



UNIVERSITÀ DI PISA

Università degli Studi di Pisa

Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali

Corso di Laurea Specialistica in Scienze Fisiche

Anno Accademico 2004/05

Tesi di Laurea

"Misure di asteroidi con tecniche di alta risoluzione"

Candidato: Lippi Manuela

Relatori: Prof. A. Cellino

Prof. P. Paolicchi

Indice

Introduzione: perchè studiare gli asteroidi	5
1 Gli asteroidi	9
1.1 Caratteristiche orbitali	9
1.2 Origine ed evoluzione	11
1.3 Tecniche osservative	13
1.3.1 Fotometria	14
1.3.2 Radiometria	17
1.3.3 Polarimetria	19
1.3.4 Osservazioni radar	21
1.4 Spettroscopia e classificazione tassonomica	23
1.5 Immagini dirette	25
1.6 Missioni Spaziali	26
1.7 Quadro generale e problemi ancora aperti	29
2 Imaging ad alta risoluzione	33
2.1 Risoluzione teorica di un telescopio	33
2.2 Caratteristiche dell'atmosfera	39
2.3 Formazione dell'immagine in presenza di Seeing	45
2.3.1 Speckles	48
2.4 Rappresentazione del fronte d'onda per lo sviluppo di sistemi di Ottica Adattiva	49
3 Ottica Adattiva	53
3.1 Nozioni fondamentali	53
3.1.1 Il principio della coniugazione di fase	55
3.1.2 Il Campionatore	58
3.1.3 Il sensore di fronte d'onda	58
3.1.4 Ricostruzione del fronte d'onda	63
3.1.5 Lo specchio deformabile	66

3.1.6	La sorgente di riferimento	68
3.2	Ottimizzazione delle osservazioni AO	70
3.3	Il problema della deconvoluzione	73
3.4	Speckle Interferometry	78
3.4.1	Osservazioni speckle al TNG	80
4	Osservazioni e riduzione dati di Ottica Adattiva	85
4.1	4 Vesta	89
4.2	9 Metis	91
4.3	27 Euterpe	93
4.4	128 Nemesis	96
4.5	762 Pulcova	100
4.6	Discussione	101
5	Conclusioni	103
	Ringraziamenti	105
	Bibliografia	106

Introduzione: perchè studiare gli asteroidi

Dall'epoca della scoperta di Cerere, ad opera di Giuseppe Piazzi nel 1801, il numero di asteroidi conosciuti è cresciuto ad un ritmo sempre più veloce, grazie evidentemente al progresso delle tecniche di osservazione, alla costruzione di un numero crescente di telescopi in tutto il mondo, e al miglioramento costante della sensibilità dei rivelatori. Negli ultimi anni, lo sviluppo di strumenti dedicati espressamente all'osservazione di oggetti asteroidali ha impresso un'ulteriore impulso al ritmo di scoperta. Il numero di asteroidi *numerati*, quelli cioè per i quali si conosce l'orbita con buona precisione, sulla base di osservazioni astrometriche protratte nel tempo, ha ormai superato il limite di 100000. La domanda che ci si può porre è quale sia la ragione di dedicare sforzi così ingenti ad una categoria di oggetti che a prima vista sembrerebbe di scarso interesse intrinseco. Perchè occuparsi di piccoli corpi rocciosi del nostro sistema solare, quando il cielo abbonda di oggetti astrofisici di grande interesse ed impatto anche emotivo, come i quasars, le galassie distanti nello spazio e nel tempo, le stelle supernovae, e via dicendo?

La risposta è che gli asteroidi sono oggetti importanti da diversi punti di vista, ed esistono oggi valide ragioni per studiarli e cercare di comprenderne le proprietà fisiche e dinamiche.

Una prima ragione è che gli asteroidi sono oggetti più o meno strettamente imparentati con i planetesimi primordiali, i piccoli corpi solidi presenti nel disco protoplanetario all'origine del sistema solare, e da cui si formarono per accrezione i pianeti maggiori, in particolare quelli di tipo terrestre. Studiare gli asteroidi significa cercare di scoprire quali erano le proprietà del materiale solido formatosi originariamente nelle parti interne del sistema solare.

In particolare, sappiamo che gli asteroidi sono i corpi progenitori delle meteoriti. Le meteoriti, a loro volta, forniscono informazioni preziosissime riguardo alle primissime fasi della storia del sistema solare, in particolare

sulla composizione del materiale della nebulosa protosolare, e sulla possibile contaminazione di questo materiale da parte di sorgenti esterne, come stelle supernovae, che potrebbero aver giocato un ruolo determinante nel processo di contrazione della nebulosa stessa, che portò alla nascita del Sole e del sistema planetario. Oggetti come le condriti carbonacee sono considerate come ottimi indicatori della composizione complessiva della materia protosolare, e sono dunque di fondamentale importanza dal punto di vista degli studi dell'evoluzione chimica della galassia.

Esistono poi altri motivi che inducono a studiare gli asteroidi. Sotto molti punti di vista, essi sono infatti oggetti di transizione. Transizione tra corpi planetari formati nel sistema solare interno, e di composizione per lo più rocciosa ricca di silicati ed elementi refrattari, e corpi planetari formati a maggiori distanze dal Sole, caratterizzati dalla presenza crescente di ghiacci ed altri composti volatili nella loro composizione. E anche transizione da oggetti aventi una struttura determinata essenzialmente dalle forze di stato solido, a corpi sufficientemente massicci per i quali l'autogravitazione inizia a giocare un ruolo predominante, ad esempio nel determinare una forma complessiva di equilibrio idrostatico. Una scoperta importante degli scorsi decenni è stata ad esempio quella che molti degli asteroidi di maggiori dimensioni hanno probabilmente strutture interne notevolmente frammentate e porose, e corrispondenti forme complessive di equilibrio, in accordo con le previsioni delle forme di equilibrio di corpi fluidi autogravitanti in rotazione, originariamente studiate da Chandrasekar.

Un'altra ragione importante che è stata all'origine di molte delle attività di osservazione più recenti aventi come oggetto gli asteroidi, è poi del tutto peculiare, ed è legata a considerazioni di ordine più pratico. Gli asteroidi, infatti, o più propriamente alcuni sottoinsiemi della popolazione totale, hanno orbite che possono spingerli ad intersecare l'orbita dei pianeti interni, e possono quindi collidere con la Terra, con effetti spesso altamente catastrofici per la biosfera. L'esistenza di un pericolo di questo tipo è stata particolarmente evidenziata negli ultimi anni, ed è stata alla base dello sforzo attuale portato avanti in diversi Paesi per realizzare un monitoraggio continuo del cielo, alla ricerca di oggetti pericolosi. In parallelo, avanzano attualmente anche gli studi per comprendere quali tecniche di deflessione orbitale sarebbero le più adatte per evitare un impatto, sulla base delle proprietà fisiche complessive di questi oggetti, che sono ancora in parte poco conosciute.

Nè va dimenticato che gli asteroidi potrebbero rivelarsi anche in un futuro non troppo lontano quali importanti sorgenti di materiali utili durante l'espansione umana nello spazio vicino.

Per tutte queste ragioni, sia teoriche che pratiche, gli asteroidi costituiscono un soggetto importante di indagine, e vari gruppi di ricerca nel mondo

si dedicano al loro studio. La presente tesi vuole essere un piccolo tassello in questo mosaico di attività, ed è dedicata espressamente all'applicazione di tecniche di imaging ad altissima risoluzione, per scopi che saranno estesamente spiegati in quanto segue.

L'organizzazione generale di questa tesi è la seguente: una panoramica generale di quanto sappiamo oggi sugli asteroidi, basata sui risultati ottenuti mediante l'applicazione di diverse tecniche di osservazione, sarà esposta brevemente nel primo capitolo. Nella seconda parte ci si occuperà invece in dettaglio delle tecniche di imaging ad alta risoluzione, che costituiscono l'argomento principale del lavoro svolto. Si descriverà in particolare il processo complessivo di formazione dell'immagine di un astro sul piano focale di un telescopio, e l'influenza negativa che la presenza dell'atmosfera esercita sulle osservazioni da terra. Nel capitolo 3 e nel paragrafo 3.4 parleremo di due tecniche ad alta risoluzione che possono essere applicate all'osservazione asteroidale, e infine nell'ultima parte verranno descritti i risultati di osservazioni recentemente effettuate mediante il telescopio nazionale Galileo situato nell'isola di La Palma, nell'arcipelago delle isole Canarie.

Capitolo 1

Gli asteroidi

1.1 Caratteristiche orbitali

La maggior parte degli asteroidi è concentrata nella zona tra Marte e Giove, a distanze eliocentriche tra 2.1 e 3.3 AU, nella cosiddetta *Fascia Principale*.

Analizzando l'istogramma di figura 1.1, che rappresenta la distribuzione del semiasse maggiore per un numero cospicuo di asteroidi, è possibile vedere facilmente che essa presenta al suo interno delle zone molto povere se non addirittura totalmente prive di asteroidi; tali zone prendono il nome di *lacune di Kirkwood* e corrispondono a situazioni di *risonanza di moto medio* con Giove, ovvero ad orbite il cui periodo di rivoluzione è commensurabile con quello di Giove.

Le lacune più importanti si trovano a 2.501 AU, 2.825 AU e 2.958 AU dal Sole, e corrispondono rispettivamente alle risonanze 3/1, 5/2, 7/3 di moto medio con Giove; i limiti stessi della fascia principale corrispondono alle risonanze 4/1 per il bordo interno e 2/1 per quello esterno.

Le risonanze sovraccitate corrispondono a zone altamente instabili: un asteroide che si venga a trovare all'interno di una di esse subisce una perturbazione gravitazionale dei suoi parametri orbitali, e in un tempo scala di circa 10^6 anni la sua eccentricità può aumentare fortemente rendendo possibili incontri ravvicinati con i pianeti. Di conseguenza l'oggetto può essere espulso dal Sistema Solare o può essere rimosso dalla fascia principale ed acquisire un'orbita caratterizzata da un valore più piccolo di semiasse maggiore, che spazza la regione dei pianeti interni; quando l'eccentricità diventa sufficientemente alta, si rende poi inevitabile un impatto con il sole stesso.

La presenza delle lacune di Kirkwood e l'esistenza di processi che iniettano

1. Gli asteroidi

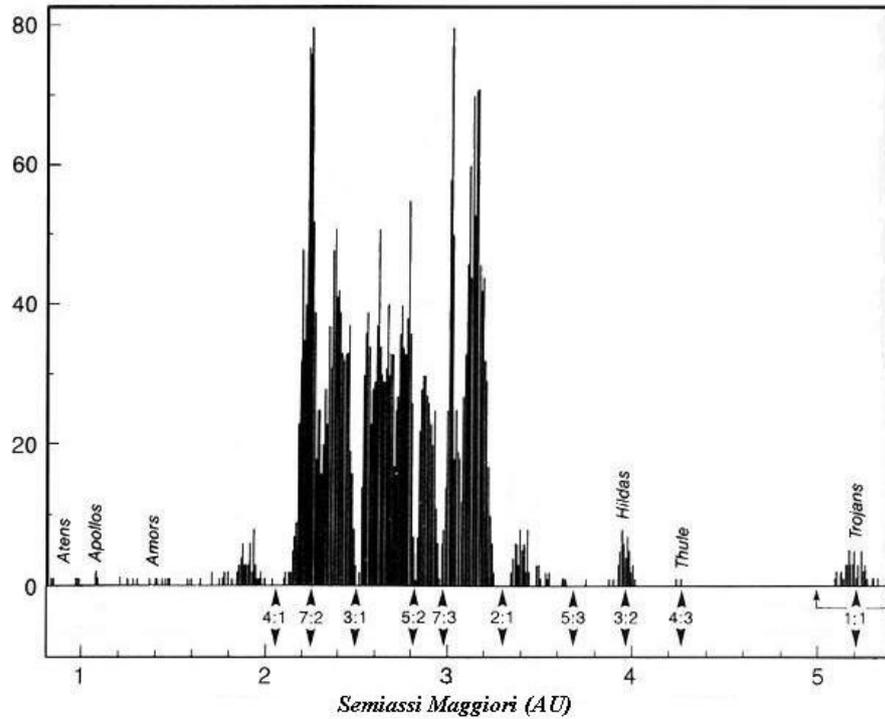


Figura 1.1: Istogramma dei semiassi maggiori di un certo numero di asteroidi; sono indicate le risonanze di moto medio con Giove e alcuni gruppi principali.

al loro interno alcuni asteroidi è in gran parte all'origine dei cosiddetti oggetti *Aten-Apollo-Amor*: questi sono gruppi di asteroidi con semiasse maggiore minore di 2.1 AU dal Sole, e che possono intersecare l'orbita dei pianeti del sistema solare interno.

In particolare, i tre gruppi si distinguono convenzionalmente in base al semiasse maggiore a , e alla distanza del perielio q e dell'afelio Q : gli asteroidi del gruppo Aten hanno semiasse maggiore minore di 1 AU, e hanno $Q > 0.983$; gli Apollo hanno a maggiore di 1 AU e $q < 1.017$; infine gli Amor hanno $1.017 < q < 1.3$ (ricordiamo che la Terra ha $q = 0.983$ e $Q = 1.017$); poichè sono oggetti caratterizzati da orbite caotiche dominate dagli incontri ravvicinati con i pianeti interni, le loro orbite cambiano su tempi scala brevi, e ogni dato oggetto può transitare da una classe ad un'altra.

Le zone di risonanza di moto medio con Giove non implicano sempre necessariamente instabilità, ma possono dare origine a zone di moto orbitale stabile: ne sono un esempio le risonanze $1/1$, $3/2$ e $4/3$; alla prima corrisponde un gruppo di asteroidi chiamati *Trojani*, mentre alle altre appartengono i gruppi *Hilda* e *Thule* rispettivamente; in particolare i *Trojani* orbitano con

lo stesso semiasse maggiore e con lo stesso periodo di Giove, e dall'analisi del problema dei tre corpi si trova che sono posizionati nei punti lagrangiani di equilibrio L_4 e L_5 del sistema Sole-Giove-asteroide.

Le caratteristiche dinamiche degli asteroidi costituiscono un campo di studi di grande interesse per lo sviluppo della meccanica celeste e per la comprensione dei fenomeni caotici; tuttavia lo studio fisico di questi oggetti è fondamentale da molti punti di vista, in quanto sono oggetti che possono fornire informazioni fondamentali sul sistema solare.

1.2 Origine ed evoluzione

Storicamente la scoperta del primo asteroide sembrò essere una decisiva conferma della "legge" empirica di Titius Bode: questa "legge" può essere espressa come

$$r_n = 0.4 + 0.3 \cdot 2^n \quad (1.1)$$

e per valori interi piccoli dell'esponente n (incluso anche i valori zero e meno infinito) fornisce il valore del semiasse maggiore, in unità astronomiche, dei pianeti del nostro Sistema Solare: per $n = -\infty$ si ha $r = 0.4$ che corrisponde al semiasse maggiore di Mercurio, $n = 0$ dà $r = 0.7$ che è il semiasse maggiore per Venere, mentre per $n = 1$ si trova $r = 1$ che è il semiasse maggiore della Terra, e così via.

Formulata molto tempo prima della scoperta del primo asteroide, questa "legge" prevedeva con molta precisione la posizione dei pianeti conosciuti, ma anche l'esistenza di un pianeta posizionato tra Marte e Giove, che doveva corrispondere all'esponente $n = 3$, e che non era mai stato osservato.

Quando fu scoperta l'esistenza di Cerere si pensò inizialmente che fosse quello il pianeta mancante, ma la successiva osservazione di un numero sempre maggiore di oggetti nella stessa zona pose un grosso dilemma: perchè al posto di un probabile pianeta erano presenti molti corpi relativamente piccoli?

Per un certo tempo si ritenne che la fascia degli asteroidi fosse nata dai frammenti di un singolo pianeta andato distrutto per qualche motivo, presumibilmente una collisione con un altro corpo planetario, ma questa interpretazione si scontrava con il fatto che un evento collisionale sufficientemente energetico da disintegrare un corpo di dimensioni planetarie è estremamente improbabile.

Attualmente l'ipotesi più convincente è quella che un singolo pianeta non si sia mai formato in questa regione e che il processo di accrezione sia abor-

1. Gli asteroidi

tito, lasciando dietro di sé una popolazione di piccoli oggetti; questa mancata accrezione fu dovuta presumibilmente all'effetto perturbativo esercitato dalla rapida crescita di planetesimi di grandi dimensioni nella zona di Giove e Saturno, i quali attraversando la zona degli attuali asteroidi, eccitarono dinamicamente i planetesimi presenti bloccando di fatto l'accrezione planetaria.

Questa ipotesi è coerente con lo scenario attualmente accettato per la formazione dei pianeti, che prevede che essi si siano andati formando nel modo seguente: inizialmente dalle polveri del disco protoplanetario si formarono piccoli condensati solidi che, urtandosi a basse velocità, si aggregarono dando origine a planetesimi. In seguito, i planetesimi iniziarono ad aggregarsi tra loro, dando origine per accrezione ai pianeti che oggi conosciamo.

Nel caso della fascia asteroidale, tuttavia, la rapida crescita di planetesimi massicci nella zona di Giove e Saturno, e la probabile migrazione di alcuni di essi verso il sistema solare interno, causò un aumento delle eccentricità dei corpi presenti nella fascia principale, con conseguente aumento delle velocità relative tra i corpi, portando tutto il sistema ad una dinamica collisionale non più aggregativa, e provocando anche allo stesso tempo l'espulsione della maggior parte della materia presente nella zona.

Probabilmente in questa fase si stavano già formando all'interno della fascia asteroidale planetesimi di dimensioni cospicue: una traccia di un probabile inizio di formazione planetaria si trova nel fatto che esistono alcuni asteroidi di composizione prevalentemente metallica, che potrebbero essere i resti di nuclei di oggetti dalla composizione interna differenziata che a causa di energetiche collisioni persero la crosta superficiale e il mantello; un altro indizio è rappresentato dall'asteroide Vesta, che presenta caratteristiche tipiche della differenziazione, quali l'evidenza di una crosta di composizione basaltica, e si presume che abbia subito processi di fusione interna legati al decadimento di isotopi radioattivi a breve tempo di decadimento.

L'ultima, più prolungata fase della storia degli asteroidi, dall'epoca della loro formazione iniziale fino al giorno d'oggi, è stata poi caratterizzata da una significativa evoluzione collisionale e dinamica che ha portato a fenomeni di frammentazione, craterizzazione e nascita di famiglie di asteroidi; la composizione mineralogica della maggioranza di essi rimase però, almeno per una frazione significativa della popolazione, pressoché inalterata, e ci offre attualmente informazioni essenziali sulle proprietà fisiche dei planetesimi originali.

E' fondamentale infine sottolineare la parentela tra asteroidi e meteoriti: queste ultime, infatti, sono considerate oggetti di primaria importanza per capire le fasi primitive dell'evoluzione del sistema solare, in quanto il loro studio chimico, mineralogico e isotopico permette di stabilire una possibile

cronologia degli eventi che si sono verificati e quali condizioni regnavano nella nebulosa protoplanetaria primitiva.

La datazione delle condriti carbonacee, oggetti presumibilmente correlati ad alcune classi di asteroidi che sono comuni nella parte più esterna della fascia principale, ha rivelato che si tratta degli oggetti più antichi del sistema solare; questo ci indica come si possano trovare tra gli asteroidi oggetti che non sembrano aver subito processi di differenziazione o di fusione interna significativi. Questi oggetti ci possono fornire perciò informazioni molto preziose sulla composizione del disco protoplanetario e dei planetesimi primordiali. Analogamente, dalle condriti ordinarie, che sono oggetti leggermente più recenti ricollegabili ad oggetti meno primitivi, si ricavano informazioni su processi di evoluzione termica meno trascurabile che interessarono oggetti formati presumibilmente a distanze eliocentriche leggermente inferiori.

1.3 Tecniche osservative

La determinazione dei parametri fisici che caratterizzano gli asteroidi è resa difficile dal fatto che essi sono oggetti piccoli e poco luminosi, e quindi appaiono al telescopio come deboli oggetti puntiformi, distinguibili dalle stelle solo perchè caratterizzati da un moto apparente sulla sfera celeste. Grazie allo sviluppo di telescopi via via più potenti e di rivelatori sempre più sofisticati, è stato possibile in anni più recenti ottenere un numero sempre maggiore di informazioni su questi corpi, ma alcune proprietà fisiche rimangono ancora poco note.

Le tecniche osservative maggiormente applicate allo studio degli asteroidi possono dividersi in due gruppi: osservazioni che forniscono direttamente una misura di una qualche proprietà fisica, ed osservazioni che servono a ricavare informazioni fisiche in via più indiretta. Ad esempio, il periodo di rotazione è una proprietà fisica che può essere misurata in modo diretto tramite misurazioni di una variazione luminosa periodica dell'oggetto; l'albedo o potere riflettente della superficie è viceversa una proprietà fisica che può essere ottenuta per lo più in via indiretta. Ciò che è misurabile direttamente, in questo caso, è solitamente la luminosità apparente, che è funzione non solo dell'albedo, ma anche delle dimensioni e della distanza dell'oggetto. Tipiche tecniche di osservazione diretta di alcune proprietà fisiche degli asteroidi sono l'imaging ad alta risoluzione (per oggetti sufficientemente grandi e luminosi), la fotometria per quanto riguarda la determinazione del periodo di rotazione, e praticamente tutte le osservazioni eseguite *in situ* da sonde spaziali, mentre tra le tecniche che producono stime indirette di proprietà fisiche si

1. Gli asteroidi

possono citare ad esempio la radiometria e la polarimetria, come si vedrà in seguito. La tecnica della spettroscopia, infine, fornisce informazioni sulla riflettanza a diverse lunghezze d'onda. Gli spettri così ottenuti possono poi essere interpretati in termini di composizione superficiale, ma questo per lo più solamente dopo aver effettuato confronti con spettri di meteoriti e di minerali terrestri di composizione nota, come si accennerà in seguito.

Un'altra tecnica particolare che merita di essere menzionata, infine, è quella dell'osservazione di eventi di occultazione, che sarà spiegata nei dettagli nel paragrafo 1.3.1, in quanto può fornire un mezzo per determinare il diametro di un asteroide con una buona accuratezza.

1.3.1 Fotometria

Storicamente una delle prime tecniche ad essere maggiormente applicata agli asteroidi fu la fotometria nel visibile, avente come scopo la misura del flusso integrato di radiazione (luce solare scatterata proveniente dalla superficie).

Se si osserva un asteroide alle lunghezze d'onda nel visibile la sua luminosità apparente dipende da diversi fattori: da una parte dipende banalmente dalla distanza Terra-Asteroide, e Sole-Asteroide; in modo meno banale dalle condizioni di illuminamento all'epoca dell'osservazione descritte dal cosiddetto angolo di fase, definito come l'angolo tra le direzioni del sole e della terra viste dall'asteroide stesso; la luminosità apparente dipende poi anche da proprietà intrinseche dell'asteroide, in particolare l'albedo, ovvero la sua riflettività, e le dimensioni dell'oggetto.

Se l'asteroide ha diametro D , la sua magnitudine apparente può essere espressa come:

$$m_V = m_{V\odot} - 2,5 \log \left(\frac{p_v (D/2)^2 \Phi(\alpha)}{2.24 \cdot 10^{16} R^2 \Delta^2} \right) \quad (1.2)$$

dove $m_{V\odot}$ è la magnitudine apparente del sole, R e Δ sono la distanza dell'asteroide dal sole e dalla terra rispettivamente, $\Phi(\alpha)$ è una funzione dell'angolo di fase e il termine $2.24 \cdot 10^{16}$ deriva dal fatto di esprimere le distanze in AU e i diametri in km; p_v è l'albedo geometrica nella banda V, che è per definizione il rapporto tra la luce riflessa dall'oggetto ad un angolo di fase di zero gradi, e la radiazione riflessa nelle stesse condizioni da un disco ideale avente stessa area e che diffonda in modo perfettamente uniforme.

Il passo successivo è passare dalla magnitudine apparente a quella assoluta, che nel caso degli asteroidi è definita come la magnitudine che avrebbe l'oggetto se fosse ad una distanza fissa di un'unità astronomica sia dalla Terra che dal Sole e ad un angolo di fase nullo; ovviamente questa definizione

è astratta dal momento che una tale configurazione geometrica non è ottenibile in pratica: un oggetto ad 1 AU dalla Terra e in opposizione perfetta dovrebbe trovarsi a circa 2 AU dal Sole. Si ha quindi:

$$M_V = m_V - 5 \log(R\Delta) \quad (1.3)$$

con m_V misurata a fase nulla.

Poichè ogni asteroide ruota su se stesso, e ha una forma sufficientemente irregolare (oggetti sferici o sferoidali sono molto rari), la luminosità che si misura varia nel tempo a causa del fatto che a differenti angoli di rotazione l'oggetto presenta un'area illuminata apparente più o meno grande all'osservatore. La variazione di luminosità che si registra nel tempo è chiamata curva di luce dell'asteroide, e dalla sua analisi si possono ricavare informazioni sul periodo di rotazione, e sulla forma complessiva dell'oggetto.

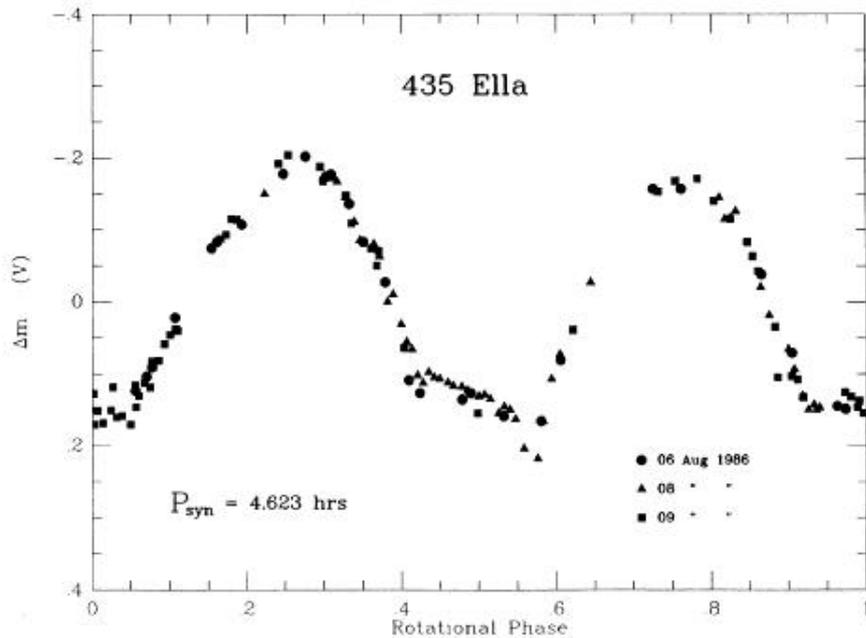


Figura 1.2: Curva di luce per l'asteroide 435 Ella.

Studiando poi la variazione di magnitudine in funzione dell'angolo di fase, si ottiene una curva caratteristica (legge fase-magnitudine): tale tipo di curva dipende essenzialmente dalla struttura superficiale e dalle proprietà di scattering della luce riflessa dalla superficie. Tipicamente, si osserva un andamento caratteristico, con la luminosità che diminuisce progressivamente

1. Gli asteroidi

all'aumentare dell'angolo di fase. La luminosità apparente è massima a piccoli angoli di fase, e in particolare si registra tipicamente un aumento vistoso di luminosità a fasi minori di circa 5 gradi (effetto di opposizione).

La fotometria nel visibile è storicamente importante perchè ha fornito le prime informazioni di tipo non puramente dinamico sugli asteroidi: in particolare consente di ricavare in modo diretto il periodo di rotazione e, quando effettuata in diversi colori, di ottenere una stima del colore complessivo della superficie dell'oggetto. D'altra parte, la fotometria da sola non è sufficiente a determinare ulteriori informazioni, ad esempio sulle dimensioni dell'oggetto, con sufficiente precisione. La ragione è che, come accennato in precedenza, la luminosità apparente dipende non solo dalle dimensioni, ma anche dall'albedo, e quest'ultima non è ricavabile direttamente da misure di luminosità ma richiede l'utilizzo di altre tecniche.

Misure di occultazioni

Capita talvolta che un asteroide passi davanti ad una stella, modificandone la luminosità apparente per un tempo direttamente proporzionale alle dimensioni dell'asteroide stesso; in teoria è allora possibile dedurre informazioni sulle dimensioni e la forma dell'oggetto occultante.

Infatti misurando l'intervallo di tempo in cui l'asteroide occultava una stella si trova la lunghezza di una corda lungo il disco apparente dell'asteroide; osservatori in diversi siti generalmente vedranno passare davanti alla stella diverse porzioni dell'asteroide, e misureranno perciò diverse corde; quindi con un numero di osservatori posizionati in modo appropriato lungo l'eclisse è possibile mappare il disco apparente dell'asteroide. Conoscendo poi la distanza dell'oggetto dalla terra si può passare dal diametro apparente a quello vero; è inoltre possibile in linea di principio ipotizzare l'esistenza di un sistema binario ogni qualvolta la curva di luce presenti una doppia variazione.

Bisogna notare che una sola occultazione non è completamente sufficiente per la determinazione del diametro: anche ammettendo per semplicità che il corpo occultante sia sferico, con una sola misura non si può essere a priori certi di misurare il diametro completo; cosa più importante, gli asteroidi hanno forme irregolari, ed un singolo transito davanti ad una stella non può fornire informazioni dettagliate sulla forma complessiva tridimensionale dell'oggetto. Occorrono quindi in linea di principio più misure di occultazione in epoche diverse, il che è evidentemente difficile da realizzare in pratica. Per questi motivi, anche se l'occultazione in teoria è una tecnica intrinsecamente precisa per la valutazione delle dimensioni degli oggetti, nella pratica è limi-

tata da fattori di realizzabilità pratica delle osservazioni, e di conseguenza è in definitiva poco usata.

Infatti nonostante la semplicità concettuale, le osservazioni di occultazioni sono in pratica difficili da effettuare. Innanzitutto sono fenomeni non sempre prevedibili in quanto occorre conoscere a priori con estrema precisione sia la posizione della stella sia l'orbita dell'asteroide; inoltre, ogni occultazione è un evento transiente relativamente rapido, e può essere osservabile in molti casi solo in zone terrestri ben delimitate, dove può risultare impossibile compiere osservazioni (ad esempio sull'oceano).

1.3.2 Radiometria

Fino a lunghezze d'onda inferiori a $2.5\mu m$ la luce che si riceve dagli asteroidi è dovuta essenzialmente alla luce solare riflessa dalla superficie; tra $2.5\mu m$ e $5\mu m$ la luminosità apparente degli asteroidi non è più dovuta solamente alla luce solare riflessa ma dipende anche dall'emissione termica dell'asteroide dovuta al riscaldamento della superficie da parte della radiazione solare incidente. Al di sopra di $5\mu m$, infine, l'emissione è praticamente solo termica.

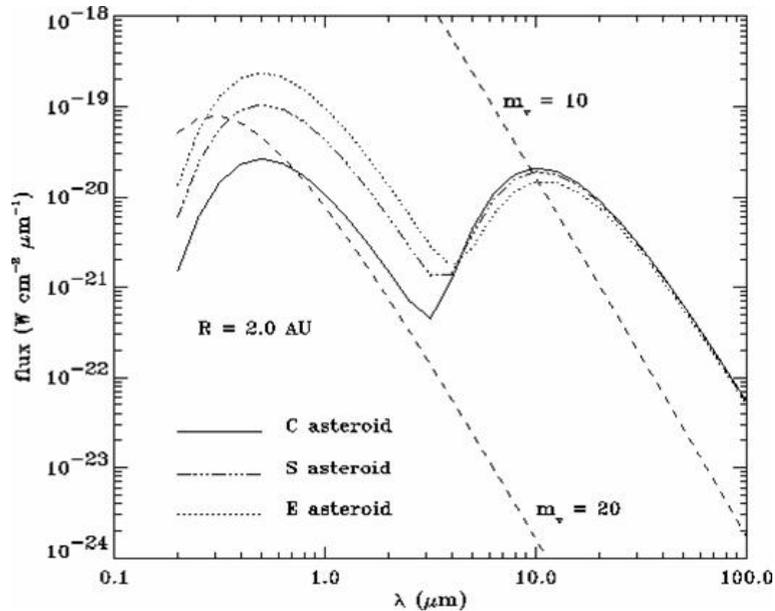


Figura 1.3: Distribuzione spettrale della radiazione calcolata a varie lunghezze d'onda per un asteroide simulato osservato ad una distanza di 2 Unità Astronomiche dalla Terra. Le linee tratteggiate indicano la radiazione emessa da stelle di magnitudine V di magnitudine 10 e 20. Immagine tratta da Price and Egan, *Adv. Space Res.* 28, 1117 (2001)

1. Gli asteroidi

Dalla figura 1.3 si può dedurre che il massimo del flusso di energia per unità di tempo che proviene dall'asteroide è lo stesso sia nel visibile che nell'infrarosso, e corrisponde al flusso ricevuto tipicamente da stelle di magnitudine apparente 20 e 10, rispettivamente. L'indice di colore (differenza di magnitudine) tra il flusso misurato nel visibile e nell'infrarosso arriva dunque ad essere di circa 10 magnitudini. Questo risultato si spiega in parte considerando che la definizione di magnitudine è basata su una stella campione, Vega, che è debole a grandi lunghezze d'onda. In ogni caso, poi, si deve tenere conto del fatto che i fotoni nell'infrarosso sono meno energetici di quelli nel visibile. Considerando ancora la figura 1.3, ciò significa che per avere lo stesso flusso di energia a lunghezze d'onda molto diverse si devono ricevere dall'asteroide numeri ben diversi di fotoni. In particolare, nell'infrarosso termico si devono ricevere molti più fotoni. Per questo motivo, si ha che a lunghezze d'onda micrometriche gli asteroidi sono oggetti relativamente brillanti.

La fotometria IR ha un ruolo importante nella determinazione delle caratteristiche fisiche degli asteroidi e si basa sul principio che sia la quantità di luce riflessa dalla superficie, sia quella irradiata termicamente, dipendono in ultima analisi dall'albedo e dalle dimensioni fisiche degli oggetti; l'emissione termica è anche influenzata da fattori come la temperatura superficiale, l'inerzia termica e la velocità di rotazione, per i quali non si hanno informazioni dirette e che devono essere in qualche modo descritti per mezzo di modelli.

Uno dei modelli usati più spesso è lo *Standard Thermal Model*, che assume che l'asteroide sia sferico, non ruotante, in equilibrio istantaneo con la radiazione solare incidente ed osservato ad un angolo di fase nullo (opposizione perfetta), ipotesi molto semplificative, ma ragionevoli in prima approssimazione.

In queste ipotesi, se si assume che ci sia equilibrio tra radiazione assorbita e radiazione emessa vale la seguente relazione:

$$T = \left[\frac{(1 - A) W}{\eta \epsilon \sigma} \right]^{1/4} \quad (1.4)$$

dove T è la temperatura dell'asteroide, W è l'energia solare incidente, σ è la costante di Stefan-Boltzmann, ϵ è l'emissività del corpo e A è l'albedo bolometrica, o albedo di *Bond*, ovvero il rapporto tra la radiazione solare incidente e la radiazione solare emessa a tutte le lunghezze d'onda; η è una costante di normalizzazione caratteristica del modello, che viene utilizzata per convertire il flusso termico ricevuto a quello che si sarebbe osservato nel caso di fase nulla, dal momento che in realtà le osservazioni non sono mai fatte ad angolo di fase nullo.

L'emissione termica che riceviamo sulla terra sarà:

$$F(\lambda, D, \Delta) = \frac{\pi D^2}{4 \cdot 2.24 \cdot 10^{16} \Delta^2} \overline{\epsilon_{BB}(\lambda)} \quad (1.5)$$

dove D è il diametro dell'asteroide, Δ è la distanza dalla terra, $\overline{BB}(\lambda)$ è l'emissione di corpo nero; dal momento che $\overline{BB}(\lambda)$ dipende dall'albedo, la combinazione delle equazioni 1.4 e 1.5 fornisce una misura della magnitudine in funzione del diametro e dell'albedo, in modo analogo alla fotometria visuale.

In definitiva, dunque, poichè sia la magnitudine visuale che quella infrarossa dipendono contemporaneamente dall'albedo e dalle dimensioni dell'asteroide, dalla misura simultanea delle due si può trovare una soluzione per i due parametri.

La fotometria IR, o *radiometria*, trova il suo limite nella validità del modello che si sceglie per descrivere la distribuzione della temperatura sulla superficie: i modelli di cui si dispone sono sempre approssimati, e modelli diversi possono essere migliori per tipi diversi di oggetti; inoltre la radiazione IR non è facilmente misurabile da terra a causa dell'assorbimento atmosferico che cade proprio tra i 5 e i 20 μm , e quindi per questa tecnica sono preferibili le osservazioni spaziali.

Una delle principali sorgenti di dati radiometrici è il satellite IRAS che ha osservato e identificato circa 2000 asteroidi e ne ha stimato albedo e diametro utilizzando il modello standard termico, creando un database per un vasto campione di oggetti.

1.3.3 Polarimetria

La polarizzazione della luce è un fenomeno che può essere indotto da diversi processi fisici. Lo stato di polarizzazione più generale è quello di polarizzazione parziale ellittica, che può essere descritto completamente dai parametri di Stokes:

$$\begin{aligned} I &= e_1^2 + e_2^2 = (Q^2 + U^2 + V^2)^{1/2} \\ Q &= e_1^2 - e_2^2 = I \cos(2\beta) \cos(2\theta) \\ U &= 2e_1e_2 \cos(\phi_2 - \phi_1) = I \cos(2\beta) \sin(2\theta) \\ V &= 2e_1e_2 \sin(\phi_2 - \phi_1) = I \sin(2\beta) \end{aligned} \quad (1.6)$$

dove, assumendo un'onda elementare di luce che si propaga nella direzione z , e_1 , e_2 , ϕ_1 e ϕ_2 sono le ampiezze e le fasi delle componenti del campo

1. Gli asteroidi

elettrico lungo x e y rispettivamente, β è l'angolo la cui tangente coincide con il rapporto degli assi dell'ellisse risultante, ϑ è l'angolo che l'asse maggiore dell'ellisse forma con l'asse x .

Dalle equazioni 1.6 si può notare facilmente che il parametro I non è altro che l'intensità della radiazione ricevuta; si vede quindi che la radiazione polarizzata ellitticamente può sempre essere scomposta in una componente di luce polarizzata linearmente, con $I_{lin} = \sqrt{Q^2 + U^2}$ e con $V = 0$, ed una componente polarizzata circolarmente, con intensità $I_{circ} = |V|$ e con $Q = U = 0$.

Lo stato di polarizzazione della luce che riceviamo da un asteroide può fornire importanti informazioni sull'albedo da cui si può in seguito risalire ad una stima delle dimensioni, e per questo motivo la polarimetria è stata, assieme alla radiometria, una delle più importanti tecniche indirette per la derivazione del diametro degli asteroidi.

Negli studi di polarizzazione degli asteroidi è invalso l'uso di esprimere lo stato di polarizzazione lineare mediante il parametro P_r definito come:

$$P_r = \frac{I_{\perp} - I_{\parallel}}{I_{\perp} + I_{\parallel}} \quad (1.7)$$

in cui I_{\perp} e I_{\parallel} sono rispettivamente l'intensità della componente polarizzata perpendicolarmente e parallelamente al piano di scattering della radiazione, vale a dire il piano che contiene il Sole, l'oggetto osservato e l'osservatore all'istante dell'osservazione; le proprietà polarimetriche dell'asteroide sono generalmente descritte dalla variazione di P_r in funzione dell'angolo di fase.

Per gli asteroidi si ha a che fare con luce solare diffusa dalla superficie, e quindi ci si aspetterebbe di misurare una radiazione parzialmente polarizzata linearmente con il piano di polarizzazione perpendicolare al piano di scattering, e quindi con P_r positivo; ma in realtà quello che si trova è che P_r assume tipicamente valori negativi per un certo intervallo di fasi, per lo più tra 0° e 20° , e positivo ad angoli di fase maggiori. Si ottiene quindi una tipica curva di fase caratterizzata da tre parametri principali, che sono il valore minimo della curva, P_{min} , α_0 che rappresenta l'angolo di fase per cui si inverte il segno di P_r e h che è la pendenza della curva in corrispondenza di α_0 .

Qualitativamente il fenomeno si spiega in generale in termini di fenomeni di backscattering coerente, la cui descrizione va al di là degli scopi di questa tesi: quello che si vuole mettere in evidenza è che l'andamento di P_r in funzione dell'angolo di fase ci permette di ricavare alcune informazioni fisiche utili.

In particolare esiste una relazione empirica che lega l'albedo p_v dell'asteroide al valore di h , che è data da:

$$\log p_v = C_1 \log h + C_2 \quad (1.8)$$

e analogamente si dimostra che vale:

$$\log p_v = C_3 \log P_{min} + C_4 \quad (1.9)$$

Ne consegue che è sufficiente ottenere un certo numero di osservazioni polarimetriche nell'intorno dell'angolo di inversione α_0 (oppure attorno all'angolo corrispondente a P_{min}) per ricavare l'albedo, e da questo, conoscendo la magnitudine e la distanza si ricava facilmente una stima del diametro.

Un altro risultato classico della polarimetria è il tentativo di caratterizzare la texture delle superfici degli asteroidi: la relazione che si trova tra P_{min} e l'angolo di inversione sembra essere in grado di fornire informazioni sulle dimensioni tipiche della polvere che costituisce il regolite (strato di rocce finemente frammentate) superficiale degli oggetti.

1.3.4 Osservazioni radar

Le informazioni che possono venire dall'astronomia radar si basano sulla possibilità di indirizzare una serie di impulsi elettromagnetici verso un asteroide e studiare in seguito l'eco riflessa, che può fornire informazioni su dimensioni, forma e caratteristiche superficiali dell'oggetto.

In pratica, il segnale di ritorno è sempre molto debole, in quanto la potenza dell'eco ricevuta è proporzionale a r^{-4} dove r è la distanza dell'oggetto dall'osservatore, con la conseguenza che, per applicare questa tecnica agli asteroidi, occorrono potenti trasmettitori e sensibili radiotelescopi per la ricezione del segnale. Anche facendo uso dei migliori strumenti esistenti, tuttavia, normalmente ci si deve limitare ad oggetti relativamente vicini. Da questo punto di vista gli asteroidi Aten - Apollo - Amor sono i bersagli ideali per questo genere di indagini.

Nell'analisi del segnale bisogna tener conto che, per ogni elemento di superficie, il tempo necessario per ricevere l'eco del segnale inviato è $2r/c$ e che è presente un effetto Doppler, dovuto alla componente radiale della velocità dell'elemento di superficie; il segnale di ritorno può quindi dare innanzitutto un'informazione sulla distanza dell'oggetto e sulla sua velocità radiale. Inoltre, a causa della rotazione dell'oggetto, elementi diversi di superficie possono dare origine a spostamenti Doppler diversi, a causa del fatto che alcune parti dell'asteroide possono andare incontro all'osservatore, mentre altre se ne allontanano, come effetto della rotazione.

1. Gli asteroidi

Se si misura il modo in cui variano nel tempo l'ampiezza e il ritardo Doppler del segnale di ritorno, si possono quindi ricavare indicazioni sulla rotazione e sulla forma dell'asteroide; in particolare, dall'analisi della distribuzione della potenza dell'eco, tenendo conto del ritardo del segnale τ e della frequenza Doppler ν , si possono produrre mappe bidimensionali con buone risoluzioni spaziali; queste immagini possono essere combinate in seguito per formare pseudo-immagini tridimensionali che danno l'ipotetica forma dell'asteroide.

Dall'analisi radar è possibile anche ricavare informazioni sulla metallicità, dato che oggetti composti prevalentemente da metalli riflettono maggiormente le onde elettromagnetiche; regolando il segnale a diverse frequenze in linea di principio si può risalire alla tessitura superficiale alla scala della lunghezza d'onda del segnale e all'albedo radar dell'oggetto, che è legata alla composizione mineralogica.

Vale la pena di notare inoltre che le osservazioni radar hanno permesso di risolvere anche un certo numero di asteroidi binari tra cui alcuni a contatto, come nei casi di 4179 Toutatis e 4769 Castalia.

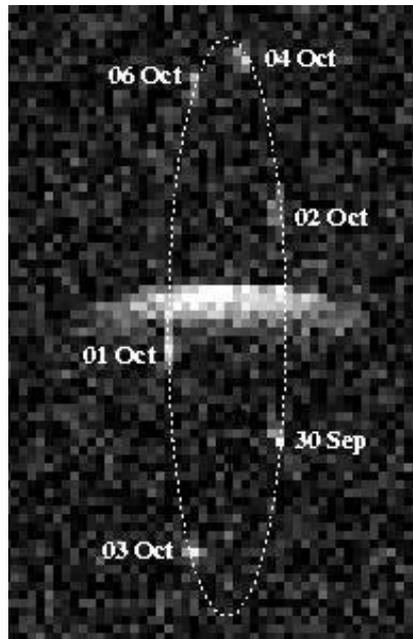


Figura 1.4: Immagine radar dell'asteroide 2000 DP107, ottenuta all'osservatorio astronomico di Arecibo; è visibile un piccolo satellite.

1.4 Spettroscopia e classificazione tassonomica

La luce che ci proviene dagli asteroidi è luce solare riflessa; le superfici degli asteroidi sono formate da una varietà di composti mineralogici, che assorbono selettivamente la luce solare incidente nei diversi colori. Più in particolare, l'interazione della radiazione solare con la superficie produce delle vibrazioni caratteristiche della struttura cristallina dei minerali presenti; queste vibrazioni producono a loro volta delle bande di assorbimento negli spettri che si possono osservare da terra.

Questo fatto può consentire in linea di principio di identificare i diversi tipi di specie mineralogiche presenti in superficie. Il problema principale è che trattandosi di spettri molecolari, la loro analisi risulta particolarmente complessa dato che le righe di assorbimento sono larghe e le posizioni e i profili delle stesse variano in modo complicato a seconda delle diverse specie minerali presenti ed è difficile identificare in modo univoco le specie mineralogiche presenti; è tuttavia vero che confrontando gli spettri di asteroidi con quelli di meteoriti ottenuti in laboratorio si trovano analogie che sono utili per interpretare gli spettri osservati in termini di composizioni mineralogiche.

Sia la spettroscopia che la fotometria in diversi colori consentono poi di introdurre una classificazione tassonomica degli asteroidi, cioè di suddividere la popolazione generale in sottogruppi caratterizzati da proprietà simili di riflettanza spettrale.

Una classificazione basata sull'indice di colore U-V e sull'albedo ottenuta con diverse tecniche, era già stata introdotta originariamente negli anni 70; a partire da allora diverse classificazioni tassonomiche sono state proposte da diversi autori; le classi tassonomiche oggi comunemente accettate sono 14, e vengono indicate con le lettere A,B,C,D,E,F,G,M,P,Q,R,S,T,V; l'esistenza di un così grande numero di classi tassonomiche ci mostra come la popolazione asteroidale presenti una grande diversità di composizioni, interpretabile in termini di una varietà di composizioni mineralogiche. La distribuzione di oggetti delle diverse classi tassonomiche a diverse distanze eliocentriche consente poi di interpretare quanto si osserva in termini di un gradiente generale nella composizione della materia originale del sistema solare.

1. Gli asteroidi

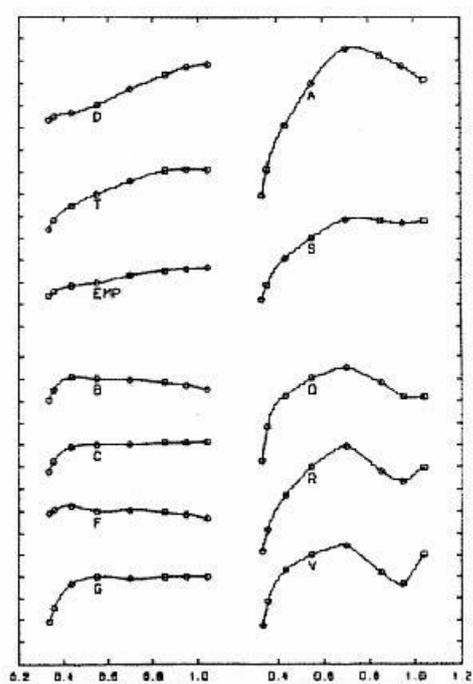


Figura 1.5: Spettri di riflettività per le diverse classi tassonomiche; in ascissa sono riportate le lunghezze d'onda in μm .

La maggior parte degli asteroidi si divide tra le due superclassi indicate con i simboli C ed S . La classe C è caratterizzata da bassa albedo e spettro piatto e privo di bande di assorbimento importanti. Ne fanno parte soprattutto asteroidi della fascia principale esterna. Tali asteroidi presentano somiglianze con le condriti carbonacee, meteoriti composte da materiale molto primitivo ricco di carbonati e minerali opachi e fotoassorbenti; avendo analoghe proprietà spettroscopiche gli asteroidi di tipo C sono tra tutti gli asteroidi quelli che probabilmente hanno maggiormente conservato le caratteristiche mineralogiche primitive.

La classe S è composta da oggetti che hanno spettri più arrossati, presentano una larga banda di assorbimento centrata intorno ad una lunghezza d'onda di $1\ \mu\text{m}$, variazioni più ampie nelle caratteristiche spettrali e albedo più alta. Sono distribuiti principalmente nella fascia più interna ed è presumibile che siano stati sottoposti a un qualche fenomeno di riscaldamento in grado di provocare limitati fenomeni di fusione parziale. Sono i probabili oggetti progenitori delle condriti ordinarie, le meteoriti più comuni che cadono sulla terra, anche se tra le due classi di oggetti esistono delle differenze apparenti in termini di spettro.

In generale, più piccole sono le dimensioni degli asteroidi di tipo S , più i loro spettri si avvicinano a quelli delle condriti ordinarie. Dato che in generale ci si attende che gli asteroidi più piccoli siano anche più giovani, dato che hanno vite collisionali più brevi, è naturale immaginare che possa esistere qualche processo di invecchiamento della superficie, provocato ad esempio da raggi cosmici o microcollisioni (*space weathering*) che con il passare del tempo tende a modificare le proprietà di riflettanza spettrale degli oggetti. Vedremo nei prossimi paragrafi come grazie all'utilizzo di sonde spaziali sia stato possibile ottenere dati precisi che hanno confermato questa teoria.

1.5 Immagini dirette

La possibilità di ottenere immagini dirette degli asteroidi è limitata principalmente da due fattori: innanzitutto tali oggetti sono molto piccoli e quindi appaiono come sorgenti puntiformi anche se osservati con potenti telescopi; in secondo luogo anche nel caso in cui un telescopio abbia una risoluzione angolare tale da risolvere l'asteroide, la presenza dell'atmosfera limita il potere risolutivo reale rendendo possibili solo misure di oggetti ben più grandi del limite teorico di molti telescopi.

Per questo motivo le osservazioni dirette degli asteroidi sono state trascurate e solo negli ultimi anni, lo sviluppo e l'applicazione di nuove tecniche ad

1. Gli asteroidi

alta risoluzione hanno permesso di raggiungere poteri risolutivi migliori, tali da poter risolvere le dimensioni angolari di un numero crescente di asteroidi.

Tra le tecniche di imaging ad alta risoluzione, vanno citate principalmente l'ottica adattiva e la speckle interferometry, che costituiscono l'argomento principale di questa tesi.

L'ottica adattiva permette di avvicinarsi al limite diffrattivo teorico del telescopio nonostante la presenza dei disturbi e delle distorsioni dovute alla turbolenza dell'atmosfera; fa uso di un sensore di fronte d'onda che calcola le distorsioni prodotte dall'atmosfera, e di uno specchio deformabile che permette di correggere tali distorsioni in tempo reale.

La Speckle Interferometry è una tecnica differente, che applicata direttamente ad immagini a brevissima esposizione permette di "congelare" l'effetto della turbolenza atmosferica e di ottenere immagini che si avvicinano al limite di diffrazione teorico dell'ottica usata; immagini a breve tempo di esposizione infatti non sono influenzate dalle variazioni ad alta frequenza temporale provocate dal seeing. L'insieme delle immagini ottenute (specklegramma) viene analizzato mediante tecniche di analisi di Fourier nello spazio delle frequenze, in modo da ricostruire l'immagine intrinseca della sorgente stessa.

Ovviamente, poi, le migliori immagini dirette di asteroidi possono essere ottenute mediante osservazioni *in situ* come brevemente descritto nel prossimo paragrafo.

1.6 Missioni Spaziali

A partire dal 1991, sono state effettuate osservazioni dallo spazio e *in situ* di alcuni asteroidi; tali missioni hanno permesso di approfondire ed eventualmente risolvere alcuni dilemmi e contemporaneamente hanno aperto nuovi interrogativi.

In particolare sono stati osservati principalmente gli asteroidi 951 Gaspra e 243 Ida mediante la sonda spaziale Galileo, e gli asteroidi 253 Mathilde e 433 Eros, mediante la sonda NEAR-Shoemaker. Inoltre, un certo numero di immagini ad alta risoluzione dell'asteroide 5535 Anne-Frank sono state ottenute anche mediante la sonda Stardust.

Ida appartiene alla classe S, la sua superficie appare satura di crateri il che fa pensare che si tratti di un asteroide "vecchio". Una delle scoperte più importanti che riguarda Ida è quella dell'esistenza di un piccolo satellite, Dactyl: si è potuto così dare una stima della massa e della densità, che è risultata minore di quella che ci si poteva aspettare per un corpo di quelle

dimensioni e di quella composizione mineralogica, e si pensa perciò che Ida sia un asteroide molto poroso.



Figura 1.6: Immagine di Ida acquisita dalla sonda spaziale Galileo; è possibile notare sulla destra il piccolo satellite Dactyl.

Gaspra è ancora un asteroide di tipo S di forma allungata, ma al contrario di Ida la sua superficie è caratterizzata da relativamente pochi crateri con scarsa sovrapposizione, indizio di un asteroide più giovane, la cui età è stimata attorno a 200 milioni di anni.

Sulla superficie di Ida e di Gaspra sono presenti blande variazioni di colore: in particolare i crateri più recenti sono meno arrossati e hanno albedo più alte (caratteristiche simili a quelle delle condriti ordinarie), mentre il resto della superficie è più arrossata e ha albedo minore; dato che i crateri dovrebbero essere di fresca formazione rispetto alla superficie, è naturale ipotizzare che esista un processo di invecchiamento che consiste nel rivestimento nel tempo dell'asteroide da polveri, provocato dall'azione di raggi cosmici, o da microimpatti; questi risultati hanno perciò permesso di comprendere il motivo delle differenze tra condriti ordinarie e asteroidi di tipo S, permettendo di collegare direttamente tra loro i due tipi di oggetti.

Mathilde è un asteroide di classe C, che presenta crateri molto grandi, che violano la "legge" ritenuta valida in precedenza per cui non si potrebbero formare crateri più grandi del raggio complessivo dell'oggetto. Sorgono perciò

1. Gli asteroidi

interrogativi sulla sua struttura complessiva: si pensa che Mathilde abbia una spessa crosta superficiale di natura sabbiosa e che sia caratterizzata da una macroporosità interna.

Eros è l'asteroide su cui è atterrata la sonda NEAR, e per il quale esiste la maggiore quantità di dati disponibili; si tratta di un asteroide NEO (*Near-Earth Object*) di tipo S, con una composizione superficiale compatibile con quella delle condriti ordinarie. Ha forma complessa e allungata; la superficie appare ricca di fratture e avvallamenti, e ovunque sono presenti ciottoli mai osservati in precedenti missioni su altri asteroidi. In base ai dati raccolti si pensa che Eros sia un asteroide globalmente consolidato e non un insieme di grossi sassi debolmente legati dall'autogravitazione.

Le osservazioni da parte di sonde spaziali forniscono un mezzo insostituibile per la determinazione delle caratteristiche fisiche principali degli asteroidi, ma hanno costi molto elevati e sono perciò limitate ad un numero estremamente esiguo di oggetti.



Figura 1.7: Immagine della superficie di Eros, osservata dalla sonda spaziale Near.

1.7 Quadro generale e problemi ancora aperti

Nei paragrafi precedenti è stata messa in risalto l'importanza che rivestono gli asteroidi nella costruzione di una teoria di formazione ed evoluzione del nostro sistema solare; è perciò necessario tentare di ottenere una conoscenza il più possibile accurata delle proprietà fisiche e dinamiche che caratterizzano questi oggetti, a cominciare dalle masse, dalle dimensioni e dalla densità. Tuttavia, quello che appare evidente è che oggi i dati a disposizione dei planetologi riguardo a questi parametri fondamentali sono spesso affetti da notevoli incertezze, e sono quantitativamente esigui in confronto al numero di oggetti conosciuti.

La massa è un parametro particolarmente difficile da misurare, dato che gli asteroidi, a causa delle loro dimensioni ridotte, sono dotati di un campo gravitazionale molto debole, che non è in grado di produrre perturbazioni significative sui pianeti. Fino a poco tempo fa l'unico modo per misurare la massa era quello di osservare incontri ravvicinati tra asteroidi e di misurare le deflessioni prodotte sulle orbite per effetti gravitazionali. In questi eventi, tuttavia, quello che accade è che l'angolo di deflessione è molto piccolo e occorrono misurazioni astrometriche di una precisione altissima, per lo più oltre il limite delle attuali possibilità strumentali.

Fortunatamente, negli ultimi anni la scoperta di parecchi sistemi binari ha permesso di ottenere ulteriori informazioni su alcuni oggetti: infatti dallo studio dei sistemi binari è possibile, tramite le leggi di Keplero, ricavare le masse totali dei sistemi; inoltre, per un numero molto esiguo di oggetti osservati *in situ* si hanno misure ottime, ricavate attraverso lo studio dell'incontro ravvicinato della sonda spaziale con l'asteroide.

Un'altra quantità fisica fondamentale per la costruzione di un modello generale degli asteroidi sono le dimensioni lineari, normalmente espresse in termini di un diametro medio. Il diametro si ricava soprattutto in modo indiretto, e nella pratica il metodo che finora ha fornito la maggior parte delle stime dei diametri è quello della radiometria; ci si aspetta in un prossimo futuro di ottenere risultati più accurati con l'applicazione delle tecniche ad alta risoluzione e con la realizzazione di nuove missioni spaziali come ad esempio GAIA.

Per quanto riguarda l'inventario della popolazione, e la generale distribuzione di massa, sappiamo che il più grande degli asteroidi è 1 Cerere, con 913 *km* di diametro; seguono una trentina di asteroidi di dimensioni maggiori di 200 *km*, e poi il numero di oggetti aumenta al diminuire delle dimensioni seguendo una legge di potenza; per piccoli diametri però i dati sono incompleti, per cui non è facile estrapolare il comportamento di tale distribuzione al diminuire delle dimensioni.

1. Gli asteroidi

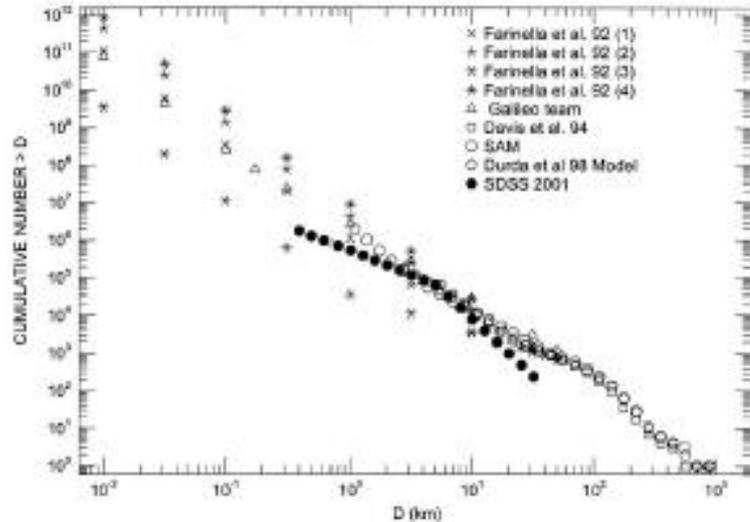


Figura 1.8: Vari modelli utilizzati per descrivere la distribuzione cumulativa delle dimensioni degli asteroidi. Immagine tratta da [EFTZ05]

La comprensione delle caratteristiche della distribuzione dei diametri degli asteroidi della fascia principale è fondamentale se si vuole costruire un modello di evoluzione collisionale della fascia principale. Uno degli scopi fondamentali dei modelli di evoluzione collisionale è certamente quello di poter stimare quali erano le condizioni iniziali della distribuzione dei diametri all'epoca in cui l'evoluzione collisionale iniziò a diventare predominante, poco tempo dopo l'epoca di accrezione dei planetesimi nell'attuale fascia principale, come spiegato in precedenza.

Purtroppo il numero di oggetti con diametri che sono stati veramente *misurati* in modo diretto è molto esiguo. Per la quasi totalità degli oggetti le dimensioni sono note per mezzo di tecniche indirette che sono soggette a notevoli incertezze. Nasce da qui l'esigenza di cercare di aumentare il campione statistico di oggetti con diametri misurati direttamente tramite tecniche di imaging ad alta risoluzione. Avendo a disposizione dati accurati delle dimensioni per un campione non troppo esiguo di oggetti può consentire di calibrare in modo affidabile i risultati delle stime di diametro mediante tecniche indirette come la radiometria L'applicazione fruttuosa di tecniche di imaging ad alta risoluzione, inoltre, può permettere di scoprire nuovi sistemi asteroidali binari. Si tratta di un filone di ricerca che ha prodotto in anni recenti risultati

1.7 Quadro generale e problemi ancora aperti

molto interessanti. La ragione è che l'origine dei sistemi binari ha a che fare con i processi di collisione catastrofica tra asteroidi, e l'abbondanza di sistemi fornisce quindi vincoli importanti agli studi dell'evoluzione collisionale della popolazione. Un altro motivo è che l'osservazione dei periodi di rivoluzione dei membri di sistemi binari fornisce la possibilità di ottenere informazioni sulle masse degli oggetti, come accennato in precedenza.

Infine, una misura diretta ed accurata delle dimensioni, nel caso di asteroidi che costituiscono un pericolo per un possibile impatto con la Terra, può permettere non solo di determinare quali possono essere gli eventuali danni derivanti da un impatto, ma soprattutto di identificare le tecniche di intervento più idonee per scongiurare un eventuale impatto.

Una conoscenza delle dimensioni e della massa, ove possibile, può fornire poi informazioni sulla densità media, altro parametro astrofisico importantissimo legato alla composizione minearologica e alla struttura interna complessiva dell'oggetto; in pochi casi in cui si hanno a disposizione stime della massa e del diametro, per lo più come risultato di missioni spaziali, le densità ottenute si sono rivelate piuttosto basse per corpi rocciosi omogenei, ed è stato perciò introdotto il concetto di *porosità*, parametro che dà un'idea di quanto spazio vuoto è contenuto in un asteroide; corpi molto porosi potrebbero essere in realtà agglomerati gravitazionali di frammenti prodotti dalla distruzione collisionale di un corpo progenitore (struttura a *rubble pile*).

1. Gli asteroidi

Capitolo 2

Imaging ad alta risoluzione

2.1 Risoluzione teorica di un telescopio

Prima di parlare in modo approfondito della tecnica dell'ottica adattiva e della speckle interferometry, è opportuno riassumere brevemente l'importanza che riveste la risoluzione angolare nelle osservazioni astronomiche: infatti essa è una delle caratteristiche fondamentali di un sistema ottico, ed esprime la capacità che ha il sistema stesso di distinguere sorgenti molto vicine tra loro.

Un'elevata risoluzione angolare permette ad esempio di distinguere le componenti di un sistema binario o multiplo, o di trovare il diametro angolare di oggetti estesi che a risoluzioni minori possono sembrare puntiformi (come nel caso delle osservazioni degli asteroidi).

Il limite risolutivo massimo per un sistema ottico è fissato dalle leggi della diffrazione: è noto che in generale quando le onde elettromagnetiche che compongono un fascio luminoso passano attraverso un'apertura, si propagano dopo di essa lungo direzioni diverse da quella d'incidenza, dando origine a differenze di cammini ottici che provocano fenomeni di interferenza sia costruttiva sia distruttiva, con conseguente redistribuzione di energia nello spazio e con la formazione delle caratteristiche figure di diffrazione.

Per descrivere il fenomeno si può considerare inizialmente una fenditura sottile di larghezza b come indicato nella figura 2.1. Supponiamo che sulla fenditura incida un'onda piana di lunghezza d'onda λ con il fronte d'onda parallelo al piano contenente la fenditura e suddividiamo la fenditura in N strisce parallele di larghezza dS , ciascuna distante s dal centro della fenditura; ciascuna striscia per il principio di Huygens, funge da sorgente di onde

2. Imaging ad alta risoluzione

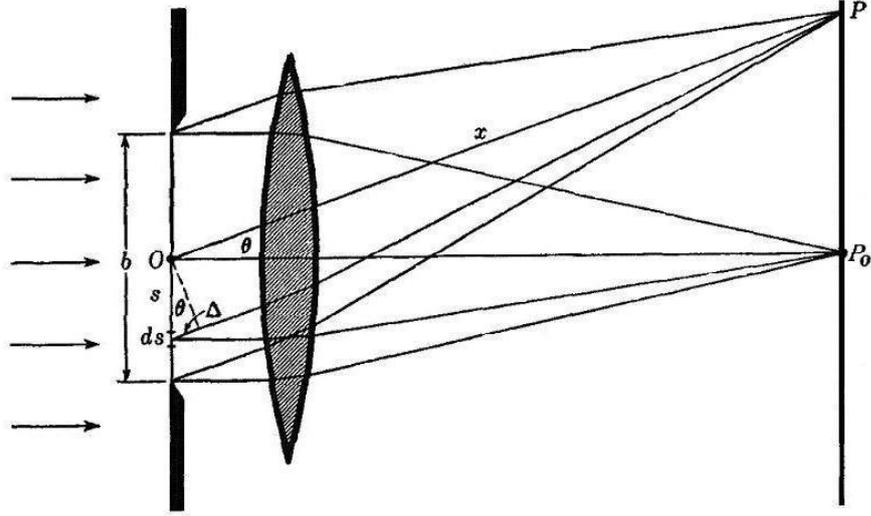


Figura 2.1: Schema della diffrazione da parte di una fenditura. (Immagine tratta da [Jen76])

secondarie, e nel punto P i raggi provenienti da due sottodivisioni adiacenti della fenditura incideranno avendo una differenza di cammino ottico $dS \sin \theta$ con conseguente differenza di fase $d\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} dS \sin \theta$. Quindi se le onde che compongono il fronte d'onda sono descritte da $y = A \sin(\omega t - kx)$, dove A è l'ampiezza, x è la direzione di propagazione dell'onda e y è la direzione perpendicolare a x (sul piano del foglio in 2.1), la differenza di cammino ottico è quantificabile come:

$$\begin{aligned} dy_s &= \frac{AdS}{x} \sin(\omega t - k(x + \Delta)) \\ &= \frac{AdS}{x} \sin(\omega t - kx - ks \sin \theta) \end{aligned} \quad (2.1)$$

dove $k = 2\pi/\lambda$ è il vettore d'onda e x è la distanza dal piano focale. Per conoscere gli effetti di tutti i raggi basta allora integrare la 2.1 su tutta la fenditura, e quindi, considerando anche la simmetria del problema:

$$\begin{aligned} dy &= dy_s + dy_{-s} \\ &= \frac{AdS}{x} [\sin(\omega t - kx + ks \sin \theta) + \sin(\omega t - kx - ks \sin \theta)] \\ &= \frac{AdS}{x} [2 \cos(ks \sin \theta) \sin(\omega t - kx)] \end{aligned} \quad (2.2)$$

2.1 Risoluzione teorica di un telescopio

Che deve essere integrata tra 0 e $b/2$.

$$\begin{aligned}
 y &= \frac{2A}{x} \sin(\omega t - kx) \int_0^{b/2} \cos(ks \sin \theta) dS \\
 &= \frac{2A}{x} \left[\frac{\sin(ks \sin \theta)}{k \sin \theta} \right]_0^{b/2} \sin(\omega t - kx) \\
 &= \frac{Ab \sin\left(\frac{1}{2}kb \sin \theta\right)}{x \frac{1}{2}kb \sin \theta} \sin(\omega t - kx) \tag{2.3}
 \end{aligned}$$

Ne risulta quindi una figura di diffrazione la cui ampiezza e intensità variano al variare dalla distanza dal centro come:

$$A = A_0 \frac{\sin \beta}{\beta} \tag{2.4}$$

$$I = A_0^2 \frac{\sin^2 \beta}{\beta^2} \tag{2.5}$$

con $\beta = \frac{1}{2}kb \sin \theta = (\pi b \sin \theta) / \lambda$ e $A_0 = Ab/x$.

Nel caso di un'apertura circolare di raggio r , il ragionamento è simile, ma bisogna integrare sull'apertura in due dimensioni; questo può essere fatto considerando un sistema di coordinate cilindriche (ρ, φ) , dove ρ indica la distanza di un determinato punto P dal centro e φ indica l'angolo rispetto ad un diametro di riferimento.

La differenza di cammino ottico in questo caso è $\Delta = (r - \rho \cos \varphi) \sin \theta$ e il contributo di un' area infinitesima $dA = \rho d\varphi d\rho$ è proporzionale a

$$\sin(\omega t + (2\pi/\lambda)(r - \rho \cos \varphi) \sin \theta) \rho d\varphi d\rho \tag{2.6}$$

che va integrata su tutta l'apertura:

$$\int_0^{2\pi} \int_0^r \sin \left[\omega t + \left(\frac{2\pi r \sin \theta}{\lambda} \right) - \left(\frac{2\pi \rho \cos \varphi \sin \theta}{\lambda} \right) \right] \rho d\rho d\varphi \tag{2.7}$$

Eseguendo i calcoli, si trova che l'intensità dell'immagine in direzione dell'angolo θ è

$$\begin{aligned}
 I(\theta) &\propto \left[\sin \left(\omega t + \frac{2\pi r \sin \theta}{\lambda} \right) \int_0^{2\pi} \int_0^r \rho \cos \left(\frac{2\pi \rho \cos \varphi \sin \theta}{\lambda} \right) d\rho d\varphi \right]^2 \\
 &\propto \left(r^2 \int_0^{2\pi} \frac{\sin(2m \cos \varphi)}{2m \cos \varphi} d\varphi - \frac{1}{2} r^2 \int_0^{2\pi} \frac{\sin^2(m \cos \varphi)}{(m \cos \varphi)^2} d\varphi \right)^2 \tag{2.8}
 \end{aligned}$$

2. Imaging ad alta risoluzione

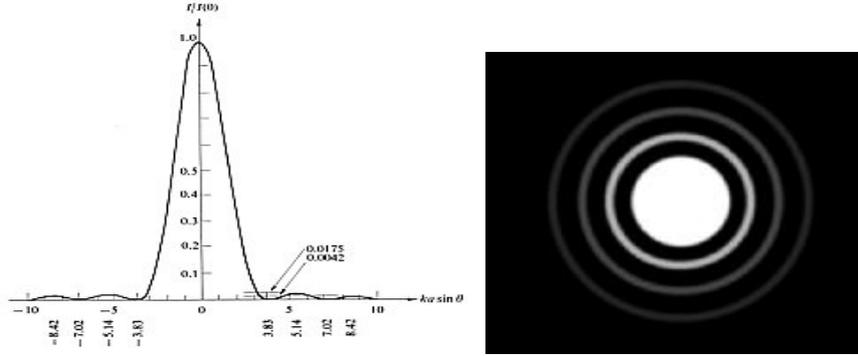


Figura 2.2: Figura di diffrazione di Airy.

dove $m = \pi r \sin \theta / \lambda$. Quindi, tenendo conto che :

$$\frac{\sin(2m \cos \varphi)}{2m \cos \varphi} = 1 - \frac{(2m \cos \varphi)^2}{3!} + \frac{(2m \cos \varphi)^4}{5!} - \dots$$

$$\frac{\sin^2(m \cos \varphi)}{(m \cos \varphi)^2} = 1 - \frac{2^3 (m \cos \varphi)^2}{4!} + \frac{2^5 (m \cos \varphi)^4}{6!} - \dots \quad (2.9)$$

(2.10)

si ha che

$$I(\theta) \propto \left(r^2 \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \int_0^{2\pi} \frac{(2m \cos \varphi)^{2n}}{(2n+1)!} d\varphi - \frac{1}{2} r^2 \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \int_0^{2\pi} \frac{2^{2n+1} (m \cos \varphi)^{2n}}{(2n+2)!} d\varphi \right)^2 \quad (2.11)$$

e, dato che $\int_0^{2\pi} \cos^{2n} \varphi d\varphi = \frac{(2n)!}{2(n!)^2} \pi$ si ottiene:

$$I(\theta) \propto \pi^2 r^4 \left[\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n+1} \left(\frac{m^n}{n!} \right)^2 \right]^2$$

$$\propto \frac{\pi^2 r^4}{m^2} (J_1(2m))^2 \quad (2.12)$$

Quindi $I(\theta)$ corrisponde ad un massimo o ad uno zero in accordo al comportamento della funzione di Bessel, come illustrato nella figura 2.2; tale figura diffrattiva prende il nome di *figura di Airy*.

Gli zeri della funzione 2.12, e quindi le frange scure della figura di diffrazione, si trovano per $m = 1.916, 3.508, 5.087, \dots$, per i quali

2.1 Risoluzione teorica di un telescopio

$$\sin \theta = \frac{1.916\lambda}{\pi r}, \frac{1.3.508\lambda}{\pi r}, \dots \quad (2.13)$$

che per piccoli θ può essere approssimato a

$$\theta = \frac{1.22\lambda}{d}, \frac{2.233\lambda}{d}, \dots \quad (2.14)$$

dove d è il diametro dell'apertura.

Se adesso si considerano due sorgenti puntiformi, esse saranno trasformate dal sistema ottico in due figure di Airy, che saranno distinguibili se le due sorgenti avranno una separazione angolare sufficientemente grande. Avvicinando sempre più tra loro le sorgenti, le due figure di Airy si sovrapporranno, fino a mescolarsi completamente tra loro; si può allora prendere come criterio di risoluzione quello di Rayleigh, che afferma che le sorgenti sono distinguibili se le immagini che si formano sono tali che il massimo principale di una cade nel primo minimo dell'altra, come si può vedere in figura 2.3.

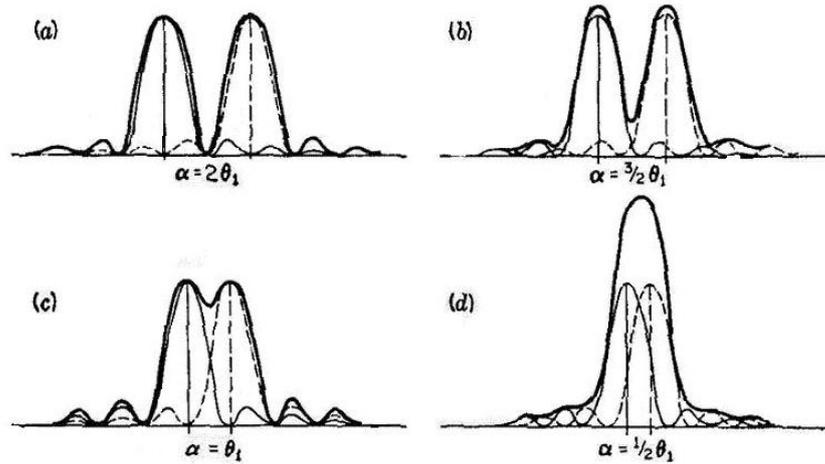


Figura 2.3: Risoluzione di uno strumento ottico: in a) e in b) le due sorgenti sono risolte, in c) appena risolte e in d) non sono risolte (Immagine tratta da [Jen76])

Tale criterio matematicamente corrisponde a dire che due sorgenti sono distinguibili se la loro separazione angolare è almeno

$$\theta_{diff} = 1.22 \frac{\lambda}{D} \quad (2.15)$$

dove D è il diametro del telescopio e λ la lunghezza d'onda a cui si osserva; questa è la massima risoluzione angolare ottenibile, e in questo caso si dice che il sistema è limitato dalla diffrazione.

2. Imaging ad alta risoluzione

La 2.15 suggerisce che in teoria è possibile migliorare la risoluzione angolare aumentando le dimensioni del telescopio; specchi di grande diametro non solo fanno sì che la risoluzione angolare sia migliore, ma raccolgono anche più fotoni e permettono di rivelare sorgenti più deboli. Tuttavia all'aumentare delle dimensioni delle aperture succede purtroppo che l'atmosfera viene a giocare un ruolo sempre più importante nella formazione dell'immagine sul piano focale, e anche nei migliori siti un telescopio ottico perfetto può produrre immagini i cui dettagli sono significativamente degradati rispetto a quelli ottenibili teoricamente nel vuoto, rendendo di fatto impossibile risolvere sorgenti deboli o sistemi binari molto vicini; si dice allora che le immagini ottenute sono dominate dal *seeing* (come spiegato nel prossimo paragrafo).

Per ovviare al problema dell'atmosfera la soluzione concettualmente più semplice è quella di portare i telescopi nello spazio, dove in linea di principio dovrebbe essere possibile raggiungere il limite diffrattivo teorico corrispondente all'ottica usata. Il problema pratico da risolvere, ovviamente, è che una missione spaziale è sempre molto costosa e tecnicamente molto complessa da realizzare (si veda la storia dell'Hubble Space Telescope, che ha comunque prodotto risultati fondamentali per l'Astrofisica da ormai molti anni).

Un'alternativa meno costosa è data dalle tecniche di imaging ad alta risoluzione per telescopi da terra che si stanno sviluppando da diversi anni. Queste tecniche sono basate su diversi concetti volti a realizzare dispositivi in grado di compensare, almeno in parte, gli effetti dell'atmosfera nella produzione delle immagini sul piano focale dei telescopi astronomici, in modo da ottenere immagini piuttosto vicine al limite diffrattivo teorico. Il grosso vantaggio di queste tecniche è che esse possono essere utilmente applicate per migliorare le prestazioni dei telescopi più grandi basati a Terra (con specchi del diametro di 8 - 10 metri, attualmente). In questo modo, il grande potere di raccolta di fotoni di questi grandi strumenti può essere coniugato alla possibilità di avere immagini abbastanza vicine al limite teorico di diffrazione, rendendo così questi telescopi altamente competitivi anche rispetto a telescopi spaziali di dimensioni più piccole.

Nei prossimi paragrafi vedremo quali sono le caratteristiche dell'atmosfera che influiscono sulla risoluzione angolare e come si traducono in seguito nella formazione dell'immagine.

2.2 Caratteristiche dell'atmosfera

Come si è detto in precedenza, la principale causa della degradazione delle immagini astronomiche formate sul piano focale di qualsiasi telescopio basato a terra, è costituita dal cosiddetto effetto di *seeing*, dovuto alla presenza dell'atmosfera. L'atmosfera non si comporta come un mezzo ideale caratterizzato da un indice di rifrazione costante, ma al contrario variazioni di umidità, pressione e temperatura, e gradiente di velocità del vento, causano variazioni locali dell'indice di rifrazione dell'aria, che a loro volta causano deformazioni del fronte d'onda incidente. Queste variazioni dell'indice di rifrazione avvengono su brevissime scale temporali e su piccole scale spaziali, ben più piccole del diametro dello specchio di un tipico telescopio. Parti diverse dello stesso fronte d'onda proveniente da una sorgente astronomica, passando attraverso strati atmosferici con diverse caratteristiche, sono dunque soggette a variazioni casuali del cammino ottico, con il risultato finale che il fronte d'onda quando raggiunge lo specchio principale (o l'obiettivo, nel caso di un telescopio rifrattore) non è più piano come nel caso ideale, ma fortemente corrugato.

Per descrivere i fenomeni di turbolenza (in questo specifico caso, turbolenza atmosferica) si usa normalmente introdurre il cosiddetto numero di Reynolds, una quantità adimensionale fondamentale per delineare le proprietà del moto di un determinato fluido: esso è infatti la grandezza che quantifica il rapporto tra forze inerziali e forze viscosi nel fluido, e determina quindi se il moto del fluido è di tipo laminare o turbolento. Il numero di Reynolds può essere espresso come:

$$R_e = \frac{\rho v L}{\nu} \quad (2.16)$$

dove v è la velocità media del fluido, ρ è la densità, L è la scala spaziale tipica del fluido, ν è la viscosità: il fluido è caratterizzato da moto laminare se il numero di Reynolds è basso, da moto turbolento se il numero di Reynolds è alto. Nel caso dell'atmosfera il numero di Reynolds assume un valore alto ($R_e \approx 10^6$), e ciò indica che il comportamento dinamico dell'atmosfera è dominato dalla turbolenza.

Lo studio dell'atmosfera risulta quindi particolarmente complesso; tuttavia sono stati sviluppati modelli basati su considerazioni statistiche e su un certo numero di ipotesi semplici, che riescono a descrivere in modo abbastanza soddisfacente il comportamento atmosferico, e permettono di definire alcuni parametri utili per descrivere l'effetto del seeing, e dai quali si può prendere spunto per la realizzazione di tecniche efficaci per effettuare osservazioni astronomiche ad alta risoluzione.

2. Imaging ad alta risoluzione

Un modello classico è quello di Kolmogorov: esso si basa principalmente sull'ipotesi che l'energia che caratterizza i grandi vortici di turbolenza venga trasferita a vortici via via sempre più piccoli, senza perdita di energia, come indicato in figura 2.2.

In queste condizioni si può dimostrare che esistono due valori particolari di scala della turbolenza, l_0 e L_0 : la quantità l_0 , chiamata *inner scale*, è dell'ordine del mm ed è la grandezza sotto la quale gli effetti viscosi diventano importanti; L_0 , chiamata *outer scale*, assume valori da qualche metro a qualche chilometro ed è la grandezza sopra la quale l'atmosfera non può più essere considerata isotropa; questi valori definiscono un intervallo Δr , con $l_0 \leq \Delta r \leq L_0$, detto *range inerziale*, all'interno del quale l'atmosfera può essere considerata isotropa e può essere descritta da leggi relativamente semplici.

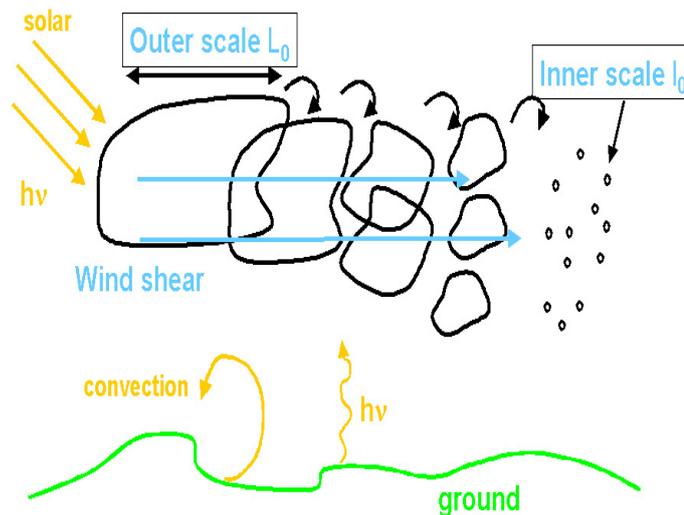


Figura 2.4: Passaggio della turbolenza da scale dell'ordine di L_0 a scale dell'ordine di l_0 . (figura tratta da <http://astron.berkeley.edu/~jrg/SEEING/node1.html>)

Nelle ipotesi che oltre che isotropa, l'atmosfera possa essere considerata localmente omogenea, le differenze medie di velocità tra due punti nello spazio separati da un vettore r possono essere descritte da una funzione di struttura¹ della velocità

¹In generale se $f(t)$ è una variabile random (non stazionaria) la funzione di struttura è una misura dell'intensità delle sue fluttuazioni (su una scala temporale $\leq \tau$) e risulta $D_f(\tau) = \langle F_t^2(\tau) \rangle = \langle [f(t+\tau) - f(t)]^2 \rangle$

2.2 Caratteristiche dell'atmosfera

$$D_v(\Delta r) = \langle (v(r) - v(r + \Delta r))^2 \rangle \quad (2.17)$$

che nel caso di piccoli r (ovvero all'interno dell'intervallo di range inerziale $l_0 \leq \Delta r \leq L_0$) assume la forma:

$$D_v(\Delta r) = C_v^2 \Delta r^{2/3} \quad (2.18)$$

La costante C_v^2 si chiama *coefficiente di struttura della velocità*, ed è una misura dell'energia della turbolenza.

E' possibile ricavare in modo analogo un *coefficiente di struttura della temperatura* e un *coefficiente di struttura dell'indice di rifrazione*, anch'essi caratterizzati dall'andamento con la potenza alla 2/3 di r .

Se si esprime l'indice di rifrazione dell'aria in funzione della lunghezza d'onda λ , della temperatura assoluta T in Kelvin, della pressione p , in millibar, e della pressione di vapor acqueo q (anch'essa in millibar) si ottiene la formula cosiddetta di Cauchy:

$$n - 1 = \frac{77.6 \cdot 10^{-6}}{T} (1 + 7.52 \cdot 10^{-3} \lambda^{-2}) \left(P + 1810 \frac{q}{T} \right) \quad (2.19)$$

Le variazioni dell'indice di rifrazione in funzione delle fluttuazioni di pressione, di temperatura o di umidità dell'aria da un punto all'altro di una determinata zona dell'atmosfera, possono poi essere espresse, tenendo conto della relazione precedente, come:

$$dn = \frac{\partial n}{\partial T} dT + \frac{\partial n}{\partial q} dq + \frac{\partial n}{\partial P} dP \quad (2.20)$$

In generale, si ha che le fluttuazioni dell'indice di rifrazione dovute a variazioni di umidità sono importanti solo in casi estremi come nebbia o vicinanza a luoghi umidi (mari e laghi); sperimentalmente si trova anche che gli effetti di pressione sono trascurabili, di conseguenza le fluttuazioni dell'indice di rifrazione sono praticamente dovute prevalentemente alla struttura termica dell'atmosfera.

Tatarsky notò che lo studio della struttura termica dell'atmosfera porta a definire analogamente a quanto è successo per la velocità, una *inner scale*, che corrisponde questa volta alle più piccole variazioni di temperatura, e una *outer scale* per le variazioni massime, permettendo di ritrovare un *range inerziale* in cui la funzione di struttura della temperatura assume la forma

$$D_T(\Delta r) = C_T^2 \Delta r^{2/3} \quad (2.21)$$

2. Imaging ad alta risoluzione

C_T^2 è il coefficiente di struttura di temperatura e caratterizza completamente la turbolenza termica locale in un certo intervallo di tempo; è espresso in termini di $K^2 m^{-2/3}$ ed è definito formalmente da:

$$C_T^2 = \frac{\langle (T(r) - T(r + \Delta r))^2 \rangle}{\Delta r^{2/3}} \quad (2.22)$$

Il coefficiente di struttura dell'indice di rifrazione C_n^2 , è legato a quello di temperatura dalla relazione:

$$C_n^2 = \left(\frac{\partial n}{\partial T} \right)^2 C_T^2 \quad (2.23)$$

e quindi, ricordando le 2.19 e 2.20, si ha che

$$C_n^2 = C_T^2 \left[77.6 \cdot 10^{-6} (1 + 7.52 \cdot 10^{-3} \lambda^{-2}) \frac{P}{T^2} \right]^2 \quad (2.24)$$

C_n^2 ha una forte dipendenza dall'altitudine h , e varia secondo le stagioni, i giorni e le ore; tipici valori vanno da $10^{-14} m^{-2/3}$ sul livello del mare a $10^{-17} m^{-2/3}$ per un' altitudine di $10 km$; la differenza media tra gli indici di rifrazione relativi a due diverse zone dell'atmosfera cresce all'aumentare della separazione di tali zone.

Per calcolare gli effetti della turbolenza atmosferica, spesso si usano integrali del profilo di C_n^2 che hanno la forma:

$$\mu_n = \int_H C_n^2(h) h^n dh \quad (2.25)$$

dove H è l'altitudine. Quest'ultimo integrale è noto come il momento n -esimo della turbolenza ed è utilizzato per ricavare alcuni parametri fondamentali che caratterizzano l'atmosfera e di cui si deve tener conto. Essi sono:

- **Parametro di Fried:**

Il parametro di Fried, o lunghezza di coerenza, è dato dall'espressione:

$$r_0 = [0.423 k^2 \sec(\beta) \mu_0]^{-\frac{3}{5}} \quad (2.26)$$

dove β è l'angolo zenitale e $k = 2\pi/\lambda$ è il vettore d'onda relativo alla lunghezza d'onda a cui si osserva.

La lunghezza di coerenza caratterizza l'estensione delle zone dell'atmosfera entro le quali l'indice di rifrazione può essere considerato costante:

2.2 Caratteristiche dell'atmosfera

è come se l'atmosfera fosse suddivisa in tante celle di dimensione r_0 ciascuna caratterizzata da un certo indice di rifrazione che può essere diverso da quello delle altre celle, ma che rimane costante all'interno della cella stessa.

Di conseguenza, quello che accade è che il fronte d'onda che raggiunge la pupilla d'ingresso di un telescopio si comporta come se fosse spezzettato in zone di diametro $\approx r_0$, ciascuno dei quali produce un'immagine distinta della sorgente.

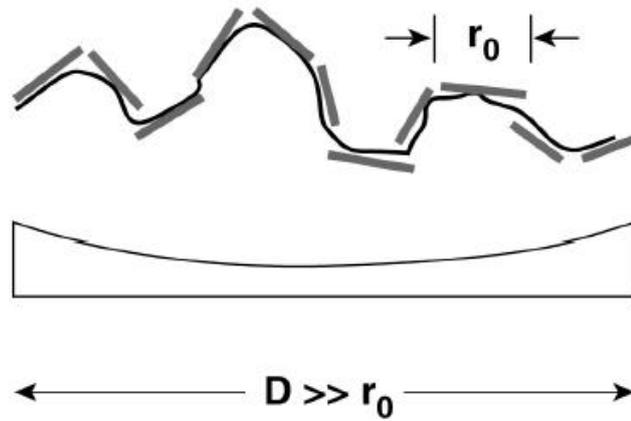


Figura 2.5: Rappresentazione del fronte d'onda aberrato dall'atmosfera sulla pupilla d'ingresso del telescopio.

Tali immagini si sommano poi nel tempo sul piano focale con il risultato che la larghezza finale di un'immagine puntiforme del sistema non è più data dalla figura di Airy 2.15, ma è determinata invece da una lunghezza di coerenza:

$$\theta_{seeing} \approx \frac{\lambda}{r_0} \quad (2.27)$$

Si ottiene in pratica un'allargamento dell'immagine che limita le prestazioni reali di tutti i telescopi basati a terra, anche se a grande altitudine, dove gli effetti atmosferici sono minori. Poiché $r_0 \propto \lambda^{6/5}$ si ha poi che $\theta_{seeing} \propto \lambda^{-1/5}$, ovvero la larghezza di un'immagine puntiforme prodotta da un sistema aberrato dal seeing diminuisce con l'aumentare della lunghezza d'onda.

2. Imaging ad alta risoluzione

Il parametro di Fried varia con il sito, e valori tipici vanno da 3 a 30 cm, per una lunghezza d'onda di $0.5\mu m$; r_0 decresce quando la turbolenza è più forte (cioè se C_n^2 cresce) e quando si osserva a grandi angoli zenitali, mentre come si è visto diventa più grande all'aumentare della lunghezza d'onda.

- **Tempo caratteristico**

Le caratteristiche temporali della turbolenza possono essere descritte mediante un parametro di tempo caratteristico:

$$\tau_0 = [2.91k^2 \sec(\beta) v_{5/3}]^{-\frac{3}{5}} \quad (2.28)$$

dove $v_{5/3}$ è una funzione che dipende dalla velocità media delle particelle nell'aria ². e dove ricordiamo che k è il vettore d'onda relativo alla lunghezza d'onda a cui si osserva.

La variazione temporale del fronte d'onda è quindi determinata dalla velocità del vento, che tipicamente assume valori attorno a $10m/s$ con direzioni che variano con l'altezza; se il vento soffia con una certa velocità v_{wind} una cella atmosferica di dimensioni tipiche r_0 si muoverà in un tempo $\tau_0 = r_0 v_{wind}$.

Dal tempo caratteristico è possibile ricavare la frequenza dei fenomeni turbolenti:

$$f_G \approx \frac{1}{\tau_0} \quad (2.29)$$

Il parametro f_G è detto frequenza di Greenwood ed è spesso usato per specificare il sistema di controllo dei sistemi di ottica adattiva (vedi in seguito) e per determinare il tempo d'integrazione ottimale per le osservazioni di speckle interferometry. In genere $f_G \approx v_{wind}/r_0$ e varia tra le decine e le centinaia di Hz.

- **Angolo Isoplanatico:**

Un'altra quantità molto importante è il cosiddetto angolo isoplanatico, definito come l'angolo sotto il quale si vedrebbe una cella di dimensione r_0 , se tutta la turbolenza fosse presente solo in uno strato ad altezza H dal suolo. L'angolo isoplanatico si può esprimere come:

$$\theta_0 = [2.91K^2 \sec^{8/3}(\beta) \mu_{5/3}]^{-\frac{3}{5}} \quad (2.30)$$

²Si definisce momento n-esimo della velocità la quantità $v_n = \int C_n^2(h) v^n(h) dh$

2.3 Formazione dell'immagine in presenza di Seeing

Quello che succede, è che fronti d'onda provenienti da due sorgenti puntiformi distinte attraverseranno parti diverse di atmosfera subendo conseguentemente diverse deformazioni; se però le sorgenti sono abbastanza vicine da essere viste dal telescopio sotto un angolo di dimensioni minori o uguali a quelle dell'angolo isoplanatico, la perturbazione sul fronte d'onda sarà la stessa.

Per definizione, fissato r_0 , l'angolo isoplanatico per una turbolenza ad alta quota è minore di quello che si avrebbe nel caso di turbolenza a bassa quota.

Spesso si descrivono le aberrazioni sul fronte d'onda attraverso le variazioni prodotte sulla fase dell'onda elettromagnetica incidente. In questo caso è utile definire anche una funzione di struttura della fase in termini della variazione dell'indice di rifrazione. Nelle ipotesi di Kolmogorov, se la turbolenza è descritta da C_n^2 e l'oggetto osservato si trova ad un angolo zenitale β si può stimare r_0 tramite la 2.26, e si ha:

$$D_\phi \approx 6.88 \left(\frac{r}{r_0} \right) \quad (2.31)$$

dove r è normale alla direzione di propagazione.

2.3 Formazione dell'immagine in presenza di Seeing

Nel paragrafo 2.1 abbiamo visto che l'immagine di una sorgente puntiforme prodotta da un telescopio nel caso ideale non è un punto, ma una figura diffrattiva detta figura di Airy. Più in generale, quando si ha un sistema ottico che produce un'immagine di una sorgente astronomica puntiforme sul piano focale, la funzione che descrive la distribuzione dei fotoni ricevuti sul piano focale prende il nome di *Point Spread Function*(PSF). La figura di Airy è il caso particolare della Point Spread Function teorica attesa per un telescopio avente un'ottica ideale e posto al di fuori dell'atmosfera. Tale figura sarà centrata nel fuoco, e la distribuzione di luminosità che la caratterizza varierà con la distanza dal centro r .

Se la generica distribuzione di luminosità di una sorgente è data da $O(r)$, sul piano focale si produrrà un segnale $I(r)$ che può essere pensato come un insieme di immagini di sorgenti puntiformi, e che si può esprimere quindi con un prodotto di convoluzione:

2. Imaging ad alta risoluzione

$$I(r) = \int O(r') P(r - r') dr' = O(r) \otimes P(r) \quad (2.32)$$

dove $P(r)$ è la *Point Spread Function* del sistema.

Nel caso ideale di un telescopio perfetto e di assenza di aberrazioni sul fronte d'onda prodotte dall'atmosfera, l'immagine prodotta corrisponde a quella teorica di diffrazione. In presenza di perturbazioni del fronte d'onda, la 2.32 è ancora valida, ma la degradazione e la larghezza dell'immagine sono ovviamente maggiori, come abbiamo visto nella Sezione precedente. Cella di atmosfera aventi diversi indici di rifrazione, agiscono sui raggi di luce incidente come prismi o piccole lenti, causando differenze di cammino ottico e interferenza costruttiva o distruttiva, con conseguenti variazioni di fase e di ampiezza, tra diversi punti dello stesso fronte d'onda.

Per un'immagine a lunga esposizione la risoluzione effettiva allora non dipende più dai parametri ottici teorici del sistema, ma dal parametro di Fried. Anche per grandi diametri del telescopio i risultati che si ottengono sono equiparabili a quelli che si avrebbero con un telescopio di diametro r_0 (ovviamente escludendo il fatto che telescopi con dimensioni maggiori riescono comunque a raccogliere più luce rispetto a quelli più piccoli e a rivelare quindi sorgenti più deboli).

Poichè l'immagine che si viene a formare è matematicamente corrispondente ad una convoluzione di funzioni, come visto sopra, conviene passare ad una descrizione dei fenomeni facendo uso delle trasformate di Fourier, dato che la trasformata di Fourier di una convoluzione di funzioni diventa uguale al prodotto delle loro trasformate, e risulta quindi più facilmente trattabile.

$$\hat{I}(u) = FT(O(x) \otimes P(x)) = \hat{O}(u) \hat{P}(u) \quad (2.33)$$

dove u è la frequenza spaziale.

La trasformata di Fourier della PSF è chiamata *Optical Transfer Function* (OTF), è la funzione di trasferimento del telescopio e misura la perdita di contrasto nell'immagine ottenuta rispetto al segnale di ingresso; il suo modulo è chiamato *Modulation Transfer Function* (MTF), ed è una misura di quanto il sistema può risolvere le differenti frequenze spaziali.

La MTF decresce al crescere delle frequenze fino ad annullarsi per una data frequenza di taglio, caratteristica del sistema: i dettagli a frequenze maggiori della frequenza di taglio non possono essere risolti dal sistema.

La frequenza di taglio aumenta se la lunghezza d'onda a cui si osserva diminuisce, o se il diametro dello strumento cresce, il che significa che un telescopio con diametro maggiore è (non inaspettatamente) in teoria in grado

2.3 Formazione dell'immagine in presenza di Seeing

di mostrare dettagli più fini; inoltre la MTF decresce drasticamente in presenza di aberrazioni prodotte dall'atmosfera, e i particolari dell'immagine, che sarebbero visibili nel caso ideale non aberrato dall'atmosfera, nel caso reale non si possono più distinguere.

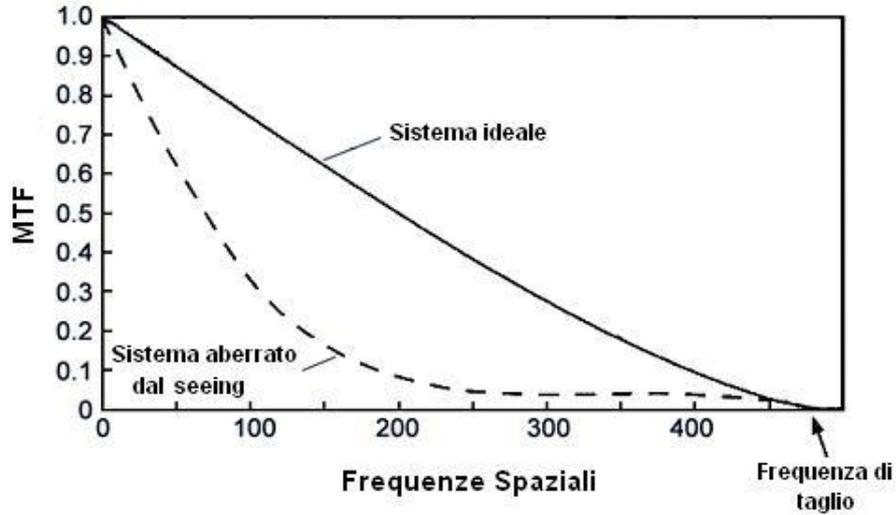


Figura 2.6: Confronto tra MTF ideale e MTF in caso di aberrazione prodotta dal seeing.

Se si studia il problema dal punto di vista delle variazioni sulla fase del fronte d'onda, la turbolenza atmosferica può essere considerata come un'aberrazione casuale aggiunta all'effetto diffrattivo che viene prodotto dall'apertura finita del telescopio; allora la funzione di trasferimento del sistema può essere espressa come:

$$\hat{P}(u) = \hat{P}_t(u) \hat{P}_a(u) \quad (2.34)$$

dove $\hat{P}_t(u)$ è la OTF del telescopio, e $\hat{P}_a(u)$ è la funzione di trasferimento atmosferica.

Per un grande telescopio la risoluzione è dominata dall'atmosfera, e in questo caso si può trascurare il primo termine e $\hat{P}(u) \approx \hat{P}_a(u)$; la OTF atmosferica è legata alla funzione di struttura della fase $D_\phi(r)$ nel seguente modo:

$$\hat{P}_a(u) = \exp[-0.5D_\phi(\lambda u)] \quad (2.35)$$

2. Imaging ad alta risoluzione

2.3.1 Speckles

Un paragrafo a parte meritano le immagini a brevissima esposizione: nel 1970 Labeyrie osservò che le immagini osservate per tempi minori del tempo caratteristico dell'atmosfera, sono composte da un insieme di piccole immagini che si spostano rapidamente sul piano focale e che variano in intensità.

Tali immagini prendono il nome di *speckles*, e la loro formazione avviene perchè quando il tempo di esposizione è minore del tempo caratteristico dell'atmosfera, allora ciascuna parte del fronte d'onda con diametro r_0 agisce indipendentemente dalle altre producendo immagini multiple della sorgente che appaiono casualmente sul piano focale, lungo ogni direzione entro un angolo λ/r_0 .

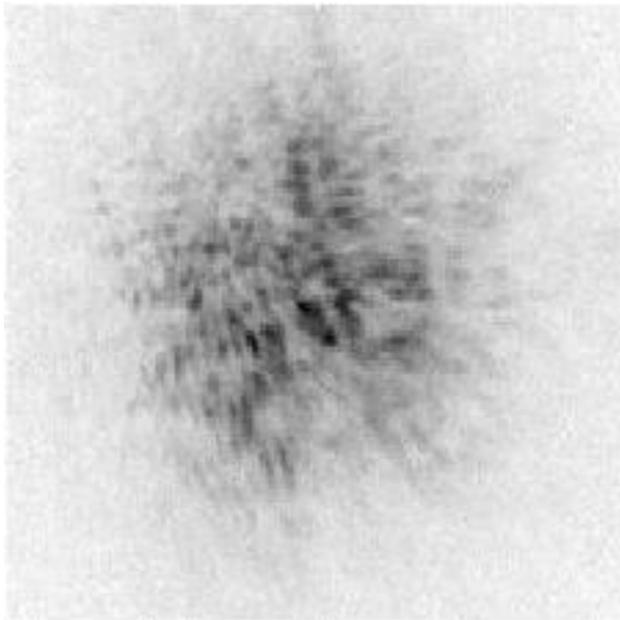


Figura 2.7: Tipico esempio di formazione di speckles.

Le proprietà delle speckle dipendono dalla coerenza della luce incidente e dalle proprietà del mezzo: possono formarsi speckle spaziali, quando tutte le parti della sorgente emettono alla stessa frequenza costante ma con differente ampiezza e fase, o speckle temporali, prodotte se tutte le parti hanno ampiezza e fase uniformi; in generale si osservano speckle spazio-temporali.

Le speckle hanno dimensioni medie dello stesso ordine di grandezza del disco di Airy del telescopio in assenza di turbolenza dell'atmosfera, e sono più piccole e più numerose a lunghezze d'onda più corte; uno specklegramma è composto da numerose speckle. Nel paragrafo 3.4 verrà descritta la speckle

2.4 Rappresentazione del fronte d'onda per lo sviluppo di sistemi di Ottica Adattiva

interferometry, una tecnica ad alta risoluzione che fa uso degli specklegrammi per ricavare l'immagine vera dell'oggetto osservato.

2.4 Rappresentazione del fronte d'onda per lo sviluppo di sistemi di Ottica Adattiva

A causa del passaggio attraverso l'atmosfera, ciascun punto del fronte d'onda proveniente da una sorgente astronomica percorre un determinato cammino; di conseguenza diversi punti del fronte d'onda interferiscono tra loro sul piano focale, e l'immagine che viene prodotta risulta distorta in modo proporzionale all'aberrazione presente.

Quello che succede in pratica è che il fronte d'onda aberrato dal passaggio in atmosfera presenta in primo luogo un'inclinazione rispetto alla direzione di propagazione del fronte d'onda incidente al di fuori dell'atmosfera, e secondariamente tutta una serie di altre aberrazioni.

Nel caso delle ottiche adattive, per riuscire a correggere gli effetti dell'atmosfera sul fronte d'onda, è necessario descrivere in maniera ottimale il fronte d'onda aberrato; l'idea fondamentale è infatti di agire attivamente sull'ottica del sistema, in modo da attuare una correzione in grado di controbilanciare le aberrazioni indotte dalla turbolenza atmosferica.

Una delle rappresentazioni più usate e più appropriate per l'analisi del segnale nei sistemi di ottica adattiva, è quella che esprime il fronte d'onda in termini di serie di polinomi di Zernike; tali polinomi sono espressi in coordinate polari, e formano un insieme completo ortonormale su un'apertura circolare.

I polinomi di Zernike hanno la forma:

$$Z_n^m(\rho, \varphi) = R_n^{|m|} \left(\frac{\rho}{R'} \right) e^{im\varphi} \quad (2.36)$$

dove n e m sono interi, $n \geq 0$, $|m| \leq n$ e $n - |m|$ è pari.

La parte radiale dei polinomi, R_n^m , è definita come:

$$R_n^{\pm m} \left(\frac{\rho}{R'} \right) = \sum_{s=0}^{\frac{n-m}{2}} (-1)^s \frac{(n-s)!}{s! \left(\frac{n+m}{2} - s \right)! \left(\frac{n-m}{2} - s \right)!} \left(\frac{\rho}{R'} \right)^{n-2s} \quad (2.37)$$

e si può dimostrare che tali polinomi sono ortonormali:

2. Imaging ad alta risoluzione

$$\int_0^1 R_n^{|m|} \left(\frac{\rho}{R'} \right) R_k^{|m|} \left(\frac{\rho}{R'} \right) \rho d\rho = \frac{1}{2(n+1)} \delta_n^k \quad (2.38)$$

Ogni polinomio di Zernike descrive una particolare aberrazione, come illustrato nella tabella 2.4:

n	m=0,1	m=2,3	m=4,5
0	1 (disco medio)		
1	ρ (tilt)		
2	$2\rho^2 - 1$ (defocalizzazione)	ρ^2 (astigmatismo)	
3	$3\rho^3 - 2\rho$ (coma)	ρ^3	
4	$6\rho^4 - 6\rho^2 + 1$ (aberrazione sferica)	$4\rho^4 - 3\rho^2$ (astigmatismo)	ρ^4

Tabella 2.1: Primi polinomi radiali di Zernike

I polinomi radiali combinati tra loro attraverso opportune funzioni trigonometriche danno origine alla serie di Zernike, che viene utilizzata per descrivere in modo completo il fronte d'onda; le combinazioni dei polinomi non sono altro che la sovrapposizione di aberrazioni varie. La serie generale di Zernike può essere espressa da

$$\begin{aligned} \Phi(\rho, \theta) = & A_{00} + \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{n=2}^{\infty} A_{n0} R_n^0 \left(\frac{\rho}{R'} \right) \\ & + \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^n [A_{nm} \cos m\vartheta + B_{nm} \sin m\vartheta] R_n^m \left(\frac{\rho}{R'} \right) \quad (2.39) \end{aligned}$$

per $n - m$ pari.

Sebbene la serie di Zernike appaia matematicamente complicata, essa possiede molte proprietà utili per gli scopi dell'ottica adattiva: in particolare

2.4 Rappresentazione del fronte d'onda per lo sviluppo di sistemi di Ottica Adattiva

la serie è ortonormale e si trasforma facilmente per rotazioni attorno agli assi cartesiani.

Inoltre, una proprietà utile della serie di Zernike, è il modo semplice in cui l'errore residuo del fronte d'onda dopo la correzione può essere calcolato: se si conoscono tutti i coefficienti della serie che rappresenta il fronte d'onda, la somma geometrica dei termini, escluso il primo, dà la varianza del fronte d'onda.

$$(\Delta\Phi)^2 = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n \frac{A_{nm}^2 + B_{nm}^2}{2(n+1)} \quad (2.40)$$

Per l'ottica adattiva la scelta della rappresentazione del fronte d'onda è fondamentale per capire in quale modo deve agire il sistema per poter correggere le aberrazioni causate dall'atmosfera: se la correzione è fatta dividendo le regioni secondo una decomposizione matematica, decomponendole per esempio nei modi normali della rappresentazione di Zernike, si dice che la correzione è modale; se invece si dividono spazialmente le regioni del sistema correttivo e si tratta ciascuna zona indipendentemente dalle altre si dice che la correzione è zonale.

2. Imaging ad alta risoluzione

Capitolo 3

Ottica Adattiva

3.1 Nozioni fondamentali

La tecnica dell'ottica adattiva consiste principalmente nell'uso di una strumentazione capace di stimare l'aberrazione prodotta dall'atmosfera sul fronte d'onda, e di correggerla in tempo reale.

Lo schema base prevede che il fronte d'onda aberrato venga campionato in modo tale che parte del fascio sia mandata ad un sensore di fronte d'onda, e l'altra al rivelatore predisposto per la misura scientifica; il sensore di fronte d'onda ha il compito di determinare le differenze di fase che possono essersi formate tra una zona e l'altra del fronte d'onda dopo il passaggio attraverso l'atmosfera, e di tradurre l'informazione acquisita al sistema di controllo; quest'ultimo agisce a sua volta su uno specchio deformabile, che modifica il fronte d'onda applicando il principio della coniugazione di fase, come verrà descritto tra breve.

Idealmente, se si disponesse di un sensore di fronte d'onda che misurasse la distorsione con assoluta esattezza, e si avesse anche un controllo dello specchio in grado di reagire in modo istantaneo, si potrebbero ottenere immagini con risoluzione pari a quella teorica del sistema ottico, data dal limite di diffrazione. In pratica, ovviamente questo caso ideale non si realizza mai. Dato che non esistono sistemi ideali, alcuni errori vengono inevitabilmente introdotti dalle limitazioni intrinseche del sistema. A tutto questo si aggiunge il fatto che dal momento che un buon sistema di ottica adattiva deve essere capace di controllare le differenze di fase su scale spaziali minori di r_0 , e su scale temporali minori di τ_0 , esso deve lavorare con frequenze temporali molto alte e deve essere caratterizzato da uno specchio deformabile in grado

3. Ottica Adattiva

di correggere parti di fronte d'onda dell'ordine di grandezza del parametro di Fried. Per questo motivo è naturale cercare di lavorare con parametri di Fried e tempi caratteristici i più grandi possibili, favorendo di conseguenza la scelta di osservazioni nell'infrarosso piuttosto che nel visibile.

Infine non è banale il fatto che per l'osservazione e la correzione ottimale in Ottica Adattiva è necessario che il sistema riceva una quantità di luce sufficiente, dato che il campionamento del fronte d'onda da correggere richiede di avere a disposizione un numero sufficiente di fotoni.

In generale, si ha poi bisogno della presenza di una sorgente di riferimento puntiforme che deve trovarsi il più possibile vicina all'oggetto in esame, idealmente entro l'angolo isoplanatico. Questa stella di riferimento viene usata sia per consentire la correzione di ottica adattiva, sia per la successiva riduzione dei dati: ricordiamo che l'immagine dell'oggetto che vogliamo studiare sarà data dalla 2.32, e, in seguito all'osservazione è necessaria l'inversione del prodotto di convoluzione, operazione che prende il nome di deconvoluzione. Se l'oggetto che si vuole osservare è di per sé una stella particolarmente luminosa, allora può essere utilizzata da sola come riferimento per se stessa; nella maggior parte dei casi, tuttavia, questo non si verifica, e non è sempre possibile trovare una sorgente puntiforme sufficientemente luminosa nelle immediate vicinanze dell'oggetto che si vuole osservare. Per tutti questi motivi avviene che in pratica la correzione di ottica adattiva non può mai essere considerata totale, ma parziale.

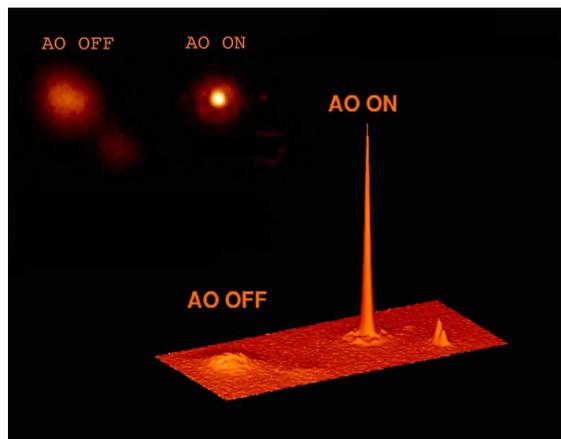


Figura 3.1: Confronto tra un'immagine di una stella ottenuta con un telescopio tradizionale e con un telescopio in cui era presente un sistema di correzione di ottica adattiva (AO).

Tuttavia, anche una correzione parziale può fornire comunque notevoli

risultati, come si può vedere dall'immagine 3.1

Nel paragrafo 3.2 parleremo più in dettaglio dei vari errori che possono essere introdotti, e di come tali errori possano essere ridotti per ottimizzare comunque le prestazioni possibili dal sistema.

3.1.1 Il principio della coniugazione di fase

Il punto di partenza dell'ottica adattiva è il *principio della coniugazione di fase*: teoricamente per rimuovere le aberrazioni del fronte d'onda, sarebbe sufficiente modellare lo specchio deformabile in modo tale che introduca differenze di cammino ottico di grandezza uguale a quelle introdotte dall'aberrazione, ma di segno opposto. Questo matematicamente equivale a dire che è necessario calcolare la fase di ogni punto (o zona) del fronte d'onda e poi moltiplicare ogni parte del fronte d'onda aberrato per un'onda di uguale ampiezza ma fase opposta; in figura 3.2 è mostrato uno schema molto semplificato del principio.

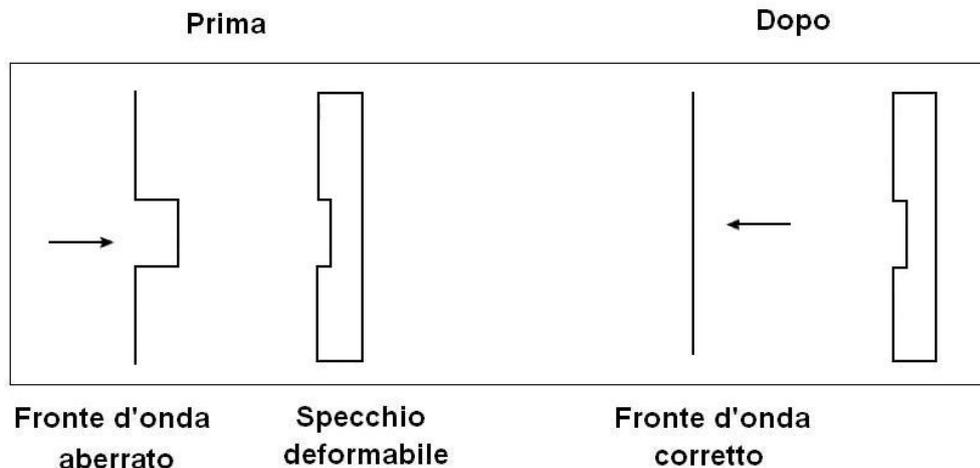


Figura 3.2: Principio della coniugazione di fase. (Immagine tratta da ([Tys91]))

Supponiamo che il fronte d'onda che vogliamo esaminare sia descritto da un campo elettrico $E(u) = A_0 e^{i\phi(u)}$, dove A_0 e $\phi(u)$ sono rispettivamente l'ampiezza e la fase; applicare una compensazione di fase $\phi_c(u)$ equivale allora a moltiplicare tale campo per un campo di uguale ampiezza e fase $-\phi_c(u)$:

$$E_c(u) = A_0 e^{i[\phi(u) - \phi_c(u)]} \quad (3.1)$$

3. Ottica Adattiva

Se $\phi(u) = \phi_c(u)$ allora siamo nel caso di coniugazione di fase perfetta: si ha che $E_c(u) = A_0$, che è il campo elettrico associato ad un fronte d'onda piano; in tal caso si può affermare che il fronte d'onda è totalmente corretto, e il sistema ottico produrrà quindi un'immagine limitata dalla diffrazione. In generale non è possibile correggere perfettamente il fronte d'onda, e si avrà $\phi(u) \neq \phi_c(u)$ con un conseguente errore residuo $\phi_r(u)$ che potrà essere interpretato come una misura della qualità dell'immagine e delle performance del sistema correttivo:

$$\sigma^2 = \langle \phi_r(u)^2 \rangle \quad (3.2)$$

Per poter applicare il principio della coniugazione di fase si utilizza allora un sistema che in linea di principio deve lavorare ciclicamente entro il tempo in cui l'aberrazione prodotta dall'atmosfera è costante (τ_0); tale sistema è illustrato in figura 3.3, e fondamentalmente i suoi componenti sono:

- un campionatore che separa il fascio di luce in due parti, una per il sensore di fronte d'onda e una per l'osservazione.
- un sensore di fronte d'onda che registra i parametri del fronte d'onda aberrato.
- un computer e software che convertono il segnale del fronte d'onda in segnali guida per lo specchio deformabile.
- un sistema di ottiche correttive che introduce un ritardo di fase, secondo il principio della coniugazione di fase, tramite un'idonea deformazione della superficie di uno specchio deformabile.

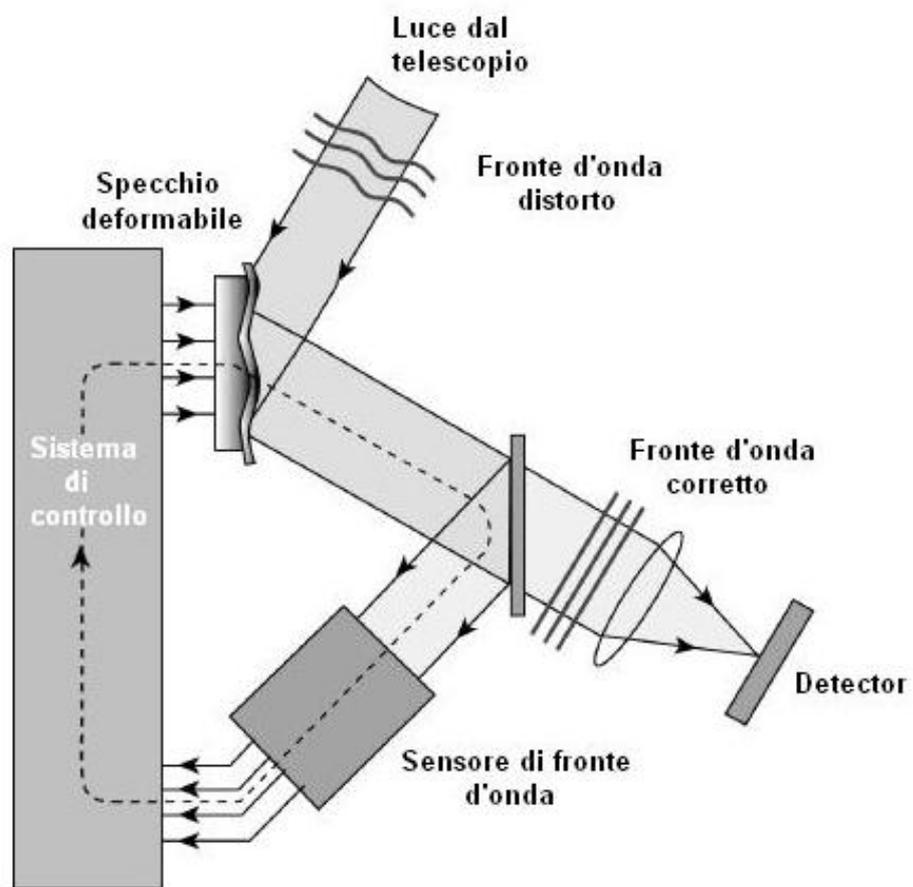


Figura 3.3: Schema di base di un sistema di ottica adattiva.

3. Ottica Adattiva

3.1.2 Il Campionatore

Il campionatore di fronte d'onda ha lo scopo di separare in due parti il segnale aberrato proveniente dall'oggetto che si osserva, rimandandone una parte al sensore di fronte d'onda per la misura, e l'altra al rivelatore al fine dell'osservazione. In questo modo è chiaro che si ha una perdita di segnale sul rivelatore, dato che una parte della luce viene usata per la correzione di ottica adattiva. Una soluzione piuttosto efficace consiste allora nell'usare campionatori in grado di separare dal segnale lunghezze d'onda diverse rispetto a quelle a cui è sensibile il rivelatore, in modo da minimizzare la perdita di segnale utile sul rivelatore. Tipicamente, l'ottica adattiva è impiegata per osservazioni nell'infrarosso, perché la lunghezza di coerenza cresce all'aumentare della lunghezza d'onda stessa, e questo a priori facilita il compito; non è raro quindi che, per minimizzare la perdita segnale, la correzione venga effettuata analizzando il segnale nel visibile, o comunque ad una lunghezza d'onda diversa e più piccola di quella a cui è sensibile il rivelatore.

Il campionatore può essere un prisma, uno specchio diecrico o un reticolo, e può lavorare in trasmissione o in riflessione; deve essere abbastanza preciso da non introdurre ulteriori aberrazioni, dato che per una correzione ottimale è necessario che il sensore di fronte d'onda riceva un campione del segnale il più possibile fedele a quello originale.

3.1.3 Il sensore di fronte d'onda

Il sensore di fronte d'onda deve avere caratteristiche tali da poter seguire le variazioni spaziali e temporali del fronte d'onda stesso: se consideriamo la scala temporale, il sistema dovrà operare la correzione prima che l'atmosfera, e di conseguenza la forma del fronte d'onda possa cambiare in modo sostanziale. In ogni ciclo avremo quindi una serie di parametri da misurare per ricavare al meglio le differenze di fase tra diversi punti del fronte d'onda e una serie di segnali da inviare di conseguenza allo specchio deformabile.

Uno dei problemi principali è che non esiste un modo diretto per calcolare la fase di ogni punto del fronte d'onda, ma possiamo osservarne solo l'intensità; tuttavia è possibile utilizzare metodi indiretti, come l'interferometria, per ricavare con precisione tutte le informazioni che occorrono.

Il fronte d'onda aberrato presenta in genere principalmente un'inclinazione globale rispetto all'apertura del telescopio, che viene chiamata tilt, e, in caso di ottimo seeing una correzione solo del tilt può già fornire risultati molto buoni, anche se è comunque preferibile correggere se è possibile tutti gli ordini di aberrazione.

3.1 Nozioni fondamentali

Fortunatamente il tilt globale è facile da rivelare, e spesso viene rimosso a parte con l'uso di un apposito specchio, il cosiddetto *tip-tilt mirror*, prima dello specchio deformabile; basta notare infatti che lo spostamento del massimo principale dell'immagine rispetto al centro del piano focale è proporzionale al tilt stesso, come illustrato in figura 3.4.

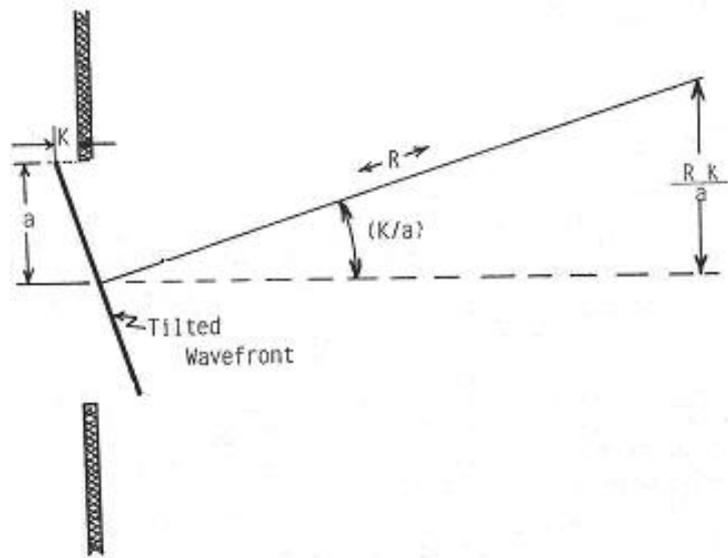


Figura 3.4: Schema base del tilt. (Immagine tratta da ([Tys91]))

Una volta corretto il tilt globale, per migliorare ulteriormente la correzione, è possibile rivelare e correggere il tilt locale e la curvatura del fronte d'onda.

Infatti se I è l'intensità associata al fronte d'onda che si sta analizzando, fronte d'onda che supponiamo che si propaghi lungo l'asse z , allora si ha che per piccoli angoli vale l'espressione:

$$\frac{\partial I}{\partial z} = -\frac{\lambda}{2\pi} (\nabla I \cdot \nabla \phi - I \cdot \nabla^2 \phi) \quad (3.3)$$

dove il primo termine nella parentesi tonda corrisponde all'inclinazione locale del fronte d'onda mentre il secondo alla sua curvatura; è quindi possibile valutare l'aberrazione studiando separatamente i due termini.

Il sensore di fronte d'onda più comunemente usato è il cosiddetto sensore *Shack-Hartmann* (figura 3.5). Il suo funzionamento è relativamente semplice: il fronte d'onda viene focalizzato su un detector posto nel piano focale di una matrice di piccole lenti tutte uguali; in genere la dimensione delle lenti è scelta uguale al valore medio di r_0 del sito del telescopio. Ciascuna di queste

3. Ottica Adattiva

lenti costituisce quindi una sub-apertura del sistema, e forma un'immagine separata dalle altre; nel caso ideale di un fronte d'onda piano tali immagini si disporranno secondo una griglia regolare, mentre nel caso in cui sia presente un'aberrazione la distribuzione non sarà più regolare, ma ogni immagine sarà spostata rispetto al caso ideale di una quantità proporzionale all'aberrazione stessa.

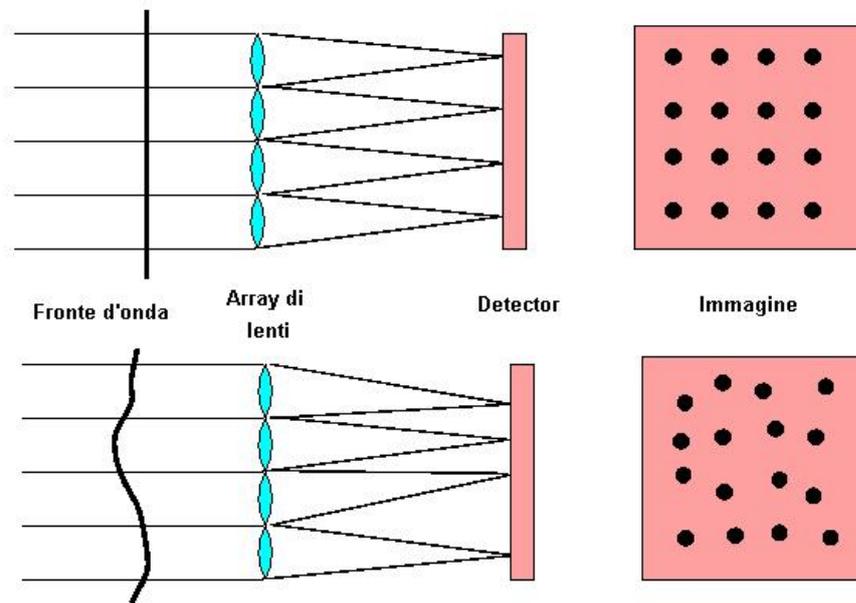


Figura 3.5: Sensore di fronte d'onda Shack-Hartmann

Uno spostamento lungo l'asse x sul piano focale può essere espresso come:

$$dx = \frac{\lambda}{2\pi S} \int \frac{\partial \phi}{\partial r_x} dr \quad (3.4)$$

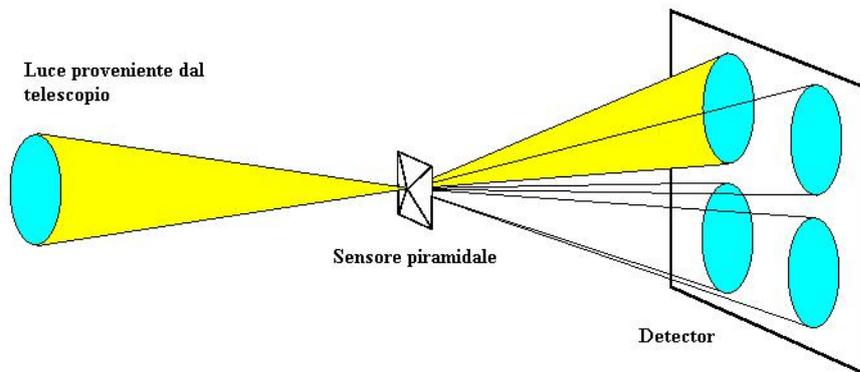
dove S è l'area della sotto-apertura; analoga equazione ovviamente vale anche per uno spostamento lungo l'asse y . Gli spostamenti delle immagini del fronte d'onda aberrato rispetto a quelle di un fronte d'onda piano, lungo due direzioni ortogonali (x, y) sul piano focale delle lenti, sono quindi direttamente proporzionali all'inclinazione locale del fronte d'onda, e le posizioni delle singole immagini possono essere espresse da:

$$\begin{aligned} x &= \frac{\sum_{i,j} x_{i,j} I_{ij}}{\sum_{i,j} I_{ij}} \\ y &= \frac{\sum_{i,j} y_{i,j} I_{ij}}{\sum_{i,j} I_{ij}} \end{aligned} \quad (3.5)$$

dove I_{ij} è l'intensità registrata dal detector per la singola immagine, sul pixel i, j .

I sensori di fronte d'onda alla Shack-Hartmann sono compatti e stabili e richiedono solo una calibrazione della posizione iniziale delle immagini, che può essere fatta semplicemente focalizzando un'immagine puntiforme artificiale.

Un'invenzione recente ad opera di Roberto Ragazzoni è il *sensore piramidale* in uso presso il TNG. Il fronte d'onda aberrato è fatto focalizzare sulla punta di una piramide, posta nel piano focale del telescopio, che separa la luce in quattro fasci; ogni fascio viene in seguito focalizzato da una lente su un opportuno rivelatore CCD, e i pixel che vengono illuminati dal segnale, registrano quindi un'immagine del fronte d'onda.



Supponiamo per semplicità che ogni immagine che crea la piramide coinvolga quattro pixel: se il fronte d'onda è piano, i quattro pixel di ogni immagine registreranno lo stesso segnale. Se però il fronte d'onda è distorto, le quattro immagini create dalla piramide saranno diverse (cambierà la luminosità e la posizione di ogni immagine), e in questo caso i quattro pixel registreranno un segnale diverso. In base alle differenze tra questi segnali è possibile capire in che modo era distorto il fronte d'onda e ricostruirne quindi la forma. Uno dei vantaggi del sensore piramidale rispetto al sensore Shack-Hartmann è che la luce viene suddivisa in un numero minore di sotto-

3. Ottica Adattiva

fasci, e di conseguenza la stima dell'aberrazione può essere eseguita anche per sorgenti meno luminose.

Altro elemento essenziale per un sistema di ottica adattiva, il *sensore di curvatura* misura la derivata spaziale seconda del fronte d'onda attraverso l'analisi delle variazioni di intensità dell'immagine del fronte d'onda. Supponiamo che $I_1(r)$ sia la distribuzione di intensità ad una distanza l dal fuoco e $I_2(r)$ quella a $-l$, come illustrato in figura 3.6. In generale si ha che

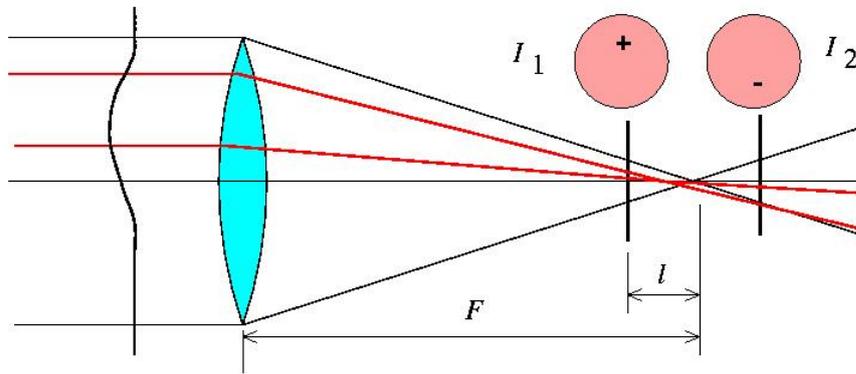


Figura 3.6: Schema del sensore di curvatura

$$\frac{I_1(r) - I_2(r)}{I_1(r) + I_2(r)} = \frac{\lambda F (F - l)}{2\pi l} \left[\frac{\partial}{\partial n} \phi \left(\frac{Fr}{l} \right) \delta_c - \nabla^2 \phi \left(\frac{Fr}{l} \right) \right] \quad (3.6)$$

dove F è la lunghezza focale, ∇^2 è il laplaciano, e il primo termine dell'equazione indica il gradiente di fase per il bordo dell'apertura.

Di conseguenza, se il fronte d'onda è piano, allora le intensità misurate nei punti distanti $-l$ e l dal fuoco saranno le stesse, e la 3.6 sarà tale che il primo membro dell'equazione è nullo. Se invece il fronte d'onda è distorto si avrà che la differenza tra le luminosità misurate in quei punti saranno indicative proprio della curvatura del fronte d'onda.

Altri sensori di fronte d'onda, come lo *shearing interferometer wavefront sensor* o il *point-diffraction interferometry* si basano sulla determinazione delle differenze di fase facendo interferire il fronte d'onda da analizzare con se stesso o con un fronte d'onda di riferimento, e studiando come varia l'immagine d'interferenza che si viene a creare.

In generale, tutti i sensori di fronte d'onda tendono ad avere delle limitazioni, e una di queste è l'incapacità di rivelare certi modi del fronte d'onda. L'esempio più ovvio è quello dell'avanzamento o arretramento globale del

fronte d'onda: se l'intero fronte d'onda all'apertura del telescopio è spostato di una costante non si hanno in questo caso effetti sull'immagine finale e quindi sul sensore di fronte d'onda.

3.1.4 Ricostruzione del fronte d'onda

Il “motore” di tutto il sistema è costituito da un sistema automatico (gestito da un computer) avente il compito di tradurre il segnale proveniente dal sensore di fronte d'onda in movimenti dello specchio deformabile. Fondamentalmente è necessario operare in due passaggi: calcolare l'inclinazione o la curvatura del segnale nelle dimensioni spaziali per ricostruire la forma del fronte d'onda, e integrare nel tempo il segnale del sensore di fronte d'onda.

Per capire come si può attuare la correzione bisogna tener conto che un sistema di ottica adattiva è sostanzialmente un feedback negativo chiuso con un ciclo di misure e successive correzioni, come indicato in figura 3.7

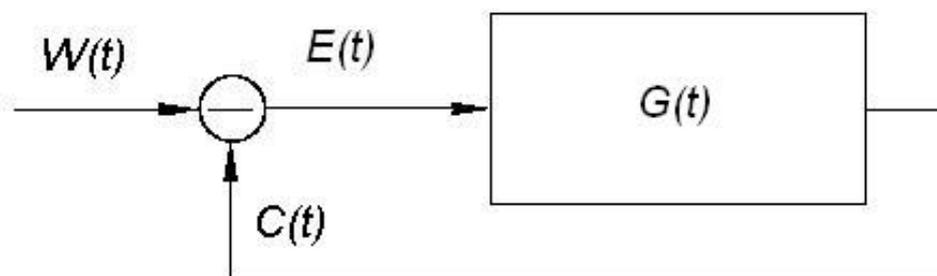


Figura 3.7: Ciclo schematico del loop di correzione di un sistema di ottica adattiva

All'inizio il fronte d'onda aberrato, che indichiamo generalmente con $W(t)$ è mandato al sensore di fronte d'onda che ne determina la deformazione e invia i segnali opportuni allo specchio deformabile per la correzione. Quindi lo specchio deformabile applicherà il principio della coniugazione di fase, cosicchè sarà come se sullo specchio fossero presenti due segnali: il fronte d'onda aberrato $W(t)$, che non sarà cambiato se tutta l'operazione è fatta entro il tempo caratteristico della turbolenza, e un segnale $C(t)$, che teoricamente dovrebbe avere fase opposta e stessa ampiezza del segnale iniziale; questo ovviamente non si verificherà mai esattamente in pratica, a causa degli errori vari che si vengono a sommare in tutto il ciclo, e si avrà quindi un segnale residuo $E(t)$. Il segnale residuo è a sua volta mandato al sensore e ricostruttore di fronte d'onda dove è di nuovo integrato e applicato allo spec-

3. Ottica Adattiva

chio deformabile con un certo guadagno G ; si avrà allora un nuovo segnale residuo che ridarà inizio al ciclo.

In pratica tutto questo viene fatto analizzando la forma locale del fronte d'onda attraverso il sensore per costruire degli opportuni segnali da inviare agli attuatori per seguire la coniugazione di fase.

Consideriamo un sensore di fronte d'onda caratterizzato da n subaperture. Il fronte d'onda aberrato viene allora scomposto in n parti, ognuna delle quali caratterizzata da una fase ϕ_i che si suppone costante entro un tempo minore del tempo caratteristico di variazione della turbolenza atmosferica.

Per ognuno di questi sottofronti il sensore non misurerà direttamente la fase, ma come abbiamo visto misurerà l'inclinazione o la curvatura locale; di conseguenza il primo passo è l'integrazione del segnale che si misura sul detector del sensore. Il segnale integrato va poi mandato agli attuatori.

Supponiamo di avere m attuatori (in genere infatti non è detto che il numero degli attuatori sia lo stesso delle sub-aperture del sensore). Allora agli attuatori sarà inviata una combinazione lineare dei segnali ricavati dal sensore in modo tale da posizionare lo specchio nella maniera giusta.

Matematicamente, se i singoli segnali s_i del sensore di fronte d'onda sono esprimibili mediante un vettore S ($S = (s_1, s_2, \dots, s_n)^t$), mentre i segnali che danno una determinata posizione degli attuatori sono esprimibili da un vettore C ($C = (c_1, c_2, \dots, c_m)^t$), allora la combinazione lineare dei segnali degli attuatori che rappresentano il fronte d'onda visto dal sensore, si può rappresentare in forma matriciale come:

$$C = [R]S \quad (3.7)$$

dove $[R]$ è la cosiddetta *matrice di ricostruzione*; $[R]$ è una matrice $m \times n$ che lega le misure del sensore di fronte d'onda ai comandi dell'attuatore, e come tale dipende solo dalla geometria delle ottiche nel sistema di ottica adattiva.

Misurare $[R]$ direttamente non è possibile; è possibile però misurare un'altra matrice $[A]$ che lega i comandi dell'attuatore al segnale del sensore, e che rappresenta in pratica la funzione inversa di $[R]$, ovvero $[A]$ è tale che $[R][A] = [I]$. $[A]$ è chiamata *matrice di interazione*, e i suoi elementi sono chiamati *funzioni di influenza* dello specchio deformabile perchè rappresentano appunto l'influenza dello specchio deformabile sul sensore di fronte d'onda.

Misurare $[A]$ è facile. Supponiamo di illuminare il nostro sistema con una sorgente nota tale che produca un fronte d'onda piano; in questo caso sappiamo che lo specchio deformabile si manterrà su una posizione piana. Supponiamo adesso di mandare un impulso noto ad uno solo degli attuatori:

in questo modo disponiamo lo specchio deformabile in un modo precisamente definito, e possiamo perciò registrare gli effetti sul sensore di fronte d'onda. Se si prende in considerazione l'attuatore i dello specchio deformabile, tenendo fermi gli altri si avrà una configurazione data da $C_i = (0, 0, \dots, a_i, \dots, 0)$, dove a_i è il segnale noto applicato all'attuatore; poichè $S = [A] C$, S_i che misuriamo non è altro che la colonna i -esima di $[A]$. Ovviamente possiamo ripetere questo ragionamento per ogni attuatore, e per ogni configurazione degli attuatori, costruendo in tal modo una serie di modelli di posizioni degli attuatori, e quindi una serie di matrici di influenza, che siano associabili a determinate configurazioni del fronte d'onda.

Quando poi verrà misurato il fronte d'onda vero, proveniente dalla sorgente astronomica che si vuole osservare, si sceglierà in base all'osservazione la matrice di influenza più adatta $[A]$ e si cercherà, per ogni misura del fronte d'onda, un vettore comando C' , per gli attuatori tale che $|S - [A] C'|^2$ sia minimo. In generale, se si riesce a trovare tale C' si avrà:

$$C = [R] S = [R] [A] C' \quad (3.8)$$

Poichè in generale $[R]$ e $[A]$ non sono matrici quadrate (si fanno più misure che correzioni) la soluzione finale a questa equazione che soddisfa la condizione che $|S - [A] C'|^2$ sia minimo corrisponde a dire che:

$$[R] = \left([A]^T [A] \right)^{-1} [A]^T \quad (3.9)$$

che è la matrice di ricostruzione che cerchiamo.

Le considerazioni fatte valgono per una correzione di tipo zonale. Nel caso di ricostruzione modale, i ragionamenti sono molto simili. In questo caso l'integrazione del segnale di correzione $C(t)$ è fatta concettualmente in tre passi: ricostruzione della forma misurata del fronte d'onda S attraverso un set di funzioni scelte convenientemente (in genere si usano le serie di polinomi di Zernike); rimozione dei modi che non si vogliono controllare; calcolo della posizione appropriata degli attuatori per i modi che vogliamo controllare. L'equazione di ricostruzione allora diventa:

$$C = [R] S = [G] [F] [M] S \quad (3.10)$$

$[M]$ è la matrice di ricostruzione modale, ed è la matrice attraverso la quale è possibile calcolare il vettore $A = \{a_{ij}\}$, costituito dalle ampiezze dell'espansione polinomiale del fronte d'onda; $[F]$ è una matrice diagonale e rappresenta il filtro applicato per la scelta dei modi che si vogliono correggere; infine $[G]$ è la matrice geometrica che calcola la posizione degli attuatori approssimata sui modi di ricostruzione.

3. Ottica Adattiva

3.1.5 Lo specchio deformabile

Per introdurre una variazione di fase nel fronte d'onda aberrato si utilizza uno specchio deformabile; esso consiste in una superficie che a seconda del tipo di specchio può essere continua o no, collegata a degli attuatori piezoelettrici o piezomagnetici, che in base a specifici segnali variano le loro dimensioni deformando lo specchio.

Lo specchio deformabile deve godere di diverse proprietà: deve avere un alto *range dinamico* in quanto deve essere in grado di deformarsi il più possibile e deve avere un' elevata risposta temporale dal momento che deve reagire più velocemente del tempo di coerenza dell'atmosfera τ_0 ; inoltre, se possibile, deve avere un alto numero di attuatori per rendere la correzione il più possibile precisa.

Per quanto riguarda gli attuatori, è importante conoscere il tipo di risposta che hanno per un determinato segnale che ricevono dal sistema di controllo: la risposta degli attuatori ai segnali infatti non è lineare, ma è caratterizzata da un ciclo di isteresi (3.8).

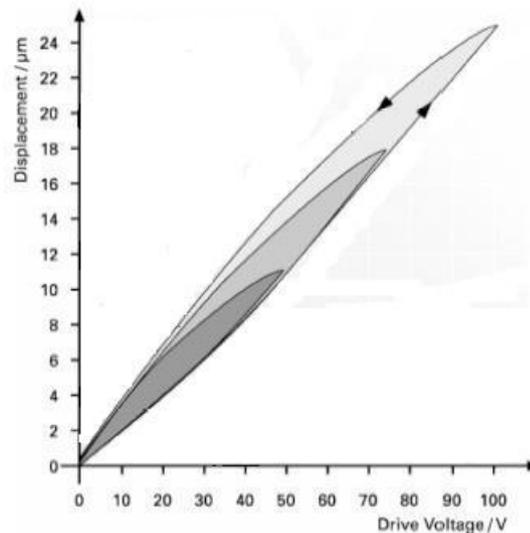


Figura 3.8: Ciclo d'isteresi tipico degli attuatori.

Questo può essere un problema dato che vorremmo che applicando lo stesso voltaggio in tempi diversi l'attuatore si riporti nello stesso punto per permettere allo specchio una correzione identica; da questo punto di vista gli attuatori piezoelettrici sono migliori di quelli piezomagnetici, dato che

hanno isteresi minore e si riscaldano meno evitando ulteriore rumore termico nel sistema.

Gli specchi più comuni che vengono utilizzati per la correzione possono essere continui, segmentati o bimorfi.

Gli specchi deformabili continui sono generalmente superfici continue collegate direttamente agli attuatori; producono una correzione *modale* se gli attuatori sono posizionati lungo circonferenze concentriche o *zonale* se sono posizionati su griglia quadrata. Lo spessore della superficie deve essere abbastanza sottile da consentire di applicare una deformazione con facilità, ma allo stesso tempo abbastanza spessa affinché lo specchio rimanga piano quando non è applicato nessun voltaggio agli attuatori.

Gli specchi segmentati consistono in una serie di piccoli specchi ravvicinati, collegati a uno o più attuatori che li rendono capaci di effettuare movimenti lungo un unico asse per correggere un solo grado di libertà (avanzamento o arretramento del fronte d'onda), o di correggere tre gradi di libertà, includendo nella correzione precedente anche l'inclinazione locale del fronte d'onda; i singoli segmenti sono completamente indipendenti, e i modi di correzione d'ordine superiore possono essere applicati determinando i singoli contributi d'ogni segmento. La discontinuità tra i segmenti ha però un impatto notevole su tutte le performance: parte dell'energia viene persa nell'intercapedine tra due specchi ed è quindi importante che l'area dei salti sia piccola, possibilmente inferiore al 2% rispetto all'area dei segmenti. Il pregio di tale dispositivo è il minor costo e la minore difficoltà di rimpiazzare un singolo segmento in caso di rottura.

Infine, lo specchio *deformabile bimorfo* consiste in una superficie piatta di vetro o metallo, vincolata ad uno strato di ceramica piezoelettrica a sua volta collegata a degli elettrodi. Inizialmente la ceramica è polarizzata in modo tale da rendere piana la superficie. Quando un voltaggio è applicato agli elettrodi, uno strato tende a contrarsi, mentre l'altro si dilata (e viceversa a seconda del voltaggio) inducendo una curvatura dello specchio stesso.

3. Ottica Adattiva

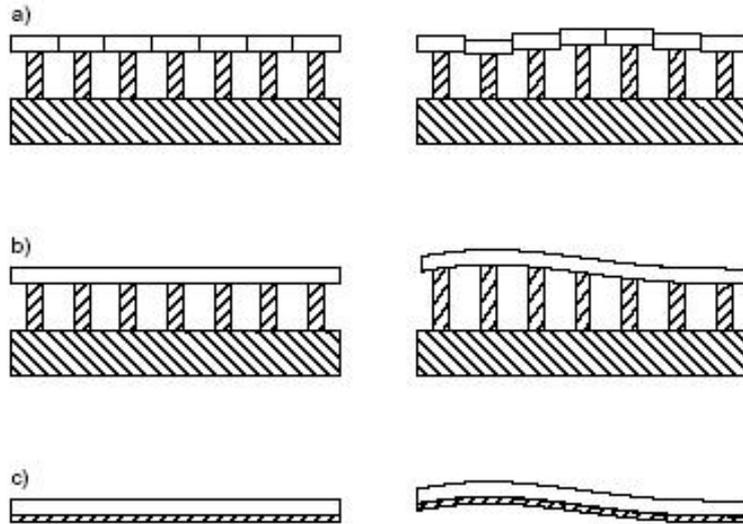


Figura 3.9: Schema degli specchi deformabili descritti: a) Segmentato, b) Continuo, c) Bimorfo.

3.1.6 La sorgente di riferimento

Come ampiamente discusso in precedenza, una delle limitazioni maggiori della tecnica dell'ottica adattiva è che necessita di una quantità di luce non trascurabile per la determinazione ottimale delle distorsioni del fronte d'onda; se la sorgente che si vuole osservare è particolarmente luminosa, essa può bastare da sola (emette un numero sufficiente di fotoni) per ottenere sia una buona correzione che una buona misura. Inoltre, per oggetti più deboli, è sempre possibile, come abbiamo già visto, suddividere la luce che proviene dalla sorgente in due fasci, in base alla lunghezza d'onda, e utilizzare uno dei due per la determinazione delle aberrazioni presenti e l'altro per l'osservazione.

Come quasi sempre si verifica in Astrofisica, tuttavia, gli oggetti più interessanti sono purtroppo quelli più deboli, che non producono luce sufficiente per una misura accurata del fronte d'onda. Si rende perciò necessario ricercare una sorgente di riferimento, abbastanza luminosa da ottimizzare le prestazioni del sensore di fronte d'onda, e abbastanza vicina all'oggetto in esame per poter campionare parti di atmosfera il più possibile simili tra loro. Tale sorgente è inoltre indispensabile se si vogliono misurare oggetti estesi per la successiva deconvoluzione del segnale, come si vedrà in seguito.

In pratica, si deve trovare una stella abbastanza luminosa entro l'an-

3.1 Nozioni fondamentali

golo isoplanatico in modo tale che le correzioni alle aberrazioni atmosferiche per quella stella possano essere considerate valide anche per l'oggetto in osservazione; tale stella prende il nome di *Natural Guide Star* (NGS).

Nella maggioranza dei casi, tuttavia, è semplicemente impossibile trovare una stella naturale di riferimento nei pressi del proprio oggetto di osservazione. In questi casi, non restano che due soluzioni: rilassare i criteri ideali per la scelta di una stella di riferimento, rassegnandosi cioè ad accettare un oggetto al di fuori dell'angolo isoplanatico, oppure usare una stella di riferimento artificiale. Una sorgente artificiale può essere realizzata in pratica indirizzando nella direzione dell'astro che si sta osservando un fascio laser abbastanza potente, la cui luce, diffusa all'indietro dalle molecole dell'atmosfera, può essere utilizzata come sorgente guida. In questo caso si parla di *Laser Guide Star* (LGS). Le LGS possono essere di due tipi: si può sfruttare lo scattering che subisce un laser focalizzato ad un'altitudine di $15 - 20\text{Km}$, oppure si possono eccitare gli atomi di sodio che si trovano ad un'altitudine di $90 - 100\text{Km}$, e utilizzare la luce che viene riemessa.

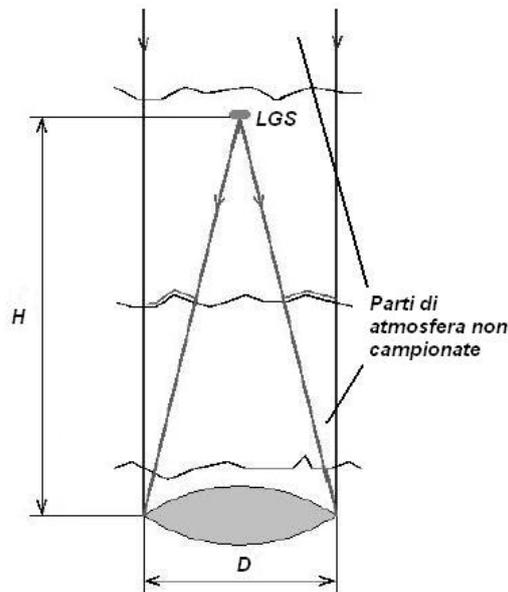


Figura 3.10: Schema della turbolenza campionata da una LGS

Il pregio delle Laser Guide Stars è che al contrario delle Natural Guide Stars, non sono affette dall'errore isoplanatico. Tuttavia creare una stella artificiale ad una certa altezza rispetto al telescopio corrisponde ad avere una sorgente posta a distanza finita dal sistema ottico; di conseguenza la luce di ritorno dalla LGS ci permette di correggere la turbolenza solo entro

3. Ottica Adattiva

un cono di atmosfera, visto che i raggi che osserviamo non sono paralleli come quelli di una sorgente posta a infinito. La figura 3.10 descrive il problema: in pratica è inevitabile introdurre un errore dal momento che ci sono parti di turbolenza non analizzate sia sopra la stella artificiale, sia per le zone laterali al cono di luce prodotto dalla sorgente artificiale stessa.

3.2 Ottimizzazione delle osservazioni AO

Per caratterizzare la qualità dell'immagine prodotta da un sistema ottico esistono vari criteri: tra di essi, uno comunemente usato è il cosiddetto *Strehl ratio*, definito come il rapporto tra l'intensità del picco dell'immagine misurata in presenza dell'aberrazione e quella che si avrebbe teoricamente nel caso difrattivo:

$$S = \frac{I(0,0)_{ab}}{I(0,0)} \quad (3.11)$$

Lo Strehl ratio di un sistema di ottica adattiva si può determinare, nel caso di piccole aberrazioni, dall'errore residuo di fronte d'onda dopo la correzione; si ha che

$$S \approx 1 - \sigma_\phi^2 \quad (3.12)$$

dove σ_ϕ^2 corrisponde alla somma di tutti i possibili errori residui del sistema, ciascuno dei quali è originato in un diverso passo del ciclo, e che vedremo in dettaglio in quanto segue:

$$\sigma_{tot}^2 = \sigma_{aniso}^2 + \sigma_{fit}^2 + \sigma_t^2 + \sigma_{rec}^2 \quad (3.13)$$

Nel caso in cui l'aberrazione sia prodotta dall'atmosfera, e nel caso in cui $D \gg r_0$, si ha che

$$SR \approx e^{-\sigma_{tot}^2} \quad (3.14)$$

Gli errori principali che caratterizzano un sistema di ottica adattiva sono:

- **Errore di fitting**

Tutti gli specchi deformabili hanno un numero finito di attuatori, e tutti i sensori di fronte d'onda hanno la capacità di rivelare solo un numero finito di modi. Di conseguenza, i modi che non possono essere corretti creano un errore residuo sul fronte d'onda. L'errore di fitting può essere espresso come:

3.2 Ottimizzazione delle osservazioni AO

$$\sigma_{fitting}^2 \approx 0.5 \left(\frac{r_e}{r_0} \right)^{\frac{5}{3}} rad^2 \quad (3.15)$$

dove r_e è il diametro delle sub-aperture che vengono utilizzate dal sensore per la determinazione dell'aberrazione.

Nel caso di pessimo seeing, corrispondente ad un r_0 piccolo, l'errore di fitting può assumere valori molto alti, e influisce notevolmente sulla determinazione dell'errore finale.

- **Errore sulla risposta temporale del sistema**

L'errore sulla risposta temporale del sistema è dovuto ad un possibile ritardo sulla chiusura del *loop* (il ciclo di rivelazione del fronte d'onda aberrato e la sua conseguente compensazione). Questo ritardo è in pratica inevitabile, dal momento che sia il sensore di fronte d'onda, che il computer che calcola la ricostruzione del fronte d'onda e gli attuatori dello specchio deformabile hanno tutti una risposta temporale finita, che spesso ha un ritardo rispetto al tempo caratteristico dell'atmosfera. L'errore sulla risposta temporale può essere espresso come:

$$\sigma_t^2 \approx \left(\frac{\delta t}{\tau_0} \right)^{\frac{5}{3}} rad^2 \quad (3.16)$$

dove δt è il ritardo che si accumula nel processo che va dalla misura del sensore di fronte d'onda alla deformazione dello specchio deformabile in seguito all'applicazione del segnale opportuno agli attuatori. Chiaramente più veloce è il loop che caratterizza il sistema, migliore è la correzione. Anche in questo caso, quando l'atmosfera è caratterizzata da un pessimo seeing, il tempo caratteristico τ_0 diventa piccolo, e l'errore sulla risposta temporale aumenta.

- **Errore del sensore**

Il sensore di fronte d'onda misura la distorsione facendo uso di un proprio rivelatore, il quale può a sua volta introdurre errori dovuti all'elettronica. L'errore sul sensore è dovuto allora a due contributi: errore fotonico ed errore di lettura del detector:

$$\sigma_{sensor}^2 = (\sigma_{ph})^2 + (\sigma_{rn})^2 \quad (3.17)$$

3. Ottica Adattiva

- **Errore anisoplanatico**

L'errore anisoplanatico deriva dal fatto che nella maggior parte dei casi la sorgente di riferimento non è nella stessa posizione dell'oggetto d'interesse, quindi il sistema corregge gli effetti di una parte di atmosfera che non è la stessa dell'oggetto; la correzione di conseguenza non è la migliore ottenibile. L'errore anisoplanatico può essere espresso da:

$$\sigma_{an}^2 = \left(\frac{\theta}{\theta_0} \right)^{\frac{5}{3}} rad^2 \quad (3.18)$$

dove ricordiamo che θ_0 è l'angolo isoplanatico, definito nella sezione 2.2. Esistono due tipi di anisoplanatismo: anisoplanatismo di campo (nel caso della NGS) quando la stella di riferimento non è nella stessa direzione dell'oggetto che si vuole osservare, e anisoplanatismo focale (nel caso della LGS) dal momento che la stella di riferimento in questo caso è posizionata ad una diversa altezza rispetto all'oggetto.

Per capire come si possano minimizzare tutti questi errori distinguiamo due situazioni estreme: se si ha a disposizione una sorgente di riferimento molto luminosa è possibile ottimizzare lo Strehl ratio minimizzando l'errore di fitting, che può diventare in questo caso l'errore residuo dominante; per ottimizzare il sistema è allora necessario avere un sistema dotato di parecchi attuatori, in modo da poter correggere il maggior numero possibile di modi di aberrazione del fronte d'onda.

Nel caso in cui si ha una sorgente di riferimento poco luminosa, l'errore maggiore viene commesso invece durante il ciclo di correzione, dato che avendo a disposizione pochi fotoni il sensore e di conseguenza tutto il sistema non riescono a ricavare una stima sufficientemente buona del fronte d'onda aberrato; in questo caso è necessario ridurre il numero di sub-aperture utilizzate dal sensore, in modo che ogni apertura riceva il maggior numero di fotoni possibile. Occorre poi massimizzare il tempo di integrazione del segnale sul rivelatore del sensore.

Ovviamente nel corso delle osservazioni possono capitare sia casi di osservazioni di oggetti luminosi che osservazioni di oggetti deboli, ma è ovvio che una volta costruito il sistema di ottica adattiva non è possibile cambiare le sue componenti. Di conseguenza quando si costruisce un sistema di ottica adattiva è naturale scegliere caratteristiche intermedie tra i due casi suddetti.

In ogni caso, una volta fissate le caratteristiche del sistema si può intervenire comunque per migliorare le sue prestazioni, ad esempio cambiando la matrice di interazione utilizzata per la conversione del segnale del sensore agli

attuatori, oppure cambiando opportunamente il tempo d'integrazione dei segnali sul rivelatore del fronte d'onda, o ancora, scegliendo quando possibile, una notte in cui l'aberrazione prodotta dall'atmosfera sia minore rispetto ad un'altra.

3.3 Il problema della deconvoluzione

Una volta ottenuta l'immagine $I(r)$ dell'oggetto esteso che si vuole osservare, è necessario invertire l'equazione di imaging (2.32), per ottenere la distribuzione di luminosità vera dell'oggetto stesso; è quindi sempre necessaria l'osservazione di una sorgente puntiforme da utilizzare nell'operazione di deconvoluzione.

Una prima limitazione all'applicazione della deconvoluzione è data dalla presenza del rumore: in generale esisterà un termine di rumore $N(r)$ che si andrà a sommare alla (2.32), cosicchè l'equazione di imaging assumerà la seguente forma:

$$I(r) = O(r) \otimes P(r) + N(r) \quad (3.19)$$

Inoltre, non si deve dimenticare che la PSF ottenuta da osservazioni di ottica adattiva non è mai in pratica coincidente con quella teorica corrispondente all'ottica usata: gli errori dovuti alla strumentazione, ma anche l'impossibilità di correggere completamente tutti gli effetti provocati dall'aberrazione atmosferica, fanno sì che le immagini che si possono ottenere per sorgenti puntiformi non siano in realtà limitate dalla diffrazione, ma contengano ancora contaminazioni dovute agli effetti del seeing. In generale, nei casi pratici, l'immagine di una sorgente puntiforme presenta un picco centrale, la cui larghezza è fissata dalle leggi della diffrazione, ovvero da λ/D , e un alone attorno al picco, di larghezza fissata dalle caratteristiche dell'atmosfera, ovvero da λ/r_0 in cui si concentra una frazione abbastanza significativa della luce (vedi figura 3.11).

Le caratteristiche della Point Spread Function varieranno poi nel tempo e nello spazio, sempre secondo le variazioni del seeing, e di conseguenza la ricostruzione finale dell'immagine risulta tutt'altro che facile.

Infine non è da sottovalutare il fatto che la Point Spread Function andrebbe osservata nella stessa direzione e contemporaneamente all'oggetto, ma nella maggior parte dei casi pratici questo non è possibile.

E' necessario allora sviluppare algoritmi che partendo da una serie di ipotesi e di parametri fissati a priori, eventualmente scelti anche in base alle conoscenze che si hanno già sull'oggetto osservato, cerchino di ottenere

3. Ottica Adattiva

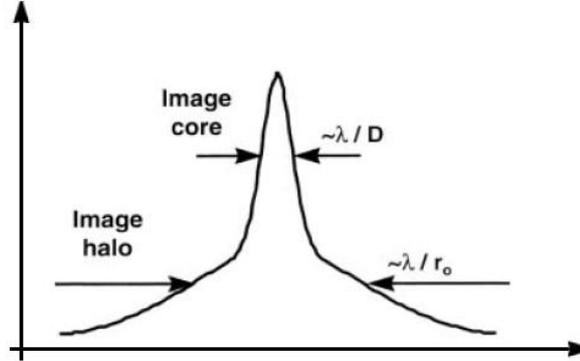


Figura 3.11: Schema dell'immagine di una point spread function ottenuta con l'ottica adattiva in regime di correzione parziale.

in qualche modo la miglior stima delle caratteristiche della sorgente. Tra i metodi esistenti si possono distinguere quelli lineari e quelli non lineari.

I metodi lineari calcolano la deconvoluzione analizzando direttamente l'inversa dell'equazione di imaging, nello spazio delle frequenze, e applicando alla stessa un filtro che tagli in qualche modo le frequenze legate al rumore; un classico esempio è il filtro di Wiener:

$$\hat{O}(\omega) = \left\{ \frac{\hat{I}(\omega)}{\hat{P}(\omega)} \hat{\Phi}(\omega) \right\} \quad (3.20)$$

con

$$\hat{\Phi}(\omega) \approx \frac{|\hat{I}(\omega)|^2}{|\hat{I}(\omega)|^2 - |\hat{N}(\omega)|^2} \quad (3.21)$$

Il filtro di Wiener necessita però di una buona stima del rumore, che deve essere dedotta dai dati stessi, ed inoltre può fornire risultati con valori negativi che non hanno nessun significato fisico.

L'alternativa è quella di usare metodi non lineari, che si basano su considerazioni statistiche: quello che si vuole determinare in questo caso è l'oggetto che, convoluto con la PSF, riesca a riprodurre nel modo migliore possibile l'immagine osservata. I metodi non lineari hanno il pregio di forzare la positività del risultato, ma allo stesso tempo, procedendo secondo un certo numero di iterazioni successive, necessitano di un criterio aggiuntivo che suggerisca

3.3 Il problema della deconvoluzione

una scelta ottimale del numero di iterazioni da eseguire. Un esempio di metodo non lineare è l'algoritmo di *Richardson-Lucy*, che è stato utilizzato per la riduzione dei dati relativi all'ottica adattiva, presentati in questa tesi.

L'algoritmo di *Richardson-Lucy* è basato su un approccio statistico di tipo Bayesiano, ovvero sulla costruzione di una densità di probabilità condizionale

$$p(O|I) = \frac{p(I|O)p(O)}{p(I)} \quad (3.22)$$

dove $p(I)$ è la probabilità relativa all'immagine osservata e $p(O)$ è la probabilità dell'immagine reale rispetto a tutte le possibili immagini che si possono realizzare. La soluzione è ottenuta cercando la massima verosimiglianza di O :

$$\max L(O) = \max p(I|O) \quad (3.23)$$

Nel caso di un rumore Poissoniano, che in genere è il tipo di rumore dominante nelle osservazioni astrofisiche, la probabilità $p(I|O)$ può essere espressa come:

$$p(I|O) = \prod_i \frac{[(P * O)_i]^{I_i} e^{-[(P * O)_i]}}{I_i!} \quad (3.24)$$

Per cui la verosimiglianza, espressa come logaritmo, è data da:

$$-\lg(L) \approx \sum_i [(P * O)_i - I_i] + I_i \lg \frac{I_i}{(P * O)_i} \quad (3.25)$$

e deve essere massimizzata, tenendo positivo O .

Dalla 3.25 è possibile ricavare la seguente relazione ([SP02]):

$$O^{(n+1)} = \left[\frac{I}{(P * O)^{(n)}} * P^\circ \right] O^n \quad (3.26)$$

dove $P^\circ = P(-x, -y)$; tale equazione è alla base delle iterazioni dell'algoritmo di Richardson-Lucy.

Per la deconvoluzione dei dati presentati in questa tesi, insieme all'algoritmo di Richardson-Lucy è stata utilizzata una seconda procedura, che calcola attraverso il metodo dei minimi quadrati la differenza tra un modello di immagine costruito a priori con determinati parametri e l'immagine reale stessa. In pratica, siccome si suppone a priori di avere a che fare con immagini di oggetti estesi di forma ellissoidale caratterizzati da un certo grado di oscuramento al bordo, è stato creato un modello che include una legge di

3. Ottica Adattiva

oscuramento al bordo di Minnaert (la formula analitica che descrive questa legge, è riportata nel prossimo capitolo). Un modello sintetico di questo tipo viene convoluto con l'immagine osservata di una stella di riferimento; l'immagine ottenuta con il modello è confrontata quindi con l'immagine osservata dell'oggetto reale: se l'immagine osservata coincide entro un certo errore con quella ricostruita si può supporre che il modello rappresenti con buona approssimazione l'oggetto reale, altrimenti è necessario cambiare i parametri del modello e ripetere l'operazione finché non si arriva ad una soluzione valida.

Una volta fissati i parametri iniziali, la costruzione del modello è fatta utilizzando una procedura denominata "Amoeba". La procedura, ideata da Nelder e Mead, si basa sul metodo del semplice¹, ed è comunemente usata per ottimizzare la minimizzazione di una funzione in uno spazio multidimensionale senza far uso delle derivate.

Una volta scelta con accuratezza la posizione da cui partire, si costruisce un triangolo i cui vertici corrispondano a tre valori della funzione nell'intorno di quel punto. Se la funzione che si vuole studiare è caratterizzata da un minimo, si avrà che ad un certo vertice corrisponderà un valore maggiore rispetto ai valori degli altri due vertici; l'algoritmo allora prova a cambiare la posizione di tale vertice, attraverso delle operazioni che possono essere di riflessione, transizione, espansione e contrazione, in modo da cercare un valore più piccolo. A questo punto il valore del nuovo punto è confrontato con i valori dei punti precedenti ed eventualmente l'algoritmo procede variando di nuovo il vertice che ha il valore maggiore, fino a convergere, dopo aver effettuato una serie di iterazioni, ad un minimo locale della funzione; varie iterazioni effettuate con diversi parametri e diversi semplici di partenza permettono di trovare diversi minimi e di capire quali sono quelli locali.

Quindi in pratica, una volta che si sono forniti al programma dei parametri iniziali, la procedura modifica tali parametri e cerca in modo ottimale quelli che producono il modello che minimizza la differenza tra l'immagine osservata e il modello stesso convoluto con la PSF.

I parametri calcolati attraverso il fit di Minnaert sono stati in seguito confrontati con quelli ottenuti con il metodo di Richardson-Lucy, per poter verificare la bontà dei metodi e per fornire una stima del numero ottimale di iterazioni da eseguire per l'algoritmo di Richardson-Lucy. Di tutto ciò si parlerà diffusamente nella sezione di questa tesi che descrive i risultati delle nostre osservazioni di asteroida con ottica adattiva.

¹Il semplice è una figura che ha $N+1$ vertici in uno spazio di N dimensioni; ad esempio in due dimensioni il semplice è rappresentato da un triangolo.

3.3 Il problema della deconvoluzione

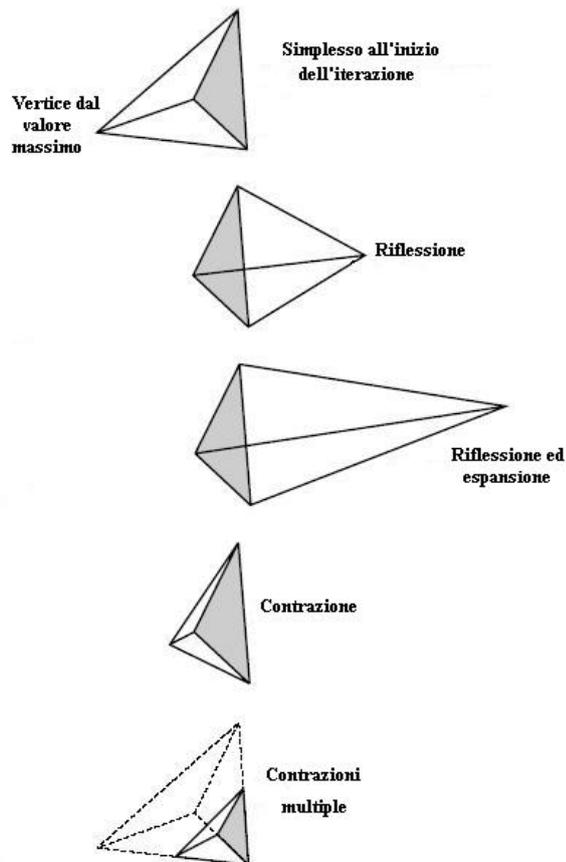


Figura 3.12: Possibili movimenti effettuati dal simpleso nella ricerca del minimo di una funzione; in questo caso è rappresentato un simpleso di quattro vertici in uno spazio a tre dimensioni.

3.4 Speckle Interferometry

Come già discusso in precedenza, l'idea fondamentale su cui si basa la tecnica dell'interferometria speckle è quella di ottenere immagini dell'oggetto con tempi di integrazione estremamente brevi e di combinarle in modo da ricavare informazioni sui dettagli ad alta risoluzione dell'immagine. Come abbiamo visto nel capitolo (2), se il tempo di esposizione è più breve della scala temporale su cui varia il seeing, allora ciascuna parte del fronte d'onda con diametro r_0 e che appartiene quindi ad una "cella" distinta di seeing, agirà indipendentemente dal resto del fronte d'onda e si formeranno sul piano focale più immagini della sorgente; queste immagini, che altro non sono che le speckle, si distribuiranno su tutta l'area su cui si vanno a distribuire i fotoni quando il tempo di integrazione del segnale supera il tempo caratteristico di variazione del seeing. Le speckles appariranno casualmente entro una dimensione angolare dell'ordine di λ/r_0 . La dimensione media delle speckle è dello stesso ordine di grandezza del disco di Airy del telescopio in assenza di turbolenza atmosferica e ciascuna speckle corrisponde ad un'immagine limitata dalla diffrazione dell'oggetto. Anche nel caso di brevi esposizioni vale ancora l'equazione di imaging (2.32), e lo spettro di potenza della Point Spread Function prende il nome di *Speckle Transfer Function* (STF).

Nella pratica, un'osservazione speckle consiste nella raccolta di un certo numero di immagini a brevissima esposizione; ciascuna di queste immagini contiene un numero considerevole di speckles che vanno successivamente combinate tra loro per fornire uno spettro di potenza dell'immagine dell'oggetto la cui risoluzione sia prossima a quella data dal limite diffrattivo. Le speckles possono allora essere studiate utilizzando le proprietà matematiche dell'autocorrelazione: infatti nello spazio delle frequenze l'autocorrelazione è indipendente per definizione dalla posizione della singola immagine rispetto all'insieme, e non è altro che lo spettro di potenza dell'immagine stessa. Allora per un'immagine $I(x)$ si ha:

$$I^2(x) = \int I(x') I(x+x') \quad (3.27)$$

da cui trasformando

$$FT(I^2(x)) = \hat{I}(k) \hat{I}^*(k) \quad (3.28)$$

Se adesso si considerano le equazioni di imaging nello spazio delle frequenze per ogni speckle, e si mediano tali equazioni su tutti i frames acquisiti per l'oggetto, quello che si ottiene è:

$$\langle \hat{I}_{obj}(k) \hat{I}_{obj}^*(k) \rangle = \hat{O}(k) \hat{O}^*(k) \langle \hat{P}(k) \hat{P}^*(k) \rangle \quad (3.29)$$

3.4 Speckle Interferometry

In questo caso $\widehat{O}(k)$ non è mediato perchè, assumendo di avere a che fare con sorgenti che non variano su tempi scala molto brevi, si presuppone che la distribuzione di intensità luminosa reale dell'oggetto non vari durante la singola posa.

Ovviamente è possibile scrivere la stessa relazione anche per la stella di riferimento:

$$\langle \widehat{I}_{ref}(k) \widehat{I}_{ref}^*(k) \rangle = \langle \widehat{P}(k) \widehat{P}^*(k) \rangle \quad (3.30)$$

La formula appena scritta vale perchè l'immagine reale O della stella osservata è rappresentata da una funzione delta di Dirac e di conseguenza la sua trasformata di Fourier è una costante, per cui si può assumere che:

$$\widehat{O}(k) \widehat{O}^*(k) = \frac{\langle \widehat{I}_{obj}(k) \widehat{I}_{obj}^*(k) \rangle}{\langle \widehat{I}_{ref}(k) \widehat{I}_{ref}^*(k) \rangle} \quad (3.31)$$

E' quindi possibile in teoria ricostruire l'immagine reale dell'oggetto che si vuole analizzare, anche se in questo modo è inevitabile perdere tutta l'informazione sulla fase di Fourier, e quindi sulla simmetria dell'immagine rispetto al centro (ad esempio si può individuare un sistema binario, ma non è possibile capire quale delle componenti è la più luminosa).

Nella trattazione sulle speckles esposta finora, è stato però trascurato un fattore fondamentale, che è il rumore. Per le osservazioni speckle si possono individuare due tipi fondamentali di rumore: il rumore del detector e il rumore fotonico.

In pratica lo spettro di potenza che si osserva è dato da:

$$|\widehat{I}_{obj}(k)|^2 = |\widehat{O}(k)|^2 |\widehat{P}(k)|^2 |\widehat{D}(k)|^2 + \gamma |\widehat{D}(k)|^2 + |\widehat{N}(k)|^2 \quad (3.32)$$

dove $\widehat{D}(k)$ è l'effetto del detector legato alla risposta dei pixel, e $\widehat{N}(k)$ è il rumore del detector; $\widehat{O}(k)$ e $\widehat{P}(k)$ sono come già detto lo spettro di potenza vero dell'oggetto e della PSF rispettivamente.

Analoga equazione è valida per quanto riguarda la stella di riferimento:

$$|\widehat{I}_{ref}(k)|^2 = |\widehat{P}(k)|^2 |\widehat{D}(k)|^2 + \gamma |\widehat{D}(k)|^2 + |\widehat{N}(k)|^2 \quad (3.33)$$

Per trovare lo spettro di potenza vero dell'oggetto è quindi necessario valutare gli ultimi due termini dell'equazione 3.32, valutazione tutt'altro che facile, e sottrarli sia dallo spettro di potenza osservato dell'oggetto che da quello della PSF. Una volta sottratti tali termini, dividendo lo spettro di

3. Ottica Adattiva

potenza dell'immagine dell'oggetto per quello della stella di riferimento è possibile ricavare $\left| \widehat{O}(k) \right|^2$.

3.4.1 Osservazioni speckle al TNG

Nel periodo dal 19 Gennaio al 22 Gennaio 2004, sono state effettuate una serie di osservazioni di asteroidi con la tecnica della speckle interferometry, al telescopio nazionale Galileo. Tali misure erano mirate a fornire informazioni riguardo alle dimensioni degli asteroidi osservati e, se possibile, avrebbero potuto trovare evidenza della presenza di sistemi asteroidali binari. Inoltre costituivano una seconda verifica delle prestazioni della camera speckle del TNG per applicazioni allo studio di asteroidi, venendo dopo una prima fortunata campagna di osservazioni svolte nel 2000 ([CDR⁺03]). Purtroppo, in questa nuova occasione la qualità complessiva dei dati ottenuti si è rivelata peggiore che in precedenza, a causa principalmente di condizioni di seeing non ottimali. Bisogna infatti sempre notare che, nonostante il fatto che le tecniche di speckle interferometry e di ottica adattiva sono effettivamente potenti, in pratica però non si può riuscire ad ottenere risultati buoni quando il seeing della notte in cui si osserva è effettivamente di qualità troppo cattiva.

La riduzione di questi nuovi dati è stata eseguita seguendo in linea di massima gli stessi passi utilizzati in precedenza, con l'unica differenza che in questo caso non erano disponibili osservazioni del cielo effettuate nella stessa notte delle osservazioni.

Inizialmente dagli spettri osservati dell'oggetto e della STF sono stati sottratti i contributi del rumore: non avendo a disposizione degli opportuni frames di cielo è stato necessario determinare rumore del fondo cielo e il rumore fotonico direttamente dalle immagini osservate. La stima del rumore è stata fatta ponendo un'opportuna maschera sul segnale principale e valutando attorno ad esso il rumore, approssimandolo con una gaussiana, rappresentante il rumore fotonico, sommata ad una costante, rappresentante il rumore del detector.

Una volta sottratto il contributo relativo al rumore, lo spettro di potenza osservato dell'oggetto è stato diviso per quello della STF, e l'immagine ottenuta, corrispondente allo spettro vero di potenza dell'oggetto, è stato approssimato con una gaussiana ellittica. La scelta di un fit ellittico è dettata dal fatto che si presume che gli oggetti osservati, essendo abbastanza grandi, abbiano forme più o meno regolari; di conseguenza la forma di questi oggetti non dovrebbe essere troppo distante da quella di un ellissoide triassiale, la cui proiezione in cielo è proprio un'ellisse; dal fit ellittico sono stati ricavati tre parametri, ovvero i due semiassi e il loro orientamento.

Il passo successivo è stato quello di convertire i valori dei parametri stimati nello spazio delle frequenze, nei valori angolari nello spazio dell'immagine; questo è stato fatto creando diversi modelli di Minnaert consistenti in ellissi con oscuramento al bordo e calcolando per ognuno una costante di calibrazione tra il modello e il rispettivo spettro di potenza. Tali costanti di calibrazione sono state poi mediate per ottenere una costante di calibrazione media da utilizzare per la conversione.

In tutti questi passaggi ovviamente sono stati introdotti degli errori. Innanzitutto esiste una differenza che può essere più o meno marcata tra l'asteroide vero e l'elissoide triassiale che lo rappresenta. Di conseguenza la distribuzione di luminosità che si ricava non è proprio uguale a quella vera. In secondo luogo il fatto di aver considerato una costante di calibrazione media per tutti i casi ha introdotto un errore sulla conversione finale dai parametri ottenuti dall'analisi dello spettro di potenza a quelli finali indicativi della dimensione angolare media dell'oggetto osservato. Tuttavia, nonostante la presenza di tali errori, quello che ci si aspetta è che si possano ottenere risultati più che soddisfacenti.

In realtà per il set di dati analizzati la riduzione effettuata non ha portato in generale a risultati di buona qualità: solo in un caso, che si riferisce al grande asteroide 1 Ceres, è stato possibile risolvere in modo univoco l'asteroide. In figura 3.13 sono mostrati lo spettro di potenza e il corrispondente fit gaussiano dell'asteroide Ceres: in particolare è possibile notare che il rumore attorno al segnale è comunque abbastanza elevato, ma il segnale è ben distinguibile. Per Ceres è stato possibile stimare un diametro angolare medio di 0.63 ± 0.06 *arcosec*, compatibile con le dimensioni già note di tale asteroide.

In alcuni casi la riduzione dei dati speckle ha fornito risultati afflitti da incertezze tali da impedire di raggiungere misure angolari affidabili. Questo è accaduto ad esempio per l'asteroide 7 Iris: dalle figure 3.14 e 3.15, è possibile notare che per lo stesso oggetto sarebbe stato possibile effettuare due scelte differenti dei parametri del fit ellittico scelto per rappresentare lo spettro di potenza dell'oggetto; ovviamente le due scelte portano a risultati molto diversi tra loro. Iris è uno dei tanti oggetti osservati in cui il fit finale dello spettro di potenza poteva essere eseguito con diversi parametri che, una volta convertiti da frequenze spaziali a dimensioni angolari, fornivano stime di diametri medi relativamente differenti tra loro; di conseguenza in questi casi non è stato possibile fornire una valutazione univoca senza eventualmente utilizzare conoscenze precedenti su tali asteroidi, ma questo ovviamente non è un criterio di valutazione scientifico e quindi i dati sono stati per adesso scartati.

Infine per un discreto numero di asteroidi osservati non è stato possibile separare il rumore dal segnale.

3. Ottica Adattiva

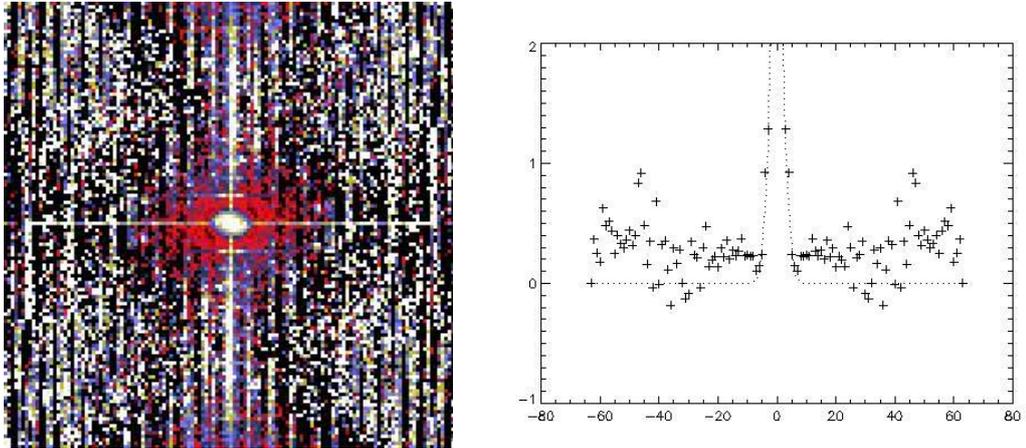


Figura 3.13: Spettro di potenza (a sinistra) e corrispondente fit gaussiano (indicato dai punti), dell'asteroide 1 Ceres.

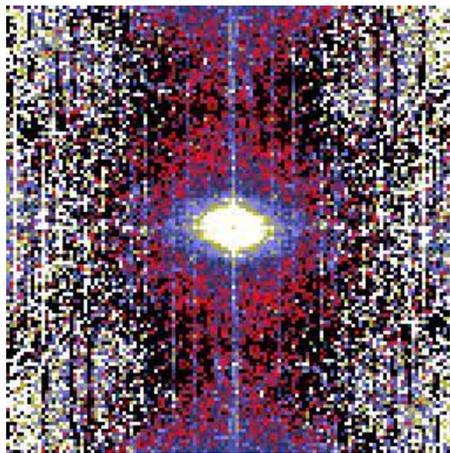


Figura 3.14: Spettro di potenza dell'asteroide Iris.

3.4 Speckle Interferometry

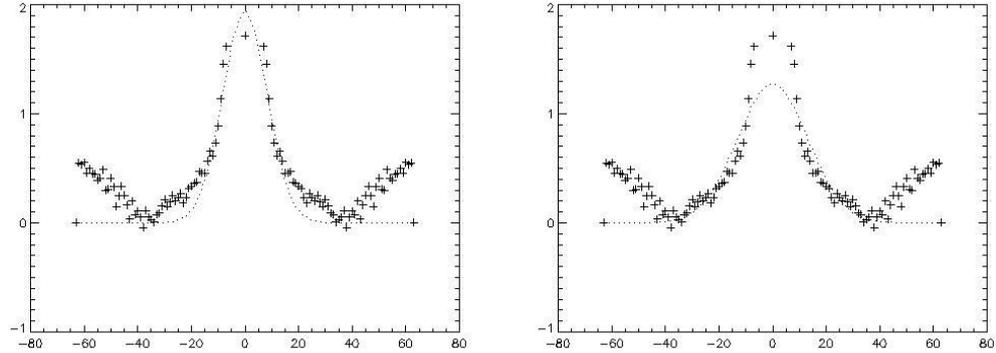


Figura 3.15: Fit gaussiani ellittici dello spettro di potenza dell'asteroide Iris, corrispondenti a due scelte diverse dei parametri del fit stesso.

I motivi che possono aver contribuito a rendere in larga parte inutilizzabili questi dati speckle probabilmente sono molteplici: prima di tutto, il seeing delle notti di osservazione non era probabilmente sufficientemente buono. La stima eseguita direttamente sui frames di osservazione degli oggetti si è rivelata per lo più fortemente inadeguata, ed ha pregiudicato il processo complessivo di riduzione dati. In qualche caso, inoltre, è possibile che il tempo di acquisizione dati sia stato insufficiente a produrre un segnale sufficientemente netto.

Problemi tecnici legati al rivelatore non possono essere inoltre esclusi. Osservazioni eseguite nel 2000 con tempi di integrazione analoghi su oggetti di analoga luminosità avevano fornito spettri di potenza di qualità ragionevole per poter essere invertiti in modo da trovare le dimensioni angolari degli oggetti. Nel caso di queste ultime osservazioni, invece, la stessa tecnica di osservazione ha portato a risultati ragionevoli solo nel caso di un oggetto particolarmente luminoso e di grandi dimensioni angolari come 1 Ceres.

3. Ottica Adattiva

Capitolo 4

Osservazioni e riduzione dati di Ottica Adattiva

I dati che vengono presentati in quanto segue sono stati ottenuti nelle notti tra il 21 ottobre ed il 24 ottobre 2004, presso il Telescopio Nazionale Galileo, utilizzando il modulo di ottica adattiva recentemente messo a disposizione della comunità astronomica. Una descrizione dettagliata della strumentazione utilizzata è pubblicata sul sito web, <http://www.tng.iac.es/instruments/adopt-index.html>, e qui di seguito riporteremo solo i dettagli che ci interessano per gli scopi di questa tesi.

Il modulo di ottica adattiva al TNG consiste di un apparato distaccato dal resto del sistema ottico, e permette due modi distinti di correzione: correzione del tilt (TT) e correzione per alti ordini della turbolenza (HO).

Lo specchio predisposto alla correzione del tilt è un piccolo specchio parabolico in grado di ruotare attorno a due assi perpendicolari alla direzione del fronte d'onda, mentre la correzione HO è effettuata attraverso uno specchio deformabile continuo, dotato di 97 attuatori. Al TNG sono presenti anche due sensori: un sensore separato per la rivelazione del tilt, e un sensore piramidale che può essere usato sia per la rivelazione del tilt che per la rivelazione di alti ordini dell'aberrazione. Per l'acquisizione dei dati è stata usata una camera a piccolo campo ($0.7' \times 0.7'$), tale che ad ogni pixel corrispondono $0.04''$.

Il sistema di filtri presente al TNG è vario, ma per i nostri scopi sono stati utilizzati i filtri elencati in tabella 4. Poichè all'aumentare della lunghezza d'onda il fronte d'onda risulta più stabile, a parità di seeing ci si aspetta di

4. Osservazioni e riduzione dati di Ottica Adattiva

ottenere buone correzioni nella banda K' e discrete correzioni nella banda H e nella banda J.

Filtro	λ Centrale(μm)	FWHM (μm)	θ (arcsec)
Js	1.25	0.16	0.07
H	1.63	0.30	0.09
K'	2.12	0.35	0.12
Brg	2.179	0.035	0.12

Tabella 4.1: Filtri utilizzati per le misure presentate in questa tesi. Viene riportata anche la corrispondente risoluzione teorica calcolata come $\theta \approx \lambda/D$, con $D = 3.6 m$

Con il modulo di ottica adattiva sono stati osservati nelle notti dal 21 al 24 ottobre 2004 cinque asteroidi, utilizzando diversi filtri; in alcuni casi non è stato possibile risolvere l'asteroide.

La procedura di osservazione consisteva nel raccogliere un certo numero di immagini consecutive dell'asteroide, se possibile in vari filtri, e in seguito un certo numero di immagini della stella di riferimento. Questa procedura costituisce un compromesso tra quelle che sarebbero le modalità ideali di osservazione, e quello che si può fare in pratica nei casi concreti. Dal momento che l'atmosfera varia di continuo nello spazio e nel tempo, la PSF non è una variabile stazionaria. Di conseguenza, in linea di principio, la stella di riferimento dovrebbe essere misurata in condizioni il più possibile identiche a quelle dell'oggetto, e l'osservazione e la correzione andrebbero perciò effettuate contemporaneamente e all'interno dell'angolo isoplanatico. Purtroppo questo non è quasi mai fattibile in pratica, e ci si deve limitare a scegliere stelle di riferimento che sono in generale al di fuori dell'angolo isoplanatico, e che non possono in ogni caso essere misurate contemporaneamente all'oggetto. Ovviamente, in queste condizioni, una stella di riferimento osservata dopo un certo tempo t e in una direzione diversa da quella dell'oggetto che si vuole studiare può produrre una PSF leggermente diversa da quella che andrebbe utilizzata per la deconvoluzione dell'immagine dell'asteroide. Un possibile miglioramento delle tecniche di osservazione suggerita da questo primo tentativo è, come si vedrà, quello di compiere in futuro un numero maggiore di cicli di osservazione asteroide - stella - asteroide, in modo da poter avviare più facilmente ad eventuali variazioni delle caratteristiche della stella di riferimento.

I dati sono stati elaborati mediante il package di riduzione dati IDL, facendo ricorso a procedure appositamente scritte in questo linguaggio per gli scopi di queste particolari osservazioni. In particolare per ogni insieme

di immagini relative ad un asteroide e alla rispettiva stella di riferimento la procedura di riduzione dati si è articolata nei seguenti passaggi:

1. Inizialmente le immagini dell'asteroide e della stella di riferimento sono state ripulite dal fondo, sottraendo dalle immagini in questione un opportuno fondo cielo osservato assieme all'oggetto, oppure, ove il fondo cielo non fosse presente, sottraendo una sua stima valutata dall'immagine stessa attraverso opportune procedure di IDL appositamente sviluppate per questo scopo.
2. Una volta ripulite, le immagini dell'asteroide sono state mediate tra loro, così da ricavare l'immagine finale da utilizzare per la successiva deconvoluzione; sono stati eliminati inoltre, ove presenti, gli eventuali pixel caldi o freddi che avrebbero potuto influire negativamente sulla successiva deconvoluzione; l'immagine della stella di riferimento è stata trattata in modo analogo.
3. Asteroide e stella di riferimento sono stati poi deconvoluti utilizzando due diversi procedimenti, ipotizzando da principio per entrambi i metodi, che l'asteroide sia approssimabile senza grossi errori da un ellissoide triassiale e che di conseguenza la sua proiezione sul cielo sia un'ellisse bidimensionale: questa scelta è stata fatta in base al fatto che dal momento che gli asteroidi osservati sono abbastanza grandi, si suppone che abbiano forme abbastanza regolari da poter essere approssimati da tale figura geometrica. In questa approssimazione per entrambe le procedure è stato possibile ricavare le dimensioni dei due assi e l'orientazione (rispetto all'asse x dell'immagine) dell'ellisse bidimensionale. I due metodi di deconvoluzione possono essere riassunti come segue:
 - Il primo dei procedimenti usati è la deconvoluzione di Richardson-Lucy, descritto in 3.3. Ricordiamo che tale deconvoluzione partendo dalle immagini osservate dell'asteroide e della stella di riferimento cerca una soluzione numerica, in base al metodo della massima verosimiglianza, attraverso un certo numero di iterazioni. L'immagine finale che si ottiene, che dovrebbe rappresentare l'immagine vera dell'asteroide, è stata poi approssimata da una gaussiana bidimensionale che fornisce come parametri i semiassi, e l'angolo di cui è ruotata l'ellisse; i parametri sono stati misurati ad un'altezza pari al 10 % di quella totale della gaussiana normalizzata. I due semiassi sono poi convertiti in arcsec (ricordiamo che ad un pixel della camera AO corrispondono 0.04 arcsec), ed è possibile calcolare un diametro medio dell'ellisse con $\sqrt{a b}$.

4. Osservazioni e riduzione dati di Ottica Adattiva

- Per quanto riguarda il fit di Minnaert, sempre nelle ipotesi che l'asteroide sia un elissoide triassiale, è stato scelto un modello di oscuramento al bordo, che segue per l'appunto la legge di Minnaert:

$$I(\mu) = \mu^{2k-1} \quad (4.1)$$

dove $\mu = \cos \psi$, e ψ è l'angolo tra la perpendicolare alla superficie dell'oggetto e la direzione di vista dell'osservatore; k è la costante di oscuramento al bordo, e si ritiene che valori ragionevoli per gli asteroidi possano essere $0.5 \leq k \leq 0.7$. Bisogna sottolineare il fatto che la legge di Minnaert vale per osservazioni ad angolo di fase nullo, e ci si aspetta quindi che l'effetto del terminatore, per oggetti osservati non perfettamente in opposizione, possa avere una certa influenza sulla determinazione degli assi dell'oggetto. Tuttavia tale effetto non dovrebbe essere troppo significativo per i dati a nostra disposizione, dato che comunque tutte le osservazioni sono state effettuate ad angoli di fase minori di 20 gradi. Sono quindi stati creati una serie di modelli di Minnaert con diversi coefficienti k , utilizzando la procedura di Amoeba, come descritto precedentemente. Questi modelli simulati sono stati poi convoluti con la stella di riferimento dando origine a diverse immagini sintetiche dell'asteroide nello spazio di Fourier. Ognuna di queste immagini è stata poi confrontata con l'immagine osservata realmente, e le differenze sono state quantificate mediante un metodo dei minimi quadrati. In questo modo è stato possibile identificare il modello che meglio rappresentava l'immagine vera. Il miglior fit di Minnaert ha quindi fornito la stima delle dimensioni degli assi dell'ellisse e l'angolo di orientazione dell'ellisse. Le dimensioni sono state poi convertite in dimensioni angolari e in seguito mediate come $\sqrt{a b}$ per fornire una stima del diametro angolare medio.

I due metodi sono stati in seguito confrontati e si sono risultati risultati compatibili, entro un certo limite di errore, se per l'algoritmo di Richardson-Lucy si utilizzano numeri di iterazioni tra 250 e 350.

Ovviamente l'approssimazione di elissoide triassiale utilizzata negli algoritmi introdurrà un certo errore sulla determinazione finale dei parametri; analogamente sarà origine di errore il fatto di aver considerato una legge di oscuramento al bordo valida per angoli di fase nulli, per oggetti che al momento dell'osservazione presentavano una fase piccola, ma comunque diversa

da zero. Tutto ciò, unito al fatto che la qualità delle immagini, determinata come rapporto segnale rumore, variava in maniera significativa in base alle circostanze di osservazione durante le notti, ci porta a stimare per i parametri ricavati un errore attorno al 15% per le immagini che presentavano un rapporto segnale rumore migliore, e un errore massimo del 20% per le immagini che presentavano effetti di degradazione maggiori da parte del seeing. Queste stime dell'errore si basano su un'analisi delle differenze riscontrate tra diverse singole immagini consecutive dello stesso oggetto. Una descrizione dei risultati ottenuti per ogni oggetto vengono descritti separatamente in quanto segue.

Asteroide	Data	R.A(h)	Dec(deg)	Fase	V_{app}
4 Vesta	22-10-04	23.18	-15.56	17.5	6.83
9 Metis	23-10-04	23.16	-13.24	18.6	9.74
27 Euterpe	22-10-04	3.13	15.04	9.45	9.43
	24-10-04	3.11	14.58	8.4	
128 Nemesis	22-10-04	2.05	4.20	3.25	10.47
	23-10-04	2.01	4.09	3.22	
762 Pulcova	24-10-04	6.46	34.13	18.3	13.58

Tabella 4.2: Tabella riassuntiva delle circostanze osservative

4.1 4 Vesta

Vesta è un asteroide di magnitudine visuale assoluta pari a $V = 3.20$, è il terzo asteroide in ordine di grandezza della fascia principale, ed è stato osservato dal telescopio spaziale Hubble.

Le osservazioni di Vesta sono state effettuate il 22 ottobre 2004, utilizzando i filtri Brg e H; al momento delle osservazioni Vesta si trovava a circa $1.613AU$ dalla Terra.

Per il filtro Brg la deconvoluzione effettuata con il metodo di Richardson-Lucy ha fornito una stima del diametro medio pari a $0.38 \pm 0.06 \text{ arcsec}$, perfettamente compatibile con le dimensioni ricavate per il filtro H con lo stesso metodo; il fit di Minnaert ha fornito per il filtro Brg un diametro medio di $0.38 \pm 0.06 \text{ arcsec}$ con $K_{minn} = 0.57$, mentre per il filtro H, $0.38 \pm 0.06 \text{ arcsec}$ con $K_{minn} = 0.58$. I due metodi scelti per la deconvoluzione in questo caso sono perfettamente in linea l'uno con l'altro.

4. Osservazioni e riduzione dati di Ottica Adattiva

Data la distanza dell'asteroide dalla Terra al momento dell'osservazione, si stima un diametro medio $D \approx 460 \pm 63 \text{ Km}$, dato compatibile con quelli presenti in letteratura.

Dalle immagini 4.2, che si riferiscono al filtro Brg, è possibile notare una forma piuttosto regolare; nell'immagine a sinistra è presente una lieve sporgenza laterale, che probabilmente è ricollegabile alla forma dell'immagine della stella di riferimento e quindi rientra nell'errore valutato: infatti per le osservazioni di Vesta la PSF non era delle migliori, e probabilmente ha influito, seppur in maniera lieve, nella ricostruzione dell'immagine.

Le osservazioni dell'asteroide Vesta sembrano dunque aver fornito risultati di qualità accettabile nonostante le immagini a nostra disposizione fossero poche e particolarmente rumorose, soprattutto quelle relative alla PSF. Questo è incoraggiante, considerando che le osservazioni di un grosso e ben conosciuto oggetto come 4 Vesta avevano per lo più lo scopo di verificare il funzionamento generale del modulo di ottica adattiva, e di porre su più solide basi l'affidabilità complessiva delle misure effettuate per gli altri, meno ben conosciuti oggetti del nostro campione.

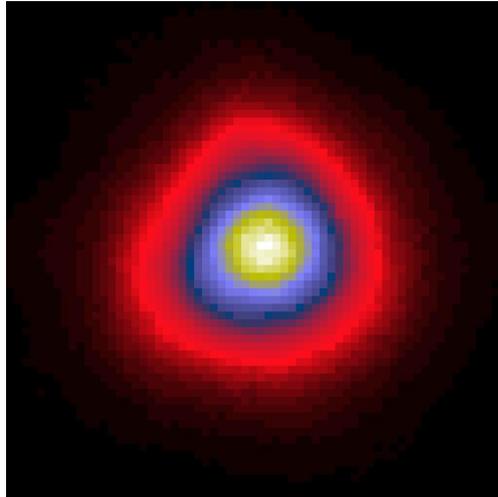


Figura 4.1: Immagine osservata di Vesta, filtro Brg

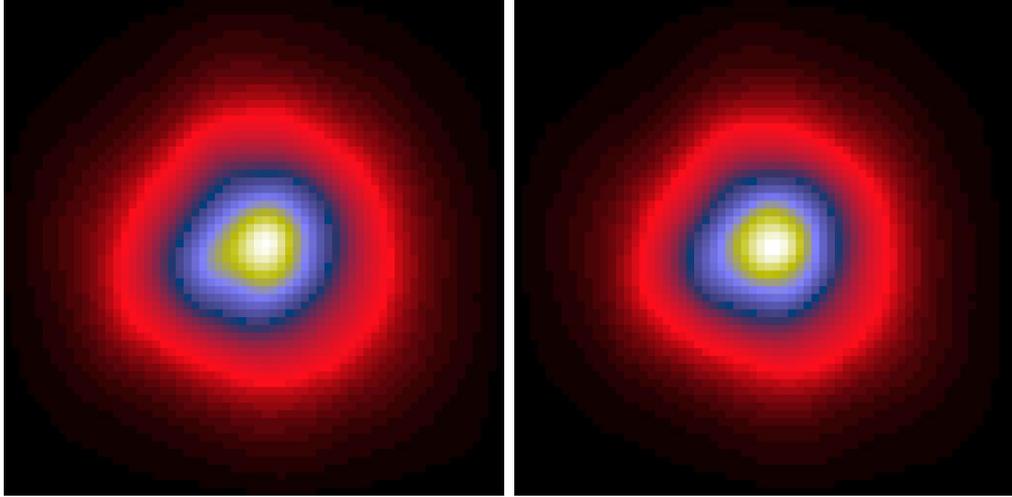


Figura 4.2: Immagini ricostruite dell'asteroide Vesta con filtro Brg; l'immagine a sinistra è la convoluzione tra il fit gaussiano e la PSF osservata, mentre quella di destra è la convoluzione tra il modello di Minnaert e la PSF osservata.

4.2 9 Metis

Metis è un asteroide di tipo S e di magnitudine visuale assoluta pari a $V = 6.28$. Osservato dal Telescopio Spaziale Hubble nel 1993, ha rivelato una forma irregolare, con un rapporto assiale di 0.7; inoltre sono state trovate deboli indicazioni di una possibile binarietà, anche se per ora non è fornita alcuna convincente conferma in merito.

Le osservazioni al TNG di 9 Metis sono state effettuate usando solo il filtro K', il 23 ottobre 2004. All'epoca dell'osservazione l'asteroide si trovava a circa $1.462AU$ dalla Terra.

Uno dei problemi principali che ha caratterizzato la riduzione dei dati relativi a questo asteroide è che la stima della point spread function è stata particolarmente difficile, a causa del forte rumore e delle oscillazioni provocate dal seeing. Tuttavia la deconvoluzione di Richardson-Lucy ha fornito una stima del diametro pari a $0.21 \pm 0.04 \text{ arcsec}$, in buon accordo con il fit di Minnaert che per $K_{minn} = 0.57$ ha dato lo stesso risultato medio, anche se con diversi rapporti assiali. La stima delle dimensioni di Metis è quindi $D \approx 230 \pm 46 \text{ Km}$. Le immagini ottenute non consentono di ottenere alcuna evidenza di una possibile natura binaria per questo oggetto.

4. Osservazioni e riduzione dati di Ottica Adattiva

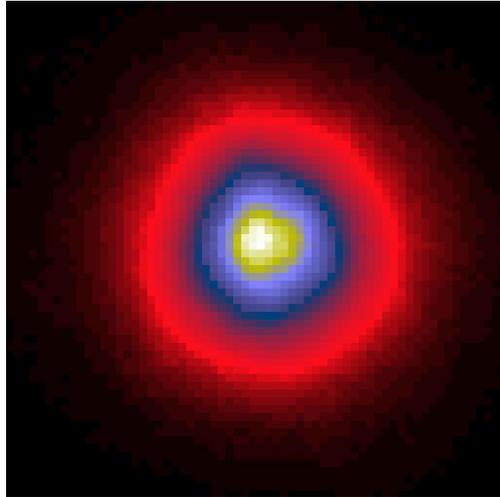


Figura 4.3: Immagine osservata di Metis.

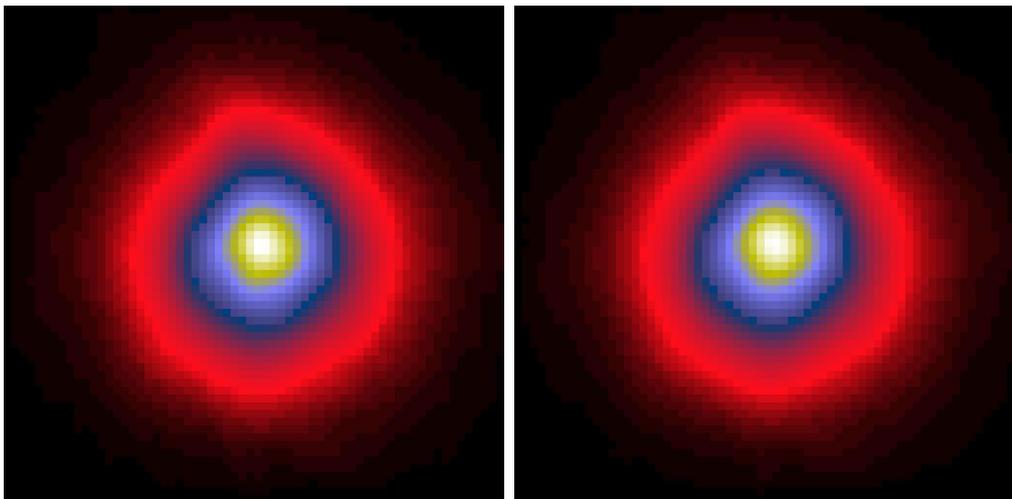


Figura 4.4: Immagini ricostruite dell'asteroide Metis (come per (4.2))

4.3 27 Euterpe

Euterpe è un asteroide di tipo S, caratterizzato da una magnitudine visuale assoluta $V = 7.00$.

I dati a nostra disposizione sono stati acquisiti in due notti distinte, ovvero quella tra il 21 e il 22 ottobre 2004 e quella tra il 23 e il 24 ottobre.

Osservazioni del 21 ottobre

Nella notte tra il 21 e il 22 ottobre l'asteroide è stato osservato e risolto con i filtri Brg e H. Nel caso di filtro Brg si è ottenuto un diametro angolare medio di $0.20 \pm 0.04 \text{ arcsec}$ utilizzando sia il metodo di Richardson-Lucy, sia il fit di Minnaert per $K_{minn} = 0.58$. Per quel che riguarda il filtro H, con il fit di Minnaert per $K_{minn} = 0.58$ si ottiene un diametro angolare medio di $0.15 \pm 0.02 \text{ arcsec}$, mentre con la deconvoluzione di Richardson-Lucy si è ottenuto un valore di $0.16 \pm 0.02 \text{ arcsec}$. La differenza tra i due risultati può essere dovuta al fatto che nel caso delle osservazioni effettuate con il filtro Brg la point spread function era particolarmente deteriorata e la sua forma era leggermente allungata: questo può avere influito in modo significativo sulla determinazione dei parametri.

Al momento dell'osservazione l'asteroide si trovava a circa $1.09AU$ dalla Terra, per cui si deriva un diametro di $164 \pm 33 \text{ Km}$ per il filtro Brg e $131 \pm 20 \text{ Km}$ per il filtro H.

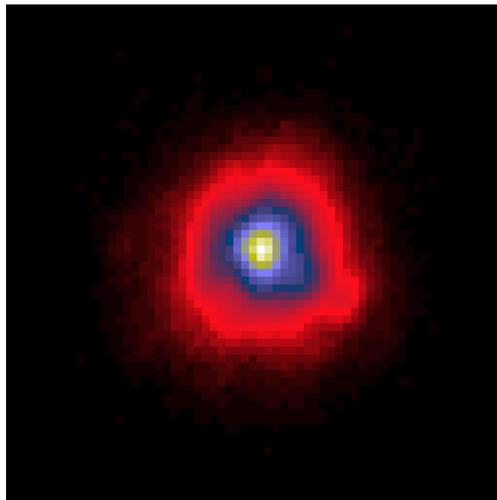


Figura 4.5: Immagine osservata dell'asteroide Euterpe per il filtro Brg

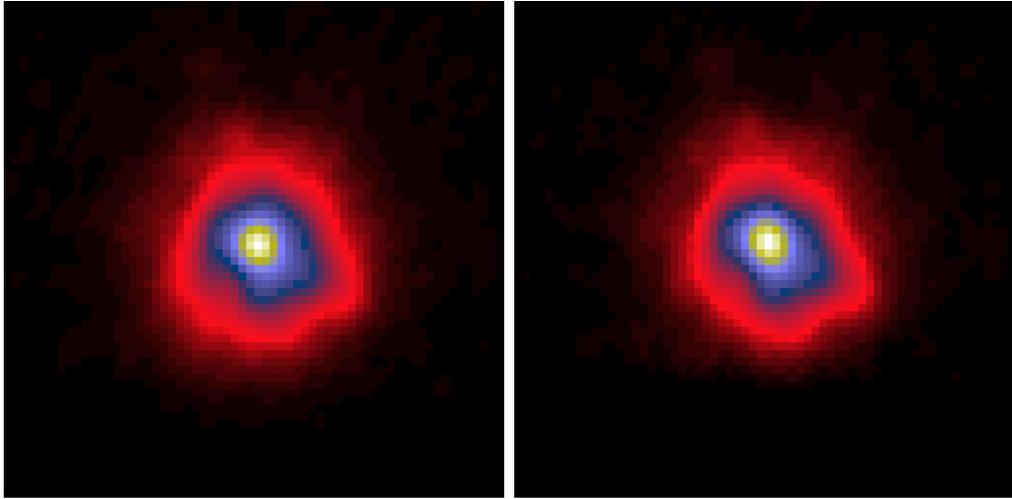


Figura 4.6: Immagini ricostruite dell'asteroide Euterpe, filtro Brg (come per (4.2))

Osservazione del 23 ottobre

Nella notte del 23 ottobre 2004, 27 Euterpe è stato osservato e risolto con i filtri K' e J_s . Per il filtro K' un coefficiente di Minnaert pari a $K_{minn} = 0.56$ ha fornito una stima del diametro angolare di $0.19 \pm 0.03 \text{ arcsec}$, mentre utilizzando Richardson-Lucy è risultato un diametro angolare di $0.18 \pm 0.03 \text{ arcsec}$. Per il filtro J_s invece entrambi i metodi hanno fornito un valore di $0.19 \pm 0.03 \text{ arcsec}$. A questi valori corrisponde un diametro medio di circa $154 \pm 23 \text{ Km}$. Il buon accordo tra questi diversi risultati merita di essere sottolineato.

Per questo asteroide riportiamo solo le immagini relative al filtro K' . E' interessante notare che l'asteroide appare ruotato rispetto alle immagini del 21 ottobre. Purtroppo le poche misure a nostra disposizione non hanno permesso di determinare con precisione le caratteristiche della rotazione e in particolare l'asse di rotazione dell'asteroide.

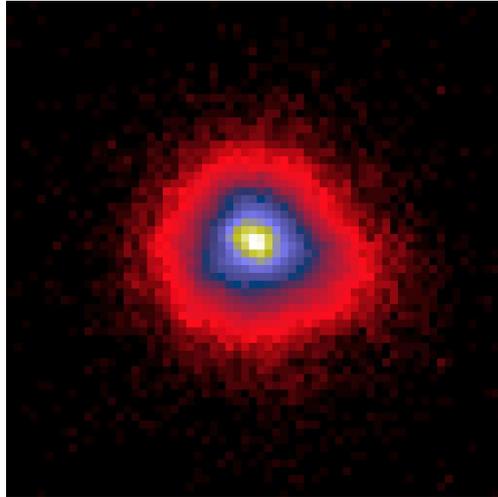


Figura 4.7: Immagine osservata dell'asteroide Euterpe per il filtro K'

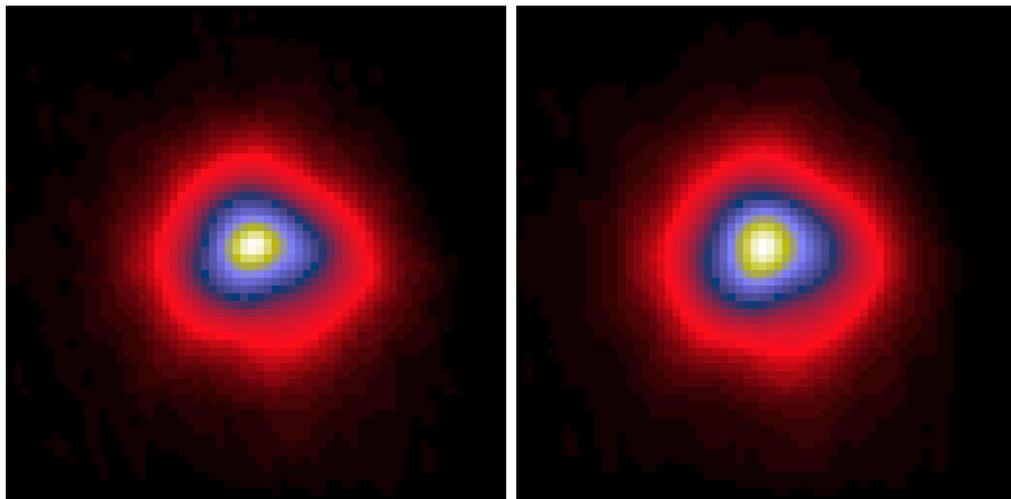


Figura 4.8: Immagini ricostruite dell'asteroide 27 Euterpe, filtro K' (come per (4.2))

4.4 128 Nemesis

L'asteroide 128 Nemesis è un asteroide di tipo C e la sua magnitudine assoluta nel visibile è $V = 7.49$. Si tratta del più grosso oggetto che fa parte di una piccola famiglia dinamica che da esso prende il nome. Le famiglie dinamiche di asteroidi sono gruppi di oggetti caratterizzati da elementi orbitali propri molto simili, che presumibilmente sono stati formati dalla distruzione catastrofica di singoli asteroidi progenitori.

Nemesis è stato osservato per due notti non consecutive, il 21 e il 23 ottobre 2004, con i filtri K', Js, e H, e al momento dell'osservazione distava circa $1.41AU$ dalla Terra.

Osservazione del 21 ottobre

Nella notte tra il 21 e il 22 ottobre 128 Nemesis è stato osservato con i filtri K', H, Js.

Per quanto riguarda il filtro K', il fit di Minnaert con $K_{minn} = 0.6$ ha dato come risultato un diametro angolare di $0.20 \pm 0.03 \text{ arcsec}$, compatibile con il risultato ottenuto per mezzo della deconvoluzione di Richardson-Lucy; tenendo conto della distanza dell'asteroide all'epoca di osservazione, si ricava un diametro medio di $210 \pm 32 \text{ Km}$.

Per il filtro H, un coefficiente di Minnaert $K_{minn} = 0.51$ ha fornito un diametro angolare di $0.16 \pm 0.03 \text{ arcsec}$ mentre l'altro metodo ha fornito un diametro angolare medio di $0.20 \pm 0.3 \text{ arcsec}$. In questo caso quindi i due metodi danno risultati diversi, anche se compatibili entro l'errore. Analogo risultato è stato ottenuto con entrambi i metodi per il filtro Js, per il quale risulta un diametro angolare medio di $0.16 \pm 0.03 \text{ arcsec}$, per $K_{minn} = 0.6$, e $0.20 \pm 0.3 \text{ arcsec}$ per il metodo di Richardson-Lucy.

Alcune delle immagini che avevamo a disposizione per 128 Nemesis nel filtro K', hanno mostrato la presenza di un alone di natura poco chiara. L'alone non è stato osservato nel filtro H, ma si è ripresentato nel filtro Js, anche se in maniera meno marcata.

A prima vista si potrebbe pensare che esista la possibilità che tale alone sia dovuto alla presenza di un satellite, al limite del potere di risoluzione del telescopio. Tuttavia un'analisi più approfondita ha dimostrato che tale effetto non è altro che legato alla PSF misurata nella stessa notte; infatti nelle PSF, relative anche ad altri oggetti è possibile notare lo stesso effetto. Di conseguenza è possibile scartare l'ipotesi che l'asteroide possa essere binario.

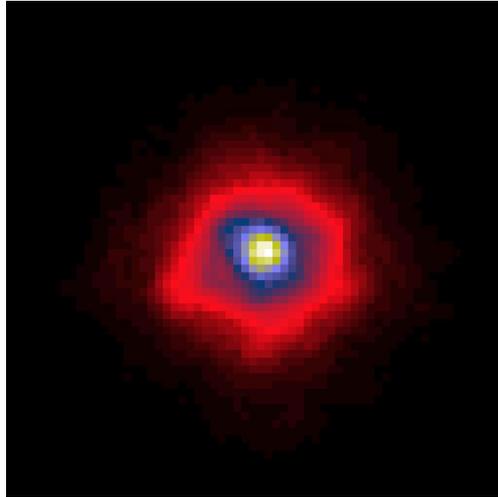


Figura 4.9: Immagine osservata dell'asteroide Nemesis per il filtro K'

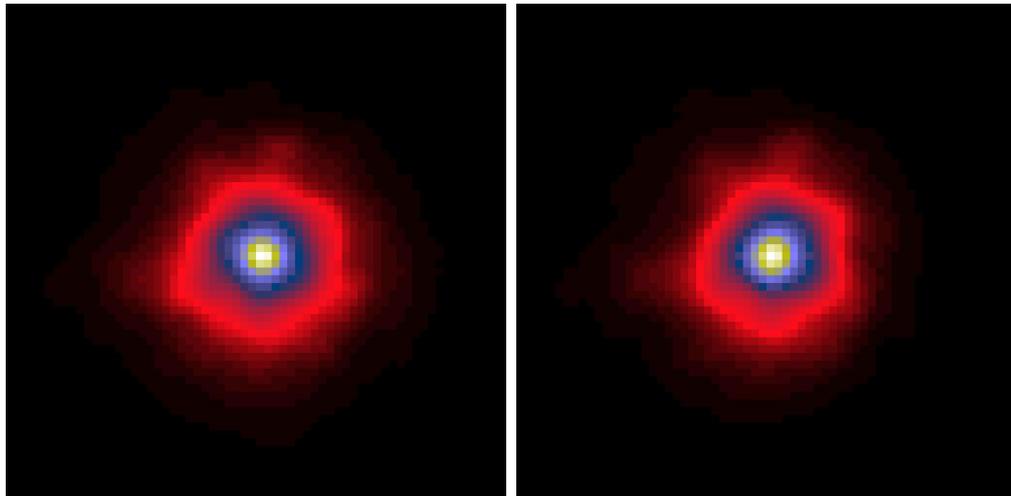


Figura 4.10: Fit gaussiano (a sinistra) e modello di Minnaert dell'asteroide Nemesis, filtro K'

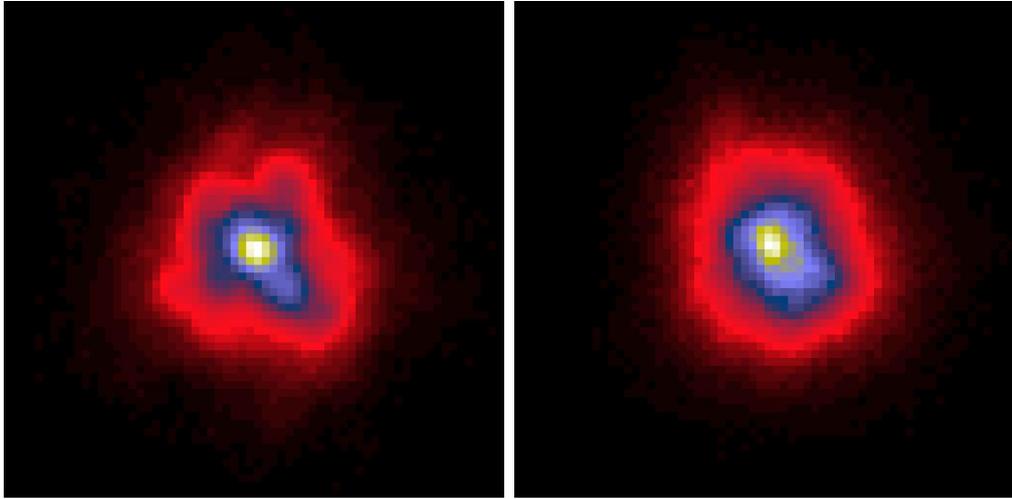


Figura 4.11: Immagine dell'asteroide Nemesis del 21 ottobre (a sinistra), filtro K'; è visibile l'alone che porta a supporre l'esistenza di un sistema binario; sulla destra è riportata una delle PSF osservate la stessa notte che mostra analogo alone.

Osservazione del 23 ottobre

Nella notte del 23 ottobre è stato possibile risolvere Nemesis solo con il filtro K'. La soluzione ottenuta fornisce un coefficiente di Minnaert di $K_{minn} = 0.56$. Il diametro angolare risultante è $0.19 \pm 0.03 \text{ arcsec}$, mentre la deconvoluzione di Richardson-Lucy fornisce $0.24 \pm 0.04 \text{ arcsec}$: in questo caso i due metodi non coincidono. Le immagini utilizzate erano però particolarmente rumorose, e questo può essere il motivo per cui i due metodi non convergono al medesimo risultato. Nelle osservazioni del 23 ottobre non è stato identificato nessun alone simile a quello descritto per le osservazioni del 21 ottobre, cosa che ci si aspettava dal momento che l'effetto della prima notte era legato semplicemente alle caratteristiche della PSF.

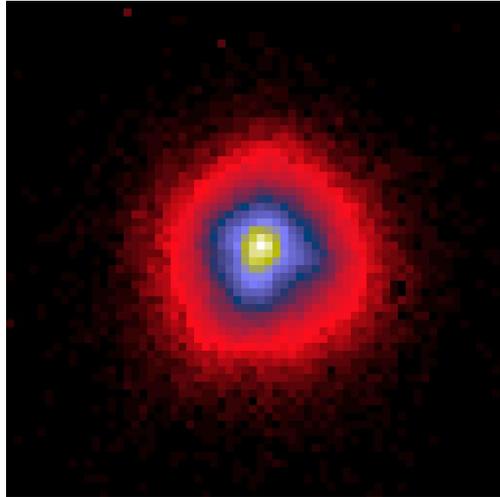


Figura 4.12: Immagine osservata dell'asteroide Nemesis per il filtro K'

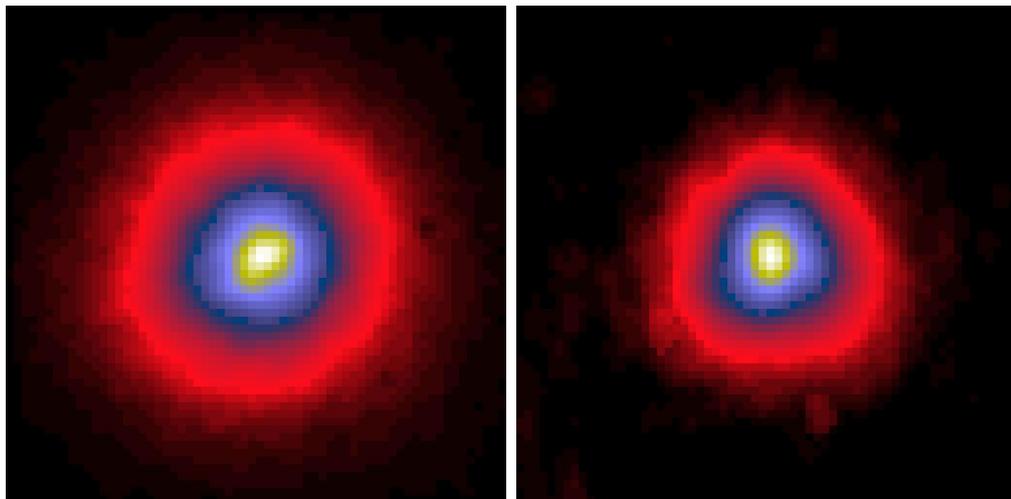


Figura 4.13: Immagini ricostruite dell'asteroide Nemesis, filtro K' (come per (4.2))

4.5 762 Pulcova

L'osservazione dell'asteroide Pulcova aveva inizialmente l'unico scopo di visualizzare il piccolo satellite, la cui esistenza era già stata verificata in precedenza da altre osservazioni. Questo satellite non si è rivelato essere visibile nelle immagini ottenute. Tuttavia l'asteroide, che dovrebbe trovarsi al limite teorico della risoluzione del telescopio TNG, è stato risolto, e riportiamo i dati ottenuti anche per questo oggetto. Per Pulcova è stato possibile ottenere, utilizzando un coefficiente di Minnaert $K_{minn} = 0.5$, un diametro di $0.12 \pm 0.02 \text{ arcsec}$. Il metodo di Richardson-Lucy ha fornito, da parte sua, un diametro angolare di $0.15 \pm 0.03 \text{ arcsec}$. Il diametro medio risultante tenendo conto della distanza all'epoca di osservazione sembra quindi essere maggiore di 200 Km , risultato piuttosto discrepante rispetto ai valori già esistenti in letteratura. Una spiegazione del risultato ottenuto potrebbe essere legato alla qualità delle misure stesse, o al fatto che la PSF misurata non era quella giusta: anche in questo caso, come si è già verificato per Nemesis, era presente un alone, che dopo un'attenta analisi è stato ricollegato alla forma della PSF. Bisogna notare infine che il risultato ottenuto con il metodo di Minnaert è praticamente prossimo al limite diffrattivo teorico del telescopio per il filtro utilizzato, cosa che ci si poteva aspettare dal momento che l'osservazione di Pulcova era stata fatta, come già detto, semplicemente per cercare di osservare un sistema binario, e non per risolvere l'asteroide. Per Pulcova non è stato possibile distinguere nessun effetto possibilmente legato alla presenza di un satellite.

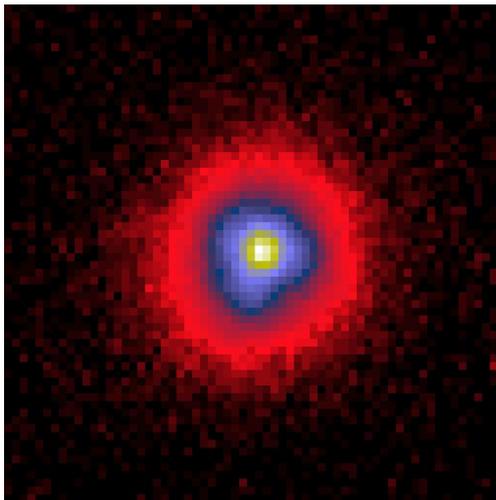


Figura 4.14: Immagine osservata dell'asteroide Pulcova per il filtro K'

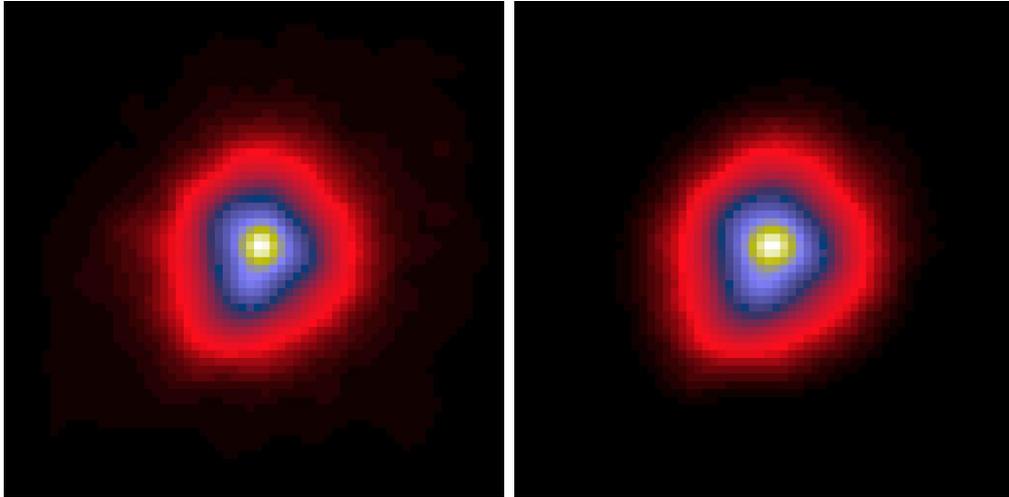


Figura 4.15: Immagini ricostruite dell'asteroide Pulcova (come per (4.2))

4.6 Discussione

La tabella 4.3 riassume i risultati ottenuti mediante i due metodi di deconvoluzione utilizzati; per confronto si riportano i dati delle dimensioni ricavate in precedenza dal satellite IRAS. Si noti che le stime IRAS sono stime *indirette*, ottenute tramite osservazioni radiometriche dell'irraggiamento termico. In generale, si può notare che in linea di massima i diametri medi ottenuti sono in accordo tra loro e nella maggior parte dei casi anche con i risultati IRAS. Si nota inoltre che i risultati ottenuti con filtri diversi applicati allo stesso oggetto risultano in buon accordo tra loro, tenendo conto delle barre di errore. In qualche caso, però, esistono discrepanze non trascurabili tra i risultati ottenuti con la deconvoluzione di Richardson-Lucy e quelli ottenuti con il best fit di un'ellisse oscurata al bordo. In generale, risulta anche che i risultati ottenuti mediante il metodo basato su un fit di un'ellisse oscurata al bordo (Minnaert) tendono ad essere in maggior accordo con i risultati IRAS.

Ad esempio, nel caso delle osservazioni di Pulcova è chiaro che i diametri forniti dai due metodi sono differenti tra loro, ed entrambi sensibilmente più grandi rispetto ai risultati IRAS.

Nel caso di Nemesis invece, per quanto riguarda le misure effettuate il 21 ottobre, l'analisi attraverso l'uso del procedimento di Minnaert ha fornito risultati diversi tra loro a seconda dei filtri utilizzati, anche se comunque compatibili entro l'errore; anche in questo caso, a parte per il filtro K', i dati ottenuti si discostano, anche se in maniera meno marcata, dai dati ottenuti in precedenza. Per l'osservazione del 23 ottobre invece esiste una discrepanza

4. Osservazioni e riduzione dati di Ottica Adattiva

Asteroide	Filtro	D_{RL} arcsec	D_M arcsec	D_{RL} Km	D_M Km	D_I Km
Vesta	Brg	0.38 ± 0.04	0.38 ± 0.04	445 ± 47	445 ± 47	468
	H	0.38 ± 0.04	0.38 ± 0.04	445 ± 47	445 ± 47	468
Metis	K'	0.21 ± 0.02	0.21 ± 0.02	223 ± 21	223 ± 21	200*
Euterpe (1)	Brg	0.20 ± 0.02	0.18 ± 0.02	158 ± 16	142 ± 16	-
	H	0.16 ± 0.02	0.15 ± 0.02	126 ± 16	119 ± 16	-
Euterpe (2)	K'	0.18 ± 0.02	0.22 ± 0.02	141 ± 16	172 ± 16	-
	Js	0.20 ± 0.02	0.19 ± 0.02	157 ± 16	149 ± 16	-
Nemesis(1)	H	0.20 ± 0.02	0.21 ± 0.02	205 ± 20	215 ± 21	188
	Js	0.20 ± 0.02	0.20 ± 0.02	205 ± 20	205 ± 20	188
	K'	0.20 ± 0.02	0.18 ± 0.02	205 ± 20	184 ± 20	188
Nemesis(2)	K'	0.24 ± 0.05	0.19 ± 0.03	246 ± 51	195 ± 31	188
Pulcova	K'	0.15 ± 0.03	0.12 ± 0.02	267 ± 53	214 ± 43	137

Tabella 4.3: Tabella riassuntiva dei risultati: vengono elencati i diametri medi ottenuti con la deconvoluzione di Richardson-Lucy(RL) e con il fit di Minnaert(M), e confrontati con i risultati ottenuti dal satellite IRAS. *Nel caso di Metis ci si riferisce ai valori ottenuti da osservazioni effettuate dall'Hubble Space Telescope.

tra i risultati ottenuti nei due metodi: il metodo di Richardson-Lucy fornisce infatti una stima del diametro medio più grande, e più lontana dai risultati ottenuti nelle osservazioni del 21 e nelle osservazioni di IRAS.

Infine, nel caso di Euterpe possiamo dire poco dal momento che manca un valore di confronto IRAS; tuttavia i valori ricavati per il diametro sembrano ragionevoli, tenendo conto della magnitudine assoluta dell'oggetto.

I risultati ottenuti con il metodo di Richardson-Lucy dipendono abbastanza dal numero di iterazioni scelte e ne è un esempio il caso dell'osservazione di Nemesis del 23 ottobre: una scelta di un numero maggiore di iterazioni avrebbe fornito dimensioni minori, permettendo di equiparare tutti i risultati ottenuti per Nemesis. Tuttavia si è ritenuto opportuno trattare i dati tutti allo stesso modo, e come già detto, si è deciso di fissare il numero di iterazioni dell'algoritmo attorno a 250-300, numero fissato in base al confronto tra i risultati ottenuti con i due diversi metodi. Di conseguenza il metodo di Minnaert è servito inizialmente a fissare un criterio per la determinazione del numero di iterazioni ottimali per l'algoritmo di Richardson-Lucy, ma si è rivelato in seguito un metodo più stabile e probabilmente più affidabile per gli scopi che c'eravamo preposti.

Capitolo 5

Conclusioni

L'analisi delle proprietà fisiche degli asteroidi facendo uso di tecniche di imaging ad alta risoluzione è ancora nella sua infanzia, ma sembra un passo obbligatorio per migliorare e approfondire le conoscenze che abbiamo riguardo a questi corpi. L'utilizzo di tecniche come l'ottica adattiva o la speckle interferometry può permettere di ricavare informazioni preziose che non possono essere ottenute utilizzando metodi di osservazione indiretti o tecniche di imaging tradizionali.

In questa tesi sono stati messi in risalto sia alcuni pregi sia alcuni limiti che queste tecniche possono avere nell'applicazione reale, al caso degli asteroidi: si è potuto constatare che le tecniche ad alta risoluzione possono rivelarsi un valido approccio per le osservazioni da Terra, ma questo richiede condizioni ottimali di osservazione.

Un esempio è dato dal caso delle osservazioni speckle descritte in precedenza: una serie di coincidenze quali il cattivo seeing, un segnale spesso insufficiente e/o la mancanza di immagini di fondo cielo ottenute nella stessa notte hanno impedito di ottenere risultati utili.

Per quanto riguarda l'ottica adattiva, i risultati ottenuti possono essere considerati molto incoraggianti, considerando anche che si trattava del primo tentativo in assoluto di usare il TNG per questo tipo di osservazioni. In qualche caso sono venute alla luce incertezze legate alla scarsa qualità delle immagini, sia degli asteroidi che delle stelle di riferimento, e problemi legati ad incertezze nella procedura di deconvoluzione. Si tratta comunque di fatti prevedibili quando si usa per la prima volta una nuova tecnica di osservazione. Quello descritto in questa tesi è infatti uno studio pilota, dal momento che per l'Italia è la prima volta che vengono eseguite osservazioni di asteroidi con l'ottica adattiva. Come per la speckle interferometry, anche per l'ottica

adattiva i risultati ottenuti indicano chiaramente come sia preferibile che le osservazioni al TNG siano schedate in *service observing*, vale a dire per essere eseguite dallo staff del TNG quando le condizioni del cielo siano ottimali, piuttosto che in *visiting observing*, e cioè a date fisse e con la presenza di un osservatore facente parte del gruppo proponente il progetto. Data la difficoltà intrinseca delle osservazioni di oggetti in movimento come gli asteroidi, finora le osservazioni sono state eseguite in *visiting observing*, ma l'esperienza mostra come questa strategia non sia la migliore, dato che sembra molto più importante puntare sulla qualità del seeing, e non vincolare le osservazioni ad un calendario rigido e non modificabile. Questa è certamente una valida lezione per il futuro.

L'esperienza fin qui acquisita può dunque essere un valido punto di partenza per la pianificazione di nuove campagne di osservazione in futuro. L'esperienza ottenuta nella riduzione di questi dati preliminari è stata inoltre estremamente utile per lo sviluppo di tecniche mirate per la riduzione di dati di ottica adattiva applicata agli asteroidi, ed hanno permesso anche di individuare le migliori procedure di osservazione al fine di massimizzare i risultati scientifici che si possono ottenere. Ad esempio, è risultato chiaro come sia importante alternare correttamente e rigorosamente le immagini dell'asteroide con quelle della stella di riferimento, così da poter verificare che le condizioni di seeing siano sempre le stesse per entrambi gli oggetti. Nel caso della speckle interferometry, d'altro canto, sembra essere importante in futuro valutare con maggiore attenzione il tempo complessivo di osservazione dedicato ad ogni oggetto in base alla sua magnitudine apparente.

Ringraziamenti

Sono veramente tantissime le persone che ho incontrato nel mio cammino fino ad adesso e che sento il bisogno di ringraziare.

Innanzitutto ringrazio di cuore il professor Alberto Cellino, che mi ha seguito con pazienza passo dopo passo nella realizzazione di questa tesi, e che tra l'altro mi ha insegnato ad analizzare tutte le cose con spirito critico e a reagire con più ottimismo alle avversità che un astrofisico può incontrare. Ringrazio tantissimo anche Emiliano Diolaiti, ricercatore presso l'osservatorio astronomico di Bologna, per la sua disponibilità, i suoi consigli e per l'aiuto disinteressato che ha fornito in ogni momento. Ringrazio anche il professor Paolicchi, per avermi consigliato un ottimo relatore, e per avermi dato l'opportunità di realizzare questa tesi.

Ringrazio i miei genitori, che mi hanno sempre permesso di seguire i miei sogni e che si sono fatti in quattro per permettermi di studiare all'università, e mia sorella, che anche se è un po' fuori di testa considero pur sempre un punto di riferimento.

Ringrazio i miei nonni, anche se non ci sono più, e in particolare nonno Fortunato, per avermi raccontato storie vere sulla guerra e sul passato, e per avermi insegnato a vivere a vendemmiare e a ballare il liscio.

Ringrazio i miei amici, quelli con cui ho condiviso periodi speciali in passato e quelli a cui mi sono affezionata solo recentemente.

In particolare ringrazio Elena, la mia "Psicologa", per essermi sempre stata vicina anche quando io in effetti non ero molto presente, e per avermi sopportato quando ero anche troppo presente. Sei e rimarrai sempre il mio sole e io la tua stella cometa; grazie anche alla sua mamma, Loredana, che per me è sempre stata una seconda mamma.

Ringrazio Barbara, fedele amica che mi ha sempre capita e che è un esempio vivente di come si possa uscire dagli schemi che gli altri ci disegnano addosso, senza nemmeno fare troppo rumore.

Ringrazio Giovanni, che mi ha sorriso, che mi ha dato consigli giusti, che

5. Ringraziamenti

mi ha regalato uno spicchio di felicità, che mi è stato accanto, che con me ha sorseggiato vino e pensieri...

Ringrazio Simona, Diego e Domenico, compagni inseparabili e insuperabili di università e non solo, che spero di non perdere mai di vista anche se le nostre strade ci porteranno chissà dove. Ringrazio Paola, la grande "Capa-Paola", per il suo aiuto e per la sua amicizia, Simone e tutti gli amici "pendolari".

Ringrazio Michele, amico carissimo a volte anche troppo sincero, e ringrazio Francesca; ringrazio il *D&D*, Enrico, Riccardo, Emanuele, Lorenzo, Cristiano, Massimo e Linda.

Ringrazio Elena A., con la quale sono cresciuta al liceo, e che ritengo ancora una delle persone più importanti che mi hanno accompagnato per la mia strada, anche se negli ultimi tempi ci siamo allontanate un po'. E con lei ringrazio Elisabetta, Eleonora e Francesca. E ovviamente non posso non ringraziare i meravigliosi "compagni delle medie". Ringrazio il professor Rivali per avermi "iniziato" allo studio scientifico, e il professor Ghelardini, per avermi fatto appassionare alla fisica. Ringrazio gli amici d'infanzia, il Della, e l'orto di mia nonna.

E ringrazio il mare, a cui appartengo e che mi appartiene, il vino, i sogni, l'amicizia, l'amore, anche quando fa male, il sole, le stelle e la vita.

E per ultimo, ma non meno importante, ringrazio Phoenix, il mio gatto, per avermi sempre offerto la sua "miagolosa" e "fedele" compagnia nelle giornate di intenso studio.

Bibliografia

- [Bal] Y. Balega. Astronomical speckle interferometry.
- [Bec93] Jacques M. Beckers. Adaptive optics for astronomy: Principles, performance, and applications. *Annu. Rev. Astron. Astrophys.*, (23, 19-57), 1993.
- [Bra01] Aurélie Le Bras. *Étude de l'état de Surface des Astéroïdes par Spectroscopie Infrarouge en Réflectance*. PhD thesis, 'École Doctorale d'Astronomie et d'Astrophysique d'Île de France, '2001.
- [CDR⁺03] A. Cellino, E. Diolaiti, R. Ragazzoni, D. Hestroffer, P. Tanga, and A. Ghedina. Speckle interferometry observations of asteroids at tng. *Icarus*, (162, 278-284), 2003.
- [Cel] A. Cellino. Fisica degli asteroidi.
- [CHM⁺] A. Cellino, R. Gil Hutton, M. Di Martino, Ph. Bendjoya, I. N. Belskaya, and E. F. Tedesco. Asteroid polarimetric observation using the torino uvbri photopolarimeter.
- [Chr] Julian C. Christou. Application of speckle interferometry techniques: Working with real data.
- [CHT⁺99] A. Cellino, R. Gil Hutton, E. F. Tedesco, M. Di Martino, and A. Brunini. Polarimetric observations of small asteroids: Preliminary results. *Icarus*, (138, 129-140), 1999.
- [Col85] C. E. Columan. Fundamental and applied aspects of astronomical "seeing". *Annu. Rev. Astron. Astrophys.*, (31, 13-62), 1985.

5. BIBLIOGRAFIA

- [EFTZ05] Alberto Cellino Edward F. Tedesco and Vincenzo Zappalà. The statistical asteroid model. i. the main belt population for diameters greater than 1 kilometer. *The Astronomical Journal*, (129, 2869-2886), 2005.
- [Geh79] T. Gehrels. *Asteroids*. The University of Arizona Press, 1979.
- [Hes97] D. Hestroffer. Centre to limb darkening of stars. new model and application to stellar interferometry. *Astronomy and Astrophysics*, (327, 199-206), 1997.
- [HTC⁺02] D. Hestroffer, P. Tanga, A. Cellino, F. Guglielmetti, M. Lattanzi, M. Di Martino, V. Zappalà, and J. Berthier. Asteroids observations with the hubble space telescope fgs. 1. observing strategy, and data analysis and modeling process. *Astronomy and Astrophysics*, (391, 1123-1132), 2002.
- [HTC⁺03] D. Hestroffer, P. Tanga, A. Cellino, M. Lattanzi, M. Di Martino, V. Zappalà, and J. Berthier. Asteroids observations with the hubble space telescope fgs. 2. duplicity search and size measurements for 6 asteroids. *Astronomy and Astrophysics*, (401, 733-741), 2003.
- [Jen76] F. A. Jenkins. *Fundamentals of Optics*. McGraw Hill, 1976.
- [Kit84] C. R. Kitchin. *Astrophysical Techniques*. Adam Hilger, Ltd, Bristol, 1984.
- [NM65] Nelder and Mead. A simplex method for function minimization. *Computer Journal*, (7, pp 308-313), 1965.
- [Par92] Ronald R. Parenti. Adaptive optics for astronomy. *The Lincoln Laboratory journal*, (vol:5,num:1), 1992.
- [RBM⁺00] R. Ragazzoni, A. Baruffolo, E. Marchetti, A. Ghedina, J. Fariato, and T. Niero. Speckle interferometry measurements of the asteroids 10hygiea and 15eunomia. *Astronomy and Astrophysics*, (354, 315-320), 2000.
- [RPBM89] T. Gehrels Richard P. Binzel and Mildred Shapley Matthews. *Asteroids II*. The University of Arizona Press, 1989.
- [Sah] Swapan K. Saha. Speckle interferometry.

BIBLIOGRAFIA

- [SP02] J. L. Starck and E. Pantin. Deconvolution in astronomy: A review. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, (114, 1051-1069), 2002.
- [Tys91] Robert K. Tyson. *Principle of Adaptive Optics*. Academic Press, Inc, 1991.
- [URLa] "<http://astron.berkeley.edu/jrg/SEEING/seeing.html>". Il sito contiene note relative alla descrizione della turbolenza atmosferica, scritte da James R. Graham (Professor of Astronomy University of California Berkeley).
- [URLb] "<http://www.ctio.noao.edu/atokovin/tutorial/>". Su questo sito è possibile trovare informazioni utili sul funzionamento dell'ottica adattiva .
- [URLc] "<http://www.http://www.ucolick.org/max/289C>". In questo sito sono presenti delle lezioni sulle aberrazioni atmosferiche e sull'ottica adattiva, scritte dalla professoressa Claire Max (UC Santa Cruz).
- [URLd] "<http://www.tng.com>". Sito del Telescopio Nazionale G. Galileo, dove si possono trovare descrizioni dettagliate sulla strumentazione di ottica adattiva ivi presente.
- [URLe] "http://ssd.jpl.nasa.gov/cgi-bin/eph_effemerid_generator". Sito dal quale sono state ricavate le effemeridi degli asteroidi osservati..
- [WBJ02] P. Paolicchi R.P. Binzel W.F. Bottke Jr., A. Cellino. *Asteroids III*. The University of Arizona Press, 2002.