

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PISA

Facoltà di Scienze Matematiche Fisiche e Naturali

CORSO DI LAUREA SPECIALISTICA IN FISICA APPLICATA

ANNO ACCADEMICO 2003 / 2004

Tesi di Laurea Specialistica

**Studio e ottimizzazione di
alcuni parametri nell'ambito
della radiografia a doppia
energia**

Candidato
Giacomo Ciani

Relatore
Dott.^{ssa} Valeria Rosso

Indice

Introduzione	5
1 La radiografia	9
1.1 Principi fisici	9
1.2 Immagine radiografica	10
1.3 Radiografia digitale	11
1.3.1 L'immagine	12
1.3.2 I vantaggi	12
1.4 Parametri di visibilità	14
1.4.1 Contrasto	15
1.4.2 Signal to Noise Ratio (SNR)	17
1.4.3 Esigenza di altri parametri	18
2 La tecnica a doppia energia	23
2.1 Teoria delle tecniche a doppia energia	24
2.1.1 Il coefficiente di attenuazione lineare μ	24
2.1.2 Lo spazio delle attenuazioni logaritmiche	25
2.1.3 Operazioni di proiezione e immagini di sintesi	26
2.1.4 Scomposizione su materiali reali	30
2.2 Uso di sorgenti policromatiche	33
2.2.1 Coefficiente di attenuazione lineare <i>efficace</i>	34
2.2.2 approssimazione <i>quasi monocromatica</i>	35
2.2.3 approssimazione <i>di basso assorbimento</i>	35
2.3 Metodologia sperimentale	37
2.3.1 Correzioni non lineari	38
2.3.2 Efficienza del silicio e altre correzioni	39
2.4 Un esempio	40
3 Apparato sperimentale	43
3.1 Fasci utilizzati	43
3.2 Apparato rivelatore	52

3.2.1	Photon Counting Chip	54
3.2.2	Rivelatore	55
3.2.3	Hardware di read-out	58
3.2.4	Software	58
4	Risultati	59
4.1	Sintesi delle immagini	62
4.1.1	Immagini originali	62
4.1.2	Calibrazione delle basi	65
4.1.3	Proiezioni	67
4.1.4	Incertezza sulle misure	68
4.2	Fantocci	70
4.2.1	Costruzione	70
4.2.2	Confronto fasci	73
4.2.3	Confronto basi	78
4.3	Campioni autoptici	86
4.3.1	Preparazione	86
4.3.2	Immagini	86
5	Conclusioni	97
A	DEIA (Dual Energy Image Analyzer)	103
A.1	Interfaccia principale	104
A.1.1	Gestione delle immagini e dei file di progetto	104
A.1.2	Visualizzazione delle immagini	105
A.1.3	Misure sulle immagini	107
A.1.4	Grafici in funzione dell'angolo di proiezioni	108
A.2	Equalizzazione	108
A.2.1	Immagini originali	109
A.3	Utility	111

Introduzione

La tecnica radiografica si presta a molteplici applicazioni in svariati campi dell'attività umana: fra i più rilevanti ci sono senz'altro le applicazioni mediche, che permettono indagini non invasive e, attraverso programmi di screening, diagnosi precoci.

La natura integrale della misura radiografica comporta però alcuni limiti: in particolare essa porta informazioni sulle proprietà di attenuazione del campione lungo una determinata linea di attraversamento, senza però poter distinguere quanti e quali materiali vi abbiano contribuito, e in che misura. La *tecnica a doppia energia* permette di superare grossa parte di queste limitazioni sfruttando, rispetto alla radiografia tradizionale, un'informazione aggiuntiva, ricavata dall'acquisizione di due immagini dello stesso campione in corrispondenza di energie diverse del fascio incidente: la diversa dipendenza dall'energia del coefficiente di attenuazione lineare di materiali diversi. Come mostrato da Alvarez e Macovsky [2], infatti, nel range di energie utilizzate per applicazioni di diagnostica medica, il coefficiente di attenuazione lineare può essere espresso con buona approssimazione come combinazione lineare di due funzioni dell'energia che tengano conto, rispettivamente, dello scattering Compton e dell'interazione fotoelettrica; i coefficienti della combinazione lineare dipendono dal tipo e dallo spessore del materiale attraversato.

Queste ipotesi consentono di ridursi a lavorare in uno spazio vettoriale nel quale ad ogni binomio materiale-spessore è associato un elemento; inoltre, ad un campione dato dalla sovrapposizione di diversi spessori di vari materiali è associata, nello spazio vettoriale, la somma dei vettori relativi ai singoli costituenti. Il vantaggio di operare in tale spazio sta nella possibilità di eseguire, una volta individuati i vettori che descrivono tutti i punti dell'immagine del campione in esame (ognuno dei quali esibisce caratteristiche di attenuazione diverse, dato che in generale il campione non è uniforme), alcune semplici operazioni di proiezione in grado di produrre immagini di sintesi con proprietà interessanti: è possibile ad esempio il riconoscimento del un materiale che occupa una regione ben individuabile, la sostituzione virtuale di un materiale con un altro (o con il vuoto) o la sintesi di immagini corrispondenti

ad una data energia del fascio incidente; un'operazione di particolare rilievo è inoltre quella che consente di annullare la visibilità relativa di due materiali in un campione di spessore uniforme, in modo che la loro distribuzione non omogenea non costituisca fonte di disturbo per l'individuazione di altri dettagli di interesse.

Lo spazio vettoriale in cui si può lavorare non è unico; nel nostro studio ne abbiamo considerati due: nel primo (che chiamiamo *spazio delle attenuazioni logaritmiche*) si associa ad ogni punto dell'immagine del campione un vettore le cui componenti sono proprio i valori delle attenuazioni logaritmiche misurate sulle due immagini a diversa energia; nel secondo invece (*spazio dei materiali reali*), secondo quanto proposto e dimostrato da Lehman & al. [3], le componenti rappresentano gli spessori di due materiali scelti come base che, sovrapposti, esibiscono le stesse proprietà di attenuazione del punto a cui il vettore è associato. In entrambi gli spazi le proprietà esibite dai vettori in relazione alla composizione del campione nel punto ai quali sono associati sono analoghe, e così i risultati che si possono ottenere tramite operazioni di proiezione; nel secondo spazio si ha però il vantaggio di poter utilizzare delle procedure di calibrazione per determinare i coefficienti dei vettori: se da un lato questo rappresenta una complicazione delle operazioni necessarie per l'applicazione della tecnica, dall'altro permette di svincolarsi dalla necessità di calcoli teorici accurati sulle proprietà dei materiali scelti come base e sulla risposta dell'apparato utilizzato per la radiografia, che vengono "automaticamente" determinati in fase di calibrazione. Inoltre una buona scelta della procedura di calibrazione può consentire di compensare per effetti secondari indesiderati dovuti all'apparato utilizzato e alle condizioni di acquisizione delle immagini, effetti che altrimenti farebbero cadere le ipotesi di applicabilità della tecnica a doppia energia introducendo distorsioni non lineari nella funzione che associa ad ogni punto dell'immagine del campione il relativo vettore.

Appare chiaro che l'applicazione di una tecnica di elaborazione numerica come quella a doppia a energia non può prescindere dalla disponibilità di dati digitali, che peraltro risultano anche più versatili dal punto di vista della visualizzazione, dell'archiviazione e della condivisione; benché sia possibile digitalizzare lastre radiografiche tradizionali, esistono sistemi che permettono l'acquisizione diretta di immagini digitali, con numerosi vantaggi: tra i principali si possono annoverare la potenziale minor rumorosità delle immagini (la procedura di digitalizzazione infatti introduce per suo conto delle fluttuazioni statistiche che vanno ad aggiungersi a quelle proprie dell'immagine radiografica), la linearità della risposta, l'elevato range dinamico e la flessibilità di impiego del sistema di acquisizione.

In questo lavoro di tesi abbiamo verificato l'impatto di alcune variabili sui

risultati ottenuti dall'applicazione della tecnica a doppia energia, con particolare riguardo alla sua applicazione in ambito mammografico, evidenziando eventuali parametri critici e aprendo la strada per una sua ottimizzazione. Utilizzando un set di fantocci di diverso spessore appositamente preparati abbiamo verificato la sensibilità dei risultati al contrasto intrinseco dei campioni, ai fasci utilizzati per ottenere le immagini originali, e alla base scelta per la scomposizione.

Dopo una breve introduzione ai principi della radiografia tradizionale e digitale, con una piccola digressione sui parametri di visibilità (Capitolo 1), si descrive la teoria della tecnica dual energy e il suo adattamento all'utilizzo di fasci policromatici, mettendone in luce gli aspetti di rilievo dal punto di vista applicativo nelle due varianti che utilizzano gli spazi vettoriali cui si è accennato in precedenza (Capitolo 2). Successivamente (Capitolo 3) si descrive l'apparato utilizzato per le acquisizioni, con particolare riguardo per il sistema digitale a conteggio di singolo fotone impiegato. Infine (Capitolo 4) si espongono i risultati ottenuti sui fantocci, usando tre diversi fasci per l'immagine ad alta energia e quattro diverse basi per la scomposizione.

Il lavoro si conclude con l'esposizione di alcuni incoraggianti risultati ottenuti applicando la tecnica ad una serie di campioni di tessuto, alcuni dei quali affetti da patologie.

Capitolo 1

La radiografia

1.1 Principi fisici

Quando la radiazione elettromagnetica attraversa un volume occupato dalla materia, può andare incontro ad una serie di fenomeni di interazione che portano all'assorbimento o alla modifica delle caratteristiche della radiazione incidente; la probabilità di interazione, dovuta a tutti i vari fenomeni possibili, è costante in ogni spessore infinitesimo dz attraversato, e prende il nome di *coefficiente di attenuazione lineare* (indicato in genere con la lettera greca μ) del materiale, che esprime in sostanza la sezione d'urto totale del materiale in relazione alla radiazione considerata. Sotto queste ipotesi possiamo scrivere un'equazione differenziale per la fluenza $\phi(z)$ (cioè il numero di fotoni incidenti per unità di tempo e di superficie) del fascio "residuo" (che non ha cioè subito interazione):

$$\phi(z + dz) - \phi(z) = \mu\phi(z)dz \Rightarrow \frac{d\phi(z)}{dz} = -\phi(z)\mu \quad (1.1)$$

che ha come soluzione, imponendo $\phi(0) = \phi_0$,

$$\phi(z) = \phi_0 e^{-\mu z} \quad (1.2)$$

Osserviamo che quanto sopra scritto vale solo per radiazione monocromatica, essendo in realtà $\mu = \mu(E)$. Notiamo inoltre che la 1.2 vale anche (e con lo stesso valore di μ) per l'intensità $I(z)$, essendo questa proporzionale, per una radiazione monocromatica, alla fluenza.

Per tutti i materiali, $\mu(E)$ è una funzione decrescente dell'energia, e la maggior parte di essi risultano "abbastanza" trasparenti alla radiazione X : questo suggerisce che, misurando la quantità (non trascurabile) di radiazione che non ha interagito nell'attraversamento di un campione, si possano raccogliere informazioni sulla composizione dello stesso.

1.2 Immagine radiografica

Produrre un'immagine radiografica significa, nella sua accezione più generica, effettuare la misura suggerita alla fine del paragrafo precedente in tutti i punti di una sezione trasversale del fascio di raggi X , dopo che questo ha attraversato il campione di interesse. Tradizionalmente questo viene realizzato esponendo una lastra di materiale sensibile al fascio uscente dal campione, in modo simile, per certi versi, a quello che si fa in fotografia (nella quale però si lavora con radiazione riflessa, e non trasmessa, dal soggetto, utilizzando peraltro sistemi ottici che invece non si utilizzano in radiografia).

Se ci si riduce a lavorare nella zona di risposta lineare della pellicola, il logaritmo dell'annerimento di quest'ultima è proporzionale a quello della radiazione emergente dal campione. Poiché ci si mette in condizioni in cui si suppone uniforme il fascio incidente su tutta l'area di interesse, il logaritmo della radiazione emergente rappresenta a sua volta una misura dell'*attenuazione logaritmica* 'M', definita come:

$$M = -\ln \frac{I}{I_0} = \mu x \quad (1.3)$$

dove, nel caso che il fascio abbia attraversato n materiali, μ è la media dei rispettivi coefficienti di attenuazione, pesata sugli spessori relativi in relazione a quello totale x :

$$\begin{aligned} I(x) &= I(x_1 + x_2 + \dots + x_n) = I_0 e^{-\mu_1 x_1} e^{-\mu_2 x_2} \dots e^{-\mu_n x_n} = \\ &= I_0 e^{-(\mu_1 \frac{x_1}{x} + \mu_2 \frac{x_2}{x} + \dots + \mu_n \frac{x_n}{x})x} = I_0 e^{-\mu x} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \mu = \mu_1 \frac{x_1}{x} + \mu_2 \frac{x_2}{x} + \dots + \mu_n \frac{x_n}{x} \end{aligned} \quad (1.4)$$

Scattering

Finora abbiamo considerato di rivelare, al di là del campione, solo i fotoni che non abbiano interagito con esso (fotoni *primari*); questo presuppone che tutte le interazioni diano luogo ad *assorbimento* della radiazione o a *backscattering* (cioè scattering con radiazione emergente che abbia proiezione negativa della velocità sull'asse del fascio incidente). Sul rivelatore arrivano però anche fotoni *secondari* che hanno subito scattering, coerente o incoerente, all'interno del campione, ma che hanno variato la direzione di propagazione di un angolo inferiore a $\pi/2$. In ogni punto (x, y) dell'immagine si misura allora una fluenza

$$\phi(x, y) = \phi_0 e^{-\int \mu(x, y, z) dz} + \int S(x, y, \omega) d\omega \quad (1.5)$$

dove $S(x, y, \omega)$ rappresenta la fluena di fotoni secondari, per unità di angolo solido e di superficie, che giungono nel punto (x, y) dalla direzione ω .

La funzione $S(x, y, \omega)$, sconosciuta nella maggior parte dei casi, varia molto a seconda delle caratteristiche geometriche e fisiche del campione, e costituisce un'evidente fonte di rumore per la misura della fluena, poiché aggiunge un contributo ignoto e proveniente da zone diverse del campione rispetto a quella indagata. L'unico modo per ridurre l'entità di tale contributo è l'utilizzo di sistemi di collimazione, che "filtrano" i soli fotoni che si propagano nella stessa direzione del fascio incidente; la realizzazione di questi sistemi è però tutt'altro che semplice, e richiede lavorazioni meccaniche di alta precisione e, nel caso di sensori digitali che già presentino una struttura a matrice, procedure di allineamento accuratissime.

Fortunatamente nelle nostre condizioni sperimentali (campioni di basso spessore e senza grosse disomogeneità) si può considerare la funzione $S(x, y, \omega)$ lentamente variabile in x e y e di entità comunque piuttosto limitata: d'ora in poi ignoreremo quindi la presenza dello scattering, ipotizzando che l'errore così commesso sia piccolo.

1.3 Radiografia digitale

Abbiamo già accennato al fatto che la radiografia tradizionale si basa sull'esposizione di una lastra fotosensibile alla radiazione emergente dal campione. Come però è successo e sta succedendo in molti altri settori, in gran parte grazie agli enormi e rapidi progressi della tecnologia informatica, la prospettiva di poter lavorare in un ambiente digitale promette grandi vantaggi in termini di capacità e velocità di archiviazione, condivisione e, soprattutto, elaborazione delle immagini.

Benché un tale obiettivo sia raggiungibile attraverso una procedura di digitalizzazione delle lastre tradizionali (che comunque introduce ulteriore rumore, pari al minimo alle fluttuazioni poissoniane della sorgente utilizzata per la scansione), negli ultimi tempi si stanno concentrando molti sforzi sullo sviluppo di sensori in grado di acquisire direttamente immagine digitali: questo, oltre a rendere più facile e immediata la disponibilità di un'immagine radiografica digitale, permette anche di ottenere alcuni vantaggi in fase di acquisizione, sfruttando caratteristiche e flessibilità non accessibili alla radiografia su pellicola.

1.3.1 L'immagine

In questo lavoro ci riferiamo con il termine “immagine digitale” ad una generica matrice bidimensionale di valori, che può poi essere convertita in una vera e propria immagine (visibile dall'occhio umano) da un'opportuno dispositivo di visualizzazione. Data una distribuzione bidimensionale continua di una quantità fisica Q , la corrispondente “immagine digitale” si descrive quindi con una matrice I in cui il valore di ogni elemento $I_{i,j}$, che prende il nome di *pixel*, è la media di Q nella corrispondente zona dell'immagine.

$$I_{i,j} = \int_{X(i)}^{X(i+1)} \int_{Y(j)}^{Y(j+1)} Q(x,y) dy dx \quad (1.6)$$

dove $X(i)$ e $Y(j)$ sono trasformazioni lineari che legano gli indici i e j alle coordinate dei punti della distribuzione. Tali trasformazioni sono determinate dalla dimensione scelta per la matrice I in relazione all'area che essa deve descrivere e dal posizionamento relativo tra le due.

1.3.2 I vantaggi

Il modo informatico ormai ci ha abituati alla velocità e alla comodità con la quale si possono archiviare, ricercare, duplicare, trasmettere e condividere dati digitali; questo ovviamente si applica anche alle immagini radiografiche, che peraltro risultano più facilmente integrabili nei sistemi informatici di gestione dello stato e della storia clinica dei pazienti, che stanno ormai prendendo piede negli ospedali. Ma il principale vantaggio che deriva dall'aver a disposizione dati digitali consiste nelle praticamente illimitate possibilità di elaborazione che si prospettano, grazie anche alla disponibilità di hardware “general purpose” (i comuni personal computer, ad esempio) che stanno diventando, a ritmi sorprendenti, sempre più potenti ed economici; a questo si aggiunge la possibilità di mantenere completamente separati, in modo facile, i dati dalla loro rappresentazione visuale, potendo così ottimizzare quest'ultima mentre si mantiene la piena capacità di elaborazione dei primi.

Ma un quadro di gestione interamente informatica della radiografia non può prescindere dallo sviluppo di sensori che siano in grado di acquisire direttamente l'immagine digitale. Oltre che chiari benefici in termini di economicità e velocità di produzione della radiografia, l'uso di tali sensori porta, comparato all'uso della tradizionale pellicola, altri vantaggi in fase di acquisizione:

- **Elevato range dinamico:** la *densità ottica*¹ della pellicola in funzione del logaritmo dell'esposizione (che è proporzionale all'attenuazione logaritmica definita in 1.3) ha un'andamento del tipo rappresentato in figura 1.1; appare evidente che, a causa di una densità massima (dovuta a limiti chimico-fisici dei materiali impiegati) e di una densità minima (dovuta a reazioni spontanee che portano ad un lieve annerimento anche in assenza di esposizione) raggiungibili dalla pellicola, il range di valori misurabili è limitato approssimativamente all'intervallo $[Exp_{min}, Exp_{max}]$. Sebbene non sia possibile fare un discorso indipendente dalla tecnologia utilizzata e dalla specifica implementazione, nei sensori digitali, se un limite inferiore ai valori misurabili può essere imposto dal rumore del sistema, il limite superiore è invece controllabile in modo più diretto dai parametri costruttivi dell'apparato ed è assai più elevato di quello raggiungibile con le pellicole.
- **Linearità della risposta:** dalla figura 1.1 si vede anche chiaramente che, per ottenere una risposta approssimativamente lineare indispensabile per la massimizzazione del contrasto e per una corretta interpretazione dell'immagine, è necessario ricondursi a lavorare in un intervallo piuttosto ristretto intorno ad un preciso valore di esposizione (dipendente dalle caratteristiche della pellicola). La maggior parte dei sensori digitali esibisce invece una risposta lineare alla quantità fisica misurata (l'energia incidente o il numero di fotoni) in tutto il range dinamico.
- **Maggiore efficienza:** uno dei problemi della pellicola è la scarsissima efficienza, che può essere aumentata con l'uso di schermi di rinforzo a scapito però della risoluzione spaziale. La possibilità di utilizzare materiali pesanti (alta densità e alto numero atomico) nella costruzione dei rivelatori per sensori digitali consente invece di raggiungere elevate efficienze e di ridurre quindi in modo considerevole, a parità di fotoni rivelati, l'esposizione, e con essa la dose assorbita dal paziente.
- **Flessibilità dei parametri di acquisizione:** i sensori digitali presentano in genere un certo numero di parametri operativi sui quali si può agire con facilità per adattarne il funzionamento ad esigenze specifiche.

¹La densità è una misura, su scala logaritmica, di quanto la pellicola è "annerita", od "opaca", ed è definita come il logaritmo del rapporto tra l'intensità del fascio emergente e quella del corrispondente fascio incidente sulla pellicola sviluppata: $D = \log_{10}\left(\frac{I}{I_0}\right)$

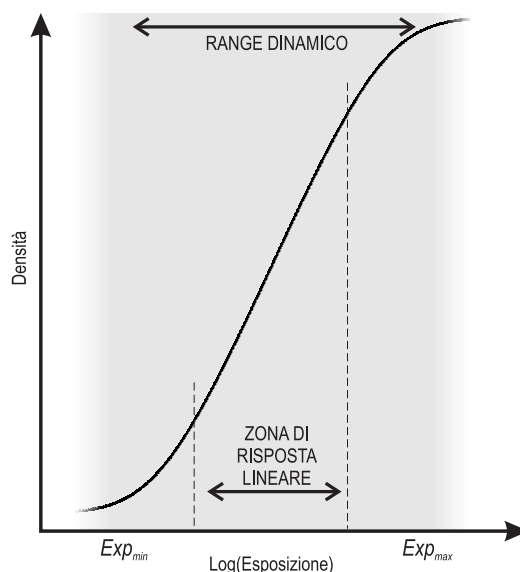


Figura 1.1: Andamento qualitativo della densità ottica della pellicola in funzione del logaritmo dell'esposizione. Sono indicati il range dinamico (cioè la zona compresa fra la sensibilità minima e la saturazione) e la regione di risposta approssimativamente lineare

1.4 Parametri di visibilità

Se si vogliono dare stime quantitative sulla qualità delle immagini radiografiche e sulla visibilità dei particolari di interesse, appare indispensabile definire parametri oggettivi opportuni. Il compito non risulta però facile, sia per i molti fattori che entrano in gioco, sia per il carattere soggettivo di alcuni di essi; a questo si aggiunge il fatto che molte delle considerazioni valide nell'ambito della radiografia tradizionale analogica non si applicano alle immagini digitali, sulle quali si hanno possibilità di intervento diverse e molto più ampie.

In un'immagine radiografica, l'informazione sulla composizione del campione è rappresentata dal numero di fotoni emersi dopo averne attraversato le diverse zone, numero che è proporzionale alla fluensa del fascio incidente e al tempo di esposizione:

$$N \propto \phi \cdot t_{exp} \quad (1.7)$$

Quello che siamo interessati a quantificare è la capacità di distinguere due zone dell'immagine (alle quali nel seguito ci riferiremo con i nomi di *dettaglio* e *sfondo*²) sulle quali si registrano i conteggi N_d e N_s .

²spesso nelle immagini radiografiche siamo interessati ad individuare una qualche "ano-

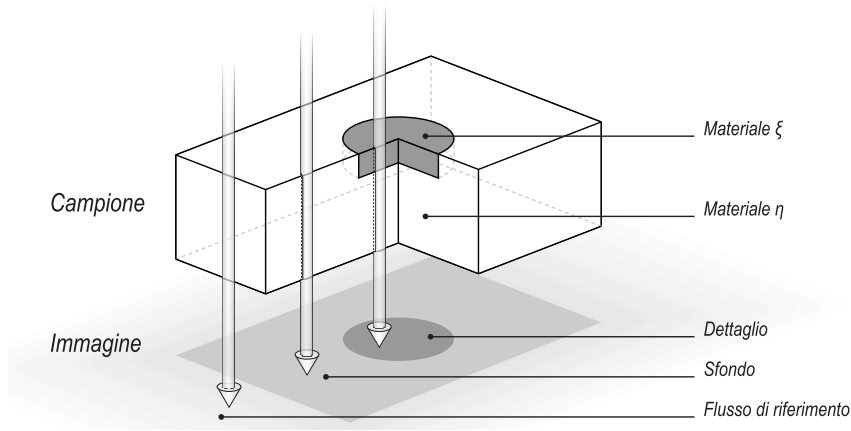


Figura 1.2: Esempio schematico di campione composto da un materiale uniforme nel quale sia immerso un “dettaglio” di diversa composizione.

Nel seguito, per illustrare meglio i diversi parametri e le loro caratteristiche, considereremo spesso il caso specifico, illustrato in figura 1.2, di un campione nel quale lo sfondo sia rappresentato da uno spessore s di materiale η in una regione limitata del quale si trovi immerso uno spessore x di materiale ξ .

1.4.1 Contrasto

Il parametro di visibilità al quale si fa tradizionalmente più riferimento è il *contrasto*, definito come

$$\tilde{C} = \frac{|N_s - N_d|}{N_s} \quad (1.8)$$

Nel caso particolare di figura 1.2, sostituendo ai valori di N_s e N_d le loro espressioni in funzione del numero di fotoni incidenti N_0 , otteniamo per il contrasto la forma:

$$\tilde{C} = \frac{|N_0 e^{-\mu_\eta s} - N_0 e^{-(\mu_\eta(s-x) + \mu_\xi x)}|}{N_0 e^{-\mu_\eta s}} = |1 - e^{-(\mu_\xi - \mu_\eta)x}| \quad (1.9)$$

malia”, in genere piccola, all’interno di zone più o meno uniformi; pensando a queste situazioni appare chiara l’origine dei termini qui introdotti, così come il loro utilizzo in relazione alle diverse parti dell’immagine

che come si vede non dipende dalle caratteristiche del fascio incidente e dal tempo di esposizione, ma solo dallo spessore del dettaglio e dalla differenza dei coefficienti di attenuazione tra questo e lo sfondo.

Il contrasto così definito dipende dalle caratteristiche fisiche del campione in esame, ed è quindi una misura della visibilità *intrinseca* del dettaglio, indipendentemente dalle peculiarità del sistema di imaging utilizzato. Ciononostante, nella radiografia tradizionale su pellicola, esso rappresenta anche un buon indice della visibilità *sull'immagine*: supponendo infatti di lavorare nella zona di risposta lineare della pellicola, c'è una relazione di proporzionalità tra l'oscuramento di un punto dell'immagine e in numero di fotoni ivi raccolti³; questo significa che il contrasto C che si ottiene dall'immagine è proporzionale a quello definito nella 1.8.

Quando però si tratta con immagini digitali (indipendentemente dal fatto che siano acquisite direttamente da un sensore digitale o che siano ottenute dalla digitalizzazione delle lastre tradizionali), le operazioni di traslazione e scala sui valori di luminosità dei pixel dell'immagine diventano, al contrario di quel che accade con la pellicola, estremamente semplici, e anzi spesso necessarie per far rientrare la dinamica dei valori di interesse in quella delle intensità riproducibili dai dispositivi, che in genere è piuttosto ristretta. Questo fa perdere efficacia al contrasto come parametro di visibilità, dato che il suo valore sull'immagine può essere alterato arbitrariamente e non risulta più determinato dalle caratteristiche del campione in esame. Per convincersi di ciò, è sufficiente immaginare di assegnare ad ogni pixel un valore di luminosità L che sia funzione del numero N di conteggi rilevati su tale pixel in base alla semplice relazione:

$$L = N - n \quad (1.10)$$

dove n è un parametro arbitrario. Il contrasto $C(n)$ calcolato sui valori di luminosità dell'immagine diventa:

$$C(n) = \frac{|L_s - L_d|}{L_s} = \frac{|N_s - N_d|}{N_s - n} \cdot \frac{N_s}{N_s} = \tilde{C} \frac{N_s}{N_s - n} \quad (1.11)$$

È facile vedere quindi che, indipendentemente dal valore di \tilde{C} , il valore di $C(n)$ può essere reso grande a piacere con opportune scelte del parametro n (eccetto che nel caso triviale $\tilde{C} = 0$). Se allora \tilde{C} è un buon parametro per giudicare la visibilità "intrinseca" di un particolare, non si può dire altrettanto del suo corrispettivo C calcolato sull'immagine trattata, che non è più definito in modo univoco per un dato campione.

³In realtà c'è proporzionalità tra l'oscuramento dell'immagine e l'energia rilasciata dal fascio, che però a sua volta è proporzionale al numero di fotoni se è fissa la distribuzione in energia di questi ultimi

1.4.2 Signal to Noise Ratio (SNR)

Nel paragrafo precedente, introducendo il contrasto, ci siamo riferiti ai conteggi rilevati nelle diverse zone dell'immagine come a numeri ben determinati dalla fluena del fascio incidente, dal tempo di esposizione e dalle caratteristiche del campione attraversato. In realtà però i conteggi rilevati sull'immagine, anche in corrispondenza di un campione omogeneo e con un fascio incidente uniforme su tutta l'area, sono soggetti a fluttuazioni, dovute sia alla natura statistica dei fenomeni di interazioni radiazione-materia (che intervengono nella generazione del fascio, nella sua attenuazione e, infine, nella sua rivelazione), sia ad errori introdotti dal sistema di rivelazione (sia esso la tradizionale pellicola o un sensore digitale con la necessaria elettronica). Questo implica che il dato di interesse, su una zona A dell'immagine corrispondente ad una porzione *uniforme*⁴ del campione, è il valor medio dei conteggi che vi si registrano, e il rumore di tale misura è rappresentato dalla loro deviazione standard.

In tale contesto una valutazione della visibilità del particolare non può prescindere dalla relazione che c'è tra il segnale, cioè la differenza $|N_s - N_d|$ e il rumore che lo accompagna, cioè la fluttuazione dei conteggi intorno ad ognuno dei valor medi. Un parametro che tiene conto di questi fattori è appunto l'*SNR* (acronimo per Signal to Noise Ratio), definito in modo generale come

$$SNR = \frac{|N_s - N_d|}{\sqrt{\sigma_s^2 + \sigma_d^2}} \quad (1.12)$$

dove σ_s e σ_d sono le deviazioni standard delle distribuzioni dei conteggi, rispettivamente, sullo sfondo e sul dettaglio. Al contrario del contrasto C , questo parametro misura la visibilità del dettaglio sull'immagine, e non quella intrinseca dovuta solo alle caratteristiche fisiche del campione; allo stesso tempo ha il pregio di essere indipendente dalle operazioni di scala e traslazione che si possono effettuare sui valori di luminosità. Consideriamo infatti la generica trasformazione, tra conteggi e luminosità dell'immagine, data da

$$L = a(N - n) \quad (1.13)$$

e calcoliamo l'*SNR* sui valori di L così ottenuti:

$$SNR = \frac{|L_s - L_d|}{\sqrt{\sigma_{L,s}^2 + \sigma_{L,d}^2}} = \frac{|a(N_s - n) - a(N_d - n)|}{\sqrt{a^2\sigma_s^2 + a^2\sigma_d^2}} = \frac{|N_s - N_d|}{\sqrt{\sigma_s^2 + \sigma_d^2}} \quad (1.14)$$

⁴qui per *uniforme* si intende che, limitatamente ad una certa area, non presenta variazioni in senso trasversale rispetto alla direzione di incidenza del fascio, il quale deve incontrare la stessa composizione del campione in ogni punto dell'area considerata.

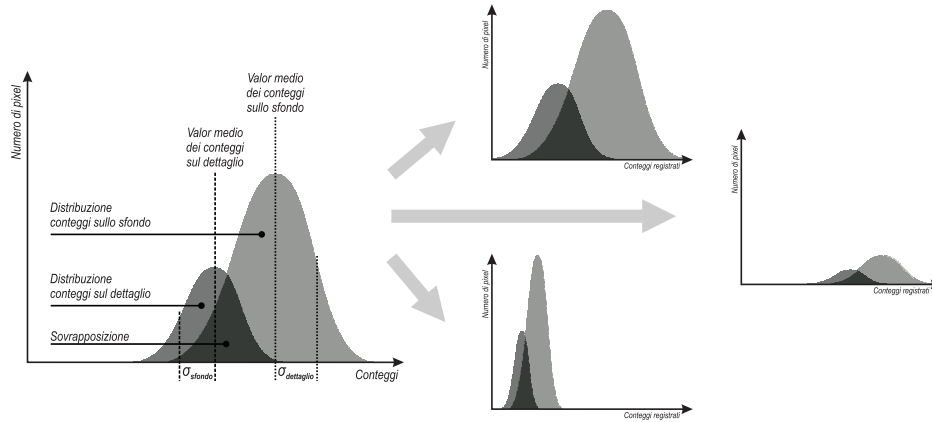


Figura 1.3: Esempio di distribuzione dei conteggi dei pixel per un'immagine composta da un dettaglio immerso in sfondo uniforme. Così come appare chiaro che le fluttuazioni statistiche portano ad una sovrapposizione delle distribuzioni relative a sfondo e dettaglio che possono comprometterne la visibilità, è anche evidente che tale sovrapposizione non è eliminabile con semplici trasformazioni di scala e traslazione dei valori dei conteggi.

Dove

$$\sigma_{L,i}^2, \quad i = s, d \quad (1.15)$$

è la varianza dei valori di L , per la quale vale:

$$\begin{aligned} \sigma_{L,i}^2 &= \overline{L^2} - \bar{L}^2 = \overline{a^2(N-n)^2} - \overline{a(N-n)}^2 = \\ &= a^2(\overline{N^2} + n^2 - 2n\bar{N} - \bar{N}^2 - n^2 + 2n\bar{N}) = a^2\sigma_i \end{aligned} \quad (1.16)$$

Come si vede, l'espressione 1.14 è esattamente equivalente alla 1.12 e del tutto indipendente dai parametri a ed n della trasformazione.

Un'immagine pittorica che può chiarire la situazione è fornita dalla figura 1.3: le due zone del dettaglio e dello sfondo hanno ognuna una distribuzione dei conteggi con valor medio N_s e N_d e deviazione standard σ_s e σ_d . Così come appare ovvio che ciò che impedisce la completa discriminazione tra le due distribuzioni è la loro sovrapposizione, risulta anche evidente che semplici trasformazioni dell'asse x in se stesso non sono in grado di modificarne l'entità. Essendo in qualche modo l'SNR misura di tale sovrapposizione, esso risulta un buon parametro per valutare la visibilità del dettaglio.

1.4.3 Esigenza di altri parametri

Cercando un metodo affidabile per misurare la visibilità di un dettaglio, l'obiettivo ideale a cui si punta è quello di ottenere un parametro il cui

valore sia confrontabile con una scala assoluta per determinarne il significato; al limite estremo, quello che si vorrebbe ottenere è poter stabilire un valore di soglia che determini quali dettagli siano distinguibili e quali no. Anche senza considerare che la capacità di discriminazione di un osservatore umano è estremamente soggettiva, appare ovvio che il compito che ci si prefigge è assai complesso, e l'SNR risulta purtroppo un parametro ancora piuttosto lontano dal comportamento ideale. Dei numerosi fattori che influenzano la visibilità e che non sono presi in considerazione dall'SNR, alcuni risultano particolarmente evidenti:

- **estensione del dettaglio:** con particolare riferimento ad un contesto, quello dell'imaging digitale, in cui esiste un elemento minimo dell'immagine (il pixel), è chiaro che l'estensione del particolare in relazione ad esso gioca un ruolo importante nella sua visibilità. Senza entrare nel merito di calcoli statistici, questa osservazione piuttosto intuitiva può essere giustificata principalmente alla luce di due considerazioni, particolarmente evidenti nel caso di un'immagine in cui le due distribuzioni dei conteggi su sfondo e dettaglio siano molto sovrapposte: la prima riguarda il fatto che minore è il numero di pixel che compongono il dettaglio, maggiore è la probabilità che tutti (o molti di essi) ricadano nella zona di sovrapposizione delle due distribuzioni, rendendolo di fatto indistinguibile dallo sfondo. L'altra considerazione, legata a doppio filo con la prima, riguarda la capacità del cervello umano di mediare le intensità su una certa area: maggiore è l'estensione del dettaglio, più facile sarà per l'osservatore valutarne più o meno consciamente il valor medio e distinguerlo quindi da quello dello sfondo.
- **differenza fra le distribuzioni:** immaginiamo il caso estremo in cui particolare e dettaglio presentino lo stesso valor medio, ma varianze significativamente diverse (per rendere più evidente la cosa possiamo anche immaginare che una delle due sia prossima allo zero): il valore dell'SNR risulta 0, ma è evidente che il dettaglio è tanto più distinguibile quanto più le varianze sono diverse. Consideriamo anche il confronto tra due immagini che presentino stessa differenza (piccola) tra i valor medio di dettaglio e sfondo, e stessa somma Σ delle varianze, che risultino però uguali tra loro in una delle due immagini e molto diverse nell'altra (possiamo ad esempio immaginare che nella prima immagine siano entrambe uguali a $\Sigma/2$, mentre nella seconda siano una uguale a 0 e l'altra a Σ): l'SNR assume lo stesso valore su entrambe le immagini, ma è intuitivo che nell'immagine in cui una delle due varianze è pari a 0 il dettaglio risulti più visibile. In generale, poiché i pixel del dettaglio

sono tra loro adiacenti, e non distribuiti su tutta l'immagine, il cervello ha la capacità di riconoscerne l'area anche in base ad una semplice variazione dell'entità delle fluttuazioni, pur essendo i valori medi molto simili, o addirittura uguali.

- **forma del dettaglio:** benché questo sia un fattore molto difficile da considerare, è innegabile che forme regolari e “compatte” risultino più riconoscibili di forme irregolari e frastagliate, a tutto vantaggio della visibilità del particolare.

Nonostante quelli sopra elencati siano solo alcuni dei parametri che entrano in gioco nel determinare l'effettiva visibilità di un dettaglio, bastano a dare l'idea di come si presenti difficile il compito di mettere a punto un parametro affidabile per questo scopo.

Vale la pena sottolineare, inoltre, come possa risultare difficile, anche dopo aver individuato un parametro critico, riprodurre il giusto impatto che esso ha sulla visibilità. Per tener conto dell'influenza dell'estensione del dettaglio si potrebbe ad esempio definire l'*aSNR* (*area Signal to Noise Ratio*) nel seguente modo:

$$aSNR = \frac{|N_s - N_d|}{\sqrt{\sigma_s^2/A_s + \sigma_d^2/A_d}} \quad (1.17)$$

dove A_s e A_d sono le aree (misurate in numero di pixel) di segnale e background. L'*aSNR* tiene conto in prima approssimazione del fatto che, se le aree da confrontare a parità di altri fattori sono più estese, la capacità di discriminarle è maggiore. Se però si scalano le aree di un fattore α , si vede che l'*aSNR* varia proporzionalmente a $\sqrt{\alpha}$; quello che invece ci aspetteremmo è una funzione più o meno costante per aree superiori ad una certa soglia (da determinare), il cui valore scenda poi molto rapidamente quando ci si avvicina ad aree unitarie: nel caso limite in cui un particolare sia costituito da un singolo pixel è infatti molto difficile riuscire a capire se il particolare valore di quel pixel è dovuto alla presenza del dettaglio o ad una fluttuazione casuale dei conteggi dello sfondo.

È inoltre doveroso osservare che la determinazione dei fattori critici, di come questi influenzino la visibilità e di una scala di riferimento assoluta che determini la distinguibilità di un dettaglio in base ai valori assunti dai parametri elaborati, non può prescindere da uno studio statistico su un gruppo di osservatori umani.

Per concludere, l'*SNR* da noi utilizzato per quantificare i risultati ottenuti nel nostro studio, sebbene si possa considerare idoneo a tale scopo in considerazione del fatto che serve a confrontare tra loro immagini con caratteristiche molto simili, non rappresenta un indicatore di visibilità affidabile

per confrontare immagini eterogenee; risulta quindi chiara l'esigenza di elaborare un parametro più realistico per valutare, in futuro, risultati ottenuti su immagini di campioni non artificiali; un tale obiettivo richiede però uno studio approfondito che esula dagli obiettivi di questo lavoro di tesi.

Capitolo 2

La tecnica a doppia energia

La radiografia convenzionale rappresenta oggi un validissimo mezzo di indagine clinica, e il più usato sistema di imaging diagnostico non invasivo. Esso presenta però alcuni limiti intrinseci che ne riducono il campo di utilizzo e l'affidabilità dei risultati. Uno di questi limiti è legato alla natura *integrale* della misura: l'informazione veicolata dal fascio emergente riguarda l'attenuazione totale che il fascio stesso ha subito nell'attraversamento dei diversi materiali che compongono il campione, ma niente dice sulla loro natura e sugli spessori reciproci. In particolare, è possibile che combinazioni diverse di materiali e relativi spessori diano luogo alla stessa attenuazione, inficiando la capacità discriminativa dell'immagine radiografica.

Il fascio emergente porta però un'informazione ulteriore, che spesso viene trascurata: esso mostra l'attenuazione dei materiali attraversati in relazione all'energia del fascio incidente. Sfruttando tale caratteristica si possono ricavare ulteriori dati dalle immagini radiografiche, aumentandone così la capacità di distinguere campioni di composizione diversa e ampliandone quindi il campo di applicazione e l'accuratezza dei risultati.

A partire da due immagini radiografiche dello stesso soggetto, acquisite a diverse energie medie del fascio incidente¹, si possono infatti sintetizzare altre immagini con particolari caratteristiche atte a massimizzare la visibilità dei particolari di interesse; le varie tecniche che si utilizzano a questo scopo prendono genericamente il nome di tecniche *a doppia energia* (o tecniche *dual energy*). Sfruttando il fatto che i coefficienti di assorbimento di materiali diversi hanno una diversa dipendenza dall'energia, si possono ad esem-

¹Ci siamo riferiti all'energia media perché, nonostante la teoria delle tecniche dual energy si applichi rigorosamente solo ad immagini acquisite con una sorgente monocromatica, ciò non è in pratica realizzabile nella maggior parte delle applicazioni di interesse, in cui si usano per lo più tubi radiogeni. In seguito esporremo i problemi e le tecniche inerenti l'utilizzo di fasci policromatici.

pio ottenere immagini in cui uno specifico materiale appaia completamente “trasparente” alla radiazione X.

Le applicazioni di questo tipo di tecniche sono molteplici, e di grande interesse soprattutto in fisica medica: in linea teorica è infatti possibile identificare materiali diversi, innalzare la visibilità di certi particolari o eliminarne altri che rappresentano invece una fonte di rumore per l’indagine di interesse, nonché ottenere immagini monoenergetiche corrispondenti ad una qualsiasi energia del fascio incidente.

Nel presente capitolo verrà esposta dapprima la teoria che sta alla base di tutte le tecniche dual energy, poi si passerà a descrivere il particolare metodo da noi adottato.

2.1 Teoria delle tecniche a doppia energia

2.1.1 Il coefficiente di attenuazione lineare μ

Molti sono i fenomeni dei quali si deve tener conto quando si considera l’interazione radiazione-materia. Alvarez e Macovsky, in un lavoro della metà degli anni ’70 [2], hanno però mostrato che, nel range energetico utilizzato in radiografia diagnostica e al di sopra del *k-edge*, il coefficiente di attenuazione massica può essere espresso con ottima precisione come combinazione lineare di due funzioni che rendano conto dello scattering Compton e dell’interazione fotoelettrica. Possiamo quindi scrivere:

$$\frac{\mu(E)}{\rho} \simeq (a_c f_c(E) + a_p f_p(E)) \quad (2.1)$$

dove $f_c(E)$ e $f_p(E)$ rappresentano la dipendenza dall’energia, rispettivamente, della componente di scattering Compton e dell’effetto fotoelettrico; a_c e a_p sono coefficienti propri del materiale in esame e ρ la sua densità.

Riguardo alla componente di scattering Compton, il coefficiente a_c è dato dalla densità elettronica per unità di massa N_e , che nel caso di elementi chimici puri² è definita come

$$a_c = N_e \equiv \frac{Z}{A} N_A \quad (2.2)$$

con Z , A e N_A , rispettivamente, il numero atomico, la massa atomica e il

²Quando, come nella maggior parte dei casi, si ha a che fare con composti o miscugli, è necessario utilizzare le opportune quantità ottenute dalla media pesata sui vari elementi presenti

numero di Avogadro; $f_c(E)$ è invece la funzione di Klein-Nishina

$$f_c(\gamma) = 2\pi r_0 \left(\frac{1+\gamma}{\gamma^2} \left(\frac{2(1+\gamma)}{1+2\gamma} - \frac{1}{\gamma} \ln(1+2\gamma) \right) + \frac{1}{2\gamma} \ln(1+2\gamma) - \frac{1+3\gamma}{(1+2\gamma)^2} \right) \quad (2.3)$$

$$\gamma = E/510.975 \text{ keV}$$

La componente di assorbimento fotoelettrico si considera invece globalmente ben approssimata dall'espressione

$$a_p f_p(E) \simeq N_e C_p \frac{Z^{3.8}}{E^{3.2}} \quad (2.4)$$

dove $C_p = 9.8 \times 10^{-24}$ se E è espressa in keV.

È chiaro a questo punto come, inserendo nella 2.1 il valore di μ misurato per due diversi valori dell'energia, sia possibile ricavare i valori delle quantità ρa_c e ρa_p : da esse si può scrivere un sistema nelle variabili peso atomico, numero atomico e densità, e risalire al valore di due di esse conoscendo quello della terza.

2.1.2 Lo spazio delle attenuazioni logaritmiche

Quanto appena detto risulta ben evidente, ad esempio, esplicitando la forma dell'attenuazione logaritmica M (definita in 1.3) di un campione di materiale di spessore S per due diversi valori dell'energia $E_l < E_h$: si ottiene in tal modo un sistema di due equazioni lineari nelle incognite a_c e a_p

$$\begin{cases} M_l = \mu(E_l)S = \rho(a_c f_c(E_l) + a_p f_p(E_l))S \\ M_h = \mu(E_h)S = \rho(a_c f_c(E_h) + a_p f_p(E_h))S \end{cases} \quad (2.5)$$

che ammette una ed una sola soluzione una volta che si siano misurati i valori di M_l e M_h per il campione d'interesse (e ipotizzando di conoscerne la densità ρ e lo spessore S).

Ne segue che anche due valori dell'attenuazione logaritmica sono sufficienti a caratterizzare un materiale, e fissate quindi le due energie E_l ed E_h , possiamo pensare di utilizzare le quantità M_l e M_h per identificare ogni campione di materiale, associando ad esso un vettore di componenti (M_l, M_h) in uno spazio opportuno, che chiameremo spazio \mathbb{M} . I vettori così definiti possiedono particolari proprietà geometriche che possono essere sfruttate per evidenziare informazioni di interesse nelle immagini radiografiche.

In questa rappresentazione è infatti possibile definire per ogni materiale un *angolo caratteristico*

$$\Omega = \arctan\left(\frac{M_h}{M_l}\right) \quad (2.6)$$

che risulta indipendente dallo spessore S del campione; è ovvio, d'altronde, come quest'ultimo sia proporzionale al modulo del vettore (M_l, M_h) :

$$|(M_l, M_h)| = \sqrt{M_l^2 + M_h^2} = S\rho\sqrt{(a_c f_c(E_l) + a_p f_p(E_l))^2 + (a_c f_c(E_h) + a_p f_p(E_h))^2} \quad (2.7)$$

Chiameremo d'ora in poi *immagini di base* le due immagini I_{ij}^l e I_{ij}^h ottenute assegnando ad ogni pixel i valori di M_l e M_h corrispondenti ai rispettivi pixels delle immagini originali.

2.1.3 Operazioni di proiezione e immagini di sintesi

In \mathbb{M} si può definire l'ordinario prodotto scalare

$$(x_1, y_1) \cdot (x_2, y_2) = x_1 x_2 + y_1 y_2 \quad (2.8)$$

e con esso l'operazione di proiezioni sulla direzione Φ

$$P_\Phi((M_l, M_h)) = (M_l, M_h) \cdot (\cos \Phi, \sin \Phi) = M_l \cos \Phi + M_h \sin \Phi \quad (2.9)$$

Possiamo quindi ottenere un'immagine di sintesi $I_{ij}(\Phi)$ per la quale il valore di ogni pixel è ottenuto dalla 2.9. Questo ci permette, a seconda delle caratteristiche del campione osservato e dell'angolo Φ scelto per l'operazione di proiezione, di ottenere immagini di sintesi con interessanti caratteristiche.

Annullamento e riconoscimento dei materiali

Se dalla 2.6 otteniamo l'angolo Ω_ξ per un dato materiale ξ , ponendo

$$\Phi = \Omega + 2k\pi, k \in \mathbb{K} \quad (2.10)$$

nella 2.9 si ottiene un'immagine di sintesi nella quale il materiale ξ non porta alcun contributo all'attenuazione logaritmica; questo può risultare utile, oltre che per un'identificazione diretta del materiale tramite il confronto tra l'angolo teorico di annullamento e quello misurato, nel caso in cui si voglia rimuovere dall'immagine il materiale ξ : l'effetto è quello di aver sostituito detto materiale con il vuoto, e di averlo quindi *annullato*. Ovviamente l'applicazione di questa tecnica risulta particolarmente indicata nel caso in cui

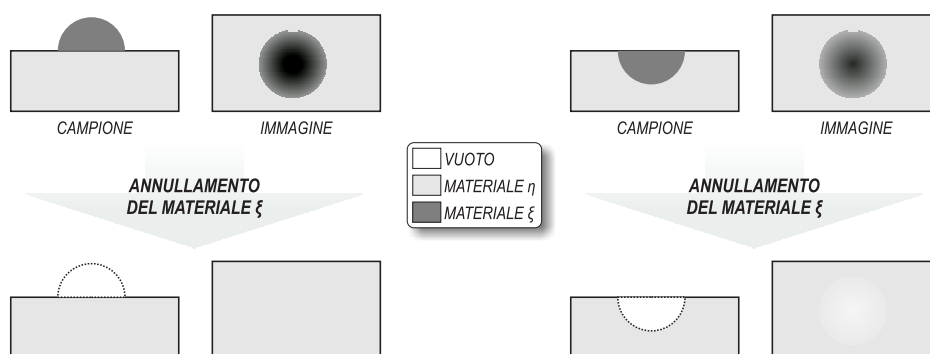


Figura 2.1: In figura è rappresentata la differenza tra un campione nel quale il dettaglio, di materiale ξ , è sovrapposto al materiale η , considerato di sfondo (a sinistra) e un campione in cui esso è incluso (a destra); si assume che il coefficiente di attenuazione lineare del materiale ξ sia maggiore di quello del materiale η . Come si vede, nel primo caso l'annullamento del materiale ξ (ovvero al proiezione lungo il suo angolo caratteristico) porta all'immagine corrispondente ad un campione in cui non c'è traccia del dettaglio; nel secondo caso, invece, il dettaglio non scompare effettivamente, perché in sua vece rimane il vuoto che è comunque riconoscibile all'interno del materiale di sfondo.

il campione di materiale che si vuole *annullare* sia sovrapposto a, e non sostituisca, ciò che si vuole osservare: solo in questo caso, infatti, si rendono davvero irriconoscibili le zone occupate dal materiale ξ , che sarebbero invece comunque visibili come zone di vuoto (parziale o totale) nel caso che i materiali si compenetrassero. La differenza tra le due situazioni è meglio illustrata in figura 2.1).

Sintesi di immagini monoenergetiche

Scegliendo opportunamente l'angolo di proiezione è possibile sintetizzare una matrice delle attenuazioni logaritmiche $M_{i,j}(\tilde{E})$ identica a quella che si sarebbe ottenuta utilizzando un fascio incidente di energia \tilde{E} . Se proiettiamo infatti sulla direzione individuata dall'angolo

$$\Phi(\tilde{E}) = \arctan\left(\frac{\beta}{\alpha}\right) \quad (2.11)$$

con

$$\begin{aligned} \alpha &= f_c(\tilde{E})f_p(E_h) - f_c(E_h)f_p(\tilde{E}) \\ \beta &= f_c(E_l)f_p(\tilde{E}) - f_c(\tilde{E})f_p(E_l) \end{aligned}$$

il vettore (M_l, M_h) che rappresenta un generico materiale, otteniamo:

$$P_{\Phi}((M_l, M_h)) = (M_l, M_h) \cdot \frac{(\alpha, \beta)}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \quad (2.12)$$

Esprimendo le attenuazioni logaritmiche come in 2.5, con qualche semplice ma noioso passaggio giungiamo all'espressione:

$$P_{\Phi}((M_l, M_h)) = \frac{(f_c(E_l)f_p(E_h) - f_c(E_h)f_p(E_l))}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} (a_c f_c(\tilde{E}) + a_p f_p(\tilde{E})) = \gamma M(\tilde{E})$$

$$\gamma = \frac{(f_c(E_l)f_p(E_h) - f_c(E_h)f_p(E_l))}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \quad (2.13)$$

Applicando quindi l'operazione di proiezione sulla direzione $\Phi(\tilde{E})$ ai vettori $v_{i,j} = (M_{i,j}(E_l), M_{i,j}(E_h))$ che rappresentano i punti delle due immagini originali, possiamo ottenere la matrice $M_{i,j}(\tilde{E})$ delle attenuazioni logaritmiche all'energia \tilde{E} (a meno del fattore di proporzionalità γ).

Annullamento del contrasto tra due materiali

Le proprietà dei vettori dello spazio \mathbb{M} hanno un'altra interessante conseguenza. Consideriamo prima di tutto un campione formato dalla sovrapposizione di diversi materiali, ognuno con spessore s_i , $i = 0 \dots n$; si osserva immediatamente che l'attenuazione logaritmica dell'intero campione sarà uguale alla somma delle attenuazioni di ogni singolo spessore:

$$\begin{aligned} M(s_1 + s_2 + \dots + s_n) &= -\ln \frac{I(s_1 + s_2 + \dots + s_n)}{I_0} = \\ &= -\ln(e^{-(\mu_1 s_1 + \mu_2 s_2 + \dots + \mu_n s_n)}) = \\ &= -\ln(e^{-\mu_1 s_1} e^{-\mu_2 s_2} \dots e^{-\mu_n s_n}) = \\ &= -\ln e^{-\mu_1 s_1} - \ln e^{-\mu_2 s_2} - \dots - \ln e^{-\mu_n s_n} = \\ &= M(s_1) + M(s_2) + \dots + M(s_n) \end{aligned} \quad (2.14)$$

Prendiamo adesso un campione formato da due materiali ξ e η di spessori s_ξ ed s_η non specificati, tali però che lo spessore totale S sia fissato:

$$s_\xi + s_\eta = S \quad \rightarrow \quad s_\eta = S - s_\xi \quad (2.15)$$

Tale campione sarà rappresentato, nello spazio \mathbb{M} , dalla somma dei due vettori che rappresentano le attenuazioni logaritmiche degli spessori dei singoli

materiali:

$$\begin{aligned}
 v_S(s_\xi) &= v_{s_\xi} + v_{s_\eta} = (M_l(s_\xi), M_h(s_\xi)) + (M_l(S - s_\xi), M_h(S - s_\xi)) = \\
 &= (\mu_\xi(E_l)s_\xi, \mu_\xi(E_h)s_\xi) + (\mu_\eta(E_l)(S - s_\xi), \mu_\eta(E_h)(S - s_\xi)) = \\
 &= (\mu_\xi(E_l)s_\xi + \mu_\eta(E_l)(S - s_\xi), \mu_\xi(E_h)s_\xi + \mu_\eta(E_h)(S - s_\xi))
 \end{aligned} \tag{2.16}$$

Si dimostra facilmente che tutti i punti individuati dai vettori v_S al variare di s_ξ (e di conseguenza di s_η) mantenendo costante lo spessore totale S giacciono su una retta di coefficiente angolare:

$$a = \frac{\mu_\xi(E_h) - \mu_\eta(E_h)}{\mu_\xi(E_l) - \mu_\eta(E_l)} \tag{2.17}$$

Per convincersene è sufficiente calcolare il vettore differenza tra due generici vettori $v_S(s'_\xi)$ e $v_S(s''_\xi)$ corrispondenti a due spessori diversi del materiale ξ all'interno del campione. Ponendo per semplicità di notazione $\mu_\xi(E_i) \equiv \mu_\xi^i$ con $i = l, h$:

$$\begin{aligned}
 v_S(s'_\xi) - v_S(s''_\xi) &= (\mu_\xi^l s'_\xi + \mu_\eta^l (S - s'_\xi), \mu_\xi^h s'_\xi + \mu_\eta^h (S - s'_\xi)) - \\
 &\quad - (\mu_\xi^l s''_\xi + \mu_\eta^l (S - s''_\xi), \mu_\xi^h s''_\xi + \mu_\eta^h (S - s''_\xi)) = \\
 &= (\mu_\xi^l (s'_\xi - s''_\xi) + \mu_\eta^l (-s'_\xi + s''_\xi), \mu_\xi^h (s'_\xi - s''_\xi) + \mu_\eta^h (-s'_\xi + s''_\xi)) = \\
 &= (s'_\xi - s''_\xi) (\mu_\xi^l - \mu_\eta^l, \mu_\xi^h - \mu_\eta^h)
 \end{aligned} \tag{2.18}$$

che come si vede è un vettore con modulo e verso determinati dai valori s'_ξ e s''_ξ , ma direzione indipendente da essi e individuata proprio dalla 2.17, il che dimostra la tesi.

Proiettando quindi lungo la direzione individuata dall'angolo

$$\theta_{\xi, \eta} = \arctan(a) + 2k\pi, k \in \mathbb{K} \tag{2.19}$$

Si ottiene un'immagine in cui i materiali ξ ed η esibiscono la stessa attenuazione logaritmica, risultando in tal modo indistinguibili. Questo è forse il risultato più notevole di fronte alla prospettiva di applicazione della tecnica dual energy alla mammografia, per due principali motivi:

- il contrasto tra tessuto adiposo e tessuto ghiandolare nella mammella è considerato uno dei maggiori ostacoli per il riconoscimento di strutture maligne da parte dei medici che esaminano le immagini radiografiche, poiché dà origine ad un background non uniforme che tende a nascondere i dettagli di interesse; la possibilità di annullare tale contrasto,

e ottenere così uno sfondo uniforme, fa sperare di poter aumentare notevolmente le chances di successo nell'individuazione precoce delle patologie della mammella, migliorando la capacità di discriminazione delle strutture maligne nei confronti di quelle sane presenti in essa.

- i vincoli richiesti sul campione per l'applicazione della tecnica sono relativamente semplici da soddisfare, dato che già nella normale pratica radiografica la mammella viene in genere compressa fra due lastre di materiale quasi trasparente alla radiazione X, acquisendo così spessore costante su tutta l'area d'interesse eccetto una piccola zona intorno ai bordi

È però importante osservare come l'annullamento sia possibile solo tra due materiali: se nel campione in esame intervengono più di tre materiali, si perde la possibilità di osservare uno solo di essi contro uno sfondo uniforme.

2.1.4 Scomposizione su materiali reali

La relazione 2.1, oltre a mostrare come ogni materiale sia univocamente caratterizzato dai due coefficienti a_c e a_p , ha implicazioni ben più profonde: infatti da essa risulta che il coefficiente di attenuazione lineare $\mu(E)$ di un qualunque materiale può essere visto come elemento di uno spazio vettoriale generato dalla base $\{f_c(E), f_p(E)\}$; poiché per tale spazio si possono definire infinite altre basi, ottenute semplicemente scegliendo due qualsiasi combinazioni lineari indipendenti delle funzioni $f_c(E)$ ed $f_p(E)$, ne consegue che sono possibili infinite altre scomposizioni per il coefficiente di attenuazione lineare $\mu(E)$.

In particolare, è possibile scegliere come elementi della base le espressioni per il coefficiente di attenuazione lineare di una qualsiasi coppia di materiali. Questo approccio è stato proposto da Lehmann et al. [3] ed è tutt'oggi utilizzato in molte tecniche dual energy.

Dato un qualsiasi materiale ξ , detti α e β i due materiali scelti per la base, si può scrivere la relazione

$$\frac{\mu_\xi(E)}{\rho_\xi} = a_1 \frac{\mu_\alpha(E)}{\rho_\alpha} + a_2 \frac{\mu_\beta(E)}{\rho_\beta} \quad (2.20)$$

e, sostituendo la 2.1 nella 2.20, si ottiene un sistema di equazioni lineari per i coefficienti a_1 e a_2 :

$$\begin{cases} a_{c\xi} = a_1 a_{c\alpha} + a_2 a_{c\beta} \\ a_{p\xi} = a_1 a_{p\alpha} + a_2 a_{p\beta} \end{cases} \quad (2.21)$$

Materiale	Z	a_1	a_2	Errore quadratico medio (%)
Alluminio	13.0	0.000	1.000	0.000
Lucite	6.6	1.000	0.000	0.000
Tessuto muscolare	.	0.9496	0.0803	0.039
Tessuto osseo	12.7	0.2369	0.8325	0.259
Acqua	7.5	0.9679	0.0708	0.053
Tessuto adiposo	.	1.0673	-0.0367	0.016
Rame	29.0	-11.60	13.90	1.140
Sale (NaCl)	15.4	-0.7154	1.7831	0.277
Iodio	53.0	-58.664	68.074	2.737

Tabella 2.1: Confronto tra il valore sperimentale e quello teorico (ottenuto con la scomposizione 2.22) dei coefficienti di attenuazione lineare di alcuni materiali di interesse radiografico, nel range di energie da 40 a 110 keV

La soluzione si ricava facilmente e, se la si esprime in funzione delle densità elettroniche per unità di massa e dei numeri atomici dei materiali interessati, prende la forma:

$$\begin{cases} a_1 = \frac{N_{e_\xi} (Z_\xi^{3.8} - Z_\beta^{3.8})}{N_{e_\alpha} (Z_\alpha^{3.8} - Z_\beta^{3.8})} \\ a_2 = \frac{N_{e_\xi} (Z_\xi^{3.8} - Z_\alpha^{3.8})}{N_{e_\beta} (Z_\beta^{3.8} - Z_\alpha^{3.8})} \end{cases} \quad (2.22)$$

I coefficienti a_1 e a_2 risultano quindi determinati solo dalle caratteristiche intrinseche del materiale in esame e dei materiali scelti per la base; in particolare, sono indipendenti sia dall'energia della radiazione X utilizzata, sia dallo spessore del campione esaminato. L'ambito di applicabilità di questa teoria coincide con quello in cui si può ritenere valida la 2.1: i risultati sperimentali ottenuti da Lehmann et al. confrontando i valori misurati dei coefficienti di attenuazione di diversi materiali con quelli ricavati dalle 2.22 sono riportati in tabella 2.1 e mostrano come ci sia ottimo accordo nel range di energie di interesse (da 40 a 110 keV) per materiali con numero atomico non troppo alto.

Poiché però la radiografia tratta con campioni reali di materiale, che possono avere diversi spessori e quindi diversi assorbimenti della radiazione X, risulta utile lavorare con le attenuazioni logaritmiche $M(E) = \mu(E)s$, con s spessore del materiale, piuttosto che con i coefficienti di attenuazione

massica $\mu(E)/\rho$. Possiamo allora ridurci ad operare in uno spazio \mathbb{V} in cui ogni campione di materiale ξ di spessore s è rappresentato, nella base di materiali α e β , dal vettore

$$v_{s\xi} = \left(a_{1\xi} \frac{\rho_\xi}{\rho_\alpha} s, a_{2\xi} \frac{\rho_\xi}{\rho_\alpha} s \right) \quad (2.23)$$

Vale la pena soffermarsi un'attimo sul significato della 2.23, suggestivo dal punto di vista fisico: tale relazione afferma che l'attenuazione logaritmica di un campione di spessore s di materiale ξ è uguale, *per tutte le energie dei fotoni incidenti*, a quella di una campione composto da uno spessore $a_{1\xi} \frac{\rho_\xi}{\rho_\alpha} s$ di materiale α più uno spessore $a_{2\xi} \frac{\rho_\xi}{\rho_\alpha} s$ di materiale β . Questo significa che in effetti i due campioni sono del tutto equivalenti dal punto di vista radiografico, e a parità di fascio incidente, il fascio emergente dall'uno è identico a quello emergente dall'altro.

Operazioni di proiezione

Lo spazio \mathbb{V} gode, in relazione ai materiali che vi si rappresentano, delle stesse proprietà dello spazio \mathbb{M} ; in particolare, ad ogni materiale ξ è associato un'angolo caratteristico

$$\Theta_\xi = \arctan \left(\frac{a_{2\xi} \frac{\rho_\xi}{\rho_\beta} s}{a_{1\xi} \frac{\rho_\xi}{\rho_\alpha} s} \right) = \arctan \left(\frac{a_{2\xi} \rho_\alpha}{a_{1\xi} \rho_\beta} \right) = \arctan \left(\frac{\rho_\alpha N_{e_\alpha} (Z_\alpha^{3.8} - Z_\xi^{3.8})}{\rho_\beta N_{e_\beta} (Z_\xi^{3.8} - Z_\beta^{3.8})} \right) \quad (2.24)$$

che dipende solo dalle caratteristiche del materiale rappresentato e dalla base scelta. Inoltre, come appare chiaro dalla 2.23, la lunghezza del vettore associato ad un dato campione di materiale è proporzionale allo spessore del campione stesso.

Come conseguenza di ciò, in \mathbb{V} si può definire la stessa operazione di proiezione definita in \mathbb{M} , e si possono ottenere risultati analoghi:

- **Annulamento di un materiale:** proiettando su una direzione Φ perpendicolare all'angolo caratteristico Θ_ξ del materiale ξ si può ottenere l'effetto di rimuoverlo dall'immagine.
- **Sintesi di immagini monoenergetiche:** nello spazio \mathbb{V} , l'espressione per l'angolo di proiezione al quale si ottiene l'immagine monoenergetica all'energia \tilde{E} risulta particolarmente semplice, ed è suggerito dalle relazioni 2.20 e 2.23. Ponendo infatti

$$\Phi(\tilde{E}) = \arctan \left(\frac{\mu_\beta(\tilde{E})}{\mu_\alpha(\tilde{E})} \right) \quad (2.25)$$

si ottiene

$$\begin{aligned} P_{\Phi}(v_{s_{\xi}}) &= \left(a_{1_{\xi}} \frac{\rho_{\xi}}{\rho_{\alpha}} s, a_{2_{\xi}} \frac{\rho_{\xi}}{\rho_{\alpha}} s \right) \cdot \frac{(\mu_{\alpha}(\tilde{E}), \mu_{\beta}(\tilde{E}))}{\sqrt{\mu_{\alpha}(\tilde{E})^2 + \mu_{\beta}(\tilde{E})^2}} = \\ &= \frac{1}{\sqrt{\mu_{\alpha}(\tilde{E})^2 + \mu_{\beta}(\tilde{E})^2}} \left(a_{1_{\xi}} \frac{\rho_{\xi}}{\rho_{\alpha}} s \mu_{\alpha}(\tilde{E}) + a_{2_{\xi}} \frac{\rho_{\xi}}{\rho_{\alpha}} s \mu_{\beta}(\tilde{E}) \right) \end{aligned} \quad (2.26)$$

che, a meno del fattore $(\mu_{\alpha}(\tilde{E})^2 + \mu_{\beta}(\tilde{E})^2)^{-1}$, è proprio l'espressione dell'attenuazione logaritmica di uno spessore s_{ξ} di materiale ξ all'energia \tilde{E} .

- **Annulamento del contrasto:** anche nello spazio \mathbb{V} si può facilmente dimostrare che tutti i punti individuati dai vettori rappresentanti un campione di spessore totale S , composto in percentuali variabili da due materiali ξ ed η , giacciono su una retta. Il coefficiente angolare di tale retta vale

$$a = \frac{\rho_{\alpha}}{\rho_{\beta}} \left(\frac{\rho_{\xi} a_{2_{\xi}} - \rho_{\eta} a_{2_{\eta}}}{\rho_{\xi} a_{1_{\xi}} - \rho_{\eta} a_{1_{\eta}}} \right) \quad (2.27)$$

Proiettando sulla direzione

$$\theta_{\xi, \eta} = \arctan(a) + 2k\pi, k \in \mathbb{K} \quad (2.28)$$

si riesce quindi ad annullare il contrasto fra i due materiali che compongono il campione, indipendentemente dai loro spessori relativi.

2.2 Uso di sorgenti policromatiche

La teoria dual energy esposta finora si basa sul fatto che si possano misurare i valori di attenuazione logaritmica del campione in esame a due diverse energie. Questo sarebbe realizzabile, seppur con un certo grado di approssimazione, utilizzando sorgenti di raggi X monocromatiche; sfortunatamente ciò non è possibile nella pratica radiografica, dove normalmente si fa uso di tubi radiogeni che producono fasci con uno spettro piuttosto ampio (vedi 3.1). È quindi necessario determinare come e con quali approssimazioni si possa adattare la teoria dual energy *monocromatica* al caso *policromatico*, e sotto quale ipotesi si possano considerare attendibili i risultati.

2.2.1 Coefficiente di attenuazione lineare *efficace*

Come visto nel paragrafo 1.1, la fluena ϕ_0 di un fascio monocromatico di energia E che attraversa uno spessore x di materiale si riduce al valore

$$\phi = \phi_0 e^{-\mu(E)x} \quad (2.29)$$

Se abbiamo a che fare con un fascio policromatico di fluena per unità di energia $\phi(E)$, possiamo in generale esprimere la fluena *totale* come

$$\phi = \int \phi(E) dE \quad (2.30)$$

Riscrivendo allora la 2.30 alla luce della 2.29, che si applica per ogni valore E dell'energia, avremo per la fluena totale trasmessa:

$$\phi = \int \phi(E) dE = \int \phi_0(E) e^{-\mu(E)x} dE = \phi_0 \int D(E) e^{-\mu(E)x} dE \quad (2.31)$$

Dove si è espressa la fluena incidente per unità di energia come il prodotto della fluena incidente totale definita dalla 2.30 per la funzione di distribuzione $D(E) \equiv \phi_0(E)/\phi_0$.

Se adesso cerchiamo un coefficiente di attenuazione lineare efficace $\mu_{eff}(\Gamma)$, dipendente solo dalla distribuzione in energia del fascio incidente Γ utilizzato³, che ci permetta di scrivere

$$\phi = \phi_0 e^{-\mu_{eff}(\Gamma)x} \quad (2.32)$$

si ottiene, tenendo conto della 2.31:

$$\mu_{eff}(\Gamma) = -\frac{1}{x} \ln \frac{\phi}{\phi_0} = -\frac{1}{x} \ln \int D_\Gamma(E) e^{-\mu(E)x} dE = \mu_{eff}(\Gamma, x) \quad (2.33)$$

Risulta quindi che il μ efficace dipende da x , e questo rende impossibile applicare la teoria monocromatica sostituendolo al $\mu(E)$.

³Proprio perché il coefficiente di attenuazione ricercato deve dipendere solo dalla distribuzione $D_\Gamma(E)$ del fascio Γ , sarebbe stato più corretto indicarlo con $\mu_{eff}(D_\Gamma(E))$, in modo da evidenziare che tale coefficiente dipende dalla *forma* del fascio così come nella teoria monocromatica dipende dall'energia del fascio stesso; abbiamo però preferito usare una notazione più snella per non appesantire le formule

2.2.2 approssimazione *quasi monocromatica*

Quando la sorgente che si utilizza possiede uno spettro energetico *stretto*⁴, sostituendo l'integrale della 2.33 con il valore dell'integrando calcolato all'energia media \bar{E} della distribuzione $D_{\Gamma}(E)$ si commette un errore piccolo:

$$\mu_{eff}(\Gamma, x) = -\frac{1}{x} \ln \int D_{\Gamma}(E) e^{-\mu(E)x} dE \simeq -\frac{1}{x} \ln e^{-\mu(\bar{E})x} = \mu(\bar{E}) \quad (2.34)$$

e possiamo quindi considerare di essere nel caso monocromatico. Purtroppo però, i fasci prodotti dai tubi radiogeni per uso ospedaliero hanno una distribuzione in energia molto ampia, e l'ipotesi di quasi monocromaticità non è applicabile.

2.2.3 approssimazione *di basso assorbimento*

Se ci mettiamo in condizioni in cui

$$\mu(E)x \ll 1 \quad \forall E \in [E_{min}, E_{max}] \quad (2.35)$$

dove E_{min} ed E_{max} sono le energie massima e minima del fascio incidente, possiamo sostituire l'esponenziale nella 2.33 con il suo sviluppo in serie di Taylor al prim'ordine, e scrivere

$$\begin{aligned} \mu_{eff}(\Gamma) &\simeq -\frac{1}{x} \ln \int D_{\Gamma}(E) (1 - \mu(E)x) dE = \\ &= -\frac{1}{x} \ln \left(\int D_{\Gamma}(E) dE - \int D_{\Gamma}(E) \mu(E)x dE \right) = \\ &= -\frac{1}{x} \ln \left(1 - \int D_{\Gamma}(E) \mu(E)x dE \right) \end{aligned} \quad (2.36)$$

L'ipotesi 2.35 equivale a considerare assorbimenti bassi del campione in esame, ovvero a limitarci a considerare sia materiali con basso coefficiente di attenuazione lineare che campioni di piccolo spessore.

⁴Per essere più precisi, quello che è importante è che sia piccola la variazione relativa di $\mu(E)$ nel range di energie in cui la distribuzione del fascio è sensibilmente diversa da zero; quanto questa condizione possa considerarsi verificata dipende quindi non solo dalla larghezza intrinseca del fascio, ma anche dal suo valor medio (la derivata di $\mu(E)$ rispetto all'energia è molto diversa in diverse zone dello spettro) e da quanto sono simili i materiali che si vogliono distinguere (la differenza fra i μ dei due materiali è la quantità rispetto alla quale la variazione dei μ stessi, e quindi l'errore commesso, devono risultare piccoli)

D'altronde in queste condizioni vale anche che

$$\int D_{\Gamma}(E)\mu(E)xdE < \mu_{max}x \int D_{\Gamma}(E)dE = \mu(E)_{max}x \ll 1 \quad (2.37)$$

dove μ_{max} è il valore massimo, piccolo per l'ipotesi 2.35, assunto dal coefficiente di attenuazione lineare nell'intervallo di energia $[E_{min}, E_{max}]$. Nell'espressione 2.36 si può allora sviluppare in serie di Taylor al prim'ordine anche al logaritmo ($\ln(1 - \alpha) \simeq -\alpha$ per α piccolo):

$$-\frac{1}{x} \ln\left(1 - \int D_{\Gamma}(E)\mu(E)xdE\right) \simeq -\frac{1}{x} \left(\int D_{\Gamma}(E)\mu(E)xdE\right) = \int D_{\Gamma}(E)\mu(E)dE \quad (2.38)$$

In definitiva finché vale la 2.35, e di conseguenza la 2.37, possiamo scrivere

$$\mu_{eff}(\Gamma, x) \simeq \mu_{eff}(\Gamma) = \int D_{\Gamma}(E)\mu(E)dE \quad (2.39)$$

È opportuno osservare come le condizioni 2.35 e 2.37 non debbano essere rispettate rigorosamente in tutto l'intervallo di integrazione, ma possano essere tanto più disattese intorno ad una certa energia quanto più è piccolo il valore della distribuzione per quell'energia. Ad esempio il coefficiente di attenuazione lineare di qualsiasi materiale diventa molto grande per energie di pochi keV , ma anche le distribuzioni dei fasci a più bassa energia media da noi utilizzati, che pur si estendono al di sotto dei $10 keV$, hanno in quella regione valore prossimo a zero. La tabella 2.2 mostra l'errore teorico che si commette utilizzando questa approssimazione su alcuni dei nostri campioni con i fasci da noi utilizzati: nella maggior parte dei casi l'errore è dell'ordine del punto percentuale, se non inferiore; solo utilizzando uno spessore di $2 mm$ di alluminio con i fasci non filtrati (che quindi hanno una notevole componente a bassa energia) si raggiungono errori dell'ordine del 20%, ma bisogna considerare che un tale spessore rappresenta il limite massimo da noi usato per la calibrazione, ed esibisce proprietà di attenuazione decisamente superiori a tutti i campioni da noi utilizzati, per i quali ci si deve quindi attendere un errore certamente minore.

Una volta che si sia appurata la validità della 2.39, è immediato verificare come si possa applicare tutta la teoria dual energy esposta fin'ora al caso policromatico. Infatti, sostituendo l'espressione 2.20 per $\mu(E)$ nella 2.39

Mater.	40 keV	60 keV (Cu 0.5mm)	80 keV	80 keV (Cu 0.5mm)
Lucite	1.15% / 2.75%	0.04% / 0.10%	0.95% / 2.29%	0.04% / 0.10%
Cera	0.36% / 0.89%	0.01% / 0.03%	0.28% / 0.69%	0.01% / 0.03%
Acqua	1.96% / 4.65%	0.08% / 0.20%	1.74% / 4.14%	0.08% / 0.19%
Allum.	2.10% / 18.10%	0.18% / 1.75%	2.31% / 20.48%	0.19% / 1.82%

Tabella 2.2: Errore relativo che si commette utilizzando l'approssimazione di basso assorbimento per stima la del valore di μ_{eff} invece che la sua espressione esatta. Per ogni fascio sono riportati due valori che si riferiscono, rispettivamente, a campioni dello spessore di 4 e 10 mm; fa eccezione l'alluminio per il quale gli spessori considerati sono 0.2 e 2 mm, che hanno proprietà di assorbimento più vicine a quelle dei campioni usati in questo studio.

scritta per il materiale ξ si ha:

$$\begin{aligned}
\tilde{\mu}_\xi &= \int D_\Gamma(E) \mu_\xi(E) dE = \\
&= \int D_\Gamma(E) \left(a_1 \frac{\rho_\xi}{\rho_\alpha} \mu_\alpha(E) + a_2 \frac{\rho_\xi}{\rho_\beta} \mu_\beta(E) \right) dE = \\
&= \int D_\Gamma(E) a_1 \frac{\rho_\xi}{\rho_\alpha} \mu_\alpha(E) dE + \int D_\Gamma(E) a_2 \frac{\rho_\xi}{\rho_\beta} \mu_\beta(E) dE = \\
&= a_1 \frac{\rho_\xi}{\rho_\alpha} \tilde{\mu}_\alpha + a_2 \frac{\rho_\xi}{\rho_\beta} \tilde{\mu}_\beta
\end{aligned} \tag{2.40}$$

Dove per alleggerire la notazione si è posto $\tilde{\mu} \equiv \mu_{eff}(\Gamma)$.

Questa relazione è del tutto equivalente alla 2.20, ed è quindi valida tutta la teoria che da essa si è dedotta, a patto di sostituire tutti i coefficienti di attenuazione lineare con i loro valori efficaci.

2.3 Metodologia sperimentale

L'applicazione sperimentale della teoria dual energy presenta alcune complicazioni, che possono essere superate utilizzando diversi approcci (per una breve presentazione e un raffronto di alcuni di essi si veda [4]). Fra i principali ostacoli vi sono la difficoltà di effettuare simulazioni accurate (e quindi previsioni teoriche affidabili sui coefficienti da usare per la scomposizione, sugli angoli di annullamento, ecc...), la verifica delle ipotesi di validità dell'approssimazione nel caso di fasci policromatici, e la presenza dei fotoni secondari che alterano le caratteristiche dell'immagine (confronta paragrafo 1.2). Il primo e l'ultimo dei tre sono in linea teorica superabili, l'uno

misurando e studiando accuratamente distribuzione del fascio incidente, efficienza del materiale usato per la rivelazione, risposta del rivelatore (compresi effetti secondari ed eventuali fluorescenze), comportamento dell'elettronica, ecc. . . (compito comunque non semplice), e l'altro con sofisticate tecniche di simulazione; il secondo rappresenta però un limite intrinseco della tecnica sperimentale.

2.3.1 Correzioni non lineari

A causa delle difficoltà cui si è accennato, le funzioni dalle quali si ricavano gli *spessori equivalenti* dei materiali della base α e β corrispondenti ad un determinato campione perdono la loro linearità. Questo si riflette in una distorsione del piano dei materiali, nel quale non risultano più allineati né i punti corrispondenti a diversi spessori di un dato materiale, né quelli corrispondenti a campioni di spessore costante composti in percentuali variabili da due diversi materiali. Essendo l'allineamento di tali punti caratteristica fondamentale per il raggiungimento dei risultati esposti nei paragrafi precedenti, è ovvio che questo rischia di compromettere in modo irrimediabile l'utilità della tecnica dual energy.

Fra i diversi metodi che si trovano in letteratura, quello che abbiamo utilizzato per cercare di correggere le non linearità consiste nel calcolo diretto delle funzioni di proiezione tramite un fit ai minimi quadrati sui valori di attenuazione logaritmica M_l e M_h misurati. Esprimendo la funzione di proiezione con il suo sviluppo di Taylor (che noi abbiamo troncato al second'ordine), possiamo scrivere:

$$S(\xi) \simeq a_0 + a_l M_l(\xi) + a_h M_h(\xi) + a_{ll} M_l^2(\xi) + a_{hh} M_h^2(\xi) + a_{lh} M_l(\xi) M_h(\xi) \\ j = \alpha, \beta; \quad (2.41)$$

Misurando quindi le attenuazioni logaritmiche per diversi spessori di un dato materiale si possono ricavare i coefficienti $a_{i,j}$. In questo modo si ottengono due principali vantaggi:

- abbiamo una stima diretta dei coefficienti della proiezione a partire dai dati misurati con l'apparato e nelle condizioni sperimentali utilizzate, piuttosto che un calcolo degli stessi basato su dati simulati o misurati in condizioni sperimentali diverse
- introduciamo dei termini non lineari che permettono alla funzione di proiezione di compensare le non linearità introdotte dallo scattering e dall'uso di fasci policromatici

Rispetto ad altre tecniche, inoltre, quella da noi utilizzata presenta il vantaggio di necessitare di un basso numero di punti di calibrazione e di essere poco esigente dal punto di vista delle risorse computazionali.

2.3.2 Efficienza del silicio e altre correzioni

Benché, utilizzando un fit diretto per le funzioni di proiezione sui materiali di base, i coefficienti dello sviluppo incorporino automaticamente tutti gli effetti rilevanti nell'apparato sperimentale utilizzato, è a volte interessante eseguire dei calcoli più accurati possibile per poter operare un confronto fra i valori ottenuti dalle misure e quelli previsti teoricamente. La forte sensibilità dei risultati alle variazioni di alcuni parametri e la presenza di una serie di variabili difficilmente controllabili rende difficile ottenere un buon accordo fra i dati sperimentali e quelli simulati, ma spesso è utile controllare che almeno gli andamenti delle quantità misurate al variare di alcuni parametri siano riproducibili teoricamente.

Per ottenere buoni risultati si rende quindi necessario considerare quanti più effetti possibili per cercare di avvicinare la simulazione al funzionamento dell'apparato reale. A questo scopo tutte le misure di flusso effettuate sono state corrette per due principali effetti:

- efficienza del silicio: da un'estremo all'altro del range di energie utilizzate il silicio, come tutti gli altri materiali, esibisce una forte variazione del coefficiente di attenuazione lineare, che risulta molto alto ad energie di pochi keV per diminuire poi velocemente all'aumentare dell'energia. Di conseguenza varia molto anche l'efficienza del rivelatore, che abbiamo considerato essere pari alla radiazione assorbita:

$$\epsilon = 1 - e^{-\mu_{Si}\delta} \quad (2.42)$$

Dove δ è lo spessore del rivelatore, pari nel nostro caso a $525 \mu m$. Il risultato è che, specialmente per il fascio a $40 keV$, il nostro rivelatore vede una distribuzione *distorta* e sbilanciata verso le basse energie.

- strato di Lexan⁵: il nostro rivelatore è protetto da una lastra spessa $2 mm$ di un materiale plastico; tra i materiali di facile reperibilità è stato scelto il policarbonato (che la General Electric Plastics commercializza con il nome di Lexan) per il suo basso coefficiente di attenuazione lineare. Esso risulta però non molto inferiore a quello dei materiali che

⁵Le stesse correzioni sono state applicate quando, per esigenze legate al setup sperimentale, sono stati utilizzati ulteriori strati di materiale, e ad esse si applicano le medesime considerazioni, se non diversamente specificato

si sono utilizzati in questo studio, ed il suo contributo all'attenuazione totale non può quindi essere trascurato. È comunque interessante notare che, seppur se ne debba tener conto per il calcolo corretto di risultati numerici, la presenza di uno strato uniforme di Lexan può essere considerata come una semplice alterazione del fascio incidente, che quindi non inficia l'applicabilità della tecnica dual energy.

Per le correzioni di cui sopra, come per tutte le altre simulazioni effettuate, i valori dei coefficienti di attenuazione lineare dei vari materiali alle energie di interesse sono stati ottenuti dal database ufficiale del *NIST* [6].

2.4 Un esempio

In figura 2.3 è riportato un esempio dei risultati che si possono ottenere con la tecnica dual energy: il campione utilizzato è composto da una piccola conchiglia sovrapposta a un dado in materiale plastico, visibili in figura 2.2. Il contrasto intrinseco del campione è alto e, in questo caso, la tecnica riesce a produrre ottime immagini, nelle quali uno dei due costituenti scompare totalmente mentre l'altro rimane ben visibile.

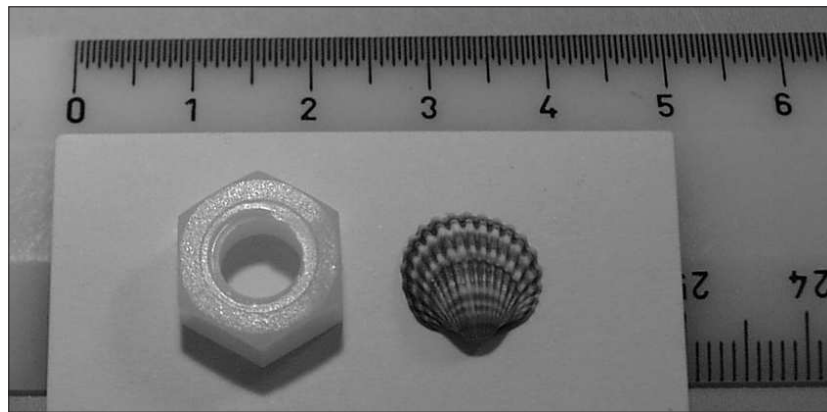


Figura 2.2: La conchiglia e il dado utilizzati per comporre il campione a cui si riferiscono le immagini di figura 2.3.

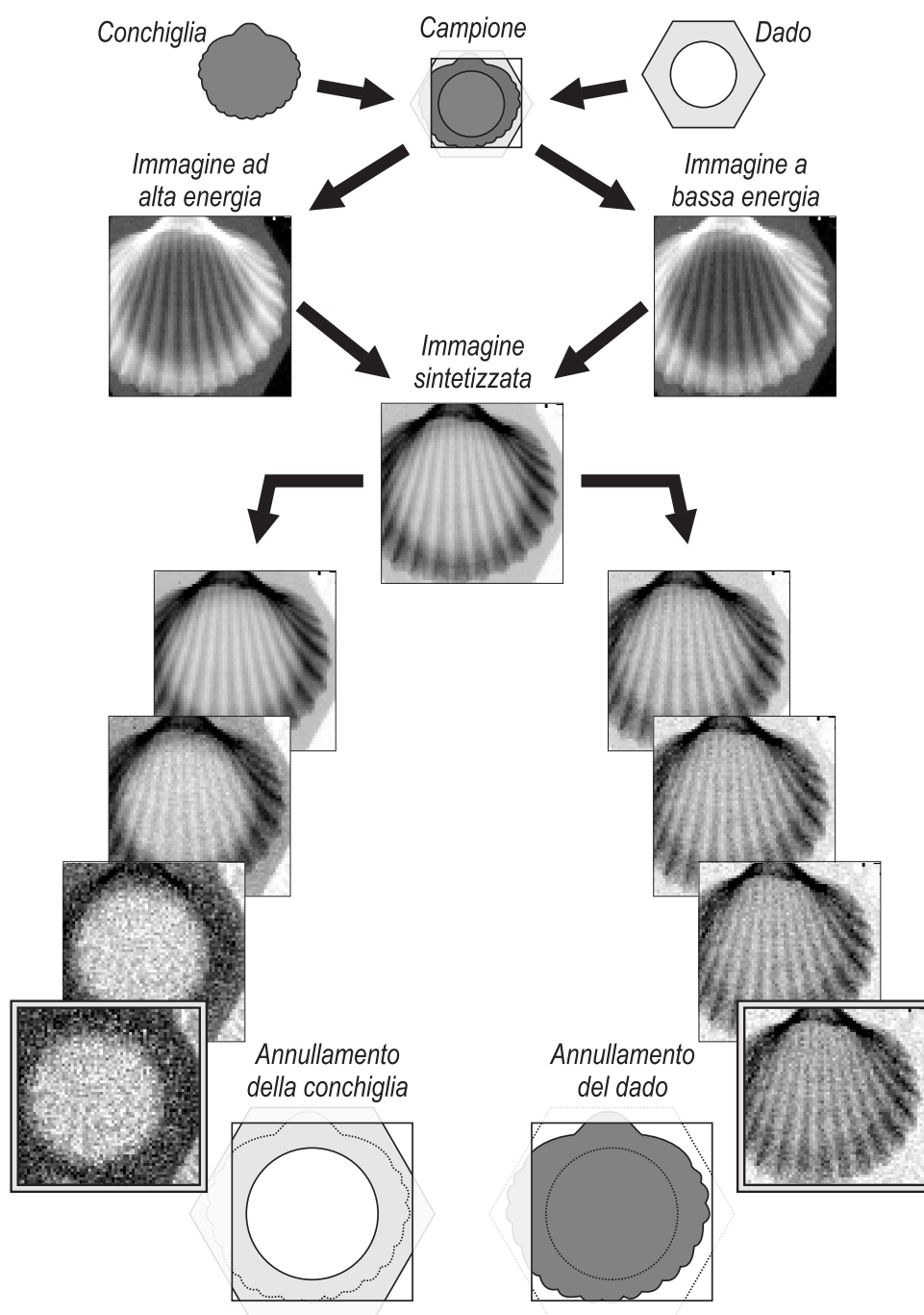


Figura 2.3: Un esempio dei risultati ottenibili con l'applicazione della tecnica: le immagini del campione, composto da una conchiglia e da un dado, vengono combinate e, tramite proiezione lungo gli opportuni angoli di annullamento, si riescono ad ottenere immagini in cui uno solo dei costituenti del campione risulta visibile.

Capitolo 3

Apparato sperimentale

L'apparato sperimentale utilizzato consta di una consolle di controllo Gilardoni *Dilogix 65 B R/F* accoppiata ad un tubo radiografico Gilardoni mod. *Rotagil 3000 - 22/60 - 150* con anodo in tungsteno inclinato di 12 gradi e filtro interno di alluminio da 2.5 mm . La testa, montata su uno stativo da corsia che ne garantisce ampia libertà di posizionamento, sovrasta una struttura in alluminio alla quale sono ancorati sia eventuali supporti per i campioni, sia la scheda elettronica che ospita il chip rivelatore. Il tutto è racchiuso in una piccola stanza schermata da pareti in piombo, dalla quale fuoriescono solo i collegamenti del tubo con la relativa consolle, e della scheda con un PC con architettura x86 e software "MediSoft" dedicato all'acquisizione.

3.1 Fasci utilizzati

Il tubo radiogeno a nostra disposizione permette di impostare l'energia del fascio elettronico che colpisce l'anodo nell'intervallo $40 - 150\text{ keV}$; poiché tale valore determina il limite superiore dello spettro della radiazione X prodotta, il fascio ad energia minima che si può produrre si estende comunque fino a 40 keV ed è centrato poco al di sotto dei 30 keV , valori piuttosto alti rispetto alle energie ottimali per la mammografia, che sono al di sotto dei 20 keV [1]. Ovviamente quindi abbiamo scelto, per produrre le immagini a bassa energia, la minima possibile.

Per la scelta del fascio ad alta energia ci siamo invece dapprima affidati a simulazioni effettuate con il programma *Spect 78*; in base ai risultati ottenuti abbiamo poi selezionato tre diversi fasci, la cui efficacia in abbinamento a quello da 40 keV nell'ambito della tecnica dual energy è stata uno degli

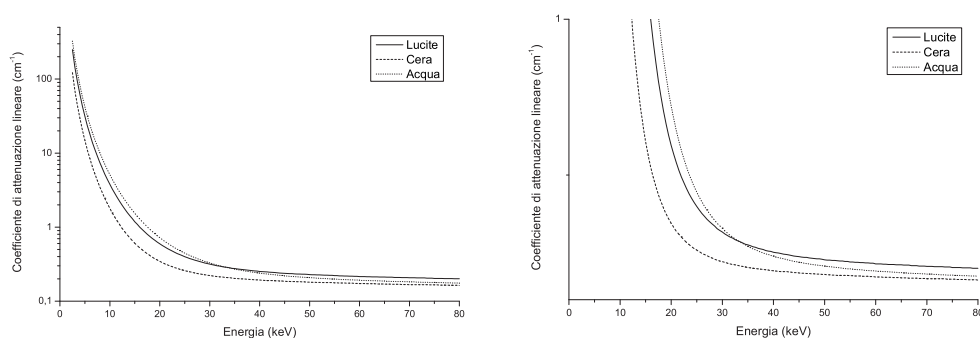


Figura 3.1: Nel grafico di sinistra è rappresentato, in scala logaritmica, l'andamento in funzione dell'energia del coefficiente di attenuazione lineare di alcuni materiali utilizzati nel nostro studio; il grafico di sinistra mostra, in scala lineare e in un range più ristretto, le stesse quantità, per permettere di apprezzare meglio il comportamento del coefficiente di attenuazione lineare di cera e lucite, che si intersecano poco al di sopra dei 30 keV . Il range di energie considerato è approssimativamente quello di interesse per la radiografia diagnostica.

oggetti del nostro studio. I tre fasci utilizzati sono due 80 keV , con e senza filtro¹ di rame da 0.5 mm , e un 60 keV con lo stesso filtro di rame.

I motivi che ci hanno spinto a tale scelta sono legati soprattutto a due tipi di problematiche: da un lato l'esigenza di lavorare in un intervallo sufficientemente lontano dai 40 keV e ridurre al minimo la sovrapposizione con il fascio a bassa energia; dall'altro la necessità di non spingerci ad energie troppo alte, così da non appiattire eccessivamente il comportamento dei vari materiali, i cui coefficienti di attenuazione lineare tendono in generale a diventare più simili man mano che l'energia aumenta (confronta figura 3.1). Per verificare l'attendibilità delle simulazioni e avere a disposizione dati certi sui quali effettuare calcoli teorici da confrontare con i risultati sperimentali, abbiamo effettuato una misura precisa dello spettro dei fasci utilizzati. A questo scopo abbiamo utilizzato un rivelatore di germanio intrinseco della *ORTEC* (mod. *GLP-10180/07P*) che lavora a temperatura criogenica e garantisce un'efficienza, nel range di energie di interesse, prossima al 100%. I segnali prodotti dal preamplificatore integrato a basso rumore, dopo essere passati dalla catena di amplificazione e formazione, sono stati infine processati da un scheda PCA in grado di classificare i segnali in ingresso in base

¹Il filtro è stato ottenuto interponendo tra l'anodo e il campione, all'altezza dell'apposito portafiltri del tubo radiogeno, due lamine di rame puro al 99,99%

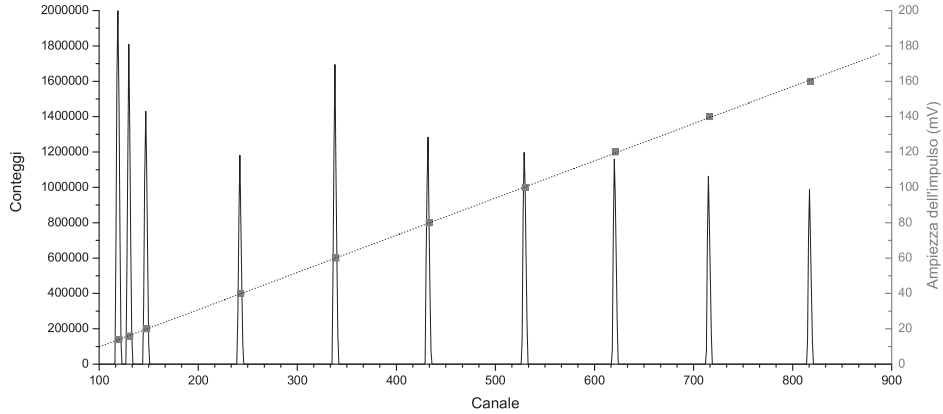


Figura 3.2: Dati utilizzati per la verifica della linearità della scheda PCA; nel grafico sono rappresentati i conteggi rilevati in corrispondenza di impulsi di ampiezza crescente (in nero), i punti rappresentanti tale ampiezza in corrispondenza dei massimi osservati (in grigio) e il fit eseguito su questi ultimi, che mostra un coefficiente di correlazione lineare pari a 0,99997. Osserviamo che l'altezza dei picchi non è rilevante, essendo proporzionale al tempo, non controllato, per il quale è stato mantenuto attivo l'impulsatore.

alla loro ampiezza con una dinamica di 12 bit. Il guadagno e l'offset della PCA sono stati regolati in modo da coprire, con i 4096 livelli disponibili, approssimativamente l'intervallo di energie da 0 a 100 keV; successivamente è stata effettuata una calibrazione accurata, verificando dapprima la linearità della risposta utilizzando in ingresso segnali generati da un impulsatore (vedi figura 3.2), poi usando i picchi² generati dal decadimento radioattivo di ^{109}Cd , ^{125}I e ^{241}Am per effettuare un fit lineare (figure 3.3 e 3.4).

I dati misurati, riportati in tabella 3.1, hanno portato alla funzione di calibrazione

$$[Energia(keV)] = 2.43 \cdot 10^{-2} \cdot [nCanale] - 1.56 \quad (3.1)$$

esibendo un coefficiente di correlazione lineare di $9.99986 \cdot 10^{-1}$, a conferma dell'ottima coerenza dei risultati ottenuti.

²Le energie dei picchi di decadimento utilizzati per la calibrazione sono note in letteratura [7]; alcuni di essi sono talmente vicini da non risultare distinguibili e dare origine, quindi, ad un solo massimo riconoscibile: in questi casi si è considerata, come energia del massimo, quella ottenuta dalla media delle energie dei diversi decadimenti coinvolti, pesate con la probabilità dei decadimenti stessi.

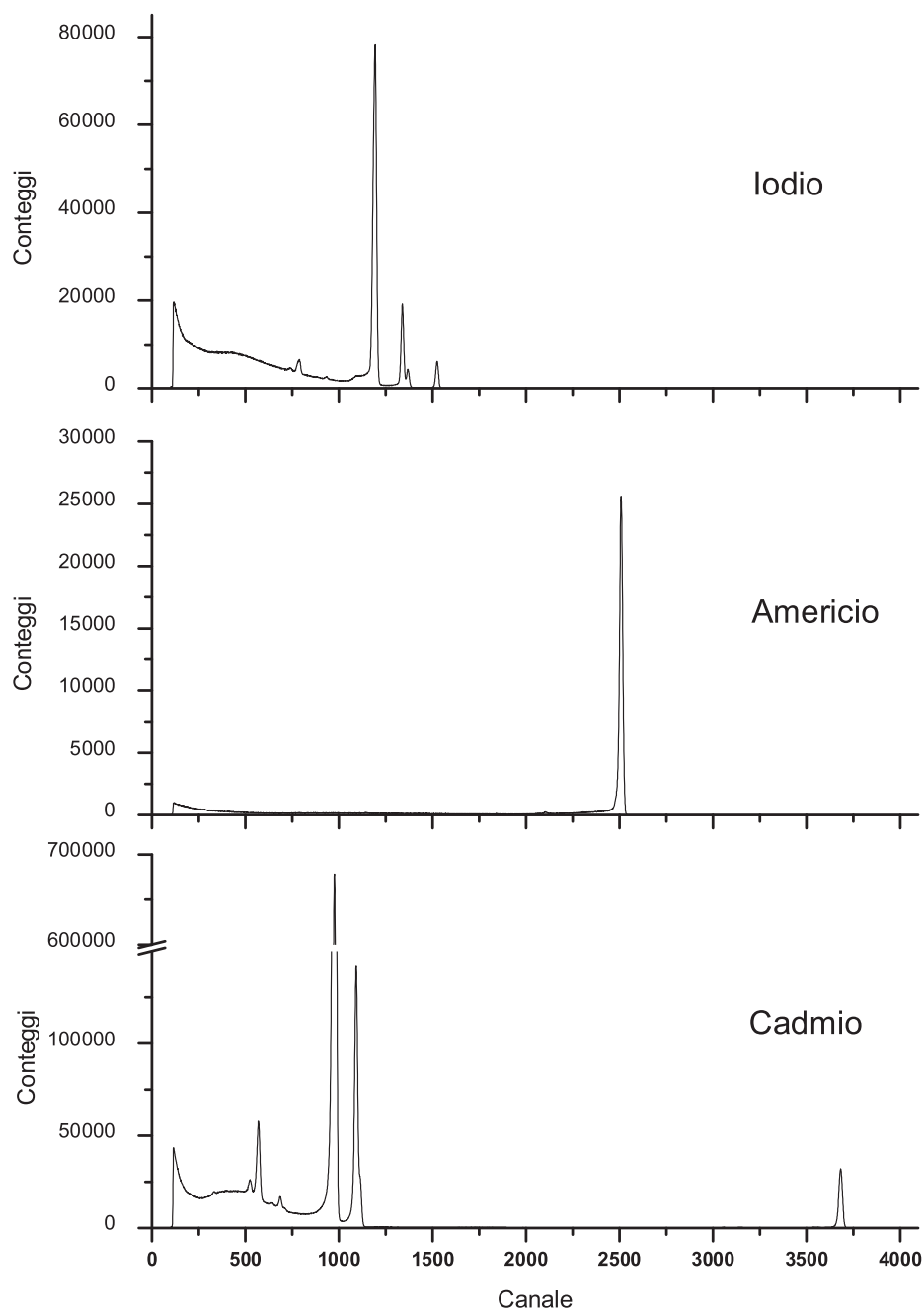


Figura 3.3: Spettri di tre sorgenti radioattive di ^{109}Cd , ^{125}I e ^{241}Am acquisiti con la PCA. I picchi principali di decadimento di ogni elemento, utilizzati per la calibrazione in energia, sono riportati in tabella 3.1 e risultano ben riconoscibili.

Sorgente	Energia (keV)	Canale	$E(keV) = a * CH + b$	
^{109}Cd	22.10	975	a	$2.43 \cdot 10^{-2}$
^{109}Cd	25.00	1091	b	-1.56
^{125}I	27.38	1192		
^{125}I	31.20	1338	r	$9.99986 \cdot 10^{-1}$
^{241}Am	59.54	2508		
^{109}Cd	88.03	3681		

Tabella 3.1: Dati utilizzati per la calibrazione in energia della scheda PCA (a sinistra) e risultati del fit lineare (a destra); nella tabella di destra, r rappresenta il coefficiente di correlazione lineare dei dati.

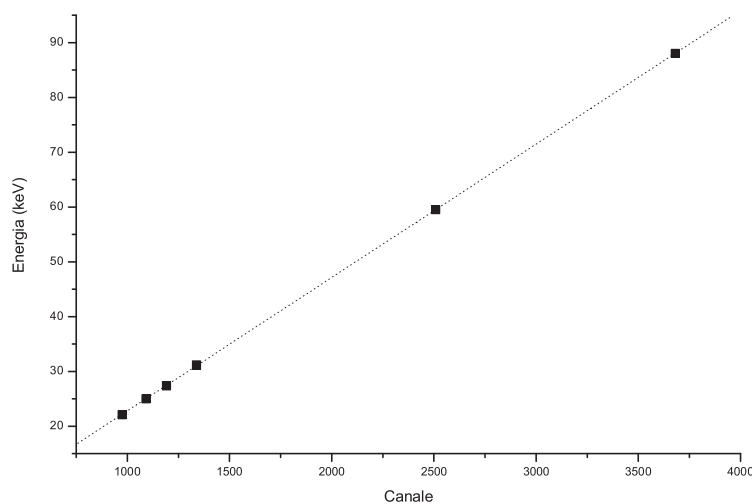


Figura 3.4: Nel grafico sono rappresentati i punti utilizzati per la calibrazione della PCA in energia, e la retta ottenuta con il fit ai minimi quadrati

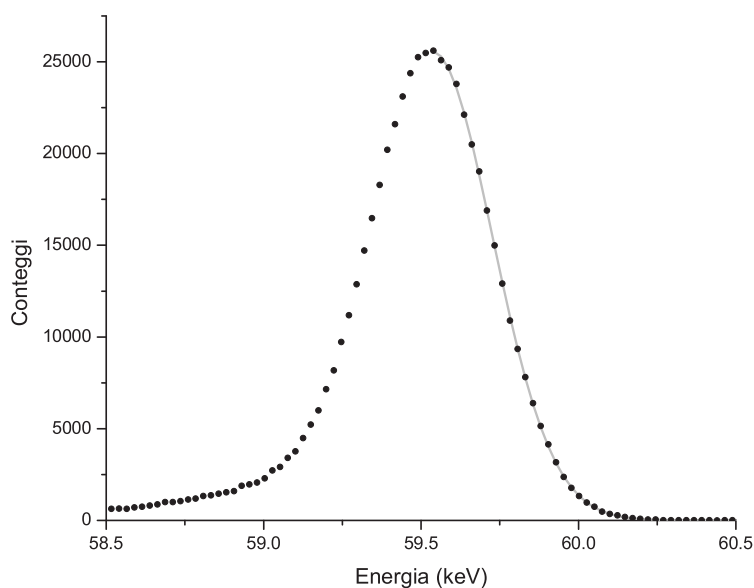


Figura 3.5: Fit gaussiano del picco corrispondente al decadimento a energia 59.54 keV dell’americio. Poiché per i nostri scopi il picco può essere considerato monocromatico, abbiamo assunto la deviazione standard dei conteggi come misura della risoluzione in energia dell’apparato di acquisizione. Si osservi la presenza della “coda” a bassa energia dovuta alla presenza di scattering Compton, che ci ha costretti ad effettuare il fit sulla sola metà della curva ad energia più alta.

La risoluzione in energia del nostro sistema è stata stimata valutando l’allargamento di alcuni dei picchi di decadimento osservati, per i nostri scopi supposti monocromatici. Per ognuno di essi si è effettuato un fit gaussiano sulla sola metà ad energia maggiore (nell’altra metà è infatti presente una, a volte ben visibile, distorsione della curva dovuta alla presenza di fotoni che, prima di essere rivelati, hanno subito scattering Compton, perdendo così parte della loro energia), e la deviazione standard è stata presa come misura della risoluzione energetica dell’apparato di acquisizione. In figura 3.5 è presentato, a titolo esemplificativo, il fit eseguito su uno dei picchi, mentre in tabella 3.2 sono riportati i valori ottenuti.

Una volta terminata la procedura di calibrazione, abbiamo misurato i fasci a 40 keV e 80 keV con filtro di rame. I risultati sono riportati in figura 3.6: come si vede, per il fascio a 40 keV l’accordo tra simulazione e misure appare buono; anche per il fascio a 80 keV filtrato non si osservano

Sorgente	Energia(keV)	ΔE	$\Delta E/E$
^{109}Cd	22.10	0.359	0.016
^{125}I	27.38	0.345	0.013
^{241}Am	59.54	0.384	0.006
^{109}Cd	88.03	0.442	0.005

Tabella 3.2: In tabella sono mostrate le deviazioni standard ottenute dal fit gaussiano di alcuni dei picchi di decadimento osservati, assunte come risoluzione energetica del sistema di acquisizione

importanti discrepanze fra lo spettro misurato e quello simulato, eccetto che nella regione interessata dai picchi di emissione caratteristica del tungsteno, visibili nella simulazione alle energie di 58, 59.5, 67 e 69 keV : per effetto di una ridotta risoluzione energetica della misura, essi appaiono fortemente attenuati e allargati, con una conseguente deformazione dello spettro in quella regione.

Cio è da imputare principalmente alle condizioni di lavoro non ottimali della nostra strumentazione: a causa infatti dell'elevato flusso della radiazione prodotta dal tubo, dell'alta efficienza e della notevole estensione della superficie del rivelatore (circa 1 cm^2), si sono sofferti problemi di saturazione³ che ci hanno costretti ad una forte collimazione dei fasci incidenti che abbiamo misurato; nonostante tale accorgimento non siamo però riusciti ad eliminarli totalmente. Essi appaiono ancor più evidenti dalla misura del fascio a 80 keV senza filtro (vedi figura 3.7), che a parità di mAs presenta un flusso circa tre volte superiore rispetto a quello del fascio filtrato: oltre alla scomparsa quasi totale dei picchi di emissione caratteristica e ad un'evidente distorsione della forma dello spettro, si osserva una coda abbastanza estesa di conteggi ad energie superiori agli 80 keV , prova della presenza di importanti effetti di pile-up. D'altronde, sebbene ci fosse la possibilità di ridurre ulteriormente il flusso attenuando il fascio con un opportuno spessore di materiale assorbente, abbiamo deciso di non percorrere questa strada per non introdurre ulteriori variabili che avrebbero reso più difficoltosa e meno affidabile la simulazione dei risultati previsti.

³Il rivelatore da noi utilizzato è infatti progettato per studi di spettroscopia, e il pre-amplificatore integrato non ha tempi di risposta sufficientemente rapidi da garantire un buon funzionamento di fronte a flussi elevati come quelli prodotti da un tubo radiogeno.

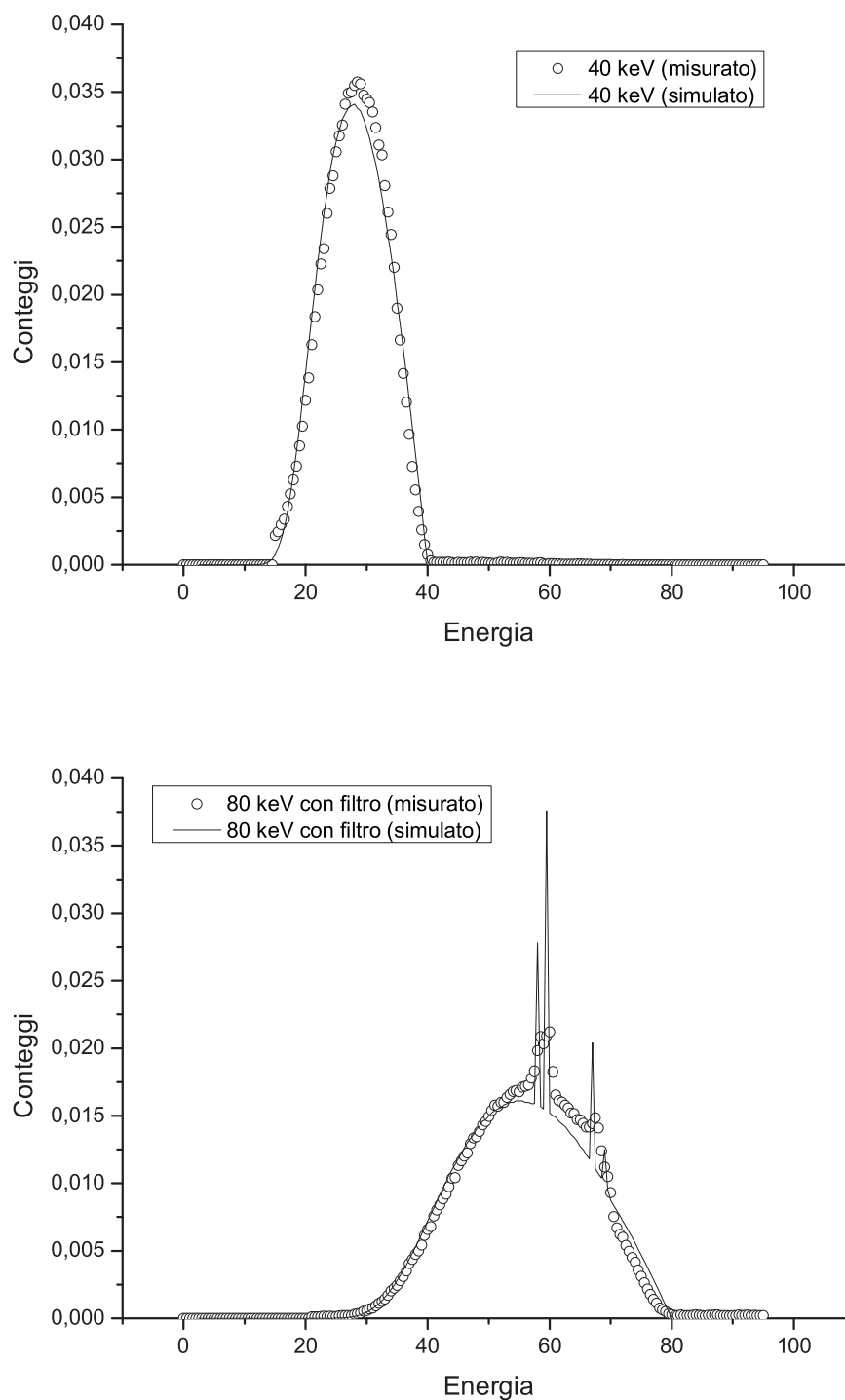


Figura 3.6: Nel grafico sono riportati, per intervalli di energia della larghezza di $0,5 \text{ keV}$, i conteggi misurati e simulati per i fasci a 40 keV e 80 keV con filtro di rame. I totale dei conteggi per ogni fascio è normalizzato a 1.

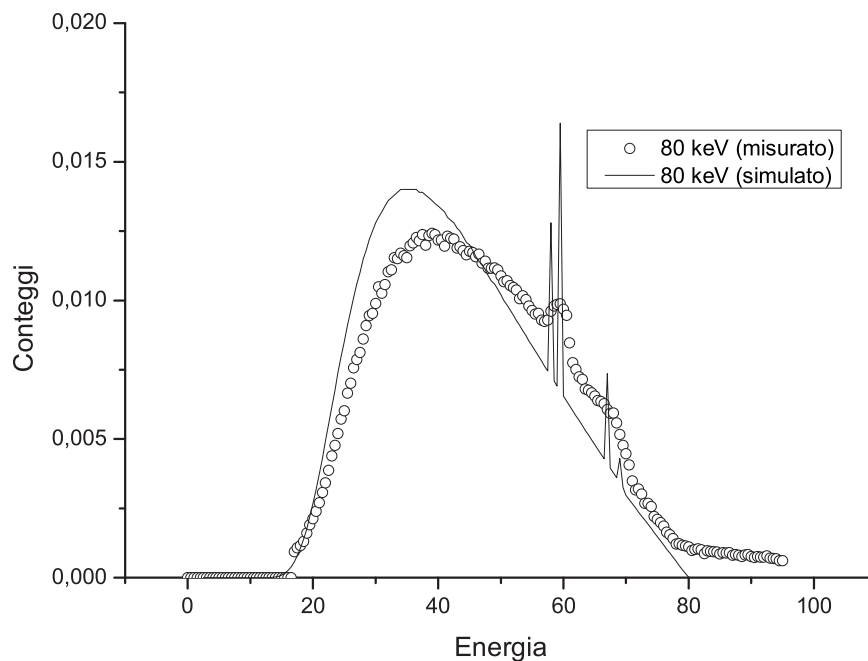


Figura 3.7: Nel grafico è riportato, per intervalli di energia della larghezza di 0.5 keV , i conteggi misurati e simulati per il fascio a 80 keV senza filtro di rame. Il totale dei conteggi è normalizzato a 1.

Constatati i limiti della nostra strumentazione e sulla base dei risultati ottenuti con i fasci a 80 keV con filtro di rame e, soprattutto, a 40 keV , possiamo comunque considerare affidabili le simulazioni, e adottarle quindi come riferimento anche per i fasci a 80 keV senza filtro e a 60 keV con filtro.

Osserviamo anche che, a causa della necessità di tenere basso il flusso, del tempo di esposizione limitato dalle possibilità del tubo a qualche decina di secondi e della vicinanza in energia dei canali della PCA (circa 41 canali/keV), durante le misurazioni dei fasci ogni canale ha registrato un numero piuttosto basso di conteggi, con fluttuazioni ovviamente notevoli. Per ridurre l'effetto e ottenere spettri facilmente confrontabili con i dati simulati (disponibili, per tutte le grandezze considerate, con risoluzione di 0.5 keV), si è presentata quindi la necessità di stimare i conteggi ad intervalli di mezzo keV . Per calcolare il valore del flusso all'energia \tilde{E} si sono quindi sommati i conteggi dei canali pesati con una finestra triangolare di ampiezza e larghezza unitarie, centrata proprio in \tilde{E} ; l'uso della finestra si è reso necessario a

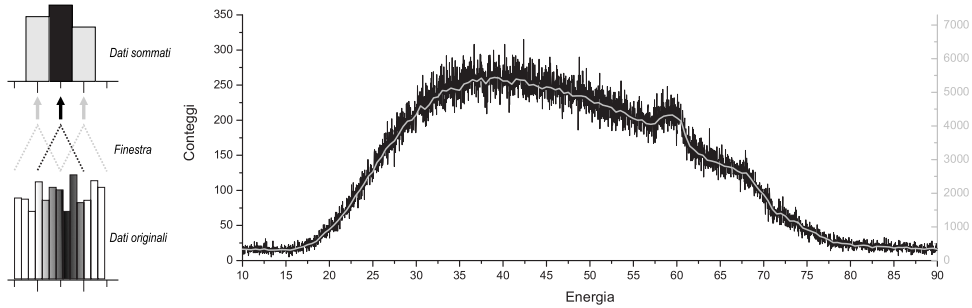


Figura 3.8: A sinistra è rappresentata in modo schematico la tecnica di somma utilizzata: per calcolare i conteggi in ogni intervallo ampio mezzo keV si sommano i dati originali che ricadono nell'intervallo stesso con una finestra triangolare di ampiezza e larghezza unitarie. A sinistra è riportato il grafico dei conteggi ottenuti con la PCA per il fascio a 80 keV (in nero), e gli stessi conteggi dopo la procedura di somma (in grigio): per un più agile confronto i due tracciati sono rappresentati su scale diverse, individuate dalle rispettive gradazioni di grigio.

causa del fatto che la distanza tra i canali della PCA non è un sottomultiplo esatto di 0.5: la semplice somma dei canali compresi in un intervallo di 0.5 keV centrato in \tilde{E} avrebbe portato ad oscillazioni dovute alla variazione del numero di canali compresi nei vari intervalli (vedi figura 3.8).

Dalla figura 3.9 si vede anche chiaramente come i due fasci filtrati soddisfino bene le nostre richieste, con l'80 keV che risulta il più *separato* dal fascio a bassa energia, e il 60 keV che ha sul primo il vantaggio di lavorare ad un'energia media più bassa (alla quale quindi i materiali dovrebbero in genere mostrare comportamenti più facilmente distinguibili, come mostrato in figura 3.1).

3.2 Apparato rivelatore

Per ottenere le immagine radiografiche abbiamo utilizzato un sistema a conteggio di singolo fotone realizzato accoppiando un rivelatore in silicio a pixel dello spessore di 525 μm con il chip *medipix*, realizzato nell'ambito di una collaborazione tra il CERN, le università e le sezioni INFN di Pisa, Napoli e Cagliari, e le università Freiburg e Glasgow [8] [9]. Il rivelatore è invece stato sviluppato dall'università e dalla sezione INFN di Pisa in collaborazione con l'ITC-irst di Trento [10].

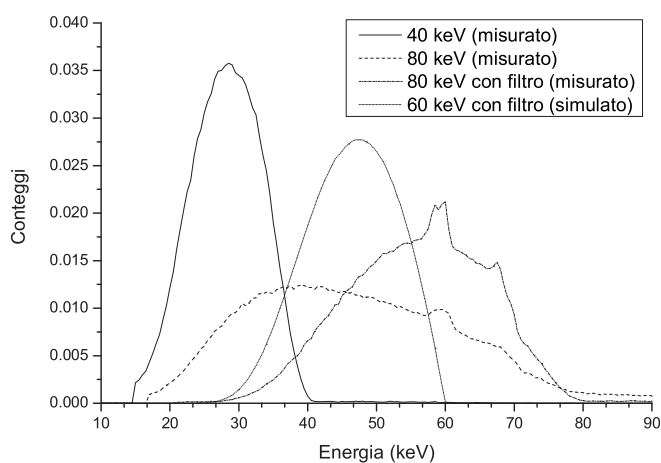


Figura 3.9: Nel grafico sono riportati i quattro fasci utilizzati nel nostro lavoro, che possono così essere agevolmente confrontati; i dati si riferiscono alle misure effettuate con la PCA, eccetto che per il fascio a 60 keV, per il quale si sono utilizzati i dati ricavati dalla simulazione.

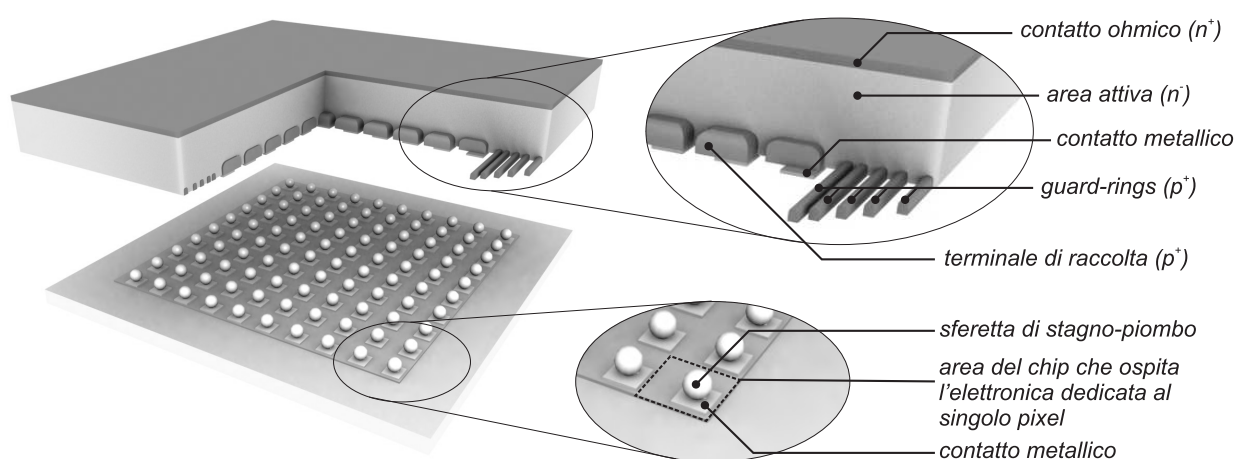


Figura 3.10: Schema della struttura del chip medipix (sotto) accoppiato via bump-bonding al rivelatore (sopra)

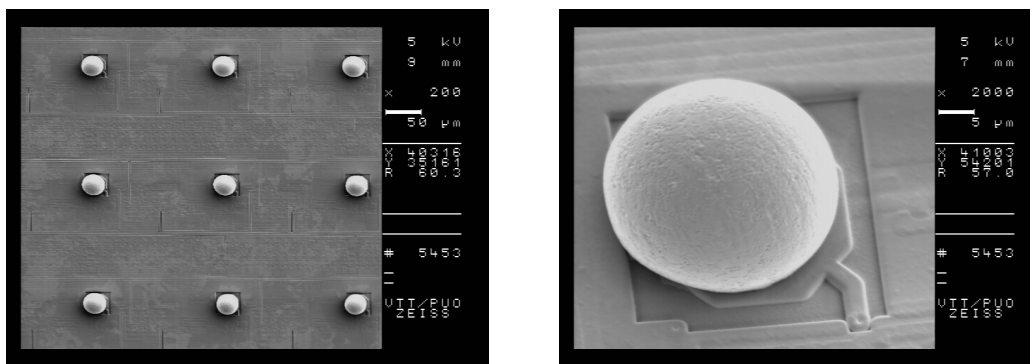


Figura 3.11: Le due foto mostrano alcune sferette di metallo depositate sui rispettivi contatti (a sinistra) durante il processo di bump-bonding, ed il particolare di una di esse (a destra)

L'accoppiamento è ottenuto via *bump-bonding*: rivelatore e chip di read-out presentano due interfacce di contatti corrispondenti, che vengono collegati depositando, per ogni contatto, una piccola sfera metallica (in genere si tratta di sfere di stagno-piombo del diametro approssimativo di $20\ \mu\text{m}$, di cui un esempio è visibile in figura 3.11). I due elementi vengono poi sottoposti all'operazione di *flip-chip*, che consiste nel sovrapporli e scaldarli fino alla fusione delle sferette di metallo, che realizzano così il contatto. L'utilizzo di questa tecnica permette di mantenere il rivelatore e l'elettronica di conteggio svincolati tra loro sotto molti aspetti, consentendo così lo sviluppo e la sostituzione dei due componenti indipendentemente. Essa ha però lo svantaggio di inserire un ulteriore stadio nel processo produttivo, con il conseguente aumento dei costi, dei tempi e degli scarti di lavorazione.

3.2.1 Photon Counting Chip

Medipix è un chip a conteggio di singolo fotone (PCC, Photon Counting Chip) studiato per l'accoppiamento con una matrice di rivelazione di 64×64 pixel quadrati di $170\ \mu\text{m}$ di lato ciascuno, per una superficie attiva totale di circa $1.2\ \text{cm}^2$. Nell'area corrispondente ad ogni pixel esso ospita l'elettronica che si occupa, in modo indipendente per ognuno di essi, del conteggio delle interazioni avvenute nel rivelatore.

La prima parte, analogica, provvede ad amplificare il segnale prodotto dalla carica raccolta all'elettrodo, con un guadagno di circa $125\ \text{mV}/fC$, dopo averlo corretto per la corrente di saturazione inversa del rivelatore (misurata su una linea comune a tutti i pixel).

La successiva elettronica digitale, mentre la modalità di acquisizione del chip (controllata da un'apposita linea di *shutter*) è attiva, si occupa di contare (con un range di 15 bit, ovvero da 0 a 32767 conteggi) i segnali che risultino superiori ad una certa soglia. Questa è definita dal valore V_{th} , comune a tutti i pixel, al quale viene sommata una frazione, stabilita con una risoluzione di 3 bit, del valore della soglia di correzione V_{adj} .

Variando le tensioni applicate si possono quindi ottenere alcuni fondamentali controlli:

- Energia minima dei fotoni rivelati: poiché la carica raccolta dal rivelatore è direttamente proporzionale all'energia rilasciata dal fotone, tramite un'opportuna calibrazione è possibile stabilire una relazione tra la soglia V_{th} impostata e l'energia minima dei fotoni che vengono contati.
- Correzione in hardware dei singoli pixel: la soglia V_{adj} e il parametro a 3 bit impostabile in modo indipendente per ogni pixel permettono di compensare le differenze di risposta dei circuiti elettronici corrispondenti ad ognuno di essi. In questo modo si può ottenere una risposta quasi omogenea ad una radiazione uniforme su tutta l'area del rivelatore (*flat-field*).
- Tempo di acquisizione: il sensore può essere attivato e disattivato da una linea di controllo, il che permette di regolare con precisione il tempo di esposizione e di effettuare acquisizioni in batch di più immagini successive.

Il chip fornisce, inoltre, la possibilità di operare su una serie di parametri secondari per ottimizzarne il funzionamento.

3.2.2 Rivelatore

Il rivelatore è essenzialmente costituito da una matrice di diodi (ognuno dei quali corrispondente ad un pixel del PCC descritto sopra), realizzati secondo la struttura schematizzata in figura 3.10: come si può vedere, ogni diodo è formato da una piccola regione drogata p^+ e da una regione n^- in comune con tutti gli altri. In questa zona, che occupa in pratica l'intero volume del rivelatore, si estende la totalità della regione di svuotamento, che costituisce la parte "attiva" del rivelatore: in essa si generano, grazie all'energia rilasciata dai fotoni incidenti, le coppie elettrone-lacuna che vengono separate dal campo elettrico. Le lacune vengono poi raccolte dal terminale p^+ più

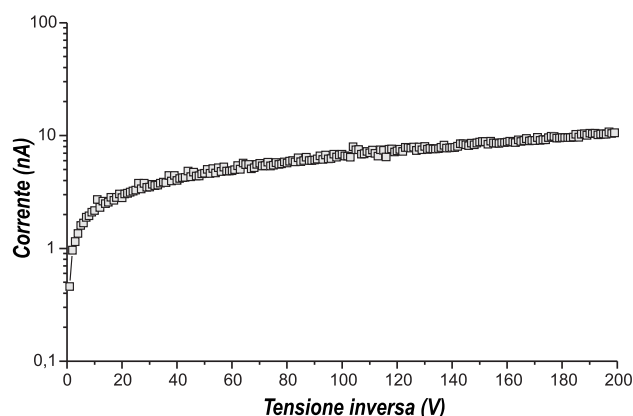


Figura 3.12: Caratteristica I/V del rivelatore in silicio spesso $525 \mu m$ da noi utilizzato.

vicino e processate dall'elettronica relativa, ad esso collegata tramite bump-bonding. Sulla parte posteriore del rivelatore troviamo inoltre un sottile strato a drogaggio n^+ che costituisce un contatto ohmico per la polarizzazione dei diodi.

Il particolare rivelatore da noi utilizzato ha uno spessore di $525 \mu m$, ed è realizzato in silicio ad alta resistività. Come si osserva dalla caratteristica I/V riportata in figura 3.12, esso raggiunge il quasi totale svuotamento già intorno ai $50 V$; la tensione operativa è però stata fissata a $120 V$ per poter operare in regime di sovrasvuotamento.

Multi-Guard-Rings

La struttura descritta per il rivelatore presenta alcuni problemi nell'intorno del perimetro della matrice, in prossimità della superficie: spostandosi infatti dall'interno verso l'esterno si ha, nello spazio di poche decine di micron, la stessa caduta di potenziale che si ha nell'intero spessore del rivelatore. Si genera così un intenso campo elettrico che può portare a scariche fra il bordo del rivelatore e il chip di lettura, compromettendo così il corretto funzionamento dell'apparato.

Per ovviare a questo problema il rivelatore adotta una struttura *multi-guard-rings* costituita da 12 linee a drogaggio p^+ , della larghezza di $15 \mu m$ e con distanze relative variabili da 15 a $30 \mu m$. Questa, aggiunta al guard-ring principale che circonda la matrice, permette di smussare con maggior efficacia l'andamento del potenziale, riducendo così di molto i valori di picco del campo elettrico in prossimità del perimetro (vedi figure 3.13 e 3.14).

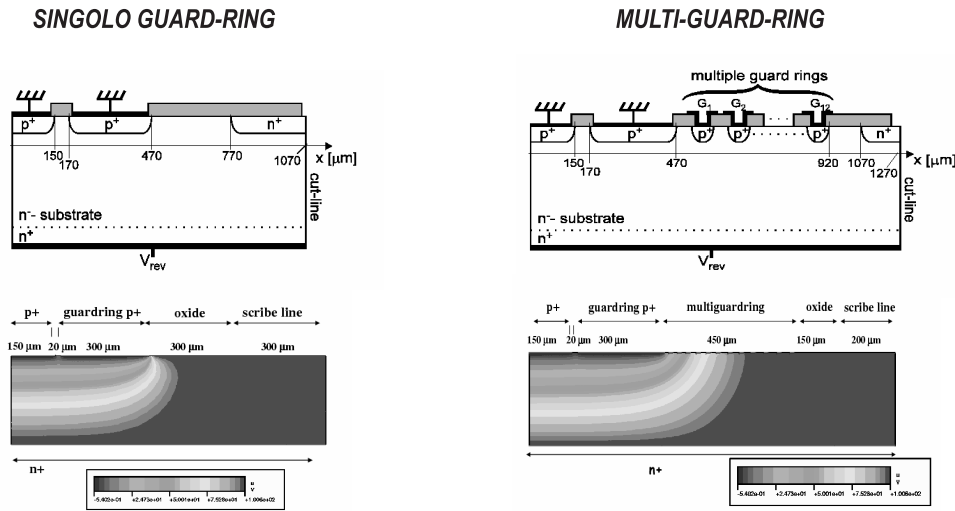


Figura 3.13: In figura sono raffigurate due configurazioni utilizzate per simulare l'effetto della struttura multi-guard-rings, e il relativo andamento del potenziale elettrico. Come si vede con un singolo guard-ring (a sinistra) la caduta di potenziale in prossimità del perimetro del diodo avviene nello spessore di pochi micron; con la struttura multi-guard-ring (a destra), invece, il potenziale viene smussato e i valori massimi del campo elettrico limitati.

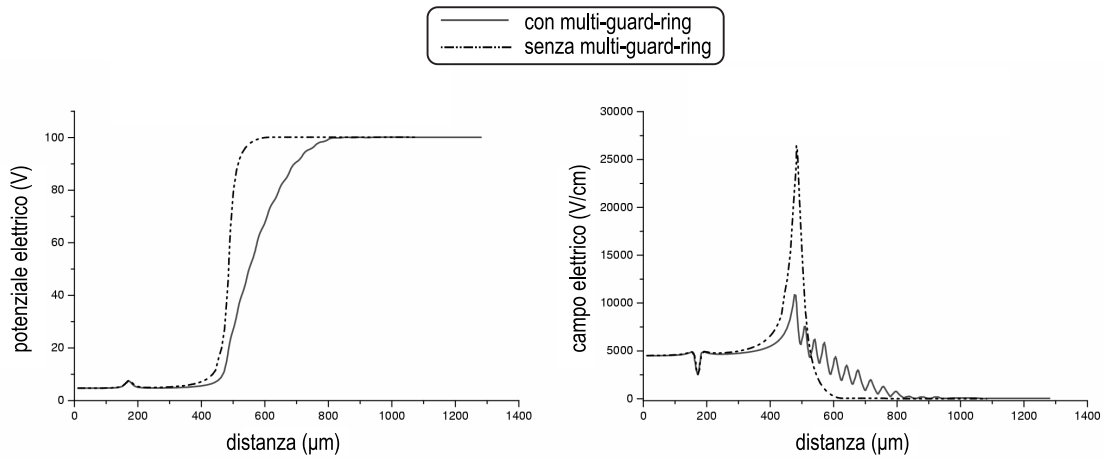


Figura 3.14: I due grafici rappresentano il potenziale (a sinistra) ed il campo elettrico (a destra) simulati all'interfaccia superiore della struttura riportata in figura 3.13

3.2.3 Hardware di read-out

Il sensore è interfacciato, tramite la scheda dedicata *MUROS2* (Medipix reUsable Read-Out System), ad un comune PC con sistema operativo Windows NT sul quale sono installate due schede commerciali della National Instruments (mod. *AT-AO-10* e *PCI-DIO-32HS*) che forniscono *I/O*, rispettivamente, analogici e digitali per il computer.

La *MUROS2*, collegata e controllata dalle schede della National Instruments, si occupa quindi di fornire le tensioni di alimentazioni, quelle di controllo e di effettuare il read-out del chip una volta terminata l'acquisizione.

3.2.4 Software

L'hardware di read-out è gestito dal software dedicato *MediSoft3*, sviluppato dall'Università e dall'INFN di Napoli. Tramite questo strumento è possibile, attraverso un'interfaccia grafica "user-friendly", impostare tutte le tensioni di controllo del chip, effettuare routine di controllo sul funzionamento dello stesso, calibrare le soglie dei singoli pixel e, ovviamente, effettuare l'acquisizione e la visualizzazione delle immagini. Esso integra inoltre strumenti di base per l'equalizzazione delle immagini acquisite.

Capitolo 4

Risultati

Come abbiamo illustrato nel capitolo 2, l'applicazione della tecnica dual energy può notevolmente incrementare la visibilità di alcuni particolari di interesse in un'immagine radiografica. La bontà dei risultati che si possono ottenere è però influenzata da numerosi fattori riguardanti sia le caratteristiche delle immagini originali, sia la scelta di alcuni parametri cruciali nell'applicazione della tecnica. Obiettivo primario di questo lavoro è quello di studiare l'influenza di alcune di queste variabili sui risultati ottenibili; in particolare sono stati presi in considerazione i seguenti fattori:

- **Contrasto del campione:** seppure nel paragrafo 1.4.1 si sia dimostrato come il contrasto non sia un buon parametro per giudicare la visibilità di un dettaglio su un'immagine radiografica digitale, si è anche osservato come esso sia un buon indice della visibilità “intrinseca” del campione, ovvero, in pratica, della qualità del segnale che il sistema di imaging riceve in ingresso. Per vedere quindi come quest'ultimo influenza le prestazioni dell'elaborazione dual energy, abbiamo effettuato le nostre misure su fantocci identici come composizione, ma di tre diversi spessori (in particolare 6, 8 e 10 *mm*).
- **Spettro dei fasci incidenti:** la scelta dei fasci da utilizzare per acquisire le immagini a bassa e alta energia è cruciale, e deve sposare le possibilità dell'apparato sperimentale con diverse esigenze: spettri più possibile separati (in modo da avere dati maggiormente indipendenti nelle due immagini), energie non troppo alte (così da mantenersi in una zona in cui i comportamenti dei coefficienti di attenuazione dei diversi materiali siano ben distinguibili), flussi adeguati, ecc... Come anticipato nel capitolo precedente, la nostra scelta per il fascio a bassa energia è risultata obbligata (40 *keV*), mentre per quello ad alta energia abbiamo osservato le performance ottenute utilizzando tre diverse

configurazioni: senza nessun filtro ad 80 keV e con filtro di 0.5 mm di rame ad 80 e 60 keV .

- **Base della scomposizione** I materiali scelti per la decomposizione 2.20, che in teoria dovrebbero incidere solo sui valori degli angoli di annullamento e non sulla qualità delle immagini ottenute per proiezione¹, diventano invece influenti nel caso che si utilizzi una tecnica di calibrazione diretta come quella da noi applicata (e descritta nel paragrafo 2.3.1): la misura di ciò è però difficile da calcolare, perché ha a che fare con tutti quegli effetti collaterali cui si è accennato nel paragrafo 2.3. Abbiamo quindi deciso di effettuare un confronto diretto dei risultati ottenibili utilizzando i tre possibili accoppiamenti di lucite², alluminio e cera. Mentre i primi due rappresentano la base più di frequente utilizzata in letteratura, il terzo è stato scelto perché piuttosto simile alla lucite: sebbene questa considerazione sia sostanzialmente qualitativa e assolutamente non rigorosa, l'uso della base cera-lucite dovrebbe permetterci di descrivere nell'intero primo quadrante del piano dei materiali il piccolo intervallo di coefficienti di assorbimento il comportamento dei quali sia compreso tra quello della lucite e quella della cera. Gli angoli di annullamento dei materiali in quest'intervallo, nel quale ci aspettiamo rientrino anche i materiali che compongono la mammella, dovrebbero quindi risultare tra loro particolarmente lontani, e vogliamo appurare se questo possa portare dei vantaggi in termini di qualità delle immagini sintetizzate. I risultati ottenuti con le diverse basi sono poi stati confrontati con quelli ottenuti nello spazio \mathbb{M} definito in 2.1.2, in modo da verificare se la procedura di calibrazione da noi adottata possa effettivamente migliorare le performance della tecnica dual energy.

Nel seguito, per semplicità, ci riferiremo alle quattro basi utilizzate con le abbreviazioni *A-L* (Alluminio-Lucite), *A-C* (Alluminio-Cera), *C-L* (Cera-Lucite) e *ML-MH* (attenuazione logaritmica ad alta e bassa energia).

Per valutare la tecnica abbiamo considerato la situazione ideale in cui essa venga applicata a campioni nei quali siano presenti due diversi materiali

¹In effetti scegliere una coppia di materiali piuttosto che un'altra significa operare una rotazione e una "compressione" (o "espansione") dei valori degli angoli caratteristici dei materiali; poiché però a questo livello siamo già nell'ambito della trattazione matematica dei dati, operata con precisione numerica virtualmente arbitraria, questo non dovrebbe influire sulla nostra capacità di discriminazione.

²Questo è il nome con cui la DuPont ha brevettato e commercializzato il *polimetilmetacrilato*, spesso indicato anche con la sigla "PMMA".

A e B (i “dettagli”) immersi in un fondo C : si suppone di essere interessati a massimizzare la visibilità di uno dei due dettagli annullando quella tra il rimanente e il fondo. Al variare dei parametri appena esposti, quindi, abbiamo osservato il comportamento di due quantità utili a determinare la bontà della tecnica:

- **SNR all’annullamento**³: uno degli scopi principali della tecnica dual energy è quello di nascondere completamente un dettaglio rispetto al fondo, mantenendo più alta possibile la visibilità dell’altro. Seppur con i limiti cui si è accennato in 1.4.3, che peraltro poco si applicano ai fantocci da noi utilizzati a causa della loro regolarità e uniformità, il rapporto segnale-rumore di A , calcolato quando quello di B (entrambi rispetto a C) sia prossimo allo 0, rappresenta una buona misura della bontà dei risultati ottenuti.
- **Angoli di annullamento**: sebbene poco sopra si sia accennato alla scarsa rilevanza dei valori dell’angolo di annullamento ai fini della sua corretta determinazione, ci sono situazioni in cui questo può non essere del tutto vero: se infatti, fissati i tre materiali in gioco, si ha come obiettivo quello di indagare un’immagine non in modo interattivo, ma osservandola direttamente all’angolo di annullamento predeterminato⁴ di uno di essi⁵, è chiaro che assume importanza la stabilità di questo al variare del campione; essa ci garantisce infatti che l’angolo di annullamento vero sullo specifico campione sia abbastanza vicino a quello medio determinato in precedenza, permettendoci così di ottenere un buon, se non completo, annullamento.

Nel resto del capitolo esporremo dapprima i dettagli della procedura utilizzata per ottenere le immagini di sintesi, e poi risultati sperimentali conseguiti al variare dei parametri sopra esposti.

³D’ora in poi, lavorando a spessore costante, “dettaglio” è per noi sinonimo di “materiale”; è bene però tener presente che l’angolo di annullamento a cui ci si riferisce non è l’angolo caratteristico del materiale, ma l’angolo a cui per esso si annullano contrasto e SNR rispetto allo sfondo

⁴ Ad esempio sulla base di previsioni teoriche o, più probabilmente visti i problemi di previsione cui si è accennato nel paragrafo 2.3, di uno studio preliminare su un set di alcuni campioni.

⁵ È piuttosto probabile essere interessati a questo tipo di approccio quando, ad esempio, si debba fare un’analisi preliminare su un gran numero di immagini; in tal caso l’analisi interattiva e la determinazione dell’angolo di annullamento “specifico” di ogni immagine potrebbe risultare troppo gravoso.

4.1 Sintesi delle immagini

4.1.1 Immagini originali

Il primo passo da fare per l'applicazione della tecnica dual energy è ovviamente quello dell'acquisizione delle immagini originali. Esso passa principalmente per due fasi: l'acquisizione vera e propria, e l'equalizzazione delle immagini stesse per correggere alcuni effetti secondari che ne deteriorano la qualità.

Acquisizione

Per acquisire le immagini il fuoco del tubo radiografico è stato posizionato ad una distanza approssimativa di 1,2 m, quasi la massima consentita dalla struttura del nostro apparato, così da ridurre al minimo la divergenza in corrispondenza del nostro sensore e garantire la massima uniformità possibile su tutta la superficie; allo stesso tempo, il fascio è stato centrato rispetto all'apparato rivelatore e, utilizzando le tendine interne del tubo, si è cercato di ridurre al minimo l'area irradiata al di fuori del sensore: in questo modo si è diminuita per quanto possibile la frazione di fotoni secondari rivelati, eliminando la maggior parte di quelli provenienti da zone esterne all'immagine (fig. 4.1).

L'esposizione delle immagini è stata aggiustata in modo da sfruttare al meglio la gamma dinamica del rivelatore, e controllata agendo esclusivamente sul tempo di accensione del tubo radiogeno, dato che rispetto ad esso era stata effettuata con esito positivo una misura di linearità della fluenza totale, non disponibile invece nei confronti delle variazioni di amperaggio.

Va osservato che nel caso dei fasci filtrati con il rame il flusso è risultato talmente scarso da rendere insufficiente, per ottenere una statistica confrontabile con le altre immagini, anche l'esposizione del campione per il tempo massimo consentito dal tubo. Per ovviare a questo problema abbiamo, quando necessario, acquisito più immagini, che sono state poi sommate.

Equalizzazione

Nonostante le compensazioni hardware operabili sul rivelatore a livello di singolo pixel e le accortezze prese per rendere più uniforme e parallelo possibile il fascio incidente, l'immagine acquisita senza nessun campione interposto (*flat-field*) esibisce delle evidenti disuniformità; a ciò si aggiunge la non trascurabile probabilità di non funzionamento di qualche pixel, distribuito in modo casuale. Per ovviare a questo tipo di problematiche è stato necessario mettere a punto delle procedure di correzione delle *immagini raw* acquisite.

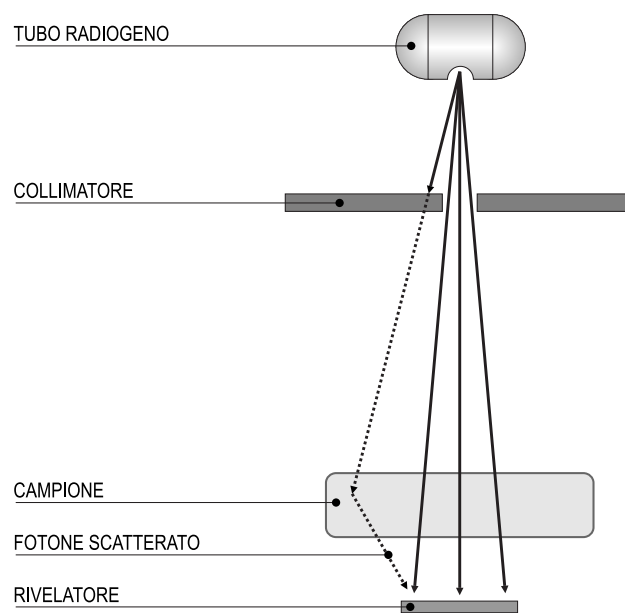


Figura 4.1: Rappresentazione schematica dell'effetto della collimazione utilizzata: come si vede, il collimatore ha l'effetto di bloccare i fotoni che non dovrebbero, vista la loro direzione di propagazione, raggiungere il rivelatore, ma che possono farlo in seguito a deviazioni dovute ad eventi di scattering, sporcando così l'immagine.

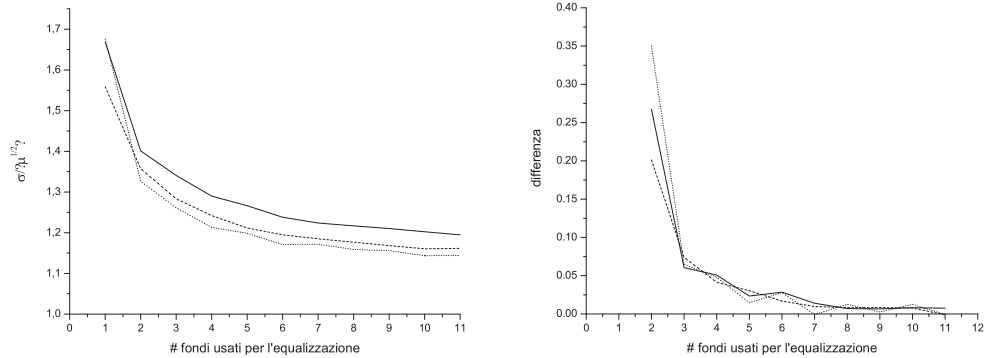


Figura 4.2: I due grafici mostrano l'effetto dell'equalizzazione su un flat-field al variare del numero di immagini usate per l'equalizzazione stessa. Nel grafico a sinistra è riportato il rapporto tra la fluttuazione dei conteggi misurata sull'immagine e il suo valore teorico, assunto secondo la distribuzione poissoniana come radice quadrata della media dei conteggi; a destra è riportata, per ogni punto n dell'asse delle ascisse, la differenza fra le fluttuazioni misurate utilizzando n immagini di riferimento e quelle misurate usandone $n - 1$. Come si vede da entrambi i grafici, utilizzare più di 6 immagini porta vantaggi poco significativi.

Per compensare le disuniformità si sono acquisite quindi un numero di immagini di flat-field F^k che ci garantissero una statistica totale almeno 6 volte superiore a quella dell'immagine raw: questo numero è stato determinato eseguendo la procedura di equalizzazione su un flat-field con un numero variabile di immagini di riferimento (ognuna con la stessa statistica di quella da equalizzare): come si può osservare dalla figura 4.2, le fluttuazioni sull'immagine equalizzata diminuiscono sensibilmente aumentando il numero di immagini utilizzate fino a circa 6, mentre oltre tale valore la variazione è decisamente più contenuta. Una volta acquisite le immagini, da ognuna di esse vengono rimossi, e sostituiti con la media degli 8 primi vicini⁶, i pixel che non hanno funzionato correttamente: si considerano tali i pixel $F_{i,j}^k$ per i quali valga la relazione

$$|F_{i,j}^k - \mu^k| > 3\sigma^k \quad (4.1)$$

dove μ^k e σ^k rappresentano, rispettivamente, media e deviazione standard della distribuzione dei valori dei pixel sulla k -esima immagine. Se lo stesso

⁶Quando si calcola la media, sui flat-field così come su quella equalizzata (vedi più avanti), vengono in realtà considerati, fra gli 8 pixel adiacenti, solo quelli funzionanti secondo la definizione data in questo stesso paragrafo; solo su questi viene in effetti calcolata la media. Nel caso che tutti e 8 risultino non funzionanti, il pixel è considerato irrecuperabile.

pixel (i, j) deve essere sostituito in più della metà dei flat-field, esso viene definitivamente segnato come non funzionante.

Sulla base della somma delle F^k si costruisce poi una matrice di guadagno G definita come:

$$G_{i,j} = \frac{\max_{i,j}(\sum_k F_{i,j}^k)}{\sum_k F_{i,j}^k} \quad (4.2)$$

dove con $\max_{i,j}(\sum_k F_{i,j}^k)$ si è indicato l'elemento di maggior valore della somma dei flat-field. La matrice di guadagno viene poi utilizzata per moltiplicare pixel a pixel l'immagine raw (ottenuta eventualmente dalla somma delle diverse immagini raw acquisite) ed ottenere così l'*equalizzazione* della stessa.

Una volta ottenuta l'immagine equalizzata, da essa si rimuovono i pixel che sono risultati non funzionanti dall'analisi dei flat-field, sostituendoli con la media degli 8 vicini più prossimi.

Un esempio dei risultati ottenibili con questa procedura è riportato in figura 4.3, dove è presentato un flat-field prima e dopo l'equalizzazione. Nell'immagine si nota anche una zona di conteggi anomali, corrispondente ad un angolo difettoso del rivelatore utilizzato: sebbene la procedura di interpolazione riesca a recuperare i pixel perimetrali di tale regione, per quelli più interni non ci sono dati sufficienti e vengono quindi lasciati come sono; in tutte le immagini che presenteremo in seguito sarà quindi presente questo tipo di difetto.

4.1.2 Calibrazione delle basi

Come già spiegato nel capitolo 2.3, la funzione di scomposizione su ogni materiale di una certa base è stata determinata con un fit diretto sul suo sviluppo in serie al second'ordine nelle attenuazioni logaritmiche M_l ed M_h . Per ogni base sono quindi state acquisite due serie di punti, una per il materiale α e l'altra per il materiale β , corrispondenti a diversi spessori il cui range coprisse approssimativamente i valori di attenuazioni logaritmiche attesi per i nostri campioni. La funzione di scomposizione sul materiale α è poi stata calcolata in modo che si mantenesse quanto più vicina possibile alle due serie di punti

$$\{(S_i^\alpha, M_{l,i}^\alpha, M_{h,i}^\alpha)\}, \quad i = 1 \dots n^\alpha; \quad (4.3)$$

$$\{(0, M_{l,j}^\beta, M_{h,j}^\beta)\}, \quad j = 1 \dots n^\beta; \quad (4.4)$$

La scelta di includere fra i punti di fit anche la seconda serie è motivata dal fatto che nella scomposizione 2.20 si ha una sorta di "ortogonalità" tra i materiali di base che in questo modo si cerca di replicare: tutti i punti corrispondenti a campioni del solo materiale β debbono dar luogo a componente nulla del materiale α . Ovviamente la stessa tecnica, adattata in modo del

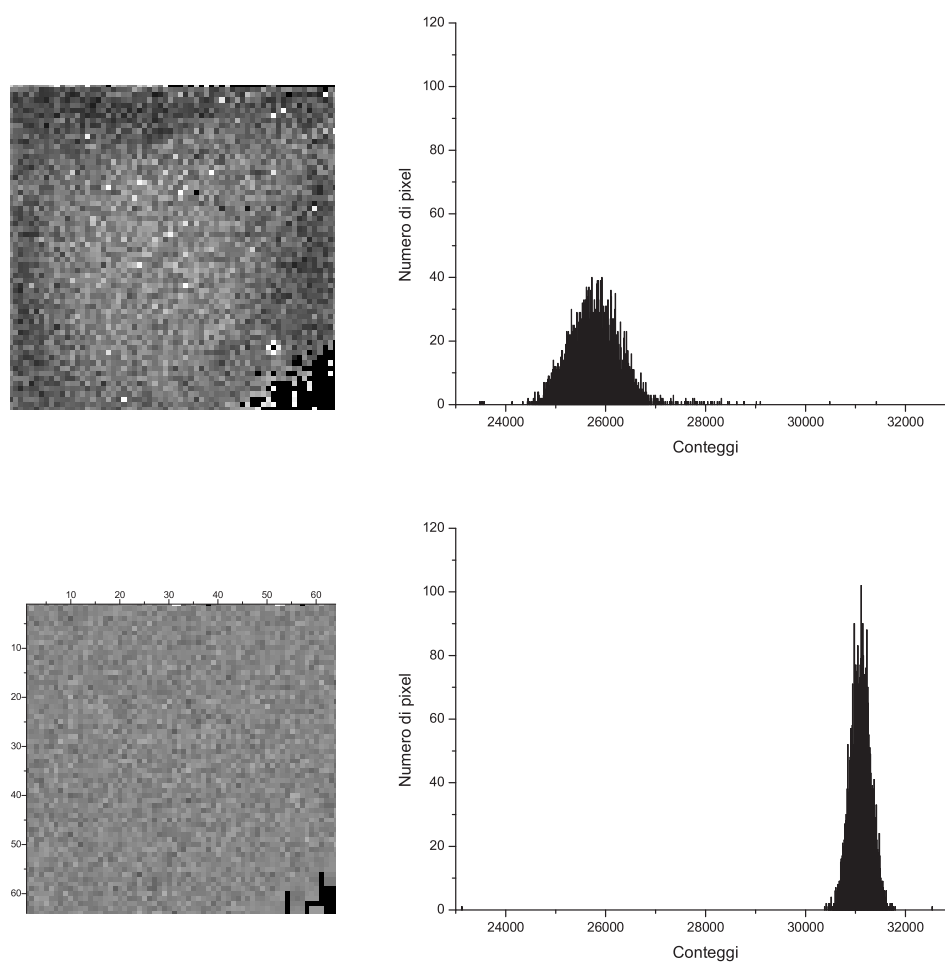


Figura 4.3: In figura è mostrata, prima (sopra) e dopo (sotto) la procedura di equalizzazione, l'immagine di un flat-field insieme alla relativa distribuzione di conteggi sui diversi pixel. Come si vede, dopo l'equalizzazione quest'ultima risulta, oltre che spostata verso l'alto (il che è dovuto alla scelta di prendere come riferimento per la matrice di guadagno il pixel con valore più alto), anche decisamente più stretta. L'effetto di maggior uniformità è d'altronde ben visibile anche osservando le immagini. Si noti l'angolo difettoso del sensore, e come la procedura di interpolazione, pur riducendone l'estensione, non riesca ad eliminarlo.

Cera	Alluminio	Lucite
0.0	0.0	0.0
3.5	0.4	12.4
7.0	1.2	16.0
10.7	1.5	19.6
14.4	1.9	23.2
17.1	.	26.5

Tabella 4.1: Spessori utilizzati per la calibrazione delle basi, espressi in millimetri.

Fascio	Mater.	a_0	a_h	a_l	a_{hh}	a_{ll}	a_{hl}
80	Allum.	$-1.08 \cdot 10^{-3}$	$3.99 \cdot 10^1$	$-2.82 \cdot 10^1$	$6.02 \cdot 10^2$	$2.42 \cdot 10^2$	$-7.64 \cdot 10^2$
	Cera	$0.80 \cdot 10^{-1}$	$-8.93 \cdot 10^2$	$5.30 \cdot 10^2$	$-3.37 \cdot 10^4$	$-1.35 \cdot 10^4$	$4.28 \cdot 10^4$
80Cu	Allum.	$5.67 \cdot 10^{-3}$	$7.17 \cdot 10^0$	$-5.23 \cdot 10^0$	$7.47 \cdot 10^1$	$.92 \cdot 10^1$	$-8.54 \cdot 10^1$
	Cera	$-0.90 \cdot 10^{-1}$	$-1.65 \cdot 10^2$	$1.29 \cdot 10^1$	$-1.60 \cdot 10^3$	$-3.17 \cdot 10^2$	$1.57 \cdot 10^3$
80	Allum.	$-9.98 \cdot 10^{-3}$	$3.14 \cdot 10^1$	$-2.32 \cdot 10^1$	$1.37 \cdot 10^2$	$6.42 \cdot 10^1$	$-1.88 \cdot 10^2$
	Lucite	$0.18 \cdot 10^0$	$-4.04 \cdot 10^2$	$2.38 \cdot 10^2$	$-1.09 \cdot 10^3$	$-4.30 \cdot 10^2$	$1.39 \cdot 10^3$
60Cu	Allum.	$7.12 \cdot 10^{-4}$	$1.65 \cdot 10^1$	$-8.81 \cdot 10^0$	$-9.42 \cdot 10^1$	$-1.08 \cdot 10^1$	$7.78 \cdot 10^1$
	Lucite	$4.00 \cdot 10^{-3}$	$-1.20 \cdot 10^2$	$4.81 \cdot 10^1$	$4.14 \cdot 10^2$	$4.80 \cdot 10^1$	$-3.63 \cdot 10^2$
80	Cera	$0.17 \cdot 10^0$	$-5.68 \cdot 10^2$	$2.64 \cdot 10^2$	$-7.29 \cdot 10^3$	$-3.47 \cdot 10^3$	$1.01 \cdot 10^4$
	Lucite	$-0.04 \cdot 10^0$	$3.55 \cdot 10^2$	$-2.26 \cdot 10^2$	$4.60 \cdot 10^3$	$2.22 \cdot 10^3$	$-6.45 \cdot 10^3$

Tabella 4.2: Coefficienti (espressi in millimetri) della funzione di proiezione (vedi 2.41) ottenuti dalla calibrazione delle basi con il fascio a 80 keV.

tutto simmetrico nei materiali, è stata applicata per calcolare la funzione di scomposizione su β .

Questa tecnica di fit fornisce quindi, per ogni materiale, non una sola funzione di scomposizione, ma tante funzioni quanti sono i materiali con cui esso viene associato a formare una base.

In tabella 4.1 sono riportati gli spessori utilizzati per la calibrazione dei vari materiali, mentre la tabella 4.2 mostra i coefficienti ottenuti.

4.1.3 Proiezioni

Applicando le funzioni di scomposizione ottenute dalla calibrazione descritta nel paragrafo precedente alle immagini equalizzate ad alta e bassa energia si ottengono le due immagini di base. Da queste è possibile poi ricavare tutte le immagini sintetizzate tramite la semplice operazione di proiezione descritta in 2.9 eseguita pixel a pixel.

Data	Fascio	M(media)	σ	$\sigma/\sqrt{(M)}$
19/07/2004	40	31099	207	117%
19/07/2004	60f	6181	90	114%
19/07/2004	80f	19776	168	119%
19/07/2004	80	32060	180	101%
14/05/2004	40	31771	212	119%
14/05/2004	80	31728	198	111%

Tabella 4.3: Media, deviazione standard e rapporto tra quest'ultima e quella teorica prevista dalla distribuzione di Poisson, per alcuni set di flat-field. Ogni set è individuato dalla data di acquisizione e dal fascio utilizzato (la f indica la presenza del filtro di rame). I valori riportati per ogni set sono misurati sulla prima immagine dello stesso dopo che questa è stata equalizzata usando tutte le altre.

In figura 4.4 è sintetizzata l'intera procedura necessaria per ottenere le immagini di sintesi a partire dal campione radiografico.

4.1.4 Incertezza sulle misure

I fenomeni che portano alla rivelazione dei fotoni da parte del sensore sono tutti descrivibili da una distribuzione di Poisson (generazione del fascio radiografico, attenuazione nel volume del campione, interazione nel rivelatore), ed è quindi ragionevole assumere per essi una fluttuazione relativa pari a $1/\sqrt{N}$, se N è il numero di conteggi registrati. In realtà questo valore può essere affetto da ulteriori errori introdotti dall'elettronica, ma verifiche effettuate su flat-field equalizzati hanno evidenziato come la deviazione standard sia in buon accordo con il valore previsto: nella tabella 4.3 sono riportati i valori ottenuti da alcuni set di flat-field acquisiti nel corso del nostro lavoro, e come si vede le differenze sono contenute nell'ordine del 20%.

Nella procedura di analisi delle immagini sono poi presenti altre fonti di errore, in particolare l'equalizzazione e la scomposizione con funzioni ottenute tramite procedura di calibrazione, che risultano però approssimativamente dello stesso ordine, se non inferiori, alla fluttuazione relativa sopra menzionata.

Benché in linea teorica questi errori possano essere tutti stimati, e correttamente calcolato il loro impatto sui valori ottenuti per i pixel delle immagini proiettate (sulle quali si sono effettuate le misure di interesse), abbiamo ritenuto che tale procedura non fosse necessaria.

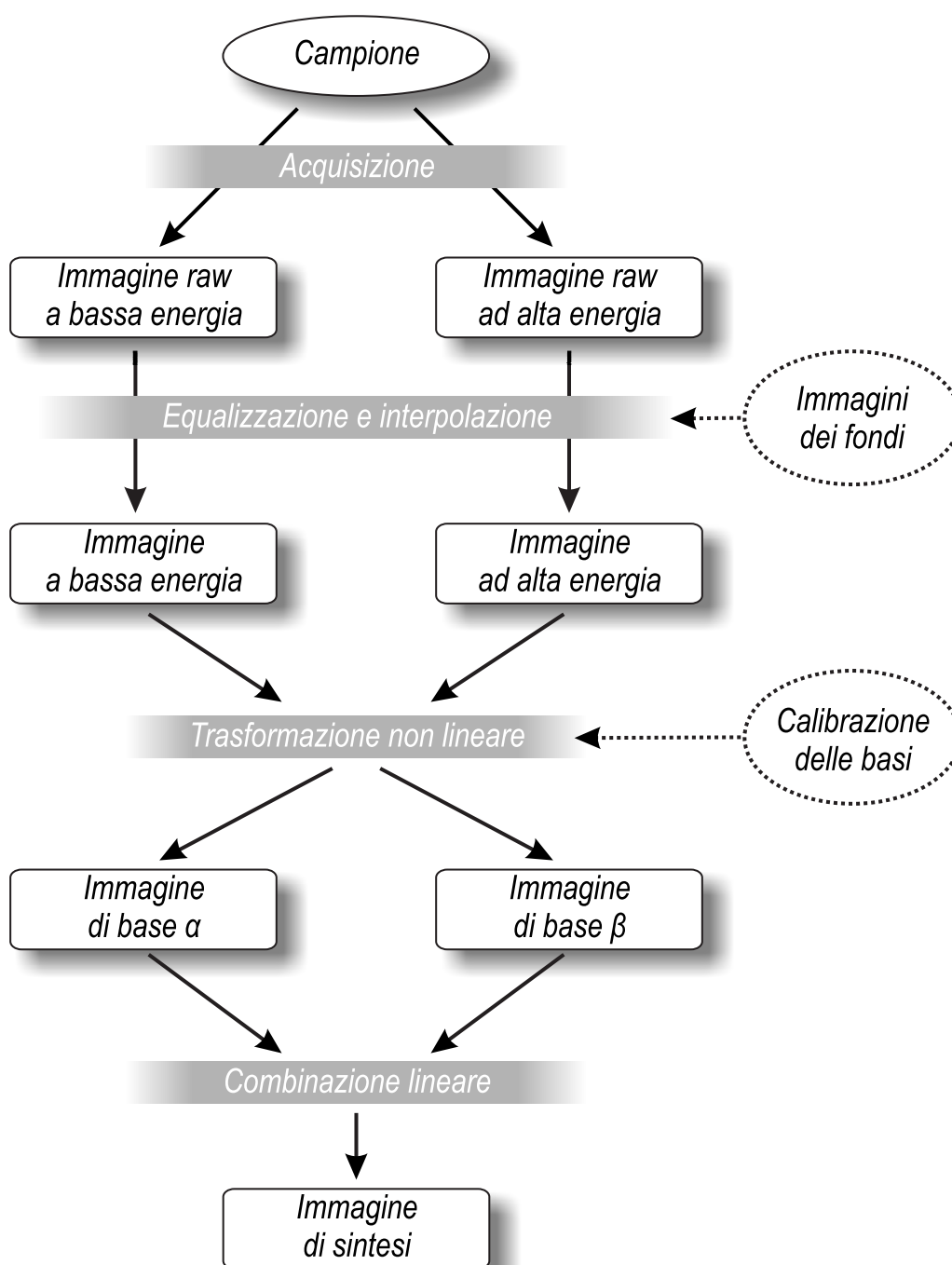


Figura 4.4: Rappresentazione semplificata dei vari passi necessari per ottenere le immagini di sintesi a partire dal campione radiografico.

Infatti le quantità alle quali siamo interessati non riguardano mai il singolo pixel, sul quale dovrebbero essere conosciute con la relativa incertezza, ma intere aree dell'immagine delle quali vogliamo stimare la visibilità: in tale contesto l'unica fonte di rumore è la fluttuazione che la quantità di interesse ha fra pixel diversi che appartengono a quella che noi identifichiamo come una zona omogenea, e sulla quale quindi vorremmo che la nostra misura desse sempre lo stesso risultato. Appare quindi naturale assumere tale fluttuazione, che può essere direttamente calcolate sulle immagini proiettate, come unico errore che affligge i nostri dati.

4.2 Fantocci

4.2.1 Costruzione

Materiali

Il nostro interesse per la tecnica dual energy, che comunque si presta ad molteplici applicazioni, è legato soprattutto al suo utilizzo in mammografia. Questo ha in parte guidato la nostra scelta dei materiali con cui costruire i fantocci di test: cera, acqua e lucite. Questi tre materiali hanno infatti proprietà di attenuazione molto simili a quelli dei tessuti adiposo e ghiandolare che si trovano nella mammella; i tre materiali risultano peraltro abbastanza simili tra loro (specialmente per quanto riguarda acqua e lucite), dando luogo ad immagini originali a basso contrasto, altra caratteristica propria delle immagini mammografiche.

Geometria

I fantocci sono stati realizzati ricavando fessure della larghezza di circa 3 *mm* in alcune lamine di lucite dell'altezza di 6, 8 e 10 *mm*, come mostrato in figura 4.5. Ad ogni lamina è poi stato accoppiato uno spessore di lucite di 2 *mm*, in modo da chiudere il fondo delle fessure, che sono state riempite alternativamente con acqua e cera; per garantire un buon riempimento della fessura, quest'ultima è stata fusa e versata in abbondanza, per poi rimuoverne la parte in eccesso dopo il raffreddamento.

La geometria scelta per i fantocci è stata dettata dall'esigenza di ottenere immagini sulle quali fossero presenti, con una discreta percentuale di

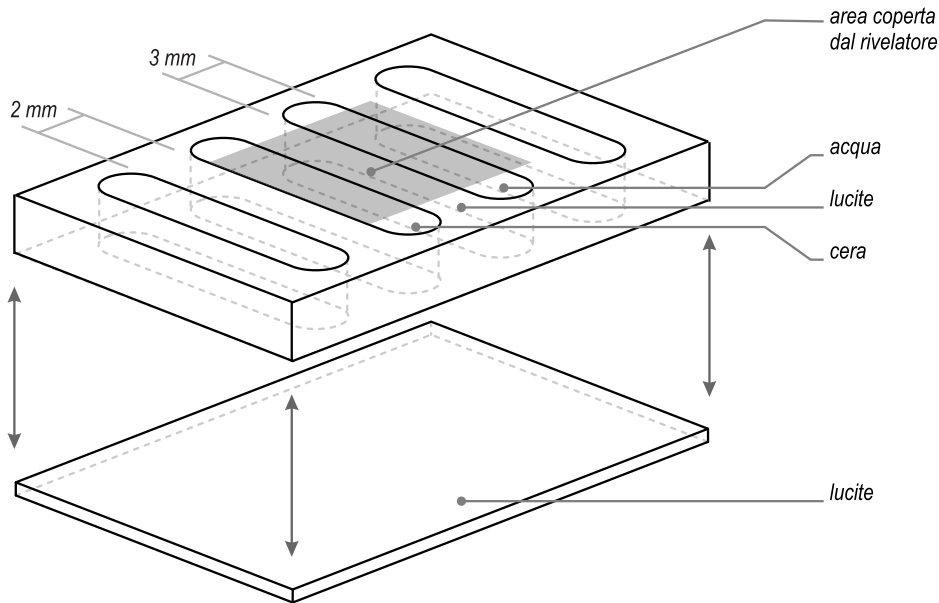


Figura 4.5: La struttura dei fantocci utilizzati nel nostro studio.

copertura dell'area totale e con forme facilmente selezionabili⁷, tutti e tre i materiali.

Questa stessa esigenza, unita alle ridotte dimensioni del sensore, ci ha sconsigliato di complicare la struttura dei fantocci creando zone con proporzione variabile di due materiali, aumentando sì l'interesse delle immagini, ma anche il rischio di ridurre la qualità delle stesse e la loro usabilità per gli interessi primari del nostro studio. A questo proposito va però osservato che la presenza di uno strato di spessore costante di lucite ci permette comunque di verificare l'indipendenza degli angoli di annullamento dagli spessori relativi e assoluti dei materiali in gioco.

In figura 4.6 sono riportate, a titolo esemplificativo, le immagini originali e quelle all'annullamento dell'SNR fra le varie coppie di materiali di uno dei fantocci utilizzati, insieme con l'indicazione approssimativa delle aree utilizzate per calcolare le quantità di interesse.

⁷Il programma utilizzato per l'elaborazione delle immagini permette infatti di delineare aree rettangolari, con i lati ovviamente paralleli alle file e alle colonne di pixel; le strisce in cui sono suddivisi i campioni, se correttamente allineate, permettono quindi di massimizzare l'area selezionabile

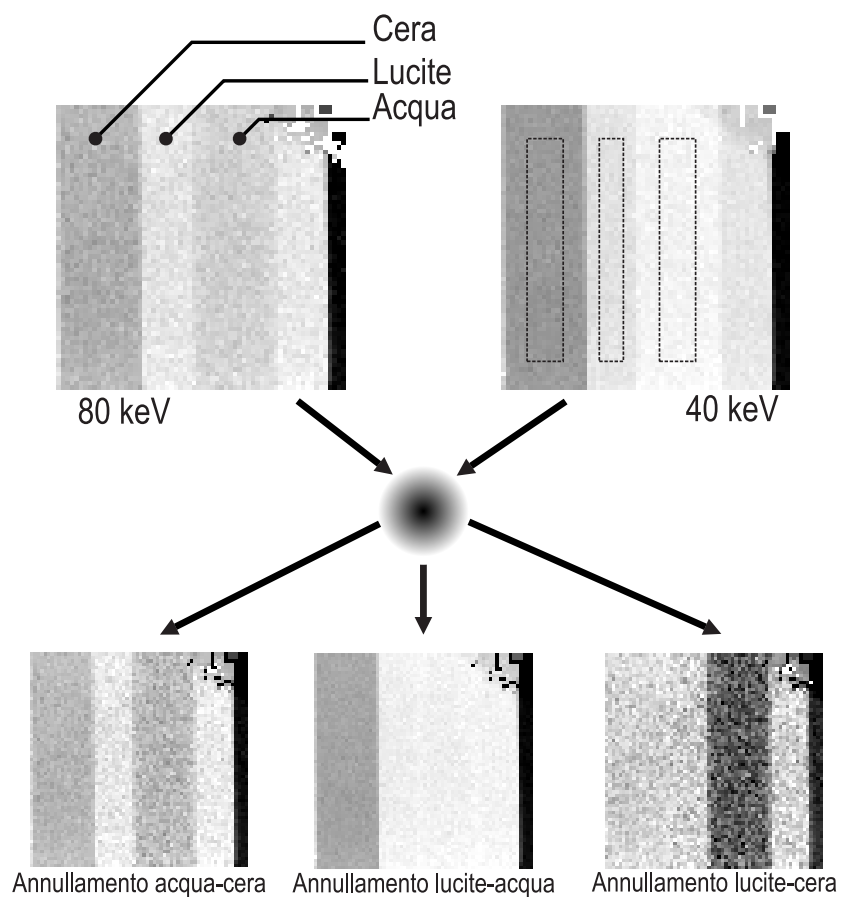


Figura 4.6: Un esempio di immagini (già equalizzate) acquisite con due diversi fasci, e di alcuni risultati che su di esse si possono ottenere con la tecnica dual energy

4.2.2 Confronto fasci

Il primo confronto effettuato è stato quello fra i vari fasci ad alta energia. Il fascio ad 80 *keV* senza filtro serve principalmente come riferimento per quantificare i miglioramenti ottenibili con l'uso dei filtri (sebbene infatti ci si aspetti con relativa certezza che questo fascio dia i peggiori risultati, è interessante capire di quanto lo siano, per valutare se valga la pena accollarsi le complicazioni, in termini di flusso⁸ e di esposizione, che gli altri fasci comportano); per i fasci col filtro di rame, invece, è più difficile fare previsioni attendibili senza accurate simulazione, e poiché calcoli approssimati non sono in grado di determinare con sicurezza con quali dei due si possano ottenere i migliori risultati, si vuole verificare se abbia maggior impatto la più ampia separazione, rispetto a quello a bassa energia, propria del fascio a 80 *keV*, o la minor energia media del fascio a 60 *keV*, più adatta a mettere in evidenza le differenze nei coefficienti di attenuazione lineare dei diversi materiali.

Abbiamo quindi osservato, con due delle quattro possibili basi (così da avere un controllo che ci mettesse in allarme di fronte ad eventuali comportamenti propri di una specifica scomposizione⁹), i valori ottenuti per i parametri di interesse utilizzando i tre fasci ad alta energia sui fantocci da 6 e 8 *mm*.

A titolo esemplificativo, le figure da 4.7 a 4.12 si riferiscono al fantoccio da 8 *mm* e mostrano l'andamento dell'SNR, relativo alle possibili coppie dei tre materiali presenti, in funzione dell'angolo di proiezione scelto.

Già da una prima analisi si può notare come il fascio non filtrato dia risultati abbastanza diversi, e spesso inferiori (si osservi ad esempio il valore dell'SNR lontano dagli angoli di annullamento nella base A-L), a quelli ottenibili con i due fasci filtrati, che mostrano invece tra loro differenze meno marcate.

Nelle tabelle 4.4 e 4.5 sono poi esposti i valori degli angoli di annullamento, e di alcuni altri parametri calcolati in corrispondenza di questi.

Da una valutazione dei risultati ottenuti con i vari fasci si possono quindi fare due principali osservazioni:

- l'SNR ottenibile con il fascio a 80 *keV* con il filtrato in corrispondenza degli angoli di annullamento è superiore, a seconda dei casi, del 100-

⁸La presenza del filtro di rame, con il fascio a 80 keV, riduce infatti il flusso a circa il 35% del valore originale

⁹In particolare la base ML-MH, una delle due usate, consente di ridurre al minimo le variabili "incontrollate" che possano influenzare la bontà dei risultati: ricordiamo infatti che in questo caso le due immagini di base sono ottenute semplicemente calcolando, pixel per pixel, l'attenuazione logaritmica delle due immagini ad alta e bassa energia, senza quindi bisogno di alcuna procedura di calibrazione.

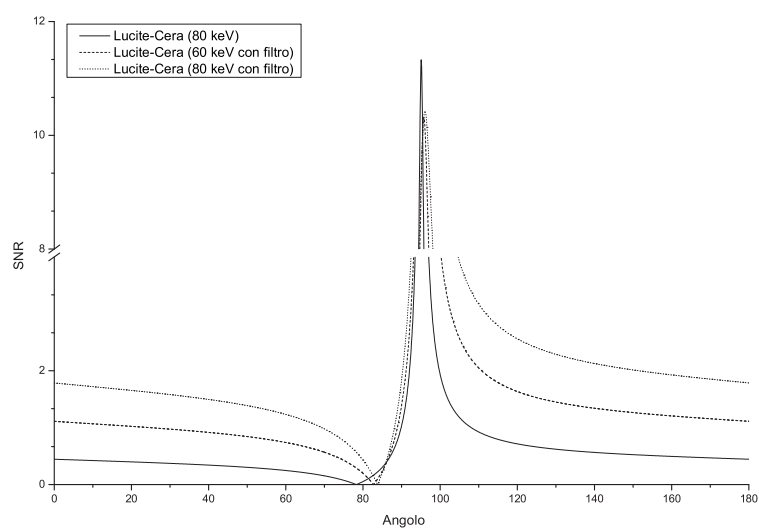


Figura 4.7: Il grafico mostra, per ognuno dei tre fasci usati per acquisire l'immagine ad alta energia, l'andamento dell'SNR relativo alla coppia lucite-cera in funzione dell'angolo di proiezione nella base A-L.

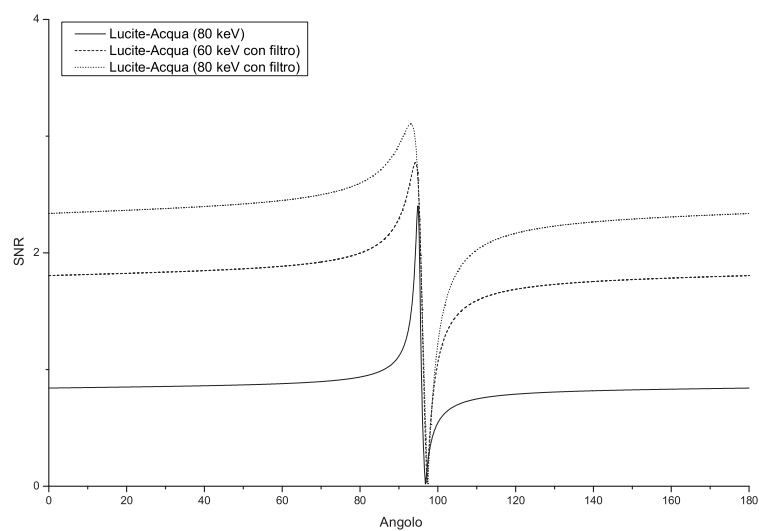


Figura 4.8: Il grafico mostra, per ognuno dei tre fasci usati per acquisire l'immagine ad alta energia, l'andamento dell'SNR relativo alla coppia lucite-acqua in funzione dell'angolo di proiezione nella base A-L.

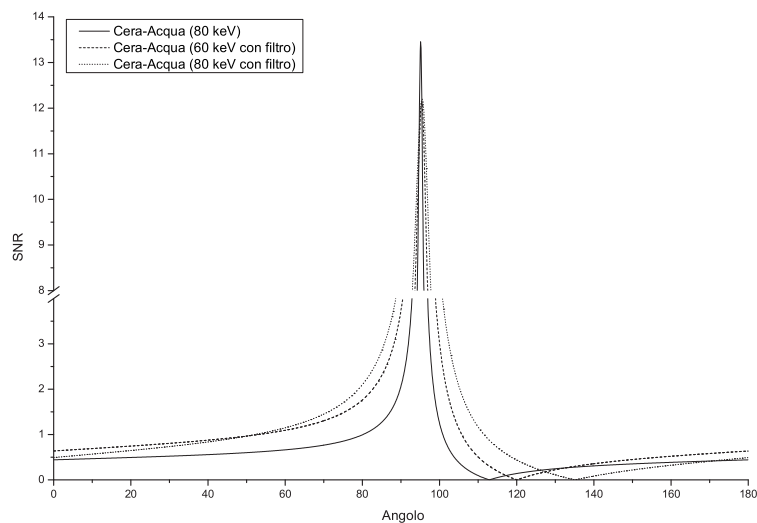


Figura 4.9: Il grafico mostra, per ognuno dei tre fasci usati per acquisire l'immagine ad alta energia, l'andamento dell'SNR relativo alla coppia cera-acqua in funzione dell'angolo di proiezione nella base A-L.

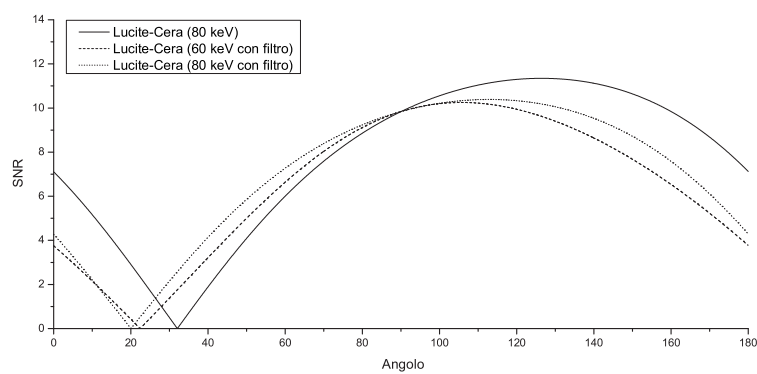


Figura 4.10: Il grafico mostra, per ognuno dei tre fasci usati per acquisire l'immagine ad alta energia, l'andamento dell'SNR relativo alla coppia lucite-cera in funzione dell'angolo di proiezione nella base ML-MH.

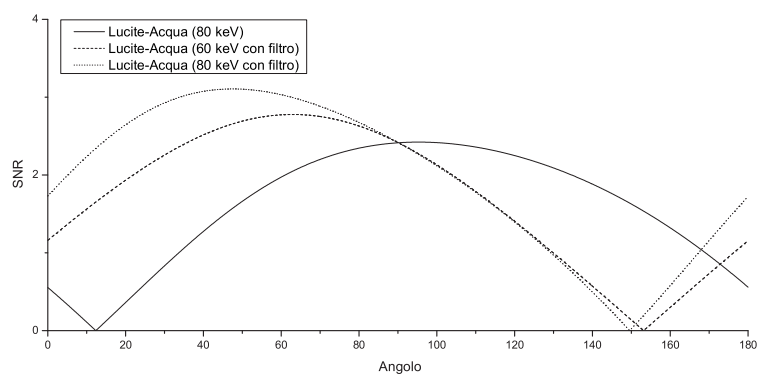


Figura 4.11: Il grafico mostra, per ognuno dei tre fasci usati per acquisire l'immagine ad alta energia, l'andamento dell'SNR relativo alla coppia lucite-acqua in funzione dell'angolo di proiezione nella base ML-MH.

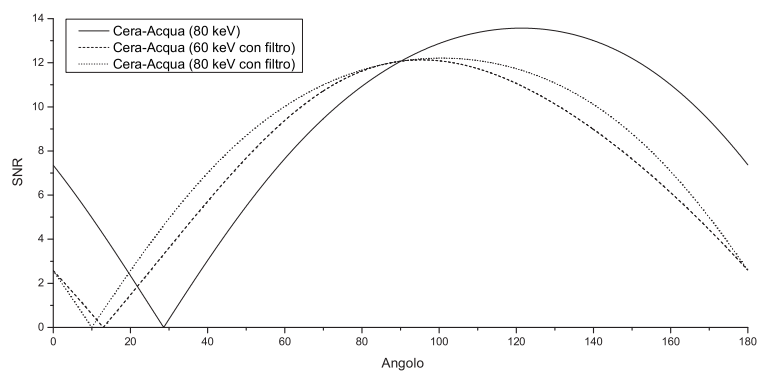


Figura 4.12: Il grafico mostra, per ognuno dei tre fasci usati per acquisire l'immagine ad alta energia, l'andamento dell'SNR relativo alla coppia cera-acqua in funzione dell'angolo di proiezione nella base ML-MH.

Parametro	6 mm			8 mm		
	80	80Cu	60Cu	80	80Cu	60Cu
AA l-c (gradi)	73.0	84.7	92.8	78.3	83.8	82.7
SNR l-a	0.885	2.461	1.870	0.926	2.671	2.036
SNR c-a	0.921	2.445	2.004	0.937	2.612	2.002
AA l-a (gradi)	96.4	96.8	107.4	96.8	97.4	97.2
SNR l-c	3.718	7.221	6.348	4.462	9.067	7.637
SNR c-a	3.789	7.304	6.635	4.268	8.774	7.165
AA c-a (gradi)	105.4	121.3	101.2	112.9	135.1	120.0
SNR l-c	0.758	1.904	1.672	0.840	2.197	1.634
SNR l-a	0.731	2.062	1.537	0.764	2.250	1.688

Tabella 4.4: Nella tabella sono riportati alcuni dati ottenuti per i fantocci di 6 e 8 mm utilizzando la base A-L. La prima riga di ogni gruppo riporta l'angolo di annullamento (AA) di una coppia di materiali i - j , con i e j a rappresentare lucite (l), cera (c) o acqua (a); nelle successive due righe sono indicati i rapporti segnale/rumore (SNR) relativi alle altre coppie di materiali per quel particolare angolo di proiezione.

Parametro	6 mm			8 mm		
	80	80Cu	60Cu	80	80Cu	60Cu
AA l-c (gradi)	31.7	20.2	18.6	32.0	20.0	22.4
SNR l-a	0.886	2.460	1.881	0.924	2.647	2.016
SNR c-a	0.922	2.451	2.017	0.920	2.572	1.987
AA l-a (gradi)	8.3	143.7	142.3	12.3	149.6	153.1
SNR l-c	4.038	7.038	6.479	4.668	8.754	7.338
SNR c-a	4.101	7.434	6.610	4.387	8.838	7.177
AA c-a (gradi)	27.5	8.1	6.3	28.6	10	12.9
SNR l-c	0.767	1.918	1.660	0.838	2.202	1.661
SNR l-a	0.733	2.055	1.540	0.768	2.238	1.674

Tabella 4.5: Nella tabella sono riportati alcuni dati ottenuti per i fantocci di 6 e 8mm utilizzando la base ML-MH. La prima riga di ogni gruppo riporta l'angolo di annullamento (AA) di una coppia di materiali i - j , con i e j a rappresentare lucite (l), cera (c) o acqua (a); nelle successive due righe sono indicati i rapporti segnale/rumore (SNR) relativi alle altre coppie di materiali.

200% rispetto a quello ottenibile senza filtro, e del 10-40% rispetto a quello ottenibile a 60 keV ;

- nella base $A-L$ si osserva che, lontano dal punto di annullamento e dal punto di massimo, l'SNR mostra in genere una sorta di *plateau* nel quale si mantiene su un valore più o meno costante: anche questo valore risulta massimo con l'utilizzo del fascio a 80 keV con il filtro di rame.

Sulla base di queste osservazioni è indubbio concludere che, come ci si aspettava, utilizzare il fascio a 80 keV con il filtro in rame permette di migliorare notevolmente le prestazioni della tecnica.

4.2.3 Confronto basi

Appurato che il fascio a 80 keV con il filtro in rame garantisce i migliori risultati, lo abbiamo utilizzato per effettuare la scomposizione anche sulle altre basi da noi esaminate, per passare poi al confronto dei risultati con quelli ottenuti in precedenza e stabilire se ci sia, e quale sia, la base che garantisce migliori performance.

Angoli di annullamento

In figura 4.13 sono riportati, per ogni base, i valori ottenuti per gli angoli di annullamento dell'SNR al variare dello spessore del fantoccio utilizzato; nelle diverse basi, sebbene i valori trovati per gli angoli siano ovviamente diversi, si ottengono sostanzialmente gli stessi risultati: in particolare gli angoli relativi alle coppie lucite-cera e lucite-acqua calcolati sui diversi fantocci risultano costanti a meno di due gradi, con la sole eccezione dell'angolo tra lucite e acqua nella base $ML-MH$, che esibisce una variazione massima di 12 gradi. L'angolo di annullamento della coppia cera-acqua appare invece molto più variabile in tutte le basi (eccettuata la base $C-L$), ed in particolare nelle basi $A-C$ e $A-L$, nelle quali presenta variazioni massime dell'ordine di qualche decina di gradi.

È necessario soffermarsi un attimo a considerare come sono costruiti i fantocci per poter correttamente interpretare quanto appena detto. Ricordiamo prima di tutto che, teoricamente, l'angolo di annullamento tra due materiali ξ ed η non dovrebbe dipendere né dallo spessore totale del fantoccio, né dalla percentuale con la quale i due materiali sono presenti in esso (purché siano gli unici costituenti), ma solo dalla loro natura e dalla base scelta; la presenza della lastra uniforme di lucite a base del fantoccio fa sì che, se da un lato quando parliamo di "lucite" ci riferiamo davvero ad uno spessore costituito

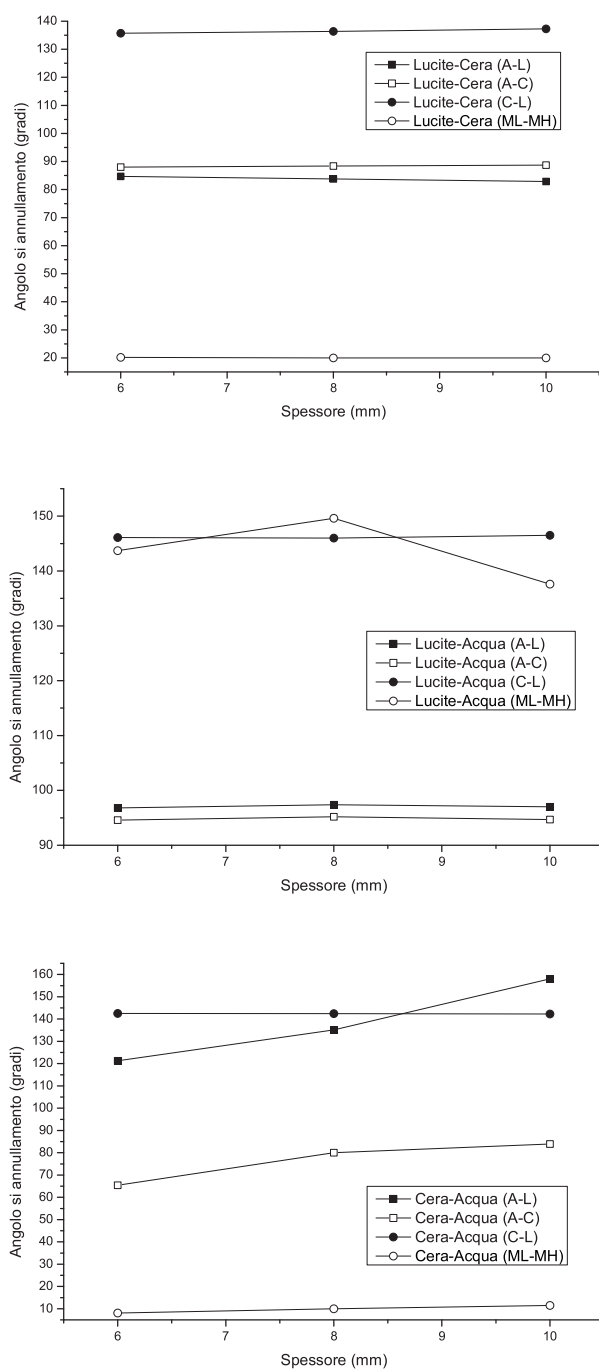


Figura 4.13: Ogni grafico si riferisce ad una delle tre coppie di materiali presenti nel fantoccio, e mostra l'andamento dell'angolo di annullamento del contrasto fra i due in funzione dello spessore del campione, al variare della base usata per la scomposizione.

totalmente da questo materiale, dall'altro quando parliamo di "cera" o "acqua" ci riferiamo in realtà ad uno spessore misto di cera o acqua più lucite, con quest'ultima presente in percentuale tanto più bassa quanto maggiore è lo spessore totale del fantoccio. Trovare che l'angolo di annullamento tra lucite e cera (o acqua) si mantiene costante da un fantoccio all'altro non è quindi solo una verifica della stabilità del risultato da una misurazione all'altra, ma anche dell'effettiva applicabilità del modello teorico, secondo il quale l'angolo di annullamento deve risultare lo stesso indipendentemente dalle percentuali relative dei due materiali considerati.

Diverso è il discorso per quanto riguarda l'angolo di annullamento fra cera e acqua: in tal caso infatti si tenta di annullare il contrasto fra tre diversi materiali, dato che la lucite è comunque sempre presente¹⁰, e in percentuali diverse da un fantoccio all'altro: sebbene ciò sia possibile, nessuna garanzia è data riguardo alla costanza dell'angolo, che anzi in generale dovrà risultare diverso. Un modo alternativo per vedere la cosa è pensare che si stiano considerando effettivamente due materiali: uno ha le caratteristiche di una miscela di lucite e cera, e l'altro di una miscela di cera e acqua. E' chiaro che a questi due materiali si possano applicare tutte le conclusioni della teoria dual energy, ma è altrettanto chiaro che tali materiali non sono gli stessi da un fantoccio all'altro poiché varia la percentuale di lucite nelle miscele, e che quindi non sia lecito aspettarsi nessuna relazione tra gli angoli di annullamento.

L'unico andamento che si discosta sensibilmente da quelli attesi riguarda quindi l'angolo di annullamento tra cera e acqua nella base ML-MH, che mostra fluttuazioni molto più marcate rispetto a tutti gli altri: sembra però poco per poter affermare che la base ML-MH dia risultati meno attendibili delle altre, e si deve perciò concludere che tutte abbiano performance simili (e piuttosto buone).

SNR all'annullamento

Nelle figure 4.15, 4.16 e 4.17 sono riportati, in corrispondenza dell'annullamento, rispettivamente, dell'SNR tra cera-lucite, lucite-acqua e cera-acqua,

¹⁰Si potrà obiettare che in realtà questa situazione è analoga a quella generata dalla presenza dello strato protettivo di Lexan, che nel paragrafo 2.3.2 abbiamo sostenuto essere ininfluenza sui risultati, almeno nell'approssimazione di basso assorbimento. È però da notare che in quel caso lo strato di materiale plastico è davvero presente in tutte le misurazioni, e può quindi essere considerato a tutti gli effetti un filtro del fascio. Qui invece lo strato di lucite non è stato usato nelle misure del flusso di riferimento (ricavato dalle immagini dei fondi), e deve quindi essere considerato parte del campione analizzato.

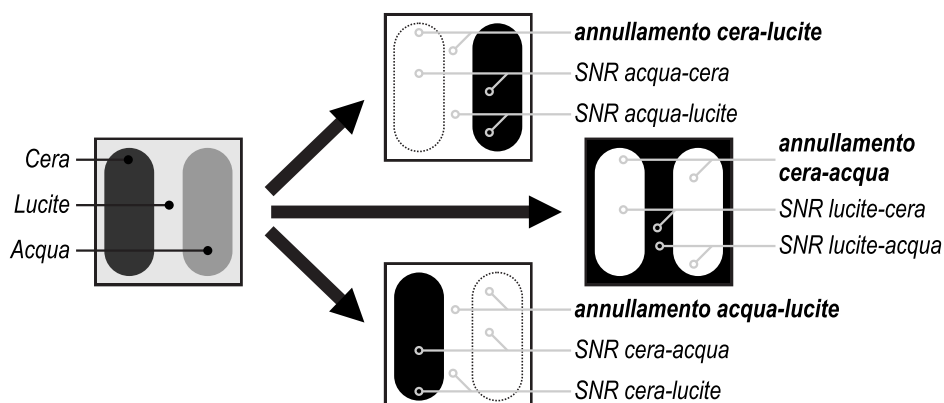


Figura 4.14: Rappresentazione schematica dell'immagine di un fantoccio, con il riferimento alle quantità riportate nei grafici dell'SNR.

i valori di SNR misurati per le altre due coppie di materiali. Per chiarezza, in figura 4.14 è illustrato a cosa si riferiscono le quantità indicate.

Intuitivamente riportare due distinti valori di SNR, relativi ai due materiali η e ξ che si sono annullati nei confronti del terzo materiale χ , può sembrare superfluo, dovendo η e ξ apparire uguali tra loro e quindi esibire la stessa visibilità nei confronti di χ . In realtà però va ricordato che l'annullamento dell'SNR garantisce solo che siano uguali i valori medi sui due materiali, e non le fluttuazioni: le zone relative ai due materiali annullati possono quindi ancora esibire deviazioni standard diverse, e quindi diverso SNR nei confronti del terzo materiale.

Osservando i grafici, appare indubbio che la base C-L possa ritenersi più "performante" delle altre: i valori con essa ottenuti sono in tutti i casi i più alti.

Nonostante ciò si può però osservare che, a parità di fantoccio e materiali considerati, le differenze tra i valori dell'SNR ottenibili con le diverse basi sono in genere contenute nei 10 punti percentuali circa, con l'eccezione dell'SNR tra lucite e cera all'annullamento di quello tra cera e acqua, per il quale la base C-L permette di raggiungere valori anche del 40% più alti rispetto a quelli delle altre basi; questi risultati, riferiti ad un parametro la cui relazione con l'effettiva visibilità non è poi così diretta (come spiegato nel paragrafo 1.4.3), non sembrano però sufficienti per poter affermare che la base C-L garantisce un vantaggio rilevante al confronto con le altre basi, almeno non a tal punto da potersi imporre come primario criterio di scelta della base da utilizzare¹¹. Sebbene non si possano ritenere chiare evidenze,

¹¹Ad esempio potrebbero avere un peso maggiore nella scelta della base altre variabili riguardanti i materiali in gioco, come reperibilità, facilità di lavorazione, costo, ecc. . .

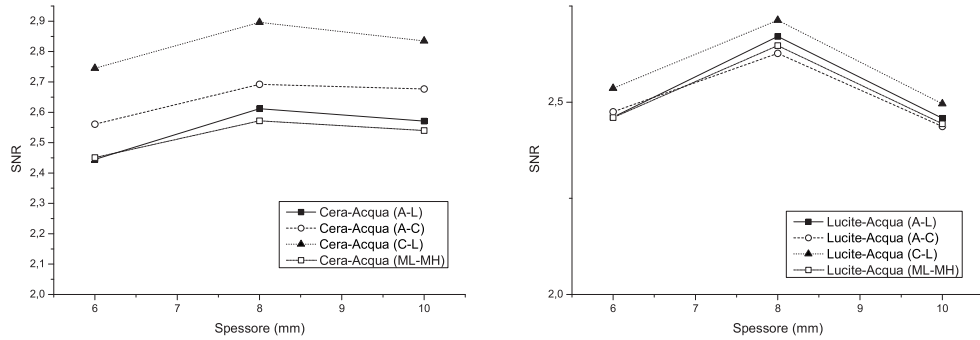


Figura 4.15: Nei due grafici sono rappresentati, in corrispondenza dell'angolo di annullamento dell'SNR tra **lucite e cera**, i valori dell'SNR fra cera e acqua (a sinistra) e fra lucite e acqua (a destra), in funzione dello spessore del fantoccio e al variare della base utilizzata per la scomposizione.

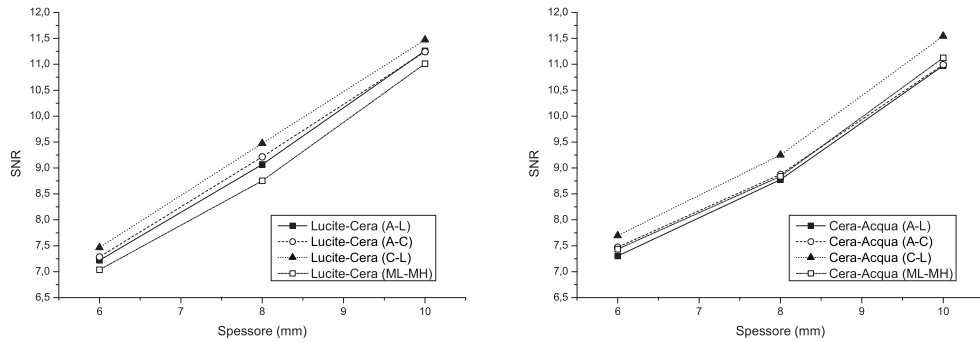


Figura 4.16: Nei due grafici sono rappresentati, in corrispondenza dell'angolo di annullamento dell'SNR tra **lucite e acqua**, i valori dell'SNR fra lucite e cera (a sinistra) e fra cera e acqua (a destra), in funzione dello spessore del fantoccio e al variare della base utilizzata per la scomposizione.

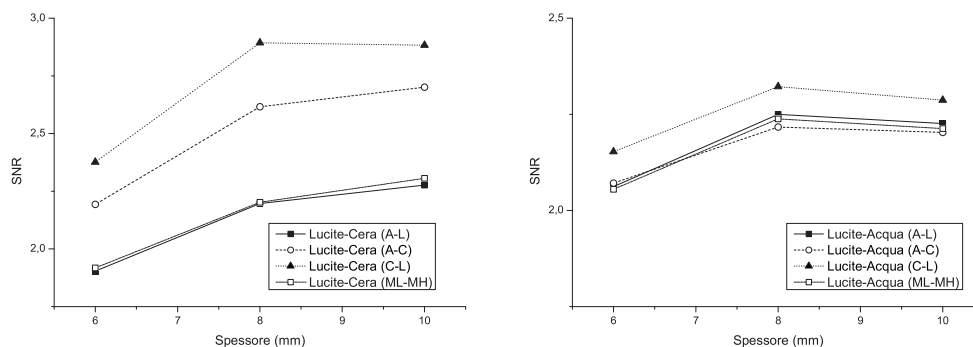


Figura 4.17: Nei due grafici sono rappresentati, in corrispondenza dell'angolo di annullamento dell'SNR tra **cera e acqua**, i valori dell'SNR fra lucite e cera (a sinistra) e fra lucite e acqua (a destra), in funzione dello spessore del fantoccio e al variare della base utilizzata per la scomposizione.

i risultati ottenuti utilizzando materiali così eterogenei (in particolare l'alluminio ha un comportamento molto diverso da quello di cera e lucite) sono anche indizio del fatto che, probabilmente, dalla ricerca di basi alternative non è lecito aspettarsi drastici miglioramenti delle performance della tecnica; inoltre l'efficacia dimostrata dalla base ML-MH, che per il modo in cui è calcolata non introduce tutte quelle correzioni non lineari cui si è accennato nel paragrafo 2.3.1, è del tutto allineata con quella delle altre, e sembra quindi mostrare come tali correzioni, pur potenzialmente valide, non riescano nella nostra implementazione a produrre significativi miglioramenti dei risultati.

Benché l'andamento dell'SNR ottenibile in funzione dello spessore del fantoccio non sia di primario interesse nel nostro studio, e in particolare qui dove si cerca di stabilire se una particolare base possa dare risultati migliori delle altre (tanto più che l'andamento dell'SNR al variare dello spessore appare in tutti i casi indipendente dalla base utilizzata), è doveroso soffermarsi a commentare almeno qualitativamente i grafici presentati. Va premesso che analizzare l'andamento dell'SNR in funzione dello spessore del fantoccio risulta piuttosto delicato: se infatti è vero che, seppur non si sia eseguita una simulazione accurata (che comunque sarebbe stata con ogni probabilità affetta da errori notevoli a causa della presenza di variabili mal controllabili come lo scattering e delle notevoli fluttuazioni di alcuni dei dati a disposizione), è sensato aspettarsi un aumento dell'SNR all'aumentare del contrasto intrinseco del campione in esame e quindi dello spessore dello stesso¹², è anche vero che si devono considerare una serie di fattori che potrebbero portare il

¹²ricordiamo che, dalla 1.8, si vede facilmente che il contrasto fra due zone del campione a diversa composizione aumenta all'aumentare dello spessore dello stesso

comportamento dell'SNR misurato a discostarsi da quello atteso. Fra di essi, alcuni sono facilmente individuabili:

- una misura corretta dell'andamento dell'SNR in funzione dello spessore presupporrebbe l'osservazione di un parametro in grado di dare una stima del valore della funzione su tutto l'intervallo di angoli di proiezione: esso potrebbe essere il suo integrale, il suo valor medio o, ammettendo che la forma della funzione rimanga sostanzialmente la stessa, il suo valore in un punto “fisso relativamente alla forma stessa della funzione”. Quello che però noi abbiamo osservato è il valore della funzione in un punto la cui posizione è relativa non alla forma della funzione stessa, ma alla forma di una diversa funzione SNR (è infatti il punto di zero della funzione relativa alla coppia di materiali che si vogliono annullare). Poiché le pur piccole fluttuazioni degli angoli di annullamento osservate da un fantoccio all'altro si traducono, più in generale, in una traslazione relativa delle diverse funzioni SNR, anche i valori misurati si riferiscono a punti traslati rispetto alla forma della funzione, e non è quindi detto che il cambiamento di tali valori da un fantoccio all'altro sia indice preciso di come si è trasformata la funzione. Questa osservazione ha ancora più forza laddove l'angolo di annullamento di una funzione sia vicino all'angolo di massimo dell'altro, essendo in quella regione alto il valore della derivata, e così l'effetto, sul valore misurato, di un piccolo spostamento.
- fantocci di spessore maggiore portano ad un maggiore assorbimento e, quindi, ad un minor numero di conteggi da parte del rivelatore. Poiché, come abbiamo discusso nel paragrafo 4.1.4, è plausibile assumere per le misure un'incertezza dell'ordine di \sqrt{N} , un minore numero di conteggio comporta un maggior errore relativo e quindi un aumento dell'SNR. Questo si contrappone all'aumento di SNR che ci si aspetterebbe in conseguenza dell'aumento di contrasto intrinseco dei campioni.
- come si può chiaramente osservare dalla figura 3.1, i coefficienti di attenuazione lineare di acqua e lucite, plottati in funzione dell'energia, si intersecano intorno ai 34 keV , nel bel mezzo della distribuzione del fascio a 40 keV . Questo singolare comportamento si riflette sull'andamento del contrasto: le simulazioni effettuate, seppur non accurate e dalle quali non ci si aspettano dati quantitativi confrontabili con il problema reale, mostrano che in una tale situazione il contrasto tra i due materiali non è sempre crescente con lo spessore, ma raggiunge un massimo per poi diminuire di nuovo. Questo si può comprendere intuitivamente considerando che il fascio, man mano che viene attenuato, si

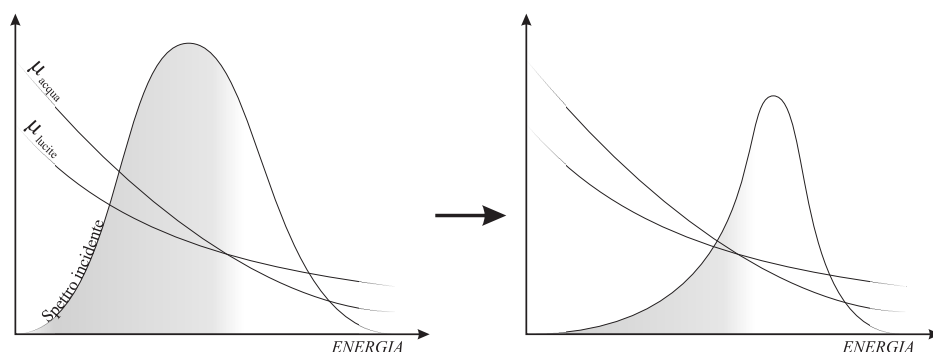


Figura 4.18: Schema esemplificativo del meccanismo che porta all’inversione dell’andamento del contrasto in funzione dello spessore del fantoccio nel caso di materiali il cui coefficiente di attenuazione si intersechi nel range di energie del fascio incidente. Il fascio è inizialmente piuttosto largo e centrato su energie basse, che risultano maggiormente attenuate dall’acqua rispetto alla lucite. Come si vede, dopo aver attraversato un sufficiente spessore di materiale, il fascio attenuato è più stretto e decisamente spostato verso energie maggiori (“indurito”), e risulta quindi assorbito in misura più consistente dalla lucite.

“indurisce” (a causa del maggior assorbimento subito alle basse energie, cioè, l’energia media si sposta verso valori più alti e la distribuzione si restringe): se quindi per bassi spessori il fascio indaga con maggior peso la regione di energia in cui l’acqua è più assorbente della lucite, man mano che aumenta lo spessore attraversato aumenta sempre più anche l’effetto delle regioni a più alta energia, in cui la situazione è scambiata, tanto che questo può divenire predominante e far apparire nel complesso la lucite più assorbente dell’acqua (vedi figura 4.18).

In questa situazione, non avendo eseguito simulazioni accurate, è difficile dichiarare con esattezza ciò che ci si aspetta, e possiamo affermare che gli andamenti osservati, quando non perfettamente allineati con quelli attesi, sono comunque spiegabili alla luce delle premesse fatte (anche se uno studio più approfondito e quantitativo su quali effetti entrino esattamente in gioco potrebbe risultare interessante): in particolare, l’SNR tra le coppie lucite-cera e cera-acqua all’annullamento tra lucite e acqua è crescente con lo spessore e quindi in linea con l’ipotesi più plausibile. All’annullamento della coppia lucite-cera, invece, entrambi gli SNR presentano un comportamento più strano: ma mentre quello tra lucite e acqua è, probabilmente, spiegabile con il singolare andamento dei relativi coefficienti di attenuazione, quello tra cera e acqua rimane forse l’unico per il quale non si sappia individuare una causa precisa; ripetiamo comunque che, dati i molti fattori in gioco

e l'assenza di simulazioni precise, è plausibile attendersi limitate deviazioni dall'andamento atteso, come in questo caso, senza che ciò desti sospetti sulla correttezza della pratica sperimentale seguita. Concludiamo osservando che gli andamenti dell'SNR all'annullamento della coppia cera-acqua sono di nessun interesse poiché, come già spiegato, si considerano in pratica materiali diversi al variare del fantoccio, e quindi situazioni che non ha senso mettere in relazione.

4.3 Campioni autoptici

Benché un accurato studio sulle prestazioni della tecnica in ambito diagnostico vada oltre lo scopo di questo lavoro, abbiamo provato ad applicarla ad alcuni campioni di tessuto per avere una prima idea dei risultati ottenibili e dei principali ostacoli che si possono incontrare.

4.3.1 Preparazione

Come illustrato nel capitolo 2, i risultati per noi più interessanti si ottengono utilizzando campioni di spessore uniforme. A tale scopo abbiamo sistemato i frammenti di tessuto fra due lastre di Lexan, ciascuna dello spessore di 2 *mm*; queste sono state poi leggermente compresse così da schiacciare il campione e garantire che il suo spessore fosse tale da riempire tutta la distanza fra le due; in questo modo, però, le zone perimetrali del campione, non costrette da nessun vincolo, presentano in genere spessori inferiori alla distanza tra le due lastre, rendendo impossibile ottenere alcuni risultati di annullamento.

4.3.2 Immagini

Campione 5420

Il campione 5420 presenta solo tessuto sano, ma sono visibili strutture dovute alla presenza contemporanea di tessuto fibroso e di tessuto ghiandolare distribuiti disomogeneamente: esso rappresenta quindi un buon test per le capacità della tecnica di rendere uniforme un fondo che non sia tale. In figura 4.19 sono riportate le immagini ottenute annullando l'SNR tra i due tessuti presenti, con diverse combinazioni base-fascio: come si vede, l'utilizzo del fascio a 80 *keV* senza filtro risulta decisamente inadeguato, considerato che, pur riuscendo ad annullare l'SNR fra i due tessuti, si perde quasi totalmente la visibilità dell'aria, che in questo caso può essere considerata come un terzo particolare di interesse. Utilizzando invece il fascio a 80 *keV* filtrato si riesce,

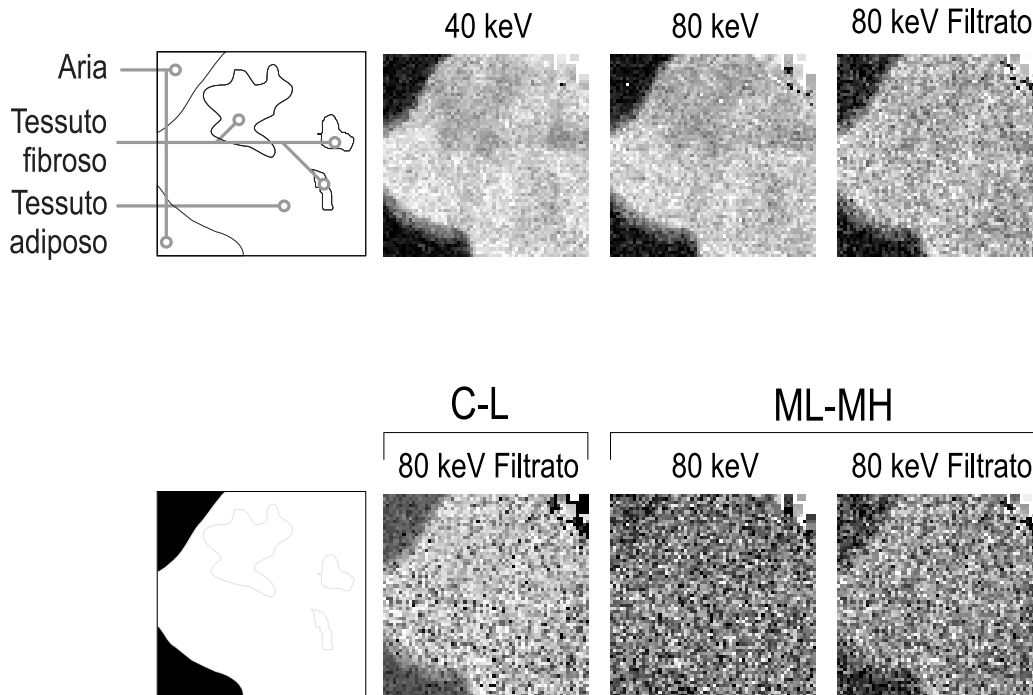


Figura 4.19: Alcuni risultati ottenuti con l'applicazione della tecnica dual energy al campione *5420*; in alto sono riportate le immagini acquisite, già equalizzate, con l'indicazione del fascio utilizzato e dei materiali presenti. In basso sono presentate le immagini ricavate all'angolo di annullamento fra i due tipi di tessuti presenti, al variare del fascio ad alta energia e della base utilizzati.

con entrambe le basi, ad annullare l'SNR dei due tessuti mantenendo una buona visibilità dell'aria. In tabella 4.6 sono riportati i valori ottenuti nei tre casi.

Va comunque osservato che, mentre con la base ML-MH l'annullamento dell'SNR comporta un effettiva scomparsa delle differenze fra i due tessuti, che di fatto risultano indistinguibili, con la base C-L non si riesce a raggiungere un risultato analogo: andando ad analizzare la media dei conteggi e la deviazione standard sulle aree di interesse si scopre che, sebbene l'SNR sia nullo perché i valori medi risultano identici, i due tessuti sono ancora distinguibili (seppur con difficoltà) a causa della sensibile differenza fra le fluttuazioni dei conteggi. Il motivo di tale differenza è da ricercarsi nella forma locale della funzione di proiezione nell'intorno dei valori di attenuazione propri dei diversi tessuti, che può modificare in modo diverso la distribuzione dei conteggi, e dipende quindi dalla base scelta in modo difficilmente

	L-C	ML-MH	
	80Cu	80	80Cu
AA f-d (gradi)	94.5	31.8	15.9
SNR a-f	2.727	0.615	1.288
SNR a-d	1.633	0.551	1.188

Tabella 4.6: In tabella sono mostrati alcuni dati relativi al campione *5420* all’annullamento tra tessuto fibroso e adiposo. La prima riga riporta l’angolo di annullamento (*AA*) della coppia tessuto adiposo (*d*) - tessuto fibroso (*f*), mentre nelle successive due righe sono indicati i rapporti segnale/rumore (*SNR*) relativi a questi due tessuti nei confronti dell’aria (*a*).

prevedibile o controllabile. Questa circostanza conferma quello che già si è osservato nel paragrafo 1.4.3 circa la parziale inadeguatezza dell’SNR come parametro di visibilità.

Nonostante ciò la visibilità relativa dei due tessuti è decisamente inferiore dopo l’applicazione della tecnica dual energy, che si è quindi dimostrata efficace.

Osservando la figura 4.19 è interessante notare come, tra le immagini ad alta energia, quella acquisita con il fascio filtrato, che garantisce poi i migliori risultati, appaia peggiore di quella acquisita col fascio non filtrato: questo è dovuto al fatto che, essendo il fascio non filtrato molto sovrapposto a quello a 40 keV, l’immagine acquisita con esso contiene molta dell’informazione già presente nell’immagine a bassa energia; tale informazione risulta però ridondante al momento dell’elaborazione dell’immagine di sintesi, al contrario di quella contenuta nell’immagine acquisita con il fascio filtrato, che permette quindi di ottenere una più accurata scomposizione e di conseguenza risultati migliori.

Campione “guscio d’uovo”

Nel caso di figura 4.20, sono stati aggiunti ad un campione di tessuto omogeneo alcuni frammenti di guscio d’uovo, dello spessore di poche centinaia di micron, atti a simulare la presenza di microcalcificazioni; il tessuto presenta inoltre delle inclusioni di aria che abbiamo preso come terzo materiale di riferimento.

Si è quindi tentato di annullare le tre possibili coppie di materiali presenti: i contrasti in gioco sono piuttosto elevati, e, utilizzando sia la base ML-MH che la base A-L, la tecnica produce immagini accettabili con il fascio non

	A-L	L-C	ML-MH	
	80Cu	80Cu	80	80Cu
AA a-t (gradi)	109.4	156.3	33.5	25.0
SNR a-g	3.867	3.363	1.778	3.685
SNR t-g	3.756	3.922	1.678	3.741
AA a-g (gradi)	98.1	164.5	30.7	17.5
SNR a-t	1.323	2.214	0.853	1.860
SNR t-g	1.401	1.904	0.779	1.790
AA t-g (gradi)	97.1	18.5	28.3	10.9
SNR a-t	1.767	3.550	1.593	3.496
SNR a-g	1.958	2.756	1.516	3.371

Tabella 4.7: In tabella sono riportati alcuni dati relativi al campione *uovo*. La prima riga di ogni gruppo riporta l'angolo di annullamento (AA) di una coppia di materiali i - j , con i e j a rappresentare aria (a), tessuto (t) o guscio d'uovo (g); nelle successive due righe sono indicati i rapporti segnale/rumore (SNR) relativi alle altre coppie di materiali.

filtrato, che diventano ottime utilizzando quello filtrato. Anche i valori di SNR misurati, e riportati in tabella 4.7 confermano la bontà dei risultati.

È però interessante osservare come la base L-C non riesca a produrre risultati analoghi alle altre due, specialmente quando si trova a dover annullare il frammento di guscio d'uovo; sebbene non si siano fatti studi accurati in merito, una probabile causa è da attribuirsi al set di punti utilizzati per la calibrazione: sia la lucite che, ancor di più, la cera sono materiali scarsamente assorbenti al confronto del carbonato di calcio che compone il guscio d'uovo, e i maggiori spessori utilizzati per la calibrazione non sono tali da compensare in pieno la differenza, cosicché i valori di assorbimento del frammento di guscio sono esterni, o ai limiti, della regione nella quale si trovano quelli utilizzati per il fit delle funzioni di proiezione, che risultano quindi inadatte ad operare su di essi.

Campione 5542

Il campione 5542 presenta un carcinoma infiltrante in un background di tessuto sano. Questo risulta uniforme, ma nelle immagini è presente una porzione non coperta dal campione che possiamo per i nostri scopi considerare come un terzo materiale di interesse. In figura 4.21 sono visibili alcune immagini ottenute con l'applicazione della tecnica dual energy. Come si vede, mentre i risultati con il fascio a 80 keV sono di nessuna utilità (all'annullamento

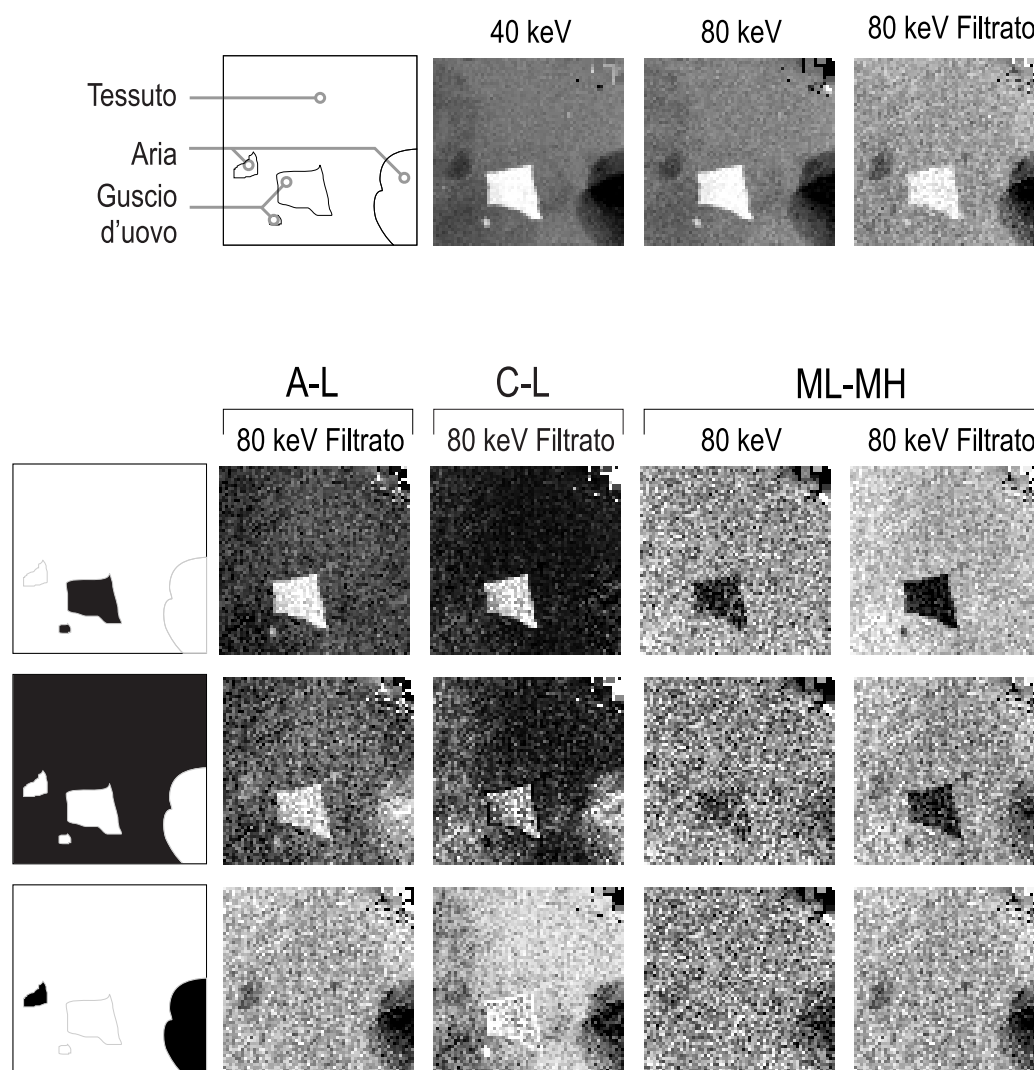


Figura 4.20: Alcuni risultati ottenuti con l'applicazione della tecnica dual energy al campione "guscio d'uovo"; in alto sono riportate le immagini acquisite, già equalizzate, con l'indicazione del fascio utilizzato e dei materiali presenti. In basso sono presentate le immagini ricavate agli angoli di annullamento fra le diverse coppie di materiali, al variare del fascio ad alta energia e della base utilizzati.

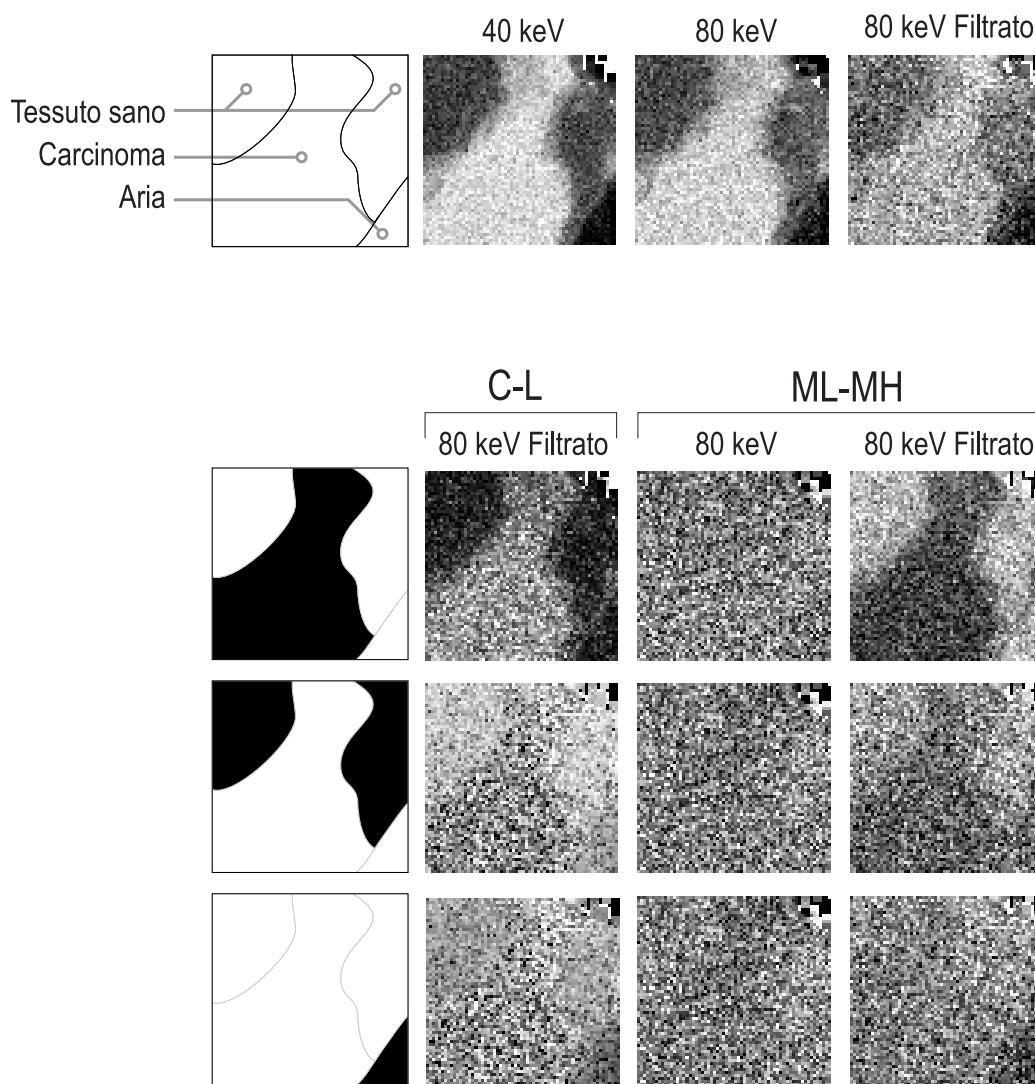


Figura 4.21: Alcuni risultati ottenuti con l'applicazione della tecnica dual energy al campione 5542; in alto sono riportate le immagini acquisite, già equalizzate, con l'indicazione del fascio utilizzato e dei materiali presenti. In basso sono presentate le immagini ricavate agli angoli di annullamento fra le diverse coppie di materiali, al variare del fascio ad alta energia e della base utilizzati.

	L-C	ML-MH	
	80Cu	80	80Cu
AA a-s (gradi)	168	30.2	36
SNR a-c	2.073	0.331	2.092
SNR c-s	2.161	0.332	2.166
AA a-c (gradi)	116.4	32.1	20.3
SNR a-s	0.93	0.088	0.649
SNR c-s	0.702	0.091	0.724
AA c-s (gradi)	131.2	32.8	13.1
SNR a-s	1.343	0.12	0.956
SNR a-c	0.956	0.12	1.002

Tabella 4.8: In tabella sono riportati alcuni dati relativi al campione *5542*. La prima riga di ogni gruppo riporta l'angolo di annullamento (*AA*) di una coppia di materiali *i-j*, con *i* e *j* a rappresentare aria (*a*), tessuto sano (*s*) o carcinoma (*c*); nelle successive due righe sono indicati i rapporti segnale/rumore (*SNR*) relativi alle altre coppie di materiali.

di una qualunque coppia di materiali, il terzo ha un SNR talmente basso da risultare indistinguibile), quelli relativi al fascio filtrato possono ritenersi soddisfacenti: per tutti e tre gli angoli di annullamento si mantiene infatti una discreta visibilità del materiale “non annullato”; queste osservazioni sono confermate dai valori ottenuti per l'SNR, riportati in tabella 4.8. Anche in questo caso, ancor più che per il campione *5420*, si può osservare come nella base C-L, non corrisponda, all'annullamento dell'SNR tra due materiali, una reale scomparsa della visibilità relativa, mantenuta grazie ad una sensibile differenza tra le fluttuazioni dei conteggi ad essi relativi.

Campione *8179*

In figura 4.22 sono riportate le immagini relative al campione *8179*. Come per il campione precedente, i tre materiali presenti sono aria (parziale: quella visibile è infatti una “bolla” all'interno del campione, e non un vero e proprio “buco”), tessuto sano e tessuto tumorale. Si notano però alcune differenze: in particolare, il fascio non filtrato sembra dare risultati più accettabili (impressione confermata dai valori dell'SNR riportati in tabella 4.9 che, seppur sempre inferiori, sono almeno dello stesso ordine di grandezza di quelli ottenuti col fascio filtrato); inoltre, nella base L-C, la differenza tra le deviazioni standard dei conteggi su due materiali all'annullamento del relativo SNR so-

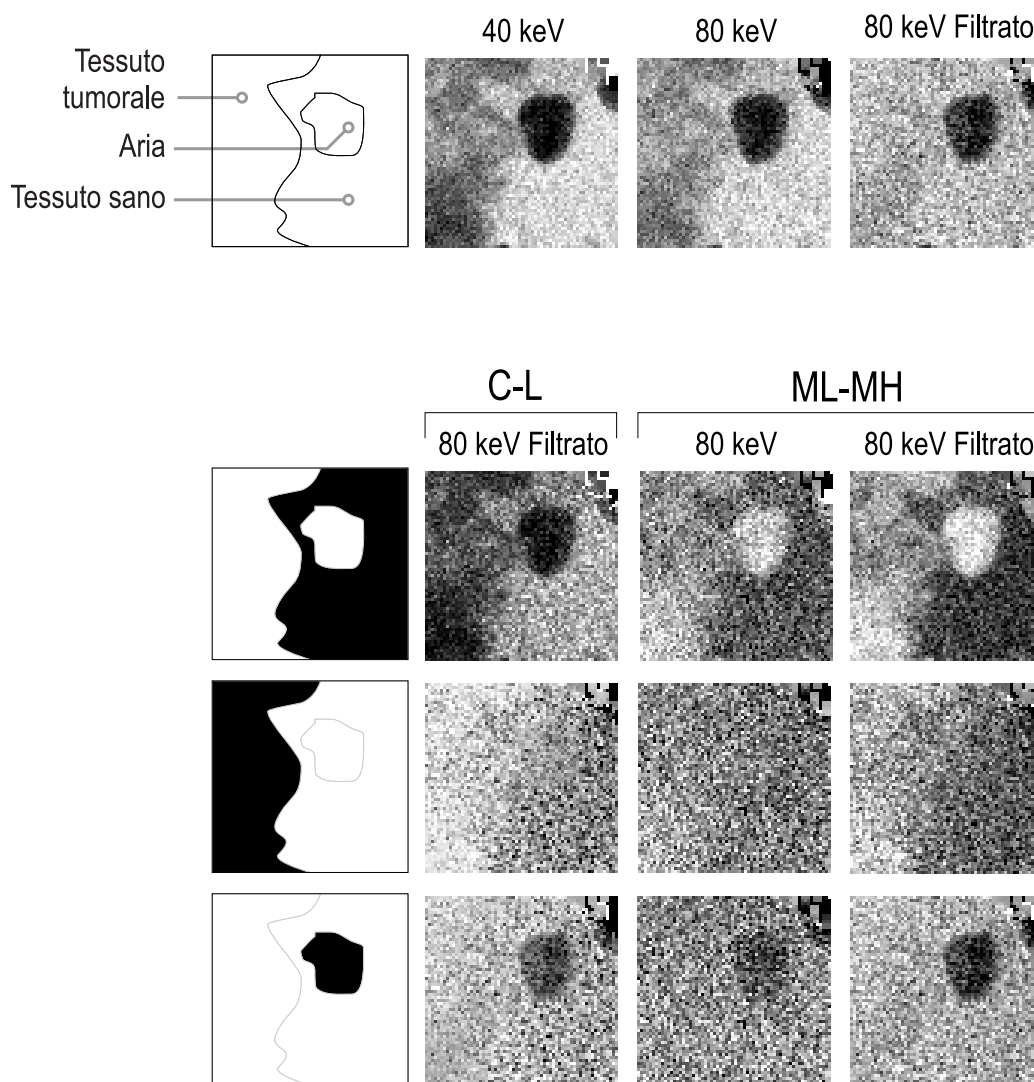


Figura 4.22: Alcuni risultati ottenuti con l'applicazione della tecnica dual energy al campione 8179; in alto sono riportate le immagini acquisite, già equalizzate, con l'indicazione del fascio utilizzato e dei materiali presenti. In basso sono presentate le immagini ricavate agli angoli di annullamento fra le diverse coppie di materiali, al variare del fascio ad alta energia e della base utilizzati.

	L-C	ML-MH	
	80Cu	80	80Cu
AA a-s (gradi)	153.9	49.5	56.8
SNR a-t	3.279	2.218	3.992
SNR s-t	3.886	2.139	4.334
AA a-t (gradi)	79	35	25.9
SNR a-s	1.864	0.800	1.767
SNR s-t	1.494	0.725	1.840
AA s-t (gradi)	134.2	28	6.5
SNR a-s	2.685	1.218	2.618
SNR a-t	1.964	1.191	2.810

Tabella 4.9: In tabella sono riportati alcuni dati relativi al campione *8179*. La prima riga di ogni gruppo riporta l'angolo di annullamento (*AA*) di una coppia di materiali *i-j*, con *i* e *j* a rappresentare aria (*a*), tessuto sano (*s*) o tessuto tumorale (*t*); nelle successive due righe sono indicati i rapporti segnale/rumore (*SNR*) relativi alle altre coppie di materiali.

no meno marcate (ad esempio, all'annullamento tra aria e tessuto sano la differenza è di circa il 20%).

Nonostante queste differenze, e il fatto che sia il corretto annullamento che la riconoscibilità dei vari materiali siano più difficili da valutare a causa della minor separazione spaziale dei due tessuti, i risultati sono soddisfacenti e confermano le osservazioni fatte a proposito del campione *5542*.

Inoltre è importante osservare come l'angolo di annullamento tra tessuto tumorale e tessuto sano sia molto simile a quello trovato per il campione *5542* (la differenza è di 3 gradi), e in entrambi i casi piuttosto diverso dall'angolo di annullamento tra tessuto sano e aria (la differenza è in ogni caso superiore ai 20 gradi): sebbene sia necessario uno studio su base statistica più ampia per poter fare affermazioni attendibili, questo è prova di una ripetibilità dei risultati della tecnica su campioni diversi che è premessa quasi indispensabile ad ogni ipotesi di applicazione in sistemi di analisi semi-automatica.

Campione “*somma*”

A puro scopo dimostrativo abbiamo provato a sintetizzare l'immagine di un campione a partire da quelle di altri due, radiografati prima di questo studio, dei quali sono disponibili i referti istopatologici e le immagini con il fascio ad 80 keV: entrambi i campioni presentano masse tumorali immerse in un

fondo composto da tessuto adiposo e tessuto fibroso in percentuale variabile e distribuiti in modo non uniforme.

Poiché non avevamo garanzia che le acquisizioni fossero state fatte in condizioni compatibili con le procedure di calibrazione utilizzate per questo lavoro, abbiamo usato la base ML-MH; per ottenere le immagini di base del campione virtuale è stato quindi sufficiente sommare le immagini di base ottenute dai campioni originali: infatti, se si suppone di comporre un campione sovrapponendone altri due, si scopre che l'attenuazione logaritmica risultante è la somma delle due originarie. Allo stesso modo, sommare le immagini della base ML-MH (ricavate appunto calcolando l'attenuazione logaritmica, pixel per pixel, delle immagini originali) equivale ad ottenere le immagini di attenuazione logaritmica di un ipotetico campione composto.

I risultati ottenuti, visibili in figura 4.23, sono decisamente soddisfacenti: in particolare i tre diversi materiali (l'aria, presente nell'angolo in basso a sinistra delle immagini, non è in questo caso considerata parte del campione di interesse) che costituiscono il campione sono riconoscibili, con la loro distribuzione, anche dopo l'operazione di somma, e l'annullamento dell'SNR delle tre coppie viene portato a termine correttamente mantenendo la visibilità del materiale residuo. Il caso più notevole è forse quello dell'annullamento tra tessuto adiposo e fibroso: le disomogeneità presenti nei campioni originali, e ancor più evidenti nell'immagine somma, vengono rimosse quasi completamente e le zone interessate dal tessuto tumorale sono ben individuabili; oltretutto queste, pur provenendo da campioni diversi, esibiscono lo stesso comportamento di fronte alle operazioni di proiezione (ad esempio si annullano contemporaneamente nei confronti degli altri tessuti), così come ci saremmo aspettati che facessero se fossero state parte di un unico campione reale.

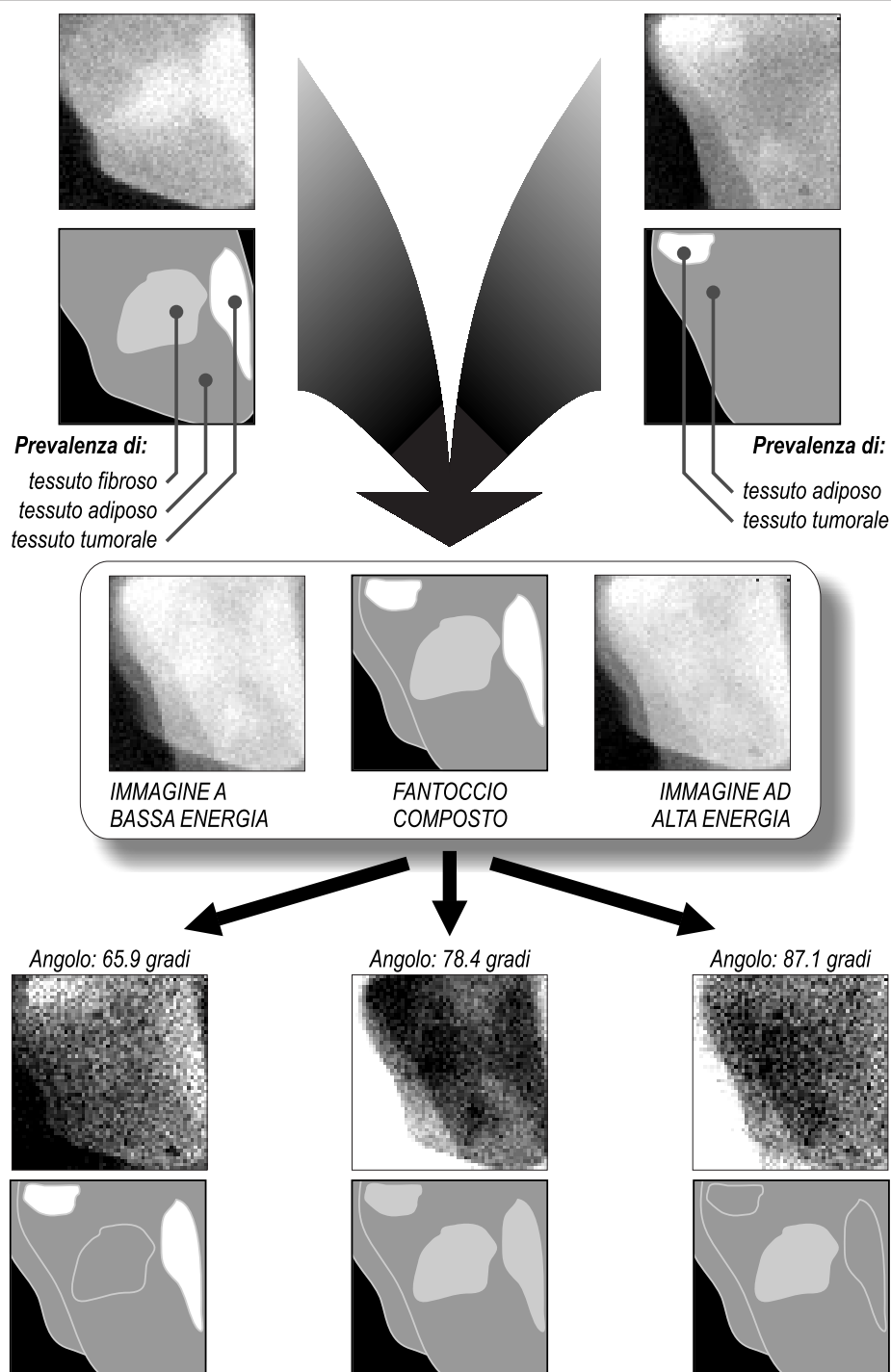


Figura 4.23: Dall'alto verso il basso: le immagini delle attenuazioni logaritmiche a bassa energia relative ai campioni originali, l'immagine ricavata dalla somma delle due e i risultati ottenuti con la proiezione agli angoli indicati. Nella una rappresentazione schematica che accompagna ogni immagine al fine di aiutarne l'interpretazione, il colore nero indica l'aria, che in questo caso non è considerata parte del campione di interesse

Capitolo 5

Conclusioni

In base al lavoro svolto sui fantocci e ai tentativi preliminari di applicazione della tecnica a campioni autoptici, possiamo fare alcune considerazioni:

- I fasci utilizzati per l'acquisizione delle immagini di partenza hanno un grande impatto sui risultati ottenibili: in particolare tanto più è marcata la separazione tra i due, tanto più le informazioni nelle immagini acquisite sono indipendenti, garantendo così l'accuratezza della scomposizione e migliorando la qualità delle immagini di sintesi.
- L'utilizzo di basi calibrate di materiali reali, seppur potenzialmente efficace, è piuttosto critico: in particolare i punti utilizzati per la calibrazione devono essere ben scelti per simulare al meglio le condizioni di assorbimento e di scattering dei campioni che si andranno effettivamente ad utilizzare, pena il rapido deterioramento dei risultati man a mano che i valori di assorbimento dei campioni si allontanano da quelli previsti in fase di calibrazione.

Inoltre, anche quanto è risultato ben rispettato il vincolo appena descritto, le nostre misure hanno dimostrato che la tecnica di calibrazione da noi utilizzata non è tale da sfruttare i vantaggi che in teoria essa può avere nei confronti dell'utilizzo diretto dei valori di attenuazione logaritmica: eccetto casi particolari, i risultati ottenuti con tutte le basi sono tra loro allineati.

- La differenza fra le fluttuazioni dei conteggi nelle zone con prevalenza di materiali diversi rappresenta un limite intrinseco difficilmente superabile: se infatti influisce in modo evidente sulla visibilità reciproca delle due aree, impedendone l'annullamento, essa è però difficile da prevedere, dipendendo dalla forma locale della funzione di proiezione, ed è quindi anche difficile pensare di poterla correggere.

Il ruolo delle fluttuazioni nella visibilità reciproca di aree diverse è anche indizio dell'inadeguatezza, come parametro di visibilità, dell'SNR, che si può annullarsi anche fra aree con fluttuazioni molto diverse tra loro.

- Nonostante le difficoltà incontrate, i risultati ottenuti sui campioni di tessuto utilizzando il fascio filtrato ad 80 keV sono incoraggianti. In particolare:
 - si sono chiaramente verificate le capacità di annullamento di un fondo disomogeneo, mantenendo nella maggior parte dei casi una buona visibilità del dettaglio di interesse (come mostrato in particolare nelle figure 4.19 e 4.23, relative ai campioni *5420* e “*somma*”);
 - in tutti i casi (vedi ad esempio le figure 4.21 e 4.22) si è misurata una sensibile differenza tra gli angoli di annullamento dei tessuti sani e quelli dei tessuti tumorali con un eventuale terzo materiale, il che è indice della buona capacità della tecnica di discriminare tra i due;
 - le differenze di comportamento del tessuto tumorale riscontrate in campioni diversi (quando confrontabili perché acquisiti in condizioni analoghe, come ad esempio i campioni *5542* e *8179*, o i due utilizzati per comporre il campione “*somma*”) sono risultate piuttosto contenute, indizio questo di una buona ripetibilità dei risultati ottenibili anche al variare del campione esaminato.

Mentre il primo punto prova l'efficacia della tecnica nel raggiungere il principale obiettivo che essa ha nella sua applicazione alla mammografia, il restanti due hanno importanza non minore, rappresentando premesse imprescindibili all'applicazione della tecnica dual energy al fine di migliorare la specificità della radiografia a raggi X. Infatti solo ipotizzando che gli angoli di annullamento relativi a tessuti simili si discostino poco tra loro al variare del campione in esame, e la differenza tra gli angoli di annullamento tra tessuti diversi sia inferiore a tale fluttuazione, si può pensare di individuare su base statistica un angolo medio di proiezione da utilizzare per tutti i campioni: se le ipotesi sono verificate, ad un tale angolo corrisponderà una quasi, seppur non totale, scomparsa della visibilità tra i tessuti che si vogliono annullare, senza che questo pregiudichi le capacità di discriminare i particolari di interesse.

Se quindi il lavoro fin qui svolto è incoraggiante e rivela con chiarezza alcune delle potenzialità della tecnica dual energy, le osservazioni fatte tracciano anche la strada sulla quale indirizzare gli sforzi futuri:

- Come abbiamo più volte sottolineato, la procedura di calibrazione che si accompagna all'utilizzo di basi di materiali reali può avere dei rilevanti vantaggi; è però anche apparso chiaro che per sfruttarli è necessario affinare tale procedura, lavorando in particolare su alcuni parametri:
 - la funzione utilizzata per l'approssimazione della funzione reale: in particolare si può pensare di aumentare il grado dello sviluppo in serie ed eventualmente di utilizzare più funzioni corrispondenti a diversi intervalli dei valori di assorbimento sulle immagini originali;
 - il numero di punti di calibrazione utilizzati: date le difficoltà introdotte dalla procedura di calibrazione, sarebbe vantaggioso uno studio teso a determinare il numero ottimale di punti sperimentali, tale da ottenere un buon risultato senza appesantire troppo la procedura;
 - il range di assorbimenti che essi coprono, in funzione dei campioni che ci si aspetta di indagare;
 - la scelta di tali punti, con particolare riferimento all'eventuale utilizzo di punti "composti", misurati cioè in corrispondenza non solo di spessori diversi di ognuno dei materiali di base presi separatamente, ma anche in corrispondenza di campioni in cui i due materiali siano presenti contemporaneamente.
- Per portare a termine con successo studi su campioni eterogenei per contenuti e contrasto intrinseco, è necessario poter effettuare un'obiettiva valutazione dei risultati sulla base di un parametro di visibilità affidabile: l'SNR si è dimostrato inadeguato allo scopo, ed è quindi chiara la necessità di uno lavoro che, sulla base di osservazioni statistiche sull'influenza di diverse variabili (come forma, estensione, fluttuazioni, ecc...) sulla visibilità di un particolare, individui un parametro in grado di rappresentarla efficacemente.
- Dato lo scarso numero di campioni di tessuto utilizzati, le pur incoraggianti osservazioni fatte non possono certo essere assunte come prove dell'efficacia della tecnica e delle proprietà che ci auspichiamo essa presenti su di essi: appare quindi necessario uno studio su una più ampia base statistica, teso in particolare ad individuare proprietà comuni a

tutti i campioni che, pur diversi, rappresentano situazioni patologiche simili. Ci si auspica in questo modo di riuscire a mettere a punto una procedura “standard” con la quale indagare con efficacia tutti i nuovi campioni.

Bibliografia

- [1] E. Burattini, M. Gambaccini, P. Indovina, M. Marziani, & O. Rimondi, S/N ratio evaluation in synchrotron radiation radiography, *Physica Medica*, **VI** (1990) 299-300
- [2] R.E. Alvarez & A. Macovsky, Energy-selective Reconstruction in X-ray Computerized Tomography, *Phys. Med. Biol.*, **21** (1976) 733-744
- [3] L.A. Lehmann, R.E. Alvarez, A. Macovsky & W. R. Brody, Generalized image combinations in dual KVP digital radiography, *Med. Phys.*, **8** (1981) 659-667
- [4] K.-S. Chuang & H.K. Huang, Comparison of four dual energy image decomposition methods, *Phys. Med. Biol.*, **33** (1988) 455-476
- [5] P.C. Johns & R. M. Beaugard, Incorporation of scattered radiation into dual-energy radiologic theory and application to mammography, *Med. Phys.*, **21** (9) (1994) 1455-1462
- [6] XCOM: Photon Cross Section Database at NIST, <http://physics.nist.gov/PhysRefData/Xcom/Text/XCOM.html>
- [7] K. Debertin & R.G. Helmer, 1988, *Gamma- and X-Ray Spectrometry with Semiconductors Detectors*, (North-Holland)
- [8] M.G. Bisogni & al., Performance of a 4096 Pixel Photon Counting Chip, *Proceedings SPIE 3445* (1988) 298-304
- [9] medipix website, <http://medipix.web.cern.ch/MEDIPIX/Medipix1/medipix1.html>
- [10] M. Novelli & al., Semiconductor pixel detectors for digital mammography, *Nucl. Instr. Methods A* **509** (2003) 283-289
- [11] S. Cherry, J.A. Sorenson, M.E. Phelps, 2003, *Physics in Nuclear Medicine*, (W.B. Saunders Company)

Appendice A

DEIA (Dual Energy Image Analyzer)

Come spiegato nel capitolo 2 e nel paragrafo 4.1, l'applicazione della tecnica dual energy implica, oltre all'acquisizione delle immagini, l'esecuzione di un certo numero di elaborazioni numeriche su di esse. Sebbene tali operazioni siano di per se piuttosto semplici e generali, e quindi eseguibili con programmi non specifici, durante il nostro studio abbiamo sentito l'esigenza di disporre di un workflow più continuo e controllato, al fine di aumentare la velocità, la ripetibilità e l'affidabilità del processo di elaborazione delle immagini; a questo si è aggiunta inoltre la necessità di gestire le immagini ottenute e produrne visualizzazioni appropriate ai nostri scopi.

È stato quindi messo a punto un programma dedicato, denominato *DEIA* (Dual Energy Image Analyzer), che integrasse tutte le funzioni necessarie all'elaborazione, alla gestione e alla visualizzazione delle immagini a doppia energia. Per la stesura del programma si è scelto l'ambiente di sviluppo *C LabWindows CVI* di *National Instruments*, sia per l'ampia disponibilità di librerie già scritte per l'implementazione del codice e dell'interfaccia grafica di programmi di analisi di dati, sia per ottenere una maggior integrazione con strumenti precedentemente sviluppati (come ad esempio il software *MediSoft3* cui si è accennato nel paragrafo 3.2.4).

Di seguito vengono illustrate le principali funzioni del programma e le interfacce grafiche attraverso cui queste sono accessibili. Va però osservato che, benché la struttura principale del programma sia ormai sviluppata, le funzioni accessorie che esso offre, e così l'interfaccia tramite cui a esse si accede, possono essere facilmente e velocemente variate, anche in virtù degli strumenti messi a disposizione dall'ambiente di sviluppo. L'attuale release non è quindi da considerarsi definitiva né in quanto a funzionalità, né in quanto a interfaccia grafica.

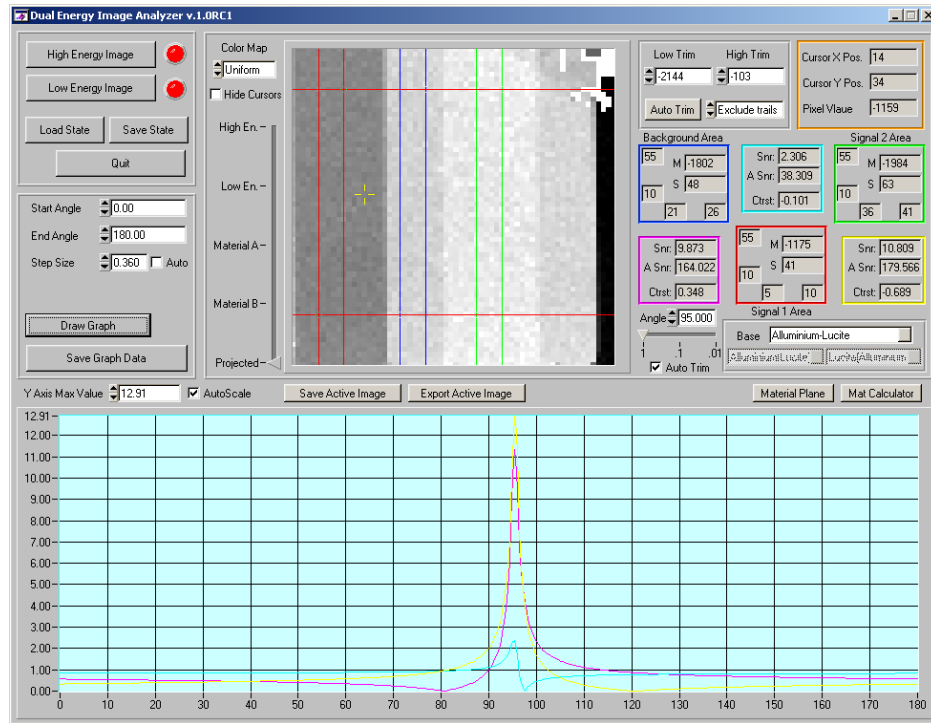


Figura A.1: La finestra principale del programma.

A.1 Interfaccia principale

All'apertura del programma viene mostrata l'interfaccia principale, riportata in figura A.1, dalla quale è possibile gestire il progetto e l'equalizzazione delle immagini originali, scegliere la base di scomposizione, visualizzare le immagini sintetizzate ed effettuare su di esse alcune misure, nonché generare grafici dell'SNR in funzione dell'angolo di proiezione.

A.1.1 Gestione delle immagini e dei file di progetto

Nell'angolo in alto a sinistra è visibile una serie di pulsanti che permettono, dall'alto verso il basso e da sinistra verso destra, di accedere alle interfacce per l'equalizzazione delle immagini ad alta e bassa energia (con i rispettivi indicatori per verificare se tale operazione sia stata effettuata o meno), di caricare e salvare i file di progetto e di uscire dal programma. Per un singolo progetto vengono creati tre diversi file: due di essi memorizzano le immagini equalizzate ad alta e bassa energia; nel terzo sono invece conservate le

altre informazioni, indispensabili o semplicemente utili, per la procedura di elaborazione

Formato immagini

Il formato utilizzato per la memorizzazione delle immagini è analogo a quello usato dal software MediSoft3: si tratta di un file ASCII con tante righe quante sono quelle delle immagini (nel nostro caso 64); su ogni riga sono poi presenti, separati da tabulazione, tanti valori numerici quante sono le colonne dell'immagine (ancora 64 nel nostro caso). I file sono salvati con estensione "dat".

Formato file di progetto

I file di progetto, salvati con estensione "dpr" (Deia PRoject), sono file di testo nei quali sono memorizzate, in modo esplicito e "human-readable", informazioni fondamentali per produrre una corretta immagine di sintesi a partire dalle immagini equalizzate salvate, più altre informazioni utili a ricostruire lo stato del programma al momento dell'ultima modifica del progetto. In particolare nel file sono elencati:

- il nome del progetto, utile a per ricostruire il nome delle due immagini equalizzate ad alta e bassa energia salvate insieme ad esso
- i materiali di base scelti per la scomposizione durante l'ultima modifica del progetto
- i flussi di riferimento relativi alle due immagini ad alta e bassa energia, indispensabili per poter ottenere da queste le immagini di base
- le coordinate delle zone di interesse definite sulle immagini
- le soglie di visualizzazione associate ad ogni immagine l'ultima volta che si è lavorato sul progetto

A.1.2 Visualizzazione delle immagini

Nella parte centrale trova posto un'ampia zona dedicata alla visualizzazione delle immagini. Accanto all'area dedicata alla rappresentazione vera e propria è collocato un selettore che permette di scegliere cosa si stia osservando: l'immagine equalizzata ad alta energia, quella a bassa energia, una delle due immagini di base o l'immagine proiettata.

L'angolo di proiezione è selezionabile tramite un controllo ciclico, situato in basso a destra della zona di visualizzazione, che può essere impostato digitando il valore desiderato o variando quest'ultimo con continuità attraverso gli appositi pulsanti a passi di 1, 0.1 o 0.01 gradi.

Ancora più a destra è presente un riquadro che permette di impostare la base da usare per la scomposizione, scegliendola da una lista di basi predeterminate o selezionando indipendentemente i due materiali.

Per quanto riguarda la relazione tra i valori dei pixel e il colore con il quale essi vengono rappresentati, l'utente può impostare due soglie L_{trim} e H_{trim} , in base alle quali viene determinato il colore di un pixel di valore V , in modo diverso a seconda della tecnica di visualizzazione scelta. Attualmente ne sono state implementate due:

- **Uniform:** tutti i pixel di valore $V \leq L_{trim}$ sono visualizzati in bianco, mentre tutti quelli per cui vale $V \geq H_{trim}$ appaiono neri; i pixel con valori intermedi vengono visualizzati con una sfumatura di grigio che varia linearmente tra L_{trim} e H_{trim} secondo la relazione:

$$N = \frac{N - L_{trim}}{H_{trim} - L_{trim}} \quad (\text{A.1})$$

dove N è la frazione di nero associata al pixel (che appare bianco per $N = 0$ e nero per $N = 1$).

- **Sign:** in questo caso è necessario distinguere se L_{trim} sia o meno maggiore di zero. Nel primo caso la visualizzazione corrisponde esattamente a quella illustrata sopra. Nel secondo caso tutti i pixel di valore $V \geq H_{trim}$ sono ancora visualizzati in nero, ma tutti quelli per cui vale $V \leq L_{trim}$ appaiono rossi; ai pixel con $V = 0$ è associato il colore bianco, e i valori negli intervalli $[L_{trim}, 0]$ e $[0, H_{trim}]$ sono associati a sfumature, rispettivamente, di rosso e di grigio secondo formule del tutto analoghe alla A.1

I valori di L_{trim} e H_{trim} , oltre che impostati manualmente, possono essere determinati automaticamente dal programma semplicemente in base ai valori minimo e massimo presenti nell'immagine, oppure utilizzando un algoritmo appena più complesso: in questo caso, prima di determinare minimo e massimo, si ordinano i pixel per valore e si scartano il 2% di valori più alti e il 2% di valori più bassi, così da evitare che eventuali pixel con valori molto lontani dagli altri compromettano la corretta visualizzazione dell'immagine. Il calcolo automatico delle soglie può essere poi avviato manualmente o, nel caso si stia visualizzando l'immagine proiettata, impostato in modo tale che venga ripetuto ogni volta che si altera l'angolo di proiezione, così da mantenere sempre una visualizzazione adeguata.

Salvataggio delle immagini

Subito sotto l'area dedicata alla visualizzazione dell'immagine sono presenti due pulsanti per il salvataggio della stessa in modo indipendente dai file di progetto: "export image" e "save image". Utilizzando quest'ultimo si può salvare l'immagine attualmente visualizzata nel consueto formato testuale; utilizzando invece il primo, l'immagine così come appare nel programma (e quindi dipendente dalla modalità di visualizzazione scelta e dalle specifiche soglie impostate) viene salvata in formato bitmap.

A.1.3 Misure sulle immagini

Sovrapposti all'immagine sono visibili sette diversi cursori, divisi in base al colore in tre coppie più uno singolo. Ogni coppia di cursori dello stesso colore serve a definire sulle immagini un'area di interesse, rappresentata dal rettangolo che ha per angoli opposti i cursori stessi, mentre il settimo serve da "sonda" per misurare coordinate e valore di un singolo pixel.

Nella zona a destra dell'area di visualizzazione sono quindi presenti sette gruppi di indicatori numerici: tre di questi corrispondono alle tre coppie di cursori (sono identificati dagli stessi tre colori), e riportano informazioni sulle coordinate dell'area selezionata, sul valor medio e sulla deviazione standard del valore dei pixel in essa. Esse sono disposte ai vertici di un triangolo, cosicché sui lati dello stesso trovano posto altri tre gruppi di indicatori, ognuno dei quali riporta SNR, aSNR e contrasto (vedi paragrafo 1.4) relativo alle due aree di interesse tra le quali è collocato. Nell'angolo in alto a destra è invece visibile il gruppo di indicatori relativo al settimo cursore, per il quale sono riportate le coordinate e il valore del pixel sul quale si trova.

Per garantire una corretta visualizzazione dell'immagine, i cursori possono essere nascosti tramite un apposito controllo.

Il codice dei colori

Data la grande quantità di informazioni rappresentate in un'unica interfaccia, si è reso necessario scegliere un metodo che permettesse di individuarle e riconoscerle in maniera piuttosto intuitiva. A tale scopo è stato scelto di utilizzare i colori per delineare il contesto cui ogni informazione si riferisce. Così le tre aree di interesse sono associate, rispettivamente, ai colori rosso, verde e blu, comuni sia ai cursori che le definiscono, sia al relativo gruppo di indicatori numerici.

Per caratterizzare invece i parametri di visibilità, che sono relativi a coppie di aree di interesse, si è scelto di utilizzare il colore ottenuto per sintesi

additiva da quelli delle aree a cui ci si riferisce. Così al gruppo di parametri di visibilità calcolati tra l'area rossa e quella blu è associato il color magenta, mentre per le coppie blu-verde e verde-rosso si sono usati, rispettivamente, il ciano e il giallo.

Caso a parte è quello dell'indicatore "sonda", al quale è associato sia sull'immagine che nell'area degli indicatori numerici il color arancio, adatto a renderlo ben visibile su qualsiasi zona dell'immagine.

A.1.4 Grafici in funzione dell'angolo di proiezioni

Tutta la parte inferiore dell'interfaccia è occupata da un'area dedicata alla visualizzazione di grafici delle quantità di interesse¹ in funzione dell'angolo di proiezione; per ognuna di esse sono rappresentati tre tracciati, uno per ogni coppia di aree di interesse, individuati grazie allo stesso codice colore usato per gli indicatori numerici (magenta, ciano, giallo). Subito sopra l'area del grafico, a sinistra, è visibile il gruppo di comandi relativi a questa funzione: i primi tre dall'altro permettono di impostare il range di angoli di interesse e l'intervallo tra un punto e l'altro (il grafico è ovviamente calcolato come sequenza discreta di valori), che può essere anche determinato automaticamente per ottenere il numero minimo di punti necessari ad una buona visualizzazione. Gli altri due pulsanti presenti servono a disegnare il grafico e ad esportarlo² come file di testo, che può essere così facilmente importato in qualsiasi foglio elettronico o programma di analisi dati.

Vicino all'area del grafico è poi visibile un controllo per impostare, manualmente o in modo automatico, la scala verticale del grafico.

A.2 Equalizzazione

I processi di equalizzazione delle immagini ad alta e bassa energia, accessibili dagli appositi pulsanti della finestra principale, si appoggiano ad un'interfaccia comune, visibile in figura A.2.

Nella zona centrale e destra si trovano le aree dedicate alla visualizzazione delle immagini originali e di quella equalizzata, ognuna con il relativo

¹benché a livello di codice sia implementata la rappresentazione di tutti e tre i parametri di visibilità trattati (SNR, aSNR e contrasto), sul momento solo l'SNR viene effettivamente rappresentato e l'interfaccia non è stata ancora modificata per permettere all'utente la scelta degli altri parametri

²I valori esportati sono gli stessi utilizzati per disegnare il grafico: da qui la necessità di permettere all'utente, se interessato all'esportazione, di impostare manualmente l'intervallo tra un punto e l'altro piuttosto che calcolarlo automaticamente come intervallo minimo per ottenere una buona visualizzazione

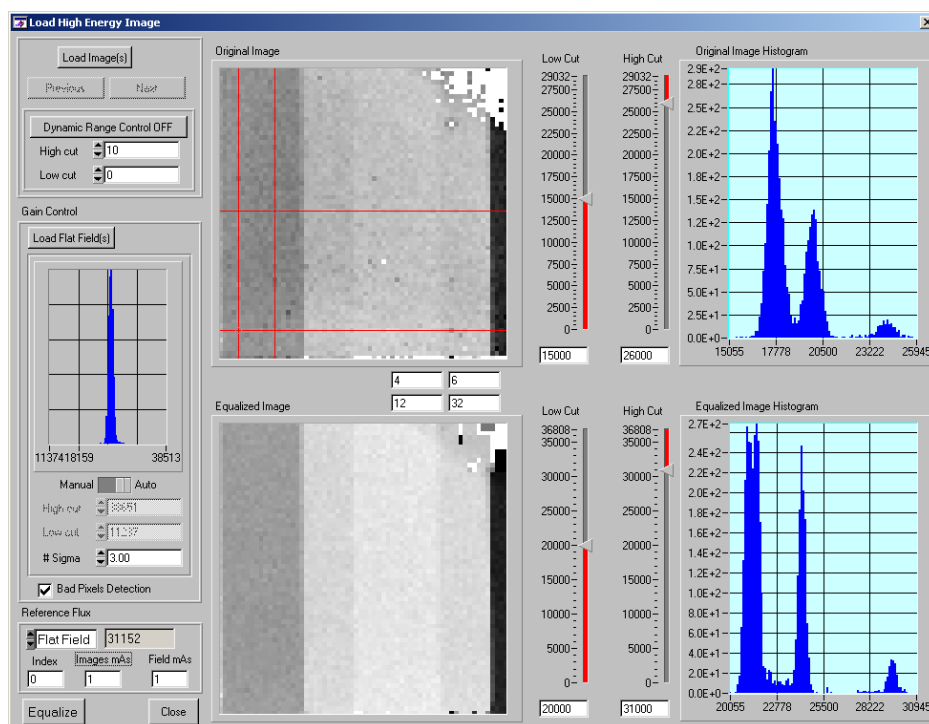


Figura A.2: L'interfaccia utilizzata per la procedura di equalizzazione delle immagini.

istogramma di distribuzione dei valori e due selettori per individuare il range di valori visualizzati, che sono mappati sui colori dell'immagine in modo del tutto analogo a quanto fatto dalla modalità "uniforme" nella finestra principale.

A.2.1 Immagini originali

Sulla parte sinistra sono disposti invece i comandi che guidano l'utente, dall'alto verso il basso, attraverso i vari passaggi necessari; si trovano così, per primi, un pulsante che apre una finestra di selezione multipla per individuare i file delle immagini raw e due pulsanti che permettono di alternarne la visualizzazione dell'apposita area. Subito sotto sono presenti dei controlli per escludere forzatamente dalla procedura i pixel che siano esterni ad un range stabilito dall'utente: tali pixel verranno segnati come non validi e sostituiti con valori interpolati dai pixel adiacenti.

Il successivo gruppo di comandi serve per gestire i flat-field: oltre al pulsante che apre una finestra di selezione multipla per caricare i file raw,

troviamo un grafico della distribuzione dei valori dei pixel sui flat-field e un gruppo di controlli per definire il range al di fuori del quale i pixel devono essere scartati³; in particolare si può scegliere di definire manualmente tale intervallo, oppure di impostarlo come multiplo della deviazione standard della distribuzione (il valore di default è 3). Infine è presente un controllo per decidere se applicare o meno la procedura che individua i pixel malfunzionanti su tutte le immagini in base a quante volte essi sono risultati al di fuori del range accettato sui flat-field.

Gli ultimi comandi sono dedicati alla definizione del flusso di riferimento, che può essere stabilito in tre diversi modi:

- **Image:** sull'immagine relativa ai file raw sono presenti due cursori che consentono di definire un'area rettangolare con lo stesso meccanismo già spiegato nel paragrafo A.1.3, e le cui coordinate sono per comodità riportate in un gruppo di indicatori numerici subito sotto l'immagine stessa. Il flusso di riferimento viene calcolato come media, sull'immagine equalizzata, dei valori dei pixel all'interno dell'area definita dai cursori.
- **Flat Field:** selezionando questa modalità si attivano tre controlli che permettono di specificare l'indice del flat-field al quale fare riferimento, il relativo valore di esposizione e quello delle immagini raw del campione (in *mAs*, ma possono anche essere usati valori proporzionali poiché è rilevante solo il rapporto fra i due); il flusso di riferimento è poi calcolato come media, rapportata al valore di esposizione delle immagini raw, dei conteggi sui pixel del flat-field selezionato, esclusi quelli considerati malfunzionanti.
- **Manual:** il valore viene impostato manualmente nel controllo numerico che, negli altri casi, mostra il valore ottenuto automaticamente.

Nell'angolo in basso a destra trovano infine posto i pulsanti per avviare la procedura di equalizzazione e per chiudere la finestra.

³Poiché i flat-field sono acquisiti senza nessun campione, essi dovrebbero in teoria apparire uniformi; seppur una, anche piuttosto larga, distribuzione pseudo-gaussiana dei conteggi intorno al valor medio sia prevista, eventuali pixel che si discostino molto da essa sono da considerarsi malfunzionanti e devono essere eliminati per non compromettere l'affidabilità della matrice di guadagno che si calcola a partire dai flat-field

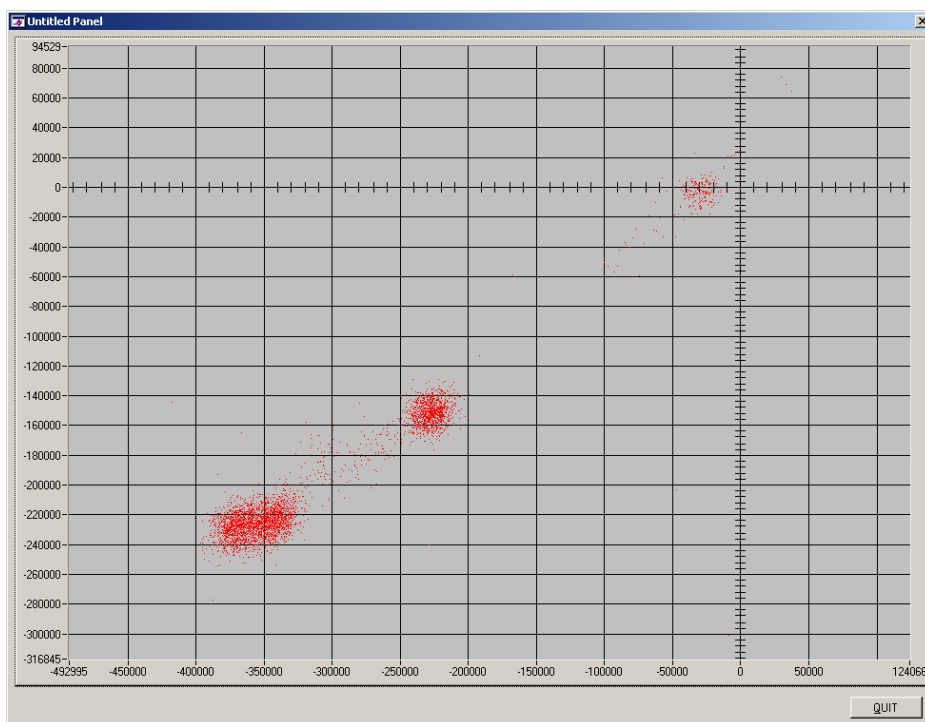


Figura A.3: Lo strumento che rappresenta il piano dei materiali.

A.3 Utility

Dall'interfaccia principale si può accedere, tramite appositi pulsanti situati nella zona destra, a due strumenti accessori, utili per verificare alcuni risultati ed effettuare delle prove:

- **Material plane:** si tratta di una semplice finestra priva di controlli (se non quello per l'uscita) che rappresenta il piano dei materiali (vedi figura A.3): ogni pixel dell'immagine è rappresentato da un punto le cui coordinate sono date dai valori che esso ha, rispettivamente, sulla prima e sulla seconda immagine di base. I range di valori visualizzati sul grafico possono essere aggiustati utilizzando i pulsanti del mouse congiuntamente ai tasti di funzione control, shift e alt. Questa rappresentazione costituisce un utile strumento per verificare l'accordo della distribuzione dei valori dei pixel con le previsioni teoriche, nonché per avere un'idea dell'entità delle fluttuazioni in relazione alle quantità che si vorrebbero osservare.
- **Material calculator:** questo strumento permette di verificare, in ba-

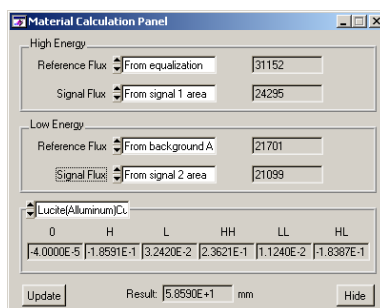


Figura A.4: La finestra tramite la quale è possibile calcolare gli “spessori equivalenti” corrispondenti a determinati valori di attenuazione.

se ai valori di attenuazione ad alta e bassa energia, lo “spessore equivalente” di un materiale scelto. I valori del flusso di riferimento e dei conteggi rilevati dopo l’attraversamento del campione, sia ad alta che a bassa energia, sono impostabili manualmente o in base alle misurazione effettuate sulle immagini. Anche i coefficienti di proiezione possono essere impostati manualmente, oppure scelti dall’elenco di materiali disponibili, per i quali sia già stata effettuata la procedura di calibrazione.