Anleitung

zur

grafischen Darstellung von Sonnenuhren.

Von

Georg Kahrer.

Einleitung.

Zum Messen der Zeit bedient man sich bekanntlich irgend einer gleichförmigen Bewegung. Dazu eignet sich ganz besonders die Rotazion der Erde um ihre Axe oder die scheinbare Bewegung des Himmels um die Erde, welche mit der vollkommensten Gleichförmigkeit vor sich geht. Die Astronomen wählen dazu das sogenannte Frühlingsaequinokzium, d. i. den im Zeichen des Widders liegenden Durchschnittspunkt des Aequators des Himmelsgewölbes mit der Ekliptik (Sternzeit); allein für das gewöhnliche bürgerliche Leben, dessen Geschäfte sich beinahe alle nach dem Auf- oder Untergange der Sonne richten, hat man die scheinbare Bewegung derselben um die Erde dem Zeitmasse zu Grunde gelegt. Diese Bewegung kann jedoch wegen ihrer Ungleichförmigkeit keinen unmittelbaren Zeitmesser abgeben, sondern nur dazu benützt werden, die sogenannte »wahre Sonnenzeit« anzugeben. — Um aber diesem Umstande zu begegnen, nimmt man eine ideale, die sogenannte mittlere Sonne an, die sich im Aequator und gleichförmig, jedoch so bewegt, dass sie mit der wahren Sonne immer in demselben Augenblick durch die Aequinokzien geht (mittlere Zeit).

Den Durchgang eines Gestirns durch die Meridianebene des Beobachtungsortes nennt man Kulminazion. Man unterscheidet, weil jedes Gestirn während seiner scheinbaren Umdrehung um die Erde die Meridianebene des Beobachtungsortes zwei Mal passirt, eine obere und eine untere Kulminazion. Der Augenblick, in dem die Kulminazion vor sich geht, heisst die Kulminazionszeit. Jedes Gestirn erreicht im Momente seiner oberen Kulminazion seine grösste Höhe über dem Horizonte. Die Zeit zwischen zwei aufeinanderfolgenden oberen Kulminazionen der wahren Sonne nennt man den wahren Sonnentag und die Zeit zwischen zwei aufeinander folgenden oberen Kulminazionen der mittleren Sonne den mittleren Sonnentag. Jeder Tag wird in 24 Stunden, jede Stunde in 60 Minuten und jede Minute in 60 Sekunden eingeteilt.

Der Moment der oberen Kulminazion der wahren Sonne heisst wahrer Sonnenmittag, und der Moment der oberen Kulminazion der mittleren Sonne mittlerer Sonnenmittag.

Die Abweichung der mittleren Zeit im Momente des wahren Sonnenmittags, d. h. der Zeitraum zwischen der Kulminazion der wahren und mittleren Sonne heisst Zeitgleichung und dient dazu, mit Hilfe der beobachteten Kulminazion der wahren Sonne unsere Uhren genau auf den mittleren Sonnenmittag zu stellen.

Folgende Tabelle zeigt für ein jedes mitten zwischen zwei Schaltjahren befindliche Jahr, für jeden fünften Tag an, wie viel es mittlere eit im Momente des wahren Sonnenmittags ist.

Tag	Jänner	Februar	März	April	Mai	Juni
1	12h— 3′—49″	12h—13′—55″	12h—12′—40″	12h— 4′— 2″	11h—56′—58″	11h—57′—24″
6	12 — 6 — 7	12 —14 —24	12 —11 —34	12 — 2 —32	11 —56 —26	11 —58 —12
	12 — 8 —12	12 —14 —34	12 —10 —18	12 — 1 — 7	11 —56 — 7	11 —59 — 9
16	12 —10 — 3	12 —14 —24	12 — 8 —54	11 —59 —49	11 —56 — 4	12 — 0 —11
21	12 —11 —37	12 —13 —56	12 — 7 —25	11 —58 —41	11 —56 —14	12 — 1 —16
26	12 —12 —52	12 —13 —13	12 — 5 —53	11 —57 —48	11 —56 —39	12 — 2 —20
31	12 —13 —47	12 —12 —15	12 — 4—20	11 —56 —58	11 —57 —15	12 — 3 —22
Tag	**Juli**	**August**	**September**	**Oktober**	**November**	**Dezember**
1	12h— 3′—22″	12h— 6′— 1″	11h—59′—57″	11h—49′—46″	11h—43′—45′	11h—49′—12″
6	12 — 4 —16	12 — 5 —37	11 —58 —20	11 —48 —14	11 —43 —48	11 —51 —12
11	12 — 5 — 2	12 — 4 —58	11 —56 —38	11 —46 —52	11 —44 —11	11 —53 —25
16	12 — 5 —38	12 — 4 — 5	11 —54 —53	11 —45 —43	11 —44 —56	11 —55 —48
21	12 — 6 — 1	12 — 3 — 0	11 —53 — 8	11 —44 —47	11 —46 — 2	11 — 58 —17
26	12 — 6 —10	12 — 1 —43	11 —51 —25	11 —44 — 8	11 —47 —28	12 — 0 —47
31	12 — 6 — 4	12 — 0 —15	11 —49 —46	11 —43 —47	11 —49 —12	12 — 3 —14

Sonnenuhren.

Sonnenuhren sind Vorrichtungen, die uns durch den Schatten welchen ein von der Sonne beschienener Stab (Gnomon) auf eine Fläche (Uhrfläche) wirft, die wahre Sonnenzeit angeben. Die Kunst, Sonnenuhren zu verfertigen, heisst Gnomonik. Gewöhnlich wählt man, als Uhrfläche eine Ebene und unterscheidet je nach der Lage derselben:

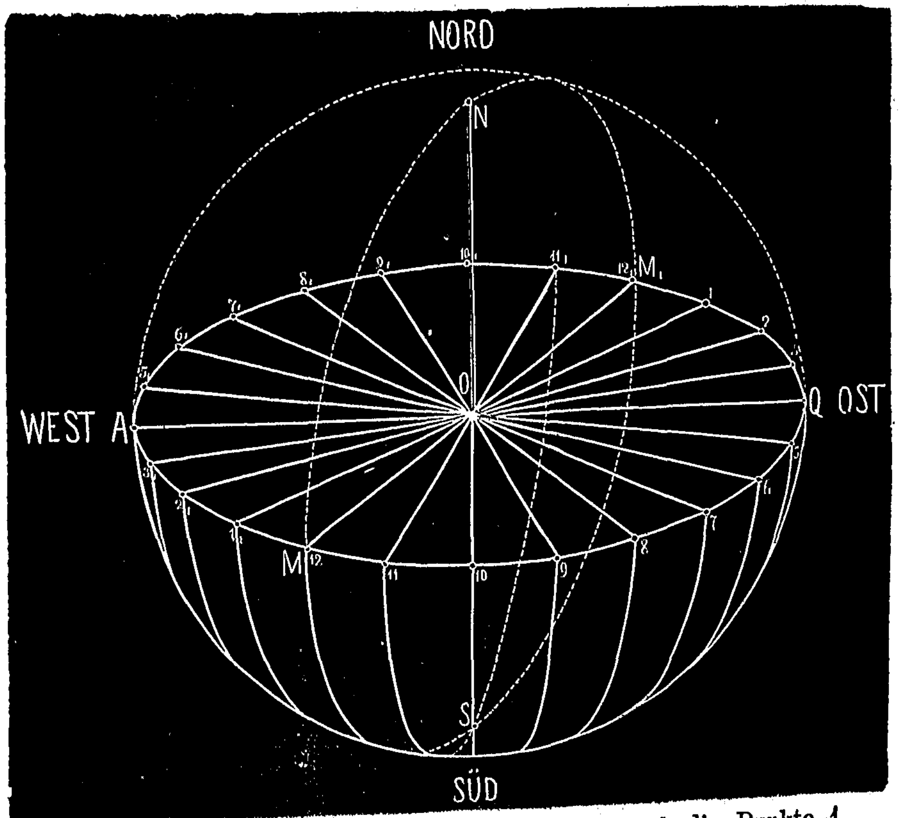
Aequatorial-Uhren, deren Fläche parallel ist zur Ebene des Aequators;

Horizontal Uhren, deren Fläche eine horizontale Ebene, und Vertikal-Uhren, deren Fläche eine vertikale Ebene ist.

Konstrukzion einer Aequatorial-Sonnenuhr.

Es sei Fig. 1 eine orthogonale Projekzion der Erdkugel, $AMQM_1$ der Aequator, N der Nordpol, S der Südpol, NS die Erdaxe und

Fig. 1.



O der Mittelpunkt. Ferner sei der Aequator durch die Punkte 1, 2, 3, 4, ... welche die Lage der Meridianebenen $1N1_1S$, $2N2_1S$, $3N3_1S$ .... bestimmen, in 24 gleiche Teile geteilt. Die nördliche Hälfte der Erdkugel wollen wir uns weggenommen und den derselben angehörigen Teil NO der Erdaxe durch einen in O befestigten materiellen Stab ersetzt denken.

Dieser Stab wird, von der Sonne beschienen, auf die Ebene des Aequators einen Schatten werfen, dessen Richtung mit der Schnittlinie der Aequatorsebene mit jener Ebene zusammenfällt, deren Lage durch die Erdaxe und den Standpunkt der Sonne bestimmt ist. Da aber jede Ebene, welche durch die Erdaxe geht, eine Meridianebene ist, so hängt die Richtung des Schattens, den unser von der Sonne beschienene Stab zu einer gewissen Zeit wirft, von jener Meridianebene ab, welche die Sonne bei ihrer scheinbaren Bewegung von Osten nach Westen eben passirt. Nehmen wir an, die Sonne befinde sich in der Ebene des Meridiankreises MNM_1S und sei bezüglich des Beobachtungsortes M in der oberen Kulminazion, so ist in M wahrer Sonnenmittag und der Schatten des Stabes auf der Ebene des Aequators wird in die Richtung OM_1, welche man Mittagslinie des Aequators nennt, fallen.

Die Sonne bewegt sich nun scheinbar von Osten nach Westen und gelangt dadurch sukzessive bezüglich der Punkte 1_1, 2_1, 3_1 .... M_1, 1, 2, 3, ... und nach Verlauf eines wahren Sonnentags wieder bezüglich des Punktes M zur oberen Kulminazion. In den aufeinander folgenden Momenten dieser Kulminazionen wird der Schatten des Stabes auf der Ebene des Aequators die Richtungen $O1$, $O2$, $O3$, ... OM, $O1_1$, $O2_1$, $O3_1$, ... und endlich nach Verlauf eines wahren Sonnentages wieder die Richtung OM_1 annehmen.

Da aber die Rotazion der Erde um ihre Axe mit vollkommener Gleichförmigkeit vor sich geht, so liegen zwischen den angeführten 24 Kulminazionen gleiche Zeitintervalle, deren jeder $^1/_{24}$ eines wahren Sonnentages oder eine Stunde beträgt. Befindet sich also die Sonne bezüglich des Punktes M in der oberen Kulminazion, d. h. fällt der Schatten des Stabes in die Richtung OM_1, so ist es in M 12 Uhr wahrer Sonnenmittag. Kulminirt die Sonne in 1_1, welcher Punkt $^{360}/_{24}{}^0 = 15^0$ westlicher liegt als M, d. h. fällt der Schatten in die Richtung $O1$, so ist es in 1_1 wahrer Sonnenmittag in M aber schon um eine Stunde später, d. i. 1 Uhr Nachmittag wahre Sonnenzeit.

Kulminirt die Sonne in 2_1, welcher Punkt $2 \times 15 = 30^0$ westlicher liegt als M, d. h. fällt der Schatten in die Richtung $O2$, so ist es in 2_1 wahrer Sonnenmittag, in M aber schon um 2 Stunden später, d. i. 2 Uhr Nachmittag.

. . . .

Kulminirt die Sonne in M_1, welcher Punkt $12.15^0 = 180^0$ westlicher liegt als M_1, d. h. fällt der Schatten in die Richtung OM, so ist es in M wahrer Sonnenmittag, in M aber um 12 Stunden später, d. i. 12 Uhr Mitternacht wahre Sonnenzeit.

. . . .

Kulminirt die Sonne in 11, welcher Punkt um $23.15^0 = 345^0$ westlicher oder um 15^0 östlicher liegt als M, d. h. fällt der Schatten unseres Gnomons in die Richtung $O11_1$, so ist es in

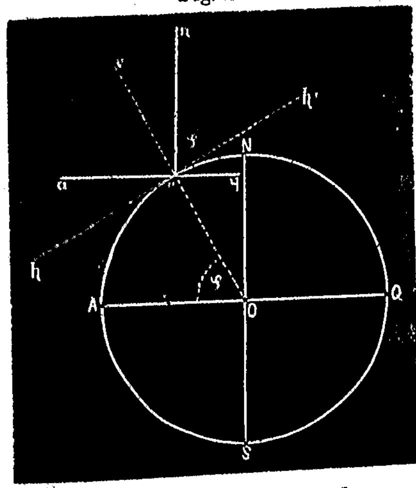
11 wahrer Mittag, in M aber um 23 Stunden später, oder um eine Stunde früher, d. i. 11 Uhr Vormittag.

Wir hätten demnach eine ganz verlässliche Vorrichtung zur Bestimmung der wahren Sonnenzeit, eine Aequatorial-Sonnenuhr vor Augen, deren Ausführung sich aber unüberwindliche Hindernisse entgegensetzen.

Dieselben lassen sich jedoch ohne den geringsten Nachteil für die Erreichung unseres Zweckes umgehen. Man kann gegen die unermessliche Entfernung der Sonne von der Erde, Entfernungen, wie sie überhaupt auf der Erde vorkommen können, als verschwindend klein gänzlich vernachlässigen, woraus hervorgeht, dass es völlig einerlei ist, wo auf der Erdoberfläche wir eine ähnliche Vorrichtung anbringen, wenn nur darauf gesehen wird, dass der Gnomon parallel zur Erdaxe und die Uhrfläche eine Ebene parallel zur Aequatorsebene ist.

Es stelle uns (Fig. 2) $ANQS$ den Durchschnitt der Erde durch einen Meridian, AQ den Aequator, NS die Erdaxe vor und wir hätten die Aufgabe in irgend einem Punkte dieses Meridians, z. B. in o, dessen Horizont hh_1 und dessen geografische Breite φ sei, eine Aequatorial-Sonnenuhr aufzustellen. Dem früher Gesagten gemäss haben wir nichts Anderes zu tun, als in o einen Gnomon no parallel zur Erdaxe, und eine Uhrfläche aq parallel zur Aequatorsebene anzubringen. Da aber der Winkel $noh_1 = AOo = \varphi$, daher $aoh = h_1oq = 90^0 - \varphi^0$, so ergibt sich:

Fig. 2.



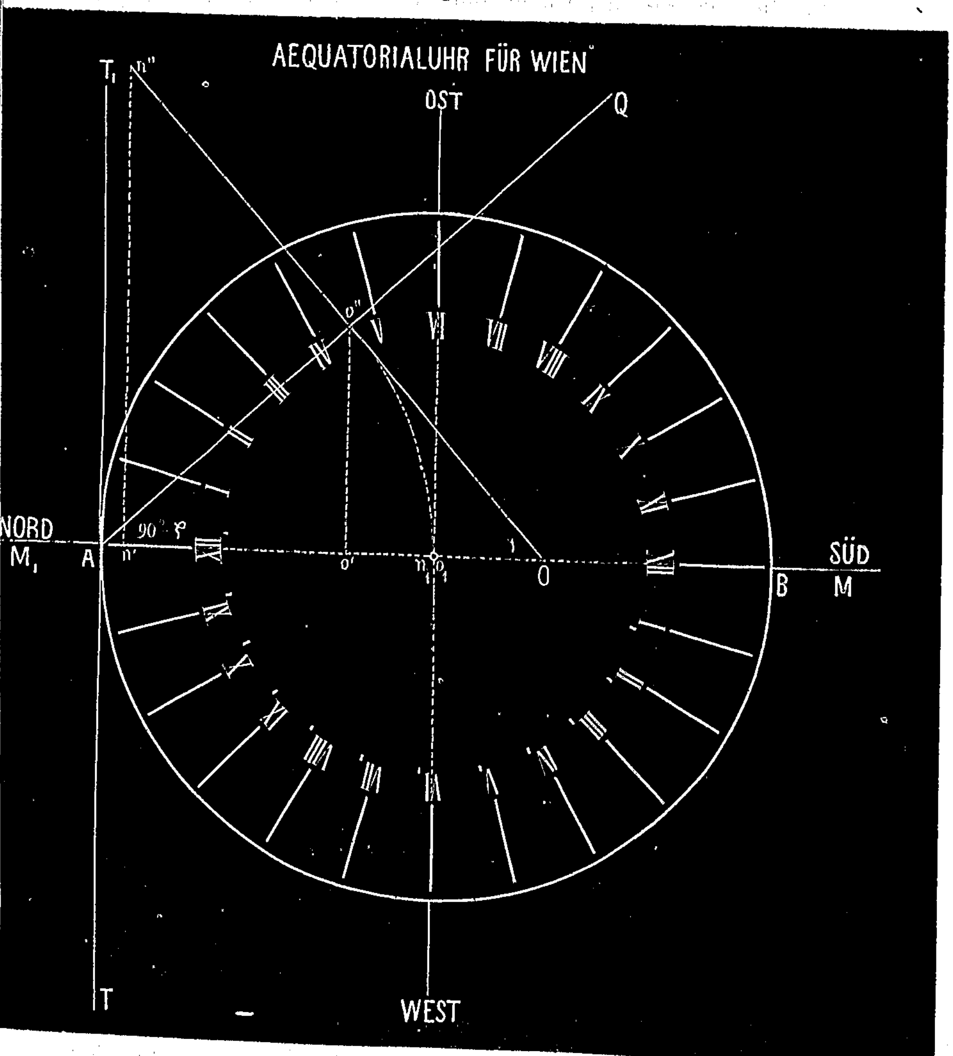
1. Der Gnomon einer Aequatorial-Sonnenuhr für einen Punkt o ist ein in der Meridianebene dieses Punktes liegender Stab, welcher mit der Horizontebene desselben Punktes gegen Norden hin einen Winkel gleich der geografischen Breite φ einschliesst.

Die Uhrfläche ist eine auf diesem Stab senkrechte Ebene, folglich senkrecht auf der Meridianebene des Punktes o und um den Winkel $90^0 - \varphi^0$ gegen die Horizontebene desselben Punktes geneigt.

Dieses vorausgesetzt, wollen wir für einen bestimmten Ort, z. B. für Wien, dessen geografische Breite $\varphi = 48^0 - 12' - 35{\cdot}5''$, eine Aequatorial-Sonnenuhr grafisch darstellen.

Der Einfachheit wegen wählen wir die Horizont- und die Meridianebene von Wien als Projekzionsebenen, deren Schnittlinie MM_1 (Fig. 3) die Mittagslinie der Horizontebene von Wien, d. i. die-

Fig. 3.



Richtung von Süd nach Nord, und zugleich die Projekzionsaxe für unsere Darstellung vorstellt.

Als Gnomon stellen wir uns einen Stab nO, dessen Projekzionen $n''O, n'O$ sind, dar, welcher in der Wiener Meridianebene liegt, und mit der Wiener Horizontebene gegen Norden hin einen Winkel $\varphi = 48^0 - 12' - 35{\cdot}5''$ einschliesst. Senkrecht auf denselben führen wir eine Ebene, die Uhrfläche TAQ, welche von dem Gnomon nO in o, dessen Projekzionen o', o'' sind, getroffen wird. Wir legen nun die Uhrfläche TAQ sammt dem darauf senkrechten und in o befestigten Gnomon on, dessen Projekzionen $n''\,o'', n'\,o'$ sind, in die horizontale Projekzionsebene um, beschreiben in derselben aus dem umgelegten Punkt o_1 mit einem beliebigen Halbmesser einen Kreis und teilen denselben in 24 gleiche Teile, wobei aber als Ausgangspunkt einer der beiden Endpunkte des mit der Mittagslinie MM_1 zusammenfallenden Durchmessers AB zu wälen ist. Die Verbindungslinie der erhaltenen Teilungspunkte mit o_1, stellen uns die umgelegten Richtungen vor, in welche der Gnomon in den aufeinander folgenden Stunden den Schatten wirft. Ist es in Wien wahrer Sonnenmittag, so fällt der Schatten in die Mittagslinie der Uhrfläche nach Norden hin. Fällt sonach der Schatten in die Richtung oA, so ist es 12 Uhr Mittag wahre Sonnenzeit.

In den aufeinander folgenden Stunden des Nachmittags haben die Schatten alle eine Abweichung nach Osten und fallen der Reihe nach in die Richtungen oI, oII, $oIII$ .... In den aufeinander folgenden Stunden des Vormittags fallen die Schatten, welche alle eine Abweichung nach Westen haben, nach oXI, oX, oIX .... Um 6 Uhr Nachmittags wahre Sonnenzeit hat der Schatten in der Uhrfläche genau die Richtung nach Osten, um 6 Uhr Vormittags genau die Richtung nach Westen.

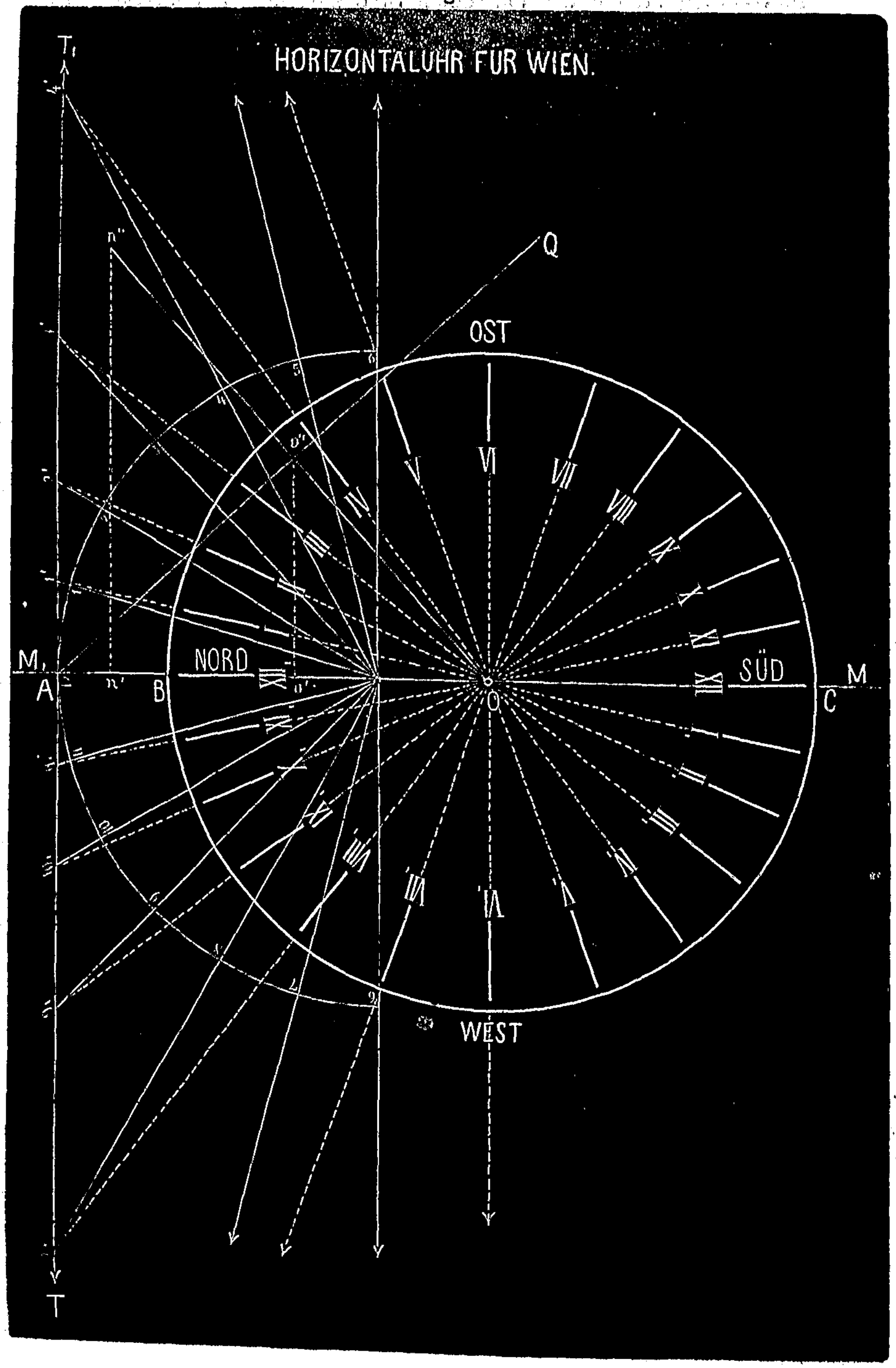
Will man eine Uhr darstellen, welche nicht nur Stunden, sondern Zeitintervalle von einer beliebigen Grösse n in Stunden ausgedrückt, angibt; so hat man den aus o beschriebenen Kreis nicht in 24 sondern in $24/n$ Teile zu teilen.

Für eine Uhr z. B. welche Viertelstunden zeigen soll, ist der Kreis in $24/n = \dfrac{24}{{}^1\!/_4} = 96$ Teile zu teilen.

Darstellung einer Horizontal Sonnenuhr.

Wir wollen horizontale Stundenuhr für Wien darstellen. Dabei handelt es sich um die Bestimmung jener Richtungen in welche ein Gnomon in den aufeinanderfolgenden Stunden auf die Horizontebene von Wien den Schatten wirft.

Fig. 4.

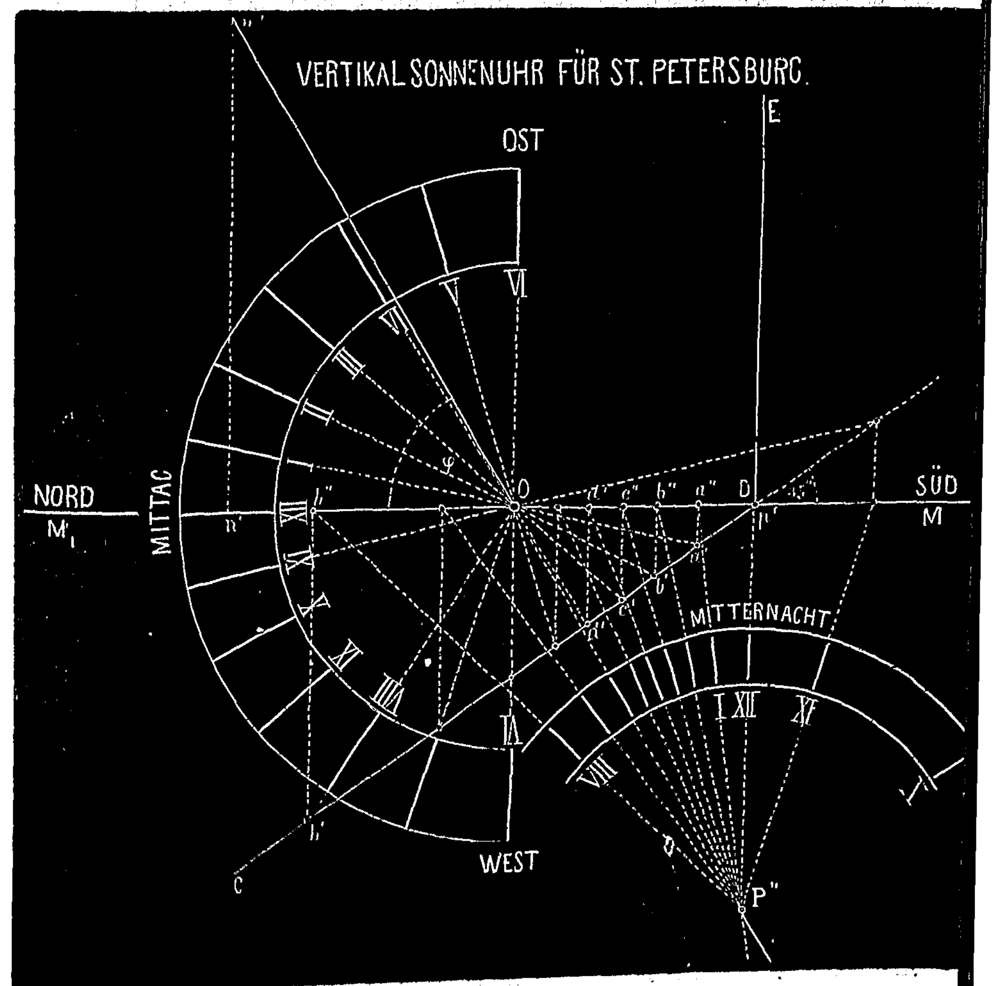


Wir stellen uns (Fig. 4) wie früher eine Aequatorial-Sonnenuhr für Wien dar, deren Gnomon *on* die Horizontebene von Wien in O trifft. Dieser Punkt ist, wie leicht begreiflich, der gemeinschaftliche Durchschnitt sämmtlicher Schatten, welche dieser Gnomon überhaupt auf die Horizontebene von Wien werfen kann.

Kulminirt die Sonne in Wien, so fällt der Schatten in die Richtung OB.

Die Richtung des Schattens um 1 Uhr Nachmittag ist durch die Punkte O und 1′ bestimmt; weil der Punkt O der Richtung jedes Schattens, den der Gnomon auf die Horizontebene von Wien werfen kann, angehört, und der Puukt 1′, ein Punkt der

Fig. 5.



Horizontebene von Wien und jener Richtung ist, in welcher derselbe Gnomon um 1 Uhr Nachmittag den Schatten auf die Aequatorialuhrfläche wirft.

Ganz aus demselben Grunde sind $O2'$, $O3'$, $O4'$. . . . . $O11'$, $O10'$, $O9'$, ... die Richtungen der Schatten welche der Gnomon um 2, 3, 4 Uhr . . . . Nachmittag, oder um 11, 10, 9 Uhr . . . . Vormittag auf die Horizontebene von Wien wirft.

Darstellung einer Vertikal-Sonnenuhr.

Wir wollen eine Vertikal-Stundenuhr für St. Petersburg, dessen geografische Breite $\varphi = 59^0 - 56' - 29{\cdot}7''$ ist, darstellen. Die Uhrfläche sei eine vertikale Ebene, deren westliche Abweichung 35^0 beträgt. Wir stellen uns, (Fig. 5) nach dem früher angegebenen Verfahren, eine Horizontal-Sonnenuhr für St. Petersburg und eine vertikale Ebene *CDE* von der gegebenen westlichen Abweichung dar. Der Durchschnittspunkt des Gnomons *on* mit dieser vertikalen Ebene ergibt sich in *P*. Die Richtung des Schattens auf dieser Ebene zu irgend einer Zeit, z. B. um 8 Uhr Vormittag, ist durch die Punkte *P* und *h* bestimmt; weil *P* der Richtung jedes Schattens den der Gnomon auf die Ebene *CDE* werfen kann angehört, und der Punkt *h* ein Punkt der Ebene *CDE* und jener Richtung ist, in welche derselbe Gnomon um 8 Uhr Vormittag den Schatten auf die Horizontebene von St. Petersburg wirft. u. s. w.