

Università degli Studi di Pisa
Facoltà di Ingegneria

**Dipartimento Sistemi Elettrici
ed Automazione**

TESI DI LAUREA IN INGEGNERIA INFORMATICA

Controllo coordinato con sensori acustici di robot subacquei

RELATORI:

**Ch.mo Prof. Ing. A. Caiti
Ch.mo Prof. Ing. A. Balestrino**

CANDIDATO:

Marco Maggini

Anno Accademico 2004/2005

Indice

1	Modello di manipolatore subacqueo	7
1.1	Introduzione	7
1.2	Forze e momenti del fluido su un corpo rigido	7
1.2.1	L'equazione di Navier Stokes	7
1.2.2	Effetti della pressione dinamica su un corpo rigido	10
1.3	Modello di veicolo subacqueo	13
1.3.1	Dinamica dei propulsori	13
1.3.2	Modello generale di un veicolo ROV	14
1.4	Identificazione e struttura del modello	15
1.5	Stima dei parametri	17
2	Teoria di aperture complesse	19
2.1	Introduzione	19
2.2	Funzione direttività in campo corto	19
2.3	Direttività in campo lungo	27
2.4	Funzioni di direttività di aperture piane	28
2.5	Direttività di un pistone circolare	29
3	Posizionamento verticale ed allineamento antenne	33
3.1	Introduzione	33
3.2	Descrizione dei problemi	33
3.2.1	Funzione potenza di trasmissione	35
3.2.2	Descrizione del task uno	37
3.2.3	Descrizione del task due	38
3.3	Implementazione dei controllori	39
3.3.1	Task uno: controllore in catena chiusa	40
3.3.2	Task uno: controllore in catena aperta	43
3.3.3	Task due: controllore in catena chiusa	46
3.3.4	Task due: controllo in catena aperta	47
3.4	Analisi degli effetti della frequenza di trasmissione sul controllo	49

4	Task tre: avvicinamento al punto ottimo	59
4.1	Introduzione	59
4.2	Descrizione del problema	60
4.3	Implementazione del controllore	61

PREFAZIONE

Il lavoro che viene presentato prende spunto dal progetto SITAR sull'individuazione e l'analisi di siti inquinanti depositati sul fondo marino: piú in dettaglio, la tesi proposta analizza una possibile ma non implementata alternativa rispetto al metodo utilizzato per la ricostruzione tridimensionale delle immagini rappresentanti gli oggetti inquinanti da analizzare.

Analogamente al progetto SITAR, verranno utilizzati impulsi sonori mediante i quali ottenere immagini attraverso loro rielaborazione: ciò che differenzia questo lavoro dal progetto SITAR é l'utilizzo di due veicoli subacquei di tipo ROV semiautonomi, di cui uno atto a trasmettere e l'altro a ricevere, mentre nel progetto originario veniva utilizzato solo un veicolo trasmettitore manovrato da un operatore umano e una serie di boe riceventi. L'obiettivo é quello di sviluppare un sistema di controllo per il veicolo ricevente che faccia in modo che quest'ultimo si posizioni in un punto dello spazio in modo da poter ricevere la massima potenza possibile del segnale sonoro trasmesso dal veicolo trasmittente e riflesso dall'oggetto da analizzare.

Verrá descritta la dinamica del veicolo ROV preso in considerazione per lo sviluppo del lavoro, basandosi sulle identificazioni effettuate da Giovanni Indiveri nella sua Tesi di Dottorato presso la facoltá di Ingegneria all'Universitá degli Studi di Genova [1], con attenzione alle dinamiche che saranno utilizzate nel corso del lavoro.

L'intero procedimento di controllo viene scisso ed analizzato in tre parti indipendenti fra loro e verrá analizzata separatamente l'influenza della frequenza del segnale di trasmissione sulla efficienza del controllore sviluppato.

Capitolo 1

Modello di manipolatore subacqueo

1.1 Introduzione

In questo capitolo vengono illustrati degli accenni alla dinamica di veicoli subacquei: in particolare viene analizzata la dinamica di veicoli di tipo ROV, i quali sono stati scelti come veicoli utilizzati nelle simulazioni successive.

1.2 Forze e momenti del fluido su un corpo rigido

Quando un corpo si muove in un fluido subisce l'influenza di forze esterne dovute all'interazione fra lui e il fluido stesso. Come può essere facilmente immaginato, tutte queste forze sono in qualche modo proporzionali sia alla densità del fluido sia alla velocità e accelerazione relativa fra corpo e fluido. Quando un corpo si muove a queste velocità nell'aria, almeno nella maggior parte delle applicazioni, queste forze risultano essere trascurabili. Al contrario in applicazioni subacquee, a causa dell'alta densità dell'acqua, queste forze divengono importanti anche alle velocità più basse.

1.2.1 L'equazione di Navier Stokes

L'equazione di Navier Stokes è l'equazione del moto di un volume di fluido di tipo newtoniano, incomprimibile e dalla densità costante nel tempo. Per ottenere questa equazione, verranno adottate le seguenti notazioni: ρ

denota la densità del fluido (dimensioni $[Kg/m^3]$), \mathbf{F} la forza per unità di volume (dimensioni $[N/m^3]$), τ_{ij} il tensore di tensione superficiale (dimensioni $[N/m^2]$), p la pressione (dimensioni $[Kg/m^3]$), V un volume elementare (dimensioni $[m^3]$) di una superficie S (dimensioni $[m^2]$) avente come versore normale $\mathbf{n} = (n_1, n_2, n_3)^T$ (dimensioni $[m]$), $\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3)^T$ la velocità locale del fluido (dimensioni $[m/s]$) rispetto ad una terna solidale al corpo. Un risultato preliminare per la derivazione dell'equazione di Navier Stokes é il *teorema del trasporto*. Data una funzione differenziale $f(x, t)$, la quantità

$$I(t) = \int \int \int_{V(t)} f(x, t) dV$$

dove $V(t)$ é il volume tempo variante di una superficie $S(t)$ tempo variante ha come derivata

$$\frac{d}{dt} I(t) = \int \int \int_{V(t)} \frac{\partial}{\partial t} f(x, t) dV + \int \int_{S(t)} f(x, t) U_n dS \quad (1.1)$$

essendo U_n il vettore normale alla superficie S . Un caso particolare dell'eq. (1.1) é relativo alla situazione in cui il volume e la superficie sono relative alle stesse particelle di fluido. In questa situazione $U_n = \mathbf{u}^T \mathbf{n} = u_i n_i$ e applicando il teorema di Gauss al secondo integrale al membro destro dell'eq. (1.1) si ottiene

$$\frac{d}{dt} \int \int \int_{V(t)} f(x, t) dV = \int \int \int_{V(t)} \left(\frac{\partial}{\partial t} f(x, t) + \nabla \cdot f(\mathbf{x}, t) \mathbf{u} \right) dV \quad (1.2)$$

essendo $\nabla = (\partial/\partial x_1, \partial/\partial x_2, \partial/\partial x_3)^T$ l'operatore gradiente.

Sostituendo la funzione densità alla f nell'eq. (1.2) il principio di conservazione di massa implica che

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho(\mathbf{x}, t) + \nabla \cdot \rho(\mathbf{x}, t) \mathbf{u} = 0 \quad (1.3)$$

per un volume arbitrario V . Se il fluido é pensato incompressibile e la densità costante allora

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = \frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \quad (1.4)$$

L'eq. (1.2) può essere applicata alla conservazione del momento ρu_i di un volume generico ottenendo

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \int \int \int_{V(t)} \rho u_i dV &= \frac{d}{dt} \int \int \int_{V(t)} \left(\frac{\partial}{\partial t} (\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i u_j) \right) dV = \\ &= \int \int \int_{V(t)} \left(\frac{\partial}{\partial t} (\tau_{ij}) + F_i \right) dV \end{aligned}$$

Una scelta arbitraria di V implica

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i u_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} (\tau_{ij}) + F_i$$

la quale nell'ipotesi espressa in eq. (1.4) implica che l'equazione di Eulero di un fluido incomprimibile a densità costante sia

$$\frac{\partial}{\partial t} u_i + u_j \frac{\partial}{\partial x_j} u_i = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial}{\partial x_j} (\tau_{ij}) + F_i \right) \quad (1.5)$$

Per ottenere finalmente l'equazione di Navier Stokes sono necessarie ulteriori ipotesi sulla tensione superficiale τ . Il fatto che i momenti agenti sull'elemento di fluido dV siano bilanciati comporta che $\tau_{ij} = \tau_{ji} \forall i, j$. Si può dimostrare che la tensione superficiale di un fluido isotropico soddisfacente l'eq. (1.4) e il cui volume non si modifica durante il moto è

$$\tau_{ij} = -p\delta_{ij} + \nu(\partial u_i/\partial x_j + \partial u_j/\partial x_i) \quad \forall i \neq j \quad (1.6)$$

essendo τ_{ij} il simbolo del delta di Kronecker, p la pressione e ν il coefficiente di attrito viscoso. L'eq. (1.6) definisce un fluido newtoniano, caratteristica che la maggior parte di fluidi in esame presenta. Dunque da (1.6), (1.5) e (1.4) l'equazione di Navier Stokes risulta

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{u} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = \frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{u} + \frac{1}{\rho} \mathbf{F} \quad (1.7)$$

essendo ν la viscosità cinematica. L'eq. (1.4) e la (1.7), con opportune condizioni al contorno, descrivono totalmente l'andamento di un fluido newtoniano incomprimibile e a densità costante nel tempo, ma può essere utile solo in rari casi in cui la geometria del sistema permette di trovare soluzioni analitiche, ad esempio nel moto attraverso due pareti parallele (*caso di Couette*) oppure attraverso un tubo cilindrico (*caso di Poiseuille*). Fortunatamente si può dimostrare teoricamente e sperimentalmente che gli effetti viscosi in un moto in un fluido sono rilevanti solo su volumi di fluido adiacenti alla superficie del corpo, svanendo velocemente allontanandosi dalla superficie di contatto. Come conseguenza, l'approccio standard per stimare le forze del fluido su un corpo consiste nel calcolare tutti gli effetti inerziali come se il fluido fosse non viscoso, per esempio considerando $\nu = 0$, aggiungendo solo successivamente gli effetti sulla superficie in modo sperimentale o teorico.

1.2.2 Effetti della pressione dinamica su un corpo rigido

Considerando un fluido ideale e non viscoso, la forza F_{dp} e il momento N_{dp} dovuti alla pressione dinamica del fluido sul corpo possono essere scritte come

$$F_{dp} = \int_S p \mathbf{n} dS = -\rho \int_S \left(\frac{\partial}{\partial t} \phi + \frac{1}{2} \nabla \phi \cdot \nabla \phi \right) \mathbf{n} dS \quad (1.8)$$

$$N_{dp} = \int_S p (\mathbf{r}_{o,p} \wedge \mathbf{n}) dS = -\rho \int_S \left(\frac{\partial}{\partial t} \phi + \frac{1}{2} \nabla \phi \cdot \nabla \phi \right) (\mathbf{r}_{o,p} \wedge \mathbf{n}) dS \quad (1.9)$$

essendo ϕ una funzione armonica sottoposta alla condizione descritta da

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{n}} \phi = \mathbf{v}_{p/o}^T \mathbf{n} = (v_{u/o} + \boldsymbol{\omega}_{1/0} \wedge \mathbf{r}_{u,p})^T \mathbf{n} \quad (1.10)$$

S la superficie di separazione, \mathbf{n} la normale alla superficie e $\mathbf{r}_{o,p}$ un vettore di posizione come indicato dalla figura (1.1)

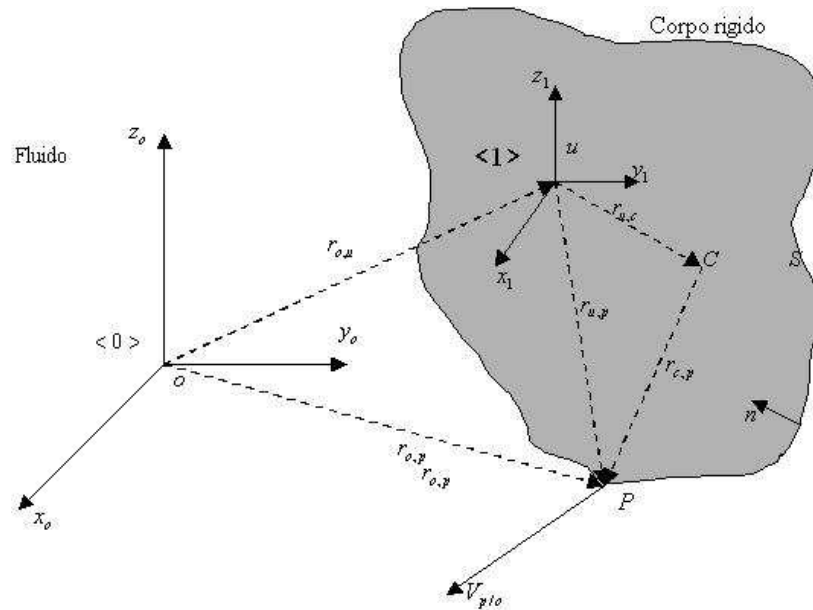


Figura 1.1: Corpo rigido sott'acqua

Per risolvere in modo esplicito l'eq. (1.8) e l'eq. (1.9) é necessaria un'ulteriore ipotesi semplificativa, ossia che il fluido non abbia pareti che lo limitino, eccezion fatta per il corpo stesso. Come mostrato da Newman in [4], la soluzione per le due equazioni (considerando la limitazione 1.10) può essere trovata analiticamente: per soddisfare l'eq. (1.10) la velocità scalare potenziale ϕ può essere riscritta in termini di un vettore $\psi \in \mathbb{R}^{6 \times 1}$. Definendo la velocità generalizzata ν come

$$\boldsymbol{\nu} = (\mathbf{v}_{u/o}^T, \boldsymbol{\omega}_{1/0}^T)^T \in \mathbb{R}^{6 \times 1} \quad (1.11)$$

si può scrivere

$$\phi = \boldsymbol{\psi}^T \boldsymbol{\nu} \quad (1.12)$$

si può ottenere la soluzione analitica per ogni componente $j = 1, 2, 3$

$$F_{dp_j} = - \sum_{i=1}^6 \left[m_{ij} \frac{d\langle 1 \rangle}{dt} \nu_i + \sum_{k,l=1}^3 \varepsilon_{jkl} \nu_i \omega_k m_{li} \right] \quad (1.13)$$

$$N_{dp_j} = - \sum_{i=1}^6 \left[m_{j+3,i} \frac{d\langle 1 \rangle}{dt} \nu_i + \sum_{k,l=1}^3 \varepsilon_{jkl} \nu_i \omega_k m_{l+3,i} + \sum_{k,l=1}^3 \varepsilon_{jkl} \nu_i \omega_k m_{li} \right] \quad (1.14)$$

essendo ν definita nell'eq. (1.11), ω la velocità angolare $\omega_{1/0}$, ε_{jkl} la *densità di Levi-Civita* definita in modo che la j -esima componente del vettore prodotto fra \mathbf{a} e \mathbf{b} , ossia $(\mathbf{a} \wedge \mathbf{b})_j = \sum_{k,l=1}^3 \varepsilon_{jkl} a_k b_l$ sia

$$\begin{aligned} \varepsilon_{jkl} = 1 \quad & jkl = \begin{cases} 1, 2, 3 \\ 2, 3, 1 \\ 3, 1, 2 \end{cases} \\ \varepsilon_{jkl} = -1 \quad & jkl = \begin{cases} 1, 3, 2 \\ 2, 1, 3 \\ 3, 2, 1 \end{cases} \\ \varepsilon_{jkl} = 0 \quad & \text{altrimenti} \end{aligned}$$

e m_{ji} componente del tensore di massa aggiunta definito come

$$m_{ij} = \rho \int_S \psi_i \frac{\partial}{\partial \mathbf{n}} \psi_j dS \quad (1.15)$$

essendo ψ_i la componente del vettore introdotto nell'eq. 1.12. Ogni componente di ψ deve essere armonico nei confronti del fluido ($\nabla^2 \psi_i = 0$) e deve soddisfare le condizioni cinematiche

$$\frac{\partial}{\partial n} \psi_i = n_i \quad \forall i = 1, 2, 3 \quad (1.16)$$

$$\frac{\partial}{\partial n} \psi_i = (\mathbf{r}_{u,p} \wedge \mathbf{n})_{i-3} \quad \forall i = 4, 5, 6 \quad (1.17)$$

sulla superficie di separazione.

Come conseguenza ogni componente di massa aggiunta dipende solo dalla forma dei confini della superficie S e dalla costante ρ , densità del fluido. Le eq. (1.13) e (1.14) possono essere espresse in forma più compatta scrivendo il tensore di massa come

$$M_A = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \quad (1.18)$$

essendo ogni M_{ij} una matrice 3x3. Con queste notazioni le eq. (1.13) e (1.14) possono essere riscritte come

$$\mathbf{F}_{dp} = -(M_{11}M_{12}) \frac{d\langle 1 \rangle}{dt} \boldsymbol{\nu} - \boldsymbol{\omega}_{1/0} \wedge [(M_{11}M_{12})\boldsymbol{\nu}] \quad (1.19)$$

$$\mathbf{N}_{dp} = -(M_{21}M_{22}) \frac{d\langle 1 \rangle}{dt} \boldsymbol{\nu} - \boldsymbol{\omega}_{1/0} \wedge [(M_{21}M_{22})\boldsymbol{\nu}] - \mathbf{v}_{u/o} \wedge [(M_{11}M_{12})\boldsymbol{\nu}] \quad (1.20)$$

o in diversa notazione $\boldsymbol{\tau} = (\mathbf{F}_{dp}^T, \mathbf{N}_{dp}^T)^T$

$$\boldsymbol{\tau}_{dp} = -M_A \frac{d\langle 1 \rangle}{dt} \boldsymbol{\nu} - C_A(\boldsymbol{\nu})\boldsymbol{\nu} \quad (1.21)$$

con

$$C_A(\boldsymbol{\nu}) = \begin{bmatrix} S(\boldsymbol{\omega}_{1/0}) & 0 \\ S(\mathbf{v}_{u/o}) & S(\boldsymbol{\omega}_{1/0}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \quad (1.22)$$

Si noti che dalle eq. (1.19) e (1.20) deriva che un corpo rigido in moto con velocità lineare costante in un fluido non viscoso infinito non risente di alcun forza dinamica di pressione, sebbene potrebbe avere un momento non nullo dovuto al termine $\mathbf{v}_{u/o} \wedge [(M_{11}M_{12})\boldsymbol{\nu}]$ presente nella (1.20): questo fatto é spesso riportato dalla letteratura come il *paradosso di D'Alembert*. Applicando il teorema di Green ai componenti di massa aggiunta, si può dimostrare che il tensore M_A risulta essere simmetrico: inoltre, partendo dal principio di conservazione dell'energia [4] [6], si può dire che il tensore sia legato all'energia cinetica del fluido attraverso l'equazione

$$T_{fluido} = \frac{1}{2} \boldsymbol{\nu}^T M_A \boldsymbol{\nu}$$

essendo $\boldsymbol{\nu}$ la velocità generalizzata del corpo rigido. Questa proprietà mostra che M_A é definito positivo. Il limite pratico a quello detto fino ad ora sulla pressione dinamica di un qualsiasi corpo rigido risulta essere il coefficiente m_{ij} della massa aggiunta: questi sono stati valutati analiticamente

solo per un ristretto numero di tipologie geometriche, come la sfera o l'ellissoide che non sono di gran importanza nelle applicazioni reali. Quindi per modellare correttamente un oggetto subacqueo, M_A deve essere stimata sperimentalmente.

1.3 Modello di veicolo subacqueo

Le equazioni del moto del veicolo descritte precedentemente possono essere viste come blocchi da cui partire per la costruzione di un modello di veicolo subacqueo pi complesso. Nel caso in questione, verrà analizzato il caso di veicolo di tipo UUV: questo tipo di veicoli sono utilizzati generalmente per operazioni a bassa velocità e non sono equipaggiati con superfici per slittamenti laterali, per cui le relative forze di slittamento verranno considerate nulle. La massa aggiunta e l'effetto di drag sono calcolati come descritto in precedenza: sebbene la forza di drag sia una forza distribuita sulla superficie del veicolo, in questo caso per semplicità essa verrà descritta da un unico parametro.

L'approccio standard al modello di drag consiste nella somma di un termine quadratico e di uno lineare relativi alla velocità generalizzata in sei dimensioni $\boldsymbol{\nu}$

$$\mathbf{F}_{drag} = -D_\nu \boldsymbol{\nu} - D_{\nu|\nu} \boldsymbol{\nu} |\boldsymbol{\nu}| \quad (1.23)$$

con le matrici D_ν e $D_{\nu|\nu}$ definite positive. Una semplificazione ulteriore [5] consiste nel considerare queste due matrici diagonali, per cui si può scrivere

$$D_\nu = \text{diag}(X_u, Y_v, Z_w, K_p, M_q, N_r) \quad (1.24)$$

$$D_{\nu|\nu} = \text{diag}(X_{u|u}, Y_{v|v}, Z_{w|w}, K_{p|p}, M_{q|q}, N_{r|r}) \quad (1.25)$$

Per ottenere il modello UUV completo, sono da considerare le dinamiche dei propulsori e del cavo: per quanto riguarda quest'ultimo, esso è spesso modellato negli studi di simulazione ma, sebbene sia potenzialmente sorgente di forze di drag o altri tipi di forze che vanno ad agire sul veicolo ROV, viene spesso trascurato nel design di un veicolo e le forze che apporta sono considerate fare parte dei disturbi al pari di altri effetti del fluido.

1.3.1 Dinamica dei propulsori

La dinamica dei propulsori può essere ottenuta come una equazione a sei stante attraverso un'analisi dimensionale [4] ottenendo

$$\frac{T}{\rho n^2 d^4} = K(J) \quad (1.26)$$

essendo J

$$J = \frac{U}{nd} \begin{cases} U & \text{velocità costante dei propulsori} \\ n & \text{numero di giri al secondo} \\ U & \text{diametro dell'apertura} \end{cases}$$

T la potenza e ρ la densità dell'acqua. Nella maggioranza delle applicazioni K è considerata costante e la dipendenza di T dal quadrato di n è indicata come $n|n|$ per prendere in considerazione il segno della potenza. Comunque in applicazioni reali compare una saturazione sebbene il modello che di solito si prende per buono [5] è

$$T = an|n| - bn\nu_a \quad (1.27)$$

essendo ν_a la velocità di avanzamento dell'acqua attraverso le pale dei propulsori. Il termine di saturazione diviene importante nei casi di alta velocità, ma è di solito trascurabile nei casi di velocità basse a cui operano i veicoli ROV.

Un modello ROV che tenga in considerazione la dinamica del motore è stato proposto da Yoerger [7] e consiste nelle equazioni seguente

$$\frac{dn}{dt} = \beta\tau - \alpha n|n|$$

$$T = C_t n|n|$$

essendo α e β costanti, τ la torsione d'ingresso. Sebbene molti studi siano stati tentati per modellare in modo completo la dinamica dei propulsori, un modello semplice di tipo $T = an|n|$ nel quale la velocità di rotazione dei propulsori sia proporzionale al voltaggio applicato, sebbene non tenga in considerazione la dinamica del motore, è in definitiva un'ottima approssimazione per tutte quelle applicazioni in cui n non cambia segno troppo repentinamente. In conclusione, la forza di spinta dei propulsori può essere descritta da

$$T = cV|V| \quad (1.28)$$

con V voltaggio applicato e c costante individuata sperimentalmente.

1.3.2 Modello generale di un veicolo ROV

Il modello completo di un veicolo di tipo ROV può essere scritto come

$$(M + M_A) \frac{d_{<1>}}{dt} \boldsymbol{\nu} + [C(\boldsymbol{\omega}_{1/0}) + C_A(\boldsymbol{\nu})] \boldsymbol{\nu} + D_\nu \boldsymbol{\nu} + D_{\nu|\nu} \boldsymbol{\nu}|\boldsymbol{\nu}| - gW\mathbf{k} = \boldsymbol{\tau}_{th} + \boldsymbol{\delta}$$

essendo tutti i termini definiti come segue:

$$M = \begin{bmatrix} mI_{3x3} & -mS(\mathbf{r}_{u,c}) \\ mS(\mathbf{r}_{u,c}) & I_u \end{bmatrix}$$

$$C(\boldsymbol{\omega}_{1/0}) = \begin{bmatrix} mS(\boldsymbol{\omega}_{1/0}) & -mS(\boldsymbol{\omega}_{1/0})S(\mathbf{r}_{u,c}) \\ mS(\mathbf{r}_{u,c})S(\boldsymbol{\omega}_{1/0}) & -S(I_u\boldsymbol{\omega}_{1/0}) \end{bmatrix}$$

$$M_A = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix}$$

$$C_A(\boldsymbol{\nu}) = \begin{bmatrix} S(\boldsymbol{\omega}_{1/0}) & 0 \\ S(\mathbf{v}_{u/o}) & S(\boldsymbol{\omega}_{1/0}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix}$$

$$D_\nu = \text{diag}(X_u, Y_v, Z_w, K_p, M_q, N_r)$$

$$D_{\nu|\nu} = \text{diag}(X_{u|u}, Y_{v|v}, Z_{w|w}, K_{p|p}, M_{q|q}, N_{r|r})$$

$$W = \begin{bmatrix} -mI_{3x3} & -m_f I_{3x3} \\ -mS(\mathbf{r}_{u,c}) & m_f S(\mathbf{r}_{u,b}) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{k} = ({}^1\mathbf{k}_0^T, {}^1\mathbf{k}_0^T)^T$$

$\boldsymbol{\tau}_{th}$ forza generalizzata dei propulsori

$\boldsymbol{\delta}$ vettore disturbo

1.4 Identificazione e struttura del modello

Per lo sviluppo e la simulazione del controllore studiato in questo lavoro é stato considerato un modello di veicolo subacqueo di tipo ROV denominato ROMEO, mostrato in figura seguente



Figura 1.2: Veicolo subacqueo di tipo ROV ROMEO

Le dimensioni di ROMEO risultano essere: $1m$ di altezza, $0.9m$ in larghezza, $1.3m$ in lunghezza e peso in aria di circa $450Kg$. Come mostrato in figura la base del veicolo presenta un carrello per pesi aggiuntivi e due blocchi cilindrici per le batterie mentre la parte superiore è composta da un blocco cilindrico per l'elettronica, quattro propulsori sul piano orizzontale e quattro su quello verticale. I propulsori, cilindri e strumenti sono posizionati in modo che il veicolo risulti simmetrico rispetto sia al piano xz sia a quello yz . L'identificazione sperimentale di un modello ROV completo come quello descritto dall'eq. (1.29) non è fattibile solo con i sensori standard di bordo perché richiederebbe una conoscenza completa dello spazio degli stati. Invece può essere attuata con metodi più complicati e costosi come descritto da Goheen [9] o Fryxell[10], ma tali approcci non sono indicati per sistemi aventi una configurazione variabile a seconda della missione. Inoltre, in molte condizioni standard di manovra e generalmente per velocità basse, molti dei termini introdotti teoricamente possono essere trascurati senza alcuna perdita di generalità o di informazione. Come conseguenza dell'identificazione basata su sensori di bordo, ci si riferisce solitamente ad un modello semplificato che può essere ottenuto dall'eq. (1.29) trascurando i termini non sulla diagonale della matrice della massa aggiunta, i termini di accelerazione cen-

tripeta e relativi a Coriolis e quelli delle forze di drag.

Questa semplificazione si basa sul fatto che *(i)* gli elementi non sulla diagonale della matrice di massa aggiunta sono nulli per via della simmetria del veicolo, *(ii)* gli elementi non sulla diagonale sono trascurabili in valore assoluto rispetto a quelli sulla diagonale, *(iii)* alcuni effetti idrodinamici sono trascurabili a basse velocità.

Da questo risulta un modello che, per ogni grado di libertà, può essere descritto da

$$m\dot{\xi} = -k_{\xi}\xi - k_{\xi|\xi}|\xi|\xi| + \tau_{\xi} + \varepsilon \quad (1.29)$$

essendo m l'inerzia relativa al grado di libertà considerato, ξ la velocità ad una dimensione (surge, sway, heave, yaw, pitch o roll), k_{ξ} e $k_{\xi|\xi}$ coefficienti di drag lineare e quadratico, τ_{ξ} la forza applicata e ε il disturbo di effetti non modellati altrimenti.

1.5 Stima dei parametri

Il metodo di stima proposto consiste in due passi distinti: prima vengono stimati i parametri di drag attraverso test a velocità costante, in seguito i valori così ottenuti sono utilizzati per sviluppare un esperimento di identificazione dell'inerzia con input sinusoidale. Entrambi i passi sono basati su misure di posizione: una volta effettuate le misurazioni, è sufficiente applicare un metodo ai minimi quadrati per la posizione ma per l'identificazione dell'inerzia è necessario un test con caratteristiche di filtraggio diverse. Più in generale si presenta il problema di elaborare la derivazione numerica di un segnale che presenta problemi di rumore.

Fra tutti i possibili metodi di elaborazione dei segnali, nel modellare il veicolo ROV-ROMEO è stato utilizzato il metodo di filtraggio di Savitzky-Golay [11]: questi filtri sono dei passa basso sviluppati nel dominio del tempo anziché in quello della frequenza. All'interno di una finestra contenente n_l punti alla sinistra e n_r punti sulla destra dell' i -esimo dato, i $n_l + n_r + 1$ punti sono elaborati ai minimi quadrati con un polinomio di grado m e l' i -esimo dato è pensato come il valore di tale polinomio in i : è da notare che il polinomio viene utilizzato solo per il dato i e che quando ci si sposta su un altro dato la procedura viene ripetuta.

Come indicato nell'eq. (1.29), la forma della dinamica proposta è da considerarsi valida per ogni grado di libertà preso singolarmente, variando di caso in caso i parametri $k_{\xi}, k_{\xi|\xi}$ e ε . Nello specifico si può limitare l'individuazione dei parametri per due moti soltanto, ossia a quello di *surge* (task 3) e a quello di *heave* (task 1): come riportato in [1] si ottengono i seguenti parametri

Moto lungo la direzione di heave

$$m\dot{w} = -k_w w - k_{w|w}|w|w| + \tau_w + \varepsilon$$
$$\begin{cases} k_w = (50 \pm 12) & Ns/m \\ k_{w|w} = (424 \pm 28) & Ns^2/m^2 \\ \varepsilon = 0.57 \pm 0.03 \end{cases}$$

Moto lungo la direzione di surge

$$m\dot{u} = -k_u u - k_{u|u}|u|u| + \tau_u + \varepsilon$$
$$\begin{cases} k_u = (38 \pm 7) & Ns/m \\ k_{u|u} = (333 \pm 24) & Ns^2/m^2 \\ \varepsilon = 0.72 \pm 0.02 \end{cases}$$

Rimane da indicare che per il caso di moto lungo la direzione di surge, si é diversificata l'identificazione dei parametri a seconda del verso del moto: questo aspetto é stato approfondito nel cap.5

Capitolo 2

Teoria di aperture complesse

2.1 Introduzione

In questo capitolo saranno illustrate le basi matematiche che descrivono la funzione direttività, utilizzata in maniera estesa nell'implementazione del controllore. In particolare, verrà analizzata la funzione direttività relativa ad aperture generiche di forma cilindrica, mediante le quali sono state modellate le antenne di trasmissione e ricezione dei veicoli del sistema studiato.

2.2 Funzione direttività in campo corto

L'esatta soluzione dell'equazione per onde lineari, tridimensionali, non omogenee e senza perdita

$$\nabla^2 \varphi(t, \mathbf{r}) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \varphi(t, \mathbf{r}) = x_M(t, \mathbf{r}) \quad (2.1)$$

è data da

$$\varphi(t, \mathbf{r}) = -\frac{1}{4\pi} \int_{V_0} \frac{x_M[t - (|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|/c), \mathbf{r}_0]}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|} dV_0 \quad (2.2)$$

dove $\varphi(t, \mathbf{r})$ è la velocità potenziale scalare in metri quadri su secondi, c è la velocità del suono in acqua in metri al secondo e $x_M(r, \mathbf{r})$ è la distribuzione della sorgente in s^{-1} .

Definendo $\alpha_T(t, \mathbf{r}_T)$ la risposta all'impulso e $x(t, \mathbf{r}_T)$ il segnale trasmesso, si considera

$$x_M(t, \mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t, \mathbf{r}) \alpha_T(t - \tau, \mathbf{r}_T) d\tau \quad (2.3)$$

il quale sostituito all'Eq. (2.2) dá

$$\varphi(t, \mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{V_0} X(f, \mathbf{r}_0) A_T(f, \mathbf{r}_0) g_f(\mathbf{r}|\mathbf{r}_0) dV_0 \exp(+j2\pi ft) df \quad (2.4)$$

dove

$$g(\mathbf{r}|\mathbf{r}_0)_f = -\frac{\exp(-jk|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|)}{4\pi|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|} \quad (2.5)$$

é la funzione di Green tempo indipendente,

$$k = 2\pi f/c = 2\pi/\lambda \quad (2.6)$$

é il numero d'onda in radianti su metri, λ é la lunghezza d'onda in metri,

$$\mathbf{r} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z} \quad (2.7)$$

é il vettore di posizione di un punto del campo e

$$\mathbf{r}_0 = x_0\hat{x} + y_0\hat{y} + z_0\hat{z} \quad (2.8)$$

é il vettore posizione di un punto della sorgente. La pressione acustica $p(t, \mathbf{r})$ in pascal (Pa) e il vettore velocità $\mathbf{u}(t, \mathbf{r})$ in metri al secondo possono essere ottenuti dalla velocità potenziale come segue:

$$p(t, \mathbf{r}) = -\rho_0 \frac{\partial}{\partial t} \varphi(t, \mathbf{r}) \quad (2.9)$$

dove ρ_0 é la densità del mezzo fluido in chilogrammi per metro cubo e

$$\mathbf{u}(t, \mathbf{r}) = \nabla \varphi(t, \mathbf{r}) \quad (2.10)$$

dove

$$\nabla = \frac{\partial \hat{x}}{\partial x} + \frac{\partial \hat{y}}{\partial y} + \frac{\partial \hat{z}}{\partial z} \quad (2.11)$$

é il *gradiente* espresso in coordinate rettangolari (x,y,z). Da notare che ρ_0 é costante dal momento che verranno considerati solo fluidi omogenei.

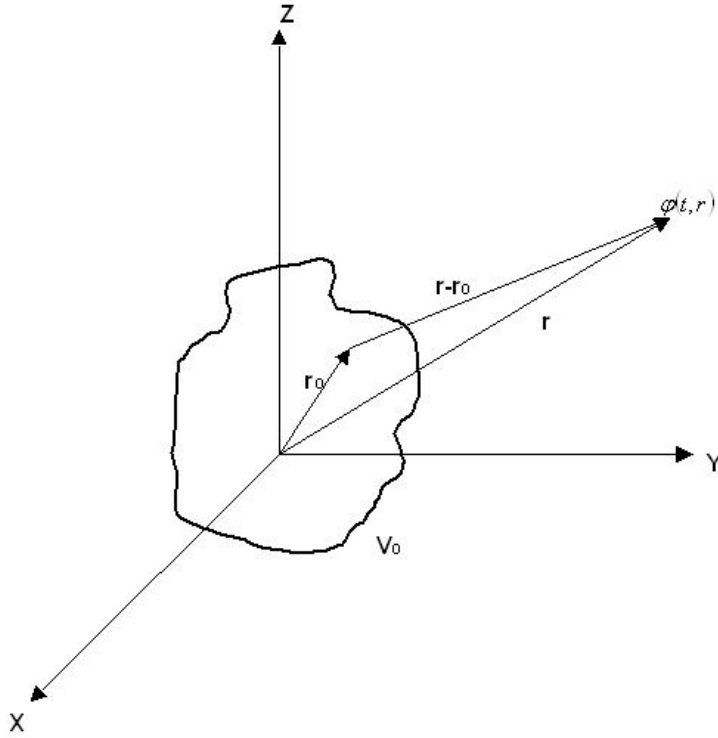


Figura 2.1: Esempio di distribuzione di sorgente con volume V_0

Approssimando la funzione di Green attraverso le espansioni di Fresnel e Fraunhofer [2], si può ottenere la funzione di direttività a campo lungo e corto: iniziamo l'analisi notando che la quantità $|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|$ appare sia nel modulo che nella fase della funzione dell'Eq. (2.5). Dal momento che

$$|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0| = \sqrt{(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)} \quad (2.12)$$

si può affermare che

$$|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0| = r\sqrt{1 + b} \quad (2.13)$$

dove

$$b = \left(\frac{r_0}{r}\right)^2 - 2\frac{\hat{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{r}_0}{r} \quad (2.14)$$

$$r_0 = |\mathbf{r}_0| = \sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2} \quad (2.15)$$

é il modulo del vettore posizione di un punto dell'apertura sorgente,

$$r = |\mathbf{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad (2.16)$$

é il modulo del vettore posizione di un punto del campo e

$$\hat{r} = u\hat{x} + v\hat{y} + w\hat{z} \quad (2.17)$$

é il *versore* della direzione di \mathbf{r} , così che

$$\mathbf{r} = r\hat{r} \quad (2.18)$$

dove

$$u = \sin \theta \cos \psi \quad (2.19)$$

$$v = \sin \theta \sin \psi \quad (2.20)$$

e

$$w = \cos \theta \quad (2.21)$$

sono le direzioni rispetto agli assi X, Y e Z rispettivamente (vedere Fig. (2.2)). Si noti che u, v e w hanno valore compreso fra -1 e 1, poiché $0 \leq \theta \leq \pi$ e $0 \leq \psi \leq 2\pi$ e

$$u^2 + v^2 + w^2 = 1 \quad (2.22)$$

Inoltre si noti che il parametro b è adimensionale: siamo dunque in grado di approssimare la funzione di Green data dall'Eq. (2.5).

Consideriamo il termine $\frac{1}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|}$, esso può essere approssimato utilizzando l'espansione binomiale per cui

$$|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0| = r\sqrt{1+b} \approx r\left(1 + \frac{b}{2} - \frac{b^2}{8} + \dots\right), \quad |b| < 1 \quad (2.23)$$

Si noti che l'Eq. (2.23) risulta valida con $b < 1$, dove b è definito da l'Eq. (2.14). Si può dimostrare che $|b| < 1$ quando

$$r > \begin{cases} r_0(\sqrt{1+\cos\phi^2} + \cos\phi), & 0 \leq \phi \leq \pi/2 \\ r_0(\sqrt{1+\cos\phi^2} - \cos\phi), & \pi/2 \leq \phi \leq \pi \end{cases} \quad (2.24)$$

dove ϕ è l'angolo fra \hat{r} e \mathbf{r}_0 . Quindi, assumendo $b < 1$ e usando solo il primo termine dell'Eq. (2.23), abbiamo $|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0| \approx r$ da cui

$$\frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|} \approx \frac{1}{r} \quad (2.25)$$

Sebbene l'uso del primo termine dell'espansione binomiale sia sufficiente per approssimare il modulo, esso non è sufficiente per approssimare la fase $\exp(-jk|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|)$, poiché piccole variazioni di $\mathbf{r} - \mathbf{r}_0$ possono portare a grosse

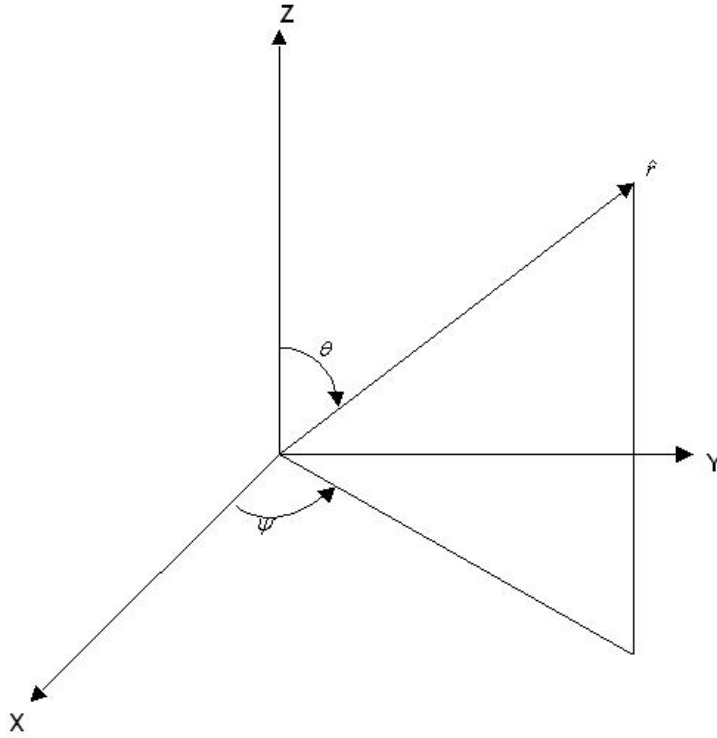


Figura 2.2: Vettore unitá \hat{r} e gli angoli sferici ψ e θ . Si noti che ψ é misurato in senso antiorario

variazioni di fase.

Per approssimare la fase, dovremo ricorrere ai primi tre termini dell'espansione binomiale descritta dall'Eq. (2.14), ottenendo

$$|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0| \approx r - \hat{r} \cdot \mathbf{r}_0 + \frac{r_0^2 - (\hat{r} \cdot \mathbf{r}_0)^2}{2r}, \quad |b| < 1 \quad (2.26)$$

Sostituendo quindi i termini approssimati all'Eq. (2.5), otteniamo

$$g_f(\mathbf{r}|\mathbf{r}_0) \approx -\frac{\exp(-jkr)}{4\pi r} \exp(+jk\hat{r} \cdot \mathbf{r}_0) \exp\left[-jk\frac{r_0^2 - (\hat{r} \cdot \mathbf{r}_0)^2}{2r}\right], \quad |b| < 1 \quad (2.27)$$

che é l'espansione in campo corto della funzione di Green. L'espansione di Fresnel della $g_f(\mathbf{r}|\mathbf{r}_0)$ puó essere ottenuta dall'Eq. (2.27) usando solo i primi due termini dell'espansione binomiale invece che i primi tre, cosa che equivale a trascurare il termine $(\hat{r} \cdot \mathbf{r}_0)^2$ nell'Eq. (2.26). Quindi l'approssimazione di

Fresnel della funzione di Green é data da

$$g_f(\mathbf{r}|\mathbf{r}_0) \approx -\frac{\exp(-jkr)}{4\pi r} \exp(+jk\hat{r} \cdot \mathbf{r}_0) \exp\left(-jk\frac{r_0^2}{2r}\right), \quad |b| < 1 \quad (2.28)$$

Trascurare il termine $(\hat{r} \cdot \mathbf{r}_0)^2$ implica

$$r_0^2 \gg (\hat{r} \cdot \mathbf{r}_0)^2 \quad (2.29)$$

o equivalentemente

$$r_0^2 \geq K(\hat{r} \cdot \mathbf{r}_0)^2 \quad (2.30)$$

dove la costante $K > 1$ controlla la regione di validitá dell'approssimazione di Fresnel. Facendo la radice quadrata di entrambi i membri dell'Eq. (2.30), si ottiene

$$r_0 \geq \sqrt{K}|\hat{r} \cdot \mathbf{r}_0| \quad (2.31)$$

Dal momento che abbiamo già introdotto ϕ come l'angolo fra \hat{r} e \mathbf{r}_0 , l'Eq. (2.31) può essere espressa come

$$1 \geq \sqrt{K}|\cos \phi|, \quad 0 \leq \phi \leq \pi \quad (2.32)$$

oppure

$$\phi_{min} \leq \phi \leq \phi_{max}, \quad 0 \leq \phi \leq \pi \quad (2.33)$$

dove

$$\phi_{min} = \cos^{-1}(1/\sqrt{K}) \quad (2.34)$$

e

$$\phi_{max} = \pi - \phi_{min} \quad (2.35)$$

dal momento che $|\cos(\pi - \phi)| = |\cos \phi|$. Poiché un fattore di 10 é una tipica scelta per rappresentare *molto maggiore di*, scegliendo $K = 10$, allora l'Eq. (2.33) diventa

$$72^\circ \leq \phi \leq 108^\circ \quad (2.36)$$

Partendo da questo assunto, possiamo fissare la distanza \mathbf{r}_0 da un punto sorgente uguale al valore massimo (definiamolo R) e sostuiamo $\phi = 72^\circ$ o $\phi = 108^\circ$ all'Eq. (2.4) ottenendo

$$r > 1.356R \quad (2.37)$$

L'Eq. (2.37) fissa la distanza minima che un punto del campo deve avere dalla apertura sorgente in modo da garantire $|b| < 1$ cosí che l'approssimazione

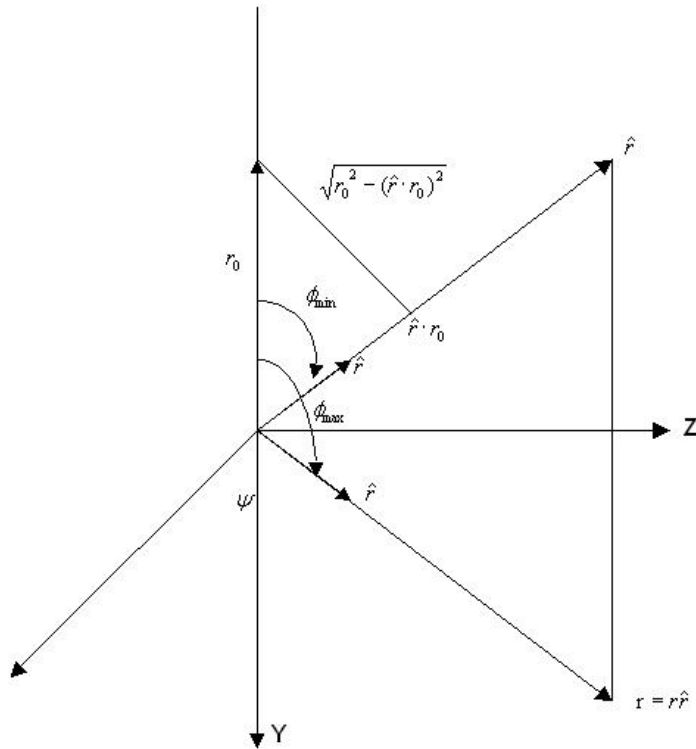


Figura 2.3: Rappresentazione geometrica dell'approssimazione di Fresnel

di Fresnel sia valida.

Usando l'approssimazione di Fresnel, possiamo ottenere un criterio che stabilisca il confine fra la regione di campo corto e la regione di campo lungo di un'apertura. Esaminiamo il fattore quadratico della fase

$$\exp\left(-jk\frac{r_0^2}{2r}\right)$$

che compare nel termine destro dell'Eq. (2.28). Poiché $k = 2\pi/\lambda$, può essere espresso come

$$\exp\left(-j\pi\frac{r_0^2}{\lambda r}\right)$$

Possiamo considerare questo fattore trascurabile se

$$\pi\frac{r_0^2}{\lambda r} < 1 \quad (2.38)$$

oppure

$$r > \pi r_0^2/\lambda \quad (2.39)$$

Per ottenere un criterio assoluto basato sull'Eq. (2.39), si considera il caso peggiore in cui il numeratore diventa massimo il che corrisponde a definire r_0 uguale al suo massimo valore R . Quindi

$$r > \pi R^2 / \lambda > 1.356R \quad (2.40)$$

che rappresenta il *criterio di campo lungo*.

Dall'Eq. (2.28) possiamo procedere per ottenere la forma della funzione direttività in campo corto: sostituendo l'Eq. (2.28) all'Eq. (2.4), otteniamo

$$\begin{aligned} \varphi(t, \mathbf{r}) \approx & -\frac{1}{4\pi r} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{V_0} X(f, \mathbf{r}_0) A_T(f, \mathbf{r}_0) \exp\left(-jk \frac{r_0^2}{2r}\right) \exp(+jk\hat{r} \cdot \mathbf{r}_0) dV_0 \\ & \times \exp\left[+j2\pi f\left(t - \frac{r}{c}\right)\right] df \end{aligned} \quad (2.41)$$

dove l'espressione $t - (r/c)$ é definito come ritardo temporale. Il tempo di ritardo é una misura del tempo che é trascorso fra la trasmissione del campo e la sua ricezione a r metri dal trasmettitore. Si puó scrivere

$$\exp(+jk\hat{r} \cdot \mathbf{r}_0) = \exp[+j2\pi(f_x x_0 + f_y y_0 + f_z z_0)] \quad (2.42)$$

dove

$$f_x = u/\lambda \quad (2.43)$$

$$f_y = v/\lambda \quad (2.44)$$

e

$$f_z = w/\lambda \quad (2.45)$$

sono le *frequenze spaziali* nelle direzioni X, Y e Z . Se sostuiamo l'Eq. (2.42) all'Eq. (2.41) e designamo l'integrale sul volume come I , otteniamo

$$\begin{aligned} I = & \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} X(f, \mathbf{r}_0) A_T(f, \mathbf{r}_0) \exp\left(-jk \frac{r_0^2}{2r}\right) \\ & \times \exp[+j2\pi(f_x x_0 + f_y y_0 + f_z z_0)] dx_0 dy_0 dz_0 \end{aligned} \quad (2.46)$$

L'Eq. (2.46) puó essere interpretata come una trasformata di Fourier in tre dimensioni, che possiamo scrivere

$$I = F_{\mathbf{r}_0} \left\{ X(f, \mathbf{r}_0) \left[A_T(f, \mathbf{r}_0) \exp\left(-jk \frac{r_0^2}{2r}\right) \right] \right\} \quad (2.47)$$

dove $F_{\mathbf{r}_0}$ é una notazione per la trasformata di Fourier in tre dimensioni: l'Eq. (??) puó essere trasformata in

$$I = X_M(f, r, \vec{v}) = X(f, \vec{v}) * D_T(f, r, \vec{v}) \quad (2.48)$$

dove

$$X_M(f, r, \vec{\nu}) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f, \vec{\alpha}) D_T(f, r, \vec{\nu} - \vec{\alpha}) d\vec{\alpha} \quad (2.49)$$

e

$$\begin{aligned} D_T(f, r, \vec{\alpha}) &= F_{\mathbf{r}_0} \left\{ A_T(f, \mathbf{r}_0) \exp\left(-jk \frac{r_0^2}{2r}\right) \right\} \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} A_T(f, \mathbf{r}_0) \exp\left(-jk \frac{r_0^2}{2r}\right) \exp(+j2\pi \vec{\alpha} \cdot \mathbf{r}_0) d\mathbf{r}_0 \end{aligned} \quad (2.50)$$

é la *funzione direttività in campo corto* o *beam pattern* di un'apertura complessa $A_t(f, \mathbf{r}_0)$ dove

$$\vec{\alpha} = (f_x, f_y, f_z) \quad (2.51)$$

e

$$\mathbf{r}_0 = (x_0, y_0, z_0) \quad (2.52)$$

2.3 Direttività in campo lungo

Dall'Eq. (2.40), possiamo ottenere l'approssimazione di Fraunhofer (o di campo lungo)

$$g_r(\mathbf{r}|\mathbf{r}_0) \approx -\frac{\exp(-jkr)}{4\pi r} \exp(+jk\hat{r} \cdot \mathbf{r}_0), \quad |b| < 1 \quad (2.53)$$

Si nota che se l'Eq. (2.40) é soddisfatta e se, nei fatti, $r > 2.424R$, allora $|b| < 1$ per tutti i valori di ϕ , il quale varia fra 0 e π .

In maniera del tutto simile, la funzione direttività in campo lungo puó essere ricavata da quella in campo corto trascurando il termine quadratico della fase.

Dunque, la *funzione direttività in campo lungo* o *beam pattern* di un'apertura complessa con funzione $A_T(f, \mathbf{r}_0)$ é data da

$$D_T(f, \vec{\alpha}) = F_{\mathbf{r}_0} \{ A_T(f, \mathbf{r}_0) \} = \int_{-\infty}^{\infty} A_T(f, \mathbf{r}_0) \exp(+j2\pi \vec{\alpha} \cdot \mathbf{r}_0) d\mathbf{r}_0 \quad (2.54)$$

dove $\mathbf{r}_0 = dx_0 dy_0 dz_0$. Inoltre

$$A_T(f, \mathbf{r}_0) = F_{\vec{\alpha}}^{-1} \{ D_T(f, \vec{\alpha}) \} = \int_{-\infty}^{\infty} D_T(f, \vec{\alpha}) \exp(-j2\pi \vec{\alpha} \cdot \mathbf{r}_0) d\vec{\alpha} \quad (2.55)$$

dove $F_{\vec{\alpha}}^{-1} \{ \cdot \} = F_{f_x}^{-1} F_{f_y}^{-1} F_{f_z}^{-1} \{ \cdot \}$ e $d\vec{\alpha} = df_x df_y df_z$. Si noti come la funzione direttività in campo lungo non dipenda dal raggio r del punto del campo

come invece accadeva nel caso di campo corto.

In campo lungo, l'espressione per la velocità potenziale si riduce a

$$\varphi(t, \mathbf{r}) = \varphi(t, r, \theta, \psi) \approx -\frac{1}{4\pi r} \int_{-\infty}^{\infty} X_M(f, \vec{v}) \exp\left[+j2\pi f\left(t - \frac{r}{c}\right)\right] df \quad (2.56)$$

dove

$$X_M(f, \vec{v}) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f, \vec{\alpha}) D_T(f, \vec{v} - \vec{\alpha}) d\vec{\alpha} \quad (2.57)$$

é la forma frequenziale del segnale di trasmissione attraverso il fluido.

2.4 Funzioni di direttività di aperture piane

Si consideri il caso di un'apertura piana di forma arbitraria, come ad esempio quella mostrata in Fig. (2.4) L'apertura piana può rappresentare un singolo

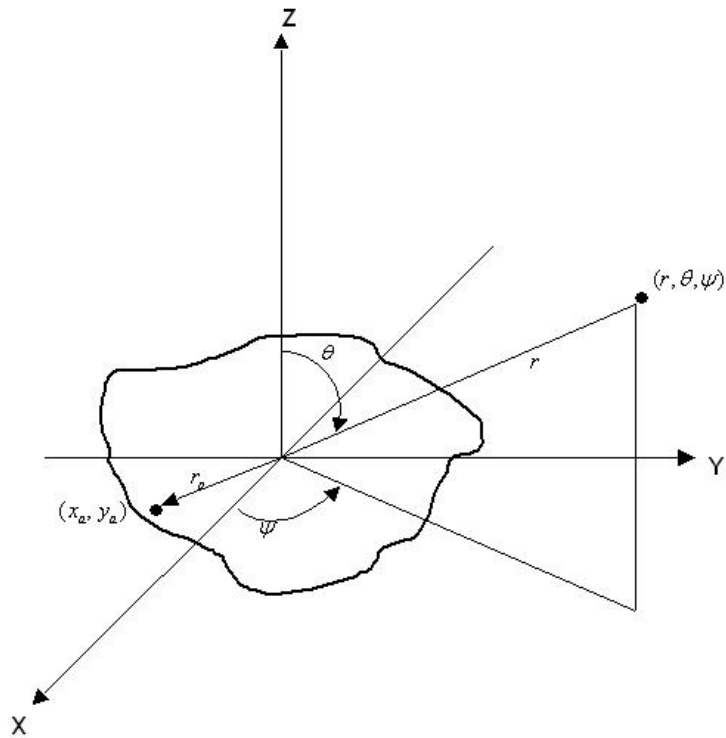


Figura 2.4: Apertura piana di forma arbitraria sul piano XY e punto del campo con coordinate sferiche (r, θ, ψ)

trasduttore elettroacustico oppure un array di singoli trasduttori. Inoltre

viene indicato un punto del campo con coordinate sferiche (r, θ, ψ) immaginato in condizioni di campo lungo, ossia con $r > \pi R^2/\lambda > 1.356R$, dove R é il raggio massimo dell'apertura.

Poiché l'apertura giace sul piano XY , il vettore posizione che descrive i punti dell'apertura stessa risulta

$$\mathbf{r}_a = (x_a, y_a, 0) \quad (2.58)$$

cosa che comporta

$$A(f, \mathbf{r}_a) = A(f, x_a, y_a) \quad (2.59)$$

$$\vec{\alpha} \cdot \mathbf{r}_a = (f_x, f_y, f_z) \cdot (x_a, y_a, 0) = f_x x_a + f_y y_a, \quad (2.60)$$

e

$$d\vec{\mathbf{r}}_a = dx_a dy_a \quad (2.61)$$

Sostituendo all'espressione della direttività in campo lungo otteniamo

$$\begin{aligned} D(f, f_x, f_y) &= F_{x_a} F_{y_a} \{A(f, x_a, y_a)\} \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A(f, x_a, y_a) \exp[+j2\pi(f_x x_a + f_y y_a)] dx_a dy_a \end{aligned} \quad (2.62)$$

dove

$$A(f, x_a, y_a) = a(f, x_a, y_a) \exp[+j\theta(f, x_a, y_a)] \quad (2.63)$$

$$f_x = \frac{u}{\lambda} = \frac{\sin \theta \cos \psi}{\lambda} \quad (2.64)$$

e

$$f_y = \frac{v}{\lambda} = \frac{\sin \theta \sin \psi}{\lambda} \quad (2.65)$$

Poiché le frequenze spaziali possono essere espresse nei termini θ e ψ , la funzione direttività può essere in ultima istanza espressa come una funzione della frequenza f e degli angoli sferici θ e ψ , così che

$$D(f, f_x, f_y) \rightarrow D(f, \theta, \psi) \quad (2.66)$$

2.5 Direttività di un pistone circolare

Esaminiamo adesso il caso in cui l'apertura abbia forma di pistone circolare, forma utilizzata per schematizzare le antenna di ricezione e trasmissione dei veicoli: consideriamo il suo raggio pari ad a metri, come mostrato in Fig. (2.5) e spessore trascurabile. Il modello matematico piú semplice per descrivere questa forma é dato da

$$A(f, r_a, \phi_a) = A(f, r_a) = \text{circ}(r_a/a) = \begin{cases} 1, & r_a \leq a, \\ 0, & r_a \geq a, \end{cases} \quad (2.67)$$

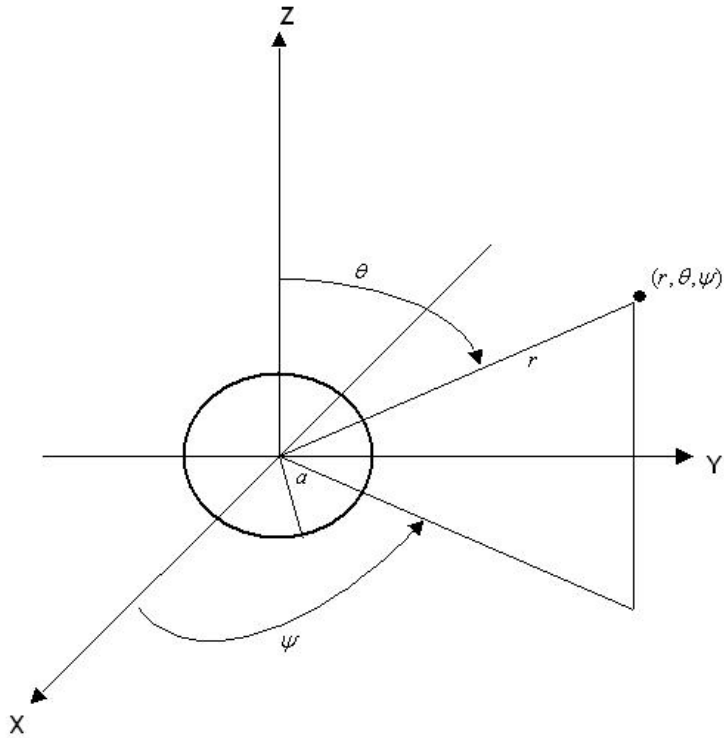


Figura 2.5: Apertura circolare su piano XY con raggio a metri e punto del campo con coordinate sferiche (r, θ, ψ)

Definendo

$$J_n(b) = \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi \cos(b \sin \beta - n\beta) d\beta \quad (2.68)$$

la funzione di Bessel di primo tipo di ordine n e con l'identit 

$$\int_0^x J_0(\alpha) \alpha d\alpha = x J_1(x) \quad (2.69)$$

il beam pattern non normalizzato dell'apertura circolare giacente sul piano XY   data da

$$D(f, \theta, \psi) = a \frac{J_1\left(\frac{2\pi a}{\lambda} \sin \theta\right)}{\frac{\sin \theta}{\lambda}} \quad (2.70)$$

dove $2\pi a$   la circonferenza del pistone in metri. Poich  il fattore di normalizzazione  

$$D_{max} = D(f, \theta, \psi)|_{\theta=0} = \pi a^2 \quad (2.71)$$

il beam pattern normalizzato del pistone circolare é

$$D_n(f, \theta, \psi) = 2 \frac{J_1\left(\frac{2\pi a}{\lambda} \sin \theta\right)}{\frac{2\pi a}{\lambda} \sin \theta} \quad (2.72)$$

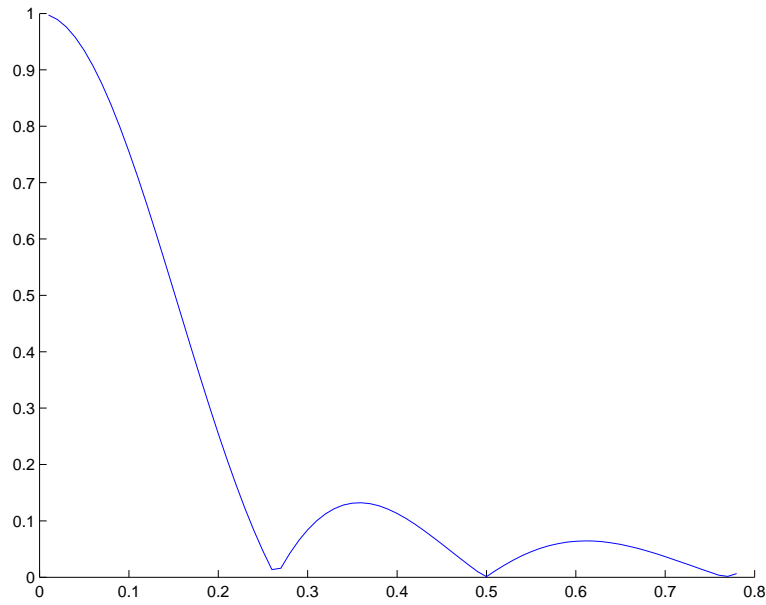


Figura 2.6: Esempio di beam pattern normalizzato, dove $x = (2\pi\lambda) \sin \theta$

Capitolo 3

Posizionamento verticale ed allineamento antenne

3.1 Introduzione

In questo capitolo verranno presi in considerazione i primi due task consistenti, rispettivamente, nel posizionamento verticale del veicolo ricevitore e allineamento delle antenne ricevitrici e trasmettitrice. Sebbene i due sottosistemi che andremo ad analizzare sono profondamente diversi l'uno dall'altro, essi hanno in comune caratteristiche tecniche simili e sono stati risolti con metodologie di controllo identiche fra loro, ragione per cui vengono analizzati parallelamente in uno solo capitolo.

3.2 Descrizione dei problemi

Il primo task consiste nel posizionare il veicolo ricevitore ad un'altezza dal fondo marino, partendo da un punto qualunque dello spazio, in modo da ricevere la massima potenza di trasmissione possibile, conformemente alla direzione di orientazione delle due antenne: in dettaglio, si considera il problema come giacente sul piano xz , limitando il moto del veicolo alla sola direzione z (denominata di *heave*), come mostra la figura seguente

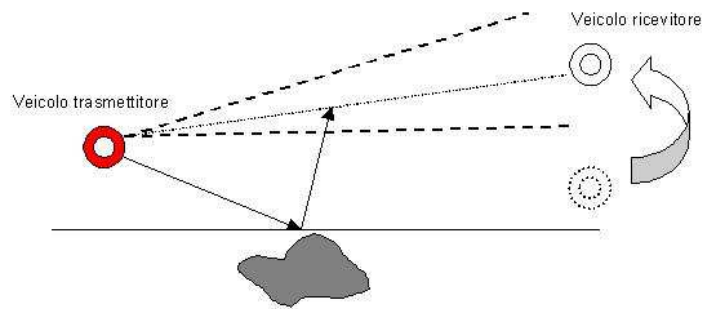


Figura 3.1: Schematizzazione del primo task

Una volta che il robot ricevitore si sia posizionato all'altezza (dal fondo marino) desiderata, in modo da ricevere il massimo di potenza di segnale possibile conformemente all'orientazione delle antenne, é necessario orientare l'antenna del robot ricevitore lungo la direzione del segnale di trasmissione in modo da poter ricevere il massimo di potenza del segnale trasmesso. Questo é l'obiettivo del secondo task, il quale viene schematizzato in figura seguente

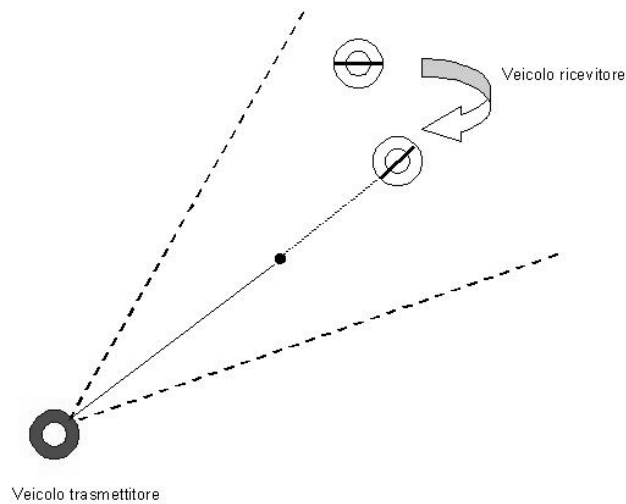


Figura 3.2: Schematizzazione del secondo task

L'aspetto che accomuna i due task risulta essere il fatto che, per entrambi, non é possibile definire nessun tipo di errore fra configurazione dei gradi di libert  attuale e quella desiderata e quindi non é possibile sviluppare una tipologia di controllore basato su funzioni di Lyapunov di controllo. L'unica grandezza di cui si pu  effettuare misurazioni e che sar  effettivamente la base per lo sviluppo dei due controllori   la potenza ricevuta dal veicolo di controllo: in base alla valutazione della variazione di potenza ricevuta e sotto opportune ipotesi, sar  possibile sviluppare due controllori divisi in due parti, una agente in catena aperta, l'altra in catena chiusa. Nel paragrafo seguente si richiamano alcuni aspetti sulla funzione di potenza ricevuta che verranno utilizzati per lo sviluppo dei due controllori

3.2.1 Funzione potenza di trasmissione

Nell'analisi dei due task le antenne sono state modellate mediante due dischi di spessore trascurabile in grado di ruotare attorno ad un loro diametro: inoltre vengono considerate nulle le interazioni fra robot e antenna durante il moto di quest'ultima. Riferendosi a quanto descritto nel paragrafo 2.5, la funzione di direttivit  per un'apertura con caratteristiche geometriche sopra indicate risulta

$$D_n(f, \theta, \psi) = 2 \frac{J_1\left(\frac{2\pi a}{\lambda} \sin \phi\right)}{\frac{2\pi a}{\lambda} \sin \phi} \quad (3.1)$$

dove $\lambda = f/c$, f frequenza di trasmissione, c velocit  del suono nell'acqua, e J_1 funzione di Bessel di primo tipo e grado uno.

Stabilendo il raggio dell'antenna $a = 0.2m$ e $f = 20kHz$, in figura 3.2.1 si mostra un esempio di funzione di direttivit  di un'antenna con direzione rispetto all'asse delle ascisse pari a $\pi/4$ radianti

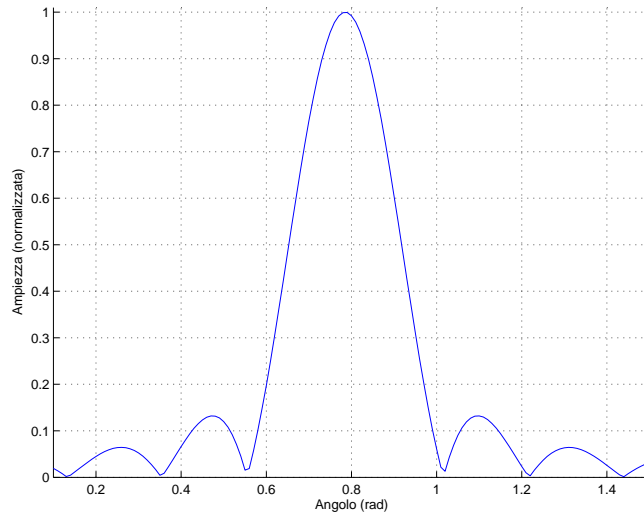


Figura 3.3: Direttività di un pistone circolare

La curva presenta il suo massimo assoluto in corrispondenza dell'angolo di orientazione dell'antenna, modificando il quale viene traslate rigidamente a destra o sinistra lungo l'asse delle ascisse.

Riprendendo la forma della potenza ricevuta

$$P_r = \frac{D_t(\phi_r)D_r(\phi_t)P_t}{|r|^2} \quad (3.2)$$

dove D_t e D_r sono le funzioni direttività dell'antenna trasmittente e ricevente, ϕ_r e ϕ_t i rispettivi angoli di orientazione ed r la distanza che le separa, si può asserire che massimizzare l'eq. (3.2) equivale a massimizzare il prodotto delle funzioni direttività, tenendo costanti la potenza trasmessa P_t e la distanza r . In figura seguente, si mostra un esempio di andamento di prodotto fra direttività di due antenne, dove sull'asse delle ascisse viene indicata la differenza dei rispettivi angoli di orientazione

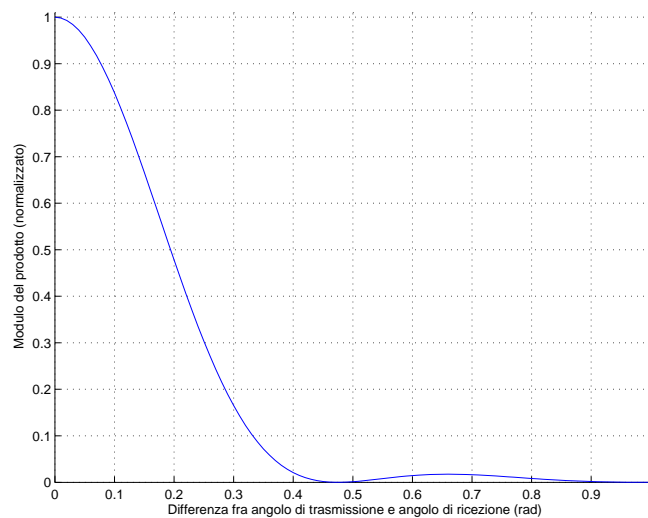


Figura 3.4: Andamento del prodotto fra direttività di due antenne

3.2.2 Descrizione del task uno

Per questo task si identifica come sistema da controllare unicamente il robot ricevente, in quanto si considerano fisse sia le orientazioni delle antenne sia la posizione del robot trasmittente: nessuna ipotesi viene invece fatta sull'orientazione delle antenne, le quali non devono essere necessariamente allineate l'una all'altra.

L'obiettivo da perseguire per questa fase del sistema consiste nel posizionare il veicolo ricevitore in un punto nel quale si abbia massima potenza di segnale ricevuta, mantenendo inalterate le direzioni delle antenne ricevente e trasmittente e la distanza fra i due veicoli. Durante questa fase non é possibile determinare a priori quale sia questo punto desiderato, in quanto non si conosce l'angolo di orientazione dell'antenne trasmittente ne si conosce la distanza fra i due veicoli: inoltre risulta essere non conosciuta la posizione iniziale del veicolo ricevitore rispetto al veicolo trasmittente, ma si considera che il veicolo ricevitore possa valutare la sua altezza dal fondo marino. Per questi motivi non é possibile proporre un controllore di tipo classico basato sull'errore, in quanto questo non può essere misurato: l'unica grandezza misurabile é la potenza ricevuta dal veicolo ricevitore, quantità che andrà massimizzata sotto opportune ipotesi.

Uno schema del sistema può essere il seguente Poiché la potenza ha il suo massimo di trasmissione lungo la direzione di orientazione dell'antenna trasmittente, occorre che il veicolo sia posizionato, riferendoci alla figura precedente,

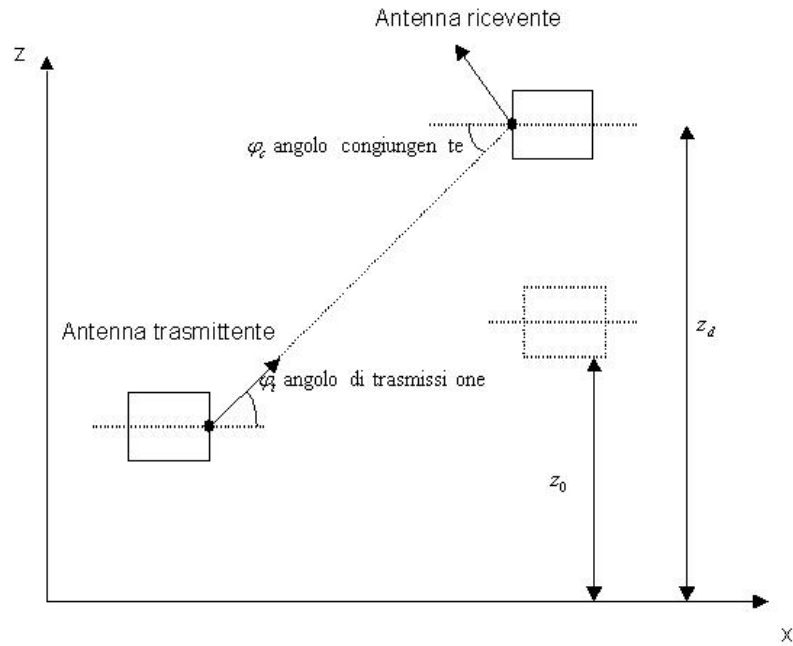


Figura 3.5: Schematizzazione del sistema

ad un'altezza dal fondo marino pari a z_d metri in modo che la congiungente fra le due antenne sia giacente proprio sulla retta che individua l'orientazione dell'antenna trasmittente.

Ai fini della simulazione, definendo l'angolo ϕ_c come l'angolo formato dalla congiungente fra le due antenne e l'asse delle ascisse, si ha posizionamento ottimo quando

$$|\phi_c| = \phi_t \quad (3.3)$$

3.2.3 Descrizione del task due

Una volta che il robot ricevitore si sia posizionato all'altezza (dal fondo marino) desiderata, in modo da ricevere il massimo di potenza di segnale possibile conformemente all'orientazione delle antenne, è necessario orientare l'antenna del robot ricevitore lungo la direzione del segnale di trasmissione in modo da poter ricevere il massimo di potenza del segnale trasmesso.

Per questo task si identifica come sistema da controllare unicamente l'antenna montata sul robot ricevente, in quanto si considerano fissi posizione ed orientazione dei robot e dell'antenna trasmittitrice.

In Fig.3.2.3 si visualizza un esempio di situazione iniziale in cui le due an-

tenne sono disallineate rispetto alla loro congiungente \vec{r} .

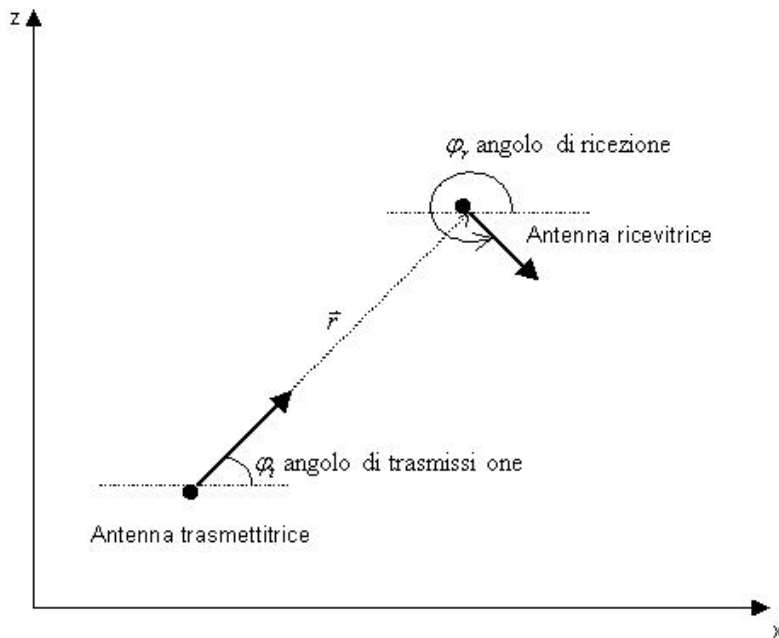


Figura 3.6: Situazione di antenne non allineate

In figura vengono indicati gli angoli φ_r e φ_t , misurati rispetto alla direzione delle ascisse in senso antiorario, i quali rappresentano gli angoli di direzione delle antenne di ricezione e trasmissione. Inoltre viene indicato il vettore \vec{r} che congiunge i centri delle due antenne e il cui modulo rappresenta la distanza (in metri) fra ricevitore e trasmettitore.

Riferendoci alla fig. (3.2.1), si ha il massimo della funzione potenza ricevuta quando si massimizza il prodotto fra le funzioni direttività e questo avviene nel momento in cui le antenne risultano essere allineate, ossia il modulo dei loro angoli di orientazione sono uguali.

3.3 Implementazione dei controllori

Come già accennato in precedenza, in entrambi i task non si è in grado di definire e misurare un errore sui gradi di libertà da controllare, ma l'unica informazione di cui si dispone risulta essere la misura della potenza ricevuta

dall'antenna ricevente istante per istante.

Il controllore implementato risulta essere suddiviso in due elementi distinti, il primo in catena chiusa l'altro in catena aperta. Questo é stato necessario in quanto l'applicazione esclusiva del controllore in catena chiusa non garantisce che il sistema converga e si stabilizzi su un massimo relativo invece che assoluto, come verrà mostrato nei paragrafi successivi.

3.3.1 Task uno: controllore in catena chiusa

Obiettivo del task é il posizionamento del veicolo ricevitore in modo che la potenza di trasmissione misurata sia massima: questo, nella simulazione, si traduce con il far coincidere il valore dell'angolo ϕ_c (grado di libertà da controllare), intercorrente fra la congiungente delle due antenne e l'asse delle ascisse, con l'angolo di orientazione dell'antenna trasmittitrice.

In definitiva, nella simulazione, ci si muove lungo la funzione direttività dell'antenna trasmittente alla ricerca del suo massimo assoluto, il cui angolo corrispondente rappresenta il valore desiderato per l'angolo ϕ_c

Definiamo la funzione

$$V = (1 - \frac{P_r}{P_t})/2 \quad (3.4)$$

che può essere riscritta come

$$V = (1 - \frac{D_r D_t}{r^2})/2 \quad (3.5)$$

dove D_r e D_t indicano le funzioni direttività dell'antenna ricevente e trasmittente e definiamo ϕ^* angolo per cui si ha potenza massima (quindi l'angolo di orientazione del trasmettitore) e ϕ angolo di orientazione del ricevitore.

Se $\phi \rightarrow \phi^*$

$$V = k(\phi^* - \phi)^2 + \bar{k} \quad (3.6)$$

con k e \bar{k} strettamente positive.

Prendendo in analisi la dinamica di heave del veicolo, essa risulta essere

$$m\ddot{\phi} = -k_\xi \dot{\phi} - k_{\xi|\xi|} \dot{\phi}|\dot{\phi}| + \tau_\xi \quad (3.7)$$

Per dimostrare che la funzione V una funzione di Lyapunov di controllo, dobbiamo avvalerci del metodo di backstepping per controlli non lineari [12], per cui data una funzione di controllo per il sistema

$$\dot{x} = f(x, u)$$

se ne trova una per il sistema esteso

$$\dot{x} = f(x, y)$$

$$\dot{y} = h(x, y) + u$$

usando la funzione y per controllare il primo sistema e la u per il secondo. Deriviamo la funzione V ottenendo

$$\dot{V} = -\gamma\dot{\phi}(\phi^* - \phi) \quad (3.8)$$

e definiamo

$$e = \phi^* - \phi \quad (3.9)$$

errore di posizione. Se definiamo

$$\dot{\phi} = \xi \quad (3.10)$$

come velocità angolare, allora possiamo dire che la velocità desiderata ξ^* avrà forma

$$\xi^* = \lambda e \quad (3.11)$$

A questo punto definiamo una nuova funzione V_ξ

$$V_\xi = \gamma(\xi^* - \xi)^2 \quad (3.12)$$

che derivata da

$$\dot{V}_\xi = -\gamma\dot{\xi}(\xi^* - \xi) \quad (3.13)$$

che può essere riscritta come

$$\dot{V}_\xi = -\gamma[-k_\xi\xi - k_{\xi|\xi}|\xi| + \tau](\xi^* - \xi) \quad (3.14)$$

Definendo l'ingresso τ come

$$\tau = \mu(\xi^* - \xi) \quad (3.15)$$

e

$$e_v = \xi^* - \xi \quad (3.16)$$

errore di velocità, possiamo scrivere la 3.14 come

$$\dot{V}_\xi = -\gamma\mu e_v^2 + \gamma k_\xi \xi e_v + \gamma k_{\xi|\xi} |\xi| e_v \quad (3.17)$$

Dividendo per γ e aggiungendo e togliendo termini identici, l'equazione precedente può essere riscritta come

$$\dot{V}_\xi = -\mu e_v^2 + k_\xi \xi e_v + k_{\xi|\xi} |\xi| e_v + k_\xi \xi^* e_v - k_\xi \xi^* e_v + k_{\xi|\xi} |\xi^*| e_v - k_{\xi|\xi} |\xi^*| e_v \quad (3.18)$$

che diviene

$$\dot{V}_\xi = -\mu e_v^2 - k_\xi e_v^2 + k_\xi \xi^* e_v - k_{\xi|\xi} |\xi| e_v^2 + k_{\xi|\xi} |\xi^*| e_v$$

Si può scrivere che

$$\dot{V}_\xi \leq -\mu e_v^2 - k_\xi e_v^2 + k_\xi \lambda |e_v| |e| - k_{\xi|\xi|} |\xi| e_v^2 + k_{\xi|\xi|} \lambda |\xi| |e_v| |e|$$

da cui

$$\dot{V}_\xi \leq -(\mu + k_\xi + k_{\xi|\xi|} |\xi|) e_v^2 + (k_\xi \lambda + k_{\xi|\xi|} |\xi| \lambda (|e_v| + |e|)) |e_v| |e|$$

Poiché posso esprimere

$$|\xi| = |\xi - \xi^* + \xi^*| \leq |e_v| + |\xi^*| \quad (3.19)$$

allora possiamo scrivere

$$\dot{V}_\xi \leq -(\mu + k_\xi) e_v^2 + (k_\xi \lambda + (k_{\xi|\xi|} \lambda + 1)(|e_v| + |e|)) |e_v| |e| \quad (3.20)$$

Raggruppando i termini $|e_v|^2$ e semplificando la notazione dell'equazione precedente, possiamo scrivere che

$$\dot{V}_\xi \leq -\alpha e_v^2 + \beta |e| |e_v| + \delta |e| |e_v|^2 + \delta |e|^2 |e_v| \quad (3.21)$$

essendo

$$\alpha = \mu + k_\xi$$

$$\beta = \lambda k_\xi$$

$$\delta = \lambda k_{\xi|\xi|} + 1$$

In conclusione, otteniamo

$$\dot{V}_\xi \leq |e_v| [-(\alpha - \delta |e|) |e_v| + (\beta |e| + \delta |e|^2)] \quad (3.22)$$

Per far sì che la funzione risulti essere definita negativa, occorre che la quantità fra parentesi quadre sia negativa e ciò avviene se sono verificate due condizioni

$$\alpha - \delta |e| > 0 \quad (3.23)$$

$$|e_v| > \frac{\beta |e| + \delta |e|^2}{\alpha - \delta |e|} \quad (3.24)$$

Per quanto riguarda la prima condizione, è da sottolineare che il parametro δ è funzione del parametro λ

$$\delta = \delta(k_\xi, k_{\xi|\xi|}, \lambda)$$

Quindi la condizione può essere verificata con un'opportuna scelta del parametro libero λ .

3.3.2 Task uno: controllore in catena aperta

L'azione di entrata nella campana relativa al massimo assoluto viene implementata mediante un campionamento preventivo della potenza ricevuta: si suppone che l'antenna trasmittente, essendo incernierata lungo un suo diametro, abbia due angoli limite rispetto alla normale n del robot ϕ_i^* e ϕ_s^* , pensabili simmetrici rispetto ad n (vedere fig. (3.3.2)) A questi due angoli

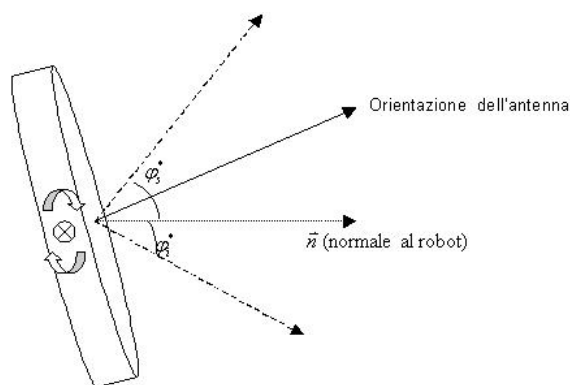


Figura 3.7: Schema antenna (ricevitrice/trasmittitrice)

limite si possono associare due altezze limite per il robot ricevitore z_i^* e z_s^* , oltre le quali il robot non può posizionarsi: in relazione a questo è stato ipotizzato che il robot ricevente possa conoscere la sua altezza dal fondo marino, per esempio con un sistema sonoro simile a quello utilizzato per il terzo task. Inoltre il moto del robot è considerato svolgersi unicamente sul piano xz . Partendo da un'orientazione non misurabile, che definiamo z_0 , con velocità v costante si porta il robot ricevente fino alla sua posizione limite inferiore z_i^* prima e a quella superiore z_s^* in seguito: durante lo spazzolamento dal limite inferiore a quello superiore, si campiona ad intervalli costanti la potenza ricevuta. Individuato il massimo di questo campionamento, si identifica il tempo a cui questo è stato ottenuto e, data la costanza della velocità, è calcolabile la posizione (e quindi l'angolo) cui il massimo si riferisce. Schematizzando il funzionamento, si ha

- 1 Partendo da z_0 , si posiziona l'antenna su z_i^*
- 2 Con velocità v costante, si varia l'altezza z fino a fargli raggiungere l'angolo limite superiore z_s^* : nel contempo si campiona la potenza ricevuta, tenendo memoria dell'istante cui si è misurato il suo valore massimo.

3 Conoscendo t_m per cui si é misurata massima potenza ricevuta ed essendo $T = \frac{z_s^* - z_i^*}{v}$, si puó tornare indietro fino al punto di massima potenza, applicando la velocità v per un tempo pari a $t^* = T - t_m$.

Il procedimento di cui sopra non ha come scopo l'ottenimento della posizione ottima ma permette di avvicinarsi all'altezza di massima potenza: una volta conclusosi l'avvicinamento, si attiva il controllore in catena chiusa descritto nel paragrafo precedente il quale permetterà di stabilizzarsi, sotto opportune ipotesi, sulla posizione di massima potenza del segnale.

Di seguito é presentato un caso di convergenza sul punto di massimo assoluto, dopo l'applicazione di entrambe le fasi del controllo: nella simulazione sono stati definiti

- raggio dell'antenna $a = 0.2m$
- frequenza di trasmissione $f = 20kHz$
- distanza fra le antenne $r = 35m$
- Altezza di partenza $17.5m$ e altezza ottima $z^* = 24.75m$

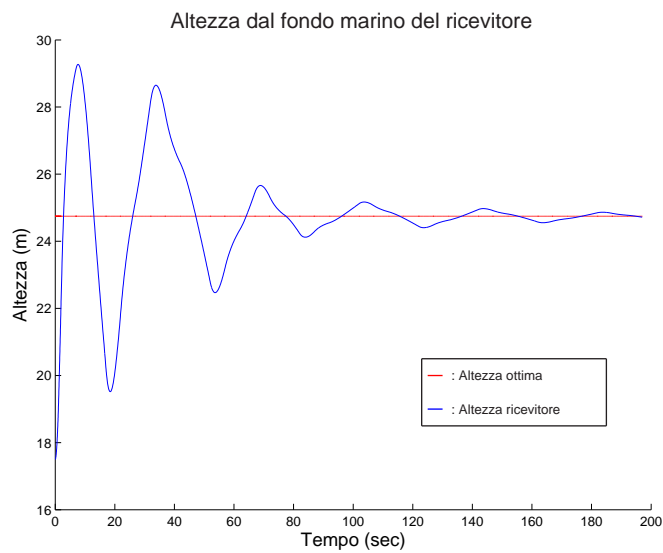


Figura 3.8: Andamento dell'altezza dell'antenna ricevitrice nel caso di corretto posizionamento

3.3.3 Task due: controllore in catena chiusa

Definiamo la funzione

$$V = (1 - \frac{P_r}{P_t})/2 \quad (3.25)$$

che può essere riscritta come

$$V = (1 - \frac{D_r D_t}{r^2})/2 \quad (3.26)$$

e definiamo ϕ^* angolo per cui si ha potenza massima (quindi l'angolo di orientazione del trasmettitore) e ϕ angolo di orientazione del ricevitore.

Se $\phi \rightarrow \phi^*$

$$V = k(\phi^* - \phi)^2 + \bar{k} \quad (3.27)$$

con k e \bar{k} strettamente positive.

Prendendo come cinematica dell'antenna

$$\dot{\phi} = u \quad (3.28)$$

calcoliamo \dot{V} ottenendo

$$\dot{V} = -k\dot{\phi}(\phi^* - \phi) \quad (3.29)$$

Scegliendo quindi $u = \lambda(\phi^* - \phi)$ con $\lambda > 0$ otterremo una $\dot{V} < 0$.

Poiché ΔV e $\Delta\phi$ sono misurabili posso creare un controllo del tipo

$$u = -\lambda\left(\frac{\Delta V}{\Delta\phi}\right) \quad (3.30)$$

Il controllore é cosí sviluppato: ad intervalli regolari che si definiscono $\Delta T = [t_i \dots t_f]$, si campiona la potenza ricevuta dall'antenna ricavando una $\Delta V = V(t_f) - V(t_i)$ applicando l'eq (??), il cui segno sará il segno del guadagno del controllore. Il guadagno del controllore sará invece la variazione dell'angolo: in formula si avrá (k guadagno del controllore)

$$u = k(\phi(t_f) - \phi(t_i))\text{sgn}(V(t_f) - V(t_i)) \quad (3.31)$$

L'uscita del controllore sará l'ingresso del sistema antenna, ingresso che verrá applicato in modo costante per tutta la durata dell'intervallo ΔT . La costanza sia dell'intervallo di applicazione sia del valore dell'ingresso permette di calcolare la variazione dell'angolo dell'antenna. Nella pratica, il controllore si muove lungo la funzione direttivitá alla ricerca di un massimo sul quale stabilizzarsi. Il controllore fin qui definito non garantisce il raggiungimento dell'obiettivo preposto: riferiamoci alla fig.(3.3.3), si nota che la funzione direttivitá presenta diversi massimi relativi su cui il controllore, per come é

stato pensato, potrebbe far convergere il sistema non raggiungendo così il massimo assoluto che rappresenta l'obiettivo del task.

Per ottenere il massimo assoluto occorrerebbe muoversi lungo la curva fino ad entrare nella goccia centrale, indicata in rosso in figura ?? lungo la quale avrei certezza di stabilizzarmi sull'angolo desiderato. Il compito di entrare

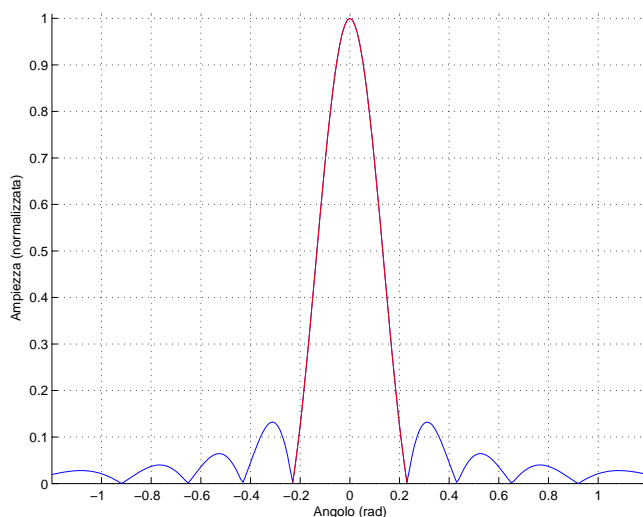


Figura 3.9: Funzione di direttività su cui si é indicata la campana relativa al massimo assoluto

nella campana indicata in figura viene assolto dalla parte del controllore in catena aperta.

3.3.4 Task due: controllo in catena aperta

L'azione di entrata nella campana relativa al massimo assoluto viene implementata mediante un campionamento preventivo della potenza ricevuta: si suppone che l'antenna ricevente, essendo incernierata lungo un suo diametro, abbia due angoli limite rispetto alla normale n del robot ϕ_i^* e ϕ_s^* , pensabili simmetrici rispetto ad n (vedere fig. (3.3.4)) Partendo da un'orientazione non misurabile, che definiamo ϕ_0 , con velocità angolare ω costante si porta l'angolo dell'antenna fino al suo limite inferiore prima e al suo limite superiore in seguito: durante lo spazzolamento dal limite inferiore a quello superiore, si campiona ad intervalli costanti la potenza ricevuta. Individuato il massimo di questo campionamento, si identifica il tempo a cui questo é stato ottenuto e, data la costanza della velocità angolare, é calcolabile l'angolo cui il massimo si riferisce. Schematizzando il funzionamento, si ha

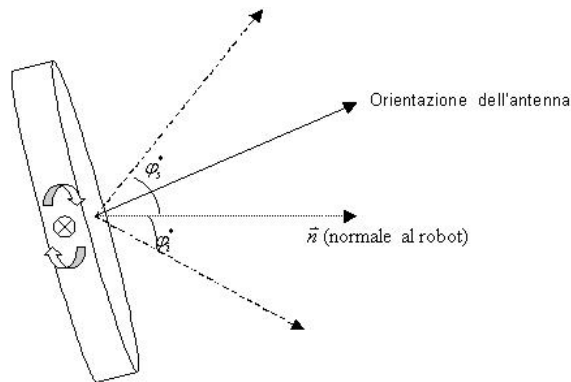


Figura 3.10: Schema antenna (ricevitrice/trasmittitrice)

- 1 Partendo da ϕ_0 , si posiziona l'antenna su ϕ_i^*
- 2 Con velocità ω costante, si varia l'angolo ϕ fino a fargli raggiungere l'angolo limite superiore ϕ_s^* : nel contempo si campiona la potenza ricevuta, tenendo memoria dell'istante cui si è misurato il suo valore massimo.
- 3 Conoscendo t_m per cui si è misurata massima potenza ricevuta ed essendo $T = \frac{\phi_s^* - \phi_i^*}{\omega}$, si può tornare indietro fino al punto di massima potenza, applicando la velocità ω per un tempo pari a $t^* = T - t_m$.

Il procedimento di cui sopra non ha come scopo l'ottenimento dell'orientazione ottima ma permette di avvicinarsi all'angolo di massima potenza: una volta conclusosi l'avvicinamento, si attiva il controllore in catena chiusa descritto nel paragrafo precedente il quale permetterà di stabilizzarsi, sotto opportune ipotesi, sull'angolo di massima potenza del segnale. Di seguito è presentato un caso di convergenza sul punto di massimo assoluto: nella simulazione sono stati definiti

- raggio dell'antenna $a = 0.2m$
- frequenza di trasmissione $f = 20kHz$
- distanza fra le antenne $r = 35m$
- Angolo di partenza $\phi_0 = \pi/4$ e angolo ottimo $\phi_m = \pi/6$

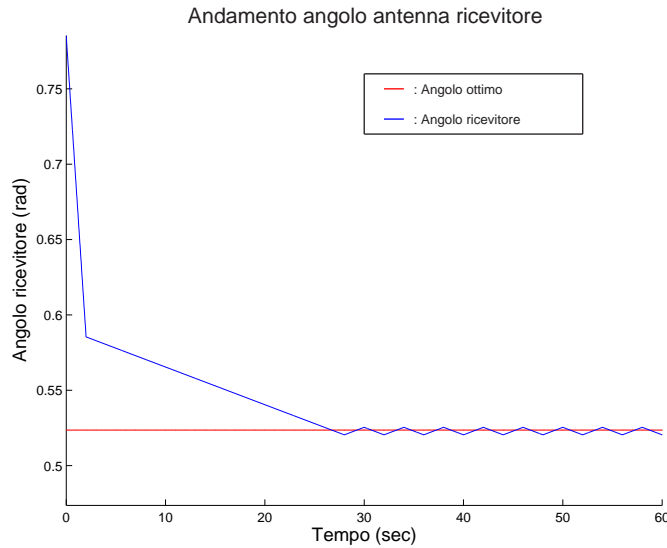


Figura 3.11: Andamento dell'angolo di orientazione dell'antenna ricevitrice nel caso di corretto allineamento

3.4 Analisi degli effetti della frequenza di trasmissione sul controllo

La frequenza di trasmissione riveste un ruolo fondamentale in tutti e due i task, sia per quanto riguarda il controllo in catena aperta che per quello in catena chiusa: riprendiamo l'espressione della funzione direttività di un disco omogeneo con spessore trascurabile (normalizzata), da cui dipende la potenza ricevuta dall'antenna

$$D_n(f, \phi) = 2b(k_r)/kr$$

essendo

$$k_r = \frac{2\pi\lambda}{c} \sin\phi$$

e $b(kr)$ funzione di Bessel di primo tipo e grado uno. La dipendenza della funzione D_n dalla frequenza λ non é dunque lineare, ma é definita dalla funzione di Bessel di primo tipo e grado uno: si definisce *ampiezza* del beam pattern l'angolo per cui di ha che il modulo della funzione sia pari a $-3dB$. Indichiamo l'angolo come ϕ_+ per cui

$$D_n(f, \phi_+) = \frac{\sqrt{2}}{2} \tag{3.32}$$

Da questo si definisce il parametro Δ_m come

$$\Delta_m = 2\phi_+ \quad (3.33)$$

Di seguito sono mostrati alcuni esempi di funzione di direttività e relativi parametri Δ_m

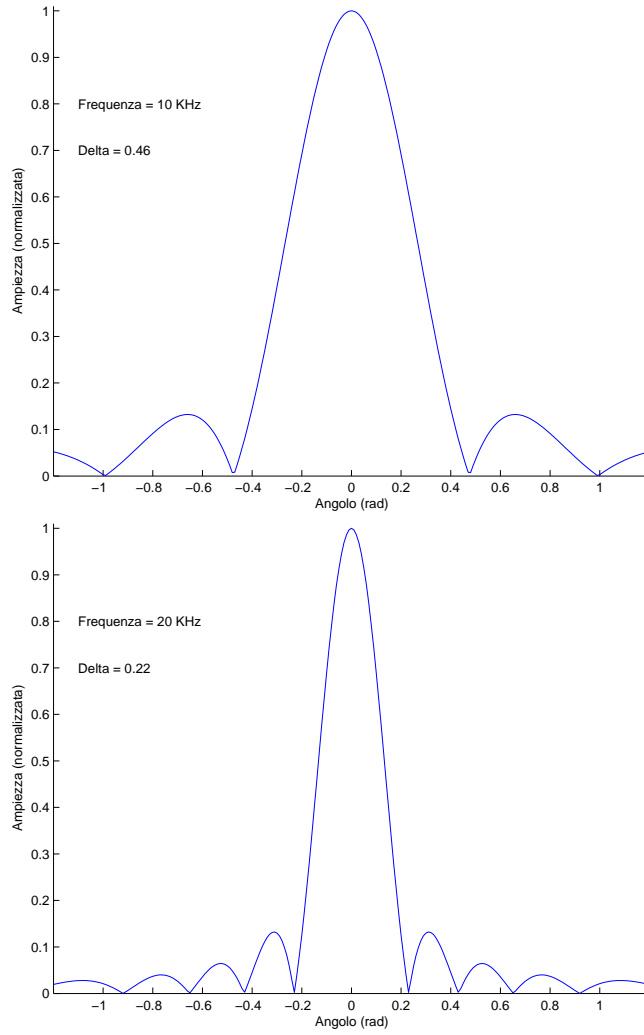


Figura 3.12: Funzione direttività di un disco con raggio pari a 0.2 metri

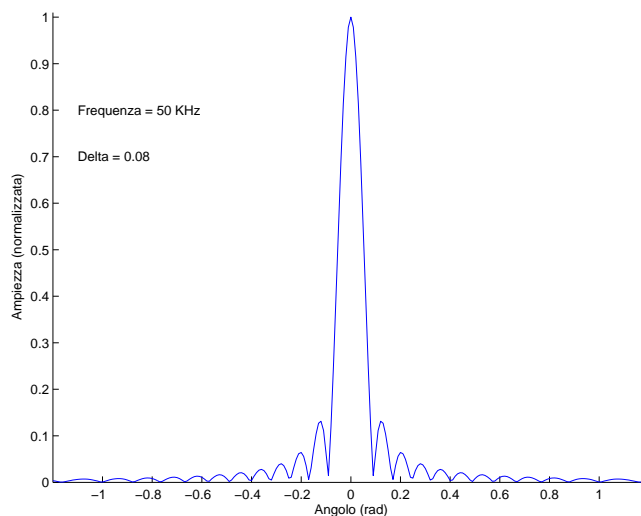


Figura 3.13: Funzione direttività di un disco con raggio pari a 0.2 metri

Questa definizione risulta utile per analizzare gli effetti che la frequenza di trasmissione ha sugli interi processi di controllo: come abbiamo visto in precedenza, per essere sicuri che il massimo della funzione trovato mediante il controllore sia il massimo assoluto, necessario avvicinarsi preventivamente a tale punto di massimo. Osservando la figura, si potrebbe esprimere questa necessità col dire che bisogna entrare nel lobo centrale della funzione o, meglio, partire da un angolo che disti meno di $\frac{\Delta_m}{2}$ dall'angolo di massimo, per far sì che l'unico massimo che si andrebbe a trovare sia quello assoluto. Come si nota dalle fig. (3.4) e fig. (3.4) all'aumentare della frequenza di trasmissione, il parametro Δ_m diminuisce in modo non lineare.

Prenderemo in analisi il secondo task, fermo restando che i concetti esposti sono validi anche per il primo. Analizziamo una per una le varie fasi del controllo:

a) Spazzolamento delle possibili configurazioni e campionamento della potenza ricevuta: In questa fase si fa variare l'angolo dell'antenna ricevente, portandola dall'angolo limite inferiore fino a quello superiore. Durante lo spostamento si effettua un campionamento della potenza ricevuta ad istanti temporali distanti ΔT secondi.

I parametri che hanno un ruolo importante in questa fase risultano essere la velocità angolare ω dell'antenna e l'ampiezza dell'intervallo di campionamento ΔT .

Si calcola la variazione d'angolo $\Delta\phi$ fra un campionamento e l'altro

$$\Delta\phi = \omega\Delta T \quad (3.34)$$

Si può ipotizzare che, se la quantità $\Delta\phi$ sia maggiore del parametro Δ_m , ci siano alte probabilità che non si riesca a campionare la potenza ricevuta in corrispondenza di un angolo sufficientemente vicino all'angolo di massimo assoluto, ottenendo come risultato un'indicazione su un massimo che risulterebbe solo relativo.

In ogni modo, in questa fase, il parametro Δ_m non può esprimere condizioni di nessun tipo ma può solo dare indicazioni di massima su cui basarsi per regolare velocità angolare e ampiezza dell'intervallo di campionamento.

b) Avvicinamento al punto di massimo: Dalla fase *a)* si ottiene un angolo ϕ_r cui corrisponde la massima potenza campionata. Tale angolo, il quale non necessariamente corrisponde esattamente al punto di massimo assoluto ϕ_m della funzione, diventa l'obiettivo da raggiungere in questa fase.

Nell'implementazione di questa fase, è stato simulato un errore di misurazione e_ϕ durante l'avvicinamento, per cui si prende in considerazione il caso in cui l'avvicinamento al punto desiderato non sia ottimale.

Anche in questo caso, il parametro Δ_m ci dá informazioni per tarare il margine di errore: infatti se si definisce e_ϕ maggiore di $\frac{\Delta}{2}$, siamo sicuri di uscire dal lobo principale perfino nel caso in cui $\phi_r == \phi_m$. Come esempio, si è simulato il caso in cui (riferirsi alla fig. 3.4 per la relativa funzione di direttività)

- raggio dell'antenna $a = 0.2m$
- angolo di partenza $\phi_i = \pi/5$ e angolo ottimo $\phi_m = \pi/8$
- frequenza di trasmissione $f = 20Khz$
- $\Delta_m = 0.22$
- errore di misurazione $e_\phi = 0.3$

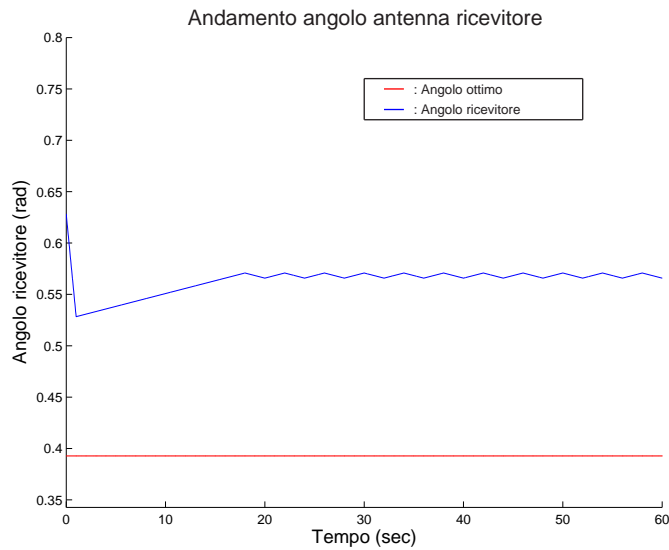


Figura 3.14: Allineamento antenne con errore

La condizione $e_\phi < \Delta_m$ non dá condizioni necessarie né sufficienti per la corretta stabilizzazione dell'antenna, ma solo indicazioni di massima sulle quali basare una taratura dell'errore caso per caso. Tale condizione diventa sufficiente per la corretta stabilizzazione solo nel caso in cui l'angolo ϕ_r ottenuto dalla fase *a*) coincidesse esattamente con l'angolo ϕ_m di massimo assoluto.

c) Controllo in catena chiusa: in questa fase la frequenza non interviene direttamente sulla funzione di controllo, ma influenza l'entità delle variazioni dell'angolo da cui il controllo dipende.

Riprendiamo la forma del controllore

$$u = k(\phi(t_f) - \phi(t_i))\text{sgn}(V(t_f) - V(t_i))$$

Come si é visto in precedenza, piú é alta la frequenza di trasmissione piú risulta stretto il lobo principale della funzione direttività lungo il quale ci si muove nella ricerca dell'ottimo: ad una maggiore ripidità della funzione D corrispondono quindi variazioni di angolo piú limitate ma anche maggior possibilità di uscire dal lobo principale della funzione direttività, perdendo la possibilità di stabilizzarsi sul massimo assoluto.

Il controllore pensato é in definitiva di tipo sample and hold, in quanto applico il controllo in modo costante per un intervallo di tempo prefissato per cui guadagni relativamente troppo elevati porterebbero a sovraelongazioni che

potrebbero impedire la convergenza del sistema. Considerando un sistema con caratteristiche

- frequenza di trasmissione del segnale $f = 20kHz$
- raggio dell'antenna $a = 0.2m$
- angolo di partenza $\phi_0 = \pi/6$
- angolo ottimo $\phi_m = \pi/4$

si effettuano delle simulazioni variando sia la durata dell'intervallo ΔT di applicazione del controllo, sia il guadagno k del controllo stesso per analizzare gli effetti che queste due grandezza hanno sul sistema (in rosso si indica l'angolo ottimo da raggiungere, in blu l'andamento dell'angolo di orientazione dell'antenna ricevitrice)

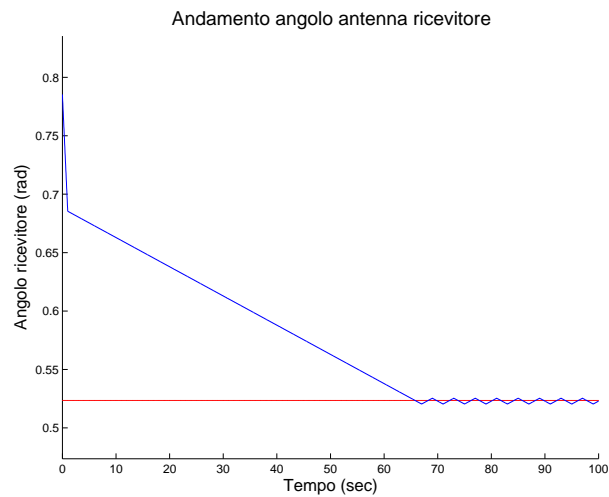


Figura 3.15: $\Delta T = 1$, $k = 1$

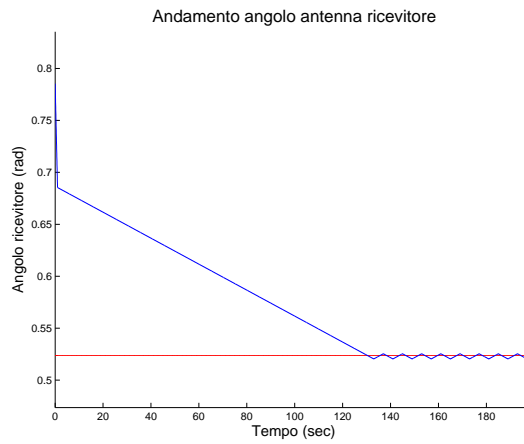


Figura 3.16: $\Delta T = 2$, $k = 0.5$

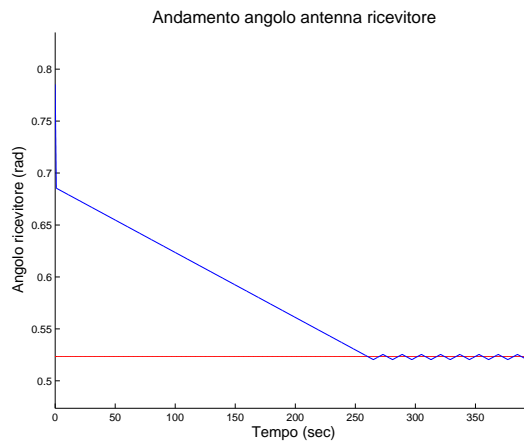


Figura 3.17: $\Delta T = 4$, $k = 0.25$

Da questi esempi si può notare come aumentare il tempo di applicazione del controllo diminuendone il guadagno non precluda la convergenza, aumentando il tempo per il suo ottenimento. Nelle prove seguenti, fermo restando il sistema descritto in precedenza, si aumenta il guadagno del controllo diminuendone l'intervallo di applicazione.

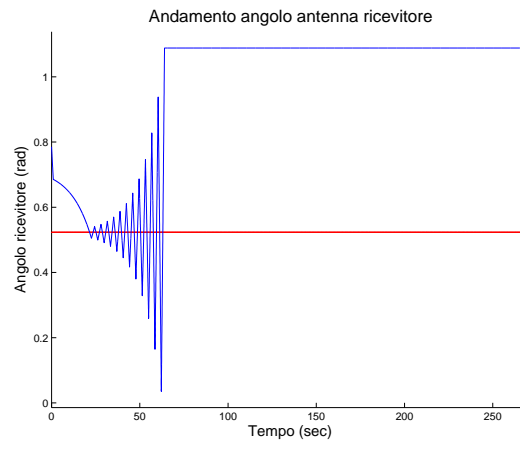


Figura 3.18: $\Delta T = 0.9$, $k = 1.2$

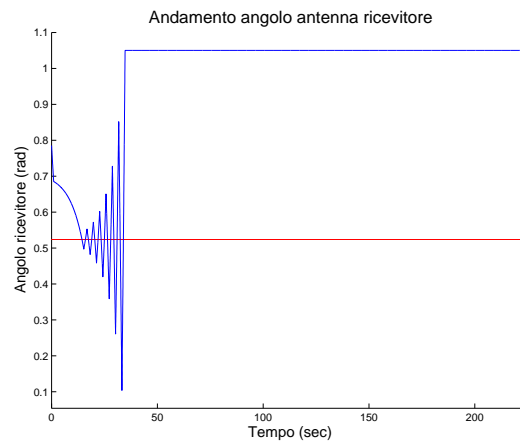


Figura 3.19: $\Delta T = 0.75$, $k = 1.5$

Il sistema non riesce piú a convergere in quanto le variazioni dell'angolo dell'antenna portano fuori dal lobo principale, rendendo inutili le informazioni sul segno della funzione V necessario a ben direzionare il controllo: la forma particolare del grafo sta ad indicare che l'antenna ha virtualmente superato uno dei suoi angoli limite, per cui il controllo viene immediatamente spento.

Non si ha dunque simmetria nel comportamento del controllore: diminuire il guadagno aumentando il tempo di applicazione puó dare convergenza, mentre aumentare il guadagno pur diminuendo l'intervallo porta a situazioni di non convergenza. Il sistema risulta essere molto sensibile agli aumenti del guadagno e questo é essenzialmente dovuto alla forma della funzione direttività su cui si basa il controllo sviluppato, funzione che presenta gradienti decisamente elevati anche per valori non alti di frequenza di trasmissione.

Capitolo 4

Task tre: avvicinamento al punto ottimo

4.1 Introduzione

Il terzo e ultimo task consiste nel portare il veicolo ricevente ad un punto desiderato tenendone costanti sia l'orientazione delle antenne sia l'altezza. Contrariamente a quanto accadeva nei task precedenti, in questo caso é possibile avere una misura dell'errore far posizione attuale e desiderata del robot, quindi é possibile individuare una funzione di controllo di Lyapunov adatta per sviluppare un controllore che consenta il raggiungimento dell'obiettivo preposto.

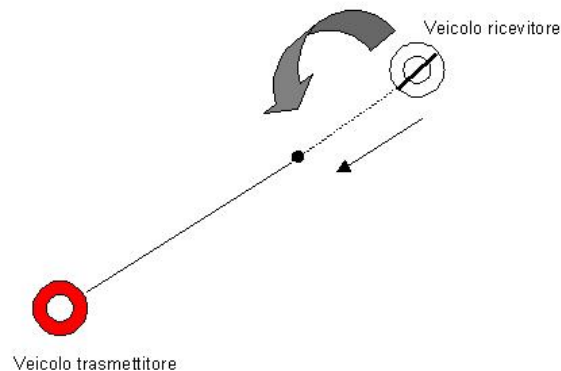


Figura 4.1: Schematizzazione del terzo ed ultimo task

4.2 Descrizione del problema

Una volta posizionato il veicolo ricevente all'altezza desiderata e dopo aver allineato correttamente le antenne, l'ultimo task dell'intero lavoro é il posizionamento del veicolo ricevente ad una distanza x_d dal veicolo trasmettitore in conformità alla trasmissione effettuata, punto indicato in fig. (4.2) Prima di analizzare la dinamica del veicolo ricevitore da applicare in questo

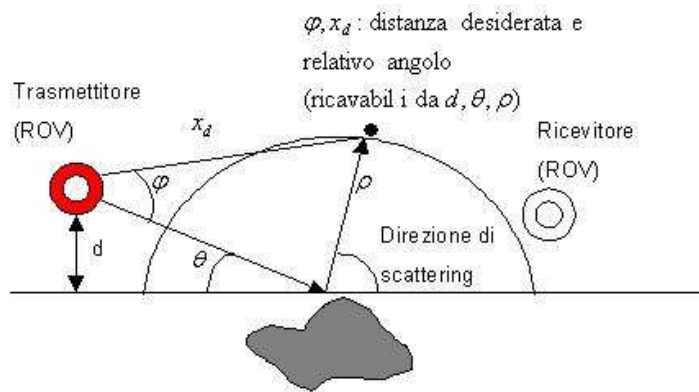


Figura 4.2: Tipica situazione dove si indica il punto in cui dovrà trovarsi il veicolo ricevente

task sono necessarie alcune ipotesi: la prima riguarda l'altezza del veicolo dal fondo marino che viene pensata costante per tutta la durata del task. Seconda ipotesi riguarda invece le antenne, ricevente e trasmittente, il cui allineamento é considerato costante e non influenzato dal moto del veicolo. La terza ed ultima ipotesi riguarda invece il moto stesso del veicolo, il quale viene pensato svolgersi unicamente lungo la direzione di orientazione del robot, ossia considerando nulli gli angoli di roll, pitch e yaw e considerando nulle le forze nelle direzioni di sway ed heave.

Come mostrato in fig. (5.3), la dinamica da prendere in considerazione risulta essere unicamente quella di surge. A differenza dei due task precedenti, in questo è possibile definire un errore fra posizione desiderata e posizione attuale del veicolo ricevitore: entrambi i veicoli sono pensati dotati di un sistema di ricezione e trasmissione di un impulso sonoro. Il ricevitore lancia ad intervalli stabiliti un impulso che viene ricevuto dal veicolo trasmettitore e spedito indietro da quest'ultimo verso il veicolo ricevitore: si calcola il tempo di latenza t_l fra prima trasmissione e ricezione dell'impulso da parte del veicolo ricevitore ottenendo una stima sulla distanza e, conseguentemente,

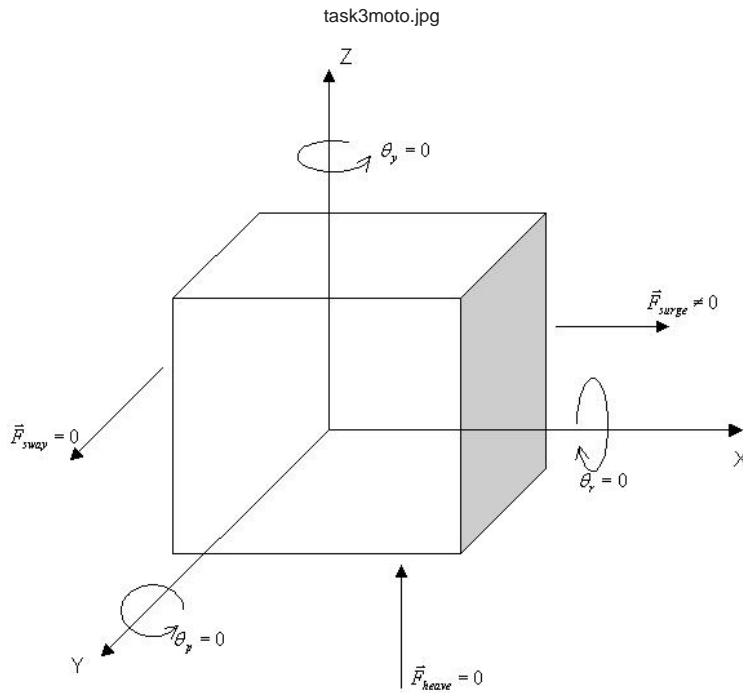


Figura 4.3: Schematizzazione della dinamica del terzo task

sull'errore di posizione.

Considerando la velocità del suono in acqua $c = 1500m/s$ e indicando la posizione desiderata come x_d si ha

$$e_p = x_d - c \frac{t_l}{2} \quad (4.1)$$

4.3 Implementazione del controllore

La dinamica presa in esame é dunque la dinamica relativa alla direzione di surge la quale, come descritto nel cap. 1, risulta essere

$$m\ddot{x} = -k_r \dot{x} - k_{rr} \dot{x}|\dot{x}| + \tau_x + \eta_x \quad (4.2)$$

con m massa del veicolo e τ_x forza motrice (quindi ingresso) dei retro-motori del veicolo.

Come descritto nel lavoro di G. Indiveri cui si fa riferimento [1], i parametri dell'equazione variano a seconda della direzione del moto: considerando una massa pari a 450kg, l'eq. (4.2) può essere divisa in

$$m\ddot{x}_+ = -k_r^+ \dot{x}_+ - k_{rr}^+ \dot{x}_+|\dot{x}_+| + \tau_x^+ + \eta_x^+ \quad (4.3)$$

e

$$m\ddot{x}_- = -k_r^- \dot{x}_- - k_{rr}^- \dot{x}_- |\dot{x}_-| + \tau_x^- + \eta_x^- \quad (4.4)$$

Dalle misurazione effettuate in laboratorio [1], si ottengono i seguenti valori per i parametri

$$k_r^+ = (38 \pm 7)Ns/m \quad k_{rr}^+ = (333 \pm 24)Ns^2/m^2 \quad \eta_x^+ = (0.72 \pm 0.02)$$

$$k_r^- = (53 \pm 7)Ns/m \quad k_{rr}^- = (3347 \pm 24)Ns^2/m^2 \quad \eta_x^- = (0.80 \pm 0.02)$$

Applicando un controllo nullo, il sistema risulta essere divergente, come mostrato in fig. (4.3) La dinamica del sistema descritta dell'eq. (4.2) può

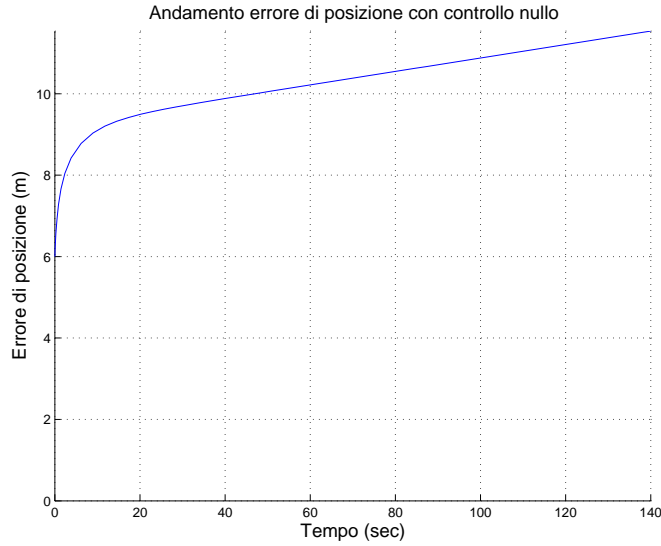


Figura 4.4: Andamento dell'errore di posizione con controllo nullo

essere riscritta come

$$\ddot{x} = f(x, \dot{x}) + u \quad (4.5)$$

dove

$$f(x, \dot{x}) = -k_r \dot{x} - k_{rr} \dot{x} |\dot{x}| + \eta_x \quad (4.6)$$

ed u rappresenta la forza motrice dei propulsori.

Effettuiamo un cambio di coordinate e cerchiamo un afunzione di Lyapunov per sviluppare il controllore, per cui l'eq. (4.5) può essere riscritta come

$$\begin{cases} y_1 = x \\ y_2 = \dot{x} \end{cases} \quad (4.7)$$

da cui si ricava

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = \dot{x} = y_2 \\ \dot{y}_2 = \ddot{x} = f(y_1) + u_x \end{cases} \quad (4.8)$$

Prendiamo una funzione candidata di Lyapunov V definita

$$V = \frac{y_1^2}{2} + \frac{y_2^2}{2} \quad (4.9)$$

semidefinita positiva. Derivandola si ottiene

$$\dot{V} = y_1 y_2 + y_2 f(y_1) + y_2 u \quad (4.10)$$

Scegliendo

$$u = -f(y_1) - y_1 - y_2 \quad (4.11)$$

si ottiene

$$\dot{V} = -y_2^2 \quad (4.12)$$

che risulta essere semidefinita negativa. Per il teorema di Krasovskii [3]

$$y_2 = 0 \Rightarrow \dot{y}_1 = 0 \quad (4.13)$$

da cui

$$\dot{y}_2 = 0 \Rightarrow f(y_1) + u_x = y_1 = 0 \quad (4.14)$$

Quindi $(y_1, y_2) = (0, 0)$ é asintoticamente stabile: definiamo l'errore

$$e_x(t) = x(t) - x_d \quad (4.15)$$

e lo sostituiamo all'eq. (4.5) ottenendo la dinamica dell'errore cui, successivamente, si applica il controllo descritto nell'eq. (4.11). Per la simulazione del task é stato elaborato uno schema Simulink, mostrato in fig. (5.5)

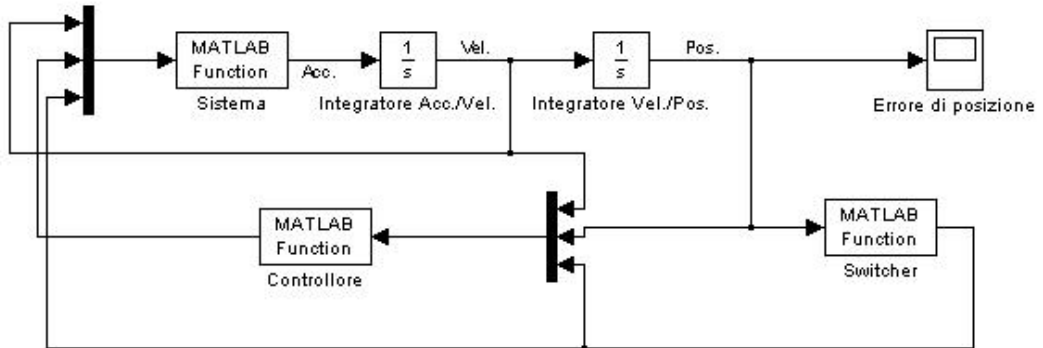


Figura 4.5: Schema Simulink per la simulazione del sistema studiato

Il blocco denominato sistema descrive la dinamica del sistema studiato, ha in entrata la velocità del veicolo, il segnale di controllo e l'uscita del blocco denominato switcher. Quest'ultimo è stato introdotto per simulare la variazione dei parametri della dinamica descritti nelle eq. (4.3) e eq. (4.4) a seconda della direzione di moto del veicolo: in entrata prende la differenza fra posizione attuale e desiderata e in uscita restituisce un booleano utilizzato dal blocco sistema e dal blocco controllore per la scelta dei parametri k_r e $k_r r$.

Il blocco denominati controllore contiene la forma del controllore applicato al sistema: in entrata prende velocità e posizione del veicolo e l'uscita del blocco switcher e restituisce in uscita il segnale di controllo per il sistema. Per dovere di completezza sarebbe stato necessario aggiungere un blocco che simulasse il ritardo temporale di variazione del segnale di controllo dovuto alla necessità di comunicazione fra veicolo ricevente e veicolo trasmittente: ipotizzando i due veicoli perfettamente sincronizzati, si può notare che tale intervallo di latenza risulti essere trascurabile. Se infatti la velocità del suono in acqua è $c = 1500m/s$ e la distanza massima fra veicolo ricevitore e trasmettitore sia stabilita pari a $d = 30m$, il tempo massimo di latenza (in secondi) per la comunicazione risulta essere

$$t_l = \frac{2d}{c} \approx 0.04 \quad (4.16)$$

che può essere considerato influente nella dinamica del sistema.

Date queste premesse, in fig. (4.3) si mostra un tipico andamento dell'errore di posizione

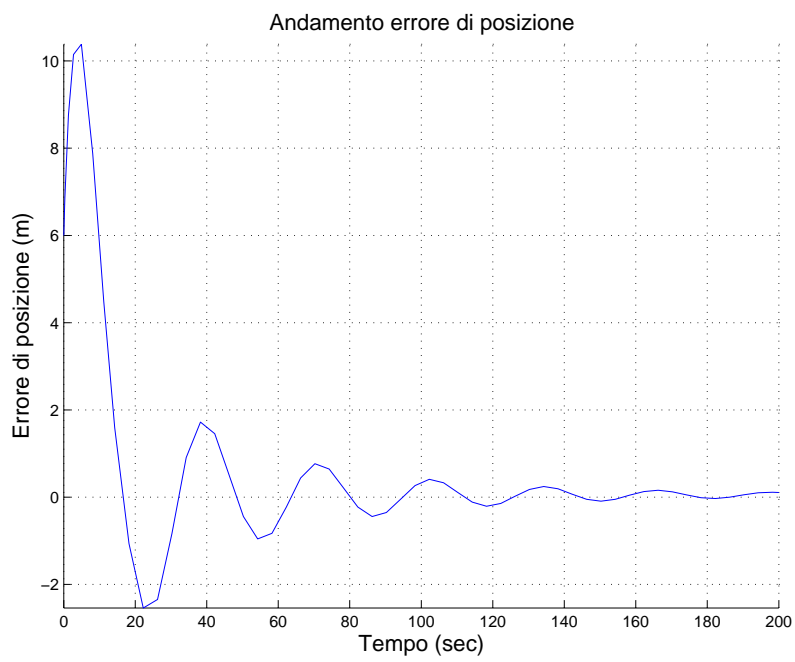


Figura 4.6: Andamento dell'errore di posizione

Bibliografia

- [1] Giovanni Indiveri, *Modelling and Identification of Underwater Robotic Systems* Facoltà di Ingegneria, Università degli Studi di Genova, (1998).
- [2] Lawrence J. Ziomeck, *Acoustic Field Theory and Space Signal Processing* CRC Press,(1995).
- [3] E. Fornasini, G. Marchesini, *Appunti di teoria dei sistemi* Libreria Progetto, Padova, (1994).
- [4] J. N. Newman, *Marine Hydrodynamics* The MIT Press, Cambridge, Massachusetts (1977).
- [5] T. I. Fossen, *Guidance and Control of Ocean Vehicles* John Wiley and Sons, England (1994).
- [6] L.M. Milne-Thomson, *Theoretical Hydrodynamics* Dover Publications, New York, New York (1968).
- [7] D.r.Yorger,J.G.Cooke,J.J.E.Slotine *The influence of thruster dynamics on underwater vehicle behavior and their incorporation into control system* IEEE Jou. Ocean Eng.,(1990).
- [8] I.Schjolberg,T.I Fossen *Modelling and control of underwater vehicle-manipulator systems* In 3rd Conference on Marine Craft Maneuvering and Control, MCM'94, Settembre 1994.
- [9] K.R.Goheen,E.R.Jefferys *The application of alternative modelling techniques to ROV dynamics* IEEE ICRA'90, Maggio 1990
- [10] D.J.Fryxell *Modelling, Identification and control of an Autonomous Underwater Vehicle* Master Thesis,Universidade Tecnica de Lisboa, Istituto Superior Tecnico, 1994.
- [11] W.H.Press,S.A.Teukolsky,W.T.Vetterling e B.P.Flannerly *Numerical Recipes in C*. Cambridge University Press, 1992

- [12] D.J.Fryxell *Lezioni su metodologia backstepping per controlli non lineari*
Nonloso, 1994.