variabile controllata rispetto al valore desiderato. Per eliminare quindi l'offset tra la misura e il set-point, si utilizzano i metodi di update, i quali determinano, ogni volta che si esegue l'aggiornamento, il bias tra la misura e la stima. Tale bias viene poi aggiunto al parametro  $a_0$  dello stimatore per valutare il valore aggiornato di quest'ultimo. La scelta del metodo di update da adottare dipende però dal tipo di disturbo introdotto nel sistema, il quale può avere un andamento oscillante o può discostare dal valore iniziale di un valore costante; il primo caso si ottiene introducendo un disturbo di tipo random, mentre il secondo si ha quando si verifica un errore di misura su una temperatura dello stimatore. Quest'ultimo andamento si può riscontrare anche introducendo nel processo un disturbo di tipo IGBN (integrated generalized binary noise).

Relativamente ai disturbi di tipo random sulla composizione dell'alimentazione, si può osservare come il metodo di update Score garantisca, in anello chiuso, offset minori rispetto agli altri metodi industriali. Tale metodo, una volta verificata la condizione di update, calcola il bias su un set di dati costanti  $N$ ; la stima aggiornata quindi si discosta poco dal suo valore precedente con conseguente diminuzione dell'offset della misura. L'utilizzo invece di un  $N$  variabile fa sì che la stima, dopo l'update, assuma valori vicini alla misura, provocando un offset della misura reale più grande; quest'ultimo caso si verifica adottando il metodo di update Cusum.

La variazione della composizione dell'alimentazione mediante questo tipo di disturbo provoca errori che, adottando i metodi di update, possono venire abbassati solo di poco.

L'introduzione di un disturbo IGBN sulla composizione dell'alimentazione determina un andamento della misura oscillante e crescente. Analizzando i metodi di update industriali, quello che maggiormente riesce ad ottenere il più piccolo offset della misura è il metodo Cusum, il quale riduce lo scostamento soprattutto negli ultimi tempi di analisi. Anche il metodo tradizionale, in presenza di questo tipo di disturbo, riesce a garantire offset bassi; mentre con la tecnica di update Score tale scostamento diminuisce poco.

Infine è stato analizzato il caso di un errore di misura su una delle due temperature dello stimatore, in cui la misura, in assenza di update, si discosta dal set-point di un valore costante. Il metodo di update che garantisce il minor offset è il Cusum, il quale riesce ad abbattere tale offset soprattutto

nei primi tempi di analisi, nei quali si aggiorna lo stimatore di un bias corrispondente alla differenza tra la misura e la stima. Il metodo di update, invece, che determina il più grande offset è lo Score, in cui nei primi tempi di analisi si effettuano gli aggiornamenti più significativi, i quali diminuiscono lo scostamento della misura dal valore desiderato, mantenendo poi tale offset nei tempi di analisi successivi. Infine è stato applicato anche il metodo tradizionale, il quale, effettuando ad ogni tempo di analisi l'update, fa sì che la misura e la stima aggiornata assumano un andamento oscillante.

Questo tipo di disturbo provoca nelle condizioni iniziali il più grande offset e utilizzando i metodi di update si riesce ad eliminare tale offset, ottenendo una netta diminuzione dell' errore rispetto a quello iniziale.

Quindi, in conclusione

- il metodo Score garantisce offset più bassi in presenza di disturbi di tipo casuale;
- il metodo Cusum garantisce offset più bassi in presenza di disturbi di tipo IGBN o di errori di misura delle termocoppie;
- il metodo tradizionale riduce l'offset soprattutto in presenza di disturbi di tipo IGBN.

# Capitolo 6

## Nuova strategia di update

L'obiettivo di questo capitolo è quello di ricavare una nuova strategia di update, in grado di eliminare l'offset tra la misura e il set-point della variabile di qualità (controllata).

Il metodo ideato si basa sul fatto che la stima del disturbo, ottenuta costruendo un modello del processo sugli ingressi, modello dalla variabile manipolata del controllo inferenziale (portata di riflusso) alle due temperature usate nel modello inferenziale, ha un andamento simile a quello del disturbo reale. Pertanto lo scopo è trovare una relazione tra la stima del disturbo e il parametro dello stimatore,  $a_0$ . Per prima cosa si è identificato un modello in grado di ricavare le caratteristiche del processo.

### 6.1 Identificazione del modello

Il modello del processo è una relazione matematica che collega tra di loro ingressi e uscite; in questo lavoro si fa riferimento a modelli discreti, lineari, a parametri tempo invarianti.

Questa scelta porta ad alcune considerazioni su eventuali limitazioni, come ad esempio:

- il processo reale non può essere descritto con delle relazioni lineari.
- i modelli continui permettono di conoscere la situazione del sistema ad ogni istante, mentre quelli discreti solo in determinati punti. La scelta di tali schemi deriva dal fatto che industrialmente la tecnica di raccolta dati è il campionamento, raccolta ad intervalli di tempo regolari. Uno

dei principali vantaggi del campionamento è che la rappresentazione matematica del processo diviene più semplice.

- i parametri non possono essere ritenuti invariati, dato che sono soggetti ad una variazione: l'errore che però si ricava con l'utilizzo di questi parametri è poco influente.

Il metodo classico per identificare il processo prevede l'utilizzo degli step test, i quali consistono nell'introduzione di gradini (step) sulle variabili manipolate e nell'analisi delle risposte del processo a queste sollecitazioni. Si analizza una variabile alla volta, utilizzando per ognuna di essa più di uno step in modo tale da avere più informazioni possibili per quanto riguarda la dinamica, e per ogni step si deve aspettare lo stazionario per individuare correttamente il guadagno del sistema.

Il processo viene descritto con l'utilizzo di un sistema di equazioni differenziali e di un vettore di variabili ausiliarie, i cosiddetti stati, che caratterizzano il modello SS (State Space model, modello a spazio di stato). Questo tipo è basato sulla definizione di una serie di stati del sistema in grado di deciderne il comportamento.

Tipicamente questi modelli sono definiti per tempo continuo, ma discretizzandoli si ha il vantaggio che le derivate possono essere semplificate, ottenendo la seguente relazione:

$$\begin{aligned}z_{k+1} &= Az_k + Bu_k \\x_k &= Cz_k\end{aligned}$$

in cui

- $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,
- $B \in \mathbb{R}^{n \times p}$ ,
- $C \in \mathbb{R}^{m \times n}$ ,
- $z_k \in \mathbb{R}^n$  è il vettore degli stati,
- $u_k \in \mathbb{R}^p$  e  $x_k \in \mathbb{R}^m$  sono rispettivamente il vettore degli ingressi e delle uscite.

Per ottenere un modello stabile, è necessario che gli autovalori di  $A$  appartengano tutti al cerchio unitario nel piano complesso.

Nella letteratura specialistica (A.Micchi & G.Pannocchia 2007), per identificare i modelli a partire dai dati di impianto, si trovano numerosi tipi di

algoritmi, i quali possono però essere divisi essenzialmente in due grandi famiglie, cioè gli algoritmi di minimizzazione dell'errore di predizione e gli algoritmi del sottospazio. Questi due metodi si differenziano sostanzialmente per l'approccio al problema: nel primo l'obiettivo è la minimizzazione dello scarto esistente tra il valore della funzione dato dai predittori e quello dei dati reali di impianto; il secondo è invece basato sull'identificazione di uno spazio vettoriale che copra lo spazio della matrice di osservabilità del sistema.

Date le misure degli ingressi e uscite di un problema, si devono quindi trovare:

- l'ordine  $n$  del sistema,
- le matrici del sistema  $A, B, C$ .

In questo lavoro si ottengono le seguenti matrici:

$$A = \begin{bmatrix} 0.8634 & 0.074 & -0.015 & -0.1103 & 0.0775 \\ -0.0789 & 1.065 & 0.007 & 0.0415 & -0.0233 \\ 0.0432 & -0.0285 & 1.006 & -0.0502 & 0.1128 \\ -0.1497 & -0.0462 & -0.0672 & 0.7262 & -0.0131 \\ 0.0543 & -0.0401 & -0.0043 & 0.1852 & 0.7451 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} -0.0321 \\ -0.097 \\ -0.0234 \\ -0.0195 \\ 0.0454 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 0.1873 & -0.1045 & -0.0162 & -0.0968 & -0.5438 \\ -0.2933 & 0.0592 & 0.17 & 0.0662 & -0.3047 \end{bmatrix}$$

### 6.1.1 Stima del disturbo

Si considera il processo descritto in termini di modello state space, quindi si ha:

$$\begin{aligned} z_{k+1} &= Az_k + Bu_k \\ x_k &= Cz_k \end{aligned}$$

Il termine di disturbo corregge il modello in modo tale che non ci sia offset tra i dati di impianto e quelli predetti dal modello stesso, dunque

$$\begin{aligned}\hat{z}_{k+1} &= A\hat{z}_k + Bu_k + G\hat{d}_k \\ x_k &= C\hat{z}_k + D\hat{d}_k \\ \hat{d}_{k+1} &= \hat{d}_k\end{aligned}\tag{6.1}$$

che è equivalente a

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} \hat{z}_{k+1} \\ \hat{d}_{k+1} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A & G \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{z}_k \\ \hat{d}_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u_k \\ x_k &= \begin{bmatrix} C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{z}_k \\ \hat{d}_k \end{bmatrix}\end{aligned}\tag{6.2}$$

in cui

- $\hat{d} \in \mathbb{R}^{n_d}$ ,
- $G \in \mathbb{R}^{n \times n_d}$ ,
- $D \in \mathbb{R}^{m \times n_d}$

Gli stati e il disturbo di processo possono essere stimati direttamente dai dati di impianto attraverso l'utilizzo di un filtro di Kalman di stazionario:

$$\begin{aligned}\hat{z}_{k|k} &= \hat{z}_{k|k-1} + L_z e_k \\ \hat{d}_{k|k} &= \hat{d}_{k|k-1} + L_d e_k\end{aligned}\tag{6.3}$$

in cui

- $L_z \in \mathbb{R}^{n \times p}$  e  $L_d \in \mathbb{R}^{n_d \times p}$  sono le matrici dei guadagni del filtro, rispettivamente, degli stati e del disturbo,
- $e_k$  è l'errore di predizione al tempo  $k$  note  $(k-1)$  misure(6.4)

$$e_k = x_k - (C\hat{z}_{k|k-1} + D\hat{d}_{k|k-1})\tag{6.4}$$

Le matrici dello stimatore  $L_z$  e  $L_d$  sono calcolate dalla soluzione dell'equazione di Riccati nel discreto associata al modello 6.2 o a piacere, in modo tale da garantire stabilità.

Il modello del disturbo è costituito dall'insieme delle matrici  $G$  e  $D$ , che in questo lavoro di tesi si è scelto pari a:

$$G = [C(I - A)]^{-1}\dagger$$

$$D = 0$$

La predizione degli stati aumentati è la seguente:

$$\begin{bmatrix} \hat{z}_{k+1|k} \\ \hat{d}_{k+1|k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & G \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{z}_{k|k-1} \\ \hat{d}_{k|k-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u_k$$

## 6.2 Analisi della stima del disturbo

Identificato il modello del processo, si ricavano, per ciascun caso analizzato in questo lavoro di tesi, le stime del disturbo su entrambe le temperature dello stimatore. L'andamento di queste stime risulta simile a quello del disturbo reale, come mostra la figura 6.1, in cui si riporta il caso di un disturbo casuale.

Per ciascuna stima si determina la funzione *autocorrelazione*, utilizzata frequentemente per analizzare le funzioni o una serie di valori. La funzione autocorrelazione di un processo random descrive la correlazione del processo in differenti punti nel tempo ed è definita tramite la seguente relazione 6.5:

$$A(\tau) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X(t)X(t - \tau) \quad (6.5)$$

Se  $X$  varia rapidamente nel tempo, l'autocorrelazione ha un valore prossimo a zero.

Nelle Tabelle 6.1, 6.2 e 6.3 si riportano i valori dei tempi corrispondenti ad un'autocorrelazione pari a 0.1,  $\tau_{0.1}$ , delle stime sia del disturbo sia dell'errore di predizione, la media e la varianza dell'errore di entrambe le temperature dello stimatore per ciascun caso visto precedentemente (nelle suddette Tabelle le autocorrelazioni del disturbo e dell'errore di predizione delle due temperature dello stimatore sono indicate rispettivamente con  $AA_D$  e  $AA_E$ ). I tempi corrispondenti ad un'autocorrelazione pari a 0.1 della stima del disturbo effettivo in presenza di un disturbo casuale sono:

- disturbo con alta frequenza di variazione  $R = 0.3$ :  $\tau_{0.1} = 16.97$  h,
- disturbo con bassa frequenza di variazione  $R = 0.9$ :  $\tau_{0.1} = 67.33$  h.

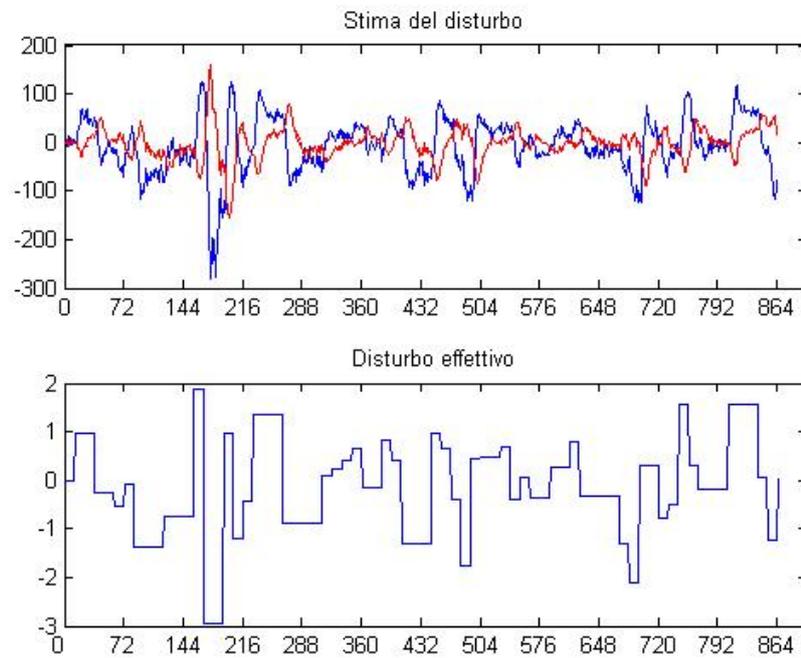


Figura 6.1: andamento stima del disturbo e disturbo reale

Il tempo corrispondente ad un'autocorrelazione pari a 0.1 della stima del disturbo effettivo in presenza di un disturbo IGBN è pari a 300 h.

Il tempo corrispondente ad un'autocorrelazione pari a 0.1 della stima del disturbo effettivo in presenza di un disturbo deterministico è pari a 110.5 h.

Tabella 6.1: Disturbo random sull'alimentazione

R=0.3				
metodi	$\tau_{0.1}(AA_E)$	$\tau_{0.1}(AA_D)$	media(E)	varianza(E)
tradizionale	9.00	23.89	$6.7 \cdot 10^{-2}$	13.69
	13.83	18.66	$6.9 \cdot 10^{-3}$	2.71
cusum	9.03	23.76	$-6.7 \cdot 10^{-2}$	13.69
	13.88	18.69	$6.1 \cdot 10^{-3}$	2.72
score	9.01	23.73	$-6.7 \cdot 10^{-2}$	13.69
	13.84	18.63	$6.2 \cdot 10^{-3}$	2.71

R=0.9				
metodi	$\tau_{0.1}(AA_E)$	$\tau_{0.1}(AA_D)$	media(E)	varianza(E)
tradizionale	10.43	66.95	$-1.2 \cdot 10^{-4}$	8.05
	26.23	59.50	$-3.1 \cdot 10^{-4}$	2.72
cusum	10.43	66.92	$-8.9 \cdot 10^{-5}$	8.05
	26.30	59.57	$-3.7 \cdot 10^{-4}$	2.73
score	10.43	67.01	$-2.5 \cdot 10^{-4}$	8.06
	26.20	59.56	$-4.9 \cdot 10^{-4}$	2.73

Tabella 6.2: Disturbo IGBN sull'alimentazione

metodi	$\tau_{0.1}(AA_E)$	$\tau_{0.1}(AA_D)$	media(E)	varianza(E)
tradizionale	2.52	300.19	$-4.0 \cdot 10^{-2}$	1.40
	10.59	399.52	$-7.2 \cdot 10^{-2}$	0.22
cusum	2.52	299.62	$-4.0 \cdot 10^{-2}$	1.41
	10.55	396.52	$-7.2 \cdot 10^{-2}$	0.23
score	2.52	299.73	$-4.0 \cdot 10^{-2}$	1.41
	10.56	396.98	$-7.2 \cdot 10^{-2}$	0.23

Analizzando i risultati, si può constatare che la funzione autocorrelazione, calcolata per la stima del disturbo, raggiunge il valore prestabilito (pari a 0.1) in un tempo pressochè uguale a quello conseguito dal disturbo reale per quasi tutti i casi. Infatti solo in presenza di un disturbo deterministico ciò non è sempre verificato, come mostra il caso della deriva di  $T_{18}$ , in cui i  $\tau_{0.1}$  delle stime sono molto minori rispetto a quelli del disturbo reale. Questo in quanto gli effetti di tale disturbo hanno maggior riscontro sulle uscite del processo.

Tabella 6.3: Disturbo deterministico  
 errore di misura di  $+1^\circ\text{C}$  su  $T_2$

metodi	$\tau_{0.1}(AA_E)$	$\tau_{0.1}(AA_D)$	media(E)	varianza(E)
tradizionale	2.70	104.49	$-3.3 \cdot 10^{-3}$	0.76
	3.39	103.20	$3.4 \cdot 10^{-3}$	0.11
cusum	2.82	87.52	$5.5 \cdot 10^{-3}$	0.75
	3.89	91.71	$-7.3 \cdot 10^{-4}$	0.11
score	2.92	105.23	$-7.0 \cdot 10^{-3}$	0.77
	5.47	91.68	$-6.7 \cdot 10^{-3}$	0.11

errore di misura di  $-1^\circ\text{C}$  su  $T_2$

metodi	$\tau_{0.1}(AA_E)$	$\tau_{0.1}(AA_D)$	media(E)	varianza(E)
tradizionale	2.97	95.93	$-9.0 \cdot 10^{-3}$	0.76
	6.19	93.43	$-5.7 \cdot 10^{-3}$	0.11
cusum	2.65	62.71	$-7.5 \cdot 10^{-3}$	0.69
	3.21	63.13	$-2.3 \cdot 10^{-3}$	0.10
score	2.79	259.18	$-2.3 \cdot 10^{-3}$	0.73
	3.80	236.40	$5.5 \cdot 10^{-3}$	0.11

errore di misura di  $+1^\circ\text{C}$  su  $T_{18}$

metodi	$\tau_{0.1}(AA_E)$	$\tau_{0.1}(AA_D)$	media(E)	varianza(E)
tradizionale	2.61	13.46	$-7.6 \cdot 10^{-3}$	0.68
	2.94	13.97	$-6.3 \cdot 10^{-3}$	0.09
cusum	2.59	12.51	$-7.5 \cdot 10^{-3}$	0.67
	2.89	13.11	$-4.4 \cdot 10^{-3}$	0.09
score	2.59	13.45	$-7.5 \cdot 10^{-3}$	0.67
	2.91	13.32	$-3.2 \cdot 10^{-3}$	0.09

errore di misura di  $-1^\circ\text{C}$  su  $T_{18}$

metodi	$\tau_{0.1}(AA_E)$	$\tau_{0.1}(AA_D)$	media(E)	varianza(E)
tradizionale	2.59	12.82	$-5.4 \cdot 10^{-3}$	0.68
	2.91	15.21	$-2.4 \cdot 10^{-3}$	0.93
cusum	2.60	12.34	$-5.4 \cdot 10^{-3}$	0.68
	2.91	14.48	$-2.6 \cdot 10^{-3}$	0.09
score	2.61	12.74	$-5.3 \cdot 10^{-3}$	0.68
	2.93	14.61	$-2.2 \cdot 10^{-3}$	0.09

Tabella 6.4: Disturbo random sull'alimentazione

metodi	$\tau_{0.1}(AA_E)$	$\tau_{0.1}(AA_D)$	errore
cusum	7.97	24.15	$5.09 \cdot 10^{-2}$
	13.70	21.13	
score	9.07	21.71	$4.63 \cdot 10^{-2}$
	15.03	20.17	

Tabella 6.5: Disturbo IGBN sull'alimentazione

metodi	$\tau_{0.1}(AA_E)$	$\tau_{0.1}(AA_D)$	errore
score	2.52	299.86	$1.07 \cdot 10^{-2}$
	10.58	396.67	
cusum	2.40	331.10	$9.97 \cdot 10^{-3}$
	3.41	3.95	

Nel capitolo 5 sono stati esaminati e confrontati i metodi di update in base all'errore, calcolato come l'area occupata dalla misura rispetto al set-point, identificando quindi la tecnica in grado di garantire il più basso offset tra la misura e il valore desiderato. Pertanto una strategia di update è quella, introdotta una sequenza di disturbi, di variare nel corso della prova il metodo di update: inizialmente viene applicata la tecnica, caratterizzata dal più grande offset e successivamente quella contrassegnata dal più piccolo errore in presenza di diversi disturbi. Questa metodologia è stata adottata per tutti i disturbi presi in esame e nelle tabelle 6.4, 6.5 e 6.6 si riportano i valori dei tempi corrispondenti ad un'autocorrelazione pari a 0.1,  $\tau_{0.1}$ , dell'errore di predizione ( $AA_E$ ) e del disturbo ( $AA_D$ ) di entrambe le temperature dello stimatore.

I valori di  $\tau_{0.1}$ , calcolati per i disturbi reali, sono i seguenti:

- disturbo random:  $\tau_{0.1} = 16.8$  h,
- disturbo IGBN:  $\tau_{0.1} = 318$  h,
- disturbo deterministico:  $\tau_{0.1} = 102.8$  h.

Osservando i risultati nelle tabelle precedenti, si può notare che, anche in questi casi, il valore di  $\tau_{0.1}$  delle stime del disturbo, in entrambi i metodi di update utilizzati, è all'incirca quello ottenuto dal disturbo reale e l'errore di misura calcolato, adottando la seconda tecnica, è sempre minore rispetto a

Tabella 6.6: Errore di misura su  $T_2$ 

metodi	$\tau_{0.1}(AA_E)$	$\tau_{0.1}(AA_D)$	errore
score	2.90	99.29	0.20
	5.41	92.04	
cusum	6.57	96.18	0.10
	32.52	97.95	

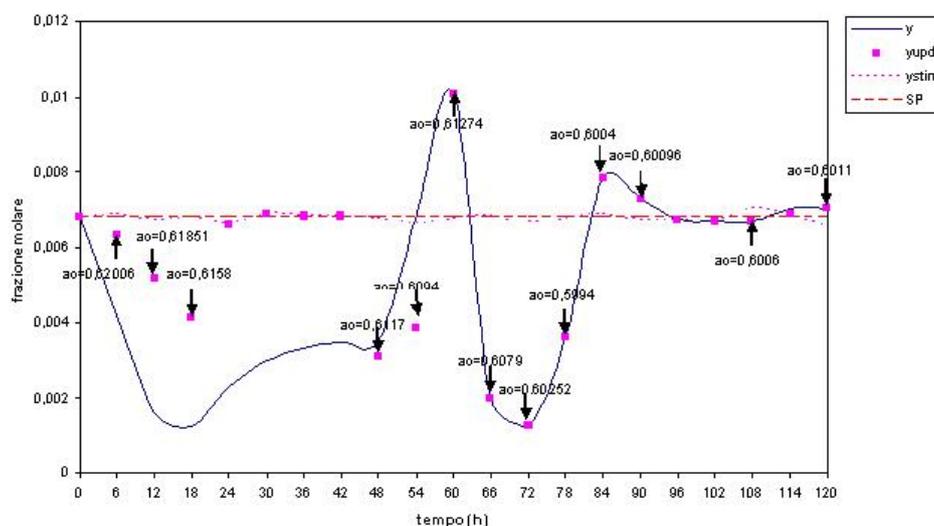


Figura 6.2: andamento della misura effettiva e della stima della variabile controllata in seguito alla variazione del metodo di update nel caso di un errore di misura sulla  $T_2$

quello valutato con la prima. In Figura 6.2 vengono riportati gli andamenti della misura e della stima applicando tale strategia nel caso di un errore di misura sulla temperatura del secondo piatto: nella prima parte della prova (prime 60 ore) è stato adottato il metodo Score, mentre poi è stato utilizzato il metodo Cusum.

I benefici che si hanno, cambiando nel corso della prova il metodo di update, dipendono però dal tipo di disturbo; infatti i risultati migliori di questa strategia si possono riscontrare in presenza di un disturbo deterministico, in quanto in questo caso la variazione della tecnica di update fa sì che la differenza tra gli offset nelle due parti della prova sia maggiore rispetto a quella ottenuta negli altri casi.

### 6.3 Strategia di update

Dato lo stimatore 6.6

$$\hat{y} = a_0 + a_1 T_2 + a_2 T_{18} + a_3 \ln(P_1) \quad (6.6)$$

lo scopo di questa tecnica di update è effettuare l'aggiornamento dello stimatore ad ogni tempo di analisi.

In questo metodo si fa riferimento a due tempi:

- tempo di analisi: relativo alla raccolta dati delle misure di qualità (6 ore),
- tempo di campionamento: relativo alla raccolta dati delle temperature dello stimatore (5 minuti).

Si fissa un set di dati,  $N$ , e si valuta ad ogni campionamento la media della differenza tra le misure effettive della variabile controllata e i valori assunti dalle stime aggiornate comprese tra il  $(k-N+1)$ -esimo e il  $k$ -esimo campionamento, cioè

$$E_N = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i) \quad (6.7)$$

Questo termine è utilizzato per calcolare attraverso un filtro,  $F$ , il valore di  $a_0$  aggiornato, che diviene

$$a_0(k) = a_0(k-1) + F E_N \quad (6.8)$$

Questo filtro, compreso tra 0 e 1, è dato dalla seguente relazione (6.9):

$$F = \exp(-\alpha \Phi) \quad (6.9)$$

in cui

- $\alpha$  è il parametro di tuning,
- $\Phi$  è la media di  $\phi$ , calcolato per entrambe le temperature dello stimatore

$$\Phi = \frac{1}{n_d} \sum_{i=1}^{n_d} \phi_i$$

in cui  $n_d$  è il numero delle temperature dello stimatore.

Il termine  $\phi$  si valuta ad ogni tempo di analisi avendo note le stime del disturbo (6.4), le quali vengono ricavate con un frequente tempo di campionamento.

$$\phi = \frac{\frac{1}{N_d} \sum_{i=1}^{N_d} (d_i - \bar{d}_i)^2}{1 + \left(\frac{1}{N_d} \sum_{i=1}^{N_d} d_i\right)^2} \quad (6.10)$$

in cui

- $d$  è la stima del disturbo,
- $N_d$  è il numero delle stime del disturbo a disposizione tra il penultimo e l'ultimo tempo di analisi.

Questa tecnica di update aggiorna lo stimatore in modo tale che

- per bassi valori di  $\Phi$ , il parametro  $a_0$  aggiornato si discosta maggiormente dal valore precedente,
- per alti valori di  $\Phi$ , il parametro  $a_0$  aggiornato è pressochè uguale al valore precedente.

## 6.4 Casi analizzati

Sono stati analizzati gli stessi tipi di disturbo presi in esame nel capitolo 5: disturbo random con alto rapporto di frequenza ( $R=0.3$ ), disturbo random con basso rapporto di frequenza ( $R=0.9$ ), disturbo IGBN e deriva delle termocoppie di una delle due temperature dello stimatore. Adottando il metodo di update, ideato in questo lavoro di tesi, sono stati ipotizzati per tutti i casi illustrati i seguenti valori dei due parametri presenti nel metodo:

- il numero di dati a disposizione  $N$ , utilizzato nell'espressione 6.7, è pari a 3,
- $\alpha = 0.1$ .

### 6.4.1 Disturbo random con alta frequenza di variazione $R=0.3$

Sono stati esaminati i risultati ottenuti introducendo nel processo le sequenze dei disturbi sulle quattro correnti iniziali. La Figura 6.3 illustra gli andamenti

Tabella 6.7: Parametri caratteristici e risultati ottenuti in presenza di un disturbo casuale con  $R = 0.3$

	Parametri			
	N	$\alpha$	N update	errore
senza update				0.0327
nuovo metodo	3	0.1	12	0.0316

della misura e della stima, evidenziando ad ogni tempo di analisi il valore di  $a_0$  aggiornato assunto dalla stima. Dal grafico si nota che l'andamento della misura rimane oscillante, ma rispetto alle condizioni iniziali tale andamento è più vicino al valore desiderato, come mostra la Tabella 6.7, in cui vengono riportati i risultati ottenuti applicando questa tecnica (per il confronto tra questi risultati e quelli dei metodi industriali si rimanda alla Tabella 5.1).

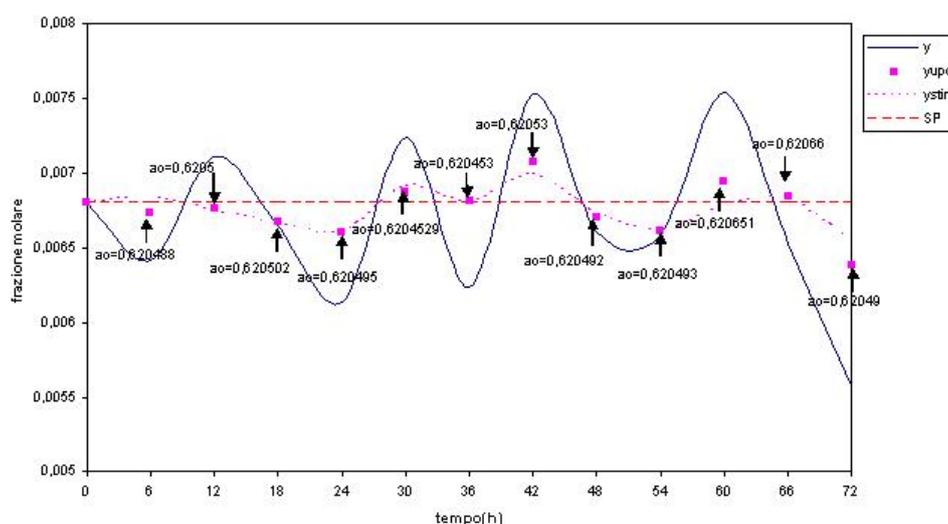


Figura 6.3: andamento della misura effettiva e della stima della variabile controllata in seguito all'introduzione di una sequenza di disturbi casuali sull'alimentazione con  $R=0.3$  utilizzando il nuovo metodo di update

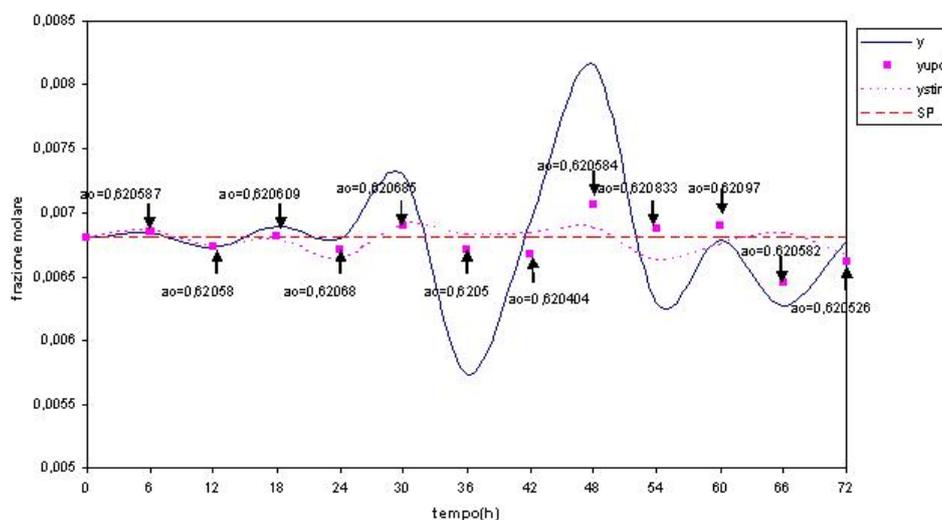


Figura 6.4: andamento della misura effettiva e della stima della variabile controllata in seguito all'introduzione di una sequenza di disturbi casuali sull'alimentazione con  $R=0.9$  utilizzando il nuovo metodo di update

Tabella 6.8: Parametri caratteristici e risultati ottenuti in presenza di un disturbo casuale con  $R = 0.9$

	Parametri			
	N	$\alpha$	N update	errore
senza update				$1.85 \cdot 10^{-2}$
metodo nuovo	3	0.1	12	$1.83 \cdot 10^{-2}$

### 6.4.2 Disturbo random con bassa frequenza di variazione $R=0.9$

La Figura 6.4 mostra l'andamento della misura effettiva della variabile controllata e della sua stima; mentre la stima ha un andamento vicino al set-point, la misura assume valori più discostati dal suo valore desiderato, anche se rispetto alle condizioni in assenza di update tale offset è minore, come si evince da Tabella 6.8 (per il confronto tra questi risultati e quelli dei metodi industriali si rimanda alla Tabella 5.2).

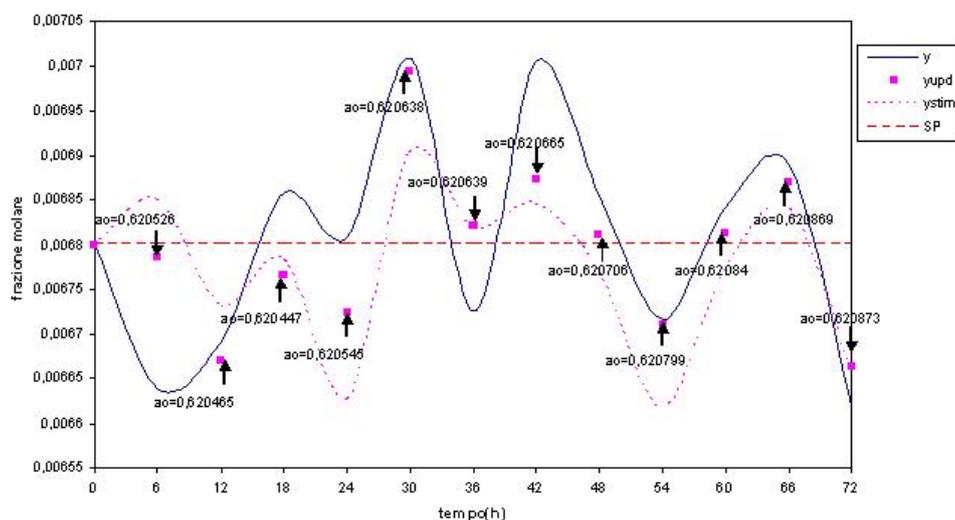


Figura 6.5: andamento della misura effettiva e della stima della variabile controllata in seguito all'introduzione di una sequenza di disturbi IGBN sull'alimentazione utilizzando il nuovo metodo di update

Tabella 6.9: Parametri caratteristici e risultati ottenuti in presenza di un disturbo IGBN

	Parametri			
	N	$\alpha$	N update	errore
senza update				$1.1 \cdot 10^{-2}$
metodo nuovo	3	0.1	12	$7.1 \cdot 10^{-3}$

### 6.4.3 Disturbo Integrated Generalized Binary Noise

Nella Figura 6.5 vengono riportati gli andamenti della misura e della stima nel tempo, indicando anche la nuova posizione della stima aggiornata ad ogni tempo di analisi. Quest'ultima assume dei valori simili alla misura reale, la quale soprattutto negli ultimi tempi di analisi si avvicina maggiormente al set-point, eliminando di conseguenza l'offset della misura rispetto al valore desiderato, come si nota dalla Tabella 6.9 (per il confronto tra questi risultati e quelli dei metodi industriali si rimanda alla Tabella 5.3).

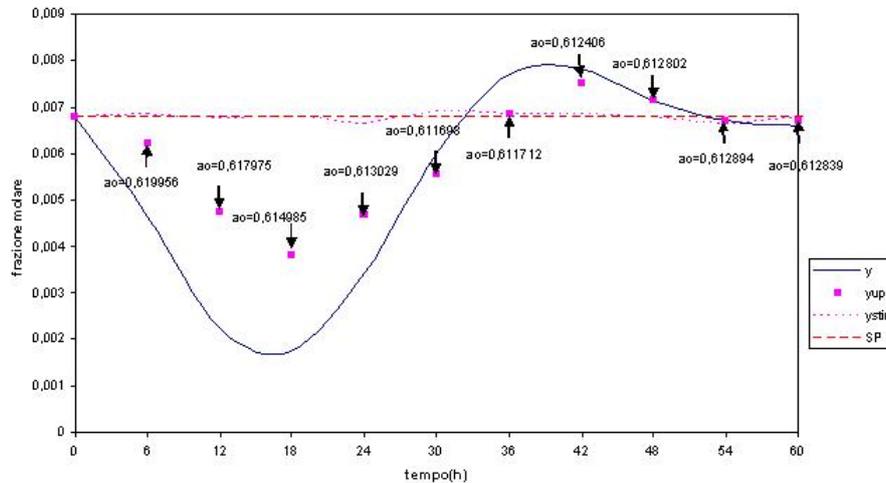


Figura 6.6: andamento della misura effettiva e della stima della variabile controllata in seguito all'introduzione di un errore di misura di  $+1^{\circ}\text{C}$  sulla  $T_2$  utilizzando il nuovo metodo di update

#### 6.4.4 Deriva della termocoppia

Un errore di misura di una delle due temperature dello stimatore determina uno scostamento della misura della variabile controllata rispetto al suo valore desiderato. Per esempio, nel caso di un errore di  $+1^{\circ}\text{C}$  sulla temperatura del secondo piatto, l'andamento della misura in assenza di update diminuisce bruscamente raggiungendo valori pressochè nulli, mentre la stima assume valori simili al set-point. Quindi per eliminare tale offset è stato applicato il metodo di update, con il quale, dopo i primi tempi di analisi, la misura raggiunge il valore desiderato, come è illustrato nella Figura 6.6. In Tabella 6.10 vengono riportati i risultati ottenuti adottando questo metodo (per il confronto tra questi risultati e quelli dei metodi industriali si rimanda alla Tabella 5.4). Nel grafico sono riportati anche i valori di  $a_0$  aggiornato, posizionati nei punti in cui assume la stima dopo l'update.

Adottando questa strategia di update nel caso di un errore di misura di  $-1^{\circ}\text{C}$  sulla temperatura del secondo piatto, lo scostamento della misura effettiva dal set-point viene ridotto dopo i primi quattro tempi di analisi, come mostra la Figura 6.7, in modo tale che essa assuma valori simili al valore desiderato. In Tabella 6.11 vengono riportati i risultati ottenuti adottando questo metodo (per il confronto tra questi risultati e quelli dei metodi industriali si rimanda alla Tabella 5.5).

Tabella 6.10: Parametri caratteristici dei metodi di update e risultati ottenuti in presenza di un errore di misura di  $+1^{\circ}\text{C}$  su  $T_2$

	Parametri			
	N	$\alpha$	N update	errore
senza update				0.343
metodo nuovo	3	0.1	12	0.073

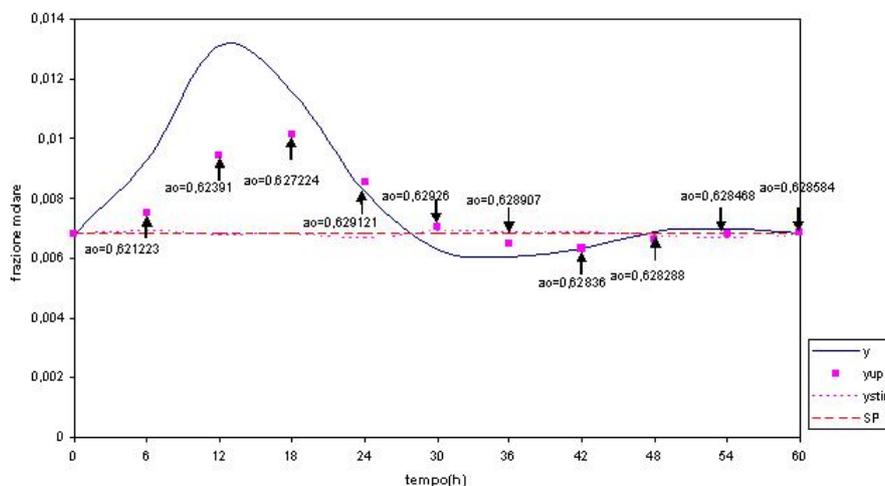


Figura 6.7: andamento della misura effettiva e della stima della variabile controllata in seguito all'introduzione di un errore di misura di  $-1^{\circ}\text{C}$  sulla  $T_2$  utilizzando il nuovo metodo di update

Anche nel caso di un errore di misura di  $+1^{\circ}\text{C}$  sulla temperatura del diciottesimo piatto della colonna, l'offset viene abbassato dopo i primi tempi di analisi, come si evince dalla Figura 6.8, in cui si riportano gli andamenti della misura e della stima, indicando anche la posizione assunta dalla stima

Tabella 6.11: Parametri caratteristici e risultati ottenuti in presenza di un errore di misura di  $-1^{\circ}\text{C}$  su  $T_2$

	Parametri			
	N	$\alpha$	N update	errore
senza update				0.431
metodo nuovo	3	0.1	12	0.102

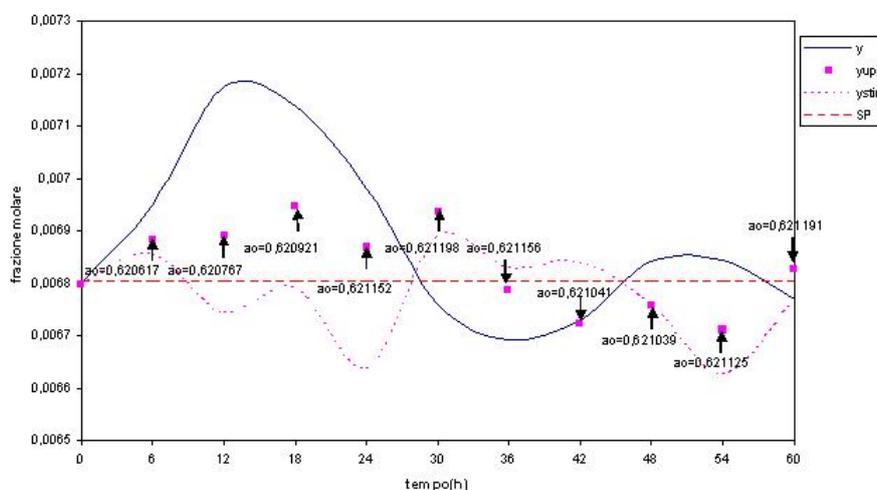


Figura 6.8: andamento della misura effettiva e della stima della variabile controllata in seguito all'introduzione di un errore di misura di  $+1^{\circ}\text{C}$  sulla  $T_{18}$  utilizzando il nuovo metodo di update

Tabella 6.12: Parametri caratteristici dei metodi di update e risultati ottenuti in presenza di un errore di misura di  $+1^{\circ}\text{C}$  su  $T_{18}$

	Parametri			errore
	N	$\alpha$	N update	
senza update				0.026
metodo nuovo	3	0.1	12	0.008

aggiornata. In Tabella 6.12 vengono riportati i risultati ottenuti adottando questo metodo (per il confronto tra questi risultati e quelli dei metodi industriali si rimanda alla Tabella 5.6).

Infine è stato analizzato un errore di misura di  $-1^{\circ}\text{C}$  sulla  $T_{18}$ ; anche in questo caso, come per gli altri casi di deriva visti precedentemente, lo scostamento della misura dal set-point viene ridotto dopo i primi aggiornamenti, come mostra la Figura 6.9. In Tabella 6.13 vengono riportati i risultati ottenuti adottando questo metodo (per il confronto tra questi risultati e quelli dei metodi industriali si rimanda alla Tabella 5.7).

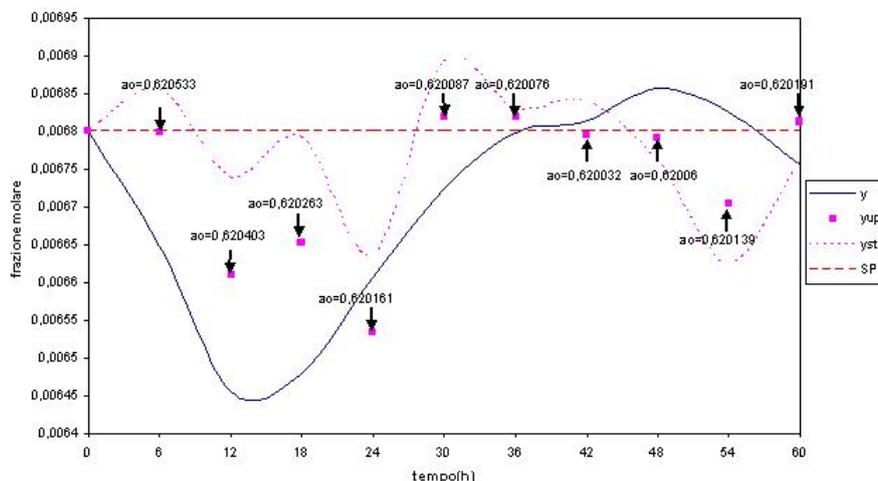


Figura 6.9: andamento della misura effettiva e della stima della variabile controllata in seguito all'introduzione di un errore di misura di  $-1^{\circ}\text{C}$  sulla  $T_{18}$  utilizzando il nuovo metodo di update

Tabella 6.13: Parametri caratteristici e risultati ottenuti in presenza di un errore di misura di  $-1^{\circ}\text{C}$  su  $T_{18}$

	Parametri			errore
	N	$\alpha$	N update	
senza update				0.026
metodo nuovo	3	0.1	12	0.007

## 6.5 Analisi parametrica

Questa strategia di update è basata su due parametri: il numero di dati,  $N$ , e il parametro di tuning,  $\alpha$ . Variando tali parametri cambia l'andamento della misura effettiva della variabile controllata, con conseguente variazione dello scostamento della misura dal set-point. Nella Tabella 6.14 vengono riportati i valori dell'errore ricavato al variare di questi parametri a seconda del tipo di disturbo introdotto nel processo: a) disturbo casuale con  $R=0.3$ , b) disturbo casuale con  $R=0.9$ , c) disturbo IGBN e d) deriva.

La variazione del numero di dati, a parità di  $\alpha$ , ha effetti diversi a seconda del tipo di disturbo introdotto nel processo; infatti mentre un aumento di  $N$  migliora l'andamento della misura rispetto al set-point nel caso di un distur-

Tabella 6.14: Analisi parametrica

N	$\alpha$	errore	N	$\alpha$	errore		
	3	0.1	0.0316	3	0.1	0.0183	
a)	3	1	0.0306	b)	3	1	0.0177
	5	0.1	0.0302		5	0.1	0.0176
	5	1	0.0308		5	1	0.0173
N	$\alpha$	errore	N	$\alpha$	errore		
	3	0.1	0.0070	3	0.1	0.0734	
c)	3	1	0.0080	d)	3	1	0.1560
	5	0.1	0.0089		5	0.1	0.1731
	5	1	0.0090		5	1	0.1939

bo di tipo casuale, tale incremento in presenza di un disturbo IGBN o di un errore di misura della termocoppia determina un maggior scostamento della misura dal valore desiderato, aumentando così l'errore. Le stesse considerazioni valgono anche per il parametro di tuning  $\alpha$ ; infatti la scelta di un basso valore di  $\alpha$  elimina maggiormente l'offset della misura rispetto al set-point nel caso di un disturbo IGBN e della deriva della termocoppia, mentre in presenza di un disturbo random tale offset aumenta.

In conclusione, questa tecnica di update riesce a garantire un basso offset in presenza di tutti i tipi di disturbi presi in esame; per valutare il più basso offset in presenza di un disturbo random è preferibile aumentare il set di dati e il parametro di tuning,  $\alpha$ , mentre per un disturbo di tipo IGBN e un errore di misura della termocoppia si ottiene il più piccolo offset con un basso valore sia di  $N$  sia di  $\alpha$ .

## 6.6 Osservazioni e commenti

Nel capitolo presente è stato sviluppato una nuova strategia di update in grado di eliminare l'offset della misura dal valore desiderato in presenza di diversi tipi di disturbi. Nella prima parte, identificato un modello del processo dalla variabile manipolata (portata di riflusso) alle due temperature usate nel modello inferenziale, sono stati analizzati le stime del disturbo per ciascun caso visto nel capitolo 5. Dai risultati conseguiti si può notare che l'andamento della stima è simile a quello del disturbo reale e che la scelta del metodo di update dipende dal tipo di disturbo. Infatti, introdotta nel processo una sequenza di disturbi, è stato adottato inizialmente la tecnica caratterizzata

dal più grande offset e successivamente, notando che quest'ultima non riesce a garantire un basso offset, è stato scelto di applicare il metodo, che ottiene il più piccolo errore. Utilizzando questa strategia di update, quindi, si riesce ad abbassare l'offset della misura rispetto al valore desiderato. Considerando questi risultati, è stata ideata un'altra strategia, la quale aggiorna il parametro dello stimatore  $a_0$ , agendo sulla stima del disturbo. Questa tecnica riesce a garantire un basso offset in presenza di diversi tipi di disturbi; infatti, relativamente ai disturbi di tipo random sulla composizione dell'alimentazione, si può osservare che tale metodo ottiene un errore che si avvicina al più piccolo offset, ricavato con i metodi industriali.

L'introduzione di un disturbo IGBN sulla composizione determina un andamento della misura oscillante e crescente; applicando questa strategia di update, si riesce ad abbassare lo scostamento della misura dal set-point in modo tale da garantire il più piccolo errore rispetto a quelli ottenuti dai metodi industriali. Infine è stato analizzato il caso di un errore di misura su una delle due temperature dello stimatore, in cui la misura, in assenza di update, si discosta dal set-point di un valore costante. Questo metodo riesce ad abbassare l'offset nei primi tempi di analisi, portando la misura vicina al valore desiderato; infatti l'errore che si ricava si discosta di poco da quello ottenuto con il metodo Cusum, che assicura il più basso offset. Quindi, la tecnica sviluppata in questo lavoro riesce ad abbassare lo scostamento della misura dal set-point in presenza di diversi tipi di disturbi.

# Conclusioni

Il lavoro di questa tesi ha permesso di approfondire e ampliare le conoscenze in merito alle strategie di update di uno stimatore di proprietà, applicato ad una colonna di distillazione, in cui importante è il controllo della qualità delle correnti in uscita; infatti, mancando quest'ultimo, potrebbe risultare compromesso il buon esito delle operazioni di tutto l'impianto, dato che la distillazione può costituire sia la fase iniziale sia la fase finale di un impianto. I tradizionali analizzatori in linea della qualità di prodotti sono caratterizzati da ritardi nel fornire le risposte, oltre che dagli elevati costi di investimento e di manutenzione. Pertanto, uno schema di controllo retroattivo basato su questi misuratori può essere inadeguato. Per questo sono stati ideati gli schemi di controllo inferenziale, in cui la composizione dei prodotti viene stimata sulla base di misure, per esempio, di temperature e pressione.

Nel presente lavoro di tesi è stato progettato uno stimatore, in cui la relazione tra le variabili indipendenti e quelle dipendenti viene ottenuta per via statistica, attraverso una regressione su dati raccolti mediante simulazioni. Nel capitolo 2 sono state descritte dettagliatamente le tecniche di regressione, tra le quali la tecnica PLS, che è stata utilizzata durante questa tesi. Quest'ultima, rispetto alla più immediata regressione dei minimi quadrati, ha il vantaggio di poter filtrare gli errori di cui sono affette le misure, permettendo di ottenere modelli più robusti ed affidabili.

Nel capitolo 3 è stata descritta la colonna di distillazione adottata per la costruzione del set di training e per le prove in anello chiuso. Si tratta di una colonna di 54 piatti con un'alimentazione multicomponente. Il processo deve separare la miscela entrante, ottenendo in testa alla colonna un'impurezza (dei  $C_7$ ) pari a 0.0068. Per il set di training sono state eseguite delle prove variando le grandezze che definiscono il processo: portata di riflusso, calore fornito dal reboiler, portata e composizione dell'alimentazione e pressione nel condensatore. I dati sono stati forniti dal software Aspen HYSYS.

Nel capitolo 4 sono stati illustrati i metodi di update in uso industriale per modelli inferenziali in grado di eliminare l'offset della misura rispetto al valore desiderato, evidenziando le loro caratteristiche principali.

Il capitolo 5 ha avuto come oggetto il confronto, sulla base del comportamento in anello chiuso, dei diversi metodi di update industriali, individuando quelli che sono in grado di garantire offset più bassi in presenza di disturbi o variazioni di riferimento. È stato mostrato che la scelta del metodo di update più indicato dipende dal tipo di disturbo introdotto nel processo; infatti con il metodo Score si ottengono offset più bassi in presenza di disturbi di tipo random, mentre questa tecnica ha difficoltà a ridurre gli effetti generati da un errore di misura su una delle temperature dello stimatore. Per quanto riguarda quest'ultimo tipo di disturbo il metodo di update che meglio elimina l'offset, portando la misura a valori pressochè uguali al set-point è il metodo Cusum, con il quale la misura raggiunge il valore desiderato dopo i primi tempi di analisi. Infine è stato introdotto nel processo anche il disturbo IGBN e la tecnica in grado di garantire il più piccolo offset rispetto alle condizioni iniziali in assenza di update è quella tradizionale.

Nel capitolo 6 è stata sviluppata una nuova strategia di update: inizialmente è stata effettuata l'identificazione di un modello dalla variabile manipolata del controllo inferenziale alle due temperature utilizzate nel modello inferenziale, tramite una tecnica subspace; dopo questa prima parte sono stati analizzati i risultati dei metodi industriali in base alla funzione autocorrelazione, la quale raggiunge il valore prestabilito in un tempo pressochè uguale a quello conseguito dal disturbo reale.

Per eliminare lo scostamento della misura dal valore desiderato si sono percorse due strade: la prima consiste nel variare la tecnica di update in modo tale da garantire il più basso offset; mentre la seconda si basa sullo sviluppo di un nuovo metodo, il quale agisce sulla stima del disturbo, avente un andamento simile a quello del disturbo reale. In quest'ultimo caso, introdotti gli stessi disturbi nel processo, visti nel capitolo precedente, si può notare che, utilizzando questa tecnica, si riesce a garantire in presenza di ogni tipo di disturbo offset bassi; infatti gli errori determinati sono tra i più piccoli rispetto a quelli valutati con i metodi industriali.

Si può concludere quindi affermando che la strategia di update sviluppata in questo lavoro di tesi può essere considerata un valido strumento per eliminare gli scostamenti della misura dovuti all'introduzione di disturbi nel processo.

# Bibliografia

- A.Micchi and G.Pannocchia (2007), ‘Comparison of input signals in subspace identification of multivariable ill-conditioned system’, *Journal of Process Control* pp. 1–12.
- B.Joseph and C.Brosilow (1978), ‘Inferential control of processes : Part i. steady state analysis and design’, *AIChE J* (24), 485–491.
- C.C.Yu and W.L.Luyben (1984), ‘Use of multiple temperatures for the control of multicomponent distillation columns’, *Ind.Eng.Chem* **23**, 590–597.
- C.C.Yu and W.L.Luyben (1987), ‘Control of multicomponent distillation columns using rigorous composition estimators, distillation and adsorption’, *IChemE Symposium Series, The Institution of Chemical Engineers, Brighton, UK* pp. A29–A69.
- D.B.Whitehead and M.Parnis (1988), ‘Computer control improves ethylene plant operation’, *Hydrocarbon Processing* pp. 47–50.
- E.Zamprogna, M.Barolo and D.E.Seborg (2005), ‘Optimal selection of soft sensor inputs for batch distillation columns using principal component analysis’, *J. Proc. Cont.* (15), 39–52.
- G.C.Shen and W.K.Lee (1989), ‘Adaptive inferential control for chemical processes with intermittent measurements’, *Ind. Eng. Chem. Res.* pp. 557–563.
- G.Pannocchia and A.Brambilla (2003a), ‘Consistency of property estimators in multicomponent distillation control’, *Ind. Eng. Chem. Res.* **42**, 4452–4460.
- G.Pannocchia and A.Brambilla (2003b), ‘Implications of the training data set on the performance of property estimators’, *Proceedings of IChEAP-*

- 
- 6 (*Italian Conference on Chemical and Process Engineering*) **2**, 1117–1122.
- G.Pannocchia and A.Brambilla (2007), ‘How auxiliary variables and plant data collection affect closed-loop performance of inferential control’, *Journal of Process Control* **17**, 653–663.
- G.Pannocchia, P.Leoni and A.Brambilla (2004), ‘A critical comparison of linear and nonlinear property estimators in inferential control’, *7th International Symposium on Dynamics and Control of Process System (DYCOPS), Cambridge, MA*.
- J.V.Kresta, T.E.Marlin and J.F.MacGregor (1994), ‘Development of inferential process models using pls’, *Comput. Chem. Eng.* (18), 597–611.
- K.Pearson (1901), *On lines and planes of closest fit to system of points in spaces*, Vol. 2, Philo.Mag.
- M.Fraire and A.Rizzi (1993), *Elementi di statistica*, La Nuova Italia Scientifica, Roma.
- M.Kano, K.Miyazaki, S.Hasebe and I.Hashimoto (2000), ‘Inferential control system of distillation compositions using dynamic partial least squares regression’, *Journal of Process Control* **10**, 157–166.
- M.Morari and G.Stephanopoulos (1980), ‘Optimal selection of secondary measurements with the framework of state estimation in the presence of persistent unknown disturbances’, *AIChE J* (26), 247–258.
- O.Rademaker, J.E.Rijnsdorp and A.Maarleveld (1975), ‘Dynamics and control of continuous distillation units’, *Elsevier, Amsterdam*.
- R.Weber and C.Brosilow (1972), ‘The use of secondary measurements to improve control’, *AIChE J* (18), 614–623.
- S.DeJong (1993), ‘An alternative approach to partial least squares regression’, *Chemometrics and Intelligent Laboratory System* **18**, 251–263.
- S.Wold, M.Sjostrom and L.Eriksson (2001), ‘Pls-regression: a basic tool of chemometrics’, *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems* **58**, 109–130.
- T.L.Tolliver and L.C.Mccune (1980), ‘Finding the optimum temperature control trays for distillation columns’, *InTech* **27**(9), 75–80.

- T.Mejdell and S.Skogestad (1991), 'Estimation of distillation composition from multiple temperature measurements using partial-least squares regression', *Ind. Eng. Chem. Res* (30), 2543–2555.
- T.Mejdell and S.Skogestad (1991b), 'Composition estimator in a pilot-plant distillation column using multiple temperature', *Ind. Eng. Chem. Res.* **30**, 2555–2564.