In: *Zeitschrift für Sprachwissenschaft* 14(2): 181-235

Semantische und konzeptuelle Strukturen von Numeralkonstruktionen

Untersuchung zu Kardinal-, Ordinal- und Nummer-Konstruktionen[1]

Heike Wiese

1 Grundlagen

Ich werde im folgenden einige Überlegungen zur konzeptuellen und semantischen Struktur von Numeralkonstruktionen im Deutschen anstellen, in deren Rahmen ich sowohl die Repräsentation von Zahlen und die Modellierung von Numeralkonstruktionen diskutieren als auch einige Aspekte der Schnittstelle Syntax-Semantik erhellen will.

Ich führe meine Untersuchung im Rahmen des „Zwei-Ebenen-Modells" der Semantik durch (vgl. Bierwisch 1983;1987;1988; Lang 1987; Zimmermann 1987; 1992), nehme also neben dem semantischen System SEM ein autonomes konzeptuelles System CS an, das „die mentale Form dessen, was durch sprachliche Äußerungen wiedergegeben wird, [determiniert]" (Bierwisch 1987:6). SEM stellt das Referenzpotential eines Ausdrucks zur Verfügung, semantische Konstanten werden in CS interpretiert. Die Verbindung von syntaktischer und semantischer Struktur ist durch die Markierung von Argumentstellen in der semantischen Repräsentation eines Ausdrucks gegeben: λ-Operatoren zeigen solche semantischen Leerstellen an, die auf syntaktischer Ebene durch Konstituenten besetzt werden, wobei die den Argumenten zugewiesenen θ-Rollen auf verschiedene Weise „entladen" werden (vgl. Higginbotham 1985). Das Fügungspotential eines Ausdrucks wird demnach wesentlich durch seine Argumentstruktur angezeigt. Abbildung 1 illustriert - stark vereinfacht - den hier angesetzten Zusammenhang zwischen Syntax, Semantik und konzeptuellem System CS an einem Beispiel:

[hier Abbildung]

Die semantische Repräsentation (kurz: SR) einer Konstruktion wie Karen anrufen leistet demnach zweierlei. Einerseits enthält sie - in einer bestimmten Konfiguration - die semantischen Konstanten *ANRUFEN* und *karen*, die in CS konzeptuell interpretiert werden; die SR liefert das Referenzpotential eines Ausdrucks und stellt so die Verbindung zum konzeptuellen System her. Auf der anderen Seite geht aus der Argumentstruktur das morpho-syntaktische Fügungspotential der Konstruktion hervor: λx verweist auf eine noch zu belegende Leerstelle für einen Ausdruck der Kategorie von x (in dem Beispiel wäre dies ein *Term*, etwa „Stefan"[2]). Die semantische Repräsentation dieses Ausdrucks wird dann an der Stelle von x in die SR der

Konstruktion integriert; so erhält man beispielsweise folgende, gesättigte Repräsentation für die Konstruktion Stefan ruft Karen an: ANRUFEN(karen, stefan).[3]

Die semantische Ebene selbst wird im Rahmen der vorliegenden Untersuchung somit vorrangig als Vermittlungsinstanz zwischen konzeptuellem und sprachlichem Wissen begriffen; grob gesprochen, zeigen semantische Repräsentationen nach dieser Auffassung an, *welche* Konzepte sprachlich *wie* ausgedrückt werden. Die Einführung eines separaten Systems CS dient demnach in erster Linie der sauberen Trennung konzeptueller und sprachlicher Phänomene. Auf dieser Basis können beispielsweise bei der Diskussion konzeptueller Strukturen Ergebnisse aus der kognitiven Psychologie einbezogen werden, ohne daß dabei eine unerwünschte Vermischung linguistischer und nicht-linguistischer Argumente riskiert würde.[4]

2 Meßtheoretischer Rahmen: Numeralkonstruktionen als natürlichsprachlicher Ausdruck von Messungen

2.1 Die Repräsentationstheorie der Messung

Im Rahmen moderner Meßtheorien hat sich heute weitgehend die *Repräsentationstheorie der Messung* (im folgenden kurz: RTM) durchgesetzt (vgl. Suppes/Zinnes 1963, Orth 1983). Dieser Ansatz, der Messung in einem sehr weiten Sinne, nämlich als die Abbildung von Objekten auf Zahlen, versteht, soll den Rahmen der vorliegenden Untersuchung abstecken. Durch die sehr generelle Herangehensweise können im Rahmen der RTM verschiedene Arten der Zahlzuweisung unter einem einheitlichen Blickwinkel betrachtet und so zueinander in Bezug gesetzt werden. Dies erlaubt es, generelle, allen Messungen gemeinsame Charakteristika zu erfassen und typische Merkmale einzelner Meßarten als ihre spezifischen Ausprägungen zu verstehen.

Im vorliegenden Abschnitt sollen die verschiedenen Arten der Messung vorgestellt und diskutiert werden. Da hierdurch die Grundlage für die Analyse der konzeptuellen und sprachlichen Struktur von Numeralkonstruktionen geschaffen werden soll, werde ich dort, wo Details von Messungen charakterisiert werden, eine *common sense*-Ontologie der jeweiligen Meßverfahren zugrundelegen. In Übereinstimmung mit Bierwisch (1988: Fn.17) gehe ich somit davon aus, daß für das konzeptuelle System in erster Linie die *common sense*-Ontologie relevant ist. Die hier noch weitgehend informellen Überlegungen werden später für das konzeptuelle System (Abschnitt 3) durch entsprechende Definitionen formalisiert.

Salopp formuliert, wird im Rahmen der RTM Messung als die Abbildung einer Menge von Objekten auf eine Menge von Zahlen aufgefaßt, wobei die jeweils zugeordnete Zahl die Ausprägung oder den Wert einer bestimmten Eigenschaft der Objekte widerspiegelt. Ein Meßvorgang kann somit generell folgendermaßen dargestellt werden:

[hier Abbildung 2]

Ist $\mathcal{A}$ eine Menge empirischer Objekte und $\mathcal{B}$ eine Menge von Zahlen, so ist nach der RTM jede Abbildung von $\mathcal{A}$ auf $\mathcal{B}$ eine Form der Messung, so lange die Zahl, auf die ein Objekt abgebildet wird, jeweils etwas über eine bestimmte Eigenschaft *P* des Objekts aussagt. Anders, als dies beim vortheoretischen Gebrauch des Ausdrucks der Fall ist, ist „Messung" nach der RTM nicht auf die Messung von Eigenschaften wie Gewicht, Höhe oder Temperatur beschränkt, sondern umfaßt auch Anzahlzuweisungen, ordinale Zahlzuweisungen (Stellenwertangaben: „der dritte Mann") und selbst den Gebrauch von Zahlen als „labels" zur Identifikation empirischer Objekte, etwa die Numerierung von Fußballspielern („Spieler Nummer zehn"). Die Bezeichnung „Messung" ist somit zumindest für die letztgenannten Zahlzuweisungen eher kontraintuitiv. Ich will es jedoch vermeiden, unnötige terminologische Verwirrung zu stiften, indem ich neue Begriffe für bereits eingeführte Sachverhalte präge, und werde daher diese Bezeichnung, die sich in modernen Meßtheorien weitgehend durchgesetzt hat, im folgenden beibehalten.

Vor diesem Hintergrund kann Messung nun folgendermaßen definiert werden:

Definition 1: *Messung als Abbildung auf Zahlen*

- Messung ist die homomorphe Abbildung eines empirischen Relativs $\mathcal{A}$ auf ein numerisches Relativ $\mathcal{B}$;
- ein Relativ ist ein geordnetes Paar $<\mathrm{E},\mathbb{R}>$, wobei E eine Menge von Entitäten ist und $\mathbb{R}$ eine Menge von Relationen über E.

Bei der Messung werden somit bestimmte Relationen fokussiert, die zwischen den empirischen Objekten bestehen, etwa „schwerer" bei der Gewichtsmessung oder „mehr" bei numerischer Quantifizierung. Damit die Messung *bedeutsam* ist, müssen diesen Relationen bestimmte Relationen zwischen den zugeordneten Zahlen entsprechen, in den beiden Beispielen etwa „größer als". Diese Forderung wird durch die Charakterisierung der betreffenden Abbildung als „homomorph" erfaßt; es gilt hierbei:

- Eine Abbildung $f\colon \mathcal{A} \rightarrow \mathcal{B}$ ist *homomorph* genau dann, wenn f
  - (i) jedes $\alpha \in \mathcal{A}$ auf genau ein $\beta \in \mathcal{B}$ abbildet, und
  - (ii) jede Relation R über $\mathcal{A}$ auf genau eine Relation Q über $\mathcal{B}$ abbildet,

    so daß für alle Relationen R_i über $\mathcal{A}$ und Q_i über $\mathcal{B}$ und alle $\alpha_1, ..., \alpha_n \in \mathcal{A}$ gilt:

$$R_i(\alpha_1, ..., \alpha_n) \Leftrightarrow Q_i(f(\alpha_1), ..., f(\alpha_n))$$

Die Abbildungsfunktion f soll also nicht nur die Elemente von $\mathcal{A}$ auf die von $\mathcal{B}$ abbilden, sondern auch die Struktur von $\mathcal{A}$ erfassen Bei der Messung müssen demnach bestimmte Relationen innerhalb des Systems N der natürlichen Zahlen die jeweils relevanten Relationen zwischen den empirischen Objekten abbilden.[5]

Man kann dementsprechend Meßarten danach einteilen, auf welchen Aspekt der natürlichen Zahlen sie Bezug nehmen. Von der Art und Weise, wie eine Messung auf die jeweilige Relation in N Bezug nimmt, hängt dann der Typ der ihr zugrundeliegenden Skala ab. Skalen sind in der Repräsentationstheorie nicht im „platonischen" Sinne als Mengen abstrakter Objekte „Grade" anzusehen, sondern schlicht als der betreffende Homomorphismus selbst. Der Typ einer Skala kann durch die Art der Transformationen identifiziert werden, die auf ihr durchgeführt werden dürfen, ohne daß sich der Wahrheitswert der numerischen Aussage ändert: Eine Transformation von einer Skala ϕ in eine andere Skala ϕ' ist dann zulässig, wenn ϕ und ϕ' homomorphe Abbildungen in dasselbe numerische Relativ sind.

2.2 Der quantitative Aspekt von N: numerische Quantifizierung und Messung i.e.S.

Nimmt Messung auf den quantitativen Aspekt von N Bezug, so soll die zugeordnete Zahl die *Ausprägung* einer Eigenschaft *P* beim gemessenen Objekt *u* (im folgenden kurz: „Meßobjekt") widerspiegeln. Der salienteste Fall einer solchen Abbildung von Objekten auf Zahlen ist vermutlich die „numerische Quantifizierung". *P* ist hier die Mächtigkeit der Meßobjekte; das Meßobjekt $u \in \mathcal{A}$ wird als Menge aufgefaßt, die *u* zugeordnete Zahl *n* zeigt die Anzahl der Elemente von *u* an. In dem obigen Schaubild (Abbildung 2) könnten beispielsweise der Quader, die Menge der Sterne und die Menge der Kugeln als je ein Meßobjekt aufgefaßt werden; eine Messung müßte dann folgendermaßen aussehen:

[hier Abbildung 3]

Die Bedeutsamkeit einer solchen Abbildung gründet auf dem quantitativen Aspekt von N: N ist eine Menge diskreter Objekte, jede Teilmenge von N weist daher eine bestimmte Quantität auf. Um auf diese Quantitäten Bezug nehmen zu können, macht sich die numerische Quantifizierung den Sequenzcharakter von N zunutze: Aufgrund seiner festen Position in N und der Existenz eines Anfangsgliedes (nämlich 1) kann jede natürliche Zahl als Endglied genau einer (quantitativ definiten) Teilsequenz von N angesehen werden; so fungiert etwa die 1 als Endglied der ein-elementigen Sequenz <1>, die 2 als Abschluß der zwei-elementigen Sequenz <1,2>, die 3 als Endglied von <1,2,3> usw. Die Abbildung von Meßobjekten auf Zahlen kann somit indirekt als eine Korrelation von Meßobjekten mit Teilmengen von N angesehen werden. Durch die Messung in Abbildung 3 wird beispielsweise die Menge der Sterne mit der - gleichmächtigen - Teilsequenz <1,2,3> von N korreliert, indem sie auf das Endglied dieser Sequenz, „3", abgebildet wird. Die Relation „>", auf der der sequentielle Charakter von N beruht, kann daher die hier relevante Relation „mehr" in $\mathcal{A}$ abbilden. Durch den engen Zusammenhang zwischen den beiden Relationen sind die zulässigen Transformationen auf der zugrundeliegenden Skala sehr restringiert, sie bestehen lediglich in der Abbildung eines Funktionswertes auf sich selbst, sind also im landläufigen Sinne kaum als eigentliche Transformationen anzusehen. Eine solche Skala ist als „absolute Skala" klassifiziert.

Eine weitere Meßart, die auf den quantitativen Aspekt von **N** rekurriert, ist die „Messung i.e.S.". Messung i.e.S. ist die Art der Mesung, auf die man sich normalerweise bezieht, wenn man „Messung" im vortheoretischen, alltagssprachlichen Sinne gebraucht: die Messung von Eigenschaften wie Gewicht, Länge oder Temperatur. Ebenso wie die numerische Quantifizierung rekurriert auch die Messung i.e.S. auf den quantitativen Aspekt von **N** und damit letztlich auf quantitativ definite Teilsequenzen; anders als bei der numerischen Quantifizierung soll die einem Meßobjekt *u* zugeordnete Zahl *n* hier jedoch nicht die Mächtigkeit von *u* angeben, sondern die Ausprägung einer anderen Eigenschaft *P*. Damit die Bedeutsamkeit der Abbildung von *u* auf *n* gesichert ist, muß daher die Ausprägung von *P* in irgendeiner Weise mit numerischer Quantität verknüpft werden. Dies geschieht durch die Korrelation des Meßobjekts mit bestimmten, standardisierten „Maßobjekten", etwa Kilogrammstücken. Diese weisen die gemessene Eigenschaft - in diesem Fall „Gewicht" - jeweils in gleicher, konstanter Ausprägung auf; das Gesamtgewicht einer Menge *m* solcher Maßobjekte ist daher abhängig von der Anzahl ihrer Elemente. Die Ausprägung von *P* ist bei *m* demnach mit numerischer Quantität verknüpft, die numerische Quantifizierung der Menge der Maßobjekte gibt Aufschluß über ihr Gesamtgewicht. Wird *m* so gewählt, daß die Ausprägung der gemessenen Eigenschaft *P* bei *m* mit der beim Meßobjekt *u* übereinstimmt, so gibt die numerische Quantität von *m* zugleich die Ausprägung von *P* bei *u* an. Um beispielsweise das (fiktive) Gewicht des Quaders (*u*) aus Abbildung 2 zu messen, könnten bestimmte, gleich schwere Objekte als Maßobjekte verwendet werden. Wenn - z.B. mithilfe einer Balkenwaage - sichergestellt ist, daß eine bestimmte Menge *m* solcher Maßobjekte dasselbe Gewicht hat wie der Quader, kann sein Gewicht durch die numerische Quantifizierung von *m* gemessen werden. Abbildung 4 veranschaulicht ein solches Meßverfahren:

[hier Abbildung 4]

Bei der Messung i.e.S. tritt somit eine Menge *m* von „Maßobjekten" auf, die *P* in gleicher Ausprägung wie *u* aufweist und bei der Mächtigkeit und Ausprägung von *P* monoton kovariieren (je größer die Mächtigkeit von *m*, desto stärker ist die Ausprägung von *P* bei *m*, und umgekehrt). *u* kann dann durch die Messung auf eine Zahl abgebildet werden, die die Quantität von *m* und damit die Ausprägung von *P* bei *m* ausdrückt und so auch letztlich die Ausprägung von *P* bei *u* anzeigt.[6]

Die Bedingung, daß Mächtigkeit und Ausprägung von *P* bei *m* monoton kovariieren, ist erfüllt, wenn folgendes der Fall ist:

- Die Elemente von *m* weisen *P* in jeweils gleicher Ausprägung auf, und
- *P* ist additiv, d.h. *m* weist *P* ebenfalls auf, und zwar in einer Ausprägung, die der Summe der seiner Elemente entspricht.

Ich will dies im folgenden durch die Formulierung erfassen, die Elemente von *m* müßten die Eigenschaft *P* „in maßrelevanter Weise“ aufweisen.

Während es bei der Messung extensiver Eigenschaften wie Gewicht und Länge stets problemlos möglich ist, geeignete Maßobjekte zu definieren, kann die Verbindung von *u* und *m* nicht so ohne weiteres hergestellt werden, wenn *P* eine nicht-extensive Eigenschaft ist, etwa die Temperatur von *u*. In diesem Fall muß die Messung über ein weiteres Objekt *o* laufen, das die Verknüpfung von *P* mit einer extensiven Eigenschaft besorgt. Die Messung nicht-extensiver Eigenschaften kann daher als eine indirekte Form der Messung i.e.S. analysiert werden, die durch die Zwischenschaltung eines vermittelnden Objekts *o* letztlich auf der Messung extensiver Eigenschaften basiert. So kann man sich beispielsweise bei der Temperaturmessung von Badewasser die Tatsache zunutze machen, daß bei der Quecksilbersäule (*o*) eines Thermometers Temperatur und Höhe verknüpft sind und sich die Temperatur des Quecksilbers der des umgebenden Wassers angleicht: Je wärmer das Badewasser, desto wärmer ist das Quecksilber im Thermometer, und je wärmer das Quecksilber, desto höher die Quecksilbersäule. Die Messung der (extensiven) Eigenschaft „Höhe“ bei der Quecksilbersäule kann daher letztlich zur Messung der Temperatur des Badewassers dienen. Ich werde die hier beschriebene Art der Messung i.e.S. von der oben diskutierten abgrenzen, indem ich diese als „indirekte Messung i.e.S“. bezeichne und die oben beschriebene als „direkte Messung i.e.S.“.

Aufgrund der Zwischenschaltung eines vermittelnden Objekts sind die indirekter Messung zugrundeliegenden Skalen weniger restringiert als bei direkter Messung: Während direkte Messung i.e.S. auf „Verhältnisskalen“ basiert, d.h. solchen Skalen, auf denen lediglich Transformationen der Form „$x \rightarrow a \cdot x$“ zulässig sind (wobei a eine positive reelle Zahl sei), sind bei indirekter Messung alle Transformationen erlaubt, die die Verhältnisse von Intervallen zwischen den Meßwerten erhalten, also die Form „$x \rightarrow ax + b$“ haben (a und b seien reelle Zahlen, $a > 0$). Indirekte Messung verwendet daher „Intervallskalen“. Dieser Unterschied tritt beispielsweise zu Tage, wenn zwei Meßaussagen, die auf verschiedenen Skalen desselben Typs basieren, zueinander in Bezug gesetzt werden sollen. Kann beispielsweise eine Längenangabe in Meilen durch einfache Multiplikation in eine solche in Metern übersetzt werden kann, so ist für die Überführung von Celsius in Fahrenheit eine etwas kompliziertere Vorschrift nötig: $n\ ^0\mathrm{C} \triangleq (32 + 5/9\ n)\ ^0\mathrm{F}$.

2.3 Der ordinale und der nominale Aspekt von $\mathbb{N}$: Numerierung

Während sich numerische Quantifizierung und Messung i.e.S. auf die Ausprägung einer Eigenschaft beziehen, bezeichnet bei *Numerierung* die dem Meßobjekt *u* zugewiesene Zahl den Wert der gemessenen Eigenschaft bei *u*.

Bei *ordinaler Numerierung* wird der Rang von *u* gemessen, d.h. der Stellenwert, den *u* in einer bestimmten Menge α einnimmt. Voraussetzung für die Messung ist hier die Ordnung der Elemente von α hinsichtlich einer bestimmten Eigenschaft, α muß bei ordinaler Numerierung eine Sequenz sein. Bei einer ordinalen Numerierung der Objekte aus Abbildung 2 könnten beispielsweise die einzelnen Figuren als Meßobjekte fungieren und die gemessene Eigenschaft ihre Stellung zueinander sein („*a* steht tiefer als *b*“). Das am weitesten unten stehende Objekt würde dann die Zahl 1 erhalten, das nächste die 2 usw. Eine solche Art der Messung nimmt auf den ordinalen Aspekt von $\mathbb{N}$ Bezug: Weil die Menge $\mathbb{N}$ durch die auf ihr definierte Relation „<“ eine Sequenz ist, haben ihre Elemente jeweils eine feste sequentielle Position inne, auf die sie bei der Messung verweisen; durch die Abbildung eines Elements a von α auf eine natürliche Zahl kann daher der Rang von a numerisch definit identifiziert werden. Da ordinale Numerierung sich den durch die Relation $(\mathbb{N};<)$ erzeugten Sequenzcharakter von $\mathbb{N}$ zunutze macht, sind auf den zugrundeliegenden Skalen genau die Transformationen zulässig, die diese Relation erhalten, bei denen also die Rangordnung der Meßwerte invariant bleibt: Ein Meßwert x darf genau dann in einen anderen Wert $f(\mathrm{x})$ überführt werden, wenn f eine monoton ansteigende Funktion ist. Diese Skalen gehören dem Typus der „Ordinalskala“ an.

Eine Form der Messung, die sich noch weiter von dem entfernt, was intuitiv unter „Messung“ zu verstehen ist, ist der Gebrauch von Zahlen als „labels“ zur Identifikation empirischer Objekte, etwa die Numerierung von Fußballspielern. Diese *nominale Numerierung* kann als eine Art Namensgebung angesehen werden: Die einem Meßobjekt *u* zugeordnete Zahl *n* gibt hier den Namen, die „Nummer“ von *u* in einer Menge an. Die Zuweisung von Zahlen kann hierbei im Prinzip völlig arbiträr durchgeführt werden, so lange nicht mehrere empirische Objekte dieselbe Zahl erhalten; die für die Messung relevante Relation ist hier ausschließlich die Identität bzw. Nicht-Identität der Elemente. „Nominalskalen“, wie sie nominaler Numerierung zugrundeliegen, sind daher noch weniger restringiert als Ordinalskalen: Hier sind alle die Identität oder Nicht-Identität der Meßwerte untereinander erhaltenden, also eindeutigen Transformationen zulässig. Nominale Numerierung nimmt demnach ausschließlich auf den nominalen Aspekt von $\mathbb{N}$ Bezug; für diese Art der Messung ist lediglich relevant, daß die Elemente von $\mathbb{N}$ wohlunterschiedene Entitäten sind, die zur Identifizierung von Objekten gebraucht werden können.

Ein sehr anschauliches Beispiel hierfür ist etwa die Numerierung der U-Bahnlinien in Berlin: Diese kann als nominale Numerierung charakterisiert werden, der Zweck der jeweiligen Zahlzuordnung ist die Unterscheidung bzw. Benennung der einzelnen Linien.[7] Infolgedessen ist es beispielsweise völlig irrelevant für die Numerierung, daß es (heute) wohl eine U1, eine U2 und eine U4, jedoch keine U3 gibt. Aus demselben Grund hätte auch die Umbenennung einer beliebigen Linie keinen Einfluß auf die Bedeutsamkeit der Zahlzuweisung, so lange das Kriterium der (Nicht-)Identität erhalten bliebe, so lange also keine Zahl verwendet würde, die bereits einer anderen Linie zugewiesen ist. Der nominale Aspekt der U-Bahn-Numerierung tritt bei der Benennung der U12 deutlich hervor: Diese Nachtlinie verläuft zum einen Teil auf der Strecke der U1, zum anderen auf der der U2; sie könnte also als partiell identisch mit der U1 und partiell identisch mit der U2 angesehen werden. Genau dieser Zusammenhang spiegelt sich in ihrer Benennung wider: Die Zuweisung der Nummer „12“ ist nicht durch eine mit der Linie verknüpfte Anzahl motiviert (numerische Quantifizierung: „hat zwölf Haltestellen“) oder etwa durch eine Eigenschaft wie die Länge der U-Bahn (Messung i.e.S.: „ist 12 Meter lang“), sie bezeichnet auch nicht einen bestimmten Rang (ordinale Numerierung: „ist die zwölftschnellste“), sondern verweist vielmehr auf den Status der Linie als eine „Komposition“ aus den U-Bahnlinien 1 und 2. Die Zuordnung der Zahl „12“ ergibt sich hier also aus rein nominalen Überlegungen, sie ist ausschließlich durch die identifizierende Funktion der Zahl bestimmt.

Bei nominaler Numerierung wird $\mathbb{N}$ somit ausschließlich als leicht verfügbare, beliebig große Menge okkasioneller Eigennamen gebraucht; die natürlichen Zahlen sind auf den Aspekt der Wohlunterschiedenheit reduziert, andere Merkmale, die sich aus ihrer Zugehörigkeit zu $\mathbb{N}$ ergeben, werden nicht in die Messung einbezogen.

2.4 Numeralkonstruktionen als sprachlicher Ausdruck von Messungen

Da nach der Repräsentationstheorie *alle* hier diskutierten Zahlzuweisungen als Messung gelten, können Numeralkonstruktionen nun generell als natürlichsprachlicher Ausdruck von Messungen aufgefaßt werden. Die verschiedenen Meßarten werden dabei durch unterschiedliche Typen von Numeralkonstruktionen ausgedrückt. Meßart und Typ der Numeralkonstruktion stehen sich jedoch nicht immer in einem eins-zu-eins-Verhältnis gegenüber: Mehrere Arten der Messung können z.T. durch denselben Typ von Numeralkonstruktionen ausgedrückt werden, während umgekehrt mitunter mehrere Typen von Numeralkonstruktionen auf dieselbe Meßart verweisen. Diese Beziehungen seien hier nur angedeutet; sie werden im Rahmen der semantischen Analyse genauer untersucht. Die folgende Tabelle gibt einen ersten

Überblick über die Zusammenhänge zwischen den besprochenen Bereichen (vgl. Abbildung 5). [hier Abbildung 5]

3 Konzeptuelle Strukturen

3.1 Charakterisierung des konzeptuellen Systems CS

Ich gehe von einer Struktur des konzeptuellen Systems CS aus, die weitgehend der von Bierwisch (1988) vorgeschlagenen entspricht. CS basiert danach auf einem System ontologischer Domänen. Zu diesen gehören A, die Domäne der Objekte, M (Substanzen), L (Lokationen), T (Zeitintervalle), E (Ereignisse), N (Zahlen) und D (Vergleichsskalen).[8]

Der Begriff der *Domäne* ist in der kognitiven Psychologie als konzeptueller Bereich definiert, der durch bestimmte Prinzipien gekennzeichnet ist, die auf die jeweils relevanten Entitäten zugreifen; vgl. etwa Gelman (1990:81):

> „[...] a domain [...] can be characterized in terms of a set of interrelated principles that define entities and operations on them.“

In Übereinstimmung mit dieser Auffassung führt beispielsweise Greeno (1991) die Metapher „conceptual environment“ für Domänen ein; die Kenntnis einer Domäne besteht dann in der Fähigkeit, die relevanten Konzepte und Prinzipien aufzufinden und zur Problemlösung innerhalb mentaler Modelle zu verwenden. Für die hier durchgeführte Untersuchung soll in den folgenden Abschnitten die interne Struktur der Domäne N diskutiert werden; es wird also darum gehen, numerische Konzepte und die mit ihnen verknüpften Prinzipien zu analysieren. Auf der Basis der oben getroffenen Festlegungen kann die Untersuchung dabei auf den Gebrauch von Zahlen in verschiedenen Arten der Messung rekurrieren.

3.2 Komponenten und Entwicklung des Zahlkonzepts: Die Domäne N

Ausgehend von den oben diskutierten Meßarten und den unterschiedlichen Aspekten der natürlichen Zahlen, auf die sie Bezug nehmen, können verschiedene Komponenten des Zahlkonzepts identifiziert werden. Basiskomponente ist die konzeptuelle Repräsentation einer einfach unendlichen Sequenz **N**. Auf Eigenschaften dieser Sequenz rekurrieren drei Konzepte, die weiter unten als „Anzahl“, „Rang“ und (identifizierende) „Nummer“ definiert werden sollen. Wie in den folgenden Abschnitten deutlich wird, bezieht sich das Verständnis von numerischer Quantifizierung und Messen i.e.S. gleichermaßen auf das Konzept „Anzahl“, während das Erlernen ordinaler und nominaler Numerierung zur Ausbildung der Konzepte „Rang“ und „Nummer“, respektive, führt. Für das Konzept „Anzahl“ ist die Tatsache relevant, daß jedem Element von **N** eine bestimmte Teilsequenz von **N** vorausgeht, die sich von den „Vorgängermengen“ aller anderen Elemente von **N** quantitativ unterscheidet; jedes Element von **N** verweist daher durch seine Position in **N** auf eine Menge einer bestimmten numerischen Quantität. Diesen Umstand macht sich die Meßart der numerischen Quantifizierung zunutze, deren Erwerb zur Ausbildung des Konzepts „Anzahl“ führt. Für den Bereich der Messung i.e.S. ist darüber hinaus ein Konzept „Maß“ relevant, über das die Verbindung des Meßobjekts mit einer Menge von Maßobjekten hergestellt wird. Für das Konzept „Rang“ ist zentral, daß jedes Element von $\mathbb{N}$ aufgrund der Ordnung von $\mathbb{N}$ eine bestimmte Position in einer Rangordnung markiert; für das Konzept „Nummer“, daß die Elemente von $\mathbb{N}$ wohlunterschieden sind und deshalb wie Eigennamen zur Identifikation von Objekten dienen können.

Welchen Status hat $\mathbb{N}$ hierbei? Oder anders gefragt: Welche Eigenschaften muß eine Menge aufweisen, um in den diskutierten Kontexten als Menge der natürlichen Zahlen fungieren zu können? Auf der Grundlage der bisherigen Überlegungen können hierfür vorerst zwei Bedingungen identifiziert werden: (i) Alle Elemente von $\mathbb{N}$ müssen wohlunterschieden sein, und (ii) $\mathbb{N}$ muß eine Sequenz, d.h. geordnet sein. Der erste Aspekt wird bei allen genannten Meßarten wirksam, für die nominale Numerierung ist er überdies der einzig relevante. Bei ordinaler Numerierung, numerischer Quantifizierung und Messung i.e.S. kommt darüber hinaus noch das in (ii) genannte Merkmal der Ordnung hinzu. Soll die Menge der Zahlen für den Bereich der Mathematik beliebig erweiterbar sein, so ist eine dritte Anforderung an $\mathbb{N}$ zu stellen: $\mathbb{N}$ muß einfach unendlich sein. Wie bereits Dedekind (1884) gezeigt hat, sind diese Bedingungen sowohl notwendig als auch hinreichend für die Menge der natürlichen Zahlen; als Menge der natürlichen Zahlen $\mathbb{N}$ kann mithin jede Menge α fungieren, die drei Bedingungen erfüllt:

- alle $x \in \alpha$ müssen wohlunterschieden sein;
- α muß eine Sequenz sein;
- α muß einfach unendlich sein.

Zahlen sind demnach nicht gewisse Entitäten, sondern *als Zahl gebraucht zu werden* ist eine bestimmte Funktion, die von allen Sequenzen erfüllt werden kann, die den genannten Bedingungen genügen. Interessanterweise werden diese Bedingungen unter anderem von den Zählsequenzen natürlicher Sprachen erfüllt: Ihre Elemente sind wohlunterschiedene (sprachliche) Entitäten, die einer festen Reihenfolge unterliegen und aufgrund ihrer rekursiven Bildungsweise im allgemeinen ein einfach unendliches System bilden.[9] Aufgrund dieser Eigenschaften, durch die sich Zählsequenzen von anderen Bereichen natürlicher Sprachen abheben, können sie demnach bereits als Wortsequenz Zahlfunktionen erfüllen. Statt die Existenz abstrakter Objekte „Zahlen“ zu postulieren, die durch die Elemente von Zählsequenzen, Numeralia$_c$ („counting words“), bezeichnet würden, kann man daher Numeralia$_c$ direkt als Entitäten ansehen, die als Zahlen gebraucht werden. Zählsequenzen verschiedener Sprachen etablieren dabei nicht unterschiedliche „Zahlen“, sondern entsprechen einander, indem sie dieselbe

Funktion erfüllen; die Systeme sind aufeinander abbildbar. Man muß in bezug auf Zählsequenzen demnach von einer weitaus engeren Beziehung zwischen konzeptuellen und sprachlichen Einheiten ausgehen, als dies in den übrigen Bereichen der Sprache der Fall ist: Numeralia$_c$ bezeichnen anders als andere Ausdrücke nicht außersprachliche Entitäten, sondern stehen bereits als Wortsequenz auf einer Stufe mit diesen.[10] Die Zählsequenz selbst bildet daher eine wesentliche Komponente der konzeptuellen Repräsentation von Zahlen.

In Übereinstimmung mit der hier getroffenen Differenzierung verschiedener Komponenten des Zahlkonzepts definieren Fuson et al. (1982) verschiedene „number contexts" als Ergebnis einer Reihe von Untersuchungen zur Entwicklung des Numeralverständnisses bei Kindern. Sie unterscheiden dabei das Auftreten von Numeralia in der bloßen, nicht angewandten Sequenz (*sequence context*) von dem beim Zählen von Objekten (*counting context*) und differenzieren desweiteren den Gebrauch von Numeralia zur Angabe numerischer Quantitäten (*cardinal context*) von dem beim Messen i.e.S. (*measure context*) sowie die Numerierungskontexte *ordinal* und *nonnumerical* (= nominaler) *context*. Fuson / Hall (1983: 49) geben den folgenden Satz als Beispiel für das gemeinsame Auftreten von Numeralia in verschiedenen „number contexts":

„Despite a seventy-eight yard run by number thirty-four the Bears lost

measure *nonnumerical*

by two touchdowns and dropped into sixth place."

cardinal *ordinal*

Der Beispielsatz faßt sehr plastisch den Gebrauch von Numeralia in sämtlichen hier unterschiedenen Meßarten zusammen, nämlich numerische Quantifizierung, Messen i.e.S., ordinale und nominale Numerierung. Beim Erwerb neuer Anwendungsdomänen für Zahlen, d.h. beim Erlernen neuer Meßarten, findet eine schrittweise Erweiterung des Zahlkonzepts statt (vgl hierzu auch Studien von Miller 1992; Stevens 1992). Die verschiedenen Komponenten des Zahlkonzepts werden somit nicht zugleich, sondern in mehreren Schritten erworben, die ich weiter unten im einzelnen behandeln werde. Bevor ich in 3.2.2 zur Definition der Basiskomponente, N, komme, sollen im folgenden Abschnitt einige frühe Mächtigkeitskonzepte diskutiert werden, die bereits vor Erwerb der Zählsequenz vorhanden sind.

3.2.1 Frühe Quantitätskonzepte: „Einheit", „Zweiheit" und „Dreiheit"

Erste Konzepte der numerischen Quantität sind die Konzepte „Einheit", „Zweiheit", und „Dreiheit". Diese nehmen eine Sonderstellung gegenüber den Konzepten ein, die in den weiteren Abschnitten besprochen werden. Wie sich im folgenden zeigen wird, gehören sie nicht im engeren Sinne zu den Komponenten des Zahlkonzepts, sondern gehen diesen voraus und werden später mit ihnen verknüpft. Diese frühen Konzepte, die auch bei höheren Tierarten nachgewiesen wurden,[11] sind vermutlich angeboren, bestehen unabhängig von Sprache und basieren nicht auf dem Zählen. Sie gründen vielmehr im Erfassen von einer, zwei oder drei nicht-identischen Entitäten, die zu einer Gruppe zusammengefaßt werden. Auf dieser Stufe der Entwicklung findet keine Zahlzuweisung im eigentlichen Sinne statt, die Quantität einer Menge wird direkt erfaßt, ohne daß auf Zählen rekurriert würde.[12] Die Repräsentation von „Einheit" bis „Dreiheit" basiert ausschließlich auf der Nicht-Identität der Elemente der betreffenden Menge. Diese Konzepte können daher durch eine „iterative" Analyse erfaßt werden, die auf dem von Russell (1905) vorgeschlagenen Schema für definite Kennzeichnungen basiert: *Es gibt (genau) ein F* ist in diesem Stadium zu verstehen als „Es gibt (in dem fokussierten Bereich) eine Instanz von *F*, und darüber hinaus keine weitere Instanz, die mit dieser nicht identisch wäre.". *Es gibt (genau) zwei Fs* kann entsprechend paraphrasiert werden als „Es gibt ein *F*, und ein weiteres *F*, das mit diesem nicht identisch ist, und darüber hinaus keine weiteren, mit diesen nicht identischen Instanzen von *F*.", usw. Ich definiere daher *Es gibt (genau) n Fs* für diese Konzepte mithilfe indizierter Existenzquantoren, „$\exists_n x\,(F(x))$", mit folgenden Definitionen für $n \in \{1,2,3\}$:

Definition 2: *Erste Konzepte numerischer Quantität*

- $\exists_1 x\ (F(x)) =_{def}\ \exists x\ (F(x) \wedge \forall y(F(y) \rightarrow (y = x)));$
- $\exists_2 x\ (F(x)) =_{def}\ \exists x\ \exists y\ (F(x) \wedge F(y) \wedge (x \neq y) \wedge \forall z(F(z) \rightarrow ((z = x) \vee (z = y))));$
- $\exists_3 x\ (F(x)) =_{def}\ \exists x\ \exists y\ \exists z\ (F(x) \wedge F(y) \wedge F(z) \wedge (x \neq y) \wedge (x \neq z) \wedge (y \neq z)$
  $\wedge\ \forall w(F(w) \rightarrow ((w = x) \vee (w = y) \vee (w = z)))).$

Die Definitionen formalisieren die vorgeschlagenen Paraphrasen: „$\exists_1 x\ (F(x))$" ist definiert als „Es gibt eine Entität *x*, die *F* instantiiert, und alle *y*, die *F* instantiieren, sind identisch mit *x*." „$\exists_2 x\ (F(x))$" steht für: „Es gibt nicht-identische Entitäten *x* und *y*, die *F* instantiieren, und alle *z*, die *F* instantiieren, sind identisch mit *x* oder mit *y*."; entsprechend für „$\exists_3 x\ (F(x))$". Der erste Teil der Formel im Definiens gibt damit jeweils die Aussage wider, es existierten mindestens *n* Instanzen von *F*, während der zweite Teil sicherstellt, daß über diese hinaus keine weiteren *F*s auftreten.[13]

3.2.2 Das Konzept „N" als Basis des Zahlkonzepts: Erwerb der Zählsequenz

Die nächste Stufe in der Entwicklung des Zahlkonzepts und die Basis der übrigen Komponenten ist der Erwerb der Zählsequenz. Im Rahmen des Spracherwerbs werden Numeralia_c als (wohlunterschiedene) sprachliche Einheiten erworben, die eine Sequenz bilden. Dies führt zusammen mit der Erkenntnis ihres rekursiven Aufbaus zur Ausbildung des Konzepts „N": der Repräsentation einer potentiell unendlichen Sequenz wohlunterschiedener Entitäten, die später im Rahmen verschiedener Arten der Messung als Menge der natürlichen Zahlen fungieren kann. Der Erwerb der Zählsequenz schafft so die Voraussetzung für die Ausbildung der übrigen Komponenten des Zahlkonzepts. Der Lesbarkeit halber skizziere ich im vorliegenden Abschnitt lediglich die einzelnen Schritte, die eine Definition des Systems N beinhaltet; eine vollständige Definition von N für das Deutsche wird im Anhang gegeben.

N ist ein einfach unendliches, induktiv aufgebautes System, das durch die Relation „<“ geordnet ist. N ist in Teilmengen gegliedert, die jeweils die *Rangschwellen*[14] widerspiegeln, die das Numeralsystem einer Sprache aufweist; für das Deutsche sind dies neben der Basisklasse der „Einer“ (N_E) die „Zehner“ (N_Z), „Hunderter“ (N_H), „Tausender“ (N_T) und „Millionen“ (N_M). Bei voll ausgebildeten, potentiell unendlichen Numeralsystemen ist die letzte Klasse rekursiv definiert, enthält also unendlich viele Elemente.[15] Jede Klasse mit Ausnahme der Basisklasse N_E zerfällt in zwei Teilmengen $\mathsf{N}_{\alpha S}$ und $\mathsf{N}_{\alpha A}$ (mit $\alpha \in \{Z,H,T,M\}$), die durch die interne Struktur ihrer Elemente charakterisiert sind:

- $N_{\alpha S}$ enthält die *Schwellen,* d.h. die Numeralia, die jeweils als Basis für folgende Numeralia und damit als Ausgangspunkt von Subklassen fungieren, etwa zehn, zwanzig, achzigtausend;
- $N_{\alpha A}$ enthält Numeralia, die (additiv) aus einer Schwelle und einem Element einer niedrigeren Klasse aufgebaut sind; z.B. zweiundzwanzig.

Unter Zugrundelegung dieser Struktur kann N induktiv definiert werden. Induktionsanfang ist die Anfangssequenz von eins bis neun, N_E; auf dieser Basis werden in mehreren Induktionsschritten die Elemente der übrigen Klassen definiert. Den Generierungsregeln für N als einfach unendlicher Menge wird die Definition einer zweistelligen, totalen Relation „<“ über N angeschlossen, die den sequentiellen Charakter erzeugt. Die Definition von (N;<) folgt dabei dem induktiven Aufbau von N und legt Wahrheitswerte für $n < m$ für alle $n,m \in \mathsf{N}$ je nach ihrer Klassenzugehörigkeit fest. Zur Berücksichtigung einzelner Abweichungen von der generellen Struktur der Numeralsequenz (wie elf statt eins-zehn, zwanzig statt zwei-zig u.ä.) wird schließlich eine Funktion ρ über N definiert, die die „vorläufigen“ Numeralia in „endgültige“ überführt: $\rho: \mathsf{N} \to \mathbb{N}$. Die Definition von ρ folgt dabei der von N; die Ordnung von N durch „<“ bleibt in $\mathbb{N}$ erhalten (da es sich bei den Unterschieden zwischen $\mathbb{N}$ und N somit nicht um grundsätzliche, strukturelle Abweichungen handelt, werde ich die Veränderungen durch ρ im folgenden vernachlässigen und mich lediglich auf N beziehen).

Die hier vorgestellte Repräsentation ermöglicht es unter anderem, den induktiven Aufbau und den Sequenzcharakter von Numeralsystemen zu berücksichtigen, ein Merkmal, aufgrund dessen sie sich von anderen sprachlichen Einheiten entscheidend abheben.[16] Die Menge der

Numeralia$_c$ wird auf dieser Erwerbsstufe noch als „an arbitrary, long sequence having a conventional order“[17] begriffen, die Komponente „N“ liefert also zwar das Werkzeug zum Zählen und damit die Basis für die Komponenten „Anzahl“, „Rang“ und „Nummer“, beinhaltet diese jedoch noch nicht.

3.2.3 Numerische Quantifizierung: das Konzept „Anzahl“

Auf der nächsten Entwicklungsstufe werden die Elemente von N zum Zählen gebraucht. Hierbei werden Elemente von N, beginnend mit dem Anfangsglied („eins“), in kontinuierlicher Abfolge entsprechend ihrer Ordnung den Elementen einer anderen Menge α zugeordnet. Dieses *Zählen* umfaßt alle Elemente von α, es besteht in einer eins-zu-eins-Zuordnung der Elemente einer Teilmenge N^n von N, die die Numeralia von „eins“ bis *n* enthält, zu denen der gezählten Menge α. N^n ist dabei die „Vorgängermenge“ des Numerales *n*: die kleinste Teilmenge von N, die alle $\nu \in \mathsf{N}$ enthält, die *n* sequentiell vorausgehen, sowie *n* selbst. Auf der Basis einer solchen Abbildung von N^n auf α wird *n* nun - quasi stellvertretend für seine Vorgängermenge - zur numerischen Quantifizierung von α gebraucht, die Zuordnung von *n* zu α gibt die Mächtigkeit, die „Anzahl“ von α an.

Ich definiere daher zur Modellierung des Konzepts „Anzahl“ eine Funktion *Anz*, die eine Menge auf der Basis des Zählens ihrer Elemente auf ein Numerale abbildet:

Definition 3: *Numerische Quantifizierung durch Anz*

Sei

- n ein Numerale ($n \in \mathsf{N}$);
- α eine Menge;
- N^n eine Teilmenge von N ($\mathsf{N}^n \subset \mathsf{N}$), für die gelte:

  für alle $\nu \in \mathsf{N}$: $\nu \in \mathsf{N}^n$ genau dann, wenn $\nu \leq n$,

dann sei *Anz(α,n)* wahr genau dann, wenn

- es möglich ist, eine eineindeutige Abbildung *f* von α auf N^n zu konstruieren, d.h.
  - jedem $x \in \alpha$ genau ein $\nu \in \mathsf{N}^n$ zuzuordnen und
  - jedes $\nu \in \mathsf{N}^n$ genau einem $x \in \alpha$ zuzuordnen.

Eine solche Quantitätsangabe durch *Anz* ist - als Abbildung einer Menge auf eine Zahl - eine Form der Messung: Meßobjekt *u* ist die gezählte Menge, die gemessene Eigenschaft *P* ist ihre numerische Quantität; das *u* zugewiesene Numerale *n* gibt die Ausprägung von *P* bei *u* an. Die Bedeutsamkeit einer solchen Abbildung ist dadurch gesichert, daß *n* auf eine Menge N^n verweist, die dieselbe numerische Quantität wie das Meßobjekt besitzt: Die Abbildung des Meßobjekts auf ein Numerale basiert nach Definition 3 auf der Möglichkeit einer eins-zu-eins-Zuordnung einer Teilmenge N^n von N - der Vorgängermenge von *n* - zu den Elementen von *u*. Die eineindeutige Relation zwischen den Elementen von N^n und denen von *u* sichert die Gleichmächtigkeit der beiden Mengen: P(u) = P(N^n). Da aufgrund des sequentiellen Charakters von N (und der Wohlunterscheidbarkeit seiner Elemente) jedes $\varpi \in \mathsf{N}$ auf eine und nur eine Vorgängermenge N^{ϖ} einer definiten Mächtigkeit verweist, kann die Abbildung von *u* auf *n* zur numerischen Quantifizierung von *u* dienen: *n* steht stellvertretend für eine eindeutig bestimmte Menge N^n, deren Mächtigkeit der des Meßobjekts *u* entspricht.

Die kognitive Repräsentation von Anzahlen rekurriert damit ganz wesentlich auf den Gebrauch von Numeralia zur Festsetzung numerischer Quantitäten. Beim korrekten Gebrauch von Numeralia für Anzahlzuweisungen kommen in Übereinstimmung mit der oben gegebenen Definition verschiedene Prinzipien zur Anwendung, mit denen sich Gallistel / Gelman (1978; 1990) intensiv beschäftigt haben. Sie definieren folgende *counting principles*, denen eine Prozedur genügen müsse, um als Zählprozedur fungieren zu können:

- das *one-one principle*, das die eineindeutige Abbildung von Numeralia auf Elemente der gezählten Menge regelt;
- das *stable-order principle*, das bei dieser Abbildung die sequentielle Ordnung der Zählsequenz voraussetzt;
- das *order-irrelevance principle*, das demgegenüber die Reihenfolge, in der die Elemente der gezählten Menge bei der Zuordnung auftreten, freistellt;
- das *cardinal principle*, das auf diese Zuordnung rekurriert und festlegt, daß das letzte Numerale zur Angabe der numerischen Quantität der Menge gebraucht wird;
- das *abstraction principle*, das als Meta-Prinzip den Geltungsbereich von *counting principles* auf beliebige Mengen ausdehnt, indem es festlegt, die Prinzipien, die den Zählprozeß steuern, spezifizierten keine Attribute der gezählten Entitäten.

Verschiedene Studien liefern Evidenz für den sequentiellen Erwerb dieser *counting principles*. So konnten etwa Fuson / Hall (1983) in verschiedenen Versuchen feststellen, daß einige Kinder als Reaktion auf die Frage „wie viele?“ den Zählvorgang wiederholen, statt das letzte zugeordnete Zählwort zu nennen. Die korrekte Verwendung der Numeralsequenz als Zählsequenz wird mithin z.T. schon beherrscht, bevor das letzte Numerale zur Angabe der numerischen Quantität der gezählten Menge gebraucht wird. Sie folgern daraus, das *cardinal principle* werde nicht zeitgleich mit dem *one-one* und dem *stable-order principle* erworben, sondern erst im Anschluß an diese. Zu ähnlichen Ergebnissen kommt Wynn (1990) in ihren Untersuchungen, die feststellt, das *cardinal principle* werde erst mit ca. 3;6 Jahren erworben (Fuson / Hall 1983 geben ca. 4 Jahre als das fragliche Alter an). Das *order-irrelevance prin-*

ciple schließlich wird vermutlich noch etwas später erworben, es wird von Vierjährigen z.T. noch nicht beherrscht, obwohl das *cardinal principle* zu diesem Zeitpunkt bereits bekannt ist (vgl. etwa Baroody 1993). Diese Befunde stehen in Einklang mit der obigen Definition von *Anz*: Während das *stable-order principle* bereits durch die Definition von $\mathbb{N}$ vorgegeben ist und das *one-one principle* direkt in die Definition von *Anz* eingeht, stützt sich das *cardinal principle* nach *Anz* auf die korrekte Anwendung der beiden anderen Prinzipien. Das *order-irrelevance principle* läßt sich dagegen nur qua negativer Evidenz, als nicht-vorhandene Restriktion, aus der Definition erschließen. Dies geht mit der Tatsache konform, daß das *order-irrelevance principle* als letztes beherrscht wird; beim Erwerb des Konzepts „Anzahl" werden mithin die positiven Spezifizierungen in der Definition von *Anz* früher erkannt als ihre negativen Implikationen.

Mit dem Erwerb des Anzahlkonzepts findet eine Verbindung der ersten Anzahlen mit den oben diskutierten frühen Quantitätskonzepten, „Einheit" bis „Dreiheit" statt. Auf dieser Basis werden höhere Anzahlkonzepte dann auf der Numeralsequenz fußend gebildet (vgl. hierzu auch Hurford 1987, Wynn 1990). Entsprechend ergab eine Langzeitstudie von Liddle / Wilkinson (1987) zur Entwicklung des Zahlkonzepts bei Kindern vom 1. bis zum 3. Schuljahr, daß bei höheren im Vergleich zu niedrigeren Anzahlen der Sequenzbezug stärker und anschauliche „Mächtigkeits-Repräsentationen" schwächer sind. Einhergehend mit der schrittweisen Erweiterung der Numeralsequenz haben Kinder im Alter von 58 - 71 Monaten häufig schon ein klares Konzept niedrigerer numerischer Quantitäten, während die Konzepte hoher Anzahlen noch kaum entwickelt sind (vgl. Fischer / Beckey 1990). Eine „zweiseitige" konzeptuelle Repräsentation wie bei den ersten Konzepten der numerischen Quantität ist für sehr hohe Anzahlen selbst bei Erwachsenen nur sehr rudimentär vorhanden - ein Phänomen, das Hofstadter (1985) sehr plastisch als „number numbness" beschreibt.

Die Korrelation der Konzepte „Einheit" bis „Dreiheit" mit den ersten drei *Anzahlen* kann vor dem Hintergrund der bislang entwickelten Definitionen formalisiert werden, indem eine Äquivalenzrelation postuliert wird zwischen (i) einer Menge von Instanzen eines Prädikats *F*, die durch die oben (in Definition 2) definierten numerisch indizierten Existenzquantoren gebunden sind, und (ii) einer Menge von *F*s, die durch *Anz* auf ein Numerale *n* abgebildet wird (vgl. Definition 3 oben):

Definition 4: *Verbindung früher Quantitätskonzepte mit „Anzahlen"*

$$\exists_m x\,(F(x)) \;\Leftrightarrow\; \exists\alpha\,(Anz(\alpha,n) \wedge \forall x((x \in \alpha) \rightarrow F(x)))$$

[für $m \in \{1,2,3\}$ und $n \in \{eins, zwei, drei\}$; entsprechend].

Ein solcher, integrativer Ansatz kann damit die Zählsequenz als Basis von Anzahlzuweisungen definieren und dennoch die unterschiedliche Repräsentation niedriger gegenüber höheren Anzahlen berücksichtigen.

3.2.4 Abstraktion: das Konzept „Ganze Zahl“

Das Konzept „Ganze Zahl“, das die Grundlage mathematischer Erkenntnis bildet, entsteht durch Abstraktion von konkreten Anzahlen. Ganze Zahlen n_m[18] können daher - in Übereinstimmung mit der FREGEschen Auffassung - als Mengen gleichmächtiger Mengen definiert werden, etwa die ganze Zahl$_m$ 8 als die Menge aller acht-elementigen Mengen. Im Unterschied zu Freges (1884;1893) Ansatz basiert hier die Zuweisung des Prädikats „acht-elementig“ jedoch auf der Funktion *Anz*: Eine acht-elementige Menge ist nach der hier vorgestellten Analyse eine solche, deren Anzahl *acht* ist, d.h. nach der obigen Explikation, deren Elementen die Numeralia von <u>eins</u> bis <u>acht</u> eineindeutig zugeordnet werden können.

Eine ganze Zahl$_m$ γ_i ist demnach repräsentiert als Menge aller Mengen mit der Anzahl n_i:

Definition 5: *Erzeugung ganzer Zahlen$_m$ aus „Anzahlen“*

Für jedes $n_i \in \mathbf{N}$: γ_i sei eine ganze Zahl$_m$ mit $\gamma_i = \alpha\ (Anz(\alpha, n_i))$.

Nach diesem Schema erhält man beispielsweise folgende Explikationen für die ganzen Zahlen$_m$ 1 und 2:

$$1 = \alpha\ (ANZ(\alpha, \text{eins}))$$

$$2 = \alpha\ (ANZ(\alpha, \text{zwei}))$$

Zahlen$_m$ sind dabei entsprechend den ihnen zugrundeliegenden Numeralia$_c$ geordnet. Einen Sonderfall stellt bei dieser Vorgehensweise die 0 dar, die nicht auf ein Numerale rekurriert, sondern als Menge aller leeren Mengen definiert und in die Reihe der Zahlen$_m$ integriert wird:

Definition 6: *Integration der 0 in die Zahlenreihe$_m$*

$$0 = \alpha\ (\neg\exists x\ (x \in \alpha)); \qquad 0 < 1\ .$$

Die Definition der Funktion *Anz* muß entsprechend erweitert werden, um auch die Abbildung von Mengen auf ganze Zahlen$_m$ abzudecken. Eine solche „Rekonkretisierung“ der durch Abstraktion von Anzahlzuweisungen gewonnenen Zahlen$_m$ kann dann intersektiv analysiert werden:

Definition 7 : *Zahlen$_m$ als Argumente von Anz*

$Anz\ (\alpha, n_m)$ sei wahr genau dann, wenn $\alpha \in n_m$.

Über der Menge der Zahlen$_m$ können nun in der üblichen Weise die arithmetischen Operationen definiert werden; da der Bereich der Arithmetik nicht im Fokus dieser Arbeit liegt, will ich auf diesen Aspekt hier jedoch nicht weiter eingehen.

Die Annahme zweier voneinander unterschiedener Komponenten (konkrete) „Anzahl“ und (abstrahierte) „Ganze Zahl$_m$“ wird durch den sequentiellen Erwerb beider Konzepte gestützt: Kinder erwerben das Konzept „Ganze Zahl$_m$“ erst einige Zeit, nachdem sie das Konzept „Anzahl“ bereits erworben haben; ein Faktum, das der folgende Dialog aus einer Untersuchung zum Zahlkonzept bei Vorschulkindern sehr anschaulich belegt:

„Adult: How many is two and one more?
Patrick: (four years, 1 month): Four.
Adult: Well, how many is two lolliepops and one more?
Patrick: Three.
Adult: How many is two elephants and one more?
Patrick: Three.
Adult: How many is two giraffes and one more?
Patrick: Three.
Adult: So how many is two and one more?
Patrick: [Looks adult straight in the eye] Six. “ [19]

3.2.5 Messung i.e.S.: das Konzept „Maß“

Im vorliegenden Abschnitt soll nun die Art der Messung behandelt werden, deren Erwerb zur Ausbildung des Konzepts „Maß“ führt: die Messung i.e.S. Ebenso wie bei der numerischen Quantifizierung wird auch bei der Messung i.e.S. ein Objekt *u* auf ein Element von $\mathbb{N}$ abgebildet, das die Ausprägung der gemessenen Eigenschaft *P* bei *u* anzeigt. Im Gegensatz zur numerischen Quantifizierung ist *P* bei der Messung i.e.S. jedoch nicht die numerische Quantität des Meßobjekts; *u* wird nicht als Menge aufgefaßt, sondern als (einzelnes) Objekt behandelt. Da bei der Messung i.e.S. weder die Teilmengen noch die Elemente von $\mathbb{N}$ die gemessene Eigenschaft - z.B. Gewicht oder Wärme - aufweisen, ist eine direkte Abbildung von *u* auf eine Zahl nicht möglich, die Korrelation muß indirekt erfolgen. *u* muß daher im Rahmen der Messung mit einer von *u* verschiedenen Menge *m* von „Maßobjekten“ korreliert werden, die *P* (oder eine mit *P* verknüpfte Eigenschaft *R*) in maßrelevanter Weise besitzen - und in ihrer Eigenschaft als Maßobjekte auf diese Tatsache reduziert werden (vgl. oben, 2.2). *m* kann so als Vermittlungsinstanz zwischen *u* und $\mathbb{N}$ dienen: Indem *m* so gewählt wird, daß die Ausprägung von *P* bei *m* gleich der bei *u* ist, kann die numerische Quantifizierung von *m* zur Messung von *P* bei *u* dienen.

Messung i.e.S. basiert also letzten Endes auf numerischer Quantifizierung und damit auf der Funktion *Anz*. Diese Meßart kann daher als Spezialfall einer Zahlzuweisung mithilfe von *Anz* modelliert werden, bei der die gezählte Menge *m* von Maßobjekten über ein Konzept „Maß“ mit dem Meßobjekt korreliert wird. Ich definiere hierfür eine Maßfunktion *M*, die die

Verbindung von *u* mit *m* herstellt, indem sie *u* in Bezug auf *P* auf *m* abbildet: M(P(u)) = m. *M* ist eine Funktion, die als Argument eine Qualität eines bestimmten Meßobjekts *P(u)* (etwa: „das Gewicht von *u*") nimmt und diese auf eine Menge *m* von Maßobjekten abbildet (z.B. Kilogrammstücke), deren Anzahl die Ausprägung dieser Eigenschaft angibt. Messung i.e.S. kann somit definiert werden als eine Zahlzuweisung der Form *Anz* (α,n) mit α = M(P(u)).

Die Art und Weise, wie man von *u* zu α gelangt - und wie dementsprechend die genaue Definition von *M* auszusehen hat - ist für die beiden oben (Abschnitt 2.2) diskutierten Subklassen der Messung i.e.S. unterschiedlich:

3.2.5.1 Direkte Messung i.e.S.

Direktes Messen i.e.S. betrifft das Messen extensiver Eigenschaften von Objekten, wie Gewicht oder Länge. Dies ist die elementare Form der Messung i.e.S., sie weist neben den bereits genannten Charakteristika keine weiteren Komponenten auf. Die Maßobjekte, beispielsweise Kilogrammstücke oder die Abschnitte auf einem Zollstock, besitzen die gemessene Eigenschaft *P* in maßrelevanter Weise: Je mehr Elemente eine Menge *m* solcher Maßobjekte hat, desto größer ist bei ihr die Ausprägung von *P*. Bei der Messung wird *u* daher zu einer solchen Menge *m* in Bezug gesetzt, die *P* in gleicher Ausprägung wie *u* aufweist. Die Anzahl von *m* gibt die Ausprägung von *P* bei *m* und damit dann auch bei *u* an. Maßfunktionen M_d in direkter Messung können dementsprechend folgendermaßen definiert werden:

Definition 8: *Direkte Maßfunktionen* M_d

Sei

- *u* ein Meßobjekt;
- *P* eine Eigenschaft von *u*;

dann sei M_d eine Funktion, die P(u) auf eine Menge *m* von Maßobjekten abbildet, die hinsichtlich *P* mit *u* übereinstimmt:

$M_d(P(u)) = \{\mu_1, \mu_2, ..., \mu_n\}$,

wobei $\mu_1, \mu_2, ..., \mu_n$ die Elemente von m sind, und P(m) = P(u).

Ist *u* beispielsweise ein 3kg schwerer Kürbis, *P(u)* das Gewicht von *u* und *M* eine Maßfunktion „Kilogramm", so würde *P(u)* durch *M* auf eine Menge *m* von gleich schweren (nämlich jeweils ein Kilogramm schweren) Gewichtstücken abgebildet, die insgesamt genau so schwer sind wie der Kürbis, *u*. Die Anzahl von *m* wäre in diesem Fall „drei". Die Definition von *M* spiegelt somit den Meßvorgang wider (vgl. oben, Abbildung 4).

3.2.5.2 Indirekte Messung i.e.S.

Das indirekte Messen i.e.S. betrifft die Ausprägung nicht-extensiver Eigenschaften von Objekten, etwa Wärme. Da nur extensive Eigenschaften additiv sind, können die Maßobjekte hier nicht die gemessene Eigenschaft *P* in maßrelevanter Weise aufweisen. Wie in Abschnitt 2.2 am Beispiel der Temperaturmessung illustriert wurde, wird das Meßobjekt *u* bei dieser Form der Messung über ein weiteres, „vermittelndes Objekt“ *o* (etwa die Quecksilbersäule) zu *m* in Bezug gesetzt. Die Maßobjekte (in dem Beispiel: Längenabschnitte) weisen hierbei nicht *P*, sondern eine andere, extensive Eigenschaft *R* (hier: Länge) in maßrelevanter Weise auf; die Ausprägung von *R* ist beim vermittelnden Objekt *o* mit der gemessenen Eigenschaft *P* (Temperatur) verknüpft. *m* stimmt mit *o* hinsichtlich *R* überein; *o* weist darüber hinaus *P* in gleichem Maße wie *u* auf. Die Anzahl von *m* gibt dann die Ausprägung von *R* bei *m* und damit bei *o* und dadurch die Ausprägung von *P* bei *o* und so auch bei *u* an; im Fall der Temperaturmessung: Die Gesamtlänge einer bestimmten Menge von Längenabschnitten ist gleich der Höhe der Quecksilbersäule; die Anzahl dieser Längenabschnitte gibt ihre Gesamtlänge an und damit auch die Höhe der Quecksilbersäule; die Höhe ist mit der Temperatur des Quecksilbers verknüpft, und diese ist schließlich gleich der Temperatur des Wassers. Die Anzahl der Längenabschnitte kann daher letztendlich zur Messung der Wassertemperatur dienen. Die folgende Definition formalisiert entsprechende Maßfunktionen M_i für indirekte Messung:

Definition 9: *Indirekte Maßfunktionen M_i*

Sei

- *u* ein Meßobjekt;
- *o* ein Objekt, das eine Eigenschaft *P* in gleicher Ausprägung aufweist wie *u*;
- *R* eine Eigenschaft, deren Ausprägung bei *o* mit der Ausprägung von *P* monoton kovariiert,

dann sei M_i eine Funktion, die P(u) auf eine Menge *m* von Maßobjekten abbildet, die hinsichtlich *R* mit *o* übereinstimmt:

$M_i(P(u)) = \{\mu_1, \mu_2, ..., \mu_n\}$, wobei $\mu_1, \mu_2, ..., \mu_n$ die Elemente von m sind, und

R(m) = R(o); R(o) monoton kovariierend mit P(o); P(o) = P(u).

Die hier besprochenen Maßkonzepte werden durch das Erlernen der entsprechenden Meßverfahren erworben. So messen etwa Kinder im Alter von ca. 6 Jahren bereits die Länge von Objekten, indem sie Maßstücke gleicher Menge neben das Meßobjekt legen (vgl. Fuson / Hall 1983). Das Verfahren der indirekten Messung wird dagegen erst später erworben. Während direktes Messen sehr anschaulich ist, findet beim indirekten Messen mitunter eher ein Ablesen vorgegebener Skalierungen statt, ohne daß die Grundlagen des Verfahrens stets wirklich durchschaut werden; so konstatieren etwa Fuson / Hall (1983:81):

> „Children must learn how to use these formulas, and hopefully they will also learn at least some intuitive basis for why such formulas work.“

3.2.6 Numerierung

Anders als Zählen und Messen i.e.S. rekurriert Numerierung nicht auf den quantitativen, sondern auf den ordinalen oder aber den nominalen Aspekt von $\mathbf{N}$. Bei der Numerierung gibt die Abbildung auf eine Zahl nicht die *Ausprägung*, sondern den *Wert* der gemessenen Eigenschaft *P* beim Meßobjekt *u* an. Durch die Meßart der Numerierung wird *u* entweder ein Rang oder eine Nummer in einer bestimmten Menge zugewiesen (vgl. 2.3). *u* weist *P* mithin in Hinsicht auf seine Zugehörigkeit zu einer Menge α auf. Im Rahmen der Numerierung werden die Elemente dieser Menge auf eine Teilmenge $\mathbf{N}'$ von $\mathbf{N}$ abgebildet. Dasjenige Numerale *n*, das *u* zugewiesen wird ($n \in \mathbf{N}'$), gibt den Wert von *P* bei *u* innerhalb der Menge α an.

Ich definiere zur Modellierung des Konzepts „Numerierung“ in einer ersten Annäherung eine Funktion *Nu*, die Elemente einer Menge auf Numeralia abbildet. Diese vorläufige Definition soll im folgenden für die beiden Arten der Numerierung noch im Hinblick auf nominale und ordinale Aspekte von $\mathbf{N}$ spezifiziert werden.

Definition 10: *Numerierung durch Nu*

Sei

- n ein Numerale ($n \in \mathbf{N}$);
- α eine Menge;
- a eines der Elemente von α ($a \in \alpha$);
- $\mathbf{N}'$ eine Teilmenge von $\mathbf{N}$ ($\mathbf{N}' \subset \mathbf{N}$),

dann sei $Nu(a,\alpha,n)$ wahr genau dann, wenn

- eine homomorphe Abbildung f von α auf $\mathbf{N}'$ existiert,
- und $f(a) = n$ ist.

Die hier angegebene Definition für Numerierung entspricht damit in weiten Teilen der in 3.2.3 für Anzahlzuweisungen angegebenen; der entscheidende Unterschied zum Zählen und Messen i.e.S. liegt in der Tatsache, daß das *cardinal principle* bei der Numerierung keine Anwendung findet: Wie oben besprochen, legt die Definition fest, daß bei der Numerierung ein Numerale nicht einer Menge α zugewiesen wird, sondern einem ihrer Elemente (hier: a). Anders als bei numerischer Quantifizierung kommt daher bei der Numerierung der Abbildungsfunktion f eine spezifische Aufgabe zu: f ist nicht eine beliebige Relation, die lediglich die Gleichmächtigkeit von α und $\mathbf{N}'$ sichert, sondern eine bestimmte, bijektive Funktion, die den Wert für a festlegt - f selbst erzeugt die für den Meßvorgang konstitutive homomorphe Abbildung empirischer auf numerische Objekte. Während es für *Anz* irrelevant ist, welches Numerale den einzelnen Elementen der gezählten Menge jeweils zugewiesen wurde - ein Umstand der explizit im *order irrelevance principle* konstatiert wird -, kommt bei *Nu* dem Funktionswert von f für a mithin die entscheidende Bedeutung für die Messung zu; f darf nicht beliebig sein. Eine Zuordnung der Numeralia aus $\mathbf{N}'$ zu den Elementen von α wird daher in der Definition von *Nu* nicht nur als möglich, sondern als aktual bestehend gefordert.

Nach dieser allgemeinen Festlegung von *Nu* sollen in den folgenden Abschnitten die beiden Arten der Numerierung, *ordinale* und *nominale Numerierung*, diskutiert werden. Diese unterscheiden sich in erster Linie im Hinblick auf die interne Struktur der Menge α, der das Meßobjekt angehört: Bei ordinaler Numerierung ist α obligatorisch eine Sequenz, bei nominaler Numerierung dagegen eine Menge, die in Bezug auf ihre Ordnung durch *Nu* nicht determiniert wird.

3.2.6.1 Ordinale Numerierung: das Konzept „Rang“

Bei der ordinalen Numerierung gibt das dem Meßobjekt *u* zugeordnete Numerale den *Rang* von *u* in einer bestimmten Menge α an. Der für die Messung relevante Aspekt von $\mathbf{N}$ ist hier die Tatsache, daß $\mathbf{N}$ eine Sequenz ist; jedes Numerale verweist daher durch seine (feste) Position in $\mathbf{N}$ auf einen bestimmten Stellenwert, einen bestimmten Rang in einer Sequenz. Diesen Umstand macht sich das Meßverfahren zunutze: Die Eigenschaft „(numerisch bestimmter) Rang“ von *u* in α wird gemessen, indem *u* durch die oben beschriebene Funktion f auf ein Numerale *n* abgebildet wird, das denselben Rang in $\mathbf{N}$ innehat wie *u* in α. Die Abbildung von *u* auf *n* setzt hierbei voraus, daß *u* im Rahmen der Messung als Element einer Sequenz, also einer *geordneten* Menge α auftritt, die ein Anfangsglied besitzt.

Für die Funktion „$\mathrm{Nu}_{\mathrm{ord}}$“, die ordinaler Numerierung zugrundeliegt, ist demnach die obige Definition von *Nu* dahingehend zu spezifizieren, daß α eine Menge sei, über der eine konnexe Ordnungsrelation *R* definiert ist. *R* ordnet die die Elemente von α hinsichtlich einer bestimmten Eigenschaft und kennzeichnet ein Anfangsglied von α. Sind die Elemente von α beispielsweise Läufer in einem Rennen, so könnte eine solche Relation *R* „schneller als“ sein. Diese Relation würde die Elemente von α (die Läufer) im Hinblick auf ihre Schnelligkeit ordnen. Der schnellste Läufer, also derjenige, für den gilt: „Es gibt kein Element x von α, so daß x schneller ist als dieser Läufer.“, wäre das Anfangsglied; er würde im Rahmen der ordinalen Numerierung die Nummer „eins“ erhalten, der nächstfolgende die Nummer „zwei“ usw.

Die Relation „<“ in $\mathbf{N}$ bildet also bei dieser Form der Messung die Ordnungsrelation R in α ab: Zwei empirischen Objekten x und y mit $x\,R\,y$ (etwa: „x ist schneller als y“) werden solche Zahlen n und m zugeordnet, daß gilt: $n < m$ (im Beispiel der Läufer: je schneller ein Läufer, desto kleiner ist die ihm zugeordnete Zahl.). Da die oben (Definition 10) eingeführte Abbildungsfunktion f eine *homomorphe* Abbildung von α auf $\mathbf{N}'$ erzeugt, bleiben Relationen, die über den beiden Mengen definiert sind, bei der Abbildung erhalten; f greift in diesem Fall also direkt auf den Sequenzcharakter von α zu.

Auf dieser Basis kann nun die obige Definition von *Nu* für Nu_{ord} als die Numerierung von Elementen einer Sequenz spezifiziert werden:

Definition 11: *Stellenwertzuweisung: Ordinale Numerierung durch* Nu_{ord}

Sei

- n ein Numerale ($n \in \mathbf{N}$);
- α eine Menge, die durch eine konnexe Ordnungsrelation R geordnet ist;
- a eines der Elemente von α ($a \in \alpha$);
- $\mathbf{N}^p$ eine Teilmenge von $\mathbf{N}$ ($\mathbf{N}^p \subset \mathbf{N}$), für die gelte:

  für alle $\nu \in \mathbf{N}$: $\nu \in \mathbf{N}^p$ genau dann, wenn $\nu \leq p$;
- $n \leq p$,

dann sei $Nu_{ord}(a,\alpha,n)$ wahr genau dann, wenn

- eine eineindeutige Abbildung f von α auf $\mathbf{N}^p$ existiert, die
  - jedem $x \in \alpha$ genau ein $\nu \in \mathbf{N}^p$ zuordnet und
  - jedes $\nu \in \mathbf{N}^p$ genau einem $x \in \alpha$ zuordnet, so daß
  - xRy genau dann, wenn $f(x) < f(y)$ für alle $x,y \in \alpha$,
- und $f(a) = n$ ist.

Wie bei Anzahlangaben findet also auch als Basis der ordinalen Numerierung eine eineindeutige Zuordnung der Elemente einer Teilmenge von $\mathbf{N}$ - nämlich $\mathbf{N}^p$- zu denen von α statt, beim Erwerb der Numerierung kann also auf Bereiche der Zählkompetenz zurückgegriffen werden. Anders als bei der numerischen Quantifizierung kommt hier dem letzten zugeordneten Numerale p jedoch keine Sonderstellung zu; es ist nicht zwangsläufig mit dem Numerale n identisch, das dem Meßobjekt zugeordnet wird. Die konzeptuelle Repräsentation der ordinalen Numerierung basiert mithin nicht auf dem *cardinal principle*. Dies kommt - wie oben besprochen - deshalb nicht zur Anwendung, weil u bei der Messung nicht als Menge aufgefaßt wird; die Abbildung von u auf ein Numerale n verweist daher nicht auf die Vorgängermenge

$\mathbf{N}^n$ von *n*, sondern ergibt sich direkt aus der Zuordnung von *n* zu *u* im Rahmen des „Zählens“ von α.

Der Erwerb der Meßart der ordinalen Numerierung führt - in Übereinstimmung mit der angegebenen Definition - zur Ausbildung des Konzepts „Rang“ als dem numerisch bestimmten Stellenwert eines Objekts in einer Sequenz. Die Repräsentation von Ordinalzahlen rekurriert nach dieser Explikation vorrangig auf den Ordnungsaspekt, ein wesentliches Merkmal von $\mathbf{N}$. Gleichwohl wird das ordinale Konzept „Rang“ erst später erworben als die kardinale Komponente des Zahlkonzepts, ein Befund, der vermeintlich im Widerspruch hierzu steht.[20] Die Vorrangstellung des Anzahlkonzepts basiert einesteils sicher in der Angeborenheit der ersten drei Konzepte der numerischen Quantität (vgl. 3.2.1); der entscheidende Grund dürfte jedoch gerade in der diskutierten Reduktion des ordinalen gegenüber dem kardinalen Zahlkonzept liegen: Indem Nu_{ord} primär den Sequenzcharakter von $\mathbf{N}$ fokussiert, macht es zugleich restriktiver von $\mathbf{N}$ Gebrauch als *Anz*. Wie aus Definition 3 hervorgeht, ist für das Konzept „Anzahl“ ebenso wie für „Rang“ die Tatsache relevant, daß $\mathbf{N}$ wohlgeordnet ist; darüber hinaus macht *Anz* sich jedoch die Existenz quantitativ definiter Vorgängermengen für jedes Element von $\mathbf{N}$ zunutze. *Anz* bezieht damit mehr Aspekte von $\mathbf{N}$ ein als Nu_{ord}; die Komponente „Anzahl“ ist daher für das Zahlkonzept zentraler als „Rang“. Dieser Zusammenhang hat die - mithin nur scheinbar paradoxe - Folge, daß diejenigen Komponenten des Zahlkonzepts, die durch die schwächste Definition erfaßt werden, dennoch am wenigsten salient sind und als letzte erworben werden. Dies zeigt sich im folgenden noch augenfälliger für das Konzept „Nummer“.

3.2.6.2 Nominale Numerierung: das Konzept „Nummer“

Das Konzept „Nummer“ basiert auf der nominalen Numerierung, die Elemente von $\mathbf{N}$ werden im Rahmen dieser Meßart zur Identifikation gebraucht. Die Messung beruht hier auf dem nominalen Aspekt der Numeralsequenz: Numeralia sind voneinander wohlunterschiedene, in ihrer Referenz nicht festgelegte sprachliche Entitäten; sie können daher wie Eigennamen zur Identifizierung von Objekten dienen. $\mathbf{N}$ wird im Rahmen der nominalen Numerierung mithin auf den Aspekt der Wohlunterscheidbarkeit reduziert; weitere Merkmale seiner Elemente werden bei dieser Meßart nicht relevant. Numeralia erfüllen in solchen „nonnumerical contexts“ keine ausgeprägt *zahl*spezifische Funktion, sondern sind auf ein einziges, sehr fundamentales Charakteristikum reduziert. Der nominale Gebrauch von Numeralia ist daher für Kinder mitunter mit einigen Schwierigkeiten verbunden; sie versuchen häufig, nominale Numerierung als numerische Quantifizierung oder aber als ordinal zu interpretieren.[21]

Die Funktion Nu_{nom} für nominale Numerierung kann demnach durch eine sehr schwache Definition erfaßt werden, die lediglich den nominalen Aspekt von $\mathbf{N}$ einbezieht. Dies bedeutet unter anderem, daß die in Definition 10 eingeführte Abbildungsfunktion *f* die Meßobjekte hier nicht auf eine zusammenhängende Anfangssequenz $\mathbf{N}^v$ von $\mathbf{N}$ abzubilden braucht, sondern streng genommen beliebige Funktionswerte liefern kann, so lange nicht zwei Objekten dasselbe Numerale zugeordnet wird.[22] Als Wertebereich von f wird daher nicht eine bestimmte Teilsequenz $\mathbf{N}^v$ von $\mathbf{N}$ festgelegt; es können beliebige Elemente aus $\mathbf{N}$ als Bilder der Meßobjekte auftreten. f ist dabei nicht als *bijektiv*, sondern nur als *injektiv* charakterisiert, d.h. (i) f bildet zwar jedes Element aus α auf genau ein Element aus $\mathbf{N}$ ab (f ist eine Funktion), und (ii) ordnet niemals zwei Numeralia demselben Meßobjekt zu (f ist injektiv), bezieht jedoch (iii) nicht notwendig alle Elemente von $\mathbf{N}$ in die Abbildung ein (f ist nicht surjektiv und folglich auch nicht bijektiv).

Anders als Nu_{ord} legt Nu_{nom} die Struktur von α nicht näher fest: Die Elemente von $\mathbf{N}$ werden bei der nominalen Numerierung den Elementen einer - geordneten oder nicht geordneten - Menge α zugewiesen. Die bei der Messung relevante Relation über α ist hier lediglich die Nicht-Identität seiner Elemente; die Charakterisierung der Abbildung als homomorph folgt daher schon aus der Injektivität von f. Das Konzept „Nummer“ basiert demnach auf einer Spezifizierung von *Nu*, die in zwei Punkten von Nu_{ord} abweicht: Einerseits ist f nicht eine bijektive, sondern lediglich eine injektive Funktion, andererseits wird α hinsichtlich seiner Struktur nicht restringiert. Definition 12 formalisiert diese Überlegungen:

Definition 12: *Identifikation: Nominale Numerierung durch* Nu_{nom}

Sei

- n ein Numerale ($n \in \mathbf{N}$);
- α eine Menge;
- a eines der Elemente von α ($a \in \alpha$),

dann sei $Nu_{nom}(a,\alpha,n)$ wahr genau dann, wenn

- es eine injektive Funktion f von α auf $\mathbf{N}$ gibt
- und $f(a) = n$ ist.

Wegen der geringen Anforderungen an den Wertebereich von f können hier neben Elementen von $\mathbf{N}$ auch solche von Sequenzen auftreten, die gemeinhin nicht als Zahlen fungieren, etwa die Buchstaben des Alphabets. Darüber hinaus ist die Kombination von Elementen verschiedener Sequenzen möglich (etwa: „Haus Nr.12 a“). Die regelmäßige Verwendung gerade solcher Sequenzen für Nu_{nom}, die auch in Zahlfunktion auftreten, hat in erster Linie praktische Gründe: Einerseits sind diese abzählbar unendlich, bilden also ein unbeschränktes Reservoir „okkasioneller Eigennamen“, andererseits ist die Zuordnung ihrer Elemente zu Objekten bereits in anderen Kontexten - nämlich im Rahmen numerischer Quantifizierung und ordinaler Numerierung - geläufig.

Mit der nominalen Numerierung ist nunmehr die letzte der hier untersuchten Meßarten definiert. Die Definitionen formalisieren unterschiedliche Meßverfahren, deren Erlernen zur Ausbildung der verschiedenen Komponenten des Zahlkonzepts führt: Nach dem Erwerb der Zählsequenz werden ihre Elemente im Rahmen von numerischer Quantifizierung, Messung i.e.S. sowie ordinaler und nominaler Numerierung empirischen Objekten zugeordnet und geben dabei jeweils die Ausprägung oder den Wert einer bestimmten Eigenschaft der Objekte an. Aufbauend auf der Basiskomponente **N** werden so die numerischen Konzepte „Anzahl", „Rang" und „Nummer" erworben; darüber hinaus kommt es im Rahmen der Messung i.e.S. zur Ausbildung des Konzepts „Maß". Diese, miteinander verknüpften und in je unterschiedlicher Weise auf die Zählsequenz bezogenen Komponenten machen die Struktur des Zahlkonzepts aus. Abbildung 6 skizziert zusammenfassend diesen Aufbau des Zahlkonzepts und die Verbindungen zwischen seinen verschiedenen Bereichen:

[hier Abbildung 6]

4 Sprachliche Strukturen

4.1 Daten

Ich werde bei der Untersuchung der sprachlichen Strukturen primär auf zentrale Bereiche von Numeralkonstruktionen eingehen und einige Randphänomene außer acht lassen. Die für diese Untersuchung relevanten sprachlichen Daten lassen sich entsprechend Abbildung 5 in Kardinal-, Ordinal- und <u>Nummer</u>-Konstruktionen einteilen. Im Kontrast zu ihrer engen semantisch-konzeptuellen Zusammengehörigkeit heben sich diese Konstruktionen im morpho-syntaktischen Bereich deutlich voneinander ab; die verschiedenen Numeralklassen weisen zentrale morpho-syntaktische Eigenschaften unterschiedlicher Wortarten auf: Während sich *Kardinalia* ähnlich wie andere natürlichsprachliche Quantoren verhalten, weisen *Ordinalia* im morpho-syntaktischen Bereich große Übereinstimmung mit superlativisch markierten Adjektiven auf; Numeralia in *<u>Nummer</u>-Konstruktionen* (im folgenden kurz: „#-Numeralia") schließlich gleichen Eigennamen. Wiewohl Kardinalia, Ordinalia und #-Numeralia durch ihre Korrelation mit der Zählsequenz in Kernaspekten ihrer Bedeutung übereinstimmen, bestehen mithin große Diskrepanzen im morpho-syntaktischen Bereich.

Dieses, prima facie recht auffällige Phänomen kann auf allgemeinere Zusammenhänge zurückgeführt werden, wenn man - wie dies oben (3.2) skizziert wird - die Zählsequenz nicht als Menge von Zahldesignaten begreift, sondern als Sequenz, die selbst Zahlfunktionen erfüllt. Das unterschiedliche morpho-syntaktische Verhalten der verschiedenen Numeralklassen kann auf dieser Basis auf die je unterschiedliche Korrelation von Kardinalia, Ordinalia und #-Numeralia mit Numeralia$_c$ zurückgeführt werden: Die Inkorporierung der Zählsequenz in sprachliche Strukturen führt zu einer Angleichung der Numeralia an das spezifische Verhalten von Elementen unterschiedlicher Wortarten; es läßt sich dabei zeigen, daß sich diese „Assimilation“ jeweils auf solche morpho-syntaktischen Klassen bezieht, deren Elemente eine ähnliche konzeptuell-semantische Struktur aufweisen wie die der betreffenden Numeralklasse. Grob gesprochen, teilen Kardinalia ihre quantifizierende Funktion mit natürlichsprachlichen Quantoren wie <u>viel</u> und <u>wenig</u>, #-Numeralia dienen wie Eigennamen zu Identifikation von Objekten, und Ordinalia schließlich ähneln Superlativen darin, daß sie aus einer Sequenz jeweils ein bestimmtes Element herausgreifen (vgl. Wiese 1995d für eine detaillierte Analyse). Ein solcher, extremer Fall der Wortklasseneingliederung könnte daher auf generelle Zusammenhänge zwischen syntaktischer und semantischer Struktur verweisen: Die Tatsache, daß sich die verschiedenen Klassen der Numeralia morpho-syntaktisch den typischen Merkmalen jeweils solcher Wortarten annähern, mit denen sie auch in Bezug auf die semantisch-konzeptuelle Struktur Gemeinsamkeiten haben, läßt auf eine spezifische Korrelation von Syntax und Semantik innerhalb einer Wortart schließen. Ich will diesen Aspekt an dieser Stelle jedoch nicht weiter verfolgen, sondern mich im folgenden primär auf Merkmale der Numeralkonstruktionen selbst konzentrieren.

4.1.1 Kardinalkonstruktionen

Kardinalia treten in Zähl- und Maßkonstruktionen auf. Im Unterschied zu Ordinal- und <u>Nummer</u>-Konstruktionen gibt in Kardinalkonstruktionen das Numerale die *Ausprägung* der gemessenen Eigenschaft *P* beim Meßobjekt *u* an; die Messungen, die durch Kardinalkonstruktionen ausgedrückt werden, fokussieren den quantitativen Aspekt von $\mathbb{N}$. Die Zuordnung einer Zahl zu *u* kann daher sprachlich unter anderem mit Hilfe von <u>betragen</u> ausgedrückt werden: „P(u) beträgt nm.“, wobei P(u) die Eigenschaft *P* bei *u* ausdrückt (etwa „das Gewicht von *u*“), *n* das Numerale vertritt und *m* die jeweilige Maßeinheit darstellt (falls eine solche vorhanden, d.h. die Konstruktion eine Maßkonstruktion ist). Da sich Kardinalkonstruktionen auf den quantitativen Aspekt von $\mathbb{N}$ beziehen, kann *nm* durch „Wie groß ist P(u) ?“ erfragt werden.

4.1.1.1 Zählkonstruktionen

Mit Hilfe von Zählkonstruktionen wird die numerische Quantität einer Menge angegeben. Kardinalia werden hierbei mit Nomen verbunden, die Realisierungen eines Begriffs bezeichnen. Je nach der Klasse des Nomens stehen Kardinalia in zwei- oder dreigliedrigen Zählkonstruktionen: Während numerusmarkierte Zählnomen mit dem Kardinale allein eine Konstituente bilden können, tritt in Zählkonstruktionen mit *transnumeralen* Nomen[23] ein Numeralklassifikator zum Kardinale. Weder transnumerales Nomen noch Klassifikator erhalten in diesen Konstruktionen eine Numerusmarkierung; Kardinale und Klassifikator stehen adjazent. Einfache Zählkonstruktionen sind z.B.:

(1) zwei Hunde [*zweigliedrig*; numerusmarkiertes Zählnomen Hunde]

(2) vierhundert Stück Vieh [*dreigliedrig*; Klassifikator Stück, transnumerales Nomen Vieh]

Transnumerale Nomen können im allgemeinen nur dann in Zählkonstruktionen auftreten, wenn sie keine Stoff- oder Substanznomen sind, d.h. wenn sie keine Substanzen bezeichnen. Die durch Stoffnomen bezeichneten Entitäten werden nicht gezählt, sondern gemessen; Stoffnomen treten daher in Maßkonstruktionen auf (z.B. „drei Liter Wasser“). Zur Unterscheidung der verschiedenen Nominalklassen kennzeichne ich im folgenden transnumerale Nomen als „N_{tn}“ und Zählnomen („numerale Nomen“) als „N_n“; Stoffnomen werden durch das Merkmal [+mn] von anderen Nomen unterschieden. So kann beispielsweise Hund als N_n klassifiziert werden, Wasser als N_{tn} [+mn] und Vieh als N_{tn} [-mn].

4.1.1.2 Maßkonstruktionen

Vollständige Maßkonstruktionen sind viergliedrig, sie bestehen aus einem Kardinale, einem Mensurativ (der Bezeichnung für die Maßeinheit) sowie Designaten für die gemessene Eigenschaft und das Meßobjekt. Das Meßobjekt wird durch ein N_n mit Pluralmarkierung oder Artikel oder ein N_{tn} bezeichnet. Das Numerale steht adjazent zum Mensurativ und kann zusammen mit diesem mit dem Designat der gemessenen Eigenschaft kombiniert werden. Diese Konstruktion kann der Bezeichnung für das Meßobjekt mit Hilfe einer Präposition, als Adjektivgruppe oder als Relativsatz angeschlossen werden, je nachdem, ob die gemessene Eigenschaft durch ein Nomen, Adjektiv oder Verb bezeichnet wird:

(3) ein Kürbis, der drei Kilogramm wiegt

(4) Eisen {von vier Kilogramm Gewicht / mit einem Gewicht von vier Kilogramm}

(5) achthundert Grad heiße Lava

(6) ein Stock von sechs {Meter / Metern} Länge

Daneben sind verkürzte Konstruktionen möglich, bei denen die gemessene Eigenschaft implizit ist, etwa:

(7) Eisen von vier Kilogramm

(8) ein Stock von sechs Metern

Unter bestimmten Bedingungen kann hierbei das Designat des Meßobjekts der Konstituente aus Kardinale und Mensurativ direkt angeschlossen werden:

- Die Bezeichnung für das Meßobjekt muß ein N_n mit Pluralmarkierung oder ein N_{tn} sein:

  (9) vier Kilogramm {Eisen / Birnen}

(10) * vier Kilogramm Birne [24]

- Durch die Messung muß die Extension des gemessenen Objekts angegeben werden. Dies ist nur bei direkter Messung und - je nach der Form des Meßobjekts - bei bestimmten gemessenen Eigenschaften der Fall:
  - *Volumen* bei variabler, an die Umgebung angepaßter Form des Meßobjekts, vgl.:

    (11) vier Liter Wasser

    (12) * vier Grad Wasser
  - *Länge* bei konstanter Breite und Höhe (bzw. vernachlässigter Höhe) des Meßobjekts:

    (13) fünf Ellen Stoff
  - *Gewicht* bei vernachlässigter Form:

    (14) zwei Pfund Ziegenkäse
  - [*Dauer* bei Ereignissen:

    (15) vier Stunden {Film / Fußball}]

Anders als Numeralklassifikatoren treten Mensurativa z.T. numerusmarkiert auf (vgl. (6), (8), (13), (15)).[25]

4.1.2 Ordinalkonstruktionen

In Ordinal- und Nummer-Konstruktionen gibt das Numerale den Wert, die Realisierung der Eigenschaft *P* beim Meßobjekt *u* an, die zugrundeliegende Messung bezieht sich nicht auf den quantitativen Aspekt von $\mathbf{N}$. Konstruktionen wie *„P(u) beträgt *n*." und *„Wie groß ist P(u) ?" sind daher anders als bei Kardinalkonstruktionen nicht möglich.

In Ordinalkonstruktionen tritt das Numerale mit Ordinal-Suffix auf und ähnelt damit superlativisch markierten Adjektiven, ein Phänomen, das sich nicht nur im Deutschen, sondern auch in anderen Sprachen beobachten läßt. Ordinalia stehen meist in definiten Substantivgruppen in Modifikator-Position zum Nomen und dabei normalerweise vor anderen Modifikatoren; vgl.:

(16) die vierte Dimension

(17) der dritte ungeklärte Mordfall

4.1.3 Nummer-Konstruktionen

In Nummer-Konstruktionen steht das Numerale in morphologisch unmarkierter Form. Es wird durch Nummer mit einem anderen Nomen verbunden. Die Substantivgruppe, zu der diese Konstruktion expandiert, ist [+definit], kann aber - wie bei Eigennamen-Konstruktionen - ohne Artikel stehen; vgl.:

(18) der Spieler Nummer zehn

(19) Haus Nr. 312

Sowohl Nummer als auch das Bezugsnomen können entfallen:

(20) Raum sechzehn / Nummer vier / die 204 / 007

Anstelle eines Appelativums kann auch ein Eigenname mit dem Numerale (und fakultativ Nummer) verbunden werden, vgl.:

(21) Meier zwo

Eine solche Konstruktion wird dann gebraucht, wenn in einem Kontext mehrere Individuen denselben Namen haben und die Eigennamen daher spezialisiert werden müssen, um jeweils eindeutig referieren zu können.

4.2 Modellierung der semantischen Struktur

Zur Darstellung der semantischen Struktur der hier untersuchten Numeralkonstruktionen werde ich im vorliegenden Abschnitt semantische Repräsentationen für die einzelnen Numeralklassen entwickeln. Vor dem oben skizzierten theoretischen Hintergrund sollen diese die Verbindung zwischen konzeptueller und morpho-syntaktischer Struktur herstellen. Die semantischen Repräsentationen sollen einerseits das Fügungspotential der Ausdrücke aus 4.1 erfassen und andererseits die Basis für die Interpretation semantischer Konstanten durch die verschiedenen Komponenten des Zahlkonzepts aus Abschnitt 3 schaffen.

Ich werde mich bei der semantischen Analyse auf substantivische Numeralkonstruktionen beschränken, werde also beispielsweise bei der Behandlung von Maßkonstruktionen solche mit Dimensionsadjektiven oder Verben vernachlässigen. Als Grundlage für die Analyse der Numeral-Semantik werde ich im folgenden Abschnitt kurz die semantische Repräsentation von N_n und N_{tn} skizzieren; hierbei wird insbesondere das Auftreten von Nomen in Kardinalkonstruktionen fokussiert, da dieses Aufschluß über die spezifischen Merkmale der beiden Nominalklassen und der Numerusmarkierung geben kann.

4.2.1 Grundlagen: Semantische Repräsentation von Nomen

Nomen treten in Kardinalkonstruktionen als Terme auf; sie bezeichnen (Mengen von) Realisierungen eines Begriffs. N_{tn} erfüllen bereits in bloßer, unmarkierter Form diese Funktion („Vieh“, „Wasser“), N_n treten in Kombination mit Pluralmarkern oder Artikel auf („Männer“, „ein Einhorn“). Man kann diese Daten erfassen, indem man, ausgehend von einer einheitlichen nominalen „Begriffs“-Repräsentation, unterschiedliche Ableitungen für N_n und N_{tn} zu Termen annimmt: Während N_n in Kombination mit Pluralmarkierung oder Indefinitartikel zu Termen expandieren, werden N_{tn}-Denotate durch eine abstrakte *type shifting rule* (im Sinne von Partee 1986) in Realisierungen des jeweiligen Begriffs überführt. Diese Überführungsregel liefert unterschiedliche Repräsentationen für N_{tn} [+mn] und N_{tn} [-mn]: Stoffnomen bezeichnen als Term homogene Substanzen (oder Portionen einer Substanz), N_{tn} [-mn] wie Vieh denotieren in Term-Verwendung dagegen Entitäten, die durch (eine oder mehrere) Realisierungen des betreffenden Begriffs konstituiert sind. Ich will diese, durch N_{tn} [-mn] denotierten Entitäten im folgenden als „Aggregate“ bezeichnen. Während N_n in Kombination mit Pluralmarkern oder Artikel stets *Objekte*, also Elemente der Domäne A von CS ausdrücken, liegen die konzeptuellen Repräsentanten von N_{tn} in Term-Verwendung demnach entweder in M (*Substanzen*; dies gilt für N_{tn} [+mn]) oder in A (N_{tn} [-mn]).[26]

Zur Überführung von N_{tn} in Terme kann nun eine Regel „REALIZE“ definiert werden, die auf einheitliche nominale Basis-Repräsentationen „B“ zugreift und diese, je nach Subklasse des betreffenden Nomens, in Aggregate oder in (Portionen von) Substanzen überführt:

Definition 13: *REALIZE als Überführungsregel von Begriffen in Terme*

SR_1:	B	$\Rightarrow$	$\lambda Q \exists x\, (B'(x) \wedge Q(x))$ [27]	[für N_{tn} [+mn]]
SR_2:	B	$\Rightarrow$	$\lambda Q \exists u\, (\forall x\, (IN(u,x) \rightarrow B'(x)) \wedge Q(u))$	[für N_{tn} [-mn]]

[Der Lesbarkeit halber verwende ich die logische Notation, etwa „$\rightarrow$“ anstelle von „IMPL“ für die semantische Konstante der Implikation oder „$\wedge$“ anstelle von „AND“. „IN“ wird durch die Elementbeziehung interpretiert, gelte jedoch auch für Aggregate. Q ist eine Variable für das Satzprädikat; macht also den Ausdruck zu einem Term; „Q(u)“ in SR_2 ist die Struktur bei kollektiven Prädikaten Q; distributive Prädikate werden in der Analyse mit „Q(x)“ (im Skopus von „$\forall x$“) dargestellt.]

Ausdrücke wie Wein und Vieh erhalten in Term-Verwendung beispielsweise die folgenden Repräsentationen:

Wein: $\lambda Q \exists x\, (WEIN'(x) \wedge Q(x))$

Vieh: $\lambda Q \exists u\, (\forall x\, (IN(u,x) \rightarrow VIEH'(x)) \wedge Q(u))$

Konstruktionen wie (22) und (23) können entsprechend als (22´) und (23´) analysiert werden:[28]

(22) Karen trinkt Wein.

(22´) $\exists x\, (WEIN'(x) \wedge TRINKT(x,karen))$

(23) Uta besitzt Vieh.

(23´) $\exists u\, (\forall x\, (IN(u,x) \rightarrow VIEH'(x)) \wedge BESITZT(u,uta))$

Ich werde im folgenden die Abkürzung „B*(u)“ für ein Aggregat verwenden, das durch einen Satz der Form „$\forall x\, (IN(u,x) \rightarrow B'(x))$“ charakterisiert ist; (23´) wird dann beispielsweise folgendermaßen widergegeben:

(23´´) $\exists u\, (VIEH^*(u) \wedge BESITZT(u,uta))$

Nachdem dies oben nur grob umrissen wurde, ist jetzt zu klären, welchen Status diese Referenten von N_{tn} [-mn] haben. Was ist ein „Aggregat“? Einerseits haben Aggregate Ähnlichkeit mit Mengen: Sie sind durch Elemente konstituierte Entitäten, die (potentiell) numerisch quantifiziert werden können; N_{tn} [-mn] können daher anders als N_{tn} [+mn] in Zählkonstruktionen auftreten. Andererseits geben jedoch gerade Zählkonstruktionen einen Hinweis auf ein Charakteristikum, das Aggregate von eigentlichen Mengen unterscheidet: Wie in 4.1.1.1 deutlich wurde, treten N_{tn} anders als pluralische N_n nicht direkt zum Kardinale, sondern erst in Verbindung mit einem Numeralklassifikator (in dem obigen Beispiel: Stück). Dieser hat eine individuierende Funktion, er erlaubt den Zugriff auf einzelne Elemente der gezählten Menge. Ein Aggregat allein ist der Zählung mithin noch nicht zugänglich, sondern muß erst mithilfe einer solchen Individuierungsfunktion gegliedert werden (vier *Stück* Vieh). Transnumerale Nomen [-mn] dienen demnach nicht als Designate für Mengen im strengen Sinne, sondern denotieren eine spezifische Klasse von Entitäten, die, wenn sie auch potentiell individuierbar sind, doch zunächst als homogen erfaßt werden und daher in Zählkonstruktionen mithilfe der Individuierungsfunktion einer Zahlzuweisung zugänglich gemacht werden müssen. Demgegenüber ist eine solche Individuierung bei pluralischen N_n offensichtlich nicht notwendig; sie können direkt mit dem Kardinale kombiniert werden, ohne daß ein Numeralklassifikator explizit auftritt (in dem obigen Beispiel: vier Ø Hunde). Diese Zusammenhänge werden im nächsten Abschnitt analysiert.

4.2.2 Kardinal-Konstruktionen

4.2.2.1 Zählkonstruktionen

In Zählkonstruktionen wird ein Numerale einer Menge zugewiesen und gibt so deren numerische Quantität an. Zentrale Komponente der semantischen Repräsentation von Kardinalia ist daher die Funktion ANZ(α,n), die in CS durch Anz(α,n) interpretiert wird. Wie bereits im vorangegangenen Abschnitt deutlich wurde, vereinigt die gezählte Menge α dabei in sich zwei Komponenten: einerseits den begrifflichen Aspekt, der die Element-Bedingung für α festlegt (etwa „Vieh“), und andererseits den individuierenden Aspekt („Stück“), der Zugriff auf einzelne Elemente der Menge ermöglicht und α so der Zählung zugänglich macht, die Voraussetzung für die Zuweisung eines Numerales durch *Anz* ist. Die interne Struktur von α in Zählkonstruktionen kann daher mit Hilfe einer Individuierungsfunktion *V* erfaßt werden, die Aggregate auf einzelne Elemente abbildet:

- $V(u) = \{a_1, a_2, ..., a_n\}$, wobei $a_1, a_2, ..., a_n$ die Elemente von α sind, und
- *u* ein Aggregat ist, d.h. es gibt einen Begriff B, so daß gilt: $\forall x\ (IN\ (u,x) \rightarrow B'(x))$.

u verweist somit auf den Begriff, unter den die Elemente der gezählten Menge α fallen (etwa „Vieh“ oder „Hund“); *V* liefert, angewendet auf *u*, die einzelnen Elemente von α und ermöglicht so die Zählung im Rahmen von *Anz*. Vor diesem Hintergrund ergibt sich nun folgender Eintrag für Kardinalia in Zählkonstruktionen:

SR: $\lambda V\ \lambda u\ \lambda Q\ (\mathrm{ANZ}\ (V(u),\mathbf{n}) \wedge Q(u))$ [29]

An der Stelle von **n** steht ein Numerale, das entsprechend der Definition von **N** gebildet ist (vgl. 3.2.2); beispielsweise erhält das Kardinale sieben nach diesem Schema die folgende SR:

$$\lambda V\ \lambda u\ \lambda Q\ (\mathrm{ANZ}\ (V(u), \text{sieben}) \wedge Q(u)).$$

V markiert die Leerstelle für den Numeralklassifikator, während *u* durch ein Aggregat belegt wird, wie es nach 4.2.1 durch ein N_{tn} [-mn] in Term-Verwendung denotiert wird. Eine typische dreigliedrige Zählkonstruktion wie (2) (hier wiederholt als (24)) kann daher folgendermaßen repräsentiert werden:

(24) vierhundert Stück Vieh: $\lambda Q\ \exists u\ (\mathrm{VIEH}^*(u) \wedge \mathrm{ANZ}\ (\text{Stück}(u), \text{sieben}) \wedge Q(u))$.

Die Ableitung *zweigliedriger* Zählkonstruktionen impliziert die Repräsentation der Numerusmarkierung numeraler Nomen. Wie oben bereits deutlich wurde, werden N_n im Unterschied zu N_{tn} erst durch Indefinitartikel oder Pluralmarkierung in Terme überführt (die beiden Elemente werden im folgenden kurz als „*num*-Einheiten“ bezeichnet).[30] Die resultierenden Ausdrücke unterscheiden sich von N_{tn} [-mn] zum einen dadurch, daß sie in zweigliedrigen Zählkonstruktionen auftreten, also keinen Numeralklassifikator erfordern. Zum anderen signalisieren N_n in Term-Verwendung stets entweder „Einheit“ oder „Vielheit“: N_n in Kombination mit *num*-Einheiten bezeichnen entweder *eine* oder aber *mehrere* Realisierungen des betreffenden Begriffs. Der semantischer Beitrag der *num*-Elemente kann daher als Abbildung eines Begriffs auf eine gegliederte Menge charakterisiert werden, der mit Hilfe des Indefinitartikels die Anzahl „eins“ zugewiesen wird, während durch den Plural eben dies verneint wird. Die semantische Struktur der beiden *num*-Einheiten kann daher folgendermaßen wiedergegeben werden:

SR: Indefinitartikel: $\lambda B \lambda Q\ \exists V \exists u\ (B^*(u) \wedge \mathrm{ANZ}\ (V(u),\text{eins}) \wedge Q(u))$ [31]

Plural: $\lambda B \lambda Q\ \exists V \exists u\ (B^*(u) \wedge \neg \mathrm{ANZ}\ (V(u),\text{eins}) \wedge Q(u))$

Die Denotate von Plural und Indefinitartikel bilden demnach Begriffe auf Mengen ab, denen die Anzahl „eins“ zugewiesen bzw. abgesprochen wird. Sie überführen damit nicht nur Begriffe in ihre Realisierungen, sondern quantifizieren diese zugleich und liefern hierbei implizit eine Individuierungsfunktion *V*. Konstruktionen aus N_n und *num*-Einheiten, wie beispielsweise Männer oder ein Einhorn, erhalten dann Repräsentationen wie die folgenden:

(25) Männer: $\lambda Q \exists V \exists u\ (\mathrm{MANN}^*(u) \wedge \neg \mathrm{ANZ}\ (V(u),\text{eins}) \wedge Q(u))$

(26) ein Einhorn: $\lambda Q \exists V \exists u\ (\mathrm{EINHORN}^*(u) \wedge \mathrm{ANZ}\ (V(u),\text{eins}) \wedge Q(u))$

Der Übersichtlichkeit halber führe ich an dieser Stelle die Abkürzungen „$B^1(u)$“ und „$B^{\otimes}(u)$“ für ein- bzw. mehrelementige Mengen ein: [32]

- $B^1(u) \quad =_{def} \quad \exists V(B^*(u) \wedge ANZ\ (V(u),eins));$
- $B^{\otimes}(u) \quad =_{def} \quad \exists V(B^*(u) \wedge \neg ANZ\ (V(u),eins)).$

Die Verbindung von N_n mit *num*-Einheiten zu Termen könnte in Anlehnung an die obige Definition der Überführungsfunktion REALIZE für N_{tn} als zweistufig analysiert werden. Im ersten Schritt wird der vom Nomen denotierte Begriff in ein Aggregat von Realisierungen überführt, ähnlich wie dies bei der Überführung von N_{tn} [-mn] durch REALIZE der Fall ist. Hierfür kann eine Funktion REALIZE_{Nn} definiert werden, die bei der Verknüpfung von N_n mit *num*-Einheiten wirksam ist:

$$\text{REALIZE}_{Nn}: \quad B \Rightarrow \lambda n \lambda Q\ \exists V \exists u\ (B^*(u) \wedge ANZ(V(u),n) \wedge Q(u))\ .$$

Anders als bei N_{tn} enthält die resultierende SR hier eine zusätzliche Komponente „ANZ(V(u),n)“, die die numerische Quantifizierung vorbereitet. Die SR weist entsprechend eine offene Position λn auf. In einem zweiten Schritt wird diese Leerstelle besetzt, indem der betreffenden Menge die Anzahl „eins“ oder „nicht eins“ zugewiesen wird. An diesem Punkt weisen N_n demnach die Merkmale auf, die Krifka (1991) veranlaßte, sie als *relational* zu charakterisieren. Anders als bei Krifka entsteht die Relationalität von N_n nach der hier entwickelten Analyse jedoch erst im Rahmen ihrer Verknüpfung mit *num*-Einheiten; diese liefern sowohl (i) die Komponente *ANZ* zusammen mit dem Individuierungskriterium *V* und einer Leerstelle für *n* (im ersten Schritt, über REALIZE_{Nn}), als auch (ii) die Belegung für *n* (im zweiten Schritt). Diese Analyse ermöglicht unter anderem die Annahme einer einheitlichen Basis-Repräsentation „B“ für N_n, N_{tn} [-mn] und N_{tn} [+mn], aus der die verschiedenen Vorkommnisse abgeleitet werden können.

Auf der Basis dieser Analysen können nun Zählkonstruktionen mit N_n modelliert werden. Die Tatsache, daß *num*-Einheiten in ihrer SR eine Individuierungsfunktion implizieren, erfaßt das Auftreten pluralmarkierter N_n in zweigliedrigen Zählkonstruktionen, d.h. solchen ohne Numeralklassifikator: Da die Komponente *V* bereits durch die SR des Plurals geliefert wird, erübrigt sich in Zählkonstruktionen eine zusätzliche Bezeichnung der Individuierungsfunktion. Ich formalisiere dies mithilfe eines Templates „CL-COCOMP“, das - im Rahmen einer *co-composition* im Sinne Pustejovskys (1991) - bei der Verbindung von Kardinalia mit pluralischen N_n die Sättigung der Klassifikator-Leerstelle (V) in der SR des Kardinales (A) bewirkt:

$$\text{CL-COCOMP}: \quad \lambda A\ \exists V\ (A(V))\ .$$

Abbildung 7 illustriert das Wirksamwerden von CL-COCOMP bei der Ableitung einer zweigliedrigen Zählkonstruktion; Abbildung 8 zeigt im Kontrast dazu die Ableitung einer typischen Klassifikator-Konstruktion wie (24):

[hier Abbildung 7 und Abbildung 8]

Die semantischen Repräsentationen zweigliedriger und dreigliedriger Zählkonstruktionen haben somit nach der hier entwickelten Analyse dieselbe Struktur, insbesondere beruhen sie auf einer einzigen Repräsentation für das involvierte Kardinale. Klassifikatorkonstruktionen unterscheiden sich von solchen mit pluralischen Nomen in der Hauptsache durch die explizite Angabe der Individuierungsfunktion, die in N_n-Konstruktionen implizit durch die Numerusmarkierung geliefert wird. (27) und (28) illustrieren abschließend diese Zusammenhänge zwischen den beiden Typen von Zählkonstruktionen durch eine Gegenüberstellung der behandelten Beispiele:

(27) vierhundert Stück Vieh: $\lambda Q\, \exists u\ (\text{VIEH*}(u) \wedge \text{ANZ}(\text{Stück}(u), \text{vierhundert}) \wedge Q(u))$

(28) sieben Zwerge: $\lambda Q\, \exists V \exists u\ (\text{ZWERG}^{\otimes}(u) \wedge \text{ANZ}(V(u), \text{sieben}) \wedge Q(u))$.

4.2.2.2 Maßkonstruktionen

Maßkonstruktionen dienen zum Ausdruck direkter und indirekter Messung i.e.S. Nach den oben (2.2 und 3.2.5) getroffenen Festlegungen können diese Meßarten durch Rekurs auf eine Maßfunktion M auf numerische Quantifizierung zurückgeführt werden: M setzt das Meßobjekt *u* zu einer Menge von Maßobjekten *m* in Bezug, deren numerische Quantität die Ausprägung der gemessenen Eigenschaft bei *u* anzeigt (vgl. oben, Definitionen 8 und 9). Diese Maßfunktionen werden sprachlich durch Mensurativa ausgedrückt. Kardinalia in Maßkonstruktionen können daher ähnlich analysiert werden wie solche in Zählkonstruktionen. Auch hier ist die Funktion *ANZ* die zentrale Komponente der SR. Der Unterschied zu Zählkonstruktionen betrifft in erster Line die interne Struktur der gezählten Menge α: α ist in Maßkonstruktionen eine (gegliederte) Menge von Maßobjekten, die durch Anwendung einer Maßfunktion M auf die gemessene Eigenschaft (*P*) beim Meßobjekt (*u*) geliefert wird; formal: α□= M(P(u)). M wird in CS je nach Art der zugrundeliegenden Messung durch M_d oder M_i interpretiert (vgl. 3.2.5). Die SR von Kardinalia in Maßkonstruktionen beinhaltet aufgrund dieser Struktur von α eine Komponente π mit $\pi = P(u)$:

SR: $\lambda M\, \lambda\pi\, \lambda Q\ (\text{ANZ}(M(\pi), \mathbf{n}) \wedge Q(\pi))$

Die Spezifizierung von *P* wird in Maßkonstruktionen durch den semantischen Beitrag des Designats der gemessenen Eigenschaft geleistet; eine Konstruktion wie <u>vier Grad Wärme</u> erhält beispielsweise die folgende Repräsentation:

$$\lambda Q\, \exists\pi\exists u\ (\text{TEMPERATUR\_VON}'(u,\pi) \wedge \text{ANZ}(\text{Grad}(\pi), \text{vier}) \wedge Q(\pi))\ .$$

Nach dieser Analyse haben Kardinalia in Maßkonstruktionen die gleiche semantische Struktur wie in Zählkonstruktionen. Man kann daher die folgende, generelle SR für Kardinalia definieren; *z* steht hier für die oben definierten Entitäten *u* (in Zählkonstruktionen) bzw. π (in Maßkonstruktionen) und *W* entsprechend für eine Individuierungsfunktion *V* bzw. eine Maßfunktion *M*:

SR: $\lambda W\ \lambda z\ \lambda Q\ (ANZ(W(z),\mathbf{n}) \wedge Q(z))$

Der vorgestellte Ansatz ermöglicht damit eine einheitliche Repräsentation von Kardinalia nicht nur in zwei- und dreigliedrigen Zählkonstruktionen, sondern auch in Zähl- und Maßkonstruktionen, ohne dabei jedoch die spezifischen Charakteristika der verschiedenen Konstruktionstypen zu negieren. Während sich Zählkonstruktionen durch die explizite oder implizite Angabe der Individuierungsfunktion *V* unterscheiden, zeichnen sich Maßkonstruktionen demgegenüber durch den Einbezug einer gemessenen Eigenschaft *P* und einer Maßfunktion *M* aus: Die gezählte Menge α entsteht anders als in Zählkonstruktionen nicht durch die Anwendung einer Individuierungsfunktion auf ein Aggregat (α = V(u)), sondern ist eine Menge von Maßobjekten und wird durch eine Maßfunktion geliefert, die auf eine Eigenschaft des Meßobjekts zugreift (α = M(P(u))).[33] Im Gegensatz zu anderen Ansätzen geht die vorgestellte Analyse damit von einer generellen, einheitlichen Repräsentation für Kardinalia aus (und benötigt - damit einhergehend - nur eine einzige, wohldefinierte Abbildungsfunktion *ANZ*), und kann dennoch die Unterschiede berücksichtigen, die zwischen Klassifikator- und Pluralkonstruktionen, Numeralklassifikatoren und Mensurativa sowie dem Status der gemessenen Eigenschaft in Zähl- und Maßkonstruktionen bestehen.

Neben Konstruktionen, in denen zu Kardinale und Mensurativ eine Bezeichnung für die gemessene Eigenschaft tritt („4 kg Gewicht“), sind - bei direkter Messung - auch solche möglich, bei denen ein Designat des Meßobjekts an dieser Stelle steht („4 kg Birnen“; vgl. 4.1.1.2). In der semantischen Repräsentation ist in diesen Konstruktionen die Variable für das Meßobjekt λ-gebunden, während *P* existenzquantifiziert ist:

$\lambda M\ \lambda u\ \lambda Q\ \exists P\ (ANZ(M(P(u)),\mathbf{n}) \wedge Q(u))$

Das Fügungspotential des Kardinales ändert sich hierdurch nicht, da *u* ebenso wie π eine Variable über Terme ist. Die Leerstelle für *u* kann daher nur durch N_{tn} oder pluralische N_n, nicht aber durch bloße, numerusunmarkierte N_n besetzt werden (vgl. 4.1.1.2). (29) gibt ein Beispiel für die Repräsentation einer solchen Konstruktion:

(29) zwei Pfund Ziegenkäse: $\lambda Q\ \exists P \exists u\ (ZIEGENKÄSE'(u) \wedge ANZ(Pfund(P(u)),zwei) \wedge Q(u))$

4.2.3 Ordinal-Konstruktionen

In Ordinalkonstruktionen wird ein Numerale einem Element *u* einer Sequenz α zugewiesen und gibt so den Stellenwert von *u* in α an. Als zentrale Komponente der SR von Ordinalia nehme ich daher eine Funktion NU_{ord} an, die in CS durch die oben definierte Funktion Nu_{ord} interpretiert wird (vgl. Definition 11). Auf dieser Grundlage ergibt sich der folgende Eintrag für Ordinalia:

SR: $\lambda u\ (\lambda\alpha)\ \lambda Q\ (NU_{ord}\ (u,\alpha,\mathbf{n}) \wedge Q(u))$

Da *u* durch die Angabe seines Stellenwertes in α eindeutig bestimmt wird, wird bei einer Verbindung des Ordinales mit der Bezeichnung für *u* die entsprechende Variable durch den Iota-Operator gebunden und damit als definit ausgewiesen.[34] Die Charakterisierung der Menge α, in der das Meßobjekt *u* Element ist, bleibt in Ordinalkonstruktionen meist unausgedrückt, sie ergibt sich bereits aus der Bestimmung von *u*. Die Variable α wird in diesem Fall existenzquantifiziert; der enge Zusammenhang zu der Charakterisierung von *u* kann dabei durch die asymmetrische Verknüpfung mit „:“ (etwa „derart, daß“; vgl. Bierwisch 1988, Zimmermann 1992) erfaßt werden. (30) gibt ein Beispiel für die Repräsentation einer einfachen Ordinalkonstruktion:

(30) der dritte Mann: $\iota u\ \exists\alpha\ (MANN^1(u) : NU_{ord}\ (u,\alpha,drei))$

4.2.4 <u>Nummer</u>-Konstruktionen

Durch <u>Nummer</u>-Konstruktionen kann das Konzept nominaler oder ordinaler Numerierung ausgedrückt werden. Anders als in Ordinalkonstruktionen treten #-Numeralia in Verbindung mit einem speziellen Lexem <u>Nummer</u> auf. Das Numerale selbst erscheint in seiner Basisform:

SR: **n** (die SR des Numerales „vier“ wäre beispielsweise: vier)

Mit Hilfe des Nomens <u>Nummer</u> werden diese Elemente der Zählsequenz dann in Identifikations- oder Stellenwertangaben integriert. Die Komponente NU wird somit durch die SR von <u>Nummer</u> geliefert, die eine Leerstelle für das Numerale eröffnen muß. Zu der resultierenden Konstruktion tritt schließlich ein Nomen, das das Meßobjekt charakterisiert. <u>Nummer</u> erhält damit folgenden Eintrag:

SR: $\lambda n\ \lambda B\ \iota u\ \exists\alpha\ (B'(u) : NU\ (u,\alpha,n)))$

In Verbindung mit einem Numerale (d.h. bei Belegung der Leerstelle λn) und einem Nomen, das sich auf das Meßobjekt bezieht, erhält man z.B. die folgende Konstruktion:

(31) Spieler Nummer zehn: $\iota u\ \exists\alpha\ (SPIELER'(u) : NU\ (u,\alpha,zehn))$

Die semantische Repräsentation von <u>Nummer</u>-Konstruktionen entspricht damit weitgehend der von Ordinalkonstruktionen: Ebenso wie in Ordinal- wird auch in <u>Nummer</u>-Konstruktionen die Menge α, der das Meßobjekt angehört, im allgemeinen nicht explizit angegeben, die betreffende Variable ist daher in der SR existenzquantifiziert. Eine ähnliche Übereinstimmung liegt bei der Bindung von *u* vor: Auch in Nummer-Konstruktionen ist das Meßobjekt durch die zugrundeliegende Messung eindeutig bestimmt, *u* ist daher als definit ausgewiesen und in der SR durch den Iota-Operator gebunden. Der Definitartikel tritt in Nummer-Konstruktionen seltener als in Ordinalkonstruktionen explizit auf; Nummer-Konstruktionen ähneln darin Eigennamen. In der semantischen Repräsentation wird dies dadurch erfaßt, daß die Definitheit bereits durch Nummer und nicht erst durch den Beitrag des Definitartikels geliefert wird.

In elliptischen Konstruktionen kann Nummer entfallen (vgl. 4.1.3), die SR von Nummer ist dann in die des Numerales integriert. Wird das Meßobjekt nicht explizit bezeichnet, so ist die SR von Nummer auf die Funktion NU reduziert. (32) und (33) illustrieren verkürzte Konstruktionen:

(32) Raum sechzehn: $\iota u\ \exists\alpha\ (\text{RAUM}'(u) : \text{NU}(u,\alpha,\text{sechzehn}))$

(33) Nummer vier: $\iota u\ \exists\alpha\ (\text{NU}(u,\alpha,\text{vier}))$

Nummer-Konstruktionen können sich auf beide der oben diskutierten Arten von Numerierung beziehen, NU kann daher in CS sowohl durch Nu_{ord} als auch durch Nu_{nom} interpretiert werden. Nummer-Konstruktionen können demnach Ordinalkonstruktionen ersetzen, sind jedoch anders als diese nicht auf das Konzept der ordinalen Numerierung festgelegt, sondern können auch zum Ausdruck nominaler Numerierung dienen. (31) (oben) und (34) illustrieren diese beiden Möglichkeiten von Nummer-Konstruktionen: Während in (31) das Numerale zur Identifizierung des Meßobjekts dient und somit rein nominal, als *label* gebraucht wird, dient (34) zum Ausdruck ordinaler Numerierung. Die Paraphrase verdeutlicht dies: Mit (34) soll üblicherweise eine Aussage gemacht werden, die gerade nicht durch (34a) (nominal), sondern eher durch (34b) oder - etwas umständlich - durch (34b´) und damit eindeutig ordinal paraphrasiert werden könnte:

(34) Du bist die Nummer eins in meinem Leben.

⇒ (34a) „Ich gebrauche die „eins“, um Dich unter den Personen in meinem Leben identifizieren zu können.“

⇒ (34b) „Du hast unter den Personen in meinem Leben den ersten Rang inne.“

⇒ (34b´) „Der Stellenwert, der Dir in Bezug auf Deine Wichtigkeit in meinem Leben zukommt, entspricht dem, den die „eins“ in Bezug auf die Ordnung durch „$<$“ in $\mathbf{N}$ innehat.“

5 Fazit

Die vorliegende Untersuchung hat gezeigt, inwieweit konzeptuelle, semantische und syntaktische Strukturen von Numeralkonstruktionen zueinander in Bezug gesetzt werden können: Basierend auf den Überlegungen zu Komponenten und Status des Zahlkonzepts wurden semantische Repräsentationen für verschiedene Typen von Numeralkonstruktionen entwickelt, die auf der einen Seite das syntaktische Fügungspotential der betreffenden Ausdrücke berücksichtigen, während sie auf der anderen Seite durch die im dritten Abschnitt definierten Konzepte interpretiert werden. Die semantischen Repräsentationen der hier behandelten Konstruktionen zeigen damit, *welche* Komponenten des Zahlkonzepts sprachlich *wie* ausgedrückt werden; sie identifizieren durch die Markierung von Leerstellen in der Argumentstruktur das Fügungspotential der verschiedenen Numeralklassen und setzen mithilfe semantischer Konstanten in der SR ihr Referenzpotential fest. Abbildung 9 faßt die Modellierung der verschiedenen Numeralklassen zusammen:

[hier Abbildung 9]

Die Abbildung illustriert die Zusammenhänge zwischen den einzelnen Bereichen: Syntaktisch z.T. sehr unterschiedliche Typen von Numeralkonstruktionen können auf semantischer Ebene zueinander in Beziehung gesetzt werden, indem sie als Ausdruck verschiedener Komponenten des Zahlkonzepts analysiert wurden, die auf derselben Sequenz **N** fußen. Die gemeinsame Basis von Kardinalia, Ordinalia und <u>Nummer</u>-Konstruktionen besteht in ihrem Bezug zur Zählsequenz; sämtliche Numeralia enthalten in ihrer SR eine Komponente *n*, die durch Elemente von **N** belegt wird. Die Unterschiede zwischen den Numeralklassen ergeben sich aus der Art der Verknüpfung von *n* mit den Meßobjekten; diese manifestiert sich im Auftreten unterschiedlicher Funktionen in ihrer SR, die einerseits auf verschiedene Arten der Messung verweisen und andererseits zur Ausbildung des Fügungspotentials der einzelnen Numeralklassen beitragen.

Die Untersuchung zu den involvierten Konzepten folgte dabei der eingangs vorgestellten Klassifikation verschiedener Arten der Messung als der Abbildung von Objekten auf Zahlen unter Rekurs auf je unterschiedliche Aspekte des Systems **N**. Auf dieser Basis wurden verschiedene, miteinander verknüpfte und aufeinander aufbauende numerische Konzepte definiert, deren Erwerb jeweils auf dem Erlernen bestimmter Meßverfahren basiert. Die Definitionen konnten dabei durch Ergebnisse aus der kognitiven Psychologie gestützt werden, die durch empirische Belege zur Ausbildung konzeptueller Strukturen Hinweise auf die interne Struktur der Domäne <u>N</u> gaben und Evidenz für die verschiedenen Komponenten des Zahlkonzepts und ihre Merkmale lieferten.

Durch Rekurs auf eine sehr fundamentale, die Numeralsequenz repräsentierende Basiskomponente **N** konnten in die semantische Analyse neben Kardinalkonstruktionen problemlos auch Ordinal- und Nummer-Konstruktionen einbezogen werden, die bei der Modellierung von Numeralkonstruktionen im allgemeinen vernachlässigt werden. Vor diesem Hintergrund war es möglich, gemeinsame konzeptueller Bezugspunkte verschiedener Typen von Numeralkonstruktionen aufzuzeigen und die ihnen zugrundeliegenden Meßarten in einem einheitlichen Rahmen zu behandeln, ohne ihre spezifischen Charakteristika zu negieren. Kardinalia, Ordinalia und #-Numeralia wurden als Lexemklassen analysiert, die durch ihren Bezug zur Zählsequenz zwar in Kernaspekten ihrer Bedeutung übereinstimmen, mit den Elementen dieser Sequenz jedoch in unterschiedlicher Weise verknüpft sind und infolgedessen zum Ausdruck unterschiedlicher Meßarten dienen und ein jeweils spezifisches Fügungspotential aufweisen.

Literaturnachweis

Allan, Keith (1980): Nouns and Countability. In: Language 56;3: 541-567.

Baroody, Arthur J. (1993): The Relationship Between the Order-Irrelevance Principle and Counting Skill. In: Journal for Research in Mathematics Education 24;5: 415-427.

Bartsch, Renate (1973): The Semantics and Syntax of Number and Numbers. In: Kimball, J. P. (Hg.): Syntax and Semantics 2. New York: Seminar Press. Band 2; S.51-93.

Bierwisch, Manfred (1983): Semantische und konzeptuelle Repräsentation lexikalischer Einheiten. In: Ruzicka, Rudolf / Motsch, Wolfgang (Hg.): Untersuchungen zur Semantik. Berlin. S.61-99.

Bierwisch, Manfred (1987): Dimensionsadjektive als strukturierender Ausschnitt des Sprachverhaltens. In: Bierwisch / Lang (Hg.) (1987): S.1-28.

Bierwisch, Manfred (1988): On the Grammar of Local Prepositions. In: ders. / Motsch, Wolfgang / Zimmermann, Ilse (Hg.): Syntax, Semantik und Lexikon. Berlin. S.1-65.

Bierwisch, Manfred / Lang, Ewald (Hg.) (1987): Grammatische and konzeptuelle Aspekte von Dimensionsadjektiven. Berlin.

Dedekind, Richard (1887): Was sind und was sollen die Zahlen? Braunschweig: Viehweg.

Dölling, Johannes (1992): Flexible Interpretation durch Sortenverschiebung. In: Zimmermann / Strigin (Hg.) (1992): S. 23-62.

Durkin, Kevin et al. (1986): The Social and Linguistic Context of Early Number Word Use. In: British Journal of Developmental Psychology 4: 269-288.

Egli, Urs (1991): (In)definite Nominalphrase und Typentheorie. Arbeitspapier Nr. 27 der Fachgruppe Sprachwissenschaft der Universität Konstanz; Forschergruppe „Lexikon“. Konstanz.

Eschenbach, Carola (1993): Struktur- und Quantitätsbezug. Zähl- und Maßangaben in Wissens- und Sprachverarbeitung. Diss., Univ. Hamburg.

Fischer, Florence E. / Beckey, Robert D. (1990): Beginning Kindergartners' Perception of Number. In: Perceptual and Motor Skills 70;2: 419-425.

Frege, Gottlob (1884): Die Grundlagen der Arithmetik. Eine logisch mathematische Untersuchung über den Begriff der Zahl. Wilhelm Koebner: Breslau.

Frege, Gottlob (1893): Grundgesetze der Arithmetik. Begriffsschriftlich abgeleitet. Band 1. Jena.

Fuson, Karen C. / Hall, James W. (1983): The Acquisition of Early Number Word Meanings: A Conceptual Anlysis and Review. In: Ginsburg, Herbert P. (Hg.): The Development of Mathematical Thinking. New York u.a.: Academic Press. S.49-107.

Fuson, Karen C. / Richards, John / Briars, Diane J. (1982): The Acquisition and Elaboration of the Number Word Sequence. In: Brainerd, Charles J. (Hg.): Children's Logical and Mathematical Cognition. New York: Springer. S.33-92.

Gallistel, Charles R. / Gelman, Rochel (1978): The Child´s Understanding of Number. Cambridge, Mass.

Gallistel, Charles R. / Gelman, Rochel (1990): The What and How of Counting. In: Cognition 34;2: 197-199.

Gelman, Rochel (1990): First Principles Organize Attention to and Learning about Relevant Data: Number and the Animate-Inanimate Distinction as Examples. In: Cognitive Science 14;1: 79-106.

Greenberg, Joseph H. (1974): Numeral Classifiers and Substantival Number: Problems in the Genesis of a Linguistic Type. In: Heilmann, Luigi (Hg.): Proceedings of the 11th International Congress of Linguists Bologna-Florence, Aug. 28 - Sept. 2, 1972. Bologna: Mulino. S.17-37.

Greeno, James G. (1991): Number Sense As Situated Knowing in a Conceptual Domain. In: Journal for Research in Mathematics Education 22;3: 170-218.

Higginbotham, James (1985): On Semantics. In: Linguistic Inquiry 16;4: 547-593.

Hofstadter, Douglas R. (1985): On Number Numbness. In: ders.: Metamagical Themas: Questing for the Essence of Mind and Pattern. New York: Basic Books. S.115-135.

Hurford, James, R. (1987): Language and Number: The Emergence of a Cognitive System. Blackwell: Oxford.

Jackendoff, Ray (1990): Semantic Structures. Cambridge, Mass.: MIT Press.

Krifka, Manfred (1989): Nominalreferenz und Zeitkonstitution. Zur Semantik von Massentermen, Pluraltermen und Aspektklassen. Finke: München.

Krifka, Manfred (1991): Massennomina. In: Stechow / Wunderlich (Hg.) (1991): S.399-417.

Lang, Ewald (1987): Semantik der Dimensionsauszeichnung räumlicher Objekte. In: Bierwisch / Lang (Hg.) (1987): S.287-458.

Liddle, Ian / Wilkinson, J. Eric (1987): The Emergence of Order and Class Aspects of Number in Children: Some Findings From a Longitudinal Study. In: British Journal of Educational Psychology 57;2: 237-243.

Link, Godehard (1983): The Logical Analysis of Plurals and Mass Terms: A Lattice-theoretical Approach. In: Bäuerle, Reiner / Schwarze, Christoph / von Stechow, Arnim (Hg.): Meaning, Use, and Interpretation of Language. Berlin, New York. S.302-323.

Link, Godehard (1991): Plural. In: Stechow / Wunderlich (Hg.) (1991): S.418-440.

Marx, Melvin H. (1989): Elementary Counting of Cardinal and Ordinal Numbers by Persons With Mental Retardation. In: Perceptual and Motor Skills 68;3(2): 1176-1178.

Menninger, Karl (1979[3]): Zahlwort und Ziffer. Eine Kulturgeschichte der Zahl. Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht.

Miller, Kevin F. (1992): What a Number Is: Mathematical Foundations and Developing Number Concepts. In: Campbell, Jamie I. D. (Hg.): The Nature and Origins of Mathematical Skills. Amsterdam. [= Advances in psychology, 91]. S.3-38.

Orth, Bernhard (1983): Grundlagen des Messens. In: Feger, H. et al. (Hg.): Messen und Testen. Göttingen. S.136-180.

Parsons, Terence (1968): An Analysis of Mass Terms and Amount Terms. In: Foundations of Language 6: 363-388.

Partee, Barbara Hall (1986): Noun Phrase Interpretation and Type-Shifting Principles. In: Groenendijk, Jeroen et al. (Hg.): Studies in Discourse Representation Theory and the Theory of Generalized Quantifiers (GRASS 7). Dordrecht: Foris. S.115-143.

Pustejovsky, James (1991): The Generative Lexicon. In: Computational Linguistics 17;4: 409-441.

Rumbaugh, Duane M. (1990): Comparative Psychology and the Great Apes: Their Competence in Learning, Language, and Numbers. In: Psychological Record 40;1: 15-39.

Russell, Bertrand (1905): On Denoting. In: Mind 14: 479-493.

Seiler, Hansjakob / Lehmann, Christian (Hg.) (1982): Apprehension. Das sprachliche Erfassen von Gegenständen. Teil 1: Bereich und Ordnung der Phänomene. Tübingen: Narr.

Serzisko, Fritz (1982): Temporäre Klassifikation. Ihre Variationsbreite in Sprachen mit Zahlklassifikatoren. In: Seiler / Lehmann (Hg.) (1982): S.147-159.

Simons, Dietrich (1981): Vergleichende Betrachtung über die Genese des Zahlbegriffs. In: Psychologische Beiträge 23: 595-617.

Stechow, Arnim von / Wunderlich, Dieter (Hg.) (1991): Semantik. Berlin, New York: de Gruyter.

Stevens, Patricia Joy (1992): The Mental Representation of Number in Young Children: Pictures, Actions, and Language. Diss.: City University of New York.

Suppes, Patrick / Zinnes, Joseph L. (1963): Basic Measurement Theory. In: Luce, R. et al. (Hg.): Handbook of Mathematical Psychology. New York, London: Wiley. Bd.1, S.3-76.

Wiese, Heike (1995a): Zahl und Numerale. Analyse natürlichsprachlicher Numeralkonstruktionen. In: Max, Ingolf / Stelzner, Werner (Hg.): LOGIK UND MATHEMATIK. Frege-Kolloquium 1993. Berlin, New York: de Gruyter. S.220-232.

Wiese, Heike (1995b): „Nellie Einhorn." ist kein wohlgeformter Satz des Deutschen. Zum Ausdruck von Begriff und Gegenstand durch Nominalkonstruktionen natürlicher Sprachen. Erscheint in: Meggle, Georg / Steinacker, Peter (Hg.) (voraussichtl.1995): ANALYOMEN 2 - Proceedings of the 2nd Conference *Perspectives in Analytical Philosophy*, Leipzig, September 7-10, 1994. Berlin, New York: de Gruyter.

Wiese, Heike (1995c): What´s in a Singular Noun? Semantics of Nouns and Nominal Number. Ms., Berlin.

Wiese, Heike (1995d): Der Status von Numeralia. Vortrag, S&P 3, Rendsburg, 2.-6.10.1995.

Wynn, Karen (1990): Children´s Understanding of Counting. In: Cognition 36;2: 155-193.

Wynn, Karen (1992): Children´s Acquisition of the Number Words and the Counting System. In: Cognitive Psychology 24: 220-251.

Zimmermann, Ilse (1987): Zur Syntax von Komparationsstrukturen. In: Bierwisch / Lang (Hg.) (1987): S.29-90.

Zimmermann, Ilse (1992): Der Skopus von Modifikatoren. In: dies. / Strigin (Hg.) (1992): S.251-279.

Zimmermann, Ilse / Strigin, Anatoli (Hg.) (1992): Fügungspotenzen. Zum 60.Geburtstag von Manfred Bierwisch. Berlin: Akademie-Verlag.

Anhang: *Definition der Numeralsequenz N des Deutschen*

A. Generierung von N durch induktive Definition

$\mathsf{N} = \mathsf{N}_E \cup \mathsf{N}_Z \cup \mathsf{N}_H \cup \mathsf{N}_T \cup \mathsf{N}_M$; $\mathsf{N}_\alpha = \mathsf{N}_{\alpha S} \cup \mathsf{N}_{\alpha A}$ (für alle $\alpha \in \{Z,H,T,M\}$)

Basis: N_E = {eins, zwei, drei, vier, fünf, sechs, sieben, acht, neun}, $\mathsf{N}_E \subset \mathsf{N}$

Aufbau:

1. Bildung der „Zehner"-Klasse: $\mathsf{N}_Z \subset \mathsf{N}$
  1.1 Wenn $\alpha \in \mathsf{N}_E$, dann $N1(\alpha) \in \mathsf{N}_{ZS}$, wobei $N1(\alpha)$ = αzig.
  1.2 Wenn $\alpha \in \mathsf{N}_{ZS}$ und $\beta \in \mathsf{N}_E$, dann $N2(\alpha,\beta) \in \mathsf{N}_{ZA}$, wobei $N2(\alpha,\beta)$ = β-und-α.

2. Bildung der „Hunderter"-Klasse: $\mathsf{N}_H \subset \mathsf{N}$
  2.1 Wenn $\alpha \in \mathsf{N}_E$, dann $N3(\alpha) \in \mathsf{N}_{HS}$, wobei $N3(\alpha)$ = αhundert.
  2.2 Wenn $\alpha \in \mathsf{N}_{HS}$ und $\beta \in \mathsf{N}_E \cup \mathsf{N}_Z$, dann $N4(\alpha,\beta) \in \mathsf{N}_{HA}$, wobei $N4(\alpha,\beta) = \alpha\beta$.

3. Bildung der „Tausender"-Klasse: $\mathsf{N}_T \subset \mathsf{N}$
  3.1 Wenn $\alpha \in \mathsf{N}_E \cup \mathsf{N}_Z \cup \mathsf{N}_H$, dann $N5(\alpha) \in \mathsf{N}_{TS}$, wobei $N5(\alpha)$ = αtausend.
  3.2 Wenn $\alpha \in \mathsf{N}_{TS}$ und $\beta \in \mathsf{N}_E \cup \mathsf{N}_Z \cup \mathsf{N}_H$, dann $N6(\alpha,\beta) \in \mathsf{N}_{TA}$, wobei $N6(\alpha,\beta) = \alpha\beta$.

4. Bildung der „Millionen"-Klasse: $\mathsf{N}_M \subset \mathsf{N}$
  4.1 Wenn $\alpha \in \mathsf{N}$, dann $N7(\alpha) \in \mathsf{N}_{MS}$, wobei $N7(\alpha)$ = α Millionen.
  4.2 Wenn $\alpha \in \mathsf{N}_{MS}$; $\beta \in \mathsf{N}_E \cup \mathsf{N}_Z \cup \mathsf{N}_H \cup \mathsf{N}_T$, dann $N8(\alpha,\beta) \in \mathsf{N}_{MA}$, wobei $N8(\alpha,\beta) = \alpha\beta$.

B. Ordnung von N: Definition einer Relation (N;<)

„<" sei eine totale, zweistellige Funktion auf N, deren Argumentbereich geordnete Paare $\langle n,m \rangle$ mit $n,m \in \mathsf{N}$ sind und deren Wertebereich die Wahrheitswerte *w,f* sind.[35] Damit Elemente der Klassen $\mathsf{N}_{\alpha S}$ und der Klassen $\mathsf{N}_{\alpha A}$ (mit $\alpha \in \{Z, H, T, M\}$) jeweils gemeinsam unter N_α behandelt werden können, gelte der Übersichtlichkeit halber die folgende Vereinbarung: Für alle Generierungsregeln $N\nu$ von N, mit $\nu \in \{2,4,6,8\}$ gelte: $<(\varnothing,n)$ für alle $n \in \mathsf{N}$, und $N\nu(\alpha,\beta) = \alpha$, wenn $\beta = \varnothing$.

Fallunterscheidung:

1. $n \in \mathsf{N}_E$
    1.1. $m \in \mathsf{N}_E$
        1.1.1. n = eins: n<m gdw m ∈ {zwei, drei, vier, fünf, sechs, sieben, acht, neun}
        1.1.2. n = zwei: n<m gdw m ∈ {drei, vier, fünf, sechs, sieben, acht, neun}
        1.1.3. n = drei: n<m gdw m ∈ {vier, fünf, sechs, sieben, acht, neun}
        1.1.4. n = vier: n<m gdw m ∈ {fünf, sechs, sieben, acht, neun}
        1.1.5. n = fünf: n<m gdw m ∈ {sechs, sieben, acht, neun}
        1.1.6. n = sechs: n<m gdw m ∈ {sieben, acht, neun}
        1.1.7. n = sieben: n<m gdw m ∈ {acht, neun}

1.1.8. n = acht: $n<m$ gdw $m \in \{\text{neun}\}$

1.1.9. n = neun: $<(n,m) = f$

1.2. $m \notin \mathbf{N}_E$: $<(n,m) = f$

2. $n \in \mathbf{N}_Z$, also: $n = N2(N1(\alpha),\beta)$ mit $\alpha \in \mathbf{N}_E$ und $\beta \in \mathbf{N}_E \cup \{\emptyset\}$

2.1 $m \in \mathbf{N}_E$: $<(n,m) = f$.

2.2 $m \in \mathbf{N}_Z$, also: $m = N2(N1(\gamma), \delta)$ mit $\gamma \in \mathbf{N}_E$ und $\delta \in \mathbf{N}_E \cup \{\emptyset\}$

2.2.1 $\alpha < \gamma$: $n < m$

2.2.2 $\gamma < \alpha$: $<(n,m) = f$

2.2.3 $\alpha = \gamma$: $n < m$ gdw $\beta < \delta$

2.3 $m \in \mathbf{N}\text{-}(\mathbf{N}_E \cup \mathbf{N}_Z)$: $n < m$

3. $n \in \mathbf{N}_H$, also: $n = N4(N3(\alpha),\beta)$ mit $\alpha \in \mathbf{N}_E$ und $\beta \in \mathbf{N}_E \cup \mathbf{N}_Z \cup \{\emptyset\}$

3.1 $m \in \mathbf{N}_E \cup \mathbf{N}_Z$: $<(n,m) = f$

3.2 $m \in \mathbf{N}_H$, also: $m = N4(N3(\gamma), \delta)$ mit $\gamma \in \mathbf{N}_E$ und $\delta \in \mathbf{N}_E \cup \mathbf{N}_Z \cup \{\emptyset\}$

3.2.1 $\alpha < \gamma$: $n < m$

3.2.2 $\gamma < \alpha$: $<(n,m) = f$

3.2.3 $\alpha = \gamma$: $n < m$ gdw $\beta < \delta$

3.3 $m \in \mathbf{N}\text{-}(\mathbf{N}_E \cup \mathbf{N}_Z \cup \mathbf{N}_H)$: $n < m$

4. $n \in \mathbf{N}_T$, also: $n = N6(N5(\alpha),\beta)$mit $\alpha \in \mathbf{N}_E \cup \mathbf{N}_Z \cup \mathbf{N}_H$ und $\beta \in \mathbf{N}_E \cup \mathbf{N}_Z \cup \mathbf{N}_H \cup \{\emptyset\}$

4.1 $m \in \mathbf{N}_E \cup \mathbf{N}_Z \cup \mathbf{N}_H$: $<(n,m) = f$

4.2 $m \in \mathbf{N}_T$, also: $m = N6(N5(\gamma), \delta)$ mit $\gamma \in \mathbf{N}_E \cup \mathbf{N}_Z \cup \mathbf{N}_H$ und $\delta \in \mathbf{N}_E \cup \mathbf{N}_Z \cup \mathbf{N}_H \cup \{\emptyset\}$

4.2.1 $\alpha < \gamma$: $n < m$

4.2.2 $\gamma < \alpha$: $<(n,m) = f$

4.2.3 $\alpha = \gamma$: $n < m$ gdw $\beta < \delta$

4.3 $m \in \mathbf{N}\text{-}\mathbf{N}_E \cup \mathbf{N}_Z \cup \mathbf{N}_H \cup \mathbf{N}_T$: $n < m$

5. $n \in \mathbf{N}_M$, also: $n = N8(N7(\alpha),\beta)$ mit $\alpha \in \mathbf{N}$ und $\beta \in \mathbf{N}_E \cup \mathbf{N}_Z \cup \mathbf{N}_H \cup \mathbf{N}_T \cup \{\emptyset\}$

5.1 $m \in \mathbf{N}_E \cup \mathbf{N}_Z \cup \mathbf{N}_H \cup \mathbf{N}_T$: $<(n,m) = f$

5.2 $m \in \mathbf{N}_M$, also: $m = N8(N7(\gamma), \delta)$ mit $\gamma \in \mathbf{N}$ und $\delta \in \mathbf{N}_E \cup \mathbf{N}_Z \cup \mathbf{N}_H \cup \mathbf{N}_T \cup \{\emptyset\}$

5.2.1 $\alpha < \gamma$: $n < m$

5.2.2 $\gamma < \alpha$: $<(n,m) = f$

5.2.3 $\alpha = \gamma$: $n < m$ gdw $\beta < \delta$

C. Überführung von $\mathbf{N}$ in $\mathbb{N}$: Definition einer Funktion ρ: $\mathbf{N} \to \mathbb{N}$

1. wenn $\alpha \in \mathbf{N}_E$, dann $\rho(\alpha) = \alpha$.

2. wenn $\alpha \in \mathbf{N}_{ZS}$ mit $\alpha = N1(\beta)$,
dann $\rho(\alpha) = \alpha'$ mit $\alpha' =$

zehn,	wenn β = eins
zwanzig,	wenn β = zwei
dreißig,	wenn β = drei
sechzig,	wenn β = sechs
siebzig,	wenn β = sieben
α	sonst

3. wenn $\alpha \in \mathbf{N}_{ZA}$ mit $\alpha = N2(\beta,\gamma)$ und $\rho(\beta) = \beta'$,
   dann $\rho(\alpha) = \alpha'$ mit $\alpha' =$

   wenn β' = zehn:

elf,	wenn γ = eins
zwölf,	wenn γ = zwei
sechzehn,	wenn γ = sechs
siebzehn,	wenn γ = sieben
$\gamma\beta'$	sonst

   wenn $\beta' \neq$ zehn:

einund-β',	wenn γ = eins
$N2(\beta',\gamma)$	sonst [36]

4. wenn $\alpha \in \mathbf{N}_{HS}$ mit $\alpha = N3(\beta)$,
   dann $\rho(\alpha) = \alpha'$ mit $\alpha' =$

einhundert,	wenn β = eins
α	sonst

5. wenn $\alpha \in \mathbf{N}_{HA}$ mit $\alpha = N4(\beta,\gamma)$ und $\rho(\beta) = \beta'$, $\rho(\gamma) = \gamma'$,
   dann $\rho(\alpha) = \alpha'$ mit $\alpha' = N4(\beta',\gamma')$.
6. wenn $\alpha \in \mathbf{N}_{TS}$ mit $\alpha = N5(\beta)$ und $\rho(\beta) = \beta'$,
   dann $\rho(\alpha) = \alpha'$ mit $\alpha' =$

eintausend,	wenn β' = eins
$N5(\beta')$	sonst

7. wenn $\alpha \in \mathbf{N}_{TA}$ mit $\alpha = N6(\beta,\gamma)$ und $\rho(\beta) = \beta'$, $\rho(\gamma) = \gamma'$,
   dann $\rho(\alpha) = \alpha'$ mit $\alpha' = N6(\beta',\gamma')$.
8. wenn $\alpha \in \mathbf{N}_{MS}$ mit $\alpha = N7(\beta)$ und $\rho(\beta) = \beta'$,
   dann $\rho(\alpha) = \alpha'$ mit $\alpha' =$

eine Million,	wenn β' = eins
$N7(\beta')$	sonst

9. wenn $\alpha \in \mathbf{N}_{MA}$ mit $\alpha = N8(\beta,\gamma)$ und $\rho(\beta) = \beta'$, $\rho(\gamma) = \gamma'$,
   dann $\rho(\alpha) = \alpha'$ mit $\alpha' = N8(\beta',\gamma')$.

Für die Ordnung von $\mathbb{N}$ durch < gelte:

Für alle $\alpha', \beta' \in \mathbb{N}$ mit $\alpha' = \rho(\alpha)$ und $\beta' = \rho(\beta)$ [wobei $\alpha, \beta \in \mathbf{N}$]: $\alpha' < \beta'$ gdw $\alpha < \beta$

.

Anmerkungen

---

[1] Für die fruchtbare Diskussion anläßlich eines Vortrags der hier vorgestellten Thesen vor der „Arbeitsgruppe Strukturelle Grammatik“ (Berlin) im März 1995 danke ich den Teilnehmern. Mein besonderer Dank gilt Ilse Zimmermann für ihre konstruktive Kritik und viele hilfreiche Anregungen. Desweiteren danke ich Eckard Rolf und zwei anonymen Gutachtern für kritische Anmerkungen, die eine - wie ich hoffe - deutlichere Darstellung des hier entwickelten Ansatzes veranlaßt haben.

[2] Ein *Term* ist - kategorialgrammatisch gesprochen - ein Ausdruck der Kategorie *T* [= (t/(t/e))]. Terme sind somit vom Typ generalisierter Quantoren; die Klasse der Terme umfaßt sämtliche Nominalgruppen (Substantivgruppen, Pronominal- und Eigennamenkonstruktionen). Für die hier durchgeführte Untersuchung genügt die Feststellung, daß Terme auf syntaktischer Seite vollständige Nominalgruppen darstellen, während sie von semantischer Seite gesehen Ausdrücke sind, die Realisierungen eine Begriffs bezeichnen.

[3] Dies ist eine stark verkürzte Darstellung, in der beispielsweise Modus- und Tempusspezifizierungen vernachlässigt wurden.

[4] Bei einer solchen, radikalen Auffassung der Annahmen des sog. „Zwei-Ebenen-Modells“ kommt der Semantik primär eine Schnittstellenfunktion zu, der Gegensatz etwa zu Jackendoffs (1990) Modell ist mithin nicht so stark, wie es den Anschein haben könnte.

[5] Messung umfaßt selbstverständlich nicht nur die Abbildung auf natürliche, sondern z.B. auch auf rationale oder reelle Zahlen. Ich werde mich der Übersichtlichkeit halber hier auf die natürlichen Zahlen konzentrieren.

[6] Numerische Quantifizierung könnte vor dem Hintergrund dieser *common sense*-Ontologie in Bezug zur Messung i.e.S. gesetzt werden, indem sie als eine spezifische Form dieser Messung charakterisiert wird, bei der *m* mit *u* identisch ist: Da die gemessene Eigenschaft *P* hier die Mächtigkeit von *u* ist, gibt die Quantität von *u* - trivialerweise - die Ausprägung von *P* bei *u* an; bei der numerischen Quantifizierung erübrigt sich daher der Umweg über eine weitere, von *u* verschiedene Menge *m*.

[7] Möglicherweise gingen ursprünglich in die Wahl der jeweiligen Nummer noch ordinale Aspekte ein, indem etwa auf die Reihenfolge der Fertigstellung Bezug genommen wurde. Solche zusätzlichen Motivierungen der Zahlzuweisung sprechen jedoch prinzipiell nicht gegen eine Klassifizierung einer Numerierung als nominal: Wie bei jeder Benennung kann auch bei nominaler Numerierung das verwendete „label“ neben seiner identifizierenden Funktion noch auf andere Bereiche verweisen (So kann beispielsweise die Namensgebung eines Kindes zugleich etwas über das ästhetische Empfinden oder die ethnische Zugehörigkeit der Eltern aussagen.). Entscheidend für die Klassifizierung ist jedoch nicht die Motivierung, sondern die Funktion der „label“-Zuweisung.

[8] Darüber hinaus nehme ich für die Repräsentation nominaler Referenten eine weitere Domäne <u>B</u> („Begriffe“) an, die mit <u>A</u> und <u>M</u> (sowie evtl. mit weiteren Domänen, etwa <u>L</u>, <u>T</u> und <u>E</u>) durch eine Funktion *subs* („Subsumierung“ / „fällt unter“) verbunden ist. Elemente von <u>B</u> unterscheiden sich von Verb-Konzepten dadurch, daß sie selbst noch keine eigentlichen Prädikate repräsentieren, sondern erst in Verbindung mit *subs* die Merkmale von Funktionen aufweisen; <u>B</u>-Einheiten stellen demnach die „begriffliche“ Komponente von Prädikaten dar, das eigentlich prädikative Element wird erst durch *subs* geliefert. *subs* kann durch die Kopula ausgedrückt werden oder aber bei der Überführung von bloßen Nomen in *Terme* in die semantische Repräsentation der Nominalphrase eingehen (vgl. Fn. 27). Da der Fokus des vorliegenden Beitrags weniger auf Nominal-, als auf Numeralkonstruktionen liegt, werde ich hier auf die Charakterisierung von <u>B</u> nicht näher eingehen; vgl. Wiese (1995b;c) für eine ausführliche Diskussion.

[9] Letzteres gilt nur für voll ausgebildete Numeralsequenzen; solche mit nicht-rekursiver Struktur können dementsprechend nur bis zu einer bestimmten Grenze Zahlfunktionen erfüllen. Die Klassifizierung von Zählsequenzen als Sequenzen in Zahlfunktion kann hier nur skizziert werden; für eine ausführliche Diskussion vgl. Wiese (1995a; d).

[10] Diese Annahme wird unter anderem durch die Ergebnisse einer Untersuchung gestützt, die Durkin et al. (1986) zum Erwerb der Numeralsequenz bei Kindern durchgeführt haben: Anders als andere sprachliche Elemente lernen Kinder Numeralia anfangs nicht als referierende Ausdrücke kennen, sondern erwerben sie im Rahmen von „Zählspielen“, bei denen Numeralia nicht zur Bezeichnung von Entitäten dienen, sondern eine bestimmte Funktion im spielerischen Ablauf erfüllen, die der von Elementen eines Abzählreims ähnelt.

[11] Vgl. etwa die Arbeiten zum Zahlverständnis von Tieren bei Simons (1981) und Rumbaugh (1990).

[12] Wynn (1992) kommt bei ihren Untersuchungen zum Erwerb der Zählsequenz bei Kindern zu dem Schluß, daß „our initial concept of number is represented quite differently from the way the counting system represents number“ (S.220) und nennt diese frühen Konzepte die „accumulator representation of number“ (S.249).

[13] Wie in Bierwisch (1987:94f) vorgeschlagen, ist dabei anzunehmen, daß der Allquantor jeweils für einen gegebenen Bereich gültig ist.

[14] Vgl. Menninger (1979^3:57).

[15] Ich definiere der Übersichtlichkeit halber $\mathbf{N}_M$ als oberste Klasse und behandele damit „Million“ als letzte Rangschwelle, vernachlässige also „Milliarden“, „Billionen“ etc.

[16] Dies ist m.E. ein Vorteil gegenüber z.B. den Analysen bei Bartsch (1973), Krifka (1989;1991), Link (1991), Eschenbach (1993), die dieses Charakteristikum von Numeralia nicht erfassen, sondern in semantischen Repräsentationen Ziffern als mehr oder weniger undefinierte Primitiva verwenden, die für Zahlen stehen.

[17] Fuson et al. (1982:35); auf dieser Erwerbsstufe werden daher Numeralia mitunter mit Buchstaben des Alphabets vermischt, das zu diesem Zeitpunkt ähnlich wie die Numeralsequenz repräsentiert ist.
[18] Der Index verweist auf den Anwendungsbereich „Mathematik“. Ich beschränke mich hier auf positive ganze Zahlen. Als Designate ganzer Zahlen$_m$ dienen (Ziffern und) Numeralia, diese können somit neben ihrem Status als Elemente der oben definierten Sequenz auch als referierende Ausdrücke in mathematischen Aussagen auftreten.
[19] Zitiert nach Hurford (1987:160).
[20] Vgl. etwa Fischer / Beckey (1990) zur Ausprägung des ordinalen im Vergleich zum kardinalen Zahlkonzept bei Vorschulkindern; Marx (1989) stellt entsprechend bei geistig retardierten Kindern und Erwachsenen eine „consistently superior performance on cardinal numbers“ fest (S.1176).
[21] Fuson / Hall (1983:93) zitieren hierzu eine unveröffentlichte Studie von Sinclair (1980), nach der Kinder beispielsweise Begründungen wie die folgende für nominale Zahlzuweisungen geben: „The #2 bus is called that because it goes on two different streets.“
[22] Da *f* bei nominaler Numerierung jedoch ansonsten in ähnlicher Weise operiert wie bei ordinaler Numerierung und Anzahlzuweisungen, sind Fälle, in denen Objekte auf eine diskontinuierliche Abfolge von Numeralia abgebildet werden, eher selten; nominale Numerierung geht daher oft in ordinale über.
[23] Transnumerale Nomen sind solche, bei denen der Unterschied „Einheit vs. Vielheit“ nicht markiert ist, während bei Zählnomen die pluralische Form eine diskrete Vielheit ausdrückt, vgl. Greenberg (1974), Seiler / Lehmann (Hg.) (1982). Die Klassifizierung eines Nomens als numeral oder transnumeral ist nicht strikt lexikalisch festgelegt, sondern kann mit dem Kontext variieren (vgl. hierzu Parsons 1968; Allan 1980).
[24] Diese Konstruktion ist dann akzeptabel, wenn Birne in transnumeraler Verwendung verstanden wird und etwa das Fruchtfleisch von Birnen bezeichnet. Wird das Nomen numeral gebraucht, so bezeichnet in nicht-pluralischer Verwendung erst die Verbindung aus Nomen und Artikel das Meßobjekt; diese Konstruktion wird der Konstituente aus Kardinale und Mensurativ nicht unmittelbar angeschlossen, vgl.: „eine Birne *von* 400g“; „eine 400g *schwere* Birne“.
[25] In vielen Sprachen, die überwiegend N_n besitzen, sind Mensurativa generell numerusmarkiert. Zur Unterscheidung von Numeralklassifikatoren und Mensurativa vgl. auch Serzisko (1982) .
[26] Transnumerale Abstrakta sind hierbei nicht berücksichtigt; diese denotieren vermutlich in Term-Verwendung Ereignisse, ihre konzeptuellen Repräsentanten liegen demnach in E.
[27] Eine Anmerkung zum Status von „B“: „B“ ist die Basisform nominaler Repräsentanten. Im Rahmen des hier vertretenen Ansatzes werden diese nicht als ungesättigt angesehen, eröffnen also keine Leerstelle für einen Term, sondern zeigen erst in Verbindung mit einer Realisierungsfunktion, *subs*, dieses prädikative Verhalten. *B´(x)* kann als Abkürzung für IST(B,x) verstanden werden, wobei IST in CS durch *subs* interpretiert wird; Elemente der Form „B“ werden in der Domäne B von CS interpretiert. (Diese Annahmen sind für die hier entwickelten Analysen nicht von entscheidender Bedeutung und sind daher nur kurz skizziert; vgl. auch Fn.8).
[28] Dies ist - wie auch die SR in Abschnitt 1 - eine stark reduzierte Version (vgl. Fn.3).
[29] Die Bedingung, daß *u* eine Variable über Aggregate ist, kann als *Sortenrestriktion* (im Sinne von Dölling 1992) festgelegt werden.
[30] Ich vernachlässige hier Konstruktionen mit Definitartikel; die entsprechende Analyse könnte auf der des Indefinitartikels aufbauen.
[31] Die SR des Indefinitartikels ähnelt damit stark der des Numerales eins. Dies erklärt die - in vielen Sprachen zu beobachtende - große Übereinstimmung von Indefinitartikel und erstem Numerale.
Identifiziert man eine Einermenge mit ihrem einzigen Element, so ist eine Verkürzung der SR von Konstruktionen aus N_n und Indefinitartikel möglich, etwa:

$$\lambda Q \exists V \exists u\ (B^*(u) \wedge ANZ(V(u),eins) \wedge Q(u)) \quad \Rightarrow \quad \lambda Q \exists x\ (B´(x) \wedge Q(x)).$$

Die SR einer Konstruktion wie ein Hund hat dann dieselbe Form wie die eines N_{tn} wie Wasser in Term-Verwendung. Ein Hinweis auf eine solche Kürzung könnte die phonologische Reduzierung des Indefinitartikels zu ´n sowie sein Wegfallen bei Konstruktionen mit definitem Artikel, Demonstrativ- oder Possessivpronomina sein.
[32] Die Abkürzungen B*(u) und $B^{\otimes}$(u) für Aggregate und pluralische Mengen verweisen auf die Analyse von „plural predicates“ als **P* und „proper plural predicates“ als $^{\otimes}P$ bei Link (1983): * ist dort eine Funktion, die angewendet auf ein einstelliges Prädikat *P* alle Individensummen aus der Extension von *P* generiert; $^{\otimes}P$ greift genau die nicht-atomaren Summen aus der Extension von **P* heraus. Wenn auch die hier entwickelten Formeln somit in etwa dieselben Entitäten bezeichnen wie bei Link, so ist doch zu beachten, daß die Repräsentation von Aggregaten und Pluralobjekten als *B*(u)* und $B^{\otimes}(u)$ eine rein notationelle Vereinbarung ist und keine Definition wie die bei Link impliziert. Im Unterschied zu Links Analyse basiert die Repräsentation pluralischer N_n hier nicht auf *plural predicates *P*, die singuläre und pluralische Objekte gleichermaßen als Argument nehmen. Durch den Einbezug von *num*-Elementen (und Kopula; vgl. Fn.8 und 27) in die semantische Analyse und die einheitliche Repräsentation nominaler Basis-Vorkommen als Begriffe kann der hier vorgestellte Ansatz gleichsam unter die Oberfläche der LINKschen Prädikate gehen und sie durch semantische Komponenten ersetzen, die sprachliche Gegenstücke besitzen. Eine solche Repräsentation kann daher das Auftreten von N_n, N_{tn} [-mn] und

N_{tn} [+mn] sowohl in verschiedenen Arten von Kardinalkonstruktionen erfassen, als auch in Kopula-Konstruktionen und im Satzsubjekt (vgl. Wiese 1995c für eine detaillierte Darstellung).

[33] Die Tatsache, daß Mensurativa anders als Numeralklassifikatoren sowohl im Deutschen als auch sprachübergreifend z.T. in pluralischer Form auftreten, verweist auf ihre zweifache Funktion: Einerseits operieren Mensurativa wie Klassifikatoren auf Termen. Andererseits laufen sie jedoch nicht über Aggregate und individuieren diese, sondern greifen auf eine bestimmte Eigenschaft des Meßobjekts zu; ihre Denotate bilden diese auf eine Menge *m* von Maßobjekten ab, die als diskrete Menge aufgefaßt und pluralisch bezeichnet werden kann.

[34] Ich übernehme dabei für den Iota-Operator weitgehend die von Egli (1991) entwickelte Definition für den Epsilon-Operator und lege ι folgendermaßen fest: Sei x eine Variable des Typs *T* und *A* ein offener Satz, in dem x frei vorkommt, so bezeichne $\iota x(A)$ die salienteste Entität x, die *A* erfüllt.

[35] „$\alpha<\beta$" stehe im folgenden für „$<(\alpha,\beta) = w$", „$\alpha=\beta$" für „$<(\alpha,\beta) = f$ und $<(\beta,\alpha) = f$", „$\alpha\leq\beta$" für „$<(\alpha,\beta)$ oder [$<(\alpha,\beta) = f$ und $<(\beta,\alpha) = f$]" und „gdw" für „genau dann, wenn".

[36] Streng genommen, dürfte N2 nach der obigen Definition nur über Elemente von **N**, nicht auch über solche von $\mathbb{N}$ laufen; es fehlt eine Erweiterung der Regel auf $\mathbb{N}$. $N2(\beta', \gamma)$ soll daher lediglich als Abkürzung für γ-*und*-β' stehen; gleiches gilt *mutatis mutandis* für weitere Formulierungen dieser Art.