

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PISA



FACOLTÀ DI INGEGNERIA

LAUREA SPECIALISTICA IN INGEGNERIA DELLE
TELECOMUNICAZIONI

**Recupero dell'offset di frequenza
su canali con fading selettivo nel tempo**

Relatori:

PROF. RUGGERO REGGIANNINI

ING. VINCENZO LOTTICI

Candidato:

PAOLO FALASCA

A MIO PADRE E MIA MADRE

Desidero ringraziare tutti coloro che mi hanno seguito ed aiutato in questo avvincente e talvolta arduo lavoro, in particolare l'Ing. *Michele Carta*

Pisa, febbraio 2008

Paolo Falasca

INTRODUZIONE

In questo lavoro di tesi si è sviluppato un pacchetto software per la simulazione del livello fisico di un sistema *single carrier* su canale selettivo nel tempo ed in particolare è stato implementato un nuovo *algoritmo* per il recupero del sincronismo di *frequenza*.

Il simulatore permette di valutare le prestazioni del sistema in termini di *Mean Square Estimation Error* (MSEE) e di *Bias* del sincronizzatore di frequenza.

Nel capitolo 1 sono descritti la struttura generale del *sistema* ed in particolare i vari blocchi che lo compongono, la struttura del *burst* ed il modello del canale *multipath* considerato. Nel capitolo 2 si analizza l'*algoritmo* fornendo anche una sintetica descrizione di un altro approccio a cui verrà in seguito fatto riferimento come pietra di paragone per valutare la *bontà* dei risultati conseguiti. Nel capitolo 3 si illustra il funzionamento del simulatore, infine vengono esposti i risultati *grafici* relativi alle simulazioni con canale rispettivamente *awgn* e *tempo-selettivo*.

1.1 ARCHITETTURA DEL SISTEMA

Il modello del sistema è rappresentato in Fig.1.1.1:

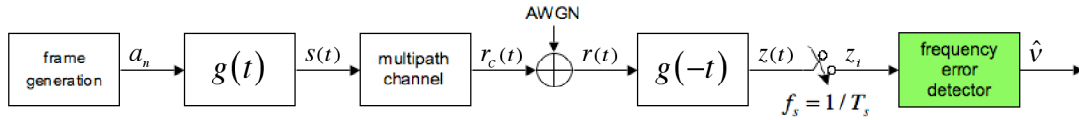


Fig.1.1.1 – Architettura del sistema.

Il blocco *frame generation* produce la sequenza di *modulazione* costituita dai simboli a_n che vanno a pilotare l'impulso sagomatore $g(t)$, che si suppone ad energia unitaria. Il segnale $s(t)$, che assume la forma di una PAM con intervallo di segnalazione T_s

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n g(t - nT_s) \quad (1.1)$$

è trasmesso su un canale *multipath* con *fading tempo-selettivo*. In ingresso al filtro adattato $g(-t)$ si ha il segnale ricevuto $r(t)$, costituito dalla somma del segnale $r_c(t)$ all'uscita del canale e del processo di rumore AWGN (*Additive White Gaussian Noise*) $w(t)$; tale segnale può essere affetto da un *offset* di frequenza ν (dovuto all'instabilità degli oscillatori usati in trasmissione e in ricezione ed all'effetto *Doppler* causato dal moto relativo fra trasmettitore e ricevitore)

$$r(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \alpha(t) a_n g(t - nT_s) e^{j\frac{2\pi\nu t}{T_s}} + w(t) \quad (1.2)$$

essendo $\alpha(t)$ il coefficiente di *fading* dovuto al canale e che analizzeremo in dettaglio nel §.1.3.

Si fa l'ipotesi che la cascata $\rho(t) \triangleq g(t) \otimes g(-t)$ soddisfi la condizione di *Nyquist* in maniera tale che il sistema lavori a ZERO-ISI: considerando l' i -esimo istante di campionamento iT_s deve valere

$$\rho([i-n]T_s) = \begin{cases} 1, & i-n=0 \\ 0, & i-n \neq 0 \end{cases} \quad (1.3)$$

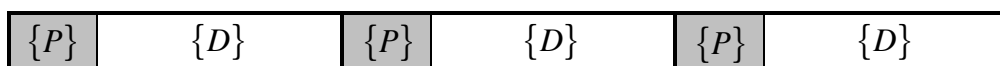
Il blocco *frequency error detector* serve per la sincronizzazione di frequenza e verrà descritto nel capitolo successivo.

1.2 STRUTTURA DEL BURST

Per agevolare il recupero dei *sincronismi* nonché per la stima di canale, il *burst* presenta un certo numero di simboli opportunamente distribuiti e noti al ricevitore, detti *simboli pilota* (in grigio, indicati con la lettera P in Fig.1.2.1). I restanti simboli sono assegnati al *payload* (quelli bianchi indicati con la lettera D). Il *burst* in particolare è definito dai seguenti *parametri*:

- $L \equiv$ lunghezza del burst (in simboli)
 - $N_p \equiv$ numero di simboli pilota
- $$\left. \begin{array}{l} \bullet L \equiv \text{lunghezza del burst (in simboli)} \\ \bullet N_p \equiv \text{numero di simboli pilota} \end{array} \right\} \Rightarrow H \triangleq \frac{N_p}{L} \equiv \text{overhead (in simboli)}$$

In Fig.1.2.1 si riporta un generico *burst* :



P=Pilota; D=Payload

Fig.1.2.1 – Struttura del generico Burst.

Il sottosistema identificato dall'etichetta *frame generation* di Fig.1.2.2 include i blocchi adibiti alla generazione del *burst* da trasmettere

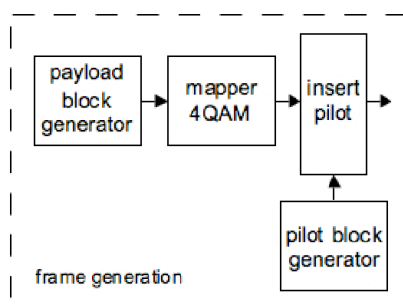


Fig.1.2.2 – Generazione del burst.

I bit relativi ai simboli informativi vengono generati in maniera pseudo-casuale e poi mappati sui simboli di una costellazione 4-QAM utilizzando una codifica di *Gray*. Il *pilot block generator* produce direttamente i simboli pilota, tutti uguali e di valore $\sqrt{2}$ in modo tale da avere la stessa energia dei simboli di *payload*. I simboli *pilota* vengono quindi multiplexati con i simboli di *payload* per formare il *burst* da trasmettere.

1.3 MODELLO DEL CANALE

Il modello di canale utilizzato introduce un processo di distorsione moltiplicativa rappresentato dal coefficiente di attenuazione complesso $\alpha(t)$ variabile nel tempo, la cui potenza $2\sigma_\alpha^2$ è detta potenza di fading, che provoca *fluttuazioni* nell'intensità del segnale ricevuto $r(t)$.

La densità spettrale di potenza delle componenti $\{I, Q\}$ del processo $\alpha(t)$ ricavata con il modello di *Jakes* assume un'espressione del tipo

$$S_\alpha^I(f) = S_\alpha^Q(f) = \frac{1}{2} S_\alpha(f) \quad , \quad S_\alpha(f) \triangleq S_0 \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{f}{f_w}\right)^2}} \quad (1.4)$$

ed è legata tramite antitrasformata di Fourier alla funzione di autocorrelazione

$$R_\alpha^I(\tau) = R_\alpha^Q(\tau) = \frac{1}{2} R_\alpha(f) \quad , \quad R_\alpha(f) \triangleq \sigma_\alpha^2 J_0(2\pi f_w \tau) \quad (1.5)$$

dove $J_0(x)$ è la funzione di *Bessel* di 1° tipo e di ordine zero, essendo f_w il *Doppler spread* legato alla velocità v del mobile dalla relazione $f_w = f_c \frac{v}{c}$ in cui c indica la velocità di propagazione del segnale e f_c la frequenza portante.

Il 1° nullo della (1.5) si ha per $\tau_0 = \frac{0.4}{f_w}$ ed è una misura dell'intervallo di correlazione del processo.

Mediante il valore di τ_0 è possibile dedurre il tempo entro il quale il canale può essere considerato statico: è sufficiente considerarne un intervallo temporale molto più piccolo, ad esempio $0.1 \tau_0$.

In nomenclatura questa misura è definita *tempo di coerenza* T_c *del canale* ed indica l'intervallo in cui il processo $\alpha(t)$ è sostanzialmente piatto ed il segnale ricevuto è un processo stazionario almeno in senso lato. Nella pratica vien fatta una ulteriore semplificazione, assumendo

$$T_c = \frac{0.4}{10 f_w} \approx \frac{1}{10 f_w} \quad (1.6)$$

2.1 RECUPERO DEL SINCRONISMO DI FREQUENZA

Come si è già accennato nel precedente capitolo, a causa delle instabilità degli oscillatori usati nei ricetrasmittitori ed all'effetto *Doppler* causato dal moto relativo fra trasmettitore e ricevitore, si verifica una serie di disallineamenti fra i vari sincronismi (frequenza, fase e *timing*) che devono necessariamente esser recuperati affinché si possa estrarre l'informazione utile dal segnale ricevuto. Focalizzando l'attenzione sui sistemi di trasmissione numerici ed in particolare con comunicazione a *burst*, abbiamo anche visto come tale *burst* sia costituito da un certo numero di simboli pilota intercalati ai simboli informativi. Gli algoritmi finora proposti in letteratura per la compensazione dei suddetti sincronismi sfruttano separatamente o i simboli pilota (modo "*pilot-aided*") o tutti i simboli senza che sia richiesta la loro conoscenza a priori (modo "*blind*") [Cfr. 1÷4].

Vien da pensare che se in "qualche modo" fosse possibile utilizzare congiuntamente entrambi i tipi di simboli, la stima dei parametri di interesse potrebbe essere migliore.

Per quanto riguarda l'algoritmo qui proposto per il recupero dell'*offset* di frequenza, esso procede utilizzando oltre ai simboli pilota (noti) anche i simboli informativi presenti nel *burst* ricevuto.

Si assuma una trasmissione 4-QAM su canale tempo-selettivo. Il modello del campione osservato in uscita dal filtro adattato, all' *i*-esimo intervallo di segnalazione del *burst* ricevuto è il seguente:

$$z_i = \alpha_i d_i e^{j2\pi\nu i} + n_i, \quad i = 1, 2, \dots, L \quad (2.1)$$

dove α_i , d_i , n_i sono rispettivamente l'*i*-esimo campione di fading, simbolo, campione di rumore mentre ν è l'*offset* di frequenza normalizzato alla cadenza di simbolo. Per il processo di fading e di rumore si adottano le ipotesi di gaussianità formulate nel cap.1; in particolare ciò comporta che se i simboli e il parametro ν sono fissati, il processo osservato z_i è anch'esso gaussiano.

Per quanto riguarda i simboli d_i , si ammette, senza ledere la validità generale dei risultati, che:

$$d_i = \begin{cases} \sqrt{2}, & \text{se } d_i \text{ è un simbolo pilota} \\ a_i, & \text{altrimenti} \end{cases} \quad (2.2)$$

dove a_i è un simbolo informativo 4-QAM.

2.2 ALGORITMO MISTO PILOT AIDED – BLIND (MIX)

Reimpostiamo il problema di stima dell'offset v come un problema di stima *congiunta* di v e dei simboli informativi. In tal caso la funzione di verosimiglianza si può scrivere come:

$$\Lambda(\mathbf{z}; \tilde{\mathbf{v}} | \tilde{\mathbf{A}}) = \exp \left\{ -\frac{1}{2} \mathbf{z}^H \tilde{\mathbf{A}} (\tilde{\mathbf{D}} \mathbf{C}_a \tilde{\mathbf{D}}^* + \sigma^2 \mathbf{I})^{-1} \tilde{\mathbf{A}}^* \mathbf{z} \right\} \quad (2.3)$$

dove $\tilde{\mathbf{A}}$ è il vettore dei simboli informativi di tentativo e analogamente $\tilde{\mathbf{D}} \triangleq \text{diag}(\tilde{d}_1, \tilde{d}_2, \dots, \tilde{d}_L)$ è la matrice diagonale dei simboli di tentativo \tilde{d}_i definiti come nella (2.2), dove si ammette al solito che $\tilde{d}_i = \sqrt{2}$ in presenza di un simbolo pilota, mentre $\mathbf{C}_a = E\{\boldsymbol{\alpha} \boldsymbol{\alpha}^*\}$ è la matrice di covarianza (nota) associata al vettore di fading $\boldsymbol{\alpha} \triangleq [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_L]^T$.

Poiché la (2.3) non contiene parametri *nuisance*, il problema di stima congiunta è ricondotto a quello della ricerca del massimo del logaritmo naturale della (2.3):

$$(\hat{v}, \hat{\mathbf{A}}) = \arg \max_{(\tilde{v}, \tilde{\mathbf{A}})} \ln \Lambda(\mathbf{z}; \tilde{\mathbf{v}} | \tilde{\mathbf{A}}) = \arg \min_{(\tilde{v}, \tilde{\mathbf{A}})} \left\{ \mathbf{z}^H \tilde{\mathbf{A}} (\tilde{\mathbf{D}} \mathbf{C}_a \tilde{\mathbf{D}}^* + \sigma^2 \mathbf{I})^{-1} \tilde{\mathbf{A}}^* \mathbf{z} \right\} \quad (2.4)$$

Quando il *rapporto segnale-rumore* è **molto basso**, la (2.4) si modifica nella:

$$(\hat{v}, \hat{\mathbf{A}}) = \arg \max_{(\tilde{v}, \tilde{\mathbf{A}})} \left\{ \mathbf{z}^H \tilde{\mathbf{A}} \tilde{\mathbf{D}} \mathbf{C}_a \tilde{\mathbf{D}}^* \tilde{\mathbf{A}}^* \mathbf{z} \right\} = \arg \max_{(\tilde{v}, \tilde{\mathbf{A}})} \left\{ \sum_{i=1}^L \sum_{k=1}^L \tilde{d}_i \tilde{d}_k^* z_i^* z_k C_{a,i-k} e^{j2\pi(i-k)\tilde{v}} \right\} \quad (2.5)$$

dove $C_{a,i-k} = E\{\alpha_i \alpha_k^*\}$ è l'elemento della matrice \mathbf{C}_a di posizione (i, k) .

Osservando che $C_{a,i-k} = C_{a,k-i}$, la metrica da massimizzare, costituita dalla sommatoria doppia nella (2.5), si può riformulare come segue:

$$\sum_{i=1}^L \sum_{k=1}^L \tilde{d}_i \tilde{d}_k^* z_i^* z_k C_{a,i-k} e^{j2\pi(i-k)\tilde{v}} = \sum_{i=1}^L |\tilde{d}_i|^2 |z_i|^2 C_{a,0} + 2 \sum_{k=1}^{L-1} C_{a,k} \Re \left\{ e^{-j2\pi k \tilde{v}} \sum_{i=1}^{L-k} z_i^* z_{i+k} \tilde{d}_i \tilde{d}_{i+k}^* \right\} \quad (2.6)$$

Come è agevole constatare, la ricerca esaustiva del massimo della (2.6) al variare di $\tilde{\nu}$ e $\tilde{\mathbf{A}}$ presenta una complessità notevole anche per piccoli valori di L . Pertanto, tenendo conto che il nostro reale interesse non è la stima dei simboli ma quella del solo parametro $\tilde{\nu}$, conviene fare ricorso a più semplici tecniche di massimizzazione “approssimata” della metrica (2.6), una delle quali viene adesso brevemente delineata.

Si comincia con l’osservare che, sotto le seguenti ipotesi: *i*) assenza di rumore, *ii*) effetto del fading trascurabile, *iii*) effetto dell’offset di frequenza trascurabile sull’intero intervallo di osservazione, tenendo conto della (2.1), sarebbe possibile scrivere:

$$z_i^* z_{i+k} \approx |d_i d_{i+k}| e^{-j[\arg\{d_i\} - \arg\{d_{i+k}\}]} \quad (2.7)$$

dove la differenza tra i due argomenti visibile all’esponente assume valori in un insieme finito, costituito da tutte le possibili fasi differenziali tra due diversi simboli d_i .

Ad esempio, per simboli entrambi appartenenti alla modulazione 4-QAM tale insieme contiene i valori $\{-\pi/2, 0, \pi/2, \pi\}$ (ridotti all’intervallo $(-\pi, \pi]$).

Si osserva inoltre che la prima sommatoria a secondo membro della (2.6) non dipende da $\tilde{\nu}$ e che inoltre, invocando un principio di ergodicità, essa è tanto più debolmente dipendente dall’effettiva sequenza dei simboli quanto più lungo è il vettore osservato.

Quest’ultimo argomento suggerisce che la metrica da massimizzare possa essere correttamente rappresentata dal solo secondo termine a secondo membro della (2.6):

$$(\hat{\nu}, \hat{\mathbf{A}}) \approx \arg \max_{(\tilde{\nu}, \tilde{\mathbf{A}})} \left\{ \sum_{k=1}^{L-1} C_{a,k} \Re \left\{ e^{-j2\pi k \tilde{\nu}} \sum_{i=1}^{L-k} z_i^* z_{i+k} \tilde{d}_i \tilde{d}_{i+k}^* \right\} \right\} \quad (2.8)$$

Inoltre la (2.6) e le relative osservazioni suggeriscono di sostituire i prodotti $\tilde{d}_i \tilde{d}_{i+k}^*$ tra simboli di tentativo nella (2.8) con degli pseudo-simboli $\beta_{i,i+k}$ usando con le seguenti regole:

- il modulo di $\beta_{i,i+k}$ si sceglie pari al modulo del prodotto tra i corrispondenti campioni osservati:

$$|\beta_{i,i+k}| = |z_i^* z_{i+k}| \quad (2.9)$$

• per quanto riguarda la fase, si considerano tre casi separatamente:

a) se **entrambi** i simboli sono **informativi**, si assume l'opposto della fase di $z_i^* z_{i+k}$ approssimata (quantizzata) al valore più vicino nell'insieme delle fasi differenziali tra simboli 4-QAM:

$$\arg\{\beta_{i,i+k}\} = -Q\left(\arg\{z_i^* z_{i+k}\}\right) \quad (2.10)$$

dove l'operatore $Q(\cdot)$ indica appunto la suddetta quantizzazione.

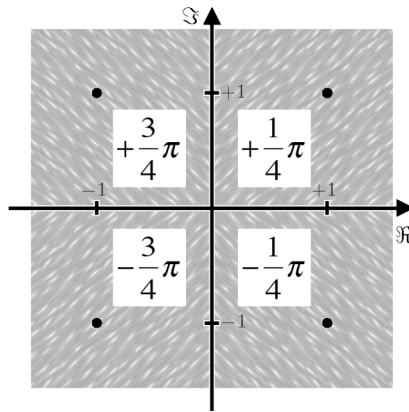


Fig.2.2.1 – Zone di quantizzazione configurazione “4-QAM”.

b) se **uno solo** dei simboli, ad esempio d_i , è un **pilota**, l'argomento viene scelto uguale all'opposto dell'argomento di z_{i+k} , quantizzato al valore più vicino nell'insieme dei possibili argomenti della costellazione 4-QAM:

$$\arg\{\beta_{i,i+k}\} = -Q\left(\arg\{z_{i+k}\}\right) \quad (2.11)$$

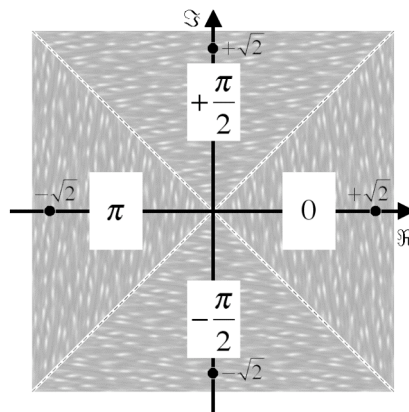


Fig.2.2.2 – Zone di quantizzazione configurazione “QPSK”.

b) se entrambi i simboli sono pilota l'argomento viene posto pari a zero:

$$\arg\{\beta_{i,i+k}\} = 0 \quad (2.12)$$

Una volta effettuate le suddette sostituzioni, che possono essere interpretate, almeno per quanto riguarda gli argomenti, come delle vere e proprie **pre-decisioni** grossolane sui prodotti tra simboli d_i , la metrica così modificata risulta funzione del solo parametro $\tilde{\nu}$ e quindi può essere facilmente massimizzata con tecniche standard. Si osserva anche che le suddette operazioni di sostituzione comportano una complessità di calcolo molto ridotta rispetto alla ricerca esaustiva del massimo della metrica, implicita nella (2.6) o nella (2.8). La nuova strategia diviene quindi:

$$\hat{\nu} \approx \arg \max_{\tilde{\nu}} \left\{ \sum_{k=1}^{L-1} C_{a,k} \Re \left\{ e^{-j2\pi k \tilde{\nu}} \sum_{i=1}^{L-k} z_i^* z_{i+k} \beta_{i,i+k} \right\} \right\} \quad (2.13)$$

Si osserva che la sostituzione dei prodotti $\tilde{d}_i \tilde{d}_{i+k}^*$ con i $\beta_{i,i+k}$, con particolare riguardo agli argomenti, conduce a risultati tanto più affidabili quanto minore è il valore di k , ovvero quanto più piccola è la distanza temporale (in intervalli di simbolo) che separa i campioni z_i e z_{i+k} . Infatti in tal caso l'effetto di decorrelazione, ascrivibile al *fading*, tra i due suddetti campioni è verosimilmente minimo. Ciò suggerisce di modificare ulteriormente la metrica da massimizzare, come segue:

$$\hat{\nu}_{MIX} \approx \arg \max_{\tilde{\nu}} \left\{ \sum_{k=1}^M C_{a,k} \Re \left\{ e^{-j2\pi k \tilde{\nu}} \sum_{i=1}^{L-k} z_i^* z_{i+k} \beta_{i,i+k} \right\} \right\} \quad (2.14)$$

dove il limite superiore della prima sommatoria è stato posto pari a M , essendo $M \leq L-1$ un parametro di progetto da adattare alle caratteristiche del segnale (ad esempio, numero dei simboli della costellazione) e del canale (*Doppler spread*).

Si osserva che la stima della fase differenziale, da effettuarsi in accordo alla (2.10) o (2.11), tra campioni distanti più di un intervallo di simbolo potrebbe essere ottenuta dalle stime relative a campioni più vicini; ad esempio, il termine $z_1^* z_3$ può essere pensato scomposto nel prodotto tra due prodotti relativi a coppie di campioni più vicini:

$$z_1^* z_3 = \frac{z_1^* z_2 z_2^* z_3}{|z_2|^2} \quad (2.15)$$

e quindi la stima della fase differenziale tra i simboli d_1 e d_3 potrebbe essere ottenuta combinando le stime delle fasi differenziali relative ai prodotti $z_1^* z_2$ e $z_2^* z_3$; queste ultime stime sono verosimilmente più affidabili, in considerazione della presenza del fading, essendo relative a coppie di campioni tra loro più vicini.

Un'altra possibile modifica della strategia (2.14) consiste nel ricorso ad un approccio di tipo iterativo, come segue: si effettua una prima stima di ν assumendo $M = 1$ nella (2.14):

$$\hat{\nu}^{(1)} \approx \arg \max_{\hat{\nu}} \left\{ C_{a,1} \Re \left\{ e^{-j2\pi\hat{\nu}} \sum_{i=1}^{L-1} z_i^* z_{i+1} \beta_{i,i+1} \right\} \right\} \quad (2.16)$$

che conduce alla stima in forma esplicita:

$$\hat{\nu}^{(1)} = \frac{1}{2\pi} \arg \left\{ C_{a,1} \sum_{i=1}^{L-1} z_i^* z_{i+1} \beta_{i,i+1} \right\} \quad (2.17)$$

la quale, si nota, non dipende più dalla conoscenza delle statistiche del fading.

Il passo successivo consiste nel sostituire $\hat{\nu}^{(1)}$ nella stessa metrica (2.14) dove si pone $M = 2$, e di stimare una correzione di seconda iterazione per la stima di ν :

$$\delta\hat{\nu}^{(1)} \approx \arg \max_{\hat{\nu}} \left\{ \sum_{k=1}^2 C_{a,k} \Re \left\{ e^{-j2\pi k(\hat{\nu}^{(1)} + \delta\hat{\nu}^{(1)})} \sum_{i=1}^{L-1} z_i^* z_{i+k} \beta_{i,i+k} \right\} \right\} \quad (2.18)$$

dalla quale si ottiene la stima di seconda iterazione:

$$\hat{\nu}^{(2)} = \hat{\nu}^{(1)} + \delta\hat{\nu}^{(1)} \quad (2.19)$$

che si sostituisce nella (2.14) con $M=3$, e così via. È intuitivo che esista un valore di M , dipendente dalla modulazione e dalla *banda* del *fading*, oltre il quale la stima non può più essere migliorata.

Tale valore deve essere individuato per simulazione.

2.3 STIMATORE A MASSIMA VEROSIMIGLIANZA PILOT AIDED (P-A)

Indichiamo con L la lunghezza del *burst* in intervalli di segnalazione e con P il numero di simboli pilota. Definiamo la matrice \mathbf{S} di dimensione $P \times L$ descrittiva delle *posizioni* dei simboli pilota, nella quale la i -esima riga è associata all' i -esimo simbolo pilota nel j -esimo intervallo di segnalazione ed è costituita da L zeri ad eccezione dell'elemento in corrispondenza della j -esima colonna, che è posto a 1. Si riporta un esempio con un *burst* $\{L = 12 ; p = 4 - \text{equispaziati}\}$, come in Fig.2.3.1



Fig.2.3.1 – *Burst* $\{L = 12 ; P = 4 - \text{equispaziati}\}$

la cui matrice \mathbf{S} diviene quindi

$$\mathbf{S} \triangleq \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Si definisce la matrice diagonale $\mathbf{\Omega}(v)$ di dimensione $L \times L$

$$\mathbf{\Omega}(v) \triangleq \text{diag}\{1, e^{j2\pi v}, \dots, e^{j2\pi(L-1)v}\} \quad (2.20)$$

Il vettore \mathbf{z}_p di dimensione $P \times 1$ dei campioni osservati all'uscita del filtro adattato relativi ai simboli pilota, dopo aver rimosso la modulazione, può essere scritto come

$$\mathbf{z}_p = \mathbf{\Gamma}(v)\mathbf{\alpha}_p + \mathbf{n}_p \quad (2.21)$$

dove $\mathbf{\Gamma}(v)$ è una matrice diagonale $P \times P$ che si può ottenere dalla $\mathbf{\Omega}(v)$ come *riduzione* tramite la \mathbf{S}

$$\mathbf{\Gamma}(v) \triangleq \mathbf{S}\mathbf{\Omega}(v)\mathbf{S}^T \quad (2.22)$$

sopprimendone le righe e le colonne di posto corrispondente ai simboli informativi; $\mathbf{\alpha}_p$ rappresenta il vettore $P \times 1$ dei campioni di *fading* associati ai simboli pilota del *burst*

$$\mathbf{h} \triangleq \mathbf{S}\mathbf{\alpha} \quad (2.23)$$

essendo $\mathbf{\alpha}$ il vettore di *fading* globale di dimensione $L \times 1$.

Indicando con $\mathbf{C}_{\alpha_p} = \mathbb{E}\{\boldsymbol{\alpha}_p \boldsymbol{\alpha}_p^H\}$, di dimensione $P \times P$, la matrice di covarianza di $\boldsymbol{\alpha}_p$ si vede che anch'essa può essere ottenuta dalla matrice di covarianza di $\boldsymbol{\alpha}$ attraverso l'applicazione della \mathbf{S}

$$\mathbf{C}_{\alpha_p} = \mathbb{E}\{(\mathbf{S}\boldsymbol{\alpha})(\mathbf{S}\boldsymbol{\alpha})^H\} = \mathbb{E}\{\mathbf{S}\boldsymbol{\alpha}\boldsymbol{\alpha}^H\mathbf{S}^H\} = \mathbf{S}\mathbb{E}\{\boldsymbol{\alpha}\boldsymbol{\alpha}^H\}\mathbf{S}^H = \mathbf{S}\mathbf{C}_\alpha\mathbf{S}^H \quad (2.24)$$

Infine il termine \mathbf{n}_p presente nella (2.21) denota il vettore $P \times 1$ dei campioni di rumore, gaussiani, indipendenti, a media nulla e varianza σ_n^2 , associati alle posizioni dei simboli pilota nel *burst*.

Da tali ipotesi sul rumore e ricordando che anche il *fading* è gaussiano e a media nulla, la funzione di **verosimiglianza** per la stima di ν dato l'osservato \mathbf{z}_p si può scrivere come [Cfr. 5, § 15.7]

$$\Lambda(\mathbf{z}_p | \tilde{\nu}) = \exp\left\{-\frac{1}{\sigma_n^2} \mathbf{z}_p^H \mathbf{C}_{z_p}^{-1}(\tilde{\nu}) \mathbf{z}_p\right\} \quad (2.25)$$

dove $\mathbf{C}_{z_p}(\tilde{\nu})$ è la matrice di covarianza di \mathbf{z}_p dato $\nu = \tilde{\nu}$, vale a dire

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_{z_p}(\tilde{\nu}) &= \mathbb{E}\left\{\left[\Gamma(\tilde{\nu})\boldsymbol{\alpha}_p + \mathbf{n}_p\right]\left[\Gamma(\tilde{\nu})\boldsymbol{\alpha}_p + \mathbf{n}_p\right]^H\right\} = \Gamma(\tilde{\nu})\mathbb{E}\{\boldsymbol{\alpha}_p \boldsymbol{\alpha}_p^H\}\Gamma^H(\tilde{\nu}) + \mathbb{E}\{\mathbf{n}_p \mathbf{n}_p^H\} \\ &\Rightarrow \mathbf{C}_{z_p}(\tilde{\nu}) = \Gamma(\tilde{\nu})\mathbf{C}_{\alpha_p}\Gamma^H(\tilde{\nu}) + \sigma_\alpha^2 \mathbf{I}_P \end{aligned} \quad (2.26)$$

dove \mathbf{I}_P indica la matrice unitaria di dimensione $P \times P$. Notando che $\forall \tilde{\nu} : \Gamma(\tilde{\nu})\Gamma^H(\tilde{\nu}) = \mathbf{I}_P$, vale

$$\mathbf{C}_{z_p}(\tilde{\nu}) = \Gamma(\tilde{\nu})\left[\mathbf{C}_{\alpha_p} + \sigma_\alpha^2 \mathbf{I}_P\right]\Gamma^H(\tilde{\nu}) \quad (2.27)$$

Calcolando l'inversa della (2.27) si ha

$$\mathbf{C}_{z_p}^{-1}(\tilde{\nu}) = \left[\Gamma^H(\tilde{\nu})\right]^{-1} \left[\mathbf{C}_{\alpha_p} + \sigma_\alpha^2 \mathbf{I}_P\right]^{-1} \Gamma^{-1}(\tilde{\nu}) = \Gamma(\tilde{\nu})\left[\mathbf{C}_{\alpha_p} + \sigma_\alpha^2 \mathbf{I}_P\right]^{-1} \Gamma^H(\tilde{\nu}) \quad (2.28)$$

Pertanto, ricordando la (2.25), l'algoritmo MLE è definito dalla strategia

$$\boxed{\hat{\nu}_{P-A} = \arg \max_{\tilde{\nu}} \left\{ \Lambda(\mathbf{z}_p | \tilde{\nu}) \right\} = \arg \min_{\tilde{\nu}} \left\{ \mathbf{z}_p^H \Gamma(\tilde{\nu}) \left[\mathbf{C}_{\alpha_p} + \sigma_\alpha^2 \mathbf{I}_P \right]^{-1} \Gamma^H(\tilde{\nu}) \mathbf{z}_p \right\}} \quad (2.29)$$

A questa stima faremo riferimento nel capitolo successivo, nella valutazione delle prestazioni dello stimatore proposto e implementato via *software*, confrontandone la **bontà** con quella dello stimatore $\hat{\nu}_{MIX}$ in termini di errore quadratico medio.

3.1 DESCRIZIONE DEL SIMULATORE

Riprendiamo quanto descritto nel Cap.1 ma facendo esplicito riferimento all'implementazione via software del simulatore "MIX". Innanzitutto si illustra la tecnica con la quale viene costruito il *burst*. Nel caso di simboli pilota distribuiti singolarmente ed equispaziati, sarebbe sufficiente fissare il parametro N_P (che indica il numero complessivo di pilota nel *burst*) e la loro spaziatura. Se però si vogliono inserire simboli pilota ancora equispaziati ma disposti a gruppetti fra i dati o allocarli tutti all'inizio del *burst* (soluzione a *preambolo*), conviene far ricorso ad un gruppo base ciclico (*pattern*) che viene ripetuto lungo tutto il *burst*. Il *pattern* è definito dai seguenti *parametri*:

- $N_{PB} \equiv$ numero di simboli *pilota* nel *pattern*;
- $\Delta P \equiv$ lunghezza del *pattern* (in simboli).

Il *burst* è costruito secondo la seguente procedura:

- Si fissa la lunghezza L del *burst*
- Si fissa H (es. *overhead* 25% $\Rightarrow H = 1/4$)
- Si fissa N_{PB}

$$\frac{x}{L} = H \Rightarrow x = L \cdot H \quad , \quad y \cdot N_{PB} = x \Rightarrow y = \frac{x}{N_{PB}} \quad , \quad \Delta P = \frac{L}{y} \in \text{Intero} \Rightarrow \boxed{(N_{PB} , \Delta P)}$$

Nella relazione di cui sopra, x corrisponde al *numero totale* di simboli pilota nel *burst*, che si ricava una volta fissati L e H . Conoscendo x possiamo quindi calcolare la lunghezza ΔP del *pattern*, che deve essere un numero intero e che può anche essere interpretata come una *spaziatura* fra simboli allocati nella medesima posizione (es. il 1° e il 6° simbolo nel *burst* di Fig.3.1.1) su *pattern* adiacenti.

Qui di seguito si riporta in Fig.3.1.1 un *burst* caratterizzato dal *pattern* di parametri $N_{PB}=2$ e $\Delta P=5$:



P=Pilota; D=Payload

Fig.3.1.1 – *Struttura del Burst con Pattern (2,5).*

Passiamo ora alla descrizione del canale. $\alpha(t)$ è simulato come processo Gaussiano stazionario a media nulla, con densità spettrale di potenza costante e con estremi di banda pari a $\pm f_w$ tramite l'utilizzo di un filtro passa-basso di *Butterworth*, il cui andamento qualitativo è riportato in Fig.3.1.2

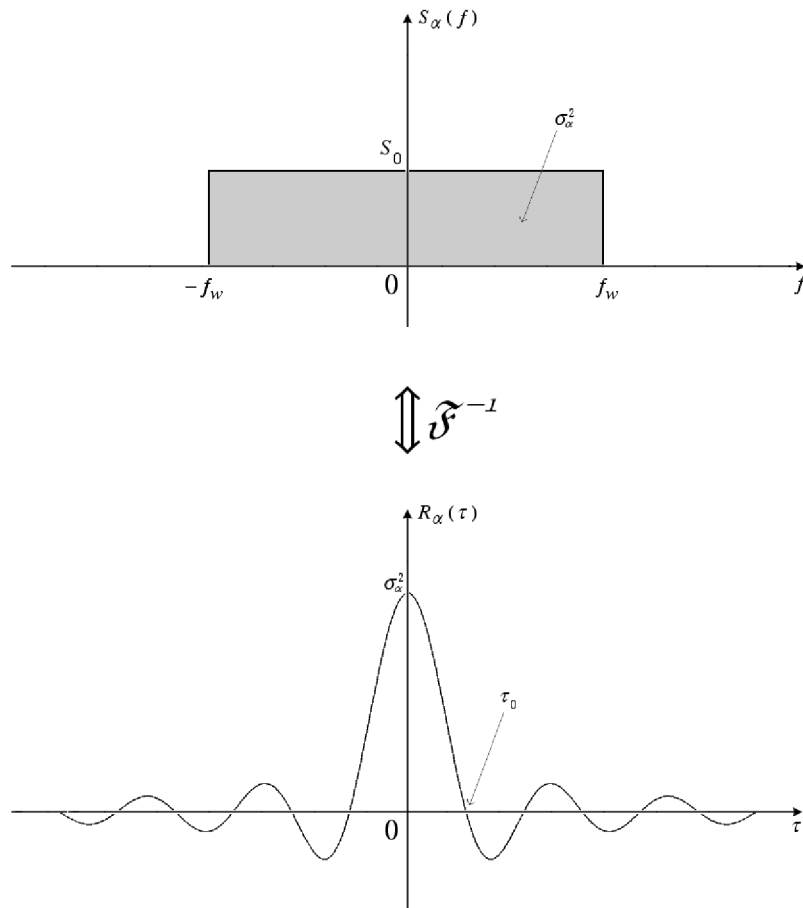


Fig.3.1.2 – Densità Spettrale vs Autocorrelazione di $\alpha(t)$.

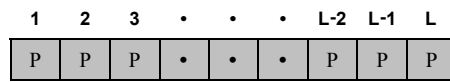
Analiticamente $S_\alpha(f)$ è legata a $R_\alpha(\tau)$ tramite trasformata di Fourier:

$$S_\alpha(f) = \mathcal{F} \left\{ R_\alpha(\tau) = \sigma_\alpha^2 \text{sinc}(f_w \tau) = \frac{\text{sen}(2\pi f_w \tau)}{2\pi f_w \tau} \right\} = S_0 \text{rect} \left[\frac{f}{2f_w} \right]$$

È opportuno sottolineare che, $\frac{1}{2} S_\alpha(f)$ è la *DSP* delle componenti $\{I, Q\}$ del processo di distorsione moltiplicativa $\alpha(t)$ che, essendo stazionario almeno in senso lato vale $S_\alpha^I(f) = S_\alpha^Q(f) = \frac{1}{2} S_\alpha(f)$

3.2 CANALE GAUSSIANO

Si considera canale *AWGN* con *burst* di lunghezza L costituito da tutti simboli pilota ($H=100\%$), *offset* di frequenza $\nu = 0.02$ ed intervallo di ricerca $\Omega = [-0.1, 0.1]$. Nella simulazione si generano 1000 *burst* rispettivamente di $L=100$ e $L=1000$ simboli. Il parametro M è fissato a $1 \div 6$. Di seguito si riporta in Fig.3.2.1 la struttura del *burst* (con *overhead* del 100% il *pattern* stesso costituisce l'intero *burst*) mentre in Figg.3.2.2/3 si mostra l'andamento del *Mean Square Error* (*MSE*) in funzione del rapporto segnale-rumore E_S/N_0



P=Pilota

Fig.3.2.1 – Struttura del Pattern (L,L).

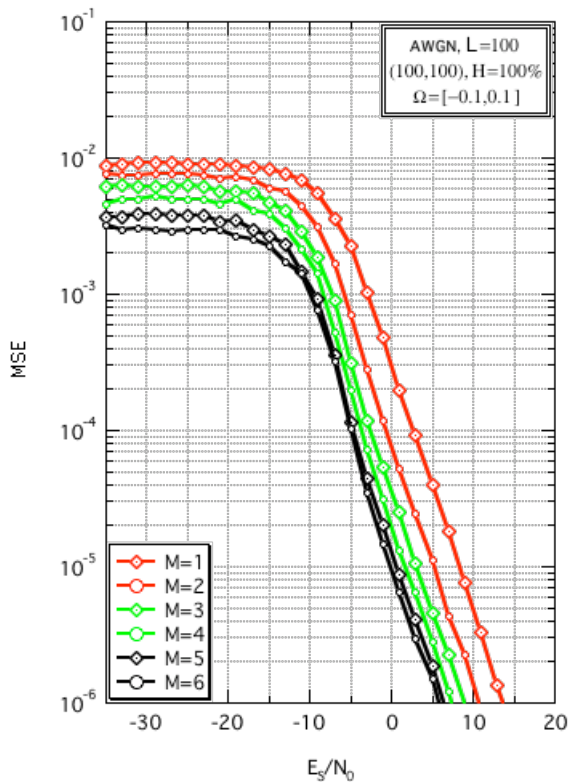


Fig.3.2.2 – *MSE* vs E_S/N_0 con Pattern (100,100).

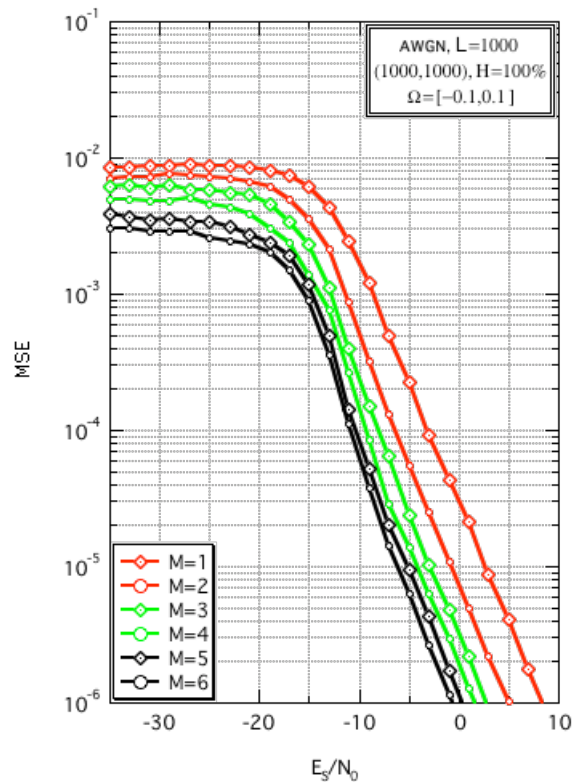


Fig.3.2.3 – *MSE* vs E_S/N_0 con Pattern (1000,1000).

È evidente come all'aumentare della lunghezza L del *burst* le prestazioni migliorino e questo è in accordo con la ben nota proprietà di consistenza dello stimatore a massima verosimiglianza.

Si nota anche la dipendenza dell' MSE dal parametro di progetto M , in particolare si vede che le prestazioni vanno via via migliorando col crescere di M : questo non ci deve sorprendere visto e considerato che essendo il canale $AWGN$, i campioni dell'osservato sono fra di loro del tutto correlati (non si risente dell'effetto di decorrelazione del canale tipico del fading tempo-selettivo).

Resta infine da notare come mai per SNR molto bassi, le prestazioni non tendano al valore di MSE di una distribuzione uniforme su intervallo $\Omega = [-0.1, 0.1]$?! Ci si aspetterebbe infatti un valore pari a $\mathbb{E}\{v^2\} = \frac{1}{3}10^{-2}$ che si può ricavare sostituendo $b = -a$ nella relazione (3.1) con $a = -0.1$

$$\mathbb{E}\{v^2\} = \int_{-\infty}^{+\infty} v^2 f(v) dv = \frac{1}{b-a} \int_a^b v^2 dv = \frac{1}{3} \frac{b^3 - a^3}{b-a} = \frac{1}{3}(b^2 + ab + a^2) \quad (3.1)$$

In questo caso l'approssimazione fatta nella (2.7) non è più valida e dato che siamo in presenza di rumore e con un livello di molto maggiore di quello del segnale utile, la (2.7) si modifica nella (3.2)

$$z_i^* z_{i+k} \simeq n_i^* n_{i+k} \quad (3.2)$$

La fase su cui lavora lo stimatore di frequenza non è quindi distribuita uniformemente tra $(-\pi, \pi]$, bensì come una delta centrata nell'origine, in accordo con la relazione (3.3)

$$\arg\{z_i^* z_{i+k} \beta_{i,i+k}\} = \arg\{z_i^* z_{i+k}\} - Q\left(\arg\{z_i^* z_{i+k}\}\right) \simeq 0 \quad (3.3)$$

Esprimendo la quantità complessa $z_i^* z_{i+k} \beta_{i,i+k}$ della (2.13) in modulo e fase, vale l'approssimazione

$$z_i^* z_{i+k} \beta_{i,i+k} = |z_i^* z_{i+k} \beta_{i,i+k}| \exp\left\{\arg\{z_i^* z_{i+k} \beta_{i,i+k}\}\right\} \simeq |z_i^* z_{i+k} \beta_{i,i+k}| \quad (3.4)$$

per cui sostituendo la (3.4) nella strategia (2.13) che governa lo stimatore MIX, si conclude che

$$\hat{v} \simeq \arg \max_{\hat{v}} \left\{ \sum_{k=1}^{L-1} C_{a,k} \Re \left\{ e^{-j2\pi k \hat{v}} \sum_{i=1}^{L-k} |z_i^* z_{i+k} \beta_{i,i+k}| \right\} \right\} \Rightarrow \hat{v} = 0 \quad (3.5)$$

In definitiva quando il rapporto segnale-rumore è molto basso, dalla (3.5) è evidente come lo stimatore MIX restituisca praticamente sempre stima nulla dell'*offset* di frequenza.

3.3 CANALE TEMPO-SELETTIVO

Si considera canale con fading avente 2 valori di banda *doppler*: $f_w = \{0.01, 0.06\}$, *offset* di frequenza $\nu = 0.02$ ed intervallo di ricerca $\Omega = [-0.1, 0.1]$. Nella simulazione si generano 20000 *burst* di lunghezza $L=100$ simboli. Il parametro M è fissato a $1 \div 3$. Analizziamo il caso con *overhead* $H=10\%$ e *pattern* (1,10) come riportato in Fig.3.3.1. Nelle Figg.3.3.2/3 si mostra per le due bande *doppler* considerate l'andamento del *Mean Square Error* (MSE) in funzione del rapporto segnale-rumore E_S/N_0

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P	D	D	D	D	D	D	D	D	D

P=Pilota; **D**=Payload

Fig.3.3.1 – Struttura del Pattern (1,10).

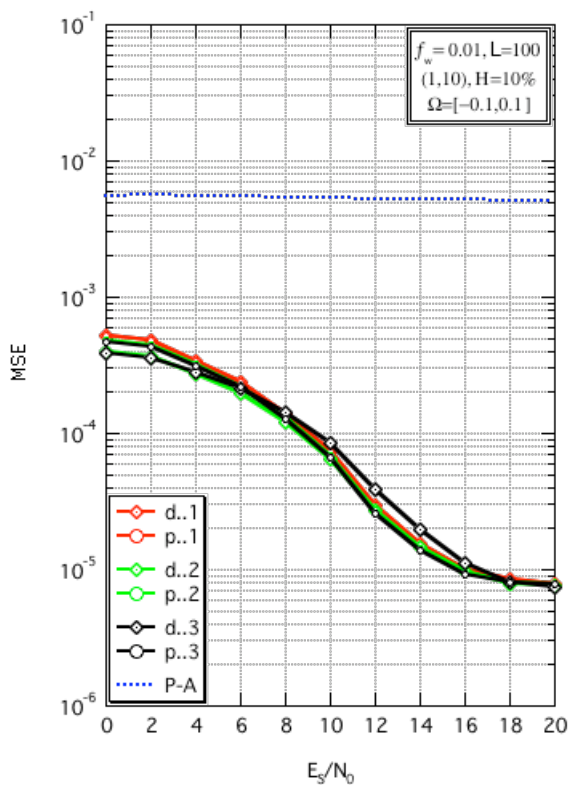


Fig.3.3.2 – MSE vs E_S/N_0 con Pattern (1,10) e $f_w=0.01$.

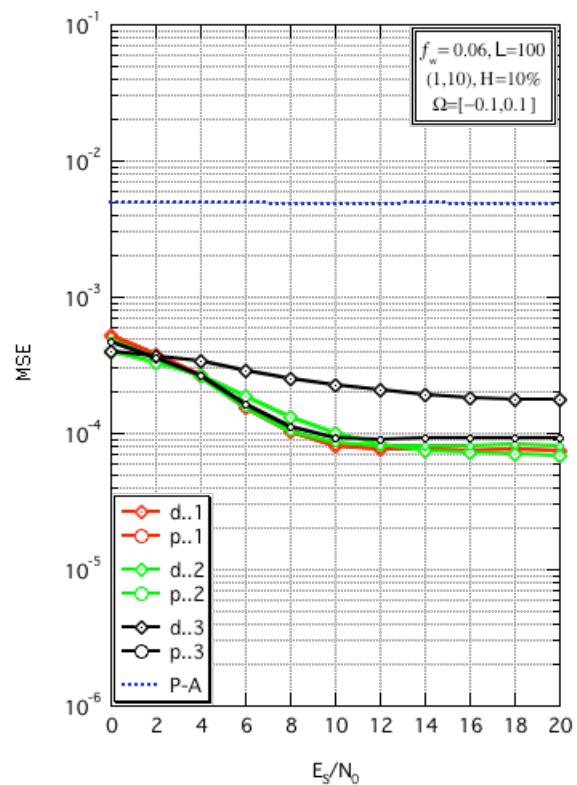


Fig.3.3.3 – MSE vs E_S/N_0 con Pattern (1,10) e $f_w=0.06$.

In riferimento alla (2.15) si indica con d.M l'approccio a salto diretto fra simboli mentre con p.M l'approccio a paia di simboli alla volta; con la sigla P-A ci riferiamo allo stimatore MLE Pilot-Aided. Dalle Figg.3.3.2/3 si osserva come lo stimatore MIX in tutte le varie configurazioni sia d.M che p.M abbia prestazioni nettamente superiori a quelle dello stimatore P-A in entrambe le bande *doppler*.

Questo perché il P-A lavorando solo sui simboli pilota, è svantaggiato rispetto al MIX che invece sfrutta sia i simboli pilota che i dati. Per quanto riguarda l'approccio diretto rispetto al paia, è altresì evidente come il p..M funzioni meglio del d..M, specialmente per $M=3$ (con $M=1$ i due approcci sono indifferenti). Questo è giustificato dal fatto che i campioni presi a paia hanno correlazione maggiore rispetto a quelli presi a salto diretto, come era già stato fatto notare nel Cap.2. Dalla Fig.3.3.3 si evince come per $M=3$, sia addirittura necessario lavorare con l'approccio a paia, perché il fading è già abbastanza veloce da scorrelare campioni che siano distanti più di due intervalli di simbolo. Dalla Fig.3.3.2 si può quantificare in circa 1.5÷2 dB il guadagno conseguito fra il p..3 e il d..3.

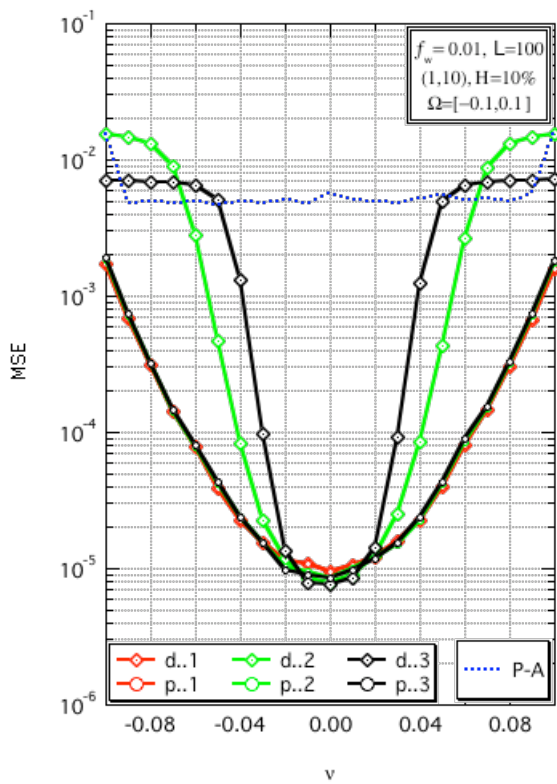


Fig.3.3.4 – MSE vs v con Pattern (1,10) e $f_w=0.01$.

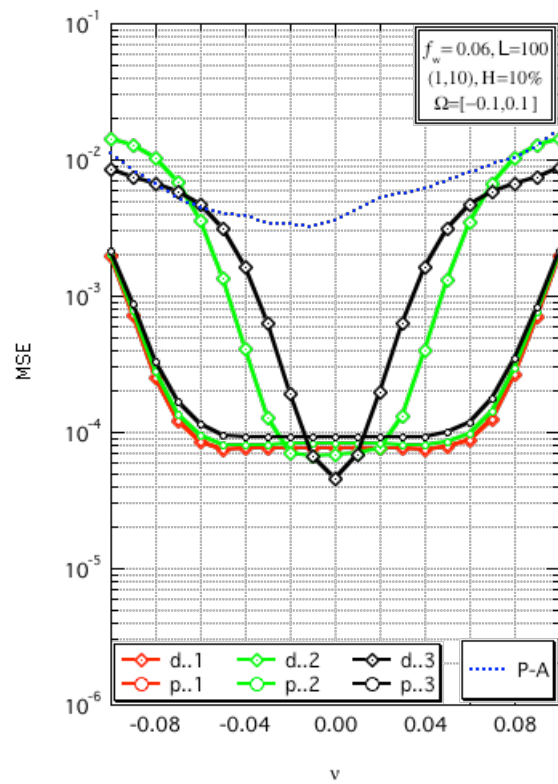


Fig.3.3.5 – MSE vs v con Pattern (1,10) e $f_w=0.06$.

È interessante analizzare su che intervallo di *offset* v lo stimatore MIX fornisce **buone** prestazioni. In Fig.3.3.4/5 si riportano gli andamenti di MSE a SNR=15 dB, in funzione dell'*offset* di frequenza esteso fra $v \in [-0.1, 0.1]$. Anche qui si vede come lo stimatore MIX abbia prestazioni tali da soverchiare quelle del P-A il quale con questa configurazione di *pattern* non funziona per nessun v . Da queste figure si può inoltre rilevare come l'approccio a paia sia parecchio migliore di quello a salto diretto già per $M \geq 2$, dando prestazioni pressoché costanti e pari a $1 \cdot 10^{-5}$ su $v \in [-0.02, 0.02]$ nel caso di $f_w=0.01$ e pari a $1 \cdot 10^{-4}$ su $v \in [-0.06, 0.06]$ nel caso di $f_w=0.06$.

Passiamo ora a considerare le simulazioni con *overhead* $H=20\%$ e precisamente con *pattern* (1,5)

1	2	3	4	5
P	D	D	D	D

P=Pilota; **D**=Payload

Fig.3.3.6 – *Struttura del Pattern (1,5).*

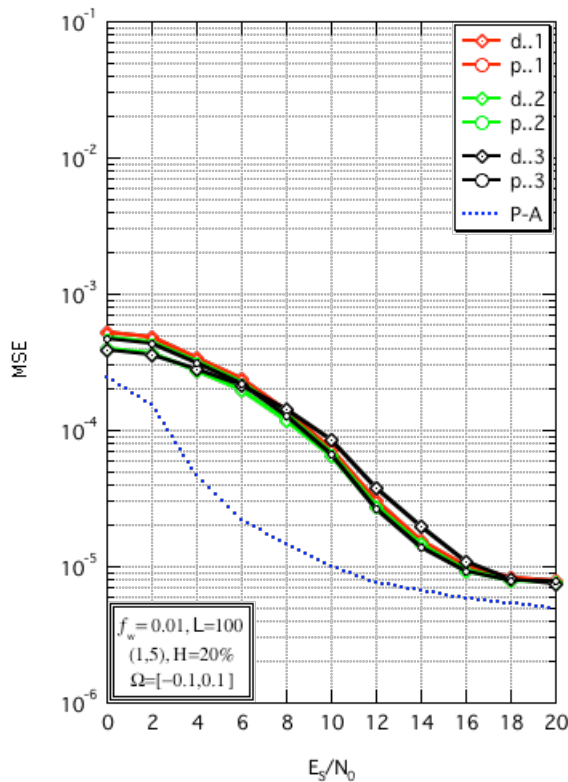


Fig.3.3.7 – *MSE vs E_S/N_0 con Pattern (1,5) e $f_w=0.01$.*

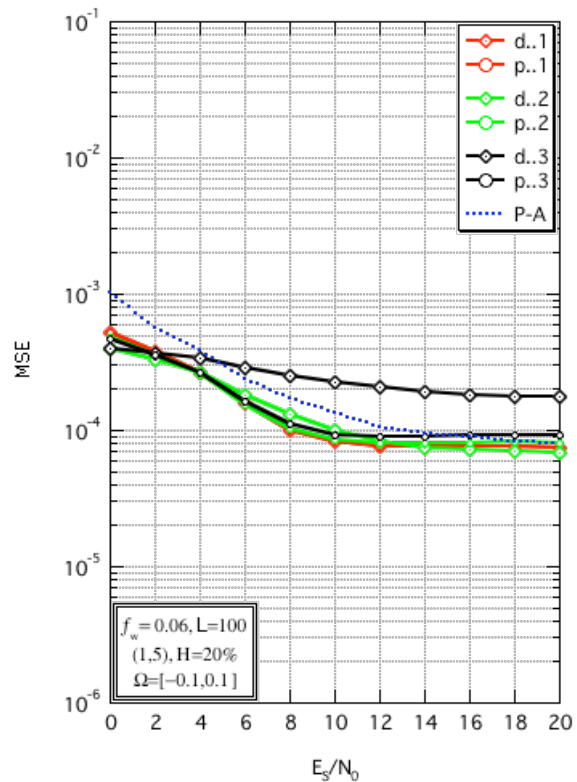


Fig.3.3.8 – *MSE vs E_S/N_0 con Pattern (1,5) e $f_w=0.06$.*

Dalla Fig.3.3.7 si nota come lo stimatore P-A fornisca prestazioni decisamente superiori a quelle del MIX con *doppler* 0.01. Questo è dovuto al fatto che i simboli pilota sono disposti più fittamente rispetto al caso (1,10) ed il P-A essendo uno stimatore ottimo ne trae vantaggio rispetto al MIX. Passando però al canale veloce, si vede dalla Fig.3.3.8 come nuovamente il MIX funzioni meglio del P-A (anche se in questo caso per alti SNR le prestazioni sono praticamente le stesse in entrambi i metodi). La ragione di questo sta nell'effetto di decorrelazione che il canale introduce tra i pilota successivi. Il MIX lavorando anche con i dati, riesce a seguir meglio le variazioni del canale. Anche con questa configurazione di pattern si rileva come l'approccio a paia funzioni meglio del diretto in particolare per SNR medio-alti. Nuovamente si vede che per fading veloce, l'approccio a paia si rende necessario per far fronte alla decorrelazione sui simboli lavorando con $M=3$.

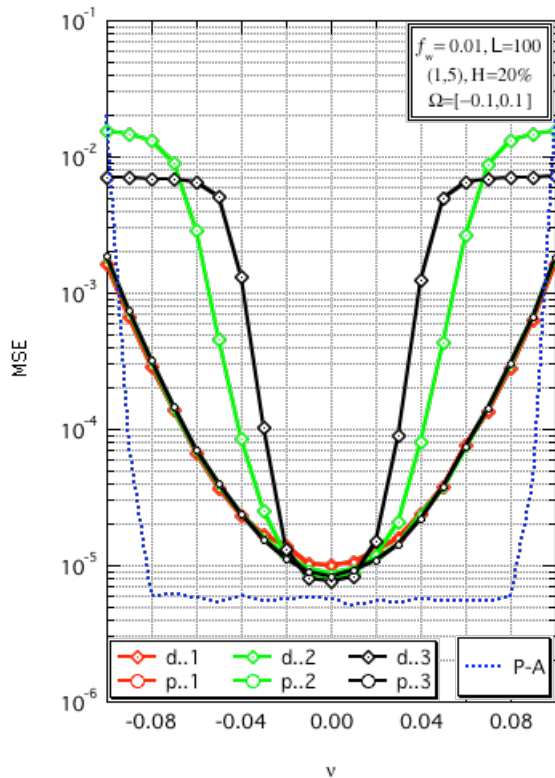


Fig.3.3.9 – MSE vs ν con Pattern (1,5) e $f_w=0.01$.

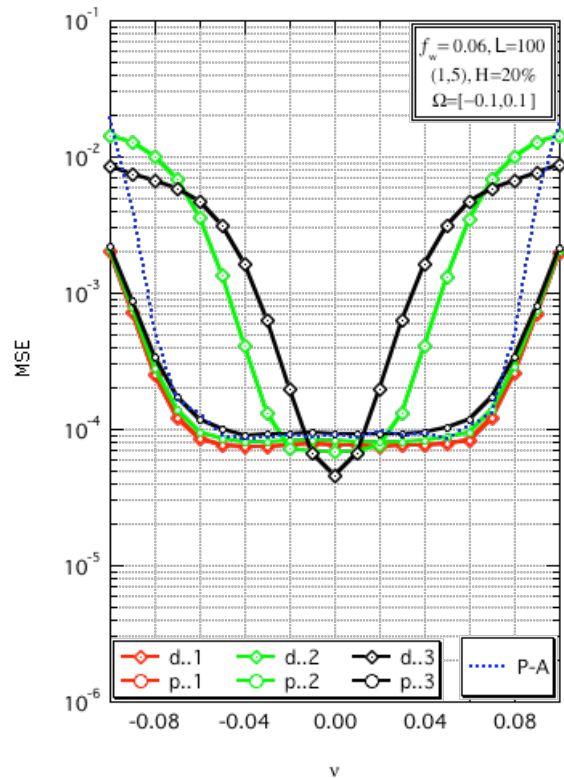
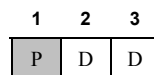


Fig.3.3.10 – MSE vs ν con Pattern (1,5) e $f_w=0.06$.

Andiamo ad analizzare le prestazioni degli stimatori per SNR=15 dB e *offset* di frequenza variabile. Con *doppler* 0.01 è evidente dalla Fig.3.3.9 che lo stimatore P-A fornisca prestazioni buone entro quasi tutto il range considerato, a differenza del MIX che invece funziona bene entro un intervallo ristretto. Con fading 0.06 si vede dalla Fig.3.3.10 che le prestazioni del P-A e del MIX con approccio a paia sono sostanzialmente le stesse. In entrambi i canali si nota il vantaggio con l'approccio a paia rispetto al diretto avendo quest'ultimo prestazioni accettabili su intervallo di frequenza molto ridotto.

Consideriamo il caso con *overhead* H=33% e *pattern* (1,3) che si riporta nella seguente Fig.3.3.11



P=Pilota; D=Payload

Fig.3.3.11 – Struttura del Pattern (1,3).

Dalle successive Figg.3.3.12/13 si incomincia ad evidenziare in maniera più marcata come l'aumento del parametro M porti ad un miglioramento delle prestazioni. Questo fenomeno è tanto più visibile quanto maggiore è l'*overhead* introdotto e sarà ancora più evidente analizzando il caso (9,10).

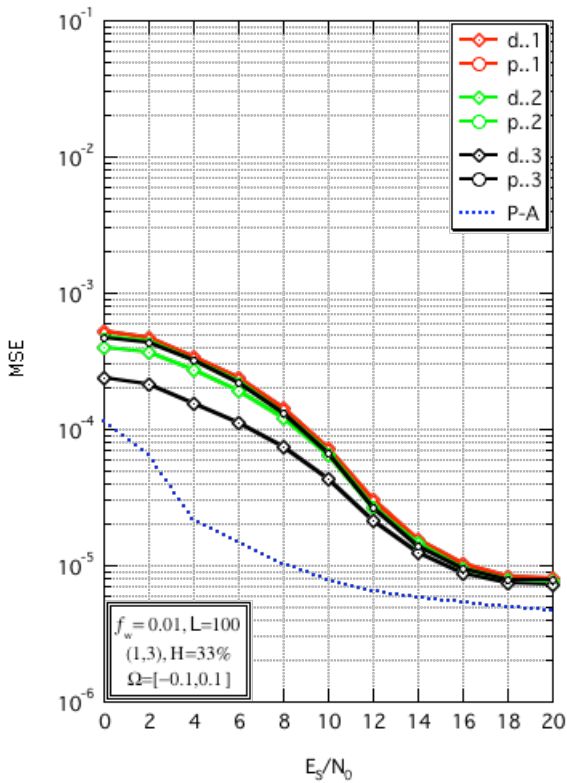


Fig.3.3.12 – MSE vs E_S/N_0 con Pattern (1,3) e $f_w=0.01$.

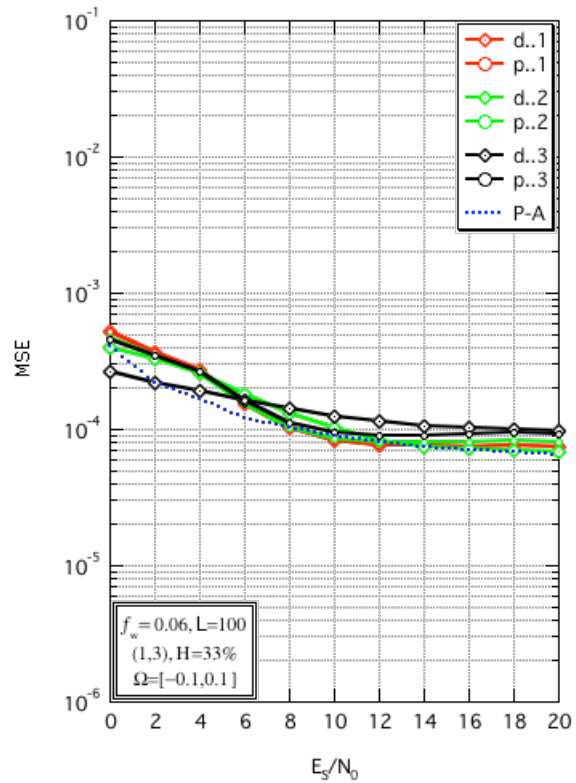


Fig.3.3.13 – MSE vs E_S/N_0 con Pattern (1,3) e $f_w=0.06$.

Questo è un caso di interesse soprattutto teorico, visto e considerato che con overhead del 33% si ha un'efficienza informativa già inaccettabile per le tipiche applicazioni di Radiocomunicazioni. Dalla Fig.3.3.12 si riconferma quanto visto con la configurazione (1,5) essendo le prestazioni del P-A di molto superiori a quelle del MIX ma questo abbiamo già detto che non deve sorprendere dato che il P-A è uno stimatore ottimo e sfrutta al meglio la conoscenza dei simboli pilota. Quello che però possiamo rilevare e che a prima vista potrebbe sembrare in contrasto con i commenti precedenti a riguardo dei vantaggi dell'approccio a paia rispetto al diretto, è che con questa configurazione (1,3) è proprio l'approccio diretto ad avere la meglio specialmente a bassi valori di SNR! La spiegazione di questo fatto è presto detta: il *pattern* in questo caso ha lunghezza pari a 3 simboli ed è costituito da un unico pilota quindi con l'approccio diretto si salta proprio *di pilota in pilota*, come si vede in Fig.3.3.14, essendo questi più affidabili dei dati che a bassi SNR sono corrotti dal rumore AWGN.

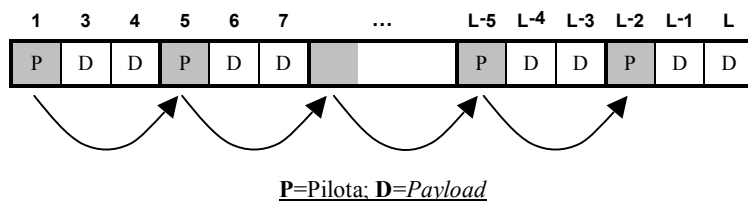


Fig.3.3.14 – Struttura del Burst con Pattern (1,3).

A conferma di questo comportamento vale la pena accennare a quanto rilevato dalle simulazioni con overhead del 50% e pattern (1,2), dove le prestazioni migliori si hanno ancora con l'approccio diretto ma con $M=2$ in modo da selezionare ad ogni *salto* un simbolo pilota, come in Fig.3.3.15

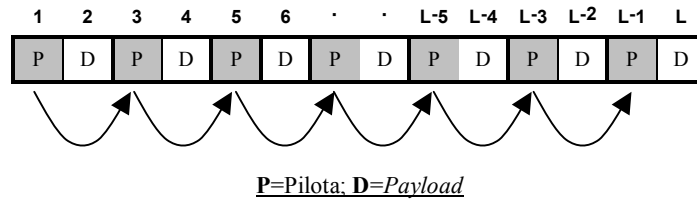


Fig.3.3.15 – Struttura del Burst con Pattern (1,2).

Ritornando alla Fig.3.3.12 si nota che per alti valori del rapporto segnale-rumore le prestazioni del MIX non dipendono più dal valore di M essendo le curve praticamente sovrapposte. Questo aspetto è interessante perché in riferimento alla (2.17) si potrebbe evitare di far ricorso alla ricerca esaustiva ed usare invece il calcolo in forma chiusa per la stima dell'*offset* di frequenza. Per quanto concerne il canale veloce, dalla Fig.3.3.13 si osserva che le prestazioni del P-A e del MIX a SNR medio-alti siano praticamente le stesse riducendosi tra l'altro il gap ad $M=3$ fra l'approccio a paia rispetto al diretto che avevamo nei casi precedenti e ciò in ragione dell'aumento dell'*overhead* introdotto.

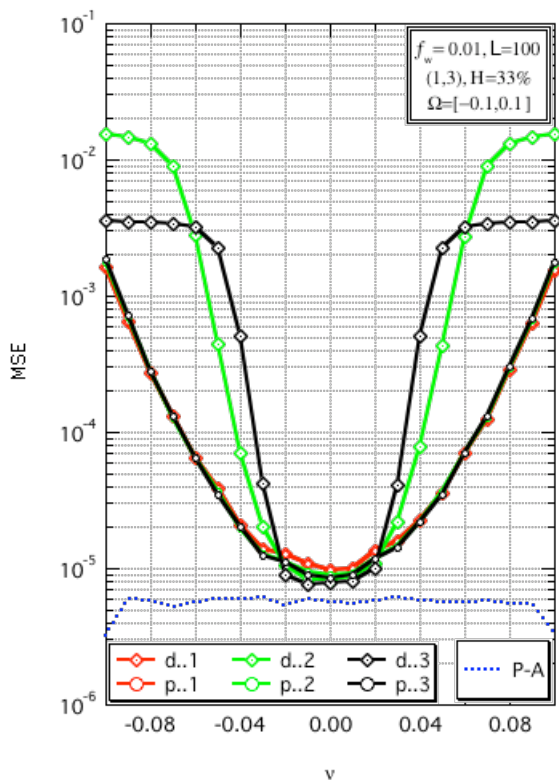


Fig.3.3.16 – MSE vs V con Pattern (1,3) e $f_w=0.01$.

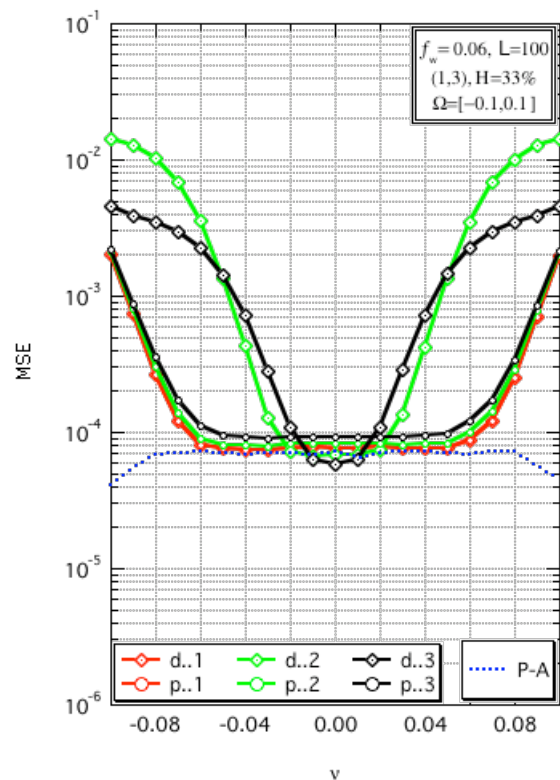


Fig.3.3.17 – MSE vs V con Pattern (1,3) e $f_w=0.06$.

In merito alle prestazioni degli stimatori P-A e MIX nella configurazione (1,3) al variare dell'*offset* di frequenza e con SNR=15 dB, riportate nelle Figg.3.3.16/17, valgono gli stessi commenti fatti per la configurazione (1,5) a riguardo delle Figg.3.3.9/10.

Aumentiamo ulteriormente l'*overhead* introdotto fino ad un valore limite prettamente teorico, onde riconfermare i risultati finora ottenuti, analizzando il caso con H=90% e *pattern* (9,10) di Fig.3.3.18

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P	P	P	P	P	P	P	P	P	D

P=Pilota; D=Payload

Fig.3.3.18 – Struttura del Pattern (9,10).

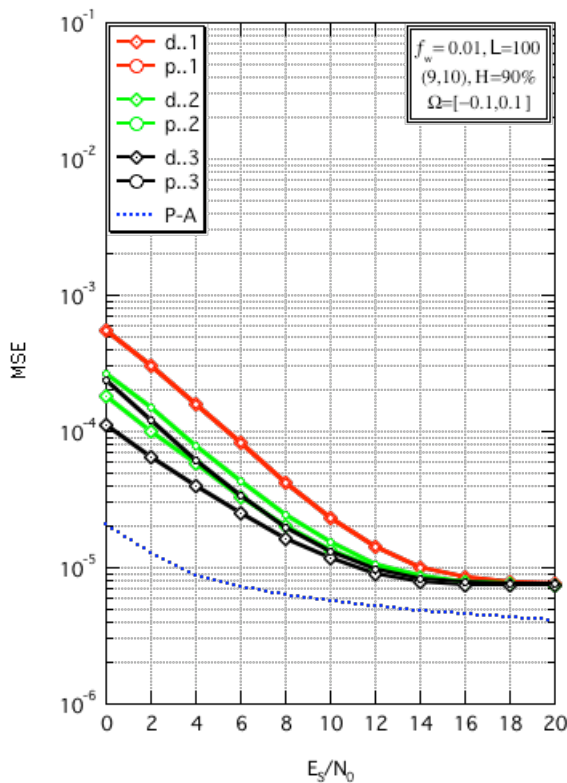


Fig.3.3.19 – MSE vs E_S/N_0 con Pattern (9,10) e $f_w=0.01$.

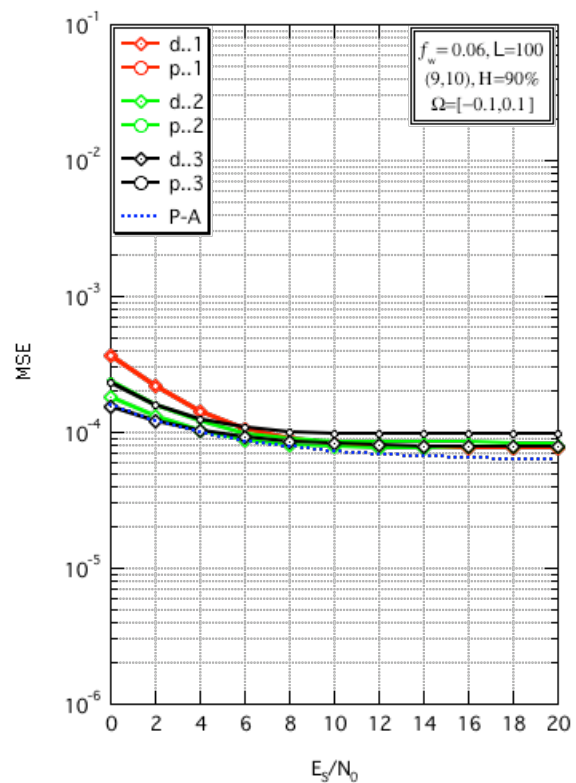


Fig.3.3.20 – MSE vs E_S/N_0 con Pattern (9,10) e $f_w=0.06$.

Dalle Figg.3.3.19/20 si rileva quanto c'era da aspettarsi: il P-A funziona meglio del MIX per ogni valore di SNR, gli approcci a paia e diretto forniscono sostanzialmente le stesse prestazioni, l'aumento di M su banda *doppler* 0.01 porta ad un guadagno significativo specialmente a bassi valori di SNR. Con *doppler* 0.06 e per SNR medio-alti la curva ad M=1 ha MSE più basso rispetto a quelle ad M maggiore. Questo comportamento si verifica in tutte le configurazioni di *pattern* simulate. La ragione è che vengono meno le ipotesi di canale lentamente variabile (...fading trascurabile...) fatte nel Cap.2.

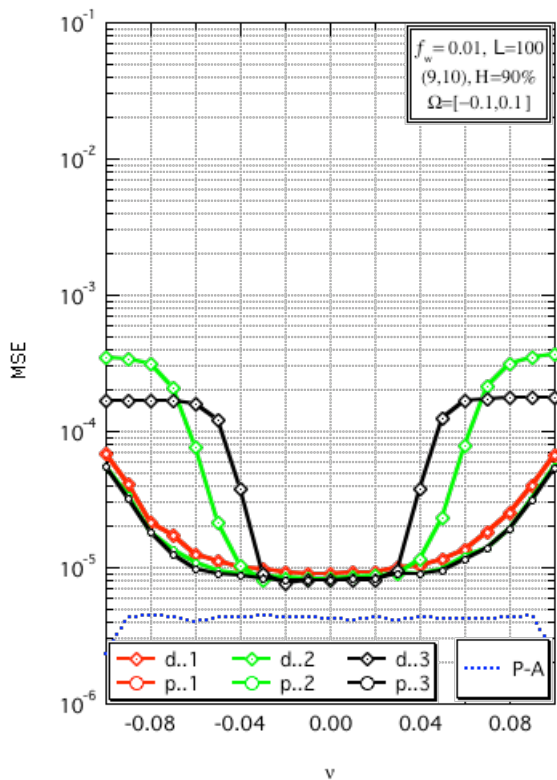


Fig.3.3.21 – MSE vs v con Pattern (9,10) e $f_w=0.01$.

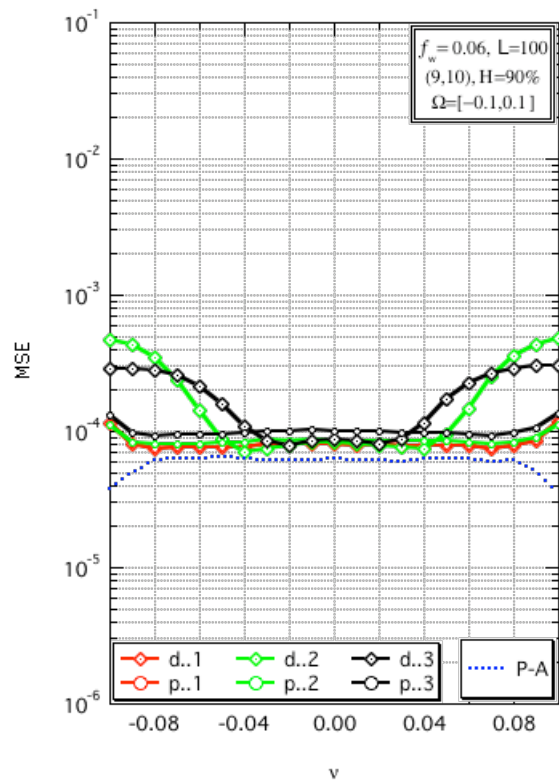
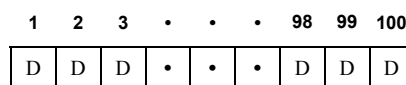


Fig.3.3.22 – MSE vs v con Pattern (9,10) e $f_w=0.06$.

Rimane da analizzare su che intervallo di *offset* frequenziale le prestazioni dello stimatore MIX sono soddisfacenti. Con riferimento alle Figg.3.3.21/22, nelle quali si considera SNR=15 dB, si nota che per *fading* sufficientemente lento lo stimatore funziona bene su tutto l'intervallo di frequenza considerato ed ancora una volta si ha riconferma di come il miglioramento delle prestazioni con il crescere di M sia pressochè inavvertibile per elevati valori del rapporto segnale-rumore. La perdita rispetto al P-A è quantificabile in meno di un ordine di grandezza. Per quanto riguarda il canale con *doppler* 0.06 le prestazioni del MIX peggiorano circa di un ordine di grandezza rispetto a *doppler* 0.01.

A questo punto giova far un confronto col caso *overhead* $H=0\%$, che si consegue trasmettendo *burst* di soli *dati*. In Fig.3.3.23 è schematizzata la struttura del *pattern* (0,100) mentre nelle Figg.3.3.24/25 e Figg.3.3.26/27 si riportano gli andamenti delle *prestazioni*, rispettivamente in funzione del rapporto segnale-rumore e dell'*offset* di frequenza. Per i commenti si rimanda direttamente alle conclusioni.



D=Payload

Fig.3.3.23 – Struttura del Pattern (0,100).

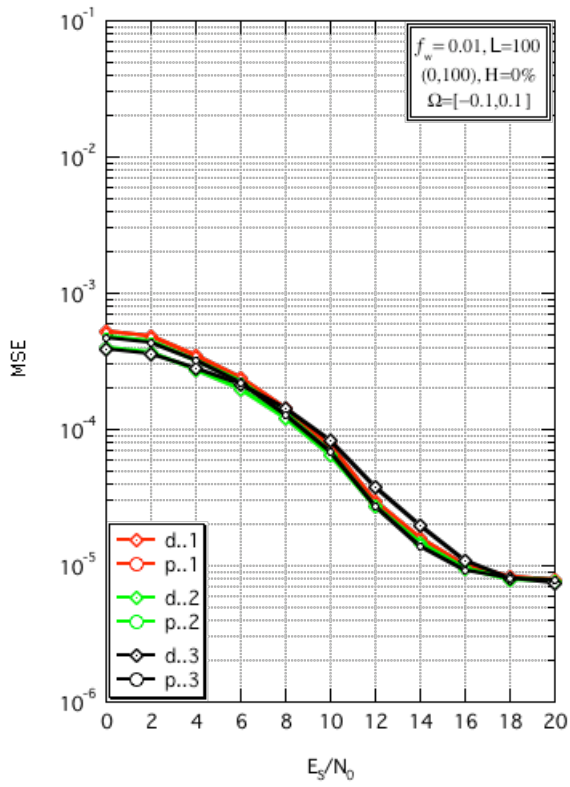


Fig.3.3.24 – MSE vs E_S/N_0 con Pattern (0,100) e $f_w=0.01$.

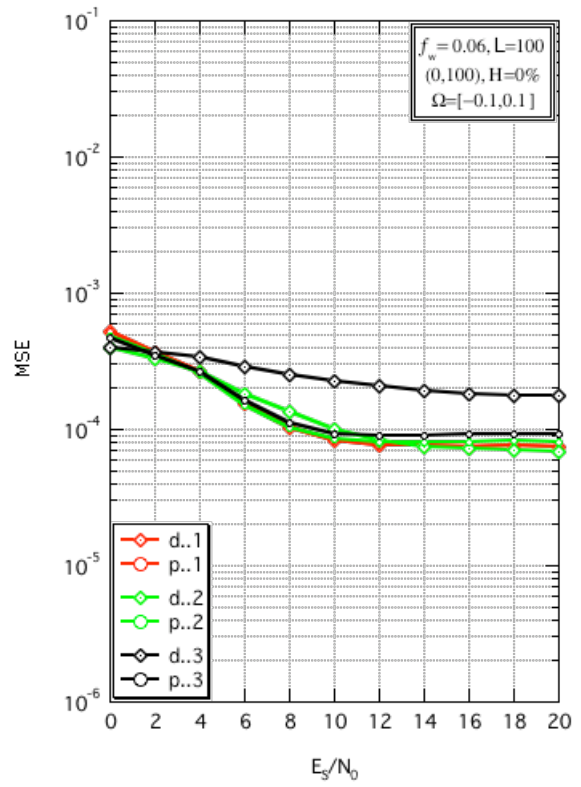


Fig.3.3.25 – MSE vs E_S/N_0 con Pattern (0,100) e $f_w=0.06$.

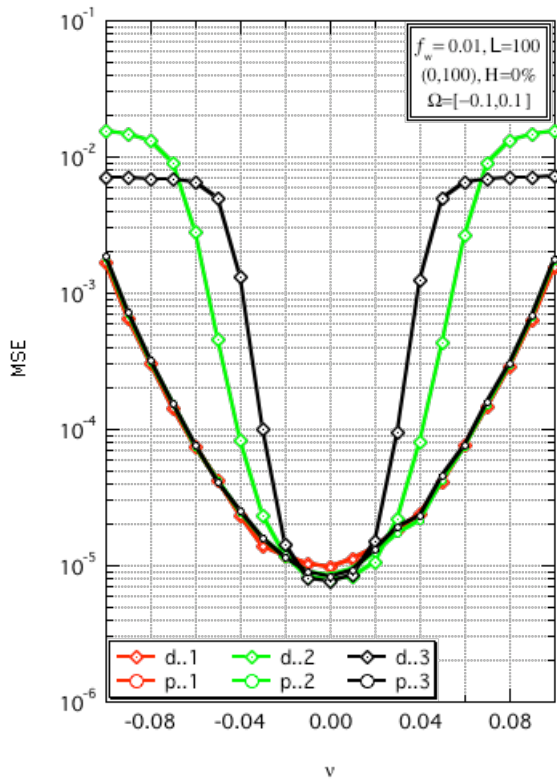


Fig.3.3.26 – MSE vs v con Pattern (0,100) e $f_w=0.01$.

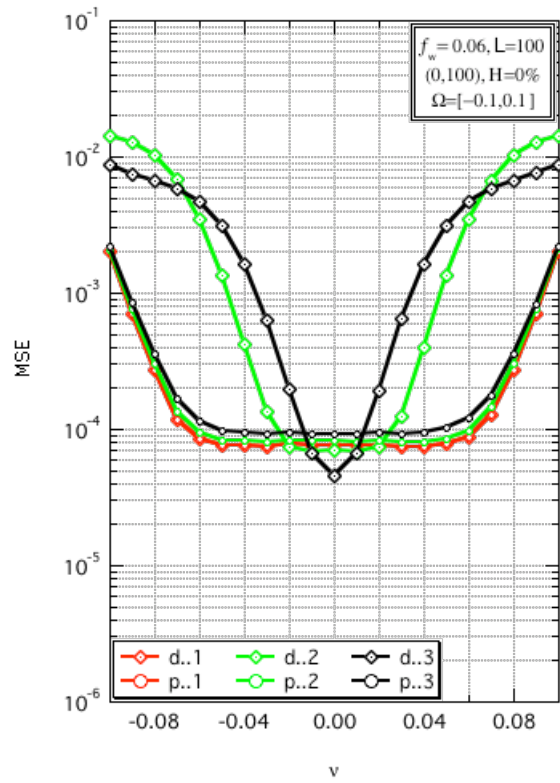


Fig.3.3.27 – MSE vs v con Pattern (0,100) e $f_w=0.06$.

CONCLUSIONI

L'algoritmo proposto e simulato fornisce prestazioni soddisfacenti per canale *tempo-selettivo* con banda *doppler* $f_w \sim 0.01$. Si è visto che per *fading* più veloce ($f_w = 0.06$) lo stimatore MIX lavora con prestazioni comunque accettabili e in ogni caso praticamente uguali a quelle dello stimatore P-A. L'aspetto interessante è che per *overhead* realistici, tipo del 10%, e con *burst* costituito da simboli pilota distribuiti singolarmente ed equispaziati, il MIX continua a fornire buone prestazioni, almeno ad alti rapporti segnale-rumore, a differenza del P-A che invece fallisce clamorosamente. I risultati ottenuti sono in accordo con la definizione (1.6) di tempo di coerenza: con *doppler* 0.01 si ricava $T_c = [10f_w]^{-1} = 10$, il che significa avere campioni decorrelati dopo 10 intervalli di simbolo, per cui è ragionevole che lo stimatore P-A con *pattern* (1,10) non funzioni. Addirittura il MIX sarebbe in grado di lavorare in totale assenza di simboli pilota, raggiungendo un' *efficienza informativa* del 100%, mantenendo prestazioni sostanzialmente identiche al caso *overhead* del 10%. Il sistema, in questo caso, sarebbe totalmente *blind* nei confronti dei simboli; ovviamente qui non ha senso fare il confronto con lo stimatore *Pilot-Aided*. Rimane da evidenziare che entrambi gli algoritmi sono stati progettati per lavorare con *offset* di frequenza trascurabile per cui gli andamenti dell'*MSE* per valori di ν esterni all'intervallo $[-0.08, 0.08]$ sono quindi inattendibili. In conclusione a questo lavoro, si fa notare che per semplicità di notazioni si è fatta l'ipotesi che il sistema di trasmissione fosse di tipo *single-carrier*. L'algoritmo ottenuto può tuttavia essere facilmente esteso anche al caso di sistema *multicarrier* agendo solamente sulla struttura del vettore osservato \mathbf{z} (che diviene la concatenazione dei vettori relativi alle singole sottoportanti) e conseguentemente sulle matrici \mathbf{C}_a e $\tilde{\mathbf{A}}$.

BIBLIOGRAFIA

- [1] M. Carta et al., *Receiver Design for Filter-Bank Multicarrier Systems Over Time-Frequency Selective Channels*. IEEE Vehicular Technology Conference, 2007.
- [2] V. Lottici et al., *Blind Carrier Frequency Tracking for Filterbank Multicarrier Wireless Communications*. IEEE Trans. Commun., vol. 53, no. 9, pp. 1762-1772, Sept. 2005.
- [3] M. Carta et al., *Frequency Recovery for Filter-Bank Multicarrier Transmission on Doubly-Selective Fading Channels*. IEEE International Conference on Communications, 2007.
- [4] M. Nouri et al., *TEDS: a High Speed Digital Mobile Communication Air Interface for Professional Users Part I: Overview of Physical Layer*. IEEE Vehicular Technology Conference, 2007
- [5] S.M. Kay, *Fundamentals of Statistical Signal Processing: Estimation Theory*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1993.

INDICE

INTRODUZIONE

1.1	Architettura del sistema	1.1
1.2	Struttura del <i>burst</i>	1.2
1.3	Modello del canale	1.3
2.1	Recupero del sincronismo di frequenza.....	2.1
2.2	Algoritmo misto Pilot Aided - Blind (MIX)	2.2
2.3	Stimatore a massima verosimiglianza Pilot Aided (PA)	2.7
3.1	Descrizione del simulatore	3.1
3.2	Canale gaussiano	3.3
3.3	Canale tempo-selettivo	3.5