

Riassunto tesi

## Misure fisiche e sistemi dinamici stocastici

Lo studio dell'andamento asintotico di sistemi dinamici stocastici generati da equazioni differenziali stocastiche, come quelle associate a modelli della fluidodinamica, ha messo in luce la presenza di particolari oggetti, come attrattori e misure invarianti, di difficile descrizione. Uno strumento che potrebbe avere un ruolo particolare nella descrizione di alcune proprietà asintotiche di questi sistemi è l'equilibrio statistico, una misura aleatoria invariante costruita mediante lo stesso costruttore pullback che ha rilevato la presenza di attrattori stocastici.

Consideriamo un sistema dinamico stocastico  $\varphi$  su uno spazio Polacco  $(X, \mathcal{B})$ , dato un sistema dinamico metrico  $(\Omega, \mathcal{F}, P, (\theta_t)_{t \in \mathbb{R}})$ . Se il moto a un punto associato a  $\varphi$  è un processo di Markov, e il semigruppone markoviano associato possiede una misura invariante  $\rho$ , l'equilibrio statistico  $(\mu_\omega)_{\omega \in \Omega}$  di  $\varphi$  si trova come limite debole, per quasi ogni  $\omega$ , della misura  $\varphi(t, \theta_{-t}\omega)\rho$ , per  $t$  tendente a infinito. Esso descrive il comportamento asintotico di orbite scelte casualmente secondo la misura  $\rho$ . Nella tesi ci chiediamo se, data una misura di probabilità  $\lambda$  su  $(X, \mathcal{B})$ , possa aver luogo, per quasi ogni  $\omega$ , la convergenza debole di  $\varphi(t, \theta_{-t}\omega)\lambda$  a  $\mu_\omega$ .

Proprietà di questo tipo sono oggetto di interesse sia nel caso di sistemi deterministici che stocastici, in quanto mettono in evidenza la presenza di misure che, permettendo una descrizione della distribuzione asintotica di orbite uscenti da generiche condizioni iniziali, hanno un particolare significato fisico.

Per la descrizione della proprietà che consideriamo, è necessaria una analisi delle strutture peculiari dei sistemi dinamici stocastici, come le misure aleatorie, gli attrattori stocastici e i semigruppone di transizione; ad essi sono dedicati i primi capitoli. Viene poi considerato un possibile criterio per stabilire se la proprietà di convergenza debole presentata è soddisfatta. Le condizioni per l'applicabilità di questo criterio portano allo studio del moto a due punti associato al sistema dinamico stocastico, e in particolare all'ergodicità del semigruppone di Markov da esso generato. Nell'ultima parte della tesi viene affrontato il problema dell'ergodicità per i semigruppone di Markov associati al moto a un punto e al moto a due punti per un semplice modello stocastico di dinamica dei fluidi, e vengono riportati dei risultati parziali ottenuti nel tentativo di applicare il criterio considerato a questo sistema.