

# Approximation explicite des formules "bulks" en vue du développement d'un couplage océan-atmosphère cohérent

Charles Pelletier, Florian Lemarié, Eric Blayo

► **To cite this version:**

Charles Pelletier, Florian Lemarié, Eric Blayo. Approximation explicite des formules "bulks" en vue du développement d'un couplage océan-atmosphère cohérent. AMA 2017 - Ateliers de modélisation de l'atmosphère, Météo-France, Jan 2017, Toulouse, France. pp.1-37. hal-01660572

**HAL Id: hal-01660572**

**<https://hal.inria.fr/hal-01660572>**

Submitted on 14 Dec 2017

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Approximation explicite des formules « bulks » en vue du développement d'un couplage océan-atmosphère cohérent

Charles PELLETIER

superviseurs    Éric BLAYO  
                          Florian LEMARIÉ

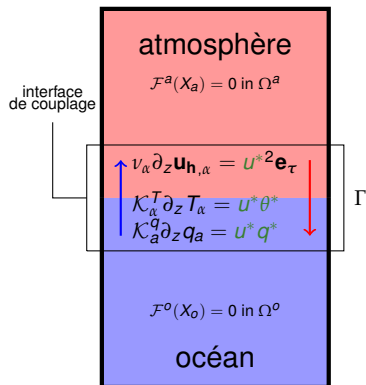


Février 2017, AMA (Toulouse)

- ▶ besoin de couplage cohérent entre atmosphère et océan
- ▶ outil mathématique adapté : algorithmes de Schwarz (relaxation d'onde)
- ▶ étape préalable : étude mathématique des conditions de transmission à l'interface OA
- ▶ gap **significatif** entre l'état de l'art math en couplage et la complexité du problème de couplage OA
- ▶ soulevons le capot : structure mathématique des formules bulks ?
- ▶ peut-on les approcher par une fonction régulière, sans trop perdre en réalisme physique, pour permettre une étude mathématique du couplage ?

- 1 Un regard mathématique sur les formules bulks
- 2 Analyse de données et étude de sensibilité
- 3 Forme mathématique de l'approximation
- 4 Résultats numériques
- 5 Perspectives

# Motivations



$(u_1, u_2)$  état physique des domaines  $O$  et  $A$

$(\mathcal{F}^o, \mathcal{F}^a)$  opérateurs différentiels  $\rightarrow$  équations primitives

## Intuition (évidence ?)

nécessité d'une connaissance de la nature math. des conditions de transmission du problème continu  
 $(\llbracket \mathbf{u}_h \rrbracket_0^{Z_a}, \llbracket \theta_v \rrbracket_0^{Z_a}, \llbracket q \rrbracket_0^{Z_a})$   
bulks  $\hookrightarrow (u^*, \theta^*, q^*) \rightarrow$  flux turbulents

## Numérique

couplage OA **conditionnellement** stable, dépendant des flux turbulents

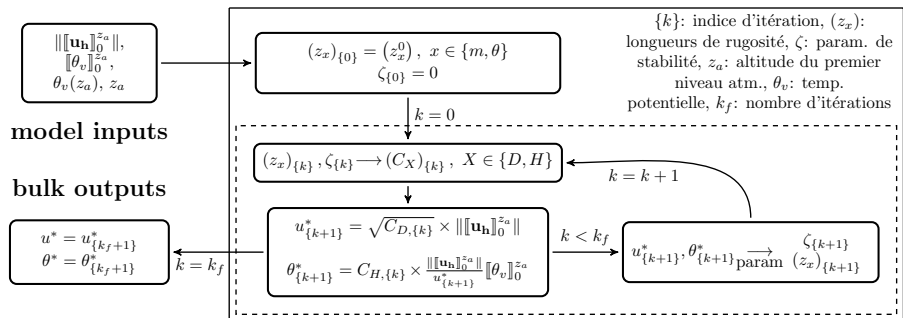
Bejaars et al. (2017), Lemarié et al. (2015)

$\Rightarrow$  **intérêt pour l'étude math. des formules bulks**

# Structure d'algorithme itératif

## Problème au point fixe

$$\frac{u^{*2}}{\|[\mathbf{u}_h]_0^{z_a}\|^2} = C_D(u^*, \theta^*, q^*) = \frac{\kappa^2}{\left[ \ln\left(\frac{z_a}{z_m(u^*)}\right) - \psi_m(\zeta(u^*, \theta^*, q^*)) \right]^2}$$



# Distinctions entre différentes formulations

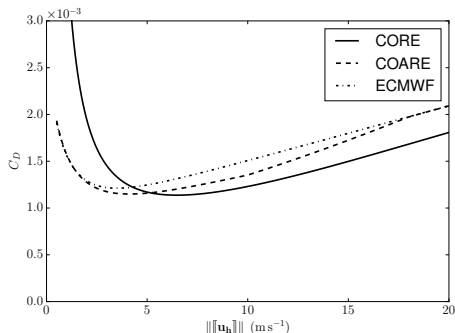
- ▶ existence de différentes formules bulk
- ▶ répondant à des besoins différents → par exemple, mise en priorité de certains phénomènes
- ▶ base théorique et structure quasi-identiques : théorie de Monin-Obukhov (1954)

## *Principales différences théoriques pour 3 références.*

	CORE	Coare (3.0)	ECMWF
rafales	non	oui	oui
$z_0$	diagnostic depuis $C_x^N$	Smith (1988)	Smith (1988)
$C_x^N$	Large (2006)	superflu	superflu
$\psi_x$	Högström (1988)	Grachev (2000)	Högström (1988)

# Distinctions entre différentes formulations

- ▶ existence de différentes formules bulk
- ▶ répondant à des besoins différents → par exemple, mise en priorité de certains phénomènes
- ▶ base théorique et structure quasi-identiques : théorie de Monin-Obukhov (1954)



*Différence numérique pour  $C_D$  à  $\| \theta_v \|_0^{Z_a} = -2\text{K}$ .*



# Principaux points épineux des bulks actuelles

## 1. Algorithme itératif

- ▶ caractère convergent très difficile à étudier (et prouver)
- ▶ critère d'arrêt : nombre d'itérations → comment le fixer ?
- ▶ risque d'itérations superflues → pertes en efficacité

## 2. Présences d'irrégularités mathématiques

- ▶ nombreux seuils (sur  $\zeta$  ou  $\|[\mathbf{u}_h]_0^{z_a}\|$ , par exemple)
- ▶ caractère  $\mathcal{C}^1$  des bulks vis-à-vis des entrées n'est pas assuré  
⇒ caractère bien-posé du couplage OA avec bulk ?

## Principaux points épineux des bulks actuelles

### 1. Algorithme itératif

- ▶ caractère convergent très difficile à étudier (et prouver)
- ▶ critère d'arrêt : nombre d'itérations → comment le fixer ?
- ▶ risque d'itérations superflues → pertes en efficacité

### 2. Présences d'irrégularités mathématiques

- ▶ nombreux seuils (sur  $\zeta$  ou  $\|[\mathbf{u}_h]_0^{z_a}\|$ , par exemple)
- ▶ caractère  $C^1$  des bulks vis-à-vis des entrées n'est pas assuré  
⇒ caractère bien-posé du couplage OA avec bulk ?

## Formulation explicite

$$(z_a, \|[\mathbf{u}_h]_{z_0}^{z_a}\|, [\theta]_{z_0}^{z_a}, [q]_{z_0}^{z_a}, q(z_a), \theta(z_a), \dots) \mapsto (C_D, C_H, C_E)$$

1. Dépendance explicite vis-à-vis des entrées → étude math. simplifiée.
2. Possible de la construire de façon à respecter certaines propriétés mathématiques.
3. Possibilité de créer une formule « **meta-bulk** » : accord avec une bulk en particulier, en fonction des régions.

Approximation explicite  $\stackrel{?}{=}$  nouvelle, « meilleure » bulk

Approximation explicite  $\stackrel{?}{=}$  nouvelle, « meilleure » bulk  $\rightarrow$  **NON.**

### Pourquoi non ?

- ▶ il n'y a aucun nouveau contenu physique dans l'approximation
- ▶ ce n'est pas notre rôle de choisir une bulk

Approximation explicite  $\stackrel{?}{=}$  nouvelle, « meilleure » bulk → **NON.**

## Pourquoi non ?

- ▶ il n'y a aucun nouveau contenu physique dans l'approximation
- ▶ ce n'est pas notre rôle de choisir une bulk

## Nature de l'approximation

**Méthodologie** pour créer un objet qui :

- ▶ donne des **résultats numériques** proches de ceux obtenus classiquement ;
- ▶ respecte certaines **contraintes mathématiques** souhaitables
- ▶ **modulable** : possibilité d'ajouter des effets (état de mer...)

Approximation explicite  $\stackrel{?}{=}$  nouvelle, « meilleure » bulk → **NON.**

## Pourquoi non ?

- ▶ il n'y a aucun nouveau contenu physique dans l'approximation
- ▶ ce n'est pas notre rôle de choisir une bulk

## Nature de l'approximation

**Méthodologie** pour créer un objet qui :

- ▶ donne des **résultats numériques** proches de ceux obtenus classiquement ;
- ▶ respecte certaines **contraintes mathématiques** souhaitables
- ▶ **modulable** : possibilité d'ajouter des effets (état de mer...)

## Défis

1. Où être précis en priorité ?
2. Concilier simplicité et précision

Approximation explicite  $\stackrel{?}{=}$  nouvelle, « meilleure » bulk → **NON.**

## Pourquoi non ?

- ▶ il n'y a aucun nouveau contenu physique dans l'approximation
- ▶ ce n'est pas notre rôle de choisir une bulk

## Nature de l'approximation

**Méthodologie** pour créer un objet qui :

- ▶ donne des **résultats numériques** proches de ceux obtenus classiquement ;
- ▶ respecte certaines **contraintes mathématiques** souhaitables
- ▶ **modulable** : possibilité d'ajouter des effets (état de mer...)

## Défis

1. Où être précis en priorité ? → **analyse de données**
2. Concilier simplicité et précision → **étude de sensibilité**

- 1 Un regard mathématique sur les formules bulks
- 2 Analyse de données et étude de sensibilité**
- 3 Forme mathématique de l'approximation
- 4 Résultats numériques
- 5 Perspectives

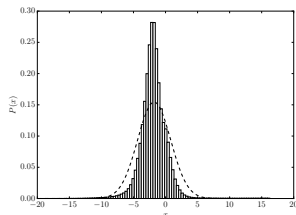
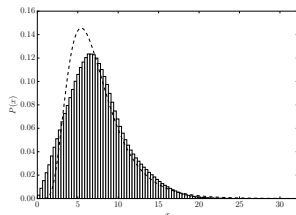


Réanalyse ERA-Interim (années 2000 et 2006,  $\delta t = 6h$ ).  
→ probabilité d'occurrence des entrées physiques.

## Objectifs

- ▶ définir des gammes d'entrées adaptées
- ▶ privilégier la précision numérique sur les configurations physiques les plus fréquentes (à l'échelle globale)

Pour  $\|[\mathbf{u}_h]_0^{Za}\|$  et  $[\theta_v]_0^{Za}$  :



# Étude de sensibilité

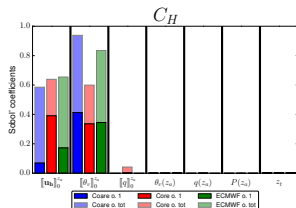
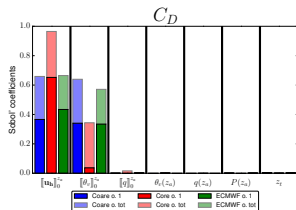
Outil statistique : **indices de Sobol'** ~ quantifier l'influence d'une entrée sur une sortie.

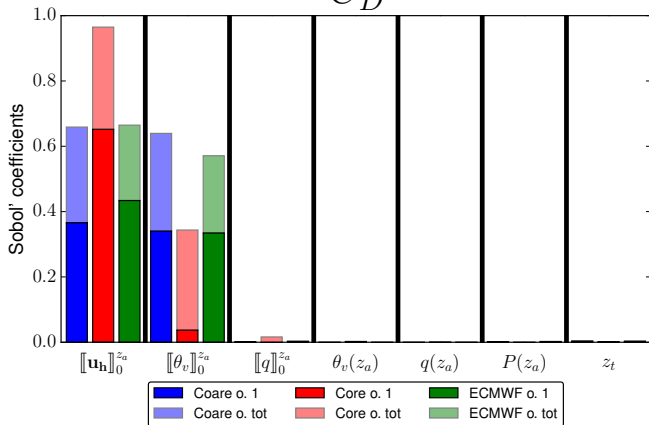
## Objectifs

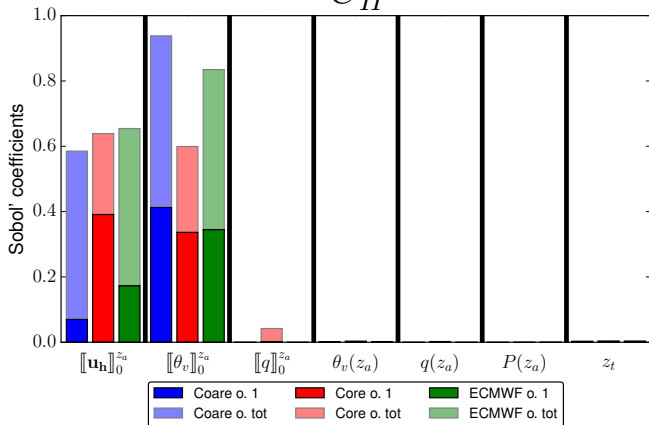
- ▶ réduire le nombre d'entrées
- ▶ obtenir une forme simple pour l'approximation

## Conclusions

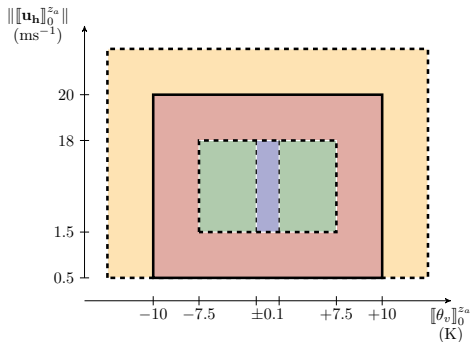
$\forall$  bulk, seuls  $\|[\mathbf{u}_h]_0^{z_a}\|$  et  $[\theta_v]_0^{z_a}$  ont un réel impact



$C_D$ 

$C_H$ 

- 1 Un regard mathématique sur les formules bulks
- 2 Analyse de données et étude de sensibilité
- 3 Forme mathématique de l'approximation**
- 4 Résultats numériques
- 5 Perspectives



2 zones  $P_6^2$ 
 pour chaque ligne  
 $P_6^1$   
 $7 \times 4 = 28$  dof

zone tampon  
 connexion  $C_1$ 
 zone tampon  
 connexion  $C_1$  entre  
 les 2 zones  $P_6^2$

zone tampon  
 connexion  $C_1$  vers  
 l'asymptote

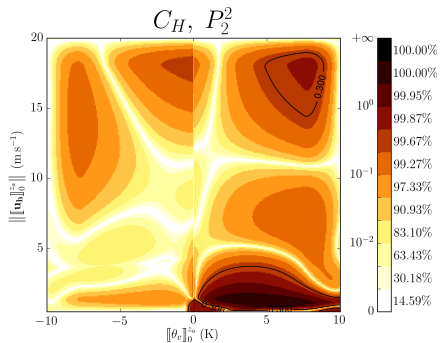
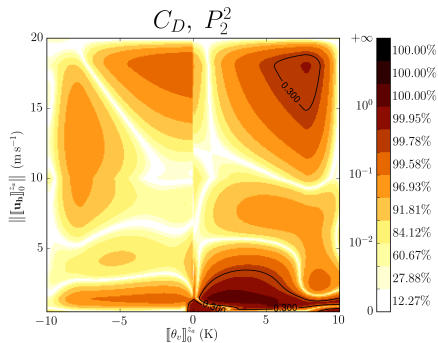
## Découpage en zones

1. 2 zones **vertes**  $\rightarrow P_6^2$
2. 1 zones **bleue**  $\rightarrow$  raccord  $C^1$   
monotone entre les 2 zones  
**vertes**
3. 4 **lignes pleines**  $\rightarrow P_6^1$
4. 1 zone **rouge**  $\rightarrow$  raccord  $C^1$   
entre **vertes** et **lignes pleines**
5. 4 **lignes pointillées**  $\rightarrow$   
asymptotes (saturation)
6. 1 zone **ocre**  $\rightarrow$  raccord  $C^1$  entre  
**lignes pleines** et asymptotes

$P_i^j$  : polynôme de  $j$  variables de degré  
 total  $\leq i$

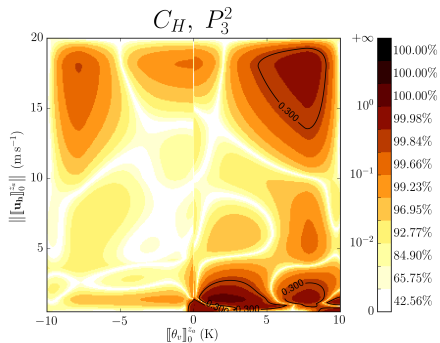
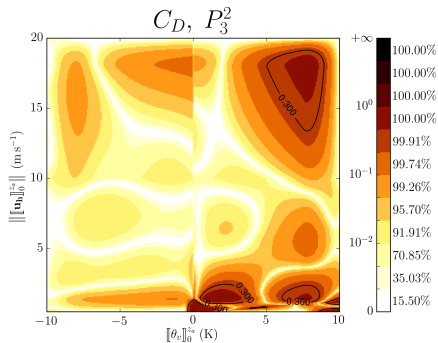
- 1 Un regard mathématique sur les formules bulks
- 2 Analyse de données et étude de sensibilité
- 3 Forme mathématique de l'approximation
- 4 Résultats numériques**
- 5 Perspectives

# Résultats numériques : erreurs sur Coare

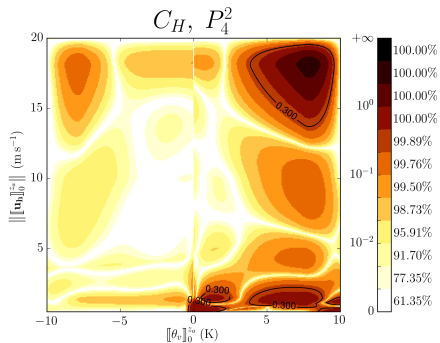
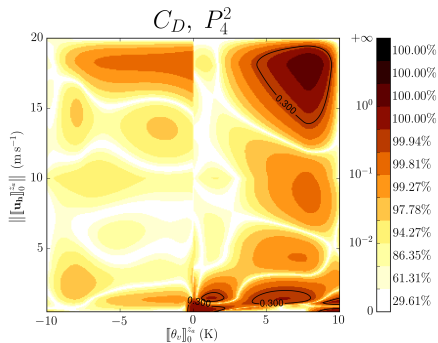




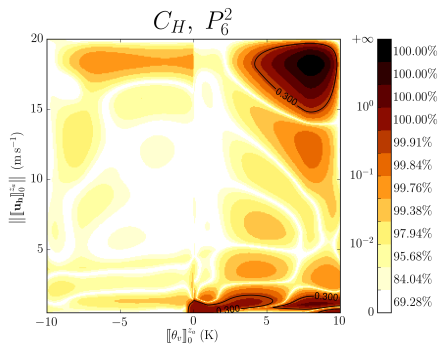
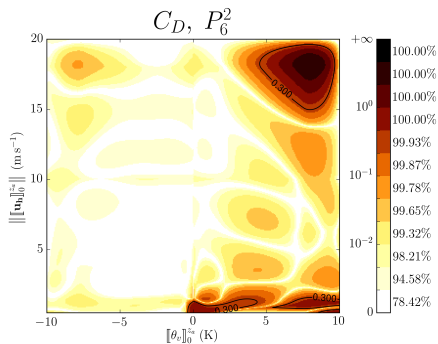
# Résultats numériques : erreurs sur Coare



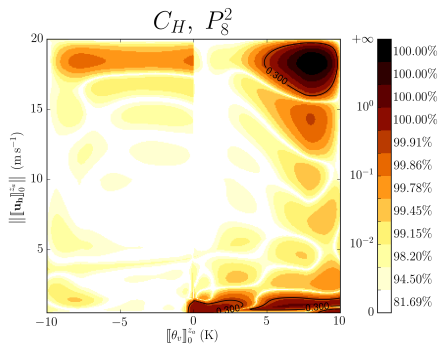
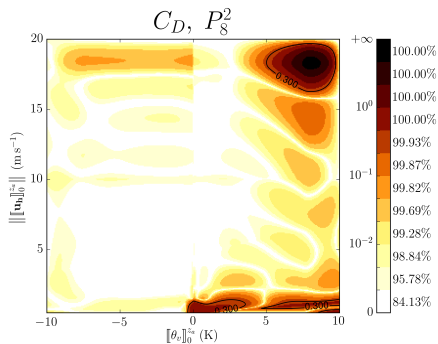
# Résultats numériques : erreurs sur Coare



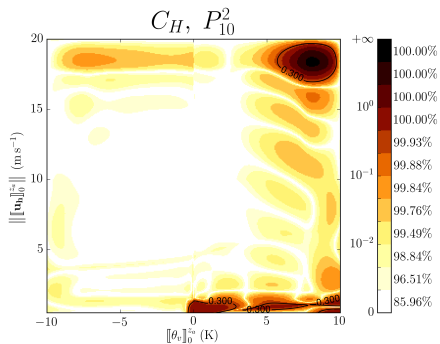
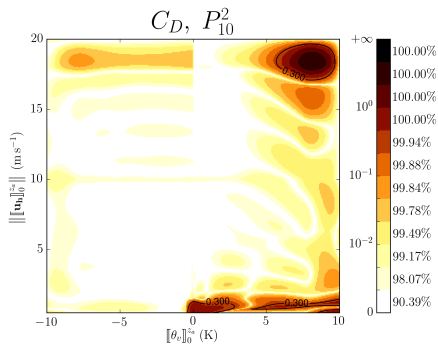
# Résultats numériques : erreurs sur Coare



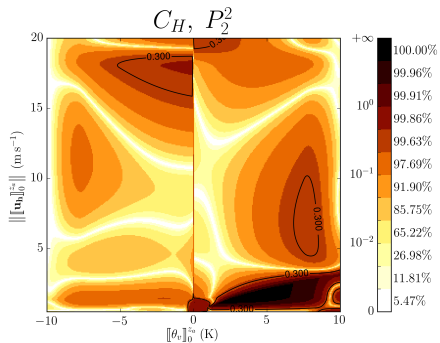
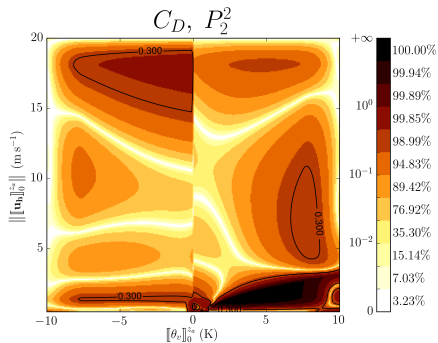
# Résultats numériques : erreurs sur Coare



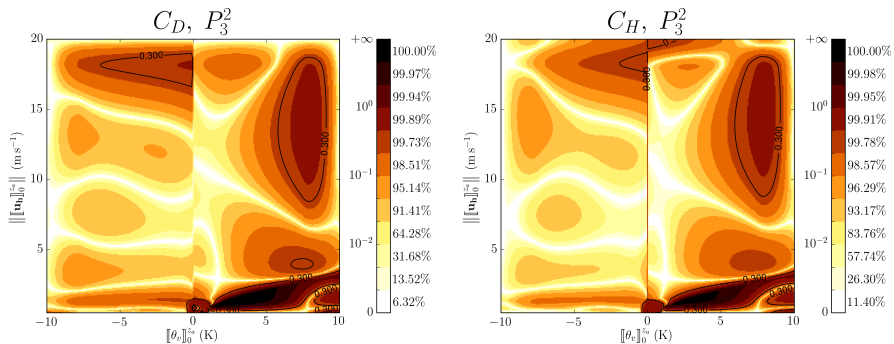
# Résultats numériques : erreurs sur Coare



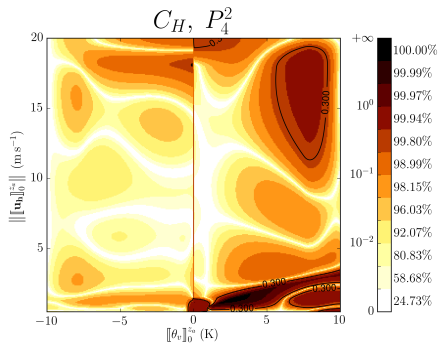
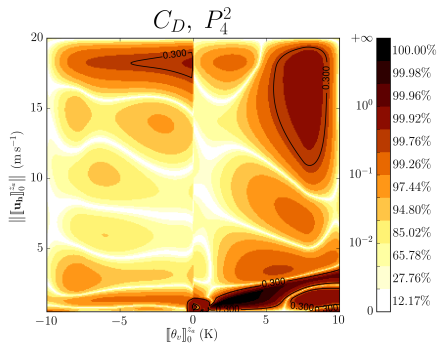
# Résultats numériques : erreurs sur CORE



# Résultats numériques : erreurs sur CORE

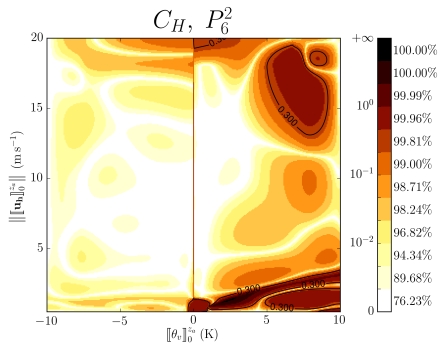
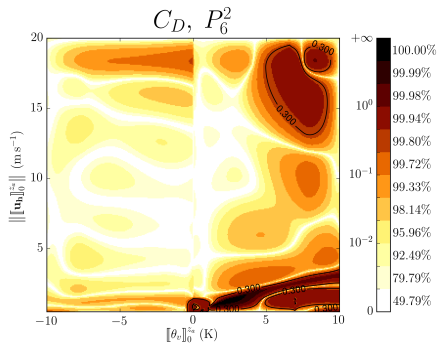


# Résultats numériques : erreurs sur CORE

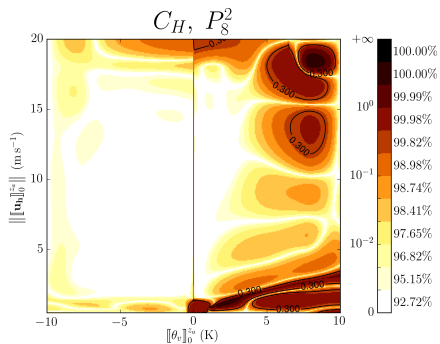
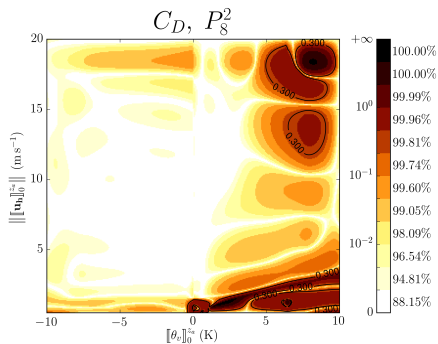




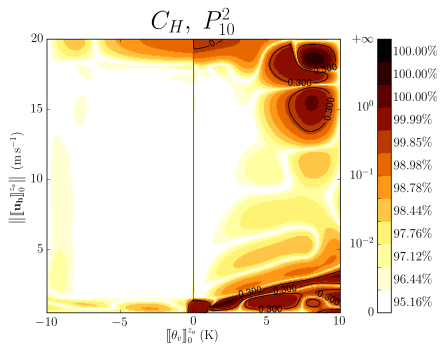
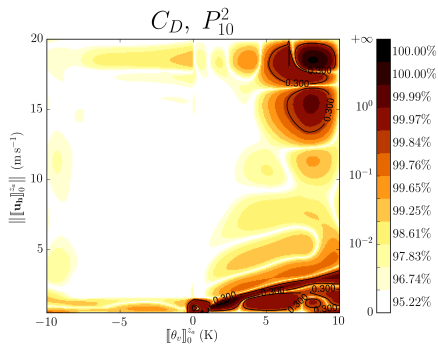
# Résultats numériques : erreurs sur CORE



# Résultats numériques : erreurs sur CORE

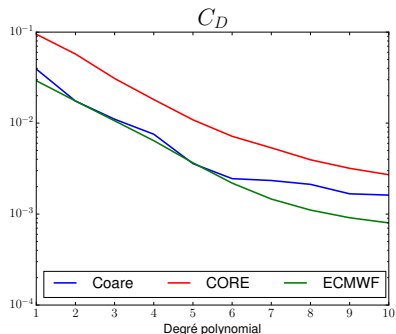


# Résultats numériques : erreurs sur CORE

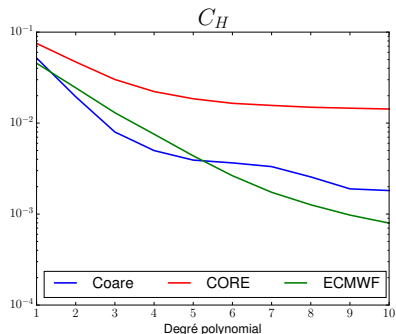


# Précision par rapport au degré

Erreurs relatives moyennes pondérées par rapport aux occurrences de données ERA-Interim



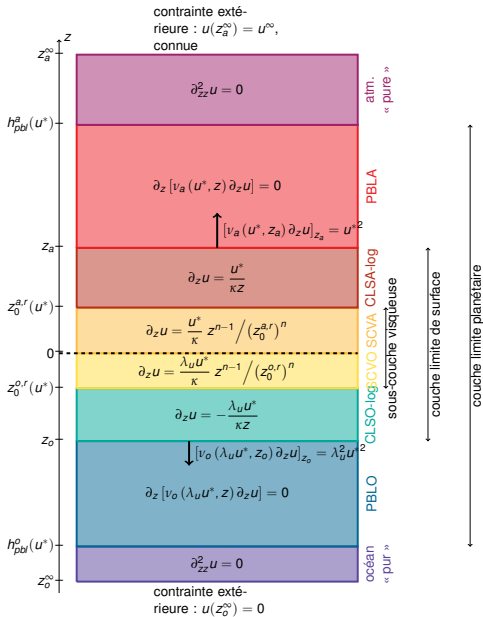
$C_D$



$C_H$

# Plan

- 1 Un regard mathématique sur les formules bulks
- 2 Analyse de données et étude de sensibilité
- 3 Forme mathématique de l'approximation
- 4 Résultats numériques
- 5 Perspectives**



## Couches d'Ekman

Cas test hyper-idéalisé,  
expérimental

- ▶ stationnaire
  - ▶ stratification neutre
  - ▶ Coriolis négligée
  - ▶ CL bulks et viscosité
- KPP :  $\nu = \nu(u^*, \dots)$**