

Analyse von Entnahmeplänen als Instrument der kapitalgedeckten Alterssicherung

*Inaugural-Dissertation
zur Erlangung des Doktorgrades
des Fachbereichs Wirtschaftswissenschaften
der Johann Wolfgang Goethe-Universität
Frankfurt am Main*



vorgelegt von
Ivica Duš
aus
Heidelberg

2006

Erstgutachter: Prof. Dr. Raimond Maurer

Zweitgutachter: Prof. Dr. Christian Schlag

Tag der Promotion: 24. Oktober 2006

Liste der wissenschaftlichen Beiträge

„Langes Leben und Wohlstand im Alter: Ein Überblick über die finanzwirtschaftlichen Alternativen zur Ausgestaltung des Ruhestandes“.

“Betting on Death and Capital Markets in Retirement: A Shortfall Risk Analysis of Life Annuities versus Phased Withdrawal Plans”, zusammen mit Raimond Maurer und Olivia S. Mitchell, *Financial Services Review* 14, 2005, S. 169-196.

„Leistungsgarantien in der Auszahlphase von investmentbasierten Altersvorsorgeverträgen: Entwicklung eines konditionalen Eigenkapitalsystems und Analyse seiner ökonomischen Implikationen“.

Inhaltsverzeichnis

Liste der wissenschaftlichen Beiträge	III
Inhaltsverzeichnis.....	IV
Abbildungsverzeichnis / List of Figures.....	VII
Tabellenverzeichnis / List of Tables	VIII
Abkürzungsverzeichnis.....	IX
1 Einleitung	1
1.1 Problemstellung.....	1
1.2 Einordnung und Ergebnisse der wissenschaftlichen Beiträge	3
Literaturverzeichnis.....	9
2 Langes Leben und Wohlstand im Alter: Ein Überblick über die finanzwirtschaftlichen Alternativen zur Ausgestaltung des Ruhestandes.....	10
2.1 Einführung.....	10
2.2 Produktalternativen für die Ausgestaltung der Entnahmephase	12
2.2.1 Leibrenten	12
2.2.1.1 Charakteristika von Leibrenten und deren historische Entwicklung ...	12
2.2.1.2 Leibrentenmarkt und -produkte in Deutschland	15
2.2.1.3 Determinanten von Leibrentenprämien	22
2.2.2 Entnahmepläne.....	28
2.2.2.1 Charakteristika von Entnahmeplänen	28
2.2.2.2 Entnahmepläne als Instrument der Ruhestandsplanung	31
2.2.2.3 Leibrenten vs. Entnahmepläne.....	33
2.3 Forschungsergebnisse zur Ausgestaltung der Entnahmephase	36
2.3.1 Einleitende Bemerkungen	36
2.3.2 Positive Literatur	37
2.3.2.1 Theoretische Arbeiten zur Bedeutung von Leibrenten	37
2.3.2.2 Vererbungsmotive als Erklärungsansatz für geringe Nachfrage nach Leibrenten	39
2.3.2.3 Kosten als Erklärungsansatz für geringe Nachfrage nach Leibrenten ..	42
2.3.2.4 Weitere Erklärungsansätze für geringe Nachfrage nach Leibrenten	44
2.3.3 Normative Literatur.....	47
2.3.3.1 Untersuchungen zu reinen Entnahmeplänen.....	47
2.3.3.2 Untersuchung von Entnahmeplänen unter Berücksichtigung von Leibrenten	50
2.3.4 Sonstige Arbeiten	56
2.4 Schlussbetrachtung.....	57
Anhang A: Berechnung von Leibrentenprämien	59
Anhang B: Abbildung der Biometric	62

Literaturverzeichnis.....	67
3 Betting on Death and Capital Markets in Retirement: A Shortfall Risk Analysis of Life Annuities versus Phased Withdrawal Plans	76
3.1 Introduction	76
3.2 The Case of Phased Withdrawal	79
3.2.1 Withdrawal Plans with Fixed Benefits.....	80
3.2.2 Phased Withdrawal Rules with Variable Benefits	80
3.3 Risk and Reward Analysis of Phased Withdrawal Plans Conditional on Survival.....	82
3.3.1 Research Design.....	82
3.3.2 Analysis of Expected Benefits	84
3.3.3 Shortfall Risk Analysis	86
3.3.4 Analysis of Expected Bequests	89
3.4 Risk-Minimizing Phased Withdrawal Strategies	90
3.4.1 Optimized Withdrawal Rules in a Risk-Return Context.....	90
3.4.2 Comparative Results: Annuity versus Phased Withdrawal Plans	92
3.4.3 Phased Withdrawal Plans with Mandatory Deferred Annuities.	97
3.4.4 Comparative Results	100
3.5 Summary and concluding remarks.....	101
Appendix A: Determining Annuity Benefits	104
Appendix B: Determining Expected Benefits, Expected Bequest and the Risk of a Consumption Shortfall for Phased Withdrawal Plans with given Benefit-to-Wealth Ratios.....	105
References	107
4 Leistungsgarantien in der Auszahlphase von investmentbasierten Altersvorsorgeverträgen: Entwicklung eines konditionalen Eigenkapitalsystems und Analyse seiner ökonomischen Implikationen.....	111
4.1 Einführung.....	111
4.2 Altersvorsorgeverträge in der Auszahlphase	114
4.2.1 Gesetzliche Regelungen.....	114
4.2.2 Entnahmepläne vs. Leibrenten	115
4.3 Konditionales Eigenkapitalsystem für Altersvorsorgeverträge	117
4.3.1 Einleitende Vorbemerkungen.....	117
4.3.2 Konzeptionelle Grundlagen eines konditionalen EK-Systems	119
4.3.3 Deduktion eines Eigenkapitalsystems für die Entnahmephase.....	121
4.4 Eigenkapitalanforderungen in der Entnahmephase.....	126
4.4.1 Vorbemerkungen zur empirischen Untersuchung.....	126
4.4.2 Ex post Analyse von Altersvorsorge-Entnahmeplänen	128
4.4.3 Untersuchung der Eigenkapitalanforderungen im ex ante Kontext	132
4.4.3.1 Untersuchungsansatz und Modellannahmen.....	132
4.4.3.2 Analysen auf Einzelvertragsbasis	135
4.4.3.3 Analysen im Rahmen eines Geschäfts- und Absatzmodells.....	140
4.4.3.4 Robustheitsanalysen.....	145
4.5 Schlussbetrachtung.....	147

Literaturverzeichnis.....	149
Lebenslauf.....	151
Ehrenwörtliche Erklärung:.....	154

Abbildungsverzeichnis / List of Figures

Abbildung 1: Arten von Rentenversicherungen.....	16
Abbildung 2: Anzahl Rentenversicherungsverträge im Zeitablauf.....	21
Abbildung 3: Arten von Entnahmeplänen	28
Figure 4: Mean Benefit of Withdrawal Plan Conditional on Survival	85
Figure 5: Shortfall Probability of Withdrawal Plan Conditional on Survival	87
Figure 6: Expected Shortfall of Withdrawal Plan Conditional on Survival	89
Figure 7: Mean Bequest of Withdrawal Plan Conditional on Death	90
Abbildung 8: Verlauf des bereinigten Marktwertes und der Eigenkapitalschranke für einen ausgesuchten Pfad der 4%-Leibrenten-Deferringstrategie.....	130
Abbildung 9: Wahrscheinlichkeit einer Eigenkapitalunterlegung im Zeitablauf für unterschiedliche Strategien.....	136
Abbildung 10: Erwarteter Eigenkapitalunterlegungsbetrag im Zeitablauf für unterschiedliche Strategien.....	137
Abbildung 11: 99%-Quantil des Eigenkapitalbedarfs im Zeitablauf für unterschiedliche Strategien.....	138
Abbildung 12: 99%-Quantil des Eigenkapitalbedarfs für eine Kapitalanlagegesellschaft im Zeitablauf für unterschiedliche Strategien	141
Abbildung 13: 99%-Quantil des Eigenkapitalbedarfs für eine Kapitalanlagegesellschaft unter Berücksichtigung der Biometrie im Zeitablauf für unterschiedliche Strategien.....	142
Abbildung 14: Kumulierte erwartete Einnahmen in Form von Verwaltungsvergütungen im Zeitablauf für verschiedene Strategien.....	144

Tabellenverzeichnis / List of Tables

Tabelle 1: Erbrachte Versicherungsleistungen im Zeitraum 1998 bis 2003	22
Tabelle 2: Monatliche Leibrentenzahlungen	24
Tabelle 3: Vor- und Nachteile von Leibrenten und Entnahmeplänen	35
Tabelle 4: Money Worth Ratios für verschiedene Länder	43
Tabelle 5: Literatur Überblick Entnahmepläne.....	51
Table 6: Results for Risk-Minimizing Phased Withdrawal Strategies (65 Year).....	93
Table 7: Results for Risk-Minimizing Phased Withdrawal Strategies (60 and 70 year).....	96
Table 8: Results for Risk-Minimizing Phased Withdrawal Strategies (Unisex)	97
Table 9: Results for Risk-Minimizing Phased Withdrawal Strategies Allowing Switching to Life Annuities	99
Table 10: Results for Risk Minimizing Phased Withdrawal Strategies with Immediate Purchase of Mandatory Deferred Life Annuities.....	100
Table 11: Immediate Annual Life-long Real Annuity Benefits per EUR 100 Single Premium: Total Expense Loadings 2.785%; Discount Factor 1.5%; DAV R 94 Mortality Tables.....	104
Tabelle 12: Vor- und Nachteile von Leibrenten und Entnahmeplänen	115
Tabelle 13: Höhe der monatlichen vorschüssigen Auszahlung	128
Tabelle 14: Analyse historischer Entnahmepläne im Zeitraum 1972-1984.....	131
Tabelle 15: Deskriptive Statistik des DAX-30 und REXP im Zeitraum 1967-2004	133
Tabelle 16: Deskriptive Statistik Zinsprozess im Zeitraum 1972-2004	133
Tabelle 17: Durchschnittliche Risikokenngrößen über gesamte Entnahmeplandauer	139

Abkürzungsverzeichnis

AEW	Annuity Equivalent Wealth
AIR	Assumed Interest Rate
AltZertG	Alterszertifizierungsgesetz
AnlV	Anlageverordnung -
AVmG	Altersvermögensgesetz
BaFin	Bundesanstalt für Finanzdienstleistungsaufsicht
BAKred	Bundesamt für das Kreditwesen
BVI	Bundesverband Investment und Asset Management
CLB	Comonotonic Based Lower Bound Approximation
CRRA	Constant Relative Risk Aversion
DAV	Deutsche Aktuarvereinigung
DAX	Deutscher Aktienindex
DeckRV	Deckungsrückstellungsverordnung
GDV	Gesamtverband der Deutschen Versicherungswirtschaft
HARA	Hyperbolic Absolute Risk Aversion
HRS	Health and Retirement Survey
InvG	Investmentgesetz
IRA	Individual Retirement Account
KAG	Kapitalanlagegesellschaft
KWG	Kreditwesengesetz
MWR	Money Worth Ratio
RAROC	Risk Adjusted Return on Capital
REX	Deutscher Rentenindex
RG	Reziproke Gamma Approximation
VAG	Versicherungsaufsichtsgesetz
VaR	Value-at-Risk

1 Einleitung

1.1 Problemstellung

Im Kontext der Alterssicherung sind für Individuen zwei relevante Lebensphasen voneinander zu unterscheiden: Dies ist zum einen die Phase des aktiven Berufslebens (Ansparphase) und zum anderen die Phase des Ruhestands, in der keine Einkünfte mehr aus einer beruflichen Tätigkeit erzielt werden (Entnahmephase). Während der aktiven Berufstätigkeit wird, der Lebenszyklushypothese folgend, auf einen Teil der Konsummöglichkeiten verzichtet, um mit dem akkumulierten Vermögen den Lebensunterhalt während des Ruhestands zu bestreiten.¹

Die Alterssicherung als Forschungsgegenstand spannt ein sehr breites Feld auf, das neben betriebswirtschaftlichen Fragenstellungen aus dem Bereich der Finanzwirtschaft auch volkswirtschaftliche, gesellschaftspolitische und juristische Problemfelder tangiert. Die vorliegende Arbeit lässt sich durch ihre Fokussierung auf kapitalgedeckte Systeme als finanzwirtschaftliche Studie charakterisieren und ist chronologisch der Entnahmephase zuzuordnen. Motivieren lässt sich die Arbeit durch zwei international zu beobachtende Entwicklungen:

- Zum einen wird die Einführung kapitalgedeckter Systemelemente aus dem Bereich der privaten und betrieblichen Alterssicherung als möglicher Lösungsweg für die wachsenden Probleme von umlagefinanzierten staatlichen Rentensystemen angesehen. Verursacht durch den in vielen entwickelten Ländern beobachteten demografischen Wandel, werden diese in Deutschland durch die anhaltend hohe Arbeitslosigkeit der jüngsten Zeit, die mit substantiellen Beitragsausfällen für die Rentenversicherungsträger verbunden ist, zusätzlich verschärft.²
- Zum anderen gewinnen im Bereich der betrieblichen Alterssicherung zunehmend betragorientierte Durchführungswege an Bedeutung. Durch diese Entwicklung sind die Arbeitnehmer zunehmend gefordert, ihr Altersvorsorgeprogramm selbst zu gestalten.

¹ Vgl. hierzu z.B. *Modigliani* (1986).

² Vgl. *Maurer* (2005), S. 1381.

Das klassische Instrument für die Ausgestaltung der Entnahmephase im Rahmen der privaten und auch betrieblichen Alterssicherung ist die Leibrentenversicherung. Als einziges finanzwirtschaftliches Produkt stellt ihr Leistungsprofil sicher, dass der Ruheständler unabhängig von seiner verbleibenden Lebensdauer finanziell abgesichert ist. *Yaari* (1965) zeigt, dass unter gewissen Annahmen Individuen ohne Vererbungsmotive ihr gesamtes Vermögen verrenten. Empirisch belegen jedoch die Absatzzahlen von Leibrenten, dass sie trotz ihrer mit Standardinstrumenten nicht duplizierbaren Cashflows die Risiko- und Präferenzprofile vieler Ruheständler nicht befriedigen können. Als Alternative zu Leibrenten können Ruheständler die Cashflows von Leibrenten im Rahmen einer „Self-Annuitization-Strategy“ mit einem Entnahmeplan replizieren.³ Durch die fehlende Möglichkeit, einen Risikoausgleich in einem Versichertenkollektiv durchzuführen, setzen sich Ruheständler mit einer solchen Strategie jedoch der Gefahr aus, den Verzehr des eigenen Vermögens zu erleben und/oder substantiell niedrigere Rentenzahlungen als bei einer Leibrente in Kauf nehmen zu müssen.

Größere Bedeutung haben Entnahmepläne in den USA erlangt. Zum einen ist hier die Entwicklung kapitalgedeckter Alterssicherungselemente im Vergleich zu Deutschland weiter, zum anderen fordert der Gesetzgeber bei den so genannten 401-(k)-Plänen mit Vollendung von 70,5 Lebensjahren die Tätigkeit von Mindestentnahmen im Rahmen von Entnahmeplänen. Durch diese Entwicklung ist die Thematik auch für wissenschaftliche Untersuchungen relevant geworden. Erste Untersuchungen zu Entnahmeplänen als Alterssicherungsinstrument sind für US-amerikanische und kanadische Kapitalmarktdaten von *Bengen* (1994) und *Milevsky/Robinson* (1994) durchgeführt worden. Für deutsche Daten wurden Entnahmepläne erstmals von *Albrecht/Göbel* (2000) evaluiert. Sie haben in Erweiterung zu den amerikanischen Studien die Auszahlungshöhe an eine Leibrentenversicherung gebunden und so die beiden Alternativen miteinander verglichen. *Albrecht/Maurer* (2001, 2002) haben diesen Untersuchungsansatz um weitere Assetklassen sowie Steuerüberlegungen erweitert und fortgeführt. Die vorliegende Dissertation greift diese Entwicklungen auf und erweitert wie im nachfolgenden Abschnitt dargelegt die bestehende Literatur in mehrere Richtungen.

³ Vgl. *Milevsky* (1998).

Den thematischen Zusammenhang dabei bildet die Frage nach der Ausgestaltung der Entnahmephase im Rahmen kapitalgedeckter Alterssicherungssysteme, wobei insbesondere die Evaluation von Entnahmeplänen im Mittelpunkt steht. Der Aufbau der Arbeit gestaltet sich wie folgt: Die Arbeit beinhaltet im Einzelnen zwei deutsch- und einen englischsprachigen Beitrag. Das sich anschließende Kapitel 2 gibt mit dem deutschsprachigen Beitrag „Langes Leben und Wohlstand im Alter: Ein Überblick über die finanzwirtschaftlichen Alternativen zur Ausgestaltung des Ruhestandes“ zunächst einen weiterreichenden Ein- und Ausblick in den Untersuchungsgegenstand und die relevante nationale und internationale Literatur. Das englischsprachige Papier „Betting on Death and Capital Markets in Retirement: A Shortfall Risk Analysis of Life Annuities versus Phased Withdrawal Plans“, das im *Financial Services Review* veröffentlicht wurde, findet seinen Eingang als drittes Kapitel. Im Mittelpunkt des vierten Kapitels steht das deutschsprachige Papier mit dem Titel „Leistungsgarantien in der Auszahlphase von investmentbasierten Altersvorsorgeverträgen: Entwicklung eines konditionalen Eigenkapitalsystems und Analyse seiner ökonomischen Implikationen“. Im nachfolgenden Abschnitt wird auf den thematischen Zusammenhang und auf die wichtigsten Ergebnisse der einzelnen Beiträge eingegangen.

1.2 Einordnung und Ergebnisse der wissenschaftlichen Beiträge

Ziel des Übersichtspapiers, das das zweite Kapitel bildet, ist eine tiefer gehende Einführung in die Materie sowie die Darstellung einiger für die weiteren Untersuchungen relevanter Zusammenhänge. Die Fragen, auf welche das Papier Antworten gibt, lauten:

- Was sind Leibrenten und welche Eigenschaften haben sie?
- Welche Eigenschaften haben Entnahmepläne als Alternative zu Leibrenten?
- Welche Erkenntnisse zur Ruhestandsplanung liefert die bestehende Literatur?

Im Mittelpunkt dieses Kapitels stehen daher zunächst Leibrenten. Im Einzelnen wird auf die grundlegenden Charakteristika von Leibrenten, den Leibrentenmarkt und die Produkte sowie auf die Hauptdeterminanten von Leibrentenprämien eingegangen. Analog dazu werden die elementaren Merkmale von Entnahmeplänen und die Möglichkeiten von Entnahmeplänen als Instrument der Ruhestandsplanung diskutiert. Die Gegenüberstellung von Leibrenten und Entnahmeplänen beschließt dieses Unterkapitel. Im darauf folgenden Unterkapitel wird auf den aktuellen Stand der Forschung eingegangen.

Der Literaturüberblick ist dabei in die Bereiche positive und normative Literatur unterteilt.

Im Bereich der positiven Literatur wird die Arbeit von *Yaari* (1965) oft herangezogen, um die herausragende theoretische Bedeutung von Leibrenten als Instrument der Ruhestandsversorgung aufzuzeigen. Weltweit ist jedoch empirisch zu beobachten, dass Leibrenten in einem sehr viel geringeren Umfang nachgefragt werden, als dies die theoretischen Ergebnisse implizieren. Die Diskrepanz zwischen der empirisch zu beobachtenden Anzahl von Leibrentenversicherungen und der theoretisch zu erwartenden wird als Annuity Puzzle bezeichnet. Die Vorstellung der wichtigsten Erklärungsansätze zur Begründung dieses Puzzles, wie Vererbungsmotive oder Kosten, schließen diesen Punkt ab. Beginnend mit den einfachen Modellen der Financial-Planning-Literatur werden sodann die wichtigsten Entwicklungen aus dem Bereich der normativen Literatur aufgezeigt. Neben Untersuchungen zu reinen Entnahmeplänen werden insbesondere auch Arbeiten, die Entnahmepläne mit Leibrenten kombinieren, vorgestellt.

Das englischsprachige Papier „Betting on Death and Capital Markets in Retirement: A Shortfall Risk Analysis of Life Annuities versus Phased Withdrawal Plans“ bildet das dritte Kapitel dieser Dissertationsschrift. Im Mittelpunkt steht hier der konkrete Vergleich von verschiedenen Entnahmeplänen, wobei als Benchmark für die Entnahmhöhe eine Leibrente dient. Im Rahmen dieser Untersuchung werden folgende Forschungsfragen adressiert:

- Welche Risiken haben Entnahmepläne und welche Vorteile bieten sie im Vergleich zu Leibrenten?
- Wie sind risikominimale Entnahmepläne im Hinblick auf Asset-Allokation und Strategieparameter auszugestalten?
- Wie verhalten sich kombinierte Leibrenten/Entnahmepläne im Hinblick auf die Risiken und die Benefits?

Die Untersuchung ist derart aufgebaut, dass zunächst fixe und variable Entnahmepläne als grundlegende Möglichkeiten bei der Spezifikation von Entnahmeregeln eingeführt werden. Fixe Entnahmepläne sind dadurch gekennzeichnet, dass in jeder Periode ein fixer Geldbetrag entnommen wird. Da eine Leibrente als Benchmark für die Entnahmhöhe dient, liefert ein solcher Plan zunächst die gleichen Cash-Flows wie eine Leibren-

tenversicherung. Durch eine lange Lebensdauer und/oder adverse Kapitalmarktentwicklungen kann bei einem solchen Plan der Ruheständler den Verzehr des eigenen Vermögens erleben. Bei variablen Plänen hingegen wird nicht ein fester Geldbetrag, sondern ein ex ante spezifizierter Anteil des verbleibenden Fondsvermögens ausgezahlt. Das Risiko eines solchen Plans liegt darin, dass die Rentenzahlungen substantiell niedriger ausfallen können als die gewählte Benchmark. Methodisch interessant ist an dieser Stelle, dass für die Analyse der variablen Entnahmepläne eine geschlossene analytische Lösung verwendet werden konnte, während für die Auswertung fixer Entnahmepläne eine Monte-Carlo-Simulation herangezogen werden musste.

Für beide Arten von Entnahmeplänen werden im nächsten Schritt zunächst die Rendite-/Risikoprofile bedingt auf das Überleben des Ruheständlers exploriert. Anhand der grafischen Analyse erkennt man, dass die erwarteten Rentenzahlungen der einzelnen Entnahmepläne deutlich höher, jedoch auch niedriger als die der Leibrente ausfallen können. Besonders evident wird dies bei der Analyse der Wahrscheinlichkeit, dass die Rentenzahlung niedriger als die der Leibrente ausfällt bzw. bei der Analyse des Shortfall-Erwartungswertes, der das Ausmaß einer Verfehlung mit der Eintrittswahrscheinlichkeit dieses Ereignisses gewichtet. Die Darstellung des erwarteten Endvermögens, welches als Vererbungspotenzial in den einzelnen Perioden interpretiert werden kann, schließt diese Analyse ab.

In der darauf folgenden Untersuchung werden risikominimale Entnahmepläne bestimmt. Dazu wird zunächst der biometrische Shortfall-Erwartungswert als relevantes Risikomaß eingeführt. Dieses Maß berücksichtigt neben dem Ausmaß einer Verfehlung auch biometrische Informationen des Ruheständlers. Analog dazu werden auch der biometrische Barwert der Auszahlungen und der biometrische Barwert des Vererbungspotenzials definiert. Zusätzlich zu reinen Entnahmeplänen werden bei diesen Analysen auch Strategien untersucht, die bei Erreichen eines bestimmten Alters das Fondsvermögen aus dem Entnahmeplan in eine Leibrente umschichten. Als Umschichtungszeitpunkt wurde, wie in Großbritannien gesetzlich geregelt, das 75. Lebensjahr bzw., wie im Rahmen von Riesterverträgen in Deutschland gesetzlich vorgeschrieben, das 85. Lebensjahr verwendet.

Praktisch durchgeführt werden kann diese Umschichtung, indem gleich zu Beginn des Ruhestands eine aufgeschobene Leibrentenversicherung abgeschlossen wird. Eine wei-

tere Möglichkeit besteht darin, bei Erreichen des relevanten Lebensalters aus dem dann vorhandenen Vermögen eine Leibrentenversicherung abzuschließen. Zusammenfassend wurden folgende Erkenntnisse gewonnen:

- Entnahmepläne bieten im Vergleich zu Leibrenten Vorteile wie Flexibilität, Vererbungspotenzial und die Möglichkeit höherer Entnahmen. Bei der Wahl eines speziellen Entnahmeplans müssen die Ruheständler einen Abgleich zwischen erwarteten Auszahlungen, Risiko und Vererbungspotenzial durchführen.
- Fixe Entnahmepläne, die die gleichen Auszahlungen bieten wie Leibrenten, setzen den Ruheständler dem Risiko aus, den Verzehr des eigenen Vermögens zu erleben. Variable Entnahmepläne umgehen dieses Risiko, allerdings schwanken die Auszahlungen von Periode zu Periode.
- Beim Design risikominimaler Entnahmepläne müssen neben der Asset-Allokation bei variablen Plänen auch die Entnahmesätze simultan optimiert werden.
- Durch die verpflichtende Umschichtung in eine Leibrente können auf Kosten eines geringeren Vererbungspotenzials die erwarteten Auszahlungen gesteigert und das Risiko gesenkt werden.
- Durch Unisexstarife steigen bei Frauen die Risiken von Entnahmeplänen.

Während im vorhergehenden Kapitel Entnahmepläne in einem allgemeinen Umfeld untersucht wurden und ggf. auf bestimmte Berührungspunkte wie z.B. die Riester-Rente oder 401-(k)-Pläne verwiesen wurde, steht im Mittelpunkt des vierten Kapitels ein bestimmter Aspekt von Entnahmeplänen als Zahlungsinstrument von Altersvorsorgeverträgen im Rahmen des Altersvermögensgesetzes (AVmG). Aus der Forderung des Alterszertifizierungsgesetzes (AltZertG), dass AVmG-konforme Produkte (*Riester-Verträge*) während der gesamten Entnahmephase gleich bleibende oder im Zeitablauf steigende Auszahlungen an den Ruheständler gewähren müssen, ergibt sich ein Leistungsversprechen. Zur Erfüllung der durch dieses Leistungsversprechen eingegangenen Verpflichtungen muss der Produktanbieter gemäß § 10 Abs. 1 Satz 1 KWG – analog zur Ansparphase – angemessene Eigenmittel vorhalten. Gegenwärtig gibt es jedoch weder Regelungen der Bundesanstalt für Finanzdienstleistungsaufsicht (*BaFin*) noch wissenschaftliche Untersuchungen, die die Eigenmittelanforderungen in der Entnahmephase

von Altersvorsorgeverträgen thematisieren. Im vierten Kapitel dieser Arbeit soll diese Lücke geschlossen werden. Im Vordergrund stehen dabei folgende Fragen:

- Welche Eigenheiten der Entnahmephase müssen bei der Deduktion eines angemessenen Eigenkapitalsystems beachtet werden?
- Wie ist ein solches System konkret auszugestalten?
- Welche typischen Eigenkapitalanforderungen ergeben sich auf Grundlage eines solchen Systems für einen Produkthanbieter?

Um diese Fragen zu beantworten, werden zunächst die rechtlichen Regelungen für die Auszahlphase vorgestellt und Entnahmepläne vor dem Hintergrund dieser Regelungen Leibrenten gegenübergestellt. Ausgehend hiervon werden dann die konzeptionellen Grundlagen und die theoretischen Hintergründe eines solchen Modells erörtert. Nach der Deduktion eines geeigneten konditionalen Eigenkapitalsystems werden sodann die Eigenkapitalanforderungen für einen typischen Produkthanbieter im Rahmen einer empirischen Studie aufgezeigt.

Die empirische Studie ist derart aufgebaut, dass zunächst anhand historischer Renditeverläufe die Eigenkapitalanforderungen berechnet werden. Bei der Analyse der so gewonnenen Ergebnisse zeigt sich, dass aufgrund der im betrachteten Untersuchungszeitraum vorliegenden Hochzinsphase die Ergebnisse nur wenig aussagekräftig sind. Aufgrund dieser Tatsache sowie der generellen methodischen Unzulänglichkeit eines solchen Ansatzes wird im Weiteren auch eine ex ante Untersuchung anhand eines stochastischen Modells im Rahmen eines Monte-Carlo-Ansatzes durchgeführt. Hierzu werden zunächst ein geeignetes wahrscheinlichkeitstheoretisches Modell anhand historischer Renditezeitreihen kalibriert und dann die Auswertungen durchgeführt. Anhand der großen Anzahl voneinander unabhängiger Wertentwicklungen lassen sich auf diese Weise statistisch signifikante Aussagen treffen. Ausgewertet werden neben der Wahrscheinlichkeit einer Eigenkapitalunterlegung auch der erwartete Eigenkapitalunterlegungsbetrag sowie als Worst-Case-Risikomaß das 99-%-Quantil des Eigenkapitalbedarfs. Dem gegenübergestellt werden die Einnahmen der Kapitalanlagegesellschaft (KAG) in Form von Verwaltungsvergütungen.

Mithilfe des wahrscheinlichkeitstheoretischen Modells werden die Eigenkapitalanforderungen nun für unterschiedliche Auszahlungshöhen auf Basis eines einzelnen Altersvorsor-

gevertrages berechnet. Die Wahl der Auszahlungshöhen spiegelt dabei die Konkurrenzsituation wider, in der sich Kapitalanlagegesellschaften mit Banken und Versicherungsgesellschaften befinden. Konkret wurden die Auszahlungshöhen an eine Zeitrente, die mit einem Zinssatz 0 % bzw. 3 %, sowie an eine Leibrente, die mit einem Rechnungszins von 2,75 % und 4 % kalkuliert wurde, angepasst.

Die Berechnungen auf Basis einzelner Verträge werden in einem weiteren Schritt mittels eines Absatz- und Geschäftsmodells aggregiert. So lassen sich konkrete Eigenkapitalanforderungen anhand der Absatzplanung einer KAG gewinnen. Es zeigt sich, dass es insbesondere bei Entnahmeplänen, die die gleichen Auszahlungen wie eine Leibrente anbieten, zu relativ hohen Eigenkapitalanforderungen kommt.

Zusammenfassend bestätigt die empirische Studie, dass das hier vorgestellte konditionale Eigenkapitalsystem die an ein solches System gestellten Anforderungen erfüllt. Zum einen müssen Produkthanbieter bereits beim Design der Produkte darauf achten, dass dem Kunden nur langfristig haltbare Zusagen abgegeben werden. Werden zu hohe Auszahlungen in Aussicht gestellt, so müssen bereits zu Beginn der Entnahmepläne hohe Eigenkapitalbeträge vorgehalten werden. Zum anderen dient das Eigenkapitalsystem auch als Gefahrenindikator. Ist die Erfüllung der Leistungszusagen gefährdet, so können die Produkthanbieter von der Aufsichtsbehörde gezwungen werden, von der dem System zugrunde liegenden Hedging-Alternative Gebrauch zu machen.

Literaturverzeichnis

- Albrecht, Peter und Thorsten Göbel (2000): „Rentenversicherung vs. Fondsentnahmepläne, oder: Wie groß ist die Gefahr, den Verzehr des eigenen Vermögens zu überleben?“, Mannheimer Vorträge zur Versicherungswissenschaft, Vortrag Nr. 74.
- Albrecht, Peter und Raimond Maurer (2001): „Private Rentenversicherung versus Fondsentnahmepläne: Systematischer Vergleich unter dem Aspekt des Kapitalverzehrtrisikos – der Fall nach Steuern (Part 1)“, Versicherungswirtschaft 56, S. 304-307.
- Albrecht, Peter und Raimond Maurer (2002): „Self-Annuitization, Consumption Shortfall in Retirement and Asset Allocation: The Annuity Benchmark“, Journal of Pension Economics and Finances 1(3), S. 269-288.
- Bengen, William P. (1994): „Determining Withdrawal Rates Using Historical Data“, Journal of Financial Planning, 7 (4), S. 171-182.
- Maurer, Raimond (2005): „Zur Rolle der Investmentfonds in der kapitalgedeckten Alterssicherung“, Zeitschrift für das gesamte Kreditwesen, 24-2005, S. 1381-1385.
- Milevsky, Moshe (1998): „Optimal Asset Allocation Towards the End of the Life Cycle: To Annuitize or Not to Annuitize?“, Journal of Risk and Insurance 65, S. 404-426.
- Milevsky, Moshe und Christopher Robinson (1994): „Asset Allocation, Life Expectancy and Shortfall“, Financial Services Review 3, S. 109-126.
- Modigliani, Franco (1986): „Life Cycle, Individual Thrift, and the Wealth of Nations“, The American Economic Review, Vol. 76, No. 3, S. 297-313.
- Yaari, Menachem (1965): „Uncertain Lifetime, Life Insurance, and the Theory of Consumer“, Review of Economic Studies 32, S. 137-150.

2 Langes Leben und Wohlstand im Alter: Ein Überblick über die finanzwirtschaftlichen Alternativen zur Ausgestaltung des Ruhestandes

2.1 Einführung

Die demografische Entwicklung mit stetig steigender Lebenserwartung und sinkenden Geburtenraten, das schwache Wirtschaftswachstum und schließlich die anhaltend hohe Arbeitslosigkeit haben das deutsche Rentensystem mit dem heutigen Leistungsangebot an den Rand der Leistungsfähigkeit gebracht. Nach der Rentenreform 1972 galt das deutsche Rentensystem als eines der weltweit generösesten. Obwohl bereits kurz nach der Umgestaltung 1972 offensichtlich wurde, dass der angestrebte Beitragssatz bei den in Aussicht gestellten Leistungen und dem Renteneintrittsalter mittelfristig zu erheblichen Problemen führen wird, war es lange Zeit gesellschaftspolitisch nicht möglich, an den „sozialen Errungenschaften“ die notwendigen Korrekturen vorzunehmen.¹

Mit der Reform 1992 wurde versucht, die Eckpunkte (Umlagefinanzierung etc.) des Rentensystems unangetastet zu lassen und durch eine Justierung der Parameter (tatsächliches Renteneintrittsalter, Einführung eines demografischen Faktors) das Rentensystem zu stabilisieren. Doch bereits 1998 wurden weitere Korrekturen notwendig, die jedoch durch den Regierungswechsel nicht mehr vorgenommen bzw. zurückgenommen wurden. Um einerseits die Leistungsfähigkeit des gesetzlichen Rentensystems nicht weiter zu gefährden und andererseits das Beitragsniveau langfristig auf unter 20 % zu stabilisieren, wurde vom Gesetzgeber 2001 eine weit reichende Rentenreform durchgeführt. Mit Verabschiedung des „Gesetzes zur Reform der gesetzlichen Rentenversicherung und zur Förderung eines kapitalgedeckten Altersvorsorgevermögens“ (Altersvermögensgesetz, AVmG) wurden zum einen Kürzungen im Bereich der gesetzlichen Rentenversicherung vorgenommen², zum anderen hat der Gesetzgeber beschlossen, den Aufbau kapitalgedeckter Alterssicherungselemente im Bereich der betrieblichen und priva-

¹ Börsch-Supan *et al.* (2003) geben einen Überblick über die jüngsten Reformen des gesetzlichen Rentensystems in Deutschland. Börsch-Supan/Wilke (2003) gehen detailliert auf das deutsch gesetzliche Rentensystem ein. Neben einem historischen Abriss beschreiben sie den aktuellen Status quo und zeigen mögliche zukünftige Entwicklungen auf.

² Als wichtigstes Element wurde hier eine Senkung des Rentenniveaus von gegenwärtig 70 % auf ca. 65 % im Jahr 2030 vorgenommen. Weiterhin wurden Anpassungen an den Renten wegen Erwerbsunfähigkeit sowie an den Hinterbliebenenrenten durchgeführt.

ten Alterssicherung durch staatliche Zulagen und steuerliche Anreize zu fördern. Durch diese Maßnahmen sollen die Kürzungen der gesetzlichen Rentenversicherung kompensiert werden. Durch das im Januar 2005 in Kraft getretene Alterseinkünftegesetz wurde die Rürup- oder Basisrente als staatlich gefördertes privates Alterssicherungsinstrument eingeführt.³ Im Kern sieht das Gesetz eine Angleichung der Besteuerung von Pensionen und Renten bis 2040 im Rahmen einer nachgelagerten Besteuerung vor.⁴ Der Staat fördert die Basisrente durch die Möglichkeit der Ansetzung der Beiträge als Sonderausgabe.⁵

Durch diese Entwicklungen gewinnen die kapitalgedeckten Systemelemente wie schon in anderen Ländern (bspw. USA, Großbritannien oder Schweiz) nun auch in Deutschland vermehrt an Bedeutung. Die vorliegende Arbeit geht von den Problemen des gesetzlichen Rentensystems aus, ohne diese näher zu beleuchten oder Lösungen zu erarbeiten, und legt den Betrachtungsfokus auf die betriebliche und private Säule des Rentensystems.⁶

Im Allgemeinen erfolgt eine zeitliche Unterteilung der Alterssicherung im Lebenszyklus in eine Altersvorsorge- bzw. Ansparphase und eine Altersversorgungs- bzw. Entnahmephase. Während des aktiven Berufslebens verzichten rationale Individuen auf einen Teil ihrer Konsummöglichkeiten, um daraus ihren Lebensunterhalt während des Ruhestandes zu finanzieren.⁷

Die Frage, wie ein Altersversorgungsprogramm aus den verschiedenen finanzwirtschaftlichen Instrumenten nach Beendigung des aktiven Berufslebens zu gestalten ist, steht im Mittelpunkt der Entnahmephase. Diese Arbeit legt das Hauptaugenmerk auf die finanzwirtschaftlichen Effekte der Entnahmephase und will neben einem Überblick über den Stand der Forschung auch die Charakteristika der wichtigsten Produktalternativen und Märkte aufzeigen.

³ Das einzige förderfähige Produkt im Rahmen des Alterseinkünftegesetzes sind nicht vererbliche, nicht übertragbare, nicht beleihbare, nicht veräußerbare und nicht kapitalisierbare Leibrenten.

⁴ Das Gesetz geht auf eine Entscheidung des Bundesverfassungsgerichts zurück, die den Gesetzgeber auffordert, die ungleiche steuerliche Behandlung von Beamtenpensionen und Renten aus der gesetzlichen Rentenversicherung abzustellen. Vgl. zum Alterseinkünftegesetz *Bundesfinanzministerium* [2005].

⁵ Als Sonderausgabe können die Beiträge zur Basisrente gemeinsam mit eventuellen Zahlungen in das gesetzliche Rentensystem geltend gemacht werden. Insbesondere eignet sich die Basisrente somit für Selbständige und für Gutverdienende.

⁶ Vgl. hierzu z.B. Maurer (2005).

Der weitere Verlauf der Untersuchung ist nun wie folgt disponiert: Im Zentrum des Kapitels 2.2 stehen die beiden Produktalternativen Leibrente sowie Entnahmepläne. Zu Beginn des Kapitels werden zunächst die grundlegenden Eigenschaften von Leibrenten aufgezeigt und die wichtigsten Determinanten der Leibrentenprämie erörtert. Die Diskussion der elementaren Eigenschaften von Entnahmeplänen beschließt dieses Unterkapital.

Der aktuelle Stand der Forschung steht im Mittelpunkt des Kapitels 2.3. Dabei wird zunächst, beginnend mit der positiven Literatur, auf Grundlage des Lebenszyklusmodells und der Arbeit von Yaari (1965) die theoretische Bedeutung von Leibrenten bei der Ausgestaltung von Altersportfolios erörtert. Entgegen den theoretischen Ergebnissen ist empirisch jedoch weltweit eine schwache Nachfrage nach Leibrenten zu beobachten. Nach der Erörterung der wichtigsten Erklärungsansätze dieser Diskrepanz wird sodann die normative Literatur vorgestellt. Kapitel 2.4 beschließt diesen Teil der Arbeit mit einer zusammenfassenden Würdigung.

2.2 Produktalternativen für die Ausgestaltung der Entnahmephase

2.2.1 Leibrenten

2.2.1.1 Charakteristika von Leibrenten und deren historische Entwicklung

Eine erste, zweckmäßige Charakterisierung von Leibrenten liefert das deutsche Zivilrecht in den Paragraphen § 330, § 759 bis 761 sowie § 1073 BGB. Demnach ist eine Leibrente eine regelmäßig wiederkehrende, gleichmäßige Leistung von Geld oder anderen vertretbaren Sachen, die auf der Grundlage eines Vertrags auf Lebenszeit an den Berechtigten oder eine andere Person zu leisten ist.⁷ Mit dieser Definition ist bereits die grundlegende Eigenschaft von Leibrenten, die lebenslange Zahlung, charakterisiert. Die ökonomische Definition spezifiziert die Art und Weise, wie dies durchgeführt wird, näher. Demnach ist eine Leibrente ein Instrument, das eine Versicherungsprämie auf

⁷ Vgl. zur Ansparphase etwa *Albrecht/Maurer/Ruckpaul* (2001) *Albrecht et al.* (2003) oder *Maurer/Schlag* (2003).

⁸ Ein Beispiel für einen solchen Vertrag ist der Verkauf eines Hauses gegen Zahlung einer lebenslangen Rente. Der Käufer spekuliert auf ein frühes Ableben des Verkäufers und somit geringe zu leistende Zahlungen. Lebt der Verkäufer jedoch länger als erwartet, so trägt der Käufer das Risiko, dass der Barwert

Grundlage versicherungsmathematischer Berechnungen in eine Folge von Zahlungen umwandelt, die in regelmäßigen Zeitabständen (Monate, Quartale, Jahre), bedingt an das Überleben einer oder mehrerer Personen, ausgezahlt werden.⁹ Somit wird unter einer Leibrente eine Versicherung verstanden, die gegen Zahlung einer Prämie primär die finanziellen Risiken der Langlebigkeit absichert.¹⁰

Zentrales Element, um dem Versicherungsnehmer eine lebenslange Zahlung anbieten zu können, ist die Bildung eines Versichertenkollektivs durch das Versicherungsunternehmen.¹¹ Mit dem Abschluss der Leibrentenversicherung geht das Vermögen des Ruheständlers – abzüglich anfallender Kosten – in einem Versichertenkollektiv auf. Nach dem Ableben des Ruheständlers verbleibt das (rechnerisch) noch nicht ausgezahlte Vermögen im Kollektiv, eine Vererbung ist in der Standardform nicht vorgesehen. Durch die Aufteilung des verbleibenden Vermögens des Verstorbenen unter den Überlebenden im Kollektiv erhalten diese zu der Kapitalanlagerendite, die durch eine Kapitalmarktanlage erwirtschaftet wird, zusätzlich noch eine Überlebensprämie. Durch diesen so genannten Mortality Credit ist die Rendite einer Leibrente immer höher als die eines Kapitalmarktinstruments mit gleicher Anlagepolitik.¹² Für die Kalkulation der Leibrente muss das Versicherungsunternehmen nicht die Restlebensdauer jedes einzelnen Ruheständlers kennen, vielmehr ist es notwendig, ein ausreichend großes Kollektiv aufzubauen und die erwartete durchschnittliche Restlebensdauer des gesamten Kollektivs zu schätzen. Da einige Ruheständler früher als andere sterben, gleicht sich dies im Kollektiv aus. Sind die im Rahmen der versicherungsmathematischen Berechnungen getroffenen Annahmen richtig, so ist mit hoher Wahrscheinlichkeit sichergestellt, dass jeder Ruheständler bis zu seinem Ableben eine Rentenzahlung erhält. Bevor im Einzelnen auf die verschiedenen Formen von Leibrentenversicherungen und deren Kalkulation detailliert eingegangen wird, steht im folgenden Abschnitt zunächst ein historischer Abriss über Leibrenten im Vordergrund.

der geleisteten Zahlungen höher als der heutige Marktwert des Hauses ist. Vgl. hierzu den Fall *Jeanne Calment* in *Robine/Allard* (1999).

⁹ Vgl. *Poterba* (1997), S. 1.

¹⁰ Im weiteren Verlauf dieser Arbeit wird der Begriff „Leibrente“ in seiner Bedeutung als Versicherungsprodukt verwendet. Dementsprechend stehen auch versicherungstechnische Instrumente und Methoden zur Kontrolle und Steuerung der Risiken bereit.

¹¹ Vgl. hierzu etwa *Albrecht* (1992).

¹² Zur formalen Darstellung des Mortality Credits vgl. Kapitel 2.2.1.3.

Die Entwicklung von Leibrenten lässt sich über einen sehr langen Zeitraum zurückverfolgen. Leibrenten waren seit dem frühen Mittelalter in Europa im größeren Maße bekannt, obwohl die Spuren bis in die Antike in das Römische Reich zurückreichen. Damals wurden gegen Zahlung eines Einmalbeitrags lebenslange Renten gewährt.¹³ Im frühen Mittelalter wandelten in Frankreich Großgrundbesitzer zur Finanzierung ihres Lebensunterhalts häufig unter Zuhilfenahme kirchlicher Institutionen Besitzumsprüche in lebenslange Zahlungen um. Dabei vergab die Kirche Kredite an die Großgrundbesitzer. Um die Kredite bedienen zu können, wurden die Zahlungen der Kleinbauern, die die landwirtschaftlichen Flächen bewirtschafteten, verpfändet und an die Kirche übertragen. Die Höhe der jährlichen Auszahlung wurde auf Basis der Größe des Grundbesitzes kalkuliert, wobei die Zahlungen auf die Lebenszeit des Grundeigentümers festgeschrieben wurden.¹⁴

Nicht nur der Klerus, auch nordeuropäische Städte wie das französische Calais oder Köln vergaben Leibrenten. So tilgten diese bereits ab 1260 die von ihnen aufgenommenen Schulden in Form von Leibrenten.¹⁵ Ab 1275 wurden in Genf Leibrenten emittiert, wobei diese städtisch begebenen Leibrenten vom Staat kontrolliert wurden. In Amsterdam wurde ab 1402 mit der Ausgabe von Leibrenten zu festgelegten Rahmenbedingungen begonnen.¹⁶ In Holland und in Flandern machten viele Städte intensiv von der Möglichkeit Gebrauch, durch Ausgabe von Leibrenten die städtischen Finanzen aufzubessern. Durch die hohen Ausstände hatten einige Städte Schwierigkeiten mit der Rückzahlung, was die Entwicklung eines landesweiten Systems unterstützte.¹⁷

Im Laufe des 17. Jahrhunderts nutzten unter anderem die Regierungen von England, Frankreich oder Holland Leibrenten als Mittel, Staatsschulden aufzunehmen, die dann in Form von Leibrenten zurückgezahlt wurden.¹⁸ Aufgrund finanzieller Probleme des Staates kam es in Frankreich insbesondere Ende des 18. Jahrhunderts zu Rückzahlungs-

¹³ Vgl. *James* (1947).

¹⁴ Vgl. *Poitras* (2000), S. 32 f.

¹⁵ Vgl. *Tracy* (1985), S. 18 f.

¹⁶ Vgl. *Daston* (1988), S. 121.

¹⁷ Vgl. *Hamilton* (1947), S. 119.

¹⁸ Vgl. *Poterba* (1997), S. 7 f.

schwierigkeiten, so dass die hohen Renditeversprechungen häufig nach unten angepasst wurden.¹⁹

Obwohl die erste überlieferte Sterbetafel aus dem dritten Jahrhundert nach Christus von *Domitius Ulpianus* für die Berechnung von Leibrenten aufgestellt wurde, wurden im Mittelalter Leibrenten unabhängig von Alter und Geschlecht zu Fixpreisen verkauft.²⁰ Um eine möglichst hohe Rendite erzielen zu können, wurden daher häufig Kinder als Begünstigte von Leibrentenverträgen eingesetzt.²¹ Im Lauf der Jahre wuchs das Bewusstsein über die Bedeutung der Sterblichkeit und der Zinsrechnung bei der Bewertung von Leibrenten, was zu einer Verfeinerung der entsprechenden Methoden führte. Als wegweisende wissenschaftliche Untersuchung sei an dieser Stelle die Arbeit von *de Witt* (1671) genannt, der die Zinseszinsrechnung in die Bewertung von Leibrenten integrierte. Eine Erweiterung dieses Ansatzes geht in der ersten Hälfte des 18. Jahrhunderts auf *de Moivre* zurück, der damit analytische Werkzeuge für die Bewertung von Leibrenten zur Verfügung stellte.²² Nach der Darstellung der grundlegenden Eigenschaften von Leibrenten und dem kurzen historischen Abriss sollen im folgenden Abschnitt der Leibrentenmarkt und die Produkte in Deutschland erörtert werden.

2.2.1.2 Leibrentenmarkt und -produkte in Deutschland

Durch eine Vielzahl von unterschiedlichen Ausgestaltungsmöglichkeiten treten Rentenprodukte in vielfältiger Form in Erscheinung. Die nachfolgende Abbildung 1 zeigt die unterschiedlichen Systematisierungsmerkmale von Rentenprodukten auf.

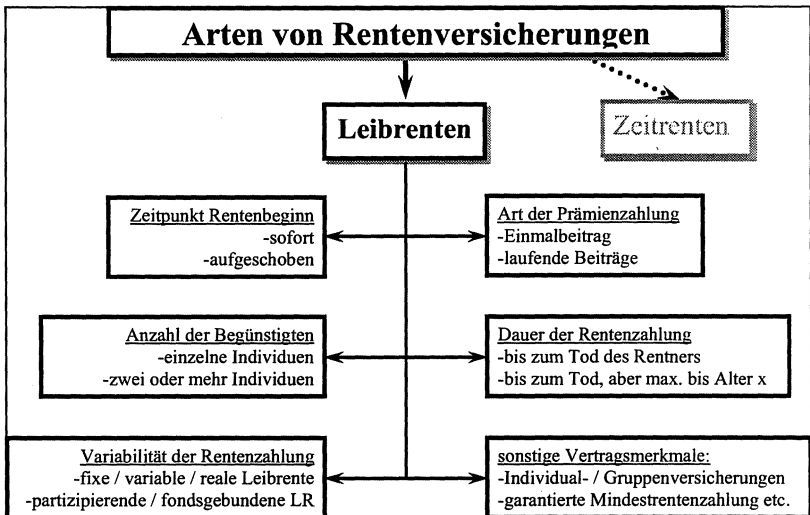
¹⁹ Vgl. *VeldelWeir* (1992), S. 7 ff.

²⁰ Vgl. *Poitras* (2000), S. 32 und *Poterba* (1997), S. 7.

²¹ Vgl. *VeldelWeir* (1992), S. 31 ff.

²² Vgl. *Poitras* (2000), S. 54 ff.

Abbildung 1: Arten von Rentenversicherungen



Quelle: Eigene Darstellung.

Vor einer tiefer gehenden Analyse der Differenzierungsmerkmale ist es zunächst notwendig, die Grundformen von Rentenprodukten eindeutig voneinander zu trennen. Ein besonderes Merkmal von Leibrenten ist, wie bereits in Kapitel 2.2.1.1 aufgezeigt, die Berücksichtigung der Biometrie des Begünstigten. Leibrenten sind somit klar von Zeitrenten zu unterscheiden. Zeitrenten sind nicht an das Überleben des Begünstigten gebunden, sondern leisten eine im Voraus festgelegte Anzahl von Perioden eine Rentenzahlung. Verstirbt der Begünstigte während dieser Zeit, so erfolgt die Rentenzahlung weiterhin an die Hinterbliebenen. Typische Erscheinungsformen von Zeitrenten am Markt sind Bankentnahmepläne. Streng genommen handelt es sich jedoch bei Zeitrenten um keine Rentenversicherung, da sie keine Versicherungs Komponente enthalten. Die weiteren Untersuchungen beschränken sich daher auf Leibrenten.

Bei einer Systematisierung der unterschiedlichen Leibrentenvarianten sind zunächst die verschiedenen Möglichkeiten zur Ausgestaltung des Beginns der Rentenzahlung zu unterscheiden. Bei der einfachsten Form, einer sofort beginnende Leibrente, erfolgt die Rentenzahlung sofort nach Abschluss des Leibrentenvertrags. Im Gegensatz dazu wird bei einer aufgeschobenen Leibrente zwischen der Prämienzahlung und dem Beginn der Rentenauszahlung eine bestimmte Warteperiode vereinbart. Ist nach Ablauf der Warte-

periode der Versicherungsnehmer noch am Leben, so zahlt ihm die Leibrente bis zu seinem Lebensende die vereinbarte Rente. Eingesetzt werden können aufgeschobene Leibrenten z.B. in Riester-Plänen oder für den Fall, dass sich jemand die heute geltenden Rechnungsgrundlagen für die Prämienkalkulation sichern will.

Eng verbunden mit dem Beginn der Rentenzahlung sind die Möglichkeiten der unterschiedlichen Prämienzahlungen. Grundsätzlich stehen hier die Einmalzahlung sowie die Prämienzahlung gegen laufende Beiträge zur Wahl. Die Prämienzahlung einer sofort beginnenden Leibrente erfolgt in der Regel durch eine Einmalzahlung. Aufgeschobene Leibrenten können sowohl durch Einmalbeiträge als auch gegen laufende Beiträge erworben werden. Hier kann die Dauer der Prämienzahlung kürzer sein als die Aufschubzeit. Von praktischer Bedeutung ist nicht nur die Variante mit laufenden Beiträgen, die häufig auch zur Vermögensakkumulation genutzt wird, sondern auch die Variante mit Einmalzahlung, bei der dann z.B. das Vermögen aus einer Kapitallebensversicherung für den Abschluss der Leibrentenversicherung genutzt wird.

Weiter zu unterscheiden sind die unterschiedlichen Ausgestaltungsformen bezüglich der Anzahl der versicherten Personen. Die Standardform einer Leibrente deckt nur das Leben einer einzelnen Person ab. Da nach dem Ableben des Versicherungsnehmers keine weiteren Zahlungen seitens des Versicherungsunternehmens erfolgen, bietet diese Art der Rentenversicherung keinen Hinterbliebenenschutz. Insbesondere bei Ehegemeinschaften besteht jedoch der Bedarf, auch nach dem Ableben eines Partners den Hinterbliebenen finanziell abzusichern. Leibrenten, die das Leben mehrerer Personen abdecken, werden als Leibrentenversicherung auf verbundene Leben bezeichnet. Theoretisch ist die Anzahl der versicherten Personen dabei nicht nur auf zwei begrenzt. Bei dieser Form von Leibrenten gibt es mehrere Möglichkeiten, die Höhe der Rentenzahlung nach dem Ableben eines Partners auszugestalten. Die einfachste Form zahlt eine gleich hohe Rente, solange mindestens noch ein Ehepartner lebt. Da bei der Kalkulation der Rentenhöhe von zwei (oder mehreren) unabhängigen Individuen ausgegangen wird, ist die Rentenhöhe im Vergleich zu einer Leibrentenversicherung auf ein Leben niedriger. Um diesen Nachteil zu kompensieren, ist es möglich, die Rentenhöhe nach dem Ableben eines Partners um einen bestimmten Prozentsatz zu kürzen. Die dahinter liegende Überlegung ist die, dass eine Person weniger Geld zur Finanzierung des Lebensunterhalts benötigt als zwei Personen.

Entgegen der juristischen Definition, dass Leibrenten eine lebenslange Zahlung bieten, werden in der Praxis jedoch auch Leibrenten angeboten, deren Rentenzahlung auch vor dem Ableben des Versicherungsnehmers enden kann. Diese Leibrenten werden als temporäre oder zeitliche Leibrenten bezeichnet und sind von Zeitrenten zu unterscheiden. Im Kern handelt es sich bei temporären Leibrenten um konventionelle Leibrenten, deren Versicherungsdauer jedoch begrenzt ist. Sie bieten, je nachdem welches Ereignis früher eintritt, bis zum Tod oder bis zum Erreichen eines im Voraus festgelegten Alters dem Versicherungsnehmer Rentenzahlungen.²³ Temporäre Leibrenten dienen somit in erster Linie nicht der Absicherung des Langlebigerkeitsrisikos, sondern um z.B. die Zeit zwischen Frühverrentung und dem Beginn der gesetzlichen Rente zu überbrücken.

Ein wichtiges Unterscheidungsmerkmal von Leibrentenversicherungen ist schließlich die Variabilität der Rentenzahlung. Im Folgenden soll unter einer fixen Leibrente ein Zahlungsstrom verstanden werden, der bis zum Lebensende in nominalen Geldeinheiten fix und garantiert ist. Dementsprechend wird unter einer variablen Leibrente ein Zahlungsstrom verstanden, dessen Höhe variieren kann. Obwohl in Deutschland auch fixe Leibrenten erhältlich sind, ist hier eine Kombination aus einem fixen, garantierten und einem variablen Teil weit verbreitet. Ohne die konkreten Bewertungsmethoden vorwegzunehmen, die in Kapitel 2.2.1.3 vorgestellt werden, schrieb der Gesetzgeber für die Kalkulation des fixen, garantierten Teils einen Höchstrechnungszins vor. Dieser ist in § 2 der Verordnung für die Rechnungsgrundlagen für die Deckungsrückstellungen (DeckRV) geregelt und beträgt gegenwärtig 2,75 %. Erwirtschaftet das Versicherungsunternehmen mit seinen Kapitalanlagen eine höhere Kapitalanlageerrendite, so werden die Versicherungsnehmer im Rahmen der Überschussbeteiligung daran beteiligt. Die Höhe der Überschussbeteiligung, die dem variablen Teil der Leibrente entspricht, ist jedoch nicht garantiert und kann im Zeitablauf schwanken. Da die Versicherungsnehmer an den Kapitalanlageerfolgen der Versicherungsunternehmen teilhaben, werden solche Leibrenten auch als partizipierende Leibrenten bezeichnet.

Leibrenten in der Leistungsphase sind in Deutschland in Form partizipierender oder auch fixer Leibrenten vorzufinden. Kennzeichnend für beide Formen ist, dass der Ruheständler keinen Einfluss auf die Anlagepolitik hat. In der Aufschub- bzw. Ansparphase hingegen sind auch so genannte fondsgebundene Rentenversicherungen verbreitet. Hier

²³ Vgl. *Bowers et al.* (1997), S. 133.

werden die laufenden Beiträge nicht in das Versicherungsportfolio angelegt, sondern in ein vom Kunden ausgewähltes Portfolio. Am Ende der Aufschub- bzw. Ansparphase hat der Ruheständler in den meisten Fällen ein Kapitalwahlrecht. Mit diesem Wahlrecht kann er entscheiden, ob das akkumulierte Vermögen in eine (partizipierende bzw. fixe) Leibrente umgewandelt wird oder als Einmalzahlung ausgezahlt werden soll.

In den USA hingegen sind reine fixe Leibrenten (fixed life annuities) verbreitet, wohingegen partizipierende Leibrenten nach deutschem Muster weniger vorzufinden sind. Stark angestiegen ist die Verbreitung von so genannten Variable Annuities (VA). Bei Variable Annuities muss man streng zwischen der Anspar- und Leistungsphase unterscheiden.²⁴ VA werden nicht in der Ansparphase, sondern nachgelagert in der Leistungsphase besteuert. Im Gegensatz zu anderen nachgelagert besteuerten Instrumenten, wie 401-(k)-Plänen²⁵, enthalten VA durch ihre Versicherungskomponenten einen Todesfallschutz. Während der Ansparphase werden Investmentanteile erworben, wobei sich der Preis dieser Anteile nach dem Wert des zugrunde liegenden Portfolios richtet. Dieses besteht typischerweise aus einer Kombination unterschiedlicher Aktien-, Renten- und Geldmarktfonds. In der Ansparphase sind VA somit mit den in Deutschland erhältlichen fondsgebundenen Rentenversicherungen vergleichbar.

Am Ende der Ansparphase können nun Ruheständler zwischen fixen Leibrenten und (echten) Variable Annuities bzw. einer Kombination aus beiden wählen. Variable Annuities steht in der Leistungsphase in Deutschland kein vergleichbares Produkt gegenüber. Während die Kalkulation fixer Leibrenten vergleichsweise einfach durchzuführen ist, ist die Kalkulation variabler Leibrenten komplexer.²⁶ Ausgestaltet werden können VA mit einer Vielzahl unterschiedlicher Optionen wie z.B. Minimum Death Benefits etc.²⁷

Durch den langen Planungshorizont in der Alterssicherung ist der Kaufkraftverlust infolge von Inflation ein sehr wichtiges Thema. Nach der Einführung inflationsgeschützter Anleihen sind seit einiger Zeit auch reale Leibrenten am Markt erhältlich. Weit verbreitet haben sich reale Leibrenten bisher jedoch nicht. Eine mögliche Erklärung könnte

²⁴ Vgl. *Milevsky* (2006), S. 131.

²⁵ Vgl. hierzu Kap. 2.2.2.2.

²⁶ Die Höhe der periodischen Zahlung ist abhängig von der Renditeentwicklung des zugrunde liegenden Portfolios. Vgl. zur Kalkulation von Variable Annuities Anhang A: Berechnung von Leibrentenprämien.

²⁷ Vgl. *Poterba* (2001), S. 43 ff. sowie *Chen/Milevsky* (2003), S. 54 f.

sein, dass bei Vertragsabschluss die zugesagte Rentenzahlung einer realen Leibrente bei sonst identischer Ausgestaltung geringer ist als die einer nominalen Leibrente. Anstatt echte reale Leibrenten anzubieten, werden oft dynamische Steigerungen der Rentenzahlung vereinbart.

Um das finanzielle Risiko einer sehr kurzen Lebensdauer bei Abschluss einer Leibrentenversicherung abzumildern und wenigstens temporär eine Form von Vererbung zu ermöglichen, wird unter den sonstigen Vertragsmerkmalen oft eine so genannte Rentengarantiezeit vereinbart. Verstirbt der Ruheständler während dieser Zeit, so erfolgt entweder bis zum Ende der Garantiezeit eine Rentenzahlung an die Hinterbliebenen oder sie werden sofort mit dem Barwert der Rentenverpflichtung abgefunden. Typischerweise wird eine Garantiezeit von fünf bis zehn Jahren vereinbart. Ein weiteres wichtiges Vertragsmerkmal für Rentenversicherungen ist das Kapitalwahlrecht am Ende der Ansparphase. Dieses ermöglicht dem Begünstigten, sich das angesparte Vermögen entweder als Einmalzahlung oder in Form einer lebenslangen Leibrente auszahlen zu lassen.

Abschließend soll hier unter den Vertragsmerkmalen noch auf die Unterscheidung zwischen Individual- und Gruppenversicherungen eingegangen werden. Diese ist nicht von der Anzahl der versicherten Personen, sondern von der Art des Versicherungsabschlusses abhängig. Eine Individualversicherung wird von einer einzelnen Person abgeschlossen, kann aber durchaus mehrere Leben (z.B. den Ehepartner) abdecken. Eine Gruppenversicherung wird für eine ganze Gruppe von Personen, z.B. die Arbeitnehmer einer Firma, abgeschlossen. Auch die Gruppenversicherung kann einzelne oder auch verbundene Leben abdecken. Durch den geringeren Beratungsaufwand bei Abschluss einer Gruppenversicherung werden die dadurch entstehenden Kostenvorteile an die Versicherungsnehmer bzw. Begünstigten weitergereicht.

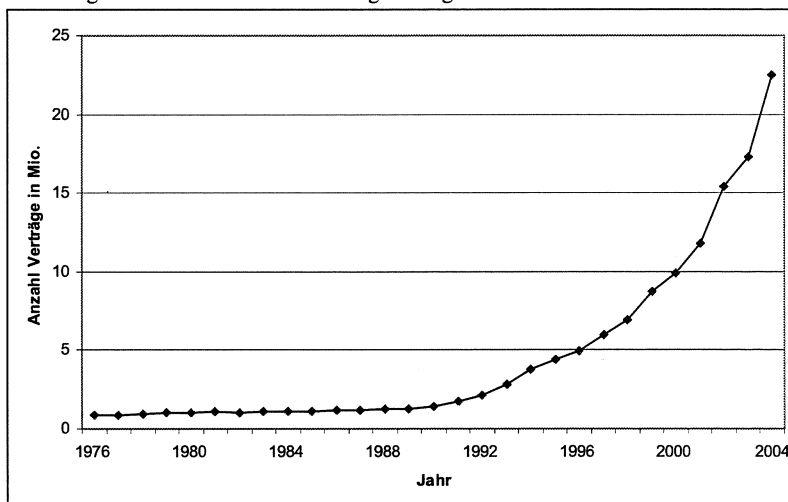
Durch die historische Entwicklung des deutschen Rentensystems mit einer im internationalen Vergleich sehr starken ersten Säule ist der private Rentenmarkt in Deutschland bisher relativ schwach ausgeprägt. Private Leibrenten wurden in der Vergangenheit hauptsächlich von Selbständigen zur Ausgestaltung ihres Ruhestandes abgeschlossen.²⁸ Durch die anhaltende Diskussion und die Reformbemühungen der Regierung gewinnt die private und betriebliche Alterssicherung jedoch auch in Deutschland zunehmend an

²⁸ Einen aktuellen Überblick über den deutschen Versicherungsmarkt geben *Maurer/Somova* (2005).

Bedeutung. Insbesondere durch die Rentenreformen 2001 (Riester-Rente) und 2005 (Rürup-Rente) erfuhr die deutsche Versicherungswirtschaft Wachstumsimpulse.

Der Markt für Rentenversicherungen hat sich in Deutschland, wie in Abbildung 2 eindrucksvoll zu erkennen ist, vor allem seit Beginn der 90er Jahre stark entwickelt. Dabei ist nicht nur ein starkes Anwachsen der absoluten Zahl von Rentenversicherungsverträgen zu verzeichnen, auch die Präferenzen der Kunden haben sich geändert.

Abbildung 2: Anzahl Rentenversicherungsverträge im Zeitablauf



Quelle: *GDV* (2004b)

Bemerkung: Unter Rentenversicherungsverträgen sind sowohl Rentenversicherungen aus der Anspar- bzw. Aufschubphase als auch Leibrenten in der Leistungsphase zusammengefasst. Beachtet werden muss, dass Rentenversicherungen am Ende der Ansparphase oft mit einem Kapitalwahlrecht ausgestattet sind.

Waren 1990 beispielsweise 83,7 % der Versicherungsverträge Kapitallebensversicherungen und nur 2,2 % Rentenversicherungen, so handelt es sich im Jahr 2004 bei 58,2 % der Verträge um Kapitallebensversicherungen und bei 26,5 % der Verträge um Rentenversicherungen.²⁹ In absoluten Zahlen betrachtet ist die Anzahl der Kapitallebensversicherungen mit 54 Mio. Verträgen konstant geblieben, während die absolute Anzahl

²⁹ Die zu 100 % fehlenden Werte entsprechen Risikoversicherungen.

von Rentenversicherungen von 1,5 Mio. Verträgen im Jahr 1990 auf 22,5 Mio. Verträge im Jahr 2004 angewachsen ist.³⁰

Tabelle 1: Erbrachte Versicherungsleistungen im Zeitraum 1998 bis 2003

	Erbrachte Leistungen in Form von privaten Leibrenten	Gesamtbetrag aller Versicherungsleistungen im Bereich Lebensversicherung	Gesamtbetrag der staatlichen Rentenzahlungen
1998	1.732	25.841	171.512
1999	2.053	29.402	167.782
2000	2.457	32.804	177.758
2001	2.735	35.429	183.393
2002	3.106	38.515	202.400
2003	3.381	43.626	207.700

Bemerkungen: Alle Angaben in Mio. Euro.

Quelle: GDV (2004a).

Trotz dieses großen Wachstums trägt die Leibrente bisher nur zu einem geringen Teil zur Versorgung der Ruheständler bei. In Tabelle 1 sind die erbrachten Leistungen von privaten Leibrenten, von allen privaten Versicherungsleistungen sowie der Gesamtbeitrag der staatlichen Rentenzahlungen zusammengefasst. Man kann deutlich erkennen, dass sich die erbrachten Leistungen von Leibrenten von 1998 bis 2003 fast verdoppelt haben. Das geringere Wachstum im Vergleich zu der Anzahl der Verträge liegt auch daran, dass sich gegenwärtig viele neu abgeschlossene Verträge in der Aufschubphase befinden und keine Rentenzahlungen leisten. In diesem Zusammenhang muss auch beachtet werden, dass aufgrund des Kapitalwahlrechts am Ende der Ansparphase nicht alle Rentenversicherungen als Leibrenten im engeren Sinn betrachtet werden können. Von den hier ausgewiesenen 22,5 Mio. Rentenversicherungen Ende 2004 sind rund 3,3 Mio. Verträge auf die Riester-Rente zurückzuführen. Die Zugänge im Jahr 2004 betragen 295.000 im Vergleich zu 520.000 Neuverträgen im Jahr 2003.³¹ Zu der Rürup-Rente liegen bisher noch keine Zahlen vor.

2.2.1.3 Determinanten von Leibrentenprämien

Im folgenden Absatz werden das grundlegende Kalkulationsverfahren für die Berechnung von Leibrentenprämien vorgestellt und die elementaren Einflussfaktoren für die Höhe der Prämie erörtert. Aus Gründen der Übersichtlichkeit erfolgt die Darstellung der

³⁰ Vgl. *GDV* (2006), S. 16.

³¹ Vgl. *GDV* (2004b), S. 32.

konkreten Formeln für die unterschiedlichen Leibrentenarten im Anhang A. Im Gegensatz zu den gesetzlichen Sozialversicherungen geht man in der Individualversicherung davon aus, dass jeder Versicherungsnehmer für seine erwarteten „Schäden“ selbst aufkommt. Diese Grundannahme wird als versicherungsmathematisches Äquivalenzprinzip bezeichnet.³² Es sagt aus, dass die zu erwartenden Leistungen der Versicherungsgesellschaft (Leistungsbarwert) und die zu erwartenden Gegenleistungen der Versicherungsnehmer (Prämie) der Höhe nach gleich sein müssen.³³ Unter Vernachlässigung von Kosten³⁴ ergibt sich der aktuarielle Barwert der Rentenzahlungen (*BWR*) als Summe der mit den Überlebenswahrscheinlichkeiten ${}_t p_x$ gewichteten Rentenzahlungen R_t , die mit Hilfe der Diskontfaktoren v^t auf den einheitlichen Zeitpunkt $t=0$ bezogen werden. Hierbei entspricht W dem höchsten Alter der zugrunde liegenden Sterbetafel. In Deutschland ist dies gemäß der Sterbetafel DAV 2004 R das Alter 121.

$$BWR = \sum_{t=0}^{W-x} R_t \cdot {}_t p_x \cdot v^t \quad (1)$$

Die zentralen Einflussfaktoren auf die Prämie von Leibrenten sind neben der Höhe der periodischen Zahlung die Sterbetafel zur Berechnung der Überlebenswahrscheinlichkeiten und der verwendete Zinssatz für die Diskontierung. Die Überlebenswahrscheinlichkeiten werden mit Hilfe von Sterbetafeln berechnet, wobei aber aufgrund der adversen Selektion von Leibrentenkäufern in den westlichen Industrienationen spezielle Sterbetafeln für die Kalkulation von Leibrenten verwendet werden.³⁵ Diese Sterbetafeln tragen der Tatsache Rechnung, dass Leibrentenkäufer private Informationen bezüglich ihres Gesundheitszustandes haben und nur dann Leibrenten abschließen, wenn sie auch gesund sind. Neben der Lebenserwartung sind auch die Sterblichkeitsverbesserungen³⁶ von Leibrentenkäufern höher als die der durchschnittlichen Bevölkerung.³⁷ Wie in An-

³² Vgl. *Wolfsdorf* (1997), S. 136.

³³ Vgl. *Isenbart/Münzner* (1994), S. 1, 25 ff. Die Aussagen des aktuariellen Äquivalenzprinzips gelten im Erwartungswert auf Basis des gesamten Versicherungskollektivs. Auf Basis eines einzelnen Vertrages können erhebliche Abweichungen zwischen den Leistungen der Versicherung und der Gegenleistung des Versicherungsnehmers auftreten.

³⁴ Vgl. zu Kosten 2.3.2.3 und Anhang A.

³⁵ Vgl. hierzu *McCarthy/Mitchel* (2003) und Anhang B.

³⁶ Mit Sterblichkeitsverbesserung bezeichnet man den Effekt, dass durch medizinischen Fortschritt etc. die Sterbewahrscheinlichkeit von Individuen gleichen Geschlechts und gleichen Alters im Zeitablauf sinkt und somit die Überlebenswahrscheinlichkeit und Lebenserwartung steigt.

³⁷ Vgl. *DAV* (2004), S. 9 ff.

hang B dargelegt, wird in Deutschland für Bewertungsfragen von Leibrentenversicherungen das Sterbetafelsystem DAV 2004 R verwendet.

Der zweite zentrale Einflussfaktor bei der Prämienkalkulation ist der Rechnungszinssatz für die Diskontierung der zukünftigen Rentenzahlungen. Je nach Art der Leibrente (fix, variable, real etc.) ist auch der Diskontierungsfaktor unterschiedlich.

Löst man den Diskontierungsfaktor v' aus der Formel (1) in $v=1/(1+i)$ auf und stellt die Formel geringfügig um, so erhält man:

$$BWR = \sum_{t=0}^{w-x} \frac{R_t}{(1+i)^t \cdot \underbrace{1/p_x}_{\geq 1}} \quad (2)$$

Dadurch, dass der reziproke Wert der Überlebenswahrscheinlichkeiten immer größer (oder gleich³⁸) eins ist, wird der Diskontierungszinssatz erhöht. Im Vergleich zu einem finanzwirtschaftlichen Instrument ohne Berücksichtigung von Sterblichkeit ist so die für eine feste Rentenzahlung zu entrichtende Prämie geringer. Dieser Effekt wird als Sterblichkeitsgewinn oder Mortality Credit bezeichnet.

Tabelle 2: Monatliche Leibrentenzahlungen

Garantierte Rentenbezugszeit	Alter 50		Alter 70		Alter 80	
	Männer	Frauen	Männer	Frauen	Männer	Frauen
0 Jahre	514	492	747	677	1073	961
10 Jahre	509	490	694	649	841	812
20 Jahre	498	484	591	583	585	585

Quelle: Milevsky (2006), S. 111.

Bemerkung: Monatliche fixe Leibrente in \$ für 100.000 \$ Prämie.

Betrachtet man die in Tabelle 2 zusammengetragenen monatlichen Leibrentenzahlungen, so erkennt man zum einen, dass Frauen aufgrund ihrer längeren Lebenserwartung bei gleicher Prämie immer eine niedrigere Rentenzahlung erhalten. Zum anderen wird in der Tabelle der Einfluss des Mortality Credits auf die Höhe der Rentenzahlung besonders deutlich. Wird eine garantierte Rentenbezugszeit vereinbart, so werden mit Sicherheit während dieser Zeit Rentenzahlungen geleistet. Bei der Kalkulation werden daher die Überlebenswahrscheinlichkeiten während der Garantiezeit auf eins gesetzt und somit kein Mortality Credit gezahlt. Mit dem Vergleich der Rentenhöhe für unterschied-

lich lange garantierte Rentenbezugsdauern kann man die Höhe des Mortality Credits isolieren. Bei einer garantierten Rentenbezugszeit von 20 Jahren erhält z.B. ein männlicher Ruheständler \$ 498, wohingegen er ohne garantierte Rentenbezugszeit \$ 514 erhält. Ceteris paribus gilt daher, dass die Überlebenswahrscheinlichkeit eines 50-Jährigen über die nächsten 20 Jahre hoch und der Mortality Credit gering ist. Ein 80-Jähriger hingegen erhält bei einer garantierten Rentenbezugszeit von 20 Jahren \$ 585 und \$ 1037 ohne garantierte Rentenbezugszeit. Die Überlebenswahrscheinlichkeit ist somit niedrig und der Mortality Credit entsprechend hoch.

Bei der Kalkulation der in den USA oder Großbritannien verbreiteten fixen Leibrenten orientiert sich der Rechnungszinssatz sehr stark an dem zum Zeitpunkt des Kaufs am Kapitalmarkt herrschenden langfristigen Zinssatz für Anleihen. Dadurch ist die Höhe der Rentenzahlung abhängig vom Zeitpunkt des Vertragsabschlusses. Im Gegensatz dazu ist in Deutschland die Höhe der Rentenzahlung i.A. wenig sensitiv vom Zeitpunkt des Vertragsabschlusses. Zurückzuführen ist dies zum einen darauf, dass überwiegend partizipierende Leibrenten verbreitet sind, und zum anderen, dass Versicherungsunternehmen in ihrer Anlage- und Bilanzierungspolitik bemüht sind, Kapitalmarktschwankungen auszugleichen.³⁹

Für die Kalkulation partizipierender Leibrenten werden in Deutschland im Regelfall so genannte Rechnungsgrundlagen erster und zweiter Ordnung verwendet. Die Rechnungsgrundlagen beinhalten die zur Berechnung nötigen Annahmen zur Sterblichkeit, zum Zins und zu den Kosten. Vor der Deregulierung des Versicherungsmarktes im Jahr 1994 durch die Umsetzung der 3. Generation der EG- Richtlinien (3. Durchführungsge-
setz / EWG zum VAG) waren die Rechnungsgrundlagen Teil des von der zuständigen Aufsichtsbehörde zu genehmigenden Geschäftsplans. Nach der Deregulierung liegen die Rechnungsgrundlagen in der Eigenverantwortlichkeit der einzelnen Versicherungs-

³⁸ Die Überlebenswahrscheinlichkeit wird dann auf eins gesetzt, wenn eine garantierte Rentenbezugszeit vereinbart ist.

³⁹ *Albrecht/Maurer/Schradin* (1999) sprechen aufgrund der Tatsache, dass die Nettoverzinsung der Kapitalanlagen von Versicherungsunternehmen über Jahre hinweg bei über 7 % mit einer sehr geringen Volatilität lag, in diesem Zusammenhang von genuinem Risiko-/Renditeprofil, das sich nicht mit konventionellen Anlageinstrumenten replizieren lässt. Durch steigende Aktienquoten in den Portfolios von Versicherungsunternehmen während der Aktienhause Ende der 90er Jahre und der anschließenden Baisse konnten die Anlagemisserfolge durch die bilanziellen Reserven nicht länger geglättet werden. Die durchschnittliche Nettoverzinsung der deutschen Versicherungsunternehmen ist laut GDV (2004a) von 7,5 % im Jahr 2000 auf 6,1 % im Jahr 2001 und auf 4,7 % im Jahr 2002 gesunken.

unternehmen, sie werden durch den verantwortlichen Aktuar⁴⁰ geprüft und kontrolliert und können von der *BaFin* auch beanstandet werden.

Bei den die Sterblichkeit betreffenden Rechnungsgrundlagen übernehmen die Versicherungsunternehmen in der Regel die von der deutschen Aktuarvereinigung (DAV) erarbeitete Sterbetafel 2004 R. Darüber hinaus haben Versicherungsunternehmen jedoch auch die Möglichkeit, aktuariellen Grundsätzen genügende unternehmensindividuelle Sterbetafeln zu erstellen.⁴¹

In Deutschland sind in der versicherungsmathematischen Literatur drei Arten von Kosten bekannt. Unter den α -Kosten werden alle Kosten zusammengefasst, die bei dem Versicherungsunternehmen mit dem Abschluss des Versicherungsvertrags anfallen, wie z.B. Werbekosten, Abschlussprovisionen oder Kosten der ärztlichen Untersuchung. Die α -Kosten werden einmalig erhoben und sind meistens proportional zum Kapitalwert der Rente. In die Kategorie der β -Kosten fallen die Inkassokosten, die dem Versicherungsunternehmen mit dem Einziehen der Prämien entstehen und während der gesamten Prämienzahlungsdauer erhoben werden.⁴² Im Falle einer Rentenversicherung gegen Einmalprämie werden die Kosten einmalig erhoben und sind ebenfalls proportional zum Kapitalwert der Rente. Die γ -Kosten schließlich enthalten alle inneren Verwaltungskosten, soweit sie nicht zum Versicherungsabschluss gehören. Sie werden über die gesamte Versicherungsdauer in Rechnung gestellt.⁴³ In den USA ist dagegen die Zusammenfassung aller Kosten zu einem loading factor λ üblich.

⁴⁰ Die Voraussetzungen, die der verantwortliche Aktuar zu erfüllen hat, sind in § 11a VAG geregelt. Laut § 11a, Absatz 3, Punkt 1 VAG hat der verantwortliche Aktuar zum einen sicherzustellen, dass die gesetzlichen Vorschriften bei der Berechnung der Prämien und Rückstellungen eingehalten werden, die dauernde Erfüllbarkeit der sich aus den Versicherungsverträgen ergebenden Verpflichtungen jederzeit gewährleistet ist und das Unternehmen über ausreichende Mittel in Höhe der Solvabilitätsspanne verfügt.

⁴¹ Vgl. zu Sterbetafeln Anhang B: Abbildung der Biometrie.

⁴² Inkassokosten können in Zeiten modernen Zahlungsverkehrs weitgehend vernachlässigt werden. Im Gegensatz zu der in der Literatur und auch hier verfolgten Aufteilung, alle Verwaltungskosten unter die γ -Kosten zu subsumieren, versteht z.B. *Lührs* (1997) unter den β -Kosten diejenigen Kosten, die sich an der Bruttoprämie orientieren, und unter den γ -Kosten diejenigen, die sich an der Versicherungssumme bzw. an der Rentenhöhe orientieren.

⁴³ Vgl. *Ißenbart / Münzner* (1994), S. 24 f.

Unter Ansatz von α -, β - und γ -Kosten ergibt sich die Brutto-Einmalprämie *BEP* als

$$BEP = \frac{BWR \cdot (1 + \gamma)}{1 - \alpha - \beta} \quad (3)$$

Beim Rechnungszins ist zwischen dem Rechnungszins zur Prämienkalkulation und dem Rechnungszins zur Bildung der Deckungsrückstellung zu unterscheiden. Vor der Regulierung waren diese beiden Zinssätze identisch, mittlerweile ist nur noch der Zins zur Bildung der Deckungsrückstellung gesetzlich geregelt.⁴⁴ Durch die Regulierung wird jedoch auch der Prämienkalkulationszinssatz indirekt beeinflusst.⁴⁵ Der von einem Versicherungsunternehmen im Zeitpunkt des Vertragsabschlusses verwendete Rechnungszins gilt für die Berechnung der Deckungsrückstellung für die gesamte Laufzeit des Vertrages.⁴⁶ Der Barwert der Deckungsrückstellung eines gegebenen Kollektivs zum Zeitpunkt s ergibt sich als:

$$BW_{DeckRück}(s) = \sum_{t=s}^{W-x} \frac{t P_x}{(1+i)^{t-s}} \quad (4)$$

Die Grundidee der Deckungsrückstellung, die Bestimmung der Höhe der Verpflichtungen aus den Versicherungsverträgen, wird auch bei der Bestimmung des konditionalen Eigenkapitalbetrags in Kap 4.3.3 verwendet.

Bei der Kalkulation des fixen, garantierten Teils werden nun die Rechnungsgrundlagen erster Ordnung verwendet, die auf einer vorsichtigen Schätzung der Annahmen beruhen. Anhand der dann tatsächlich eingetretenen Kosten-, Sterblichkeits- und Kapitalmarktverläufe werden die Prämien mit den Rechnungsgrundlagen zweiter Ordnung neu berechnet. Auf Grundlage dieser Berechnungen wird der variable Teil der Rentenzah-

⁴⁴ Unter einer Deckungsrückstellung versteht man sowohl den in der Bilanz eines Versicherungsunternehmens angesetzten Wert aller Verpflichtungen aus Versicherungsverträgen als auch den Betrag, der auf einen einzelnen Vertrag zurückzuführen ist. Die gesetzlichen Regelungen zu Deckungsrückstellungen finden sich in § 65 VAG sowie in der Deckungsrückstellungsverordnung (DeckRV). Zu der Höhe des anzusetzenden Rechnungszinses ist in § 65 VAG geregelt, dass dieser 60 % des Zinssatzes langfristiger Staatsanleihen nicht überschreiten soll. Die konkrete Festlegung (z.Z. 2,75 %) erfolgt aber in § 2 DeckRV.

⁴⁵ § 11 (1) VAG fordert, dass die Prämie so hoch sein muss, dass das VU all seinen Verpflichtungen nachkommen und insbesondere für die einzelnen Verträge ausreichende Deckungsrückstellungen bilden kann.

⁴⁶ § 2 (2) DeckRV.

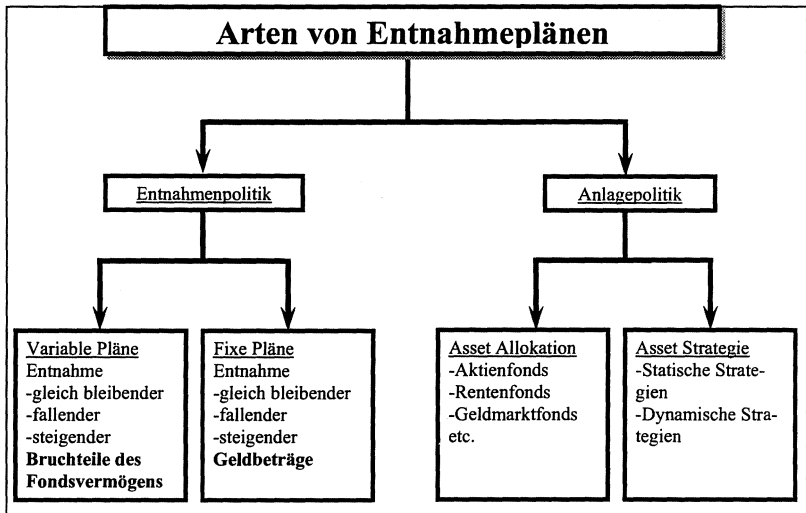
lung festgelegt.⁴⁷ Die rechtlichen Grundlagen zu der so genannten Überschussbeteiligung sind in § 81 c VAG geregelt.⁴⁸

2.2.2 Entnahmepläne

2.2.2.1 Charakteristika von Entnahmeplänen

Ein Entnahmeplan kann als eine auf einem individuellen Konto basierende Regel charakterisiert werden, die festlegt, wie in periodischen Abständen Geld zu entnehmen und weiter wie die Vermögensanlage durchzuführen ist. Durch das Fehlen eines Kollektivs ist bei Entnahmeplänen ein Risikoausgleich nicht durchführbar.⁴⁹ Somit trägt jeder Ruheständler die Risiken (Kapitalmarkt, Sterblichkeit), soweit sie nicht an Dritte übertragen werden, alleine. In der nachfolgenden Abbildung 3 sind die Differenzierungsmerkmale von Entnahmeplänen systematisiert.

Abbildung 3: Arten von Entnahmeplänen



Quelle: Eigene Darstellung.

⁴⁷ Neben den tatsächlichen Kosten-, Sterblichkeits- und Kapitalmarktverläufen hat die Bilanzpolitik des Versicherungsunternehmens maßgeblichen Einfluss auf die Höhe des variablen Teils der Rentenzahlung.

⁴⁸ Einen tiefer gehenden Einblick in die Prämienkalkulation und die Überschussbeteiligung liefert Weber (2006), S. 16 ff.

⁴⁹ Abstrakt können Entnahmepläne dem Grunde nach als so genannte kombinierte Investitions- und Konsumprobleme, unter Berücksichtigung von biometrischen Risiken, charakterisiert werden. Als Zielfunktion wird entweder der erwartete Nutzen unter der Budgetrestriktion als Nebenbedingung maximiert oder

Betrachtet man die Entnahme- oder Konsumpolitik, so kann man zwischen variablen und fixen Entnahmeplänen unterscheiden. Das Hauptmerkmal eines fixen Entnahmeplans ist, dass dieser jede Periode einen ex ante bekannten (fixen) Geldbetrag aus dem Fondsvermögen auszahlt. Dieser Betrag kann im Zeitablauf planmäßig steigen, fallen oder auch konstant bleiben. Zu Beginn jeder Periode werden aus dem Fondsvermögen so viele Anteile verkauft, wie nötig sind, um den Betrag zu erreichen, den der Entnahmeplan vorgibt. Formal ergibt sich die Höhe der Entnahme B_t zu Beginn jeder Periode als

$$B_t = \min(B, V_t), \quad (5)$$

wobei V_t den Wert des Fondsvermögens zu Beginn der Periode t bezeichnet, bevor die Entnahme B_t getätigt wird. Die Grundidee fixer Entnahmepläne liegt darin, die Entnahmhöhe B_t an eine externe Benchmark wie z.B. eine Leibrentenversicherung anzupassen. Solange das Fondsvermögen nicht aufgebraucht ist, liefert der Entnahmeplan den gleichen Cashflow wie eine Leibrentenversicherung, bietet darüber hinaus aber im Falle des Ablebens des Ruheständlers ein Vererbungspotenzial. Eine solche Strategie wird auch als Self-Annuity bezeichnet.⁵⁰ Analysiert man die mit einem fixen Entnahmeplan verbundenen Risiken, so erkennt man, dass sich der Ruheständler durch adverse Kapitalmarktentwicklungen und/oder eine unerwartet lange Lebensdauer mit einem solchen Plan der Gefahr aussetzt, den Verzehr des eigenen Vermögens zu überleben.

Der vollständige Kapitalverzehr kann dadurch vermieden werden, dass die Höhe der Entnahme in jeder Periode an die Höhe des in dieser Periode vorhandenen Vermögens gekoppelt wird. Da das Fondsvermögen in Abhängigkeit von der Entwicklung der Kapitalmärkte im Zeitablauf Schwankungen ausgesetzt ist, schwankt auch der Entnahmebetrag B_t . Man spricht in diesem Fall daher von einem variablen Entnahmeplan. Der Entnahmepfad eines variablen Entnahmeplans kann wie folgt dargestellt werden: Sei V_t der Wert des Ruhestandvermögens zu Beginn der Periode t ($t = 0, 1, \dots$), bevor die Entnahme B_t für die Periode t getätigt wird. Zu Beginn jeder Periode t wird nun ein ex ante festgelegter Anteil ω_t ($0 < \omega_t \leq 1$) des Fondsvermögens ausgezahlt.

das Ruinrisiko unter der Budgetrestriktion minimiert. Gesucht werden hierbei die Portfoliogewichte Π und der Konsum C in Abhängigkeit vom Zeitpunkt t , Vermögen V und Zustandsvariablen x .

⁵⁰ Vgl. hierzu etwa *Albrecht/Maurer* (2001) oder *Post/Schmeiser* (2005).

Die Höhe der Entnahme ergibt sich daher als:

$$B_t = \omega_t \cdot V_t. \quad (6)$$

In Abhängigkeit von der Kapitalmarktentwicklung kann ein solcher Entnahmeplan substantiell höhere oder auch niedrigere Zahlung im Vergleich zu einem Vergleichsprodukt, z.B. einer Leibrentenversicherung, bieten. Solange jedoch der Quotient Entnahme zu Fondsvermögen kleiner als eins ist, kann es zu keinem Kapitalverzehr kommen.

Im Folgenden werden einige variable Entnahmeregeln näher vorgestellt. Die einfachste Regel zahlt jeder Periode einen bestimmten, im Zeitablauf konstanten oder auch steigenden bzw. fallenden Anteil (z.B. 5 %) des verbleibenden Fondsvermögens aus. Diese Entnahmeregel wird auch „Fixe Prozentregel“ bezeichnet und wird aufgrund ihrer Einfachheit in empirischen Untersuchungen von Entnahmeplänen häufig herangezogen.⁵¹ Formal ergibt sich der Entnahmesatz ω als

$$\frac{B_t}{V_t} = \omega_t = \omega. \quad (7)$$

Diese Regel bietet den Vorteil, dass die Entnahmen zu Beginn des Plans gut an die Bedürfnisse des Ruheständlers angepasst werden können und keine weiteren Informationen wie z.B. Alter, Geschlecht etc. des Ruheständlers benötigt werden.

Eine Regel, die auch die Biometrie des Ruheständlers berücksichtigt, ist die $1/\ddot{a}_x$ -Regel, wobei mit \ddot{a}_x der Leibrentenfaktor einer x -Jahre alten Personen bezeichnet wird und dieser sich wie folgt berechnet:

$$\ddot{a}_x = \sum_{t=0}^{W-x} {}_tP_x \cdot v^t = \frac{{}_tP_x}{(1+i)^t}. \quad (8)$$

Bei der $1/\ddot{a}_x$ -Regel handelt es sich für einen Investor mit logarithmischer Nutzenfunktion um eine optimale Entnahmeregel.⁵² Diese Regel wird unter anderem auch von *Blake/Cairns/Dowd* (2003) in ihren Analysen verwendet. Wird als Zinssatz $i=0$ gewählt, so ergibt sich als Sonderfall die $1/E[T]$ -Regel, die auch *Dus/Maurer/Mitchell* (2005) verwenden. Die $1/E[T]$ -Regel verwendet in jeder Periode den Kehrwert der in dieser Periode erwarteten restlichen Lebensdauer als Entnahmesatz. Sie wird auch in leicht abge-

⁵¹ Vgl. hierzu z.B. *Young* (2004).

⁵² Vgl. *Milevsky/Young* (2002).

wandelter Form im Kontext der Ausgestaltung der Entnahmephase von 401-(k)-Plänen als Minimum-Entnahmeregel vom US-amerikanischen Steuergesetz vorgeschrieben.⁵³

Im Rahmen der Entscheidung zur Ausgestaltung der Anlagepolitik werden die üblichen finanzwirtschaftlichen Verfahren verwendet. In erster Linie stellen sich hier zum einen die Fragen nach der Aufteilung des Vermögens in die unterschiedlichen Anlageklassen wie Aktien, Renten oder Immobilien und zum anderen die Verwendung einer bestimmten Anlagestrategie. Hier ist zwischen einer statischen Buy-and-Hold-Strategie auf der einen Seite und einer dynamischen Strategie, die kontinuierlich oder zu bestimmten Zeitpunkten die Asset-Allokation auf die veränderten Umweltzustände anpasst, auf der anderen Seite zu unterscheiden. Eine Besonderheit sowohl bei der Bestimmung der Entnahme- als auch der Anlagepolitik ergibt sich im Unterschied zu finanzwirtschaftlichen Standardfragen in der Berücksichtigung der Biometrie.

2.2.2.2 Entnahmepläne als Instrument der Ruhestandsplanung

Grundsätzlich zu unterscheiden sind staatlich geförderte Altersvorsorgeprogramme wie z.B. die Riester-Rente und freie am Markt erhältliche Produkte. Während für frei erhältliche Produkte (fast) keine Einschränkungen gelten, müssen staatlich geförderte Produkte und Programme gewisse Auflagen und Anforderungen erfüllen. Wie auch schon bei den Versicherungsprodukten ist die Resonanz auf die staatlich geförderten Riesterprodukte vor allem im vergangenen Jahr gestiegen. Der *Bundesverband Investment und Asset Management e.V.* (BVI) gibt die Gesamtzahl von Riester-Sparplänen Ende Dezember 2005 mit 575.000 bei einem Zuwachs von über 200.000 Verträgen im Jahr 2005 an.⁵⁴

Bei den US-amerikanischen 401-(k)-Plänen handelt es sich um nachgelagert besteuerte Instrumente der zweiten bzw. dritte Säule zur Vermögensakkumulation. Sowohl Arbeitgeber als auch Arbeitnehmer können in einen solchen Plan Beiträge einzahlen, wobei die möglichen Beiträge der Höhe nach beschränkt sind. Entnahmen vor dem 59. Lebensjahr werden mit einer 10%igen Strafsteuer belegt. Mit Beginn des Ruhestandes

⁵³ Vgl. hierzu *Munnell et al.* (2002).

⁵⁴ Vgl. *BVI* (2006). Die sonstigen in *BVI* (2005) veröffentlichten Zahlen weisen nur das insgesamt von den Mitgliedern des *BVI* verwaltete Fondsvolumen aus und sind nicht in einzelne Gruppen wie z.B. Altersvorsorge etc. aufgeteilt. Die Extraktion weiterer Informationen über die Bedeutung von investmentfonds-basierten Altersvorsorgeprodukten aus diesen Zahlen ist daher nicht möglich.

endet im Allgemeinen ein 401-(k)-Plan und der Ruheständler kann zwischen folgenden Alternativen wählen:

- Auszahlung des akkumulierten Vermögens als Einmalzahlung
- Überführung des Vermögens in einen Individual Retirement Account (IRA)
- Kauf einer Leibrentenversicherung

Manche Plansponsoren erlauben ihren Arbeitnehmern auch, nach Beendigung des Arbeitsverhältnisses den Plan weiterzuführen. Allerdings schränkt dies die Flexibilität bezüglich der Entnahmemöglichkeiten ein. Da die Beiträge in 401-(k)-Pläne aus unversteuertem Gehalt stammen, werden alle Entnahmen und Zahlungen aus 401-(k)-Plänen bzw. IRAs mit dem zu diesem Zeitpunkt individuellen Einkommensteuersatz besteuert. Entscheiden sich die Ruheständler, den 401-(k)-Plan weiterzuführen oder in einen IRA zu überführen, so steht es ihnen zunächst einmal frei, keine Entnahmen zu tätigen. Um jedoch zu verhindern, dass Ruheständler das unversteuerte Vermögen im Rahmen einer Erbschaft an die Nachfahren transferieren, schreibt das Steuerrecht mit Vollendung des 70,5. Lebensjahres spezielle Mindestentnahmesätze vor, die im Rahmen eines Entnahmeplanes zu tätigen sind.

In Deutschland hat der Gesetzgeber mit dem Altersvermögensgesetz (AvmG) den rechtlichen Rahmen für eine staatlich geförderte kapitalgedeckte Alterssicherungskomponente geschaffen. Um in den Genuss der staatlichen Förderung zu gelangen, müssen die von Banken, Versicherungen oder Investmentgesellschaften angebotenen Produkte für die „Riester-Rente“ von einer Zertifizierungsbehörde überprüft werden. Ein Produkt erhält eine Zertifizierung, wenn die Kriterien des § 1 (AltZertG) erfüllt werden.⁵⁵ Die wichtigsten Bedingungen sind, dass keine Leistungen aus Riester-Verträgen vor dem 60. Lebensjahr oder den Beginn einer gesetzlichen Altersrente gezahlt werden und dem Ruheständler zu Beginn des Ruhestandes mindestens die eingezahlten Beiträge zur Verfügung stehen. Mit Beginn des Ruhestandes stehen auch dem deutschen Ruheständler im Rahmen eines Riestervertrages mehrere Alternativen offen. Grundsätzlich kann sich

⁵⁵ Das Altersvorsorgeverträge-Zertifizierungsgesetz in der aktuell gültigen Fassung vom 5. Juli 2004 hat gegenüber dem 2001 verabschiedeten Gesetz in einigen Punkten signifikante Änderungen erfahren. So werden die Leistungen nun in Form von Unisex-Tarifen kalkuliert, die Abschlusskosten können auf nun nur 5 und nicht mehr 10 Jahre verteilt werden, die Beschränkung auf die drei Produkttypen Leibrente, Banksparkplan und Investmentfondssparplan wurde aufgehoben.

der Ruheständler 30 % des zu Beginn der Auszahlungsphase zur Verfügung stehenden Kapitals als Einmalzahlung auszahlen lassen. Darüber hinaus hat er die Wahl, eine Leibrentenversicherung abzuschließen oder das Vermögen im Rahmen eines Entnahmeplanes zu konsumieren. Für einen Entnahmeplan gilt dabei die Einschränkung, dass die monatlichen Leistungen in Form gleich bleibender oder steigender nominaler Auszahlungen erfolgen müssen und mit Vollendung des 85. Lebensjahres in eine Leibrente gewechselt werden muss. Wie auch schon bei den 401-(k)-Plänen in den USA werden die Rentenzahlungen aus Riester-Verträgen in Deutschland mit dem jeweiligen individuellen Einkommenssteuersatz nachgelagert besteuert.

2.2.2.3 Leibrenten vs. Entnahmepläne

Individuen knüpfen an die Ausgestaltung des Altersvorsorgeprogramms gewisse Erwartungen. Als gewünschte Eigenschaften sind hierbei neben einer hohen Rentabilität hohe Sicherheit, lebenslange Versorgung, Vererbungsmöglichkeiten für nicht konsumiertes Vermögen sowie ein Höchstmaß an Flexibilität und Liquidität zu isolieren. Diese Anforderungen sind jedoch zum Teil konträr zueinander und durch den Ruheständler bei der Zusammenstellung des persönlichen Alterssicherungsprogramms dementsprechend zu berücksichtigen.

Das erste Spannungsverhältnis resultiert aus dem Wunsch nach hoher Rentabilität und Sicherheit. Das Fundamentalgesetz der Finanzwirtschaft besagt jedoch, dass höhere Renditen nur durch die Akzeptanz höherer Risiken zu realisieren sind. Gerade aber im Bereich der Alterssicherung ist Sicherheit ein wichtiger Faktor, den die Asset Allokation entscheidend determiniert. Wünscht ein Ruheständler eine renditestärkere Asset Allokation als die von partizipierenden Leibrenten, so kann er diese im Rahmen fondsgebundener Leibrenten oder investmentfondsbasierter Anspar- und Entnahmepläne an sein persönliches Risikoprofil anpassen. Berücksichtigt werden muss jedoch, dass bei Leibrenten die Rendite durch die Sterblichkeitsgewinne vor allem mit zunehmendem Alter gesteigert wird, und zum anderen, dass sich der Ruheständler bei einer zu riskanten Assetallokation im Rahmen von fondsgebunden Leibrenten und Anspar- und Entnahmeplänen Konsumrisiken aussetzt.⁵⁶

⁵⁶ Vgl. hierzu z.B. *Albrecht/Maurer/Ruckpaul* (2001).

Das zweite Spannungsverhältnis ist durch den Wunsch nach lebenslanger Versorgung und nach Vererbungsmöglichkeit gekennzeichnet. Eine Leibrente in ihrer Standardform bietet eine lebenslange Versorgung. Durch die asymmetrische Informationsverteilung bezüglich der Gesundheit des Ruheständlers und die versicherungstechnische Kollektivbildung gehen aber durch den Abschluss einer Leibrente sämtliche Vererbungsmöglichkeiten verloren. Ein Entnahmeplan bietet die Vererbungsmöglichkeiten, kann dafür aber nicht eine lebenslange Zahlung zusichern.

Das dritte Spannungsverhältnis ist durch den Wunsch nach Flexibilität und Liquidität determiniert. Entnahmepläne bieten wiederum sowohl die Möglichkeit, die zugrunde liegenden Investmentfonds jederzeit zu liquidieren als auch den Entnahmemechanismus an neue Konsumwünsche oder an veränderte Gesundheitszustände anzupassen. Beide Wünsche stehen jedoch im Widerspruch zu der versicherungstechnischen Kalkulationsgrundlage von Leibrenten. Insbesondere könnte durch eine Flexibilisierung bzw. durch die Möglichkeit, Leibrenten auf einem Sekundärmarkt zu verkaufen, diese nicht mehr eine lebenslange Zahlung, bzw. wie in Deutschland eine garantierte fixe Zahlung, zusagen.

Im Rahmen des Altersvermögensgesetzes haben Ruheständler eine Wahlmöglichkeit zwischen Leibrenten und Entnahmeplänen, die dem Alterszertifizierungsgesetz genügen. Insbesondere müssen solche Entnahmepläne dem Ruheständler gleich bleibende oder steigende Zahlungen zusagen. Durch die gesetzlich vorgeschriebenen Eigenschaften sind jedoch die Hauptvorteile von Entnahmeplänen, die Flexibilität und Liquidität, stark eingeschränkt. In Tabelle 3 sind die Vor- und Nachteile von Leibrenten und Entnahmeplänen im allgemeinen Fall sowie im Rahmen des Alterszertifizierungsgesetzes zusammengefasst.

Tabelle 3: Vor- und Nachteile von Leibrenten und Entnahmeplänen

	Leibrente	Entnahmepläne allgemein	Entnahmepläne im AVmG-Kontext
Vorteile	Langlebigkeitsschutz Mortality Credit Zahlungsgarantie	Flexibilität Liquidität Vererbbarkeit	Vererbbarkeit Zahlungsgarantie Geschlechtsspezifität
Nachteile	Keine Vererbbarkeit Illiquidität Inflexibilität Unisex-Berechnung (im AVmG-Kontext)	Kein Langlebigkeits- schutz Verzehr- bzw. Konsum- risiko	Illiquidität und Inflexibilität (bei unschädlicher Ver- wendung)

Quelle: Eigene Darstellung.

Vor allem die Flexibilität von AltZertG-konformen Entnahmeplänen wird durch mehrere gesetzliche Regelungen eingeschränkt. So kommen z.B. durch die Forderung nach gleich bleibenden bzw. steigenden Auszahlungen nur Entnahmepläne mit fixen Entnahmebeträgen in Betracht. Weiterhin kann der Ruheständler auch, z.B. zur Befriedigung einmaliger Konsumwünsche, keine temporär höheren Entnahmen tätigen, da diese Entnahmen dann bis zum Ende des Entnahmeplans zugesichert werden müssten. Eine weitere Einschränkung stellt die verpflichtende Teilkapitalverrentung mit Vollendung des 85. Lebensjahres dar. Durch diese Regelungen ist jedoch der Verzehr des eigenen Vermögens für den Ruheständler ausgeschlossen.

Auch die Vererbungsmöglichkeit und die Hinterbliebenenversorgung sind im Kontext von Altersvorsorgeverträgen eingeschränkt. Zum einen besteht eine generelle Vererbungsmöglichkeit nur bis zur Vollendung des 85. Lebensjahres, da ab diesem Zeitpunkt der zwingende Abschluss einer Leibrentenversicherung vorgeschrieben ist. Aber auch vor der Teilkapitalverrentung ist eine Vererbung des gesamten Altersvorsorgevertrages an die Hinterbliebenen nur eingeschränkt möglich. Das Einkommensteuergesetz (EStG) unterscheidet im Allgemeinen zwischen einer schädlichen und einer unschädlichen Verwendung von Altersvorsorgeverträgen.⁵⁷ Vererbung ist steuerrechtlich nur dann unschädlich, wenn nach dem Tod des Ruheständlers das dann verbleibende Vermögen auf

⁵⁷ Rechtlich geregelt ist die schädliche Verwendung von Altersvorsorgeverträgen in den §§ 93, 94 EStG. Demnach liegt eine schädliche Verwendung vor, wenn eine vollständige Einmalzahlung des Kapitalbetrages vorgenommen wird, wenn bei einer Vererbung das Kapital nicht in den Altersvorsorgevertrag des Ehepartners transferiert wird, wenn der Wohnsitz des Ruheständlers ins Ausland verlagert wird, wenn es zu einem Zahlungsverzug bei der Rückzahlung der Entnahme für selbst genutztes Wohneigentum kommt oder wenn das Kapital nicht oder nicht mehr für selbst genutztes Wohneigentum eingesetzt

den Altersvorsorgevertrag des Ehepartners transferiert wird. Wird das verbleibende Rest-Vermögen hingegen in Form einer Einmalzahlung an die Erben ausgezahlt, so liegt eine schädliche Verwendung vor. In diesem Fall müssen die erhaltenen Zulagen und steuerlichen Begünstigungen zurückgezahlt und die Erträge des Altersvorsorgevertrages sofort vollständig versteuert werden.

Trotz der engen gesetzlichen Regelungen, die die Liquidität von Entnahmeplänen eingrenzen, ist diese bis zur Vollendung des 85. Lebensjahres nach wie vor ein wichtiger Vorteil gegenüber Leibrenten. Wird aus dem individuellen Altersvorsorgekapital eine Leibrente gekauft, so geht das angesparte Vermögen unwiderruflich in einem Versichertenkollektiv auf. Bei einem Entnahmeplan steht dagegen das akkumulierte Vermögen auch nach Beginn der Auszahlphase in einem individuellen Konto zur Verfügung und kann nötigenfalls, wenn auch mit den steuerlichen Konsequenzen der schädlichen Verwendung, vollständig entnommen werden. Zudem kann, abhängig von der Höhe der Entnahmen und der Kapitalmarktentwicklung, nach der Entnahmeplanphase unter Umständen mit höheren Rentenzahlungen als bei einer reinen Leibrentenlösung gerechnet werden.

Für Männer besteht durch die Verpflichtung der Produkthanbieter, bei der Kalkulation von Neuverträgen ab dem 1. Januar 2006 geschlechterunabhängige Sterbetafeln zu verwenden, ein weiterer Grund, einen Entnahmeplan einer Leibrente vorzuziehen. Dadurch, dass Männer eine kürzere Lebenserwartung als Frauen haben, würden sie bei Verwendung geschlechterspezifischer Sterbetafeln *ceteris paribus* höhere Rentenzahlungen erhalten. Durch einen Entnahmeplan können Männer diese regulatorischen Opportunitätskosten zumindest bis zu einem Alter von 85 Jahren umgehen.

2.3 Forschungsergebnisse zur Ausgestaltung der Entnahmephase

2.3.1 Einleitende Bemerkungen

Die steigende Bedeutung von privater und betrieblicher Alterssicherung und die damit verbundene Frage nach Möglichkeiten zur Ausgestaltung von Altersversorgungsprogrammen von Ruheständlern haben sich auch in der wirtschaftswissenschaftlichen Literatur in Form zahlreicher Untersuchungen niedergeschlagen. In Anlehnung an *Chen/Milevsky* (2003), die die relevante Literatur in drei Kategorien unterteilen, wird

wird. Eine schädliche Verwendung von Altersvorsorgeverträgen zieht eine Rückzahlung der erhaltenen

hier im Weiteren zwischen positiver, normativer und sonstiger Literatur unterschieden. In die erste Kategorie werden zum einen die theoretischen Arbeiten aus dem Versicherungsbereich eingeordnet, die die Nachfrage nach Leibrenten wie z.B. *Yaari* (1965), *Richard* (1975), *Brugiavini* (1993), *Yagi/Nishigaki* (1993) oder *Milevsky/Young* (2003) erklären. Als zentrales Ergebnis dieser Studien lässt sich festhalten, dass Leibrenten eine zentrale Rolle im Portfolio von Ruheständlern haben sollen. Da Leibrenten bisher nicht die ihnen zustehende Stellung eingenommen haben, versucht eine weitere Reihe von Untersuchungen die Diskrepanz zwischen theoretischer und praktischer Bedeutung zu erklären.

In die zweite Kategorie fallen die Untersuchungen im normativen Kontext, die dem Investor bei der Entscheidung helfen sollen, wann und wie viel in Leibrenten investiert werden soll und wie das Ruhestandsportfolio auszugestalten ist. Ausgehend von den Erkenntnissen, dass Leibrenten alleine nicht die Präferenzen breiter Klassen von Investoren befriedigen können, werden auch Entnahmepläne als Instrument zur Ausgestaltung der Ruhestandsphase untersucht. Hierbei werden zunächst Arbeiten vorgestellt, die primär der Financial-Planning-Literatur zuzuordnen sind und die in erster Linie reine Entnahmepläne untersuchen. Die zweite große Gruppe von Arbeiten untersucht hingegen Entnahmepläne in Kombination mit Leibrenten. Dieser Kategorie lassen sich z.B. *Milevsky/Robinson* (2000), *Milevsky* (2001), *Kapur/Orszag* (1999), *Blake/Cairns/Dowd* (2003) oder *Albrecht/Maurer* (2002) und *Dus/Maurer/Mitchell* (2005) zuordnen. In der dritten Gruppe, den sonstigen Beiträgen, werden Arbeiten vorgestellt, die sich nicht in dieses Raster einordnen lassen.

2.3.2 Positive Literatur

2.3.2.1 Theoretische Arbeiten zur Bedeutung von Leibrenten

Die Lebenszyklushypothese postuliert, dass ein rationaler Entscheidungsträger während seines Erwerbslebens auf einen Teil seiner Konsummöglichkeiten verzichtet und Vermögen akkumuliert, welches er dann während des Ruhestandes zur Finanzierung des Lebensunterhaltes verwendet.⁵⁸ Unter der Annahme, dass die restliche Lebensdauer bekannt ist, kann ein Ruheständler sein Altersversorgungsprogramm zu Beginn des Ru-

staatlichen Zulagen und steuerlichen Vergünstigungen sowie eine Versteuerung der Erträge nach sich.

⁵⁸ Die ursprüngliche Formulierung der Lebenszyklushypothese geht zurück auf *Modigliani/Brunberg* (1954). Ein Überblick auch über die Erweiterungen findet sich in *Modigliani* (1986).

hestandes durch eine Rentenbarwertrechnung einfach bestimmen. Unter Berücksichtigung der Unsicherheit der verbleibenden Restlebensdauer gestaltet sich die Frage nach der Höhe des periodischen Konsums wesentlich diffiziler. Sowohl der Vermögensverzehr im Falle eines zu hohen Konsums als auch das Hinterlassen eines zu großen Vermögens sind nicht erwünscht. Mit dem Kauf einer Leibrente kann jedoch die Sicherheit im Ruhestand durch die lebenslange Zahlungsgarantie substantiell erhöht werden.⁵⁹

Neben dieser lebenslangen Zahlungsgarantie bieten Leibrenten wie bereits gezeigt aufgrund des Mortality Credits höhere Zahlungen als ein sonst identisch angelegtes Alternativinvestment. *Yaari* (1965) zeigt, dass ein risikoaverses Individuum mit unbekannter Lebensdauer, das seinen Lebenszyklus-Nutzen maximiert und keine Vererbungsmotive hat, unter der Annahme der Verfügbarkeit aktuariell fair gepreister Leibrentenversicherungen⁶⁰ sein gesamtes Vermögen verrentet wird. Sollten Vererbungsmotive vorhanden sein, wird das Individuum in ein Portfolio aus Leibrenten und klassischen Anlageinstrumenten investieren.

Diesem theoretischen Resultat zufolge müssten Leibrenten eine herausragende Stellung in den Portfolios von Ruheständlern haben.⁶¹ In der Realität ist dennoch das Gegenteil zu beobachten. Die USA haben im Gegensatz zu Deutschland ein weit verbreitetes und gut entwickeltes privates und betriebliches Rentensystem. Das Health and Retirement Survey (HRS)⁶² weist 4,6 Millionen Rentner aus, die keinerlei Vererbungsmotive haben. Von ihnen hat aber nur ungefähr ein Drittel Einnahmen aus Leibrenten. Unterstellt man, dass die Ruheständler ihr Alterssicherungsprogramm optimieren und dabei keine systematischen Fehler machen, kann die Theorie keine Erklärung über die fehlenden 2,9 Millionen Leibrentenverträge machen.⁶³ Die Diskrepanz zwischen der Zahl von Leibrenten, die man theoretisch erwarten könnte, und der Zahl, die man empirisch in der Realität beobachten kann, wird als Annuity Puzzle bezeichnet.

⁵⁹ Vgl. *Mitchell/McCarthy* (2002), S. 2 f.

⁶⁰ Unter einer aktuariell fairen Leibrente wird in der Literatur diejenige Leibrente verstanden, deren Barwert der Rentenzahlungen gleich der zu zahlenden Versicherungsprämie ist. Vgl. hierzu Kap. 2.2.1.3.

⁶¹ *Yaari* (1965) hat als Erster die herausragende Stellung von Leibrenten gezeigt. Eine aktuellere Studie dazu ist *Davidoff/Brown/Diamond* (2005).

⁶² Das Health and Retirement Survey (HRS) ist eine Datensammlung über Familienstand, Einkommen, Gesundheitszustand etc. von Rentnern in den USA.

⁶³ Vgl. *Petrova* (2003), S. 3.

Die Arbeit von *Yaari* (1965) wird in der Literatur gerne herangezogen, um das Annuity Puzzle zu motivieren. Sie beruht jedoch, wie aufgezeigt, auf einer Reihe restriktiver Annahmen. *Davidoff/Brown/Diamond* (2005) vertiefen die Analysen von *Yaari* und leiten unter allgemeineren Bedingungen Ergebnisse für vollständige Märkte ab. So reichen in vollständigen Märkten bereits ein fehlendes Vererbungsmotiv und die Rendite einer Leibrentenversicherung, die höher als bei konventionellen Assets mit vergleichbarem Risiko ist, aus, um im Optimum eine vollständige Verrentung zu rechtfertigen. Weiterhin zeigen sie aber auch, dass sich Investoren bei unvollständigen Märkten in einem geringeren Umfang für den Kauf von Leibrenten entscheiden. Im Folgenden werden die wichtigsten Beiträge zur Erklärung des Annuity Puzzles dargestellt.

2.3.2.2 Vererbungsmotive als Erklärungsansatz für geringe Nachfrage nach Leibrenten

Die klassische Erklärung für die zu geringe Nachfrage nach Leibrenten sind Vererbungsmotive, die nach einem Leibrentenkauf nicht mehr befriedigt werden können. Eine systematische Analyse von Vererbung eröffnet zunächst die Frage, wie hoch das Vermögen ist, das vererbt wird und welche Bedeutung es hat. *Kotlikoff/Summers* (1981) beziffern ungefähr 80 % des Vermögens in den USA als Transfervermögen⁶⁴, *Modigliani* (1988) geht hingegen von weniger als 25 % aus, *Morgan et al.* (1962) beziffern die Höhe des Transfervermögens am gesamten Vermögen in den USA auf unter 10 %.⁶⁵ *Blinder* (1988) illustriert diese große Diskrepanz in den Zahlen anhand des Beispiels von Rockefellers Sohn. Obwohl er nie Einkünfte aus Arbeit hatte, ist sein Vermögen im Zeitablauf angewachsen. *Modigliani* sieht darin Lebenszyklusersparnisse, *Kotlikoff/Summers* führen dies auf eine Erbschaft zurück. Ungeachtet dieser Diskussion soll Schätzungen zufolge in Deutschland das Erbschaftsvolumen für den Zeitraum 1990-2000 über 1 Billion Euro betragen und sich im Zeitraum 2000-2010 auf deutlich über 2 Billionen verdoppeln. Die durchschnittliche Erbschaft beträgt dem Alterssurvey zufolge etwa 100.000 Euro.⁶⁶

Vor einer tieferen Diskussion der Materie werden zunächst die wichtigsten Grundbegriffe kurz vorgestellt. Man unterscheidet, je nachdem wann es zu einem Vermögens-

⁶⁴ Vgl. *Kotlikoff/Summers* (1981), S. 725.

⁶⁵ Vgl. *Modigliani* (1988), S. 19 ff.

⁶⁶ Vgl. *Reil-Held* (2002), S. 85 ff.

transfer kommt, zwischen einer Erbschaft und einem Inter-Vivo-Transfer. Eine Erbschaft ist die Form des Inter-Generationen-Transfers, der Vermögen nach dem Tod von einer Generation zur anderen überführt. Inter-Vivo-Transfer bezeichnet den geplanten Transfer von Vermögen zwischen Generationen zu Lebzeiten beider Parteien. Aufgrund des empirisch beobachtbaren Vermögenstransfermusters ist es zunächst sinnvoll, nicht nur Vererbungsmotive, sondern allgemein Transfermotive zu analysieren. Die ökonomische Literatur kennt als Extreme auf der einen Seite das altruistische und auf der anderen Seite das strategische Transfermotiv.⁶⁷

Der Grundgedanke hinter dem altruistischen Modell ist, dass in die Nutzenoptimierung der Eltern aus reiner Menschen- und Nächstenliebe und ohne Erwartung einer Gegenleistung nicht nur der eigene Konsum, sondern auch der ihrer Kinder einfließt. Die Eltern haben die Möglichkeit, die Ressourcen der Kinder dadurch zu erhöhen, dass sie zum einen in das Humankapital ihrer Nachfahren investieren oder zum anderen direkte finanzielle Transfers leisten.⁶⁸

Sind mit dem Transfer bestimmte Erwartungen oder Hoffnungen auf eine Gegenleistung verbunden, so spricht man vom strategischen Transfermotiv. Der Grundgedanke dieses Modells liegt auf dem Inter-Generationen-Austausch traditioneller Gesellschaften, der über Jahrhunderte zu beobachten war. Dabei wird die Hilfe der Kinder als Leistung betrachtet, die auch auf einem alternativen Markt bezogen werden könnte. Die interfamiliäre Lösung wird jedoch aufgrund der besseren Informationsverteilung und der damit geringeren Kosten der Marktlösung vorgezogen. Zwischen diesen beiden Extremen lassen sich weiter das so genannte paternalistische Transfermotiv und die retrospektive Vererbung einordnen. Beim paternalistischen Transfermotiv geht man davon aus, dass der Transfer nicht durch die Präferenzen der Kinder selbst, sondern durch die Vorstellung der Eltern über die Präferenzen ihrer Kinder determiniert wird. Bei der retrospektiven Vererbung wird der Transfer durch soziale Normen und die Höhe der selbst erhaltenen Erbschaft bestimmt.⁶⁹

Vermögenstransfer zu Lebzeiten ist eine geplante und bewusst vollzogene Handlung, die eines Motivs bedarf. Eine Erbschaft kann hingegen auch ohne konkretes Transfer-

⁶⁷ Vgl. hierzu etwa *Masson/Pestieau* (1997).

⁶⁸ Vgl. *Sexauer* (2004), S. 39.

⁶⁹ Vgl. *Reil-Held* (2002), S. 62.

motiv hinterlassen werden. Wird Vermögen im Rahmen einer Erbschaft an die Nachfahren ohne Vorliegen eines Transfermotivs hinterlassen, so spricht man von einer Erbschaft als Restgröße bzw. als Zufallsprodukt. Ursprünglich war das Vermögen vom Erblasser zu eigenen Vorsorgezwecken angespart worden, konnte aber aufgrund einer kurzen Lebensdauer oder eingeschränkter Konsummöglichkeiten nicht zu Lebzeiten aufgebraucht werden.⁷⁰ Ist eine Erbschaft hingegen geplant, so liegt ihr dann eines der angesprochenen Transfermotive zugrunde.⁷¹

In der Literatur zu Vererbungsmotiven sind unterschiedliche Meinungen vertreten. *Hurd* (1987) findet z.B. in seinen Untersuchungen keinerlei Anzeichen für die Existenz von Vererbungsmotiven. *Tomes* (1981) hingegen identifiziert in seiner Arbeit Vererbungsmotive und führt sie auf Altruismus zurück. *Bernheim/Shleifer/Summers* (1985) gehen indessen in ihrer Arbeit von strategischen Vererbungsmotiven aus. Obwohl *Hurd* in seiner Untersuchung keine Vererbungsmotive identifizieren konnte, geht er von geplanten Vermögenstransfers zu Lebzeiten z.B. als Zuwendung für Bildung aus.⁷² Diese Form des Transfers zu Lebzeiten hat in den USA einen höheren Stellenwert als in Deutschland, da die Bildungskosten in den USA um ein Vielfaches höher sind. Das Ergebnis der Studie von *Brown* (2001) ist, dass Vererbungsmotive keinen signifikanten Einfluss auf die Entscheidung über den Abschluss einer Leibrente haben. Dieses Ergebnis gilt selbst dann, wenn Ruheständler Kinder bzw. Vererbungsmotive haben. *Davidoff/Brown/Diamond* (2005) stellen Vererbungsmotive nicht generell in Frage, argumentieren jedoch, dass eine Erbschaft dem Zeitpunkt und der Höhe nach eine Zufallsgröße darstellt. Sollten Ruheständler tatsächlich Vererbungsmotive haben, reduziert eine Schenkung zu Lebzeiten die Varianz des Erbes und kann somit eine Erbschaft gemessen in Erwartungsnutzen dominieren.⁷³

Zusammenfassend kann festgehalten werden, dass Vererbungsmotive dazu beitragen können, das schwache Verrentungsverhalten zu erklären. Als alleiniger Grund sind sie jedoch nicht hinreichend. Folgt man der Argumentationslinie von *Hurd*, so gibt es dessen ungeachtet ausreichend empirische Evidenz, die Existenz von Vererbungsmotiven generell in Frage zu stellen.

⁷⁰ Vgl. hierzu etwa *Davis* (1981).

⁷¹ Vgl. *Abel* (1985), S. 781.

⁷² Vgl. *Hurd* (1987), S. 306.

⁷³ Vgl. *Davidoff/Brown/Diamond* (2005), S. 1590.

2.3.2.3 Kosten als Erklärungsansatz für geringe Nachfrage nach Leibrenten

Eine weitere, oft zitierte Determinante zur Erklärung der geringen Nachfrage nach Leibrentenversicherungen sind deren Kosten. Oft wird argumentiert, dass die am Markt erhältlichen Leibrenten im aktuariellen Sinne nicht fair, d.h. zu teuer sind.⁷⁴ Eine genauere Analyse erfordert zunächst eine Abgrenzung der unterschiedlichen Arten von Kosten, die in diesem Kontext von den Versicherungsnehmern zu tragen sind.⁷⁵ Zu unterscheiden in diesem Zusammenhang sind Kosten, die das Versicherungsunternehmen seinen Kunden für die Organisation des Versicherungskollektivs und die Abwicklung der Rentenzahlungen in Rechnung stellt, von den Kosten, die durch die so genannte adverse Selektion entstehen.⁷⁶

Konkrete Angaben zu der Kostenstruktur deutscher Versicherungsunternehmen, die den ersten Block betreffen, sind in der Literatur schwer zu finden. *Albrecht/Göbel* (2000) gehen bei ihren Kalkulationen von α -Kosten in Höhe von 4 % des Bruttoeinmalbeitrags, β -Kosten in Höhe von 1,25 % des Bruttoeinmalbeitrags und γ -Kosten in Höhe von 1,5 % der Rentenhöhe pro Jahr Rentenbezugszeit aus.⁷⁷ Bezogen auf die zu zahlende Einmalprämie entspricht dies einer Kostenbelastung von 7,12 %. *Meyer* (1997) nennt als Beispiel Zahlen, die einer ungefähren Kostenbelastung von 8 - 9 % entsprechen.⁷⁸

Unter den Kosten der adversen Selektion versteht man den Effekt, dass Ruheständler, die Leibrentenversicherungen abschließen, eine längere Lebenserwartung als der Bevölkerungsdurchschnitt haben.⁷⁹ Da der Abschluss einer Leibrentenversicherung für den Ruheständler eine langfristige, irreversible Entscheidung ist, wird er alle verfügbaren und somit auch privaten Informationen nutzen, die dem Versicherungsunternehmen

⁷⁴ Vgl. hierzu bspw. *Milevsky* (2001), S. 58.

⁷⁵ Vgl. hierzu bspw. *Friedmann/Warshawsky* (1990), S. 147 ff. oder *Mitchell et al.* (1999), S. 1316.

⁷⁶ *Milevsky/Young* (2003) versuchen adverse Selektion in die Konsum- und Investitionsentscheidung dadurch abzubilden, dass sie zwischen objektiven und subjektiven Überlebenswahrscheinlichkeiten unterscheiden.

⁷⁷ Vgl. *Albrecht/Göbel* (2000), S. 6.

⁷⁸ Vgl. *Meyer* (1997), S. 118.

⁷⁹ Ein direkter Vergleich der Lebenserwartungen zwischen der allgemeinen Bevölkerung und Leibrentenkäufern ist direkt nicht ohne Weiteres möglich, da es sich bei den vom Statistischen Bundesamt veröffentlichten Sterbetafeln um Periodentafeln handelt. Im Gegensatz dazu verwenden Versicherungsunternehmen Generationentafeln, bei denen eine Verringerung der Sterblichkeit bereits berücksichtigt ist. In *DAV* (2004) sieht man aber, dass nicht nur die Lebenserwartung von Leibrentenkäufern höher ist als die der allgemeinen Bevölkerung. Es lässt sich empirisch belegen, dass Angehörige der Rentenversicherung der Arbeiter eine kürzere Lebenserwartung haben als Angehörige der Rentenversicherung der Angestellten, die wiederum eine kürzere Lebenserwartung haben als Beamte.

nicht zu Verfügung stehen. Diese Kosten werden bei der Kalkulation durch die Verwendung spezieller Sterbetafeln berücksichtigt.

In der Literatur finden sich zahlreiche empirische Untersuchungen zum Pricing von Leibrenten. Als Standard zur Beurteilung von Leibrenten haben sich dabei zwei Konzepte etabliert. Zum einen ist dies der von *Warshawsky* (1998) in seiner Untersuchung über den US-amerikanischen Leibrentenmarkt eingeführten Money Worth Ratio (MWR). Der MWR ist eine Größe auf Basis von Cash-Flows und berechnet sich als mit Überlebenschancen gewichteter Barwert aller zukünftigen Zahlungen dividiert durch die zu zahlende Prämie. Ist der MWR < 1 , so gibt die Differenz zu eins den Kostenfaktor an, den der Kunde zu tragen hat. Eine Leibrente bietet jedoch einerseits eine Versorgungsleistung, andererseits eine Versicherungsleistung gegen das Langlebkeitsrisiko. Diese Versicherungskomponente wird durch das relativ einfache MWR nicht richtig abgebildet. *Mitchell et al.* (1999) haben daher den Annuity Equivalent Wealth (AEW) vorgestellt. Der AEW ist eine Größe, die im Rahmen eines Lebenszyklusmodells und unter der Annahme einer CRRA-Nutzenfunktion Nutzenäquivalente berechnet. Der AEW gibt an, welches Vermögen ein Individuum investieren muss, um den gleichen Nutzen wie im Falle eines Leibrentenkaufes zu haben. *Mitchell et al.* (1999) haben sowohl den Money Worth Ratio als auch den Annuity Equivalent Wealth für US-amerikanische Daten berechnet.

Tabelle 4: Money Worth Ratios für verschiedene Länder

		Großbritannien		Australien		Kanada		Schweiz		USA		Deutschland	
		BV	LR	BV	LR	BV	LR	BV	LR	BV	LR	BV	LR
Männer		0,90	0,97	0,92	0,99	0,93	1,01	0,97	NA	0,81	0,93	0,89	0,98
	Frauen	0,91	0,96	0,91	0,97	0,94	1,02	1,12	NA	0,85	0,93	0,94	1,01

Bemerkung: BV bezeichnet die Bevölkerungssterbetafel, LR die Sterbetafel von Leibrentenkäufern.

Quelle: *James/Vittas* (1999) für Großbritannien, Australien, Kanada und die Schweiz; *Mitchell et al.* (1999) für die USA sowie *Gaudecker/Weber* (2003) für Deutschland.

James/Vittas (2001) haben die Berechnung des MWR auf Kanada, die Schweiz, Australien, Israel, Chile und Singapur ausgedehnt. *Gaudecker/Weber* (2003) haben schließlich den MWR für den deutschen Markt berechnet.

Die in Tabelle 4 zusammengefassten Ergebnisse zeigen zum einen den MWR, der auf Basis der Bevölkerungssterbetafeln, und zum anderen jenen, der auf Basis von Leibren-

tensterbetafeln berechnet wurde. Im Gegensatz zu den anderen Ländern ist der MWR in Deutschland auf Basis der Bevölkerungssterbetafel leicht unter 90 % und in den USA signifikant unter 90 %. Der MWR sagt nun aus, dass z.B. ein deutscher Leibrentenkäufer auf Basis der Bevölkerungssterblichkeit einen Barwert der Rentenzahlungen in Höhe von 88,6 % der gezahlten Prämie erwarten kann. Die Differenz zwischen der Bevölkerungssterbetafel und der Leibrentensterbetafel in Höhe von 9,4 % sind die Kosten der adversen Selektion, die Differenz zwischen der Leibrentensterbetafel und 100 % sind die vom Versicherungsunternehmen in Rechnung gestellten Kosten. Für Deutschland ergibt sich damit laut *Gaudecker/Weber* (2003) für Männer eine sehr geringe Kostenbelastung in Höhe von nur 2 % im Vergleich zu 7 % in den USA. Für Frauen ergibt sich sogar eine „Abschlussprämie“ in Höhe von 1,2 %.⁸⁰

Das Annuity Equivalent Wealth erweitert nun die rein finanzwirtschaftliche Betrachtung des MWR um eine Nutzenkomponente.⁸¹ *Mitchell/McCarthy* (2002) zeigen, dass selbst ein Investor mit einem Risikoaversionsparameter von eins und einer CRRA-Nutzenfunktion ohne bereits verrentetes Einkommen 50,2 % seines Vermögens aufgeben würde, um Zugang zu einem realen Leibrentenmarkt zu erhalten. Ist bereits die Hälfte des Ausgangsvermögens verrentet, so ist der Investor immer noch bereit, 33 % seines Vermögens für einen Marktzugang auszugeben.⁸² Auf Grundlage dieser Ergebnisse folgern nun *Mitchell et al.* (1999), dass teilweise substantielle Kostenabschläge, gemessen am MWR bei einem Leibrentenkauf, zu beobachten sind, diese aber vor allem in Verbindung mit dem AEW nicht das Annuity Puzzle erklären können.

2.3.2.4 Weitere Erklärungsansätze für geringe Nachfrage nach Leibrenten

Eine weitere Erklärung des Annuity Puzzles liefert die Funktionsweise des gesetzlichen und des bisher überwiegend in Form von Leistungszusagen operierenden betrieblichen Rentensystems. Mit ihrer Auszahlungsstruktur sowie der Abdeckung biometrischer Risiken haben sie Leibrentencharakter. Dadurch ist in vielen westlichen Industrienationen

⁸⁰ Eine Erklärung dieser Ergebnisse von *Gaudecker/Weber* (2003) für Deutschland könnte sich in der Verwendung einer festen Zinsstrukturkurve bei der Berechnung des MWR ergeben. *GDV* (2004), S. 17 weist demgegenüber eine Verwaltungskostenquote für 1994 von 4,7 % aus, die auf 3,5 % im Jahr 2002 sinkt.

⁸¹ Zur Herleitung und Berechnung des AEW vgl. etwa *Mitchell et al.* (1999), S. 1312 oder *Mitchell/McCarthy* (2002), S. 13.

⁸² Vgl. *Mitchell/McCarthy* (2002), S. 15.

mit gut entwickelten staatlichen und betrieblichen Rentensystemen der Bedarf an zusätzlichen privaten Leibrentenversicherungen gering.

Bernheim (1991) untersuchte im konkreten Fall, ob staatliche Altersvorsorgeleistungen die Nachfrage nach Lebensversicherungen erhöhen, wodurch sich gleichzeitig die Nachfrage nach privaten Leibrentenversicherungen reduziert.⁸³ Unter Abstraktion von Transaktionskosten ist der Kauf einer Lebensversicherung dem Verkauf einer Leibrentenversicherung gleichzusetzen.⁸⁴ *Bernheim* argumentiert nun, dass im Falle der Existenz eines staatlichen Altersvorsorgesystems Individuen bei der Aufstellung ihres Altersportfolios Lebensversicherungen kaufen und somit Leibrentenversicherungen verkaufen.⁸⁵ Ein Hinweis auf Vererbungsmotive von Individuen liegt laut *Bernheim* darin, dass die Auszahlung der Lebensversicherung in Form einer Einmalzahlung erfolgt. In einer ähnlichen Weise argumentieren auch *Munnell et al.* (2002). Sie gehen davon aus, dass der Kauf von Lebensversicherungen die Annuitisierung durch die staatlichen Zahlungen ausgleichen soll, um vererbungsfähige Vermögenswerte zu besitzen.⁸⁶ Seine Thesen hat *Bernheim*, basierend auf einer Befragung im Rahmen einer empirischen Studie, validiert. Auch sie hat die Aussage bestätigt, dass staatliche Leistungen die Nachfrage nach Leibrenten ersetzen können und somit die geringe Nachfrage nach Leibrenten erklärt werden kann. *Munnell et al.* (2002) haben die Wirkung der betrieblichen Altersvorsorge auf die Nachfrage nach Leibrentenversicherungen in den USA untersucht. Letztendlich argumentieren sie ähnlich wie *Bernheim* (1991) und führen die schwache Nachfrage nach Leibrenten auf Vererbungsmotive zurück.

Ein in der Literatur weit verbreitetes Argument zur Erklärung des schwachen Leibrentenmarktes ist, dass Individuen die Struktur von Familien zur Selbstversicherung nutzen. *Kotlikoff/Spivak* (1981) erklären dies dadurch, dass die Ehe selbst als Schutz vor dem Langlebigkeitsrisiko angesehen wird. Im Fall, dass ein Ehepartner vorzeitig ablebt, ist der Konsum des anderen Ehepartners durch dessen Erbe gesichert. Die Eheleute steigern somit ihren Erwartungsnutzen, da in die jeweilige Nutzenfunktion das Erbe des Ehepartners mit einfließt.⁸⁷ Einen 55-jährigen Mann mit einem Risikoaversionsparame-

⁸³ Vgl. *Bernheim* (1991), S. 899.

⁸⁴ Vgl. *Yaari* (1965), S. 140.

⁸⁵ Vgl. *Bernheim* (1991), S. 900.

⁸⁶ Vgl. *Munnell et al.* (2002), S. 5.

⁸⁷ Vgl. *Kotlikoff/Spivak* (1981), S. 380.

ter von 0,75 ersetzt eine Eheschließung 46,1 % eines fairen Leibrentenmarktes, wobei sich diese Zahl noch weiter erhöht, wenn Kinder mit in das Kalkül einbezogen werden. Eine Familie mit nur vier Mitgliedern substituiert 70 % eines aktuariell fairen Rentenmarktes.⁸⁸ *Brown/Poterba* (2000) zeigen, dass die Nutzensteigerung durch aktuariell faire Leibrenten auf verbundene Leben von verheirateten Paaren substantiell niedriger ist als die Nutzensteigerung durch aktuariell faire Leibrenten von Singles. Dadurch, dass Leibrenten einen niedrigeren Wert für Ehepaare haben, sind diese nach *Brown/Poterba* (2000) nicht bereit, die Kosten für Leibrenten zu tragen. Dies zeigen auch *Dushi/Webb* (2004). Sie führen aus, dass die Kombination aus Ehe und hohen Kosten ausreicht, Ehepaare vom Abschluss einer Leibrente abzuhalten. Ehepaare verrenten im Gegensatz zu allein stehenden Frauen und Männern in ihrem Modell spät oder gar nicht. Das Familien-Selbstversicherungsmotiv ist letztlich eine Kombination aus dem Kosten- und Vererbungsmotiv. Die Kostenersparnis, oder ökonomisch treffender die Opportunitätsverluste, werden dadurch realisiert, dass Familien im Allgemeinen ein gutes Bild über den Gesundheitszustand des Einzelnen haben und so die Kosten adverser Selektion senken können. Weiterhin entfallen die Verwaltungs- und Vertriebskosten, die bei Abschluss einer Rentenversicherung zu zahlen wären. Das Vererbungsmotiv kommt dadurch zum Tragen, dass durch die Erbschaft die Familienangehörigen versorgt werden. Einem solchen Ansatz steht jedoch als Kritikpunkt die beschränkte Informationsverarbeitungsfähigkeit privater Haushalte gegenüber.

Neben diesen „klassischen“ Erklärungsansätzen für das Annuity Puzzle ist noch eine Reihe weiterer Erklärungsansätze vorhanden. Eine Erklärung ist z.B., dass der Kauf einer Leibrentenversicherung mit einem Liquiditäts- und Flexibilitätsverlust verbunden ist. *Warszawsky et al.* (2002) argumentieren nun, dass viele Ruheständler keine Leibrente kaufen, weil sie im Falle einer Pflegebedürftigkeit im Alter Liquidität für die Bezahlung von Pflegeleistungen vorhalten. Da es in den USA keine Pflichtpflegeversicherung wie in Deutschland gibt, kombinieren einige Versicherungsunternehmen nun Pflegeversicherungen mit Leibrentenversicherungen. *Sinclair* (2003) und *Sinclair/Smetters* (2004) untersuchen, wie sich mit dem Gesundheitszustand korrelierte Konsumschocks auf die Nachfrage von Leibrentenversicherungen auswirken. In ihrem Modell verkürzen Gesundheitsschocks die Lebenserwartung und erhöhen die Pflege- und Medizinausga-

⁸⁸ Vgl. *Kotlikoff/Spivak* (1981), S. 373 sowie S. 384.

ben. Die Nachfrage nach Leibrenten wird reduziert, da die Zahlungen von Leibrenten nicht auf die erhöhten Konsumausgaben angepasst werden können und der Wert der Leibrenten für den erkrankten Ruheständler durch die kürzere Lebenserwartung sinkt. Eine weitere Studie zum Themenkomplex Gesundheit ist die Arbeit von *Turra/Mitchell* (2004), die die Auswirkungen von möglichen Gesundheitsausgaben auf den Erwerb von Leibrenten untersucht.

Um für dynamische Entscheidungsmodelle numerische Lösungen zu erhalten, werden in vielen Modellen Vereinfachungen angenommen. Mit dynamischen Programmieransätzen, die auf *Bellmann* (1957) zurückgehen, erreicht man jedoch schnell die Grenzen der Praktikabilität. Durch die Nutzung neuer Berechnungsansätze für die Lösung von dynamischen Programmierproblemen und durch die Verwendung der Cumulative Prospect Theory anstelle der Erwartungsnutzentheorie erhält *Holmer* (2003) zum Teil deutlich niedrigere AEW als z.B. *Mitchell et al.* (1999).

2.3.3 Normative Literatur

2.3.3.1 Untersuchungen zu reinen Entnahmeplänen

In der quantitativen Financial-Planning-Literatur stehen vorwiegend Individuen und normative Fragestellung im Vordergrund. Im Mittelpunkt steht hierbei die Suche nach einfachen, robusten und an unterschiedliche Risikopräferenzen von Individuen leicht anpassbaren Anlage- und Konsumententscheidungen. Unterscheidungsmerkmal für diese Art von Studien ist vor allem das verwendete Assetmodell, wobei hier zwischen deterministischen Modellen mit historischen Renditeverläufen und stochastischen Asset-Modellen zu unterscheiden ist.

Eine der ersten Untersuchungen für Entnahmepläne und Vorbild für weitere Untersuchungen anhand historischer Renditeverläufe ist die Studie von *Bengen* (1994). Untersuchungsgegenstand sind fixe Entnahmepläne, die anhand historischer Renditeverläufe der *Ibbotson*-Datenbank mit der Technik rollierender, sich überlappender Perioden untersucht werden. Im Fokus stehen dabei Entnahmepläne unterschiedlicher Dauer, die jede Periode einen fixen Geldbetrag auszahlen. *Bengen* zeigt, dass die Dauer bis zu einem Kapitalverzehr von der Assetallokation und von der Höhe der Entnahme abhängt. Aufgrund der Tatsache, dass ein Ruheständler im Durchschnitt und nach Addition eines „Sicherheitszuschlags“ noch eine verbleibende Lebenserwartung von 25 bis 30 Jahren hat, hält *Bengen* einen Entnahmesatz von 4 % des Ausgangsvermögens für angemessen.

Auf Grundlage dieses Entnahmesatzes empfiehlt er Ruheständlern in einem konstanten Asset-Mix eine Aktienquote von mindestens 50 %, jedoch höchstens 75 %.⁸⁹ In *Bengen* (1996) wird die Asset-Allokation dynamisiert. Aufgrund dieser methodischen Verfeinerung wird empfohlen, die Aktienquote in Abhängigkeit des Lebensalters im Zeitablauf zu senken. Als Regel wird angegeben, die Aktienquote als 120 bis 145 minus das aktuelle Alter festzulegen. Dabei sollen risikoaverse Ruheständler eher Werte um 120 und risikofreudigere eher Werte um 145 wählen.⁹⁰

Cooley/Hubbard/Walz (1998, 1999) verwenden einen ähnlichen Ansatz wie *Bengen* (1994, 1996), formalisieren aber den Trade-Off zwischen Entnahmehöhe, erwarteter Laufzeit des Entnahmeplans und der Asset Allokation, indem sie die Wahrscheinlichkeit berechnen, keinen Kapitalverzehr während der Dauer des Plans zu erleiden. *Cooley/Hubbard/Walz* sehen Entnahmepläne mit einer Aktienquote von 50 % und mehr sowie einen Entnahmesatz von 7 % des Ausgangsvermögens als angemessen. Für Entnahmepläne mit einer Laufzeit von 15 oder weniger Jahren halten sie Entnahmesätze von 8 % bis 9 % als angemessen.⁹¹ Aufbauend auf dem Ansatz von *Cooley/Hubbard/Walz* greifen *Hughen/Laatsch/Klein* (2002) Fragen der Besteuerung auf. Ergebnis ihrer Untersuchungen ist, dass unter Berücksichtigung von Steuern für Entnahmesätze von unter 5 % und über 8 % eine Aktienquote von 100 % das beste Rendite-/Risikoverhältnis liefert. Für die dazwischen liegenden Entnahmesätze liefert eine Aktienquote von 25-75 % vor Inflation bzw. von 100 % nach Inflation das beste Rendite-/Risikoverhältnis.⁹²

Untersuchungen mit historischen Renditeverläufen sind einfach implementierbar und leicht verständlich. Im Allgemeinen stehen jedoch keine ausreichend langen Zeitreihen zur Verfügung, um aus historischen Daten verlässliche Folgerungen ziehen zu können. Die Verwendung von rollierenden, sich überlappenden Untersuchungsperioden wie in den hier vorgestellten Studien führt jedoch zu starken Autokorrelationen und somit zu einer Verzerrung der ermittelten Wahrscheinlichkeitsverteilung.⁹³ Ansätze mit einem stochastischen Asset-Modell umgehen diese Problematik, da auf Grundlage eines wahr-

⁸⁹ Vgl. *Bengen* (1994), S. 179.

⁹⁰ Vgl. *Bengen* (1996), S. 66.

⁹¹ Vgl. *Cooley/Hubbard/Walz* (2003), S. 123.

⁹² Vgl. *Hughen/Laatsch/Klein* (2002), S. 361.

⁹³ Vgl. zu dieser Problematik etwa *Ruckpaul* (2004), S. 148.

scheinlichkeitstheoretischen Modells viele unabhängig Pfade erzeugt und ausgewertet werden.

Als Bindeglied zwischen den historischen Untersuchungsansätzen und Simulationsstudien mit stochastischen Asset-Modellen können die Studien von *Cooley/Hubbard/Walz* (2003) und *Ameriks/Veres/Warshawsky* (2001) angesehen werden. Sie berechnen dabei für beide Ansätze die Vermögensverzehrswahrscheinlichkeiten und vergleichen diese miteinander. *Cooley/Hubbard/Walz* (2003) empfehlen als Ergebnis ihrer Untersuchung für 30-jährige Entnahmepläne einen Auszahlungssatz von 7 % mit einer Aktienquote von mindestens 50 %.⁹⁴ *Milevsky/Ho/Robinson* (1997) untersuchen fixe Entnahmepläne mit einem stochastischen Asset-Modell im Rahmen einer Monte-Carlo-Simulation mit kanadischen Kapitalmarkt- und Biometrieparametern. Sie berechnen für Männer und Frauen bei Entnahmen in Höhe von 5 % bzw. 7,1 % des Ausgangsvermögens die Wahrscheinlichkeiten, einen Vermögensverzehr zu erleiden, und geben die Verteilung der erwarteten Erbschaft an. Für eine Entnahme in Höhe von 7,1 % des Anfangsvermögens empfehlen sie 65-jährigen Männern eine Aktienquote von 85 % und 65-jährigen Frauen eine von 100 %. Für Entnahmen in Höhe von 5 % des Ausgangsvermögens geben sie für Männer eine Aktienquote von 60 % und für Frauen eine Quote von 65 % an.

Pye (2000) untersucht ebenfalls mit einem stochastischen Asset-Modell fixe Pläne, bei denen jedoch die Entnahmehöhe im Falle einer schlechten Kapitalmarktentwicklung auch reduziert werden kann. In einem Shortfall-Kontext überprüft *Pye*, mit welcher Entnahmehöhe die Kapitalverzehrswahrscheinlichkeit eines Plans minimiert werden kann. Mit der Annahme unterschiedlicher Parameter für die Renditeerwartung und Renditevolatilität untersucht er diese Einflussfaktoren auf das Design von Entnahmeplänen. Er zeigt, dass inflationsgeschützte Anleihen (TIPS) bei moderaten Entnahmehöhen das Worst-Case-Risiko steigern und bei hohen Entnahmen senken können. Abschließend anzumerken bleibt an dieser Stelle in Bezug auf die hohen empfohlenen Aktienquoten der hier vorgestellten Studien, dass diese teilweise durch den Untersuchungsansatz und teilweise durch die Besonderheiten der US-amerikanischen Kapitalmärkte zu erklären sind (US-Bonds haben im Vergleich zu deutschen höhere Volatilität, US-Aktien im Vergleich zu deutschen hingegen niedrigere Volatilitäten).

⁹⁴ Vgl. *Cooley/Hubbard/Walz* (2003), S. 127.

2.3.3.2 Untersuchung von Entnahmeplänen unter Berücksichtigung von Leibrenten

Während in den bisherigen Untersuchungen reine Entnahmepläne analysiert wurden, werden in den folgenden Arbeiten auch Portfolios aus Entnahmeplänen und Leibrenten untersucht. Ein wichtiges Differenzierungsmerkmal dieser Untersuchungen ist die Frage, zu welchem Zeitpunkt eine Leibrente gekauft wird und in welchem Umfang das Vermögen verrentet wird. In der nachfolgenden Tabelle 5 sind im Überblick die verschiedenen Untersuchungen mit den verwendeten Annahmen und Ergebnissen dargestellt.

Milevsky (1998) stellt erstmals Entnahmepläne und Leibrenten gegenüber. Dabei wird die Wahrscheinlichkeit berechnet, mit einem Entnahmeplan eine Leibrente zu schlagen. Der Grundgedanke dabei ist, so lange wie möglich die Alterseinkünfte mit einem Entnahmeplan zu gestalten und so die Flexibilität, Liquidität und das Vererbungspotenzial eines Entnahmeplanes zu nutzen. Da jedoch der Mortality Credit mit steigendem Lebensalter immer höher wird, wird es auch *ceteris paribus* immer schwieriger, mit einem Entnahmeplan eine Leibrente zu schlagen.

Tabelle 5: Literatur Überblick Entnahmepläne

Kategorie	Typ 1	Typ 2
A	Erwartungsnutzen-Ansatz	Shortfall-Ansatz
B	Risikoneutrale Agenten	Risikoaverse Agenten
C	Additive Nutzenfunktion	Habit Formation
D	Kein Mortality Credits vor Verrentung	Teilweise Mortality Credits vor Verrentung
E	Entnahmeplan und fixe Leibrente	Entnahmeplan und Variable Annuity
F	Keine Vererbungsmotive	Vererbungsmotive
G	Statischer Asset-Mix	Dynamischer Asset Mix
H	Deterministisches Asset-Modell	Stochastisches Asset-Modell
I	Konstante Zinsen	Stochastische Zinsen
Jahr	Autoren	Modelleigenschaften
1998	Milevsky	A2, B1, (D1), E2, F1, G1, H2, I1 Verrentung, wenn Mortality Credit größer oder gleich der Risikoprämie von Aktien ist.
1999	Kapur und Orszag	A1, B2, C1, D2, E1, F1, G2, H2, I1 Graduelle Verrentung (fixe Leibrente), wenn Mortality Credit größer oder gleich der Risikoprämie von Aktien ist.
2001	Amerika/Veres/Warshawsky	A2, B2, D1, E1, F2, G1, H1 und H2, I1 Portfolio aus Entnahmeplan und Leibrente senkt Risiko
2003	Blake, Cairns, und Dowd	A1, B2, C1 or C2, D1, E1, F2, G1, H2, I1 Optimales deterministisches und stochastisches Switching in Leibrente; Entnahmeplan, bevor T (inklusive optimierten statischen Asset-Mix; T abhängig von Risikoaversion und Nutzern aus Vererbung.
2003 2002	Milevsky und Young	A1, B2, C1, D1, E1 or E2, F1 or F2, G2, H2, I1 Optimales deterministisches Switching (beinhaltet optimierten dynamischen Asset-Mix); geschlossene analytische Lösung, wenn Zeitpräferenz der risikolosen Verzinsung entspricht Optimale graduelle Verrentung.
2003	Stabile	A1, B2, C1, D1, E1, F1, G2, H2, I1 Komplettes stochastisches Switching: Entnahmeplan vor T mit dynamischem Asset-Mix.
2005	Dus, Maurer, und Mitchell	A2, B2, D1, E1, F2, G1, H2, I1 Umschichtung in Leibrente zum deterministischen Zeitpunkt T. Entnahmeplan vor T mit optimalem statischem Asset-Mix.
2005	Milevsky, Moore, und Young	A2, B2, D1, E1, F1, G2, H2, I1 Komplettes stochastisches Switching, mit optimiertem dynamischem Asset-Mix.

Bemerkung: Im oberen Teil der Tabelle sind die den unterschiedlichen Modellen zugrunde liegenden Annahmen zusammengefasst, wobei jede Annahme entweder die Ausprägung Typ 1 oder Typ 2 annehmen kann. Im unteren Teil sind Arbeiten aus dem Bereich Leibrenten und Entnahmepapier und ihre getroffenen Annahmen systematisiert.

Quelle: In Anlehnung an *Blake et al. (2003)*.

Technisch erweitert wird dieser Ansatz in *Milevsky/Robinson (2000)*. Unter der finanzwirtschaftlichen Standardannahme einer geometrisch *Brownschen* Bewegung ist ein Entnahmeplan eine Summe von log-normal-verteilten Zufallsvariablen. Dadurch, dass die Log-Normal-Verteilung unter der Addition nicht geschlossenen und die daraus resultierende Verteilung nicht bekannt ist, können bei fixen Entnahmeplänen keine geschlossenen analytischen Lösungen für die Rendite- und Risikoverteilung angegeben werden. Um die zeit- und rechenintensive Monte-Carlo-Simulationen zu umgehen, hat man nach geeigneten Approximationen für die Addition log-normal-verteilter Zufalls-

variablen gesucht. Aus der Optionspreistheorie sind für asiatische Optionen, bei denen es sich technisch betrachtet auch um Summen log-normal-verteilter Zufallsvariablen handelt, Approximationen mittels der reziproken Gamma-Verteilung bekannt.

Milevsky/Robinson (2000) übertragen diese Moment-Matching-Technik auf die Analyse von Entnahmeplänen und vergleichen die Güte der Approximation mit einer Monte-Carlo-Simulation. Es zeigt sich, dass die Approximation für die gewählten Parameter gute Ergebnisse liefert.

Huang/Milevsky/Wang (2004) untersuchen in ihrer Studie die Güte verschiedene Approximationstechniken und vergleichen diese miteinander. Sie gehen dabei auf partielle Differentialgleichungen, die reziproke Gamma-Approximation (RG), die Log-Normal-Approximation sowie die von *Dhaene et al.* (2002a, 2002b, 2005) vorgestellte Comonotonic-Based-Lower-Bound Approximation (CLB) ein. Zusammenfassend lässt sich sagen, dass die RG-Approximation für moderate Renditevolatilitäten gute Ergebnisse liefert. Bessere Approximationen liefert die CLB-Approximation, die jedoch technisch bedingt nicht für Auswertungen von Targets ungleich Null angewendet werden kann. Gute Ergebnisse liefern auch partielle Differentialgleichungen. Hier gilt jedoch die Einschränkung, dass nicht für jedes Problem eine numerische Lösung verfügbar ist.

Albrecht/Göbel (2000) untersuchen für deutsche Kapitalmarkt- und Biometrieparameter fixe Entnahmepläne. Im Unterschied zu *Milevsky* (1998) wird nicht die Wahrscheinlichkeit berechnet, eine Leibrente zu schlagen, sondern eine Leibrente als Benchmark für die Entnahmehöhe verwendet. Im Unterschied zu den typischen Financial-Planning-Beiträgen erweitern sie die Wahrscheinlichkeit, einen Kapitalverzehr zu erleiden, um die Biometrie und berechnen als relevantes Risikomaß für Entnahmepläne die Wahrscheinlichkeit, einen Vermögensverzehr zu Lebzeiten zu erleiden. Anhand eines stochastischen Asset-Modells berechnen sie diejenige Asset-Allokation, die die Vermögensverzehrswahrscheinlichkeit zu Lebzeiten minimiert. *Albrecht/Maurer* (2001a, 2001b, 2002) haben diesen Ansatz durch die Berücksichtigung von Steuern und deutscher offener Immobilienfonds als Anlageklasse erweitert.

Ameriks/Veres/Warshawsky (2001), obwohl vom Typus eher ein Vertreter der Financial-Planning-Literatur, untersuchen hingegen Portfolios aus Leibrenten und Entnahmeplänen. Sie gehen dabei so vor, dass in $t=0$ jeweils 0, 25 % bzw. 50 % in eine sofort beginnenden Leibrente und der Rest in einen Entnahmeplan investiert wird. Aus dem

Entnahmeplan wird dann jeweils so viel entnommen, wie benötigt wird, um auf eine fixe Entnahme in Höhe von 4,5 % des Anfangsvermögens zu kommen. Sie zeigen, dass durch die Aufgabe eines kleinen Teiles des erwarteten Endvermögens das Risiko, einen Kapitalverzehr zu erleiden, signifikant gesenkt werden kann.

Dus/Maurer/Mitchell (2005) erweitern den typischen Financial-Planning-Ansatz durch die Einführung eines biometrischen Shortfallmaßes, das erstmals die Verlusthöhe mit biometrischen Informationen kombiniert. Dieses Maß kann als eine Art Versicherungsprämie zur Übernahme der aus einem Entnahmeplan resultierenden Risiken interpretiert werden. Weiterhin erweitern sie auch die Berechnung des Barwertes der erwarteten Auszahlungen und des Barwertes des Vererbungspotenzials um die biometrische Komponente. Darüber hinaus berücksichtigen sie auch Strategien, bei denen eine aufgeschobene Leibrente zu Beginn des Ruhestandes abgeschlossen wird bzw. zu einem bestimmten Zeitpunkt das Vermögen aus dem Entnahmeplan in eine Leibrente umgeschichtet wird. Sie optimieren jedoch nicht den Zeitpunkt des Wechsels, sondern vergleichen reine Entnahmepläne mit Kombinationen aus Entnahmeplänen und Leibrenten, bei denen mit 75 bzw. 85 in Leibrenten umgeschichtet wird bzw. der Kauf einer Leibrente bis dahin aufgeschoben wird. Diese Alter sind durch gesetzliche Rahmenbedingungen in Großbritannien bzw. Deutschland vorgegeben. Ohne die Annahme von Präferenzen zeigen sie, dass mit diesen Strategien durch die Aufgabe eines Teiles des Vererbungspotenzials das Risiko signifikant gesenkt und die erwarteten Rentenzahlung merklich gesteigert werden können. Als Aufschieb- bzw. Umschichtungszeitpunkt verwendeten sie das durch gesetzliche Regelungen in Deutschland bzw. Großbritannien festgeschriebene Alter 85 bzw. 75.

Schmeiser/Post (2005) motivieren ihre Untersuchung von Entnahmeplänen damit, dass vorhergehende Studien auf das (Shortfall-)Risiko fokussieren und die Chancen von Entnahmeplänen, wie z.B. ein mögliches Vererbungspotenzial, ausblenden. Sie greifen das Familien-Motiv von *Kotlikoff/Spivak* (1981) auf und analysieren Fondsentnahmepläne und Leibrenten aus dem Blickpunkt von Familien. In ihrer Studie beziehen *Schmeiser/Post* die gesamte Familie in die Planung der Altersbezüge eines Ruheständlers ein. Da die Familienangehörigen beim Ableben des Ruheständlers das noch nicht aufgebrauchte Vermögen des Ruheständlers als Erbe erhalten, sind sie auch bereit, die Risiken eines Entnahmeplanes zu tragen. So finanzieren die Erben Rentenzahlungen für den Fall weiter, dass das Vermögen aus dem Entnahmeplan vorzeitig und vollständig aufge-

braucht ist.⁹⁵ Der Ruheständler stellt sich somit nicht schlechter als bei dem direkten Erwerb einer Leibrentenversicherung.⁹⁶

Während die bisherigen Studien in einem Shortfall-Kontext durchgeführt wurden, verwenden *Blake/Cairns/Dowd* (2003) in ihrer Untersuchung die Erwartungsnutzentheorie als Rahmen für die Evaluierung von drei unterschiedlichen Altersversorgungsprogrammen für 65 Jahre alte Ruheständler.⁹⁷ Das erste Programm, das gleichzeitig als Benchmark für die beiden anderen Programme dient, ist der sofortige Kauf einer Leibrente. Das zweite Programm entspricht einer Variable Annuity oder fondsgebundenen Leibrente, bei der die Aktienquote zwischen 0 % und 100 % betragen kann. Mit Vollendung des 75. Lebensalters wird die variable Annuity in eine konventionelle Leibrente umgewandelt. Durch die versicherungstypische Kollektivbildung, die mit Aufgabe des individuellen Vererbungspotenzials verbunden ist, wird ein Mortality Credit ausgezahlt und ein Kapitalverzehr zu Lebzeiten des Ruheständlers verhindert. Das dritte Programm lässt sich als variabler Fondsentnahmeplan charakterisieren. Ein Kapitalverzehr zu Lebzeiten des Ruheständlers wird durch die Koppelung der Entnahmehöhe an die Wertentwicklung des Fonds verhindert. Aufgrund gesetzlicher Bestimmungen in Großbritannien endet der Plan mit Vollendung des 75. Lebensjahres. Mit dem dann noch vorhandenen Fondsvermögen muss dann eine Leibrente erworben werden. Der Plan zahlt keinen Mortality Credit, es besteht jedoch bis zur Vollendung des 75. Lebensjahres die Möglichkeit, eine Erbschaft zu hinterlassen. *Blake/Cairns/Dowd* (2003) berechnen nun für die drei Programme die erwarteten Nutzenwerte. Sie verwenden für die Evaluierung des Konsums des Ruheständlers eine Nutzenfunktion der CRRA-Klasse und für die Evaluierung des Vererbungspotenzials eine Nutzenfunktion der HARA-Klasse. Zusammenfassend ergibt sich als Ergebnis aus ihrem Ansatz, dass die Aktienquote einen sehr hohen Einfluss auf die Wohlfahrt des Ruheständlers hat. Die Stärke des Wunsches, ein Erbe zu hinterlassen, hat einen eher geringen Einfluss auf die Wahl des Versor-

⁹⁵ Der Ruheständler hält somit ein Portfolio aus einem Entnahmeplan und einer Option auf eine Leibrente. Falls das Vermögen aus dem Entnahmeplan aufgebraucht ist, übernehmen die Erben die Zahlungen in Höhe einer Leibrente. Für die Übernahme dieses Risikos werden sie mit der Aussicht auf das Erbe entschädigt.

⁹⁶ Vgl. *Schmeiser/Post* (2005), S. 3.

⁹⁷ Methodisch handelt es sich bei dem von *Blake/Cairns/Dowd* verwendeten Ansatz um eine Monte-Carlo-Simulation mit einem stochastischen Asset-Modell. Als Anlageklassen untersuchen sie (riskante) Aktien, die einer geometrisch *Brownschen* Bewegung folgen, und risikolose Bonds. Für die Modellierung der Sterbewahrscheinlichkeiten wurde die britische Sterbetafel PMA92 Base verwendet.

gungsprogramms. Erst ein sehr schlechter Gesundheitszustand, kombiniert mit dem Wunsch, ein Erbe zu hinterlassen, macht Entnahmepläne in Form des Programms drei attraktiv.

Eine weitere Forschungsfrage, die von zahlreichen Studien adressiert wurde, ist die Frage nach dem optimalen Zeitpunkt, um von einem Entnahmeplan in eine Leibrente zu wechseln. *Milevsky* (1998) berechnet Wahrscheinlichkeiten, die Leibrente zu schlagen. *Dus/Maurer/Mitchell* (2005) zeigen, dass kombinierte Strategien Vorteile bieten können, geben aber keine Auskunft über den optimalen Zeitpunkt zum Wechsel von einem Entnahmeplan in eine Leibrente. Sie orientieren sich in ihren Untersuchungen an den in Deutschland bzw. Großbritannien gesetzlich vorgegebenen Zeitpunkten 85. bzw. 75. Lebensjahr.

Kapur/Orzag (1999) untersuchen mit einem auf dynamischer Programmierung basierenden, zeitstetigen Modell explizit die optimalen Umschichtungszeitpunkte von Entnahmeplänen zu Leibrenten. Sie zeigen, dass das Switching-Alter lediglich von der Höhe des Mortality Credits abhängt und nicht durch die Kapitalmarktvolatilität oder die Risikoaversion des Individuums determiniert wird. Anhand der von ihnen gewählten Parameter und der verwendeten Sterbetafeln ergibt sich für Männer das Alter von 72-73 als optimaler Umschichtungszeitpunkt.

Blake/Cairns/Dowd (2003) untersuchen mit ihrem Ansatz die optimalen Umschichtungszeitpunkte, indem sie die optimalen Stopping Times einzelner Pfade berechnen. Sie zeigen, dass der optimale Verrentungszeitpunkt sehr stark von der Risikoaversion des Ruheständlers abhängig ist. Liegen Vererbungsmotive vor, so liegt das optimale Umschichtungsalter für sehr risikoaverse Individuen bei 72, für risikofreudige bei 80. Liegen keine Vererbungsmotive vor, so liegt das optimale Umschichtungsalter zwischen 65 für risikoaverse und 79 für risikofreudige Investoren.

Milevsky/Young (2003) verwenden einen nutzenbasierten Ansatz. Mit ihrem Untersuchungsansatz vergleichen sie zwei unterschiedliche Strategien. Die erste Strategie besteht darin, zu Beginn des Ruhestands einen Entnahmeplan aufzustellen und zu einem späteren Zeitpunkt das dann vorhandene Vermögen zu verrenten. In der zweiten Strategie wird ein Teil des Vermögens gleich zu Beginn des Ruhestands verrentet. Im weiteren Verlauf werden immer wieder aus Teilen des vorhandenen Vermögens Leibrenten

nachgekauft. Eine zentrale Schwäche dieses Ansatzes ist, dass das Vererbungspotenzial keine Berücksichtigung findet.

Milevsky/Young (2005) untersuchen die Thematik in einem allgemeineren Rahmen und ohne die Annahme bestimmter Präferenzen mittels eines Dominanzkriteriums. Sie zeigen, dass der Kauf einer Leibrente im Alter von 60 bis 70 Jahren selbst bei Fehlen von Vererbungsmotiven immer von einem Entnahmeplan dominiert wird. Bei Ruheständlern, die bereit sind, gewisse Risiken zu tragen, können sich noch optimale Umschichtungszeitpunkte ergeben, die noch später liegen.

Untersuchungen zu optimalen Umschichtungszeitpunkten in einem zeitstetigen Kontext wurden von *Milevsky/Moore/Young* (2005) und von *Stabile* (2003) durchgeführt. Als interessante Erweiterung zeigen *Milevsky/Moore/Young* (2005), dass sich mit einer dynamischen Asset-Allokation das Ruininisiko im Vergleich zu Buy-and-Hold-Strategien merklich senken lassen kann. Somit lassen sich untere Schranken für das Ruininisiko angeben.

Eine weitere interessante Untersuchung im Zusammenhang mit optimalen Umschichtungszeitpunkten führen *Horneff/Mauer/Stamos* (2006) durch. Sie ermöglichen Individuen in ihrem auf dynamischer Programmierung und der *Epstein-Zin-Nutzenfunktion* basierenden Ansatz Leibrenten zu mehreren Zeitpunkten abzuschließen (graduelles Verrenten). Sie zeigen, dass durch eine Switching-Strategie, in der Individuen nur zu einem Zeitpunkt Leibrenten abschließen können, sie einen Nutzenverlust erleiden und die Nachfrage nach Leibrenten insgesamt sinkt.

2.3.4 Sonstige Arbeiten

Auch in weiteren Bereichen der Wirtschaftswissenschaften werden kombinierte Konsum- und Investitionsprobleme untersucht. In der Makrotheorie werden sie im Rahmen von Lebenszyklusmodellen unter Berücksichtigung von Sterblichkeitsrisiken verwendet. Vorrangig werden hier das Spar-, Konsum- und Vererbungsverhalten von Individuen mit stochastischem Einkommen in einem Modellrahmen analysiert und mit empirischen Fakten verglichen. Beispielsweise versuchen *Deaton* (1991) und *Carrol* (1997) das Sparverhalten anhand solcher Modelle aus Vorsichtsmotiven heraus zu erklären. In der jüngsten Vergangenheit sind Lebenszyklusmodelle auch wieder in der Finanzwirtschaft entdeckt worden. Hier sind z.B. *Horneff/Mauer/Stamos* (2005) zu nennen, die mit

einem Lebenszyklusmodell den Bedarf von Leibrenten als zusätzliche Anlageklasse zu herkömmlichen Renten- und Aktieninvestment untersuchen.

In Bereich der quantitativen Finanzwirtschaft werden kombinierte Konsum- und Investitionsprobleme vornehmlich unter dem Aspekt der Asset Allokation untersucht, weshalb auch meistens auf die Einbindung von Sterblichkeitsrisiken verzichtet wird. Die Entscheidungsvariablen sind der Konsumstrom und die Investmentgewichte. In diesem Zweig der Literatur hat *Merton* (1969) und *Merton* (1971) die Grundsteine für ein abstraktes „Lebenszyklusmodell“ ohne Einkommen und ohne Sterblichkeit im zeitkontinuierlichen Kontext formuliert. Systematisch ist das Modell z.B. von *Brennan/Xia* (2002) um Zinsrisiken, Inflationsrisiken etc. erweitert worden. Durch die Fokussierung auf Fragen der Asset Allokation adressiert dieser Zweig der Literatur vorrangig Entscheidungsträger in Finanzinstitutionen.

2.4 Schlussbetrachtung

Durch den international zu verzeichnenden Trend einerseits zu kapitalgedeckten Alterssicherungselementen und andererseits zu beitragsorientierten Durchführungswegen steigt die Beutung der Fragestellung zur Ausgestaltung der Entnahmephase solcher Alterssicherungssysteme kontinuierlich an. Leibrenten und Entnahmepläne als grundlegende Alternativen in der Leistungsphase standen daher im Mittelpunkt dieser Arbeit. Die Sichtung der umfangreichen Literatur konnte weder bei Leibrenten noch bei Entnahmeplänen eine allgemeingültige Überlegenheit und Dominanz finden. Die Ergebnisse sind sehr stark von den persönlichen Risikopräferenzen, von den Vererbungsmotiven sowie vom individuellen Gesundheitszustand und den Gesundheitserwartungen des Individuums abhängig. Unabhängig davon lassen sich folgende Aussagen treffen:

- Nur Leibrenten bieten Schutz vor den finanziellen Folgen unerwarteter Langlebigkeit.
- Viele Untersuchungen zeigen, dass Leibrenten eine viel höhere Bedeutung in den Portfolios besitzen müssten. Neben bekannten Erklärungsansätzen wie Kosten, Vererbung etc. sind diese Ergebnisse z.T. durch die verwendeten Modelle und auch durch myopische Individuen getrieben.

- Die Hauptvorteile von Entnahmeplänen liegen in der Flexibilität, Liquidität und Vererbbarkeit. Diese Faktoren sind jedoch im Rahmen von Modellen schwer zu quantifizieren.
- Entnahmepläne eignen sich aufgrund ihrer inhärenten Risiken nicht als Instrument zur Sicherstellung eines Mindestlebensstandards.
- Viele Untersuchungen vergleichen reine Leibrenteninvestitionen mit reinen Entnahmeplänen. Dies spiegelt nicht die tatsächliche Entscheidung von Ruhestandlern wider. Portfolios aus Leibrenten und Entnahmeplänen können die Vorteile unter gleichzeitiger Minimierung der Nachteile kombinieren. Möglichkeiten dazu bieten investmentfondsbasierte Leibrenten oder Portfolios aus klassischen Leibrenten und Entnahmeplänen.

Als Ergebnis daraus, eine Empfehlung für den Aufbau eines Alterssicherungsportfolios abzuleiten, könnte das folgende dreistufige Verfahren angesehen werden:

1. Stufe: Grundsicherung mittels des gesetzlichen Rentensystems oder Leibrenten im Rürup-Kontext.
2. Stufe: Absicherung des gewünschten Lebensstandards durch eine wenig volatile Zusatzsicherung. In Abhängigkeit von Risikopräferenzen und Vererbungswünschen entweder in Form eines fixen Entnahmeplans mit eventueller Restkapitalverrentung oder in Form einer Leibrente.
3. Stufe: Schaffung eines Liquiditäts- und Flexibilitätspolsters sowie Partizipation an den Chancen der Kapitalmärkte auch im Alter durch variable Entnahmepläne.

Anhang A: Berechnung von Leibrentenprämien

Im Gegensatz zu sonstigen wirtschaftswissenschaftlichen Publikationen sind die Symbole im Bereich der Versicherungsmathematik seit 1981 international eindeutig festgelegt. Für Nicht-Aktuare ist der versicherungsmathematische Zugang mittels der Kommutationswerte⁹⁸ jedoch gewöhnungsbedürftig, weshalb an dieser Stelle die formale Darstellung ausschließlich in finanzwirtschaftlich-wahrscheinlichkeitstheoretischer Schreibweise erfolgt.⁹⁹

Im Folgenden wird von einem x -Jahre alten Ruheständler ausgegangen, der über ein Vermögen in Höhe von V_0 verfügt, welches für den Abschluss einer Leibrentenversicherung verwendet werden soll. Als Gegenleistung für die Zahlung der Versicherungsprämie V_0 erhält der Ruheständler jede Periode t vorschüssige Rentenzahlungen in Höhe von R_t . Grundlage der Berechnungen seien weiter die Sterbetafel DAV 2004 R mit den entsprechenden Sterbewahrscheinlichkeiten q_x für Männer bzw. q_y für Frauen sowie der Rechnungszinssatz i . Die t -jährigen Überlebenswahrscheinlichkeiten p_x eines Mannes ergeben sich rekursiv als ${}_t p_x = {}_{t-1} p_x \cdot (1 - q_{x+t})$ wobei ${}_0 p_x = 1$. Das rechnerische Höchstalter W liegt bei Verwendung der Sterbetafel DAV 2004 R bei 121. Wie bereits in Kap. 2.2.1.3 besprochen, ergibt sich der Barwert einer sofort beginnenden Leibrente als

$$BWR = \sum_{t=0}^{W-x} \frac{R_t \cdot {}_t p_x}{(1+i)^t} \quad (9)$$

Setzt man $R_t = 1$, so reduziert sich der BWR zum aktuariellen Leibrentenfaktor \ddot{a}_x :

$$\ddot{a}_x = \sum_{t=0}^{W-x} {}_t p_x \cdot v^t = \frac{{}_t p_x}{(1+i)^t} \quad (10)$$

Ausgehend von Gleichung (9) und (10) lassen sich für alle weiteren Arten von Leibrenten die Berechnungsformeln leicht ableiten, wobei im Weiteren nur noch der aktuarielle Leibrentenfaktor \ddot{a}_x dargestellt wird.

⁹⁸ Die für die Kalkulation von Leibrenten relevanten Kommutationswerte sind die diskontierten Lebenden, die einfach und doppelt aufsummierten Lebenden sowie die entsprechend diskontierten und aufsummierten Toten.

⁹⁹ Zur aktuariellen Schreibweise vgl. *Bowers et al. (1997)* sowie *Wolfsdorf (1997)*.

Der aktuarielle Leibrentenfaktor einer um u Perioden aufgeschobenen Leibrente berechnet sich dadurch, dass zum einen die Überlebenswahrscheinlichkeiten angepasst werden und zum anderen über einen längeren Zeitraum diskontiert wird. Formal stellt sich dies dar als

$${}_u\ddot{a}_x = \sum_{t=0}^{w-x} \frac{{}_tP_x \cdot {}_tP_{x+u}}{(1+i)^{t+u}} \quad (11)$$

Im Gegensatz zu der Kalkulation einer lebenslangen Leibrente, bei der die diskontierten Überlebenswahrscheinlichkeiten bis zum maximalen Höchstalter der zugrunde liegenden Sterbetafel summiert werden, wird bei einer bis zum Alter n laufenden temporären Leibrente entsprechend nur bis zum Endalter n summiert. Formal ergibt sich dies als:

$$\ddot{a}_{x:n} = \sum_{t=0}^{n-x} \frac{{}_tP_x}{(1+i)^t} \quad (12)$$

Ist die Leibrente auf mehr als nur ein Leben abgeschlossen, so sind die Überlebenswahrscheinlichkeiten dieses Paares zu berücksichtigen. Die einfachste Form der Leibrente auf verbundene Leben zahlt, solange noch mindestens ein Partner am Leben ist, eine Rente in Höhe von 1. Es ergibt sich als aktuarieller Leibrentenfaktor somit

$$\ddot{a}_{x,y} = \sum_{t=0}^{w-x} \frac{{}_tP_{xy}}{(1+i)^t}, \quad (13)$$

wobei sich ${}_tP_{xy}$ nach dem Additionssatz der Wahrscheinlichkeitstheorie berechnet als:

$${}_tP_{xy} = 1 - (1 - {}_tP_x)(1 - {}_tP_y) = {}_tP_x + {}_tP_y - ({}_tP_x)({}_tP_y) \quad (14)$$

In Praxi verbreitet sind Leibrenten auf verbundene Leben, die 1 € zahlen, solange beide Ruheständler leben. Nach dem Ableben eines Partners wird die Zahlung auf $1/x$ € reduzieren. Die Kalkulation einer solchen Leibrente erfolgt dadurch, dass die Zahlungsverpflichtungen aufgeteilt werden in eine Leibrente, die $1/x$ € zahlt, solange mindestens einer lebt (wie im vorherigen Fall), sowie eine Leibrente, die $(1-1/x)$ € zahlt, solange beide leben. Zusätzlich zur Überlebenswahrscheinlichkeit, dass mindestens noch einer lebt, ${}_tP_{xy}$, wird zusätzlich die Wahrscheinlichkeit benötigt, dass beide noch am Leben sind.¹⁰⁰

¹⁰⁰ Vgl. Bowers et al. (1997), S. 284.

Diese berechnet sich als:

$${}_tP_{x,y} = {}_tP_x \cdot {}_tP_y \quad (15)$$

Der aktuarielle Barwert ergibt sich dann als

$$BWR = \frac{1}{x} \ddot{a}_{xy} + \left(1 - \frac{1}{x}\right) \ddot{a}_{x,y} = \frac{1}{x} \sum_{t=0}^{W-x} \frac{{}_tP_{xy}}{(1+i)^t} + \left(1 - \frac{1}{x}\right) \sum_{t=0}^{W-x} \frac{{}_tP_{x,y}}{(1+i)^t} \quad (16)$$

Die Kalkulation von Variable Annuities erfolgt dadurch, dass der Kauf einer hypothetischen fixen Leibrente unterstellt wird. Die Besonderheit hierbei ist, dass ein Rechnungszins angenommen wird, der als *Assumed Interest Rate (AIR)* bezeichnet wird. Analog zur Berechnung fixer Leibrenten wird somit der aktuarielle Leibrentenfaktor \ddot{a}_x berechnet

$$\ddot{a}_x = \frac{{}_tP_x}{(1 + AIR)^t} \quad (17)$$

und eine fixe Leibrente kalkuliert. Das Ergebnis der Berechnung ist jedoch nicht ein Geldbetrag, sondern eine Anzahl von Leibrenten-Anteilen (*Annuity-Units*). Die Höhe des periodischen Auszahlungsbetrages ist direkt von der Entwicklung des zugrunde liegenden Portfolios abhängig und kann sich dementsprechend jede Periode ändern. Erbringt z.B. das Portfolio den gleichen Ertrag wie bei der Festlegung der *AIR* angenommen, so bleibt die Rentenzahlung konstant. Steigt die Rendite des Portfolios jedoch im Vergleich zur *AIR* um 10 %, so steigen auch die Rentenzahlungen um 10 %.¹⁰¹ Zwischen Variable Annuities und der $1/\ddot{a}_x$ - bzw. $1/E[T]$ -Regel bei Entnahmeplänen besteht ein enger Zusammenhang, da bei beiden die Zahlungen zum einen von der erwarteten restlichen Lebensdauer des Ruheständlers und zum anderen von der Kapitalmarktentwicklung abhängen. Da Entnahmepläne jedoch auf individuellen Konten beruhen und nicht auf das Versichertenkollektiv zum Risikoausgleich der Langlebigkeit zurückgegriffen werden kann, wird die erwartete Restlebensdauer nach jeder Periode, die der Ruheständler überlebt hat, neu berechnet.

¹⁰¹ Vgl. Milevsky (2006), S. 131 ff.

Anhang B: Abbildung der Biometrie

Grundlage für die Abbildung von Sterblichkeit in Pension-Finance-Modellen sind Sterbetafeln. Allgemein wird unter einer Sterbetafel die Schätzung der empirischen Verteilung der verbleibenden Lebenszeit, die von einem Mitglied einer gegebenen Population erwartet werden kann, verstanden.¹⁰² In einer Sterbetafel ist, meist getrennt nach Geschlechtern, für jedes Alter x die Sterbewahrscheinlichkeit q_x abgetragen. Diese gibt an, mit welcher Wahrscheinlichkeit ein x -Jahre altes Individuum innerhalb der nächsten zwölf Monate versterben wird. Das statistische Bundesamt veröffentlicht regelmäßig in Abständen von ca. zwei bis drei Jahren so genannte abgekürzte Sterbetafeln. Vollständige Sterbetafeln werden im Zuge von Volkszählungen, zuletzt im Jahre 1986/1988 aufgestellt. Im Unterschied zu den allgemeinen werden abgekürzte Sterbetafeln nur bis zu einem Alter von 89 aufgestellt und werden nicht mit statistischen Verfahren geglättet. Aus den in Sterbetafeln enthaltenen Sterbewahrscheinlichkeiten lassen sich alle weiteren benötigten Kennzahlen berechnen. Bei der Verwendung zeitstetiger Modelle ergeben sich jedoch beim Einsatz von Sterbetafeln Probleme, da die Sterbewahrscheinlichkeiten nur für diskrete Zeitpunkte vorliegen. Eine mögliche Lösung dieser Problematik bietet die Verwendung von Sterbegesetzen (Hazard Rate Models), wobei dann die Parameter solcher Modelle aus den zugrunde liegenden Sterbetafeln geschätzt werden. Ein weiterer Einsatzbereich solcher Modelle liegt in der Konstruktion von Sterbetafeln. Werden Sterbewahrscheinlichkeiten für sehr hohe Alter benötigt, so können diese aufgrund der nicht vorhandenen Daten schlecht bestimmt werden. Durch eine geeignete Parametrisierung liefern Sterbegesetze auch für sehr hohe Alter die benötigten Sterbewahrscheinlichkeiten. Beispiele für Sterbegesetze sind das *Gompertz-Modell* oder das *Kannisto-Modell*.¹⁰³

Sowohl bei den allgemeinen als auch bei den abgekürzten Sterbetafeln handelt es sich um Periodentafeln, die die Sterblichkeit für eine feste Periode und somit insbesondere ohne Sterblichkeitsverbesserungen angeben. Die Verwendung dieser Sterbetafeln für die Kalkulation von Versicherungsprämien ist grundsätzlich nicht geeignet. Würden die Prämien und Rentenzahlungen auf Grundlage von Periodentafeln bestimmt, so würde es aufgrund der tatsächlich höheren als in den Sterbetafeln dargestellten Lebenserwartung

¹⁰² Vgl. *McCarty/Mitchell* (2003), S. 2.

¹⁰³ Vgl. hierzu *DAV* (2004a), S. 79 und *Milevsky* (2006), S. 51 ff.

zu einem Verzehr des Sicherheitskapitals und schließlich zu Verlusten und dem Ruin von Versicherungsunternehmen kommen. Ein Versicherungsunternehmen muss daher bei der Kalkulation der Rentenhöhen und Versicherungsprämien die längere Lebenserwartung durch eine Anpassung der Sterbewahrscheinlichkeiten berücksichtigen. International üblich für die Kalkulation von Rentenversicherungen ist daher die Verwendung von Generationentafeln. Diese enthalten die Sterblichkeit pro Geburtsjahrgang, bereinigt um die zukünftig erwartete Sterblichkeitsreduktion.¹⁰⁴

Eine solche Generationentafel, speziell für die Kalkulation von Leibrenten, ist die von der deutschen Akutarvereinigung (DAV) veröffentlichte Sterbetafel DAV 2004 R. Statistische Basis für die Herleitung der Sterbetafel DAV 2004 R sind die Bestandsdaten der Münchener Rück und der Gen Re zu Rentenversicherungen aus den Jahren 1995 bis 2002, die abgekürzten Bevölkerungsterbetafeln des Statistischen Bundesamtes für den Zeitraum von 1971 bis 2000 sowie die Daten der gesetzlichen Rentenversicherung für den Zeitraum von 1986 bis 2002.¹⁰⁵

Methodisch handelt es sich bei der DAV 2004 R um ein System aus Generationentafeln, die folgende Komponenten enthalten:¹⁰⁶

- Basistafeln erster und zweiter Ordnung
- Sterblichkeitstrends erster und zweiter Ordnung

Bei der Basistafel 2. Ordnung handelt es sich um eine Schätzung der Sterblichkeit des Jahres 1999. Die Sterbewahrscheinlichkeit in den Basistafeln wird für das Alter 60 bis 99 als rentenhöhengewichtete Sterblichkeiten direkt aus Bestandsdaten zu Rentenversicherungen der Münchener Rück und der Gen Re ermittelt.¹⁰⁷ Die Bestandsdaten erlauben weiterhin eine Differenzierung der Rentenversicherungen nach Aufschubzeit bzw. Rentenbezugszeit, Rentenhöhe sowie nach zurückgelegter Versicherungsdauer. Die Basistafel 1. Ordnung ist die um Sicherheitsabschläge bereinigte Basistafel 2. Ordnung.

¹⁰⁴ Vgl. *Milevsky* (2006), S. 55.

¹⁰⁵ Laut DAV verfügen Münchener Rück und Gen Re über Daten zu aufgeschobenen Renten und laufenden Renten von mehr als 20 Erstversicherungsunternehmen. Das Beobachtungsmaterial zur Rentenbezugszeit beruht auf ca. 1,45 Mio. Bestandsjahren und 33.456 Todesfällen. Das Beobachtungsmaterial zur Aufschubzeit umfasst ca. 12,2 Millionen Bestandsjahre und 31.044 Todesfälle. Vgl. hierzu *DAV* (2004a), S. 9 ff.

¹⁰⁶ Vgl. *DAV* (2004a), S. 5 ff.

¹⁰⁷ Empirisch ist zu beobachten, dass je höher die Rentenhöhe, desto geringer ist die Sterblichkeit. Daher erfolgt eine Gewichtung der Sterblichkeitswahrscheinlichkeiten mit den Rentenhöhen.

Berücksichtigt werden im Einzelnen Abschläge für das statistische Schwankungsrisiko bei Anwendung der Sterbetafeln sowie für die Irrtumsrisiken bei Herleitung und Anwendung der Rententafel.¹⁰⁸

Der Sterblichkeitstrend 2. Ordnung ist wiederum eine Schätzung der für die Zukunft erwarteten Sterblichkeitsreduktionen. Die Erfassung der Sterblichkeitsverbesserung erfolgt durch die Analyse des kurz-, mittelfristigen und langfristigen Trends der Sterblichkeitsreduktion. Anhand dieser Analysen sind ein Start- sowie ein Zielrend 2. Ordnung aufgestellt.¹⁰⁹

Ausgehend vom Niveau des kurzfristigen Trends wird der Startrend 2. Ordnung $F_1(x)$ dadurch definiert, dass bei Männern zu den jährlichen Sterblichkeitsverbesserungen des geglätteten Mittelfristtrends die mittlere Differenz von Kurz- und Mittelfristrend addiert wird, um das Niveau des Kurzfristtrends zu erreichen. Für Frauen wird der geglättete Mittelfristrend als Startrend übernommen, da er etwa auf dem Niveau des Kurzfristtrends liegt. Aus empirischen Daten geht hervor, dass die Sterblichkeitsverbesserungen bei Leibrentenkäufern höher sind als bei der allgemeinen Bevölkerung. Die Schätzung der Sterblichkeitsverbesserungen beruht auf allgemeinen Bevölkerungsdaten. Daher wird ein Versicherungszuschlag auf die jährliche Sterblichkeitsverbesserung addiert. Schließlich wird der Trend für hohe und junge Alter begrenzt. Der Zielrend 2. Ordnung $F_2(x)$ ist definiert als 75 % der jährlichen Sterblichkeitsverbesserungen des geglätteten Mittelfristtrends.¹¹⁰ Bei der Anwendung des Trends der Sterblichkeitsverbesserung 2. Ordnung wird zunächst für eine bestimmte Anzahl von Jahren der Startrend $F_1(x)$ angesetzt. Danach wird über einen bestimmten Zeitraum der Trend linear vom Startrend $F_1(x)$ auf den Zielrend $F_2(x)$ reduziert. Anschließend wird für den weiteren Verlauf der Zielrend $F_2(x)$ angesetzt.¹¹¹

Der Sterblichkeitstrend 1. Ordnung setzt auf dem Startrend 2. Ordnung an und bereinigt diesen um Abschläge für die Berücksichtigung des Irrtumsrisikos bei der Bestim-

¹⁰⁸ Der statistische Schwankungsabschlag beträgt 6,26 % für Männer und 7,22 % für Frauen. Der Irrtumsabschlag bei Herleitung und Anwendung der Rententafel wird mit 10 % angesetzt. Vgl. *DAV* (2004a), S. 13 ff.

¹⁰⁹ Vgl. hierzu *DAV* (2004a), S. 27 f.

¹¹⁰ Vgl. zur detaillierten Herleitung *DAV* (2004a), S. 31 f.

¹¹¹ Vgl. *DAV* (2004a), S. 30.

mung der Trendfunktion sowie für langfristige Änderungsrisiken der zukünftigen Sterblichkeit.¹¹²

Der DAV empfiehlt die Verwendung von Sterbetafeln 1. Ordnung für die Beitragskalkulation sowie für die Berechnung der Deckungsrückstellung. Die realitätsnäheren Sterbetafeln 2. Ordnung sollen für die Kalkulation der Überschussbeteiligung sowie für interne Modell- und Prognoserechnungen auf Produkt- und Bestandesebene verwendet werden.¹¹³

Das Sterbetafelssystem DAV 2004 R unterscheidet neben Tafeln 1. und 2. Ordnung weiter nach Selektions- und Aggregattafeln. Eine Selektionstafel für Rentenversicherungen ist eine nach erreichtem Alter und zurückgelegter Rentenbezugszeit doppelt abgestufte Sterbetafel. Die Sterbewahrscheinlichkeiten hängen bei Verwendung von Selektionstafeln auch von der zurückgelegten Rentenbezugszeit ab. Bei Verwendung einer Selektionstafel wird der Effekt ausgeglichen, dass Leibrentenkäufer in den ersten Jahren eine niedrigere Sterblichkeit im Vergleich zu Ruheständlern haben, die schon länger eine Leibrente beziehen. In einer Aggregattafel findet die Selbstselektion der Versicherungsnehmer keine explizite Berücksichtigung. Die Selbstselektion kann jedoch bei der Herleitung von Aggregattafeln dadurch berücksichtigt werden, dass das Beobachtungsmaterial aller Selektionsphasen zusammengefasst wird.¹¹⁴

Die Basistafeln der Selektionstafel haben die Form $f^s \cdot q_{x,1999}^6$, wobei $f^s \leq 1$ der Selektionsfaktor für das s -te Jahr des Rentenbezugs ist und $q_{x,1999}^6$ die Sterbewahrscheinlichkeit eines x -Jährigen im Kalenderjahr 1999 bezeichnet, dessen Rentenbezugszeit schon mindestens sechs Jahre dauert. Nur die Faktoren f^1 und $f^2 = \dots = f^6$ sind von 1 verschieden.¹¹⁵

¹¹² Der Sterblichkeitstrend 1. Ordnung ergibt sich für alle Kalenderjahre aus dem Starttrend 2. Ordnung durch Erhöhung um einen pauschalen Zuschlag für das Änderungsrisiko in Höhe von 0,25 %.

¹¹³ Vgl. DAV (2004b), S. 8.

¹¹⁴ Vgl. DAV (2004b), S. 8.

¹¹⁵ Der Selektionsparameter f^1 beträgt 0,670538, die Selektionsparameter $f^2 - f^6$ 0,876209 für Männer. Die entsprechenden Werte für Frauen sind 0,712823 und 0,798230. Vgl. hierzu DAV (2004a).

Die Sterbewahrscheinlichkeiten werden in der Selektionstafel für die Rentenbezugszeit fortgeschrieben als

$$q_{x,t}^s = f^s \cdot q_{x,1999}^6 \cdot \exp(-(t-1999) \cdot F(x)).^{116} \quad (18)$$

Die Basistafel für Aggregattafel $q_{x,1999}$ wird ohne Unterscheidung nach dem laufenden Versicherungsjahr ab Policenbeginn bestimmt. Sie beruht für das Alter bis 64 auf den in den Bestandsdaten beobachteten rentenhöhengewichteten Versichertendaten aufgeschobener Renten und für das Alter 65 bis 99 auf den entsprechenden Daten laufender Renten. Die Sterbewahrscheinlichkeiten werden in der Sterbetafel für die Aufschubzeit fortgeschrieben als

$$q_{x,t} = q_{x,1999} \cdot \exp(-(t-1999) \cdot F(x)).^{117} \quad (19)$$

Die Tafeln für die Aufschubzeit und die Rentenbezugszeit reichen vom Alter 0 bis zum Endalter 121.

¹¹⁶ Vgl. DAV (2004a), S. 47.

¹¹⁷ Vgl. DAV (2004a), S. 48.

Literaturverzeichnis

- Abel, Andrew B. (1985): „Precautionary Saving and Accidental Bequests“, *American Economic Review*, 75 (4), S. 777-791.
- Albrecht, Peter (1992): „Zur Risikotransformationstheorie der Versicherung: Grundlagen und ökonomische Konsequenzen“, Verlag für Versicherungswirtschaft, Karlsruhe.
- Albrecht, Peter und Thorsten Göbel (2000): „Rentenversicherung vs. Fondsentnahmepläne, oder: Wie groß ist die Gefahr, den Verzehr des eigenen Vermögens zu überleben?“, *Mannheimer Vorträge zur Versicherungswissenschaft*, Vortrag Nr. 74.
- Albrecht, Peter und Raimond Maurer (2001a): „Private Rentenversicherung versus Fondsentnahmepläne: Systematischer Vergleich unter dem Aspekt des Kapitalverzehrrisikos – der Fall nach Steuern (Part 1)“, *Versicherungswirtschaft* 56, S. 304-307.
- Albrecht, Peter und Raimond Maurer (2001b): „Private Rentenversicherung versus Fondsentnahmepläne: Systematischer Vergleich unter dem Aspekt des Kapitalverzehrrisikos – der Fall nach Steuern (Part 2)“, *Versicherungswirtschaft* 56, S. 388-390.
- Albrecht, Peter und Raimond Maurer (2002): „Self-Annuitization, Consumption Shortfall in Retirement and Asset Allocation: The Annuity Benchmark“, *Journal of Pension Economics and Finances* 1(3), S. 269-288.
- Albrecht, Peter, Raimond Maurer und Heinrich Schradin (1999): „Die Kapitalanlageperformance der Lebensversicherer im Vergleich zur Fondsanlage unter Rendite- und Risikoaspekten“, Verlag für Versicherungswirtschaft, Karlsruhe.
- Albrecht, Peter, Raimond Maurer und Ulla Ruckpaul (2001): „Shortfall Risk of Stocks in the Long Run“, *Financial Markets and Portfolio Management* 15, S. 427-499.
- Albrecht, Peter, Ivica Dus, Raimond Maurer, Ulla Ruckpaul (2003): „Langfristige Sparpläne versus Einmalanlage: Value-at-Risk und Shortfallrisiken“, *Der Aktuar* 9, S. 7-12.
- Ameriks, John, Robert Veres, und Mark J. Warshawsky (2001) „Making Retirement Income Last A Lifetime“, *Journal of Financial Planning*, December, S. 60-76.
- Bellmann, Richard (1957): „Dynamic Programming“, Princeton University Press, Princeton.
- Bengen, William P. (1994): „Determining Withdrawal Rates Using Historical Data“, *Journal of Financial Planning*, 7 (4), S. 171-182.
- Bengen, William P. (1996): „Asset Allocation for a Lifetime“, *Journal of Financial Planning*, 10 (6), S. 58-67.
- Bengen, William P. (1997): „Conserving Client Portfolios During Retirement, Part III“, *Journal of Financial Planning*, 10 (6), S. 84-97.

- Berkel, Barbara und Axel Börsch-Supan (2003): „Pension Reform in Germany: The Impact on Retirement Decision”, NBER Working Paper 9913, August.
- Bernheim, Douglas B. (1991): „How strong are bequest motives? Evidence based on estimates of the demand for life insurance and annuities”, *Journal of Political Economy* 99, S. 899-927.
- Bernheim, Douglas B., Andrei Shleifer und Lawrence Summers (1985): „The strategic bequest motive”, *Journal of Political Economy* 93, S. 1945-1076.
- Blake, David, Andrew J. G. Cairns, und Kevin Dowd (2001): „PensionMetrics: Stochastic Pension Plan Design and Value-at-Risk during the Accumulation Phase”, *Insurance, Mathematics and Economics* 29, S. 187-215.
- Blake, David, Andrew J. G. Cairns, und Kevin Dowd (2003) „PensionMetrics 2: Stochastic Pension Plan Design During the Distribution Phase”, *Insurance: Mathematics & Economics*, 33, S. 29-47.
- Blinder, A. (1988): Comments on Franco Modiglianis „Measuring the Contribution of Intergenerational Transfers to Total Wealth”, In Kessler, Dennis and André Masson (Hg.): “Modelling the Accumulation and Distribution of Wealth”, Oxford University Press, S. 68-76.
- Börsch-Supan, Axel, Florian Heiss, Alexander Ludewig und Joachim Winter (2003): “Pension Reform, Capital Market and the Rate of Return”, *German Economic Review* 4, S. 151-181.
- Börsch-Supan, Axel und Christina B. Wilke. (2003): „The German Public Pension System: How it Was, How it Will Be”, Working Paper 2003-041 Michigan Retirement Research Center.
- Brennan, Michael J. und Yihong Xia (2002): “Dynamic asset allocation under inflation”, *Journal of Finance* 57, S. 1201-1238.
- Bowers, Newton I. JR., Hans U. Gerber, James C. Hickman, Donald A. Jones und Cecil J. Nesbitt (1997): „Actuarial Mathematics”, The Society of Actuaries, Schaumburg.
- Brown, Jeffrey, Olivia S. Mitchell, James M. Poterba, und Mark J. Warshawsky (1999): „Taxing Retirement Income: Nonqualified Annuities and Distributions from Qualified Accounts”, *National Tax Journal* LII (3) September, S. 563-592.
- Brown, Jeffrey und James M. Poterba. (2000): „Joint Life Annuities and Annuity Demand by Married Couples”, *Journal of Risk and Insurance* 67, S. 527-556.
- Brown, Jeffrey (2001): „Private pensions, mortality risk, and the decision to annuitized”, *Journal of Public Economics*, 82 (1), S. 29-62.
- Brown, Jeffrey, Olivia S. Mitchell, James M. Poterba, und Mark J. Warshawsky (2001): „The Role of Annuity Markets in Financing Retirement”, Cambridge, MIT Press.
- Brugiavini, Agar (1993): „Uncertainty Resolution and the Timing of Annuity Purchases”, *Journal of Public Economics* 50, S. 31-62.
- Bundesfinanzministerium (2005): „Das Alterseinkünftegesetz: Gerecht für Alt und Jung“, Berlin.

- Bundesverband Investment und Asset Management BVI (2005): „Investment 2005 Daten, Fakten, Entwicklungen“, Frankfurt.
- Bundesverband Investment und Asset Management BVI (2006): Pressemeldung „Kräftiger Nachfrageschub nach Riester-Fondssparplänen“, Frankfurt.
- Canner, Niko, Greg Mankiw und David Weil (1997): „An Asset Allocation Puzzle“, *American Economic Review* 87(1), S. 181-191.
- Carroll, Christopher D. (1997): "Buffer-Stock Saving and the Life Cycle/Permanent Income Hypothesis", *The Quarterly Journal of Economics*, Vol. 112, No. 1, S. 1-55.
- Chen, Peng und Moshe Milevsky (2003): „Merging Asset Allocation and Longevity Insurance: An Optimal Perspective on Payout Annuities“, *Journal of Financial Planning* 16(6), S. 52-62.
- Cogan, John und Olivia S. Mitchell (2003): „Perspectives from the President’s Commission on Social Security Reform“, *Journal of Economic Perspectives* 17(2), S. 149-172.
- Cooley, Philip L., Carl M. Hubbard und Daniel T. Walz (1998): „Retirement spending: choosing a sustainable Withdrawal rate that is sustainable“, *Journal of the American Association of Individual Investors* 20, S. 16-20.
- Cooley, Philip L., Carl M. Hubbard und Daniel T. Walz (1999): „Sustainable Withdrawal rates from your retirement portfolio“, *Financial Counseling and Planning* 10, S. 39-47.
- Cooley, Philip L., Carl M. Hubbard und Daniel T. Walz (2003): „A Comparative Analysis of Retirement Portfolio Success Rates: Simulation versus Overlapping Periods“, *Financial Services Review* 12, S. 115-128.
- Daston, Lorraine (1988): „Classical Probability in the Enlightenment“, Princeton University Press, Princeton, New York.
- Davidoff, T., J.R. Brown und P.A. Diamond (2005): „Annuities and Individual Welfare“, *American Economic Review*, Vol. 95, No. 5, S. 1573-1590.
- Davies, J. (1981): „Uncertain lifetime, consumption, and dissaving in retirement“, *Journal of Political Economy* 89, S. 561-577.
- Deaton, Angus (1991): "Saving and Liquidity Constraints". *Econometrica*, 59, 1221-1248.
- Deutsche Aktuarvereinigung DAV (2004a): „Herleitung der Sterbetafel 2004 R für Rentenversicherungen“, Köln.
- Deutsche Aktuarvereinigung DAV (2004b): „Vorschlag der AG Biometrie der Deutschen Aktuarvereinigung zur Einführung neuer Sterbetafeln für private Rentenversicherungen“, Pressemeldung 16.06.2004, Köln.
<http://www.aktuar.de/download/Hintergrund-04-06-16-Sterbetafeln.pdf>
- Dhaene, J., M. Denuit, M.J. Goovaerts, R. Kaas, D. Vyncke. (2002a): „The concept of comonotonicity in actuarial science and finance: theory“, *Insurance: Mathematics and Economics* 31, S. 3–33.

- Dhaene, J., M. Denuit, M.J. Goovaerts, R. Kaas, D. Vyncke. (2002b): „The concept of comonotonicity in actuarial science and finance: applications”, *Insurance: Mathematics and Economics* 31, S. 133–161.
- Dhaene J, S Vanduffel, MJ Goovaerts, R Kaas, D Vyncke. (2005): „Comonotonic approximations for optimal portfolio selection problems”, *Journal of Risk and Insurance*, Vol. 72, 2, S. 253 - 300.
- Dus, Ivica, Raimond Maurer und Olivia Mitchell (2005): „Betting on Death and Capital Markets in Retirement: A Shortfall Risk Analysis of Life Annuities versus Phased Withdrawal Plans” *Financial Services Review* 14, S. 169-196.
- Dushi, Irena und Anthony Webb (2004): „Annuitization: Keeping Your Options Open”, Working Paper Center for Retirement Research at Boston College CRR WP 2004-04.
- Feldstein, Martin, Elena Rangelova, und Andrew Samwick (2001): „The Transition to Investment-Based Social Security When Portfolio Returns and Capital Profitability are Uncertain”, In *Risk Aspects of Investment-Based Social Security Reform*, University of Chicago Press, S. 41-81.
- Friedman, Benjamin M. und Marc J. Warshawsky (1990): „The Cost of Annuities: Implications for Saving Behavior and Bequests”, *The Quarterly Journal of Economic*, Vol. 105, Nr. 1, S. 135-154.
- Gaudecker, Hans-Martin und Carsten Weber (2003): „Surprises in a Growing Market Niche - An Evaluation of the German Private Annuities”, *Mannheimer Manuskript* Nr. 147.
- GDV (2004a): „Statistisches Taschenbuch der Versicherungswirtschaft 2004”, Gesamtverband der Deutschen Versicherungswirtschaft e.V. Berlin.
- GDV (2004b): "Die Märkte für Altersvorsorge in Deutschland-Eine Analyse bis 2020", Ausschuß Volkswirtschaft des GDV Heft 23, Gesamtverband der Deutschen Versicherungswirtschaft e.V. Berlin.
- GDV (2006): "Geschäftsentwicklung 2005: Die deutsche Lebensversicherung in Zahlen“, Gesamtverband der Deutschen Versicherungswirtschaft e.V. Berlin.
- Hamilton, Earl J. (1947): „Origin and Growth of the National Debt in Western Europe”, *American Economic Review*, Mai 1947, S. 118-130.
- Holmer, M.R. (2003): „Simulation Analysis of the Decision to Annuitize Pension Balances”, Preliminary Draft, Washington D.C., Policy Simulation Group.
- Horneff, Wolfram, Raimond Maurer und Michael Stamos (2005): “Life-Cycle Asset Allocation with Annuity Markets: Is Longevity Insurance a Good Deal? ”, Working Paper Universität Frankfurt.
- Horneff, Wolfram, Raimond Maurer und Michael Stamos (2006): “Optimal Gradual Annuitization: Quantifying the Costs of Switching to Annuities”, Working Paper Universität Frankfurt.
- Huang, H, M. Milevsky und J. Wang (2004): „Ruined Moments in Your Life: How Good Are the Approximations?”, *Insurance: Mathematics and Economics*, 34 (3), S.421-447.

- Hughen, J. Christopher, Francis E. Laatsch und Daniel P. Klein (2002): „Withdrawal Patterns and Rebalancing Costs for Taxable Portfolios, *Financial Services Review* 11, S. 341-366.
- Hurd, Michael. (1987): „Savings of the elderly and desired bequests”, *American Economic Review* 77, S. 298-312.
- Hurd, Michael und James Smith (1999): „Anticipated and Actual Bequests”, NBER Working Paper 7380, October 1999.
- Ibbotson Associates (2003): „Why Investors Should Consider Lifetime Payout Annuities in Retirement”, A Report to NAVA, Chicago.
- Isenbart, Fritz und Hans Münzner (1994): „Lebensversicherungsmathematik für Praxis und Studium”, Gabler Verlag, Wiesbaden.
- James, Marquis (1947): „The Metropolitan Life: A Study in Business Growth”, Viking Press, New York, 1947.
- James, Estelle und Dimitri Vitas (2001): „Annuities Markets in Comparative Perspective: Do Consumers Get Their Money’s Worth?”, in *Private Pensions Systems: Administrative Costs and Reforms*, Paris: OECD.
- Kahneman, David und Amos Tversky (1979): „Prospect Theory: An Analysis of Decisions under Risk”, *Econometrica* 1997, S. 263-291.
- Kapur, S. und M. Orszag (1999) „A portfolio Approach to Investments and Annuitization during Retirement”, Birbeck College (University of London), Mimeo, May 1999.
- Kataoka, Shinji (1963): „A Stochastic Programming Model”, *Econometrica* 31, S. 191-196.
- Kotlikoff, Laurence und Avia Spivak (1981): „The Family as an Incomplete Annuity Market”, *Journal of Political Economy* 89, S. 372-391.
- Kotlikoff, Laurence. und L. H. Summers (1981): „The Role of Intergenerational Transfers in Aggregate Capital Accumulation”, *Journal of Political Economy*, Vol. 89, No. 41, S. 706-732.
- Laughunn, Dan, John W. Payne, und Roy Crum (1980): „Managerial Risk Preferences for Below-Target>Returns”, *Management Science* 26, S. 1238-1249.
- Leibowitz, Martin L., Stanley Kogelman und Lawrence N. Bader (1996): „Asset Allocation under Shortfall Constraint”, *Journal of Portfolio Management* Winter, S. 18-23.
- Leibowitz, Martin L. und William S. Krasker (1988): „The Persistence of Risk: Stocks versus Bonds over the Long Term”, *Financial Analysts’ Journal* November/December, S. 40-47.
- Libby, Robert und Peter C. Fishburn (1977): „Behavioral Models of Risk Taking in Business Decisions: A Survey and Evaluation”, *Journal of Accounting Research* 15, S. 272-292.
- Lührs, Dieter (1997): „Lebensversicherung – Produkte, Recht und Praxis”, Gabler Verlag, Wiesbaden, 1997.

- March, James G. und Zur Shapira (1987): „Managerial Perspectives on Risk and Risk Taking”, *Management Science* 33, S. 1404-1418.
- Markowitz, Harry M. (1952): „Portfolio Selection”, *Journal of Finance* 7, S. 77-91.
- Masson, A. und P. Pestieau (1997): „Bequests Motives and Models of Inheritance: A Survey of the Literature.” In G. Erreygers und T. Vandevelde, Hrsg., „Is Inheritance Legitimate?“, Springer, Berlin.
- Maurer, Raimond (2005): „Zur Rolle der Investmentfonds in der kapitalgedeckten Alterssicherung”, *Zeitschrift für das gesamte Kreditwesen*, 24-2005, S. 1381-1385.
- Maurer, Raimond und Christian Schlag (2003): „Money-Back Guarantees in Individual Pension Accounts: Evidence from the German Pension Reform”, in *The Pension Challenge: „Risk Transfers and Retirement Income Security”*, Hrsg. Olivia S. Mitchell und Kent Smetters, Oxford University Press, S. 187-213.
- Maurer, Raimond und Barbara Somova (2005): „German Insurance Industry: Market Overview and Trends”, *Working Paper Series Finance and Accounting*, Universität Frankfurt, No. 156, July 2005.
- McCarthy, David und Olivia S. Mitchell (2003): „International adverse Selection in Life Insurance and Annuities”, *NBER Working Paper 9975*, September.
- McGill, Dan, Kyle Brown, John Haley, und Sylvester Schieber (1996): „Fundamentals of Private Pensions”, Philadelphia: University of Pennsylvania Press.
- Merton, Robert C. (1971): “Optimum Consumption and Portfolio Rules in a Continuous Time Model”, *Journal of Economic Theory* 8, S. 323-361.
- Merton, Robert C. (1969): “Lifetime portfolio selection under uncertainty: The continuous time case”, *Review of Economics and Statistics* 51, S. 247-257.
- Meyer, Petra (1997): „Profit-Testing für Rentenversicherungen, Wirtschaftliche und mathematische Aspekte”, Ulm.
- Milevsky, Moshe (2005): „The Implied Longevity Yield: A Note on Developing an Index for Life Annuities”, *The Journal of Risk and Insurance* 2005, Vol. 72, No. 2, 301-320.
- Milevsky, Moshe (2001): „Optimal Annuity Policies: Analysis of the Options”, *North American Actuarial Journal* 5, S. 57-69.
- Milevsky, Moshe (1998): „Optimal Asset Allocation Towards the End of the Life Cycle: To Annuity or Not to Annuity?”, *Journal of Risk and Insurance* 65, S. 401-426.
- Milevsky, Moshe und Virginia Young (2005): „The Timing of Annuity: Investment Dominance and Mortality Risk” IFID Working Paper, Stand 20.06.2005 http://www.ifid.ca/pdf_workingpapers/WP_WhyNotNow20JUNE2005.pdf.
- Milevsky, Moshe und Virginia Young (2003): „Annuity and Asset Allocation”, Working Paper IFID Centre, The Schulich School of Business, December. Stand 15.12.2003 http://www.ifid.ca/pdf_workingpapers/WP2003OCT15.pdf.
- Milevsky, Moshe und Christopher Robinson (2000): „Self-Annuity and Ruin in Retirement”, *North American Actuarial Journal* 4, S. 113-129.

- Milevsky, Moshe und Christopher Robinson (1994): „Asset Allocation, Life Expectancy and Shortfall”, *Financial Services Review* 3, S. 109-126.
- Milevsky, Moshe, Kwak Ho, und Christopher Robinson (1997): „Asset Allocation Via the Conditional First Exit Time or How to Avoid Outliving Your Money”, *Review of Quantitative Finance and Accounting* 9, S. 53-70.
- Milevsky, Moshe, Kristen Moore und Virginia Young (2005): „Optimal asset allocation and ruin-minimization annuitization strategies”, IFID Working Paper, Stand 31.01.2005, http://www.math.lsa.umich.edu/%7Eksmoore/ruinprob_final.pdf, erscheint in *Mathematical Finance*.
- Mitchell, Olivia S.; James M. Poterba; Mark J. Warshawsky und Jeffrey R. Brown (1999): „New Evidence on the Money’s Worth of Individual Annuities”, *American Economic Review*, December, S. 1299-1318.
- Mitchell, Olivia S.; David McCarthy (2002): „Annuities for an Ageing World”, NBER Working Paper Series, Working Paper Nr. 9092, August 2002.
- Modigliani, Franco und Richard Brumberg (1954): „Utility Analysis and the Consumption Function: An Interpretation of Cross-Section Data”, in: K. Kurihara, ed., „Post Keynesian Economics”. New Brunswick. Rutgers University Press.
- Modigliani, Franco (1986): „Life Cycle, Individual Thrift, and the Wealth of Nations”, *The American Economic Review*, Vol. 76, No. 3, (June 1986), S. 297-313.
- Modigliani, Franco (1988): „The Role of Intergenerational Transfers and Life Cycle Saving in the Accumulation of Wealth”, *Journal of Economic Perspectives*, S. 15-40.
- Morgan, James N., Martin H. David, Wilbur J. Cohen, Harvey E. Brazer (1962): „Income and Welfare in the United States”, McGraw-Hill Book Company, New York.
- Munnell, Alicia H.; Annika Sundé; Mauricio Soto und Catherine Taylor (2002): „How Will the Rise in 401(K) Plans Affect Bequests?” An Issue in Brief, Center for Retirement Research at Boston College, November, Number 10.
- Petrova, Petia (2003): „The Annuity Puzzle Gets Bigger”, Working Paper Boston College, Stand 01.08.2004 <http://www2.bc.edu/~petrova/annuity.pdf>.
- Poitras, Geoffrey (2000): „The Early History of Financial Economics”, S. 1478-1776: „From Commercial Arithmetic to Life Annuities and Joint Stocks”, Edward Elgar Pub, 2000.
- Poterba, James M. (1997): „The History of Annuities in the United States”, NBER Working Paper 6001, April.
- Poterba, James M. (2001): „A Brief History of Annuity Markets”, in: „The Role of Annuity Markets in Financing Retirement”, Jeffrey R. Brown, Olivia S. Mitchell, James M. Poterba, Mark J. Warshawsky (Hrsg.), The MIT Press, Cambridge, USA.
- Pye, Gordon B. (2000): „Sustainable Investment Withdrawals”, *Journal of Portfolio Management*, Summer, S. 73-83.

- Pye, Gordon B. (2001): „Adjusting Withdrawal Rates for Taxes and Expenses”, *Journal of Financial Planning*, April, S. 126-136.
- Reil-Held, Anette (2002): „Die Rolle intergenerationaler Transfers in Einkommen und Vermögen älterer Menschen in Deutschland”, Inauguraldissertation Universität Mannheim.
- Richard, S. F. (1975): „Optimal Consumption, Portfolio and Life Insurance Rules for an Uncertain Lived Individual in A Continuous Time Model”, *The Journal of Financial Economics*, Vol. 2, S. 187-203.
- Robine, Jean-Marie und Michel Allard (1999): „Jeanne Calment. Validation of the Duration of Her Life” in: *Validation of Exceptional Longevity*. Odense University Press, Odense.
- Roy, Andrew (1952): „Safety First and the Holding of Risky Assets”, *Econometrica* 20, S. 431-449.
- Ruckpaul, Ulla (2004): „Aktien- und Fondsinvestments im context der privaten Altersvorsorge – Eine entscheidungstheoretische Analyse”, Verlag Dr. Kovač, Hamburg.
- Schmeiser, Hato und Thomas Post (2005): „Life Annuity Insurance versus Self-Annuitization: An Analysis from the Perspective of the Family”, *Risk Management & Insurance Review*, Vol. 8, Heft 2, S. 239-255.
- Sexauer, Martin (2004): „Verteilungswirkung und Effizienz der Erbschaftsteuer : eine Untersuchung im Rahmen von Modellen überlappender Generationen“, Dissertation Technische Universität Dresden.
- Sinclair, S.V. (2003): „Optimal Annuitization when Stochastic Consumption Shocks are correlated with Mortality”, Working Paper and Dissertation Essay Wharton School, 2003.
- Sinclair, S.V. und K.A. Smetters (2004): „A Quantitative Study of Annuitization and Savings Decisions”, Working Paper Wharton School, 2004.
- Stabile1, Gabriele (2003): „Optimal timing of the annuity purchases: a combined stochastic control and optimal stopping problem.”, Working Paper Università degli Studi di Roma “La Sapienza”.
- Thaler, Richard H. und Peter Williamson (1994): „College and University Endowment Funds: Why Not 100% Equities?” *Journal of Portfolio Management*, 1994, 21(1), S. 27-37.
- Tomes, Nigel (1981): „The Family, Inheritance, and the Intergenerational Transmission of Inequality”, *The Journal of Political Economy*, Vol. 89, No. 5 (Oct. 1981), S. 928-958.
- Tracy, James (1985): „A Financial Revolution in the Hapsburg Netherlands”, University of California Press, Los Angeles, September 1985.
- Turra, Cassio M. und Olivia S. Mitchell (2004): „The Impact of Health Status and Out-of-Pocket Medical Expenditures on Annuity Valuation”, Working Paper, Michigan Retirement Research Center, WP 2004-086.

- Velde, François und David Weir (1992): „The Financial Market and Government Debt Policy in France: 1746-1793”, *Journal of Economic History* 52, S. 1-39.
- Vora, Premal P. und John D. McGinnis (2000): „The Asset Allocation Decision in Retirement: Lessons from Dollar-Cost Averaging”, *Financial Services Review* 9, S. 47-63.
- Warshawsky, Mark (1988): „Private Annuity Markets in the United States: 1919-1984”, *The Journal of Risk and Insurance* 55, September 3rd, 1988, S. 518–528.
- Warshawsky, M.J.; B.C. Spillman und C.M. Murtaugh (2002): „Integrating Life Annuities and Long Term Care Insurance: Theory, Evidence, Practice, and Policy”, in „Innovations in Retirement Financing” Hrsg. O.S. Mitchell et. al. (2002).
- Weber, Carsten (2006): „Evaluation von Rentenversicherungen und Fondsentnahmeplänen“, Verlag Versicherungswirtschaft, Karlsruhe.
- Witt, Johan de (1671) „Treatise on Life Annuities”, Letters to the States-General, 1671.
- Wolfsdorf, Kurt (1997): „Versicherungsmathematik Teil 1 Personenversicherungen”, Teubner Verlag Stuttgart.
- Yaari, Menachem (1965): „Uncertain Lifetime, Life Insurance, and the Theory of Consumer”, *Review of Economic Studies* 32, S. 137-150.
- Yagi, T. und Y. Nishigaki (1993): „The Inefficiency of Private Constant Annuities”, *The Journal of Risk and Insurance* 60, September 3, S. 385-412.
- Young, Virginia (2004): „Optimal Investment Strategy to Minimize the Probability of Lifetime Ruin”, *North American Actuarial Journal*, Vol. 8, Nr. 4, S. 106-123.

3 Betting on Death and Capital Markets in Retirement: A Shortfall Risk Analysis of Life Annuities versus Phased Withdrawal Plans

3.1 Introduction

Economists often advise retirees seeking to spread their assets over their retirement period to purchase a life annuity, which is a financial contract between an insured person and an insurer “that pays out a periodic amount for as long as the annuitant is alive, in exchange for an initial premium” (*Brown et al.*, 2001). Annuity payments may be fixed in nominal terms (fixed annuity); they can rise at a pre-specified fixed nominal escalation rate (graded annuity); or they can be indexed to inflation (real annuity). Alternatively, they may reflect the return of a specific asset portfolio which backs the (variable) annuity, or they can depend on the insurance company’s experience with mortality, investment returns, and expenses (participating annuity). As *Mitchell et al.* (1999) note, the essential attraction of a life annuity is that the individual is protected against the risk of outliving his own assets, given uncertainty about his remaining lifetime, by pooling longevity risk across a group of annuity purchasers. *Yaari* (1965) shows that risk-averse retirees without a bequest motive facing annuity markets that charge actuarially fair premiums, should annuitize 100 percent of their wealth.

Though life annuities provide invaluable longevity insurance, they also have some disadvantages. Most obviously, the purchaser faces loss of liquidity and control over his assets, because the lump sum premium cannot be recovered after purchase of the annuity, irrespective of special needs (e.g. to cover unexpected and uninsured medical costs; c.f. *Brugiavini* 1993). Also, if the annuity payments are contingent on the individual’s survival, there is no chance of leaving a bequest for one’s heirs. Other explanations for why people may be reluctant to buy annuities are the high administrative costs levied by insurance companies (*Mitchell et al.*, 1999), the ability to pool longevity risk within families (*Brown and Poterba*, 2000; *Kotlikoff and Spivak*, 1981), and the presence of other annuitized resources from Social Security or employer-sponsored defined benefits plans (*Munnell et al.*, 2002).

As an alternative to buying a life annuity, one might “self-annuitize” following a *phased withdrawal* approach. Here the retiree allocates his wealth endowment across various

asset categories (e.g. equity, bonds, cash) typically included in a family of mutual funds where the assets will earn uncertain rates of return. A certain amount of the invested funds can then be withdrawn periodically for consumption purposes. An advantage of the phased withdrawal strategy, as compared to a life annuity, is that it offers greater liquidity, the possibility of greater consumption while alive, and the possibility of bequeathing some of the assets in the event of early death. On the other hand, relying on a steady asset drawdown without any insurance provides no pooling of longevity risk, so the retiree could outlive his assets before his uncertain date of death. Another withdrawal rule, for example, consuming a specified *fraction* of the remaining fund wealth each period, avoids the risk of outliving one's total assets, as long as the benefit-to-wealth ratio is lower than one. Yet stochastic investment returns will mean that pension assets change over time, and the periodically withdrawn amount could be substantially lower or higher than the benefit payable under a life annuity.

Such phased withdrawal approaches are becoming popular in many countries, prompted by a round of pension reforms in Europe and America. For example, in Germany, recently-introduced "Riester plans" offer a tax inducement for voluntary saving in individual retirement accounts (IRA) during the worklife, underscoring the government's interest in boosting asset accumulation for the aging population (Börsch-Supan et al., 2003). At retirement, thirty percent of the accumulated assets in the IRA may be withdrawn as a lump-sum distribution; the remainder must be taken as a life annuity (offered by a commercial insurance company) or paid out according to a phased withdrawal plan (typically offered by mutual fund and/or bank providers) of which part reverts to an annuity as of age 85. In the UK, personal pensions are now the norm, and here too, a portion of the accumulated asset must be annuitized by age 75. In Canada, the retiree at age 69 must either buy an annuity with his tax-sheltered saving or create a discretionary managed withdrawal plan (Milevsky and Robinson, 2000). In the US, no compulsory annuitization is required for 401(k) plans; rather, most retirees roll over their pension assets into an Individual Retirement Account and manage the funds themselves in old age. Together, these trends signal a growing interest in helping retirees manage the asset decumulation process.

To compare alternative retirement asset decumulation strategies quantitatively, we require a formal risk/return framework for decision-making under uncertainty. One approach taken by financial economists is to maximize the expected discounted value of a

(time separable) utility function for uncertain future benefits and (if necessary) for a bequest. For example, *Blake et al. (2003)* evaluate different withdrawals plans assuming that mandatory annuitization is required at age 75, using a constant relative risk aversion utility framework. *Milevsky and Young (2003)* use a similar objective function to determine the option value of deferring annuitization. A shortcoming of such an approach, however, particularly in the world of financial retirement planning, is that decisionmakers often lack an explicit measure of retirees' risk preferences (*Pye 2000*). For this reason, an alternative approach using risk-value (or risk-return) models are appealing, in that they use explicit measures of risk and value along with a function reflecting the tradeoff between these two. To the extent that individuals prefer more return to less, and less risk to more, we can derive a partial ordering of opportunities within a risk-return dominance context, even if the exact utility weights for risk and return are unknown. Depending on which risk metric is selected and how we formulate the tradeoff between risk and return, a risk-value model can be consistent with the expected utility approach of choice.¹

In what follows, we therefore take a risk-value approach. Here the "return" is the expected level of benefits as well as the expected possibility of bequest, and the "risk" is the possibility of not reaching a benchmark or desired level of consumption. Previous studies taking this tack focus on the *probability of consumption shortfall* as the operative risk measure (*Ho et al 1994, Bengen 1994, 1996, Milevsky et al. 1997, Milevsky and Robinson 2000, Milevsky 1998, 2001, Ameriks et al. 2001, Pye 2001, Hughen et al. 2002, or Albrecht and Maurer 2002*). Assuming that the retiree consumes a fixed amount at specific points in time from a self-managed pension account, those studies calculate the probability of running out of money before an uncertain date of death using alternative assumption about the asset allocation, the initial consumption-to-wealth ratio, and the optimal waiting time before switching the retirement wealth into an annuity. Our work extends this literature in several directions. First, we examine the risk and return profiles of several variable self-annuitization strategies that provide payments

¹ Perhaps the most widely used risk-return model in the area of finance is the classic mean-variance portfolio analysis which is, *inter alia*, consistent with a quadratic utility function. For a discussion of the compatibility of expected utility models and multiparameter trade-off choice models, see *Schneeweiß (1967)* and *Sarin and Weber (1993)*. A lexicographic ordering of risks would generally be inconsistent with expected utility: e.g. if the decisionmaker will only accept a maximum level of risk, independent of return.

according to a predetermined benefit-to-wealth ratio. Second, we address a major shortcoming of the shortfall-probability risk measure, namely that it ignores the size of the possible loss that may be experienced. In practice, of course, both theoretical and empirical arguments suggest that investors take both the probability and the amount of a possible shortfall into consideration. Our contribution extends prior work by looking not only at the *probability of a consumption shortfall*, but also by considering the *size of the shortfall* when it occurs. Third, we examine how the results change if a mandatory annuitization rule were imposed akin to those in the recent German and UK pension reforms. Fourth, we evaluate the impact of allowing the annuitization date to be endogenous, along with the asset allocation decision. We illustrate how the risk of a consumption shortfall and return profiles of fixed and variable phased withdrawal strategies compare to the life annuity, and indicate what dominant strategies might be.

In the remainder of this paper, we describe several withdrawal strategies and illustrate their implications assuming capital and insurance market conditions relevant to the German marketplace. We adopt these so as to be informative about alternative payout options that might be contemplated under the German *Riester* plans when they reach maturity. Most results focus on an age-65 male retiree, but we also provide findings for other ages and for women. Results are first given using a fixed asset allocation pattern, and subsequently, assets are permitted to be allocated optimally. A final section summarizes and concludes.

3.2 The Case of Phased Withdrawal

We assume that the retiree is endowed with an initial level wealth V_0 that he can use to buy a single-premium immediate life annuity paying a constant annual real benefit B at the beginning of each year for life, with no bequest. We denote this as the benchmark annuity, and refer to Appendix A regarding the pricing of such an insurance product using assumptions about mortality, loadings, and interest rates. If the retiree does not annuitize his wealth, he must allocate his retirement money across various financial assets such as equities and bonds (represented here as mutual funds); thereafter, he can withdraw a certain amount at the beginning of each year for consumption purposes. Throughout, we assume that payouts are taxed as ordinary income; therefore taxes will

not change the desirability of voluntary annuitization or systematic withdrawal from a self-managed retirement account.²

3.2.1 Withdrawal Plans with Fixed Benefits

Under a fixed benefit rule, at the beginning of each year the retiree will sell as many fund units as required to reach the same yearly benefits paid by the life annuity, either until he dies or the retirement assets are exhausted. Formally, the benefits B_t at the beginning of each year are given by:

$$B_t = \min(B, V_t), \quad (20)$$

where V_t is the value of the retirement accounts assets wealth at the beginning of year t ($t = 0, 1, \dots$) just before the withdrawal B_t for that year is made. The retiree faces an intertemporal budget constraint such that wealth next period V_{t+1} equals wealth today V_t , less what is subtracted for benefit payments B_t , times the (inflation adjusted) portfolio return R_{t+1} over the period, or zero if the fund is exhausted:

$$V_{t+1} = (V_t - B_t) \cdot (1 + R_{t+1}) = \begin{cases} (V_t - B)(1 + R_{t+1}) & V_t > B \\ 0 & V_t \leq B \end{cases} \quad (21)$$

Note that the benefit paid B_t depends on the value of the retirement assets used to finance withdrawals, V_t . If these assets are risky, benefit payouts are exposed to uncertain capital market returns. The idea of the fixed benefit rule is to replicate the payout from a life annuity (self-annuitization) as long as the funds permit, while at the same time offering liquidity and some bequest potential in the event of an early death. Nevertheless, the risk of such a self annuitization strategy is that adverse capital markets linked to longevity outcomes might produce a situation where V_t hits zero and therefore $B_t = B_{t+1} = \dots = 0$, while the retiree is still alive.

3.2.2 Phased Withdrawal Rules with Variable Benefits

Under a variable phased withdrawal plan, the retiree receives an ex ante fixed fraction of the retirement assets remaining each period (as in Merton 1971). Due to the stochastic nature of capital markets, the value of the retiree's fund is exposed to positive as

² This is accurate for the German context; for more on annuity tax treatment in the US see *Brown et al. (1999)*. *Hugen et al. (2002)* study the cash-flows of various withdrawal rates (as a percentage of initial portfolio value) within an ex post context using historical returns data on common stocks and bonds before and after taxes.

well as negative fluctuations. Consequently, the level of benefit payments under a variable withdrawal plan also fluctuates in tandem with the account value.

The path of benefits payable under a variable phased withdrawal rule can be formalized as follows. Let V_t be the value of the retirement assets at the beginning of period t ($t = 0, 1, \dots$) before the withdrawal B_t for that year is made. At the beginning of period t , an ex ante specified fraction ω_t ($0 < \omega_t \leq 1$) is withdrawn from current wealth; hence the retiree receives a payment according to:

$$B_t = \omega_t \cdot V_t \quad (22)$$

Further let R_{t+1} denote the return of the funds over the period. Then, the intertemporal budget constraint of the retirement account is given by:

$$V_{t+1} = (V_t - B_t) \cdot (1 + R_{t+1}) = (1 - \omega_t) \cdot V_t \cdot (1 + R_{t+1}). \quad (23)$$

Note that if the assets of the retirement account are invested in risky assets, both the benefits B_t as well as the bequest potential V_t are random variables. In what follows, we focus attention on three specific withdrawal rules that generate variable benefits: the fixed percentage rule, the 1/T rule, and the 1/E(T) rule. Each is discussed in turn.

“Fixed Percentage” Withdrawal Rule: Here a constant fraction is withdrawn each period from the remaining fund wealth; that is, the benefit-wealth ratio is fixed over time:

$$\frac{B_t}{V_t} = \omega_t = \omega. \quad (24)$$

This withdrawal rule has the advantage of simplicity, requiring no information regarding the maximum possible duration of the payout phase or the retiree’s demographic characteristics.

“1/T Rule” Withdrawal Rule: The idea behind this rule is to set the withdrawal fraction according to the maximum possible duration of the plan, denoted by T . One way is to set T equal to the oldest age assumed in a mortality table; another is to fix it at the retiree’s life expectancy as of his retirement date (*Brown et al., 1999*). In the first case, the maximum number of payments T is given by the limiting age l of the mortality table minus the current age of the retiree x plus one ($T - 1 - x + 1$). The retiree gets a fraction of $1/T$ of his initial pension account as the first payment, the second payment is

worth $1/(T-1)$ of the remaining assets, and so forth until the retiree either passes away or reaches the plan's limiting age l . Formally, the benefit-wealth ratio at the beginning of year t ($t = 0, 1, \dots, T-1$) of this retirement plan is given according to:

$$\frac{B_t}{V_t} = \omega_t = \frac{1}{T-t}. \quad (25)$$

In contrast to the fixed percentage rule discussed above, the withdrawal fraction is not constant, but rather rises with age.

" $1/E[T(x)]$ " Withdrawal Rule: This rule, which we will call the $1/E(T)$ rule for short, takes into account the retiree's remaining life expectancy in a dynamic way. Now, the withdrawal fraction is no longer determined by the maximum length of the plan, but instead it is a function of the retiree's remaining life expectancy. Let ${}_tP_x$ represents the conditional probability that an x -year old man will attain age $x+t$, the complete expectation of life is calculated as $E[T(x+t)] = \sum_{t=0}^{l-x} {}_tP_x$ where l is the maximum age according to a mortality table. Then, for an at retirement x -year old man, the benefit-to-wealth ratio in period t after retirement, conditional on the fact that he is still alive, is given as:

$$\frac{B_t}{V_t} = \omega_t = \frac{1}{E[T(x+t)]}. \quad (26)$$

The shorter his expected remaining lifetime, the higher the fraction he will withdrawal from his pension account. The $1/E(T)$ withdrawal rule is used in the US during the decumulation phase of 401(k) plans, where the tax authority seeks to ensure that retirees consume their tax-qualified pension accounts instead of leaving them as bequests for their heirs (see *Munnell et al., 2002*).

3.3 Risk and Reward Analysis of Phased Withdrawal Plans Conditional on Survival

3.3.1 Research Design

To compare the risk and value characteristics of the four phased withdrawal rules of interest, it is useful to begin with an assessment of expected payouts conditional on retiree survival. For the moment, therefore, we focus only on the risk resulting from capital markets and suppress mortality. To do so, we assume a 65-year old male retiree who seeks to compare benefits under the four phased withdrawal plans given an initial asset

balance. His retirement assets are rebalanced annually to maintain an asset pool split evenly between stocks and bonds, consistent with recommendations by financial advisors.³ The analysis to follow uses assumptions drawn from the German capital and annuity market environment; later, we offer some comparisons with US assumptions. The annuitant mortality table is provided by the German Society of Actuaries and used to calculate survival probabilities and expected lifetime (in the $1/E(T)$ case). Since this table ends at age 110, we set $l = 110$ for the $1/T$ rule. For the fixed percentage withdrawal rule, we select $\omega = 5.82\%$, since this benefit-to-wealth ratio produces an initial payout equal to the life annuity in the first year of the plan. In the case of the fixed benefit rule, we assume that the initial withdrawal continues until the retiree dies or the account is exhausted.

We compare the risk and return patterns that emerge under these alternative phased withdrawal patterns to those from a fixed real annuity providing lifelong constant payouts. When focusing on risks and benefits, the computations either assume that the retiree is alive, or conversely, we evaluate the bequest potential if the retiree is assumed to pass away at a specific age. To do so, we specify an exogenous structure on the ex-ante probability distribution governing the financial uncertainty of future returns and estimate the parameters of such a model from independent (e.g. yearly) historical observations of real returns. With such a model in place, it is possible to look into the future and compute the expected benefit payments and different shortfall-risk measures of the four withdrawal plans in which we are interested. Implementing it relies on the assumption that the stochastic specification of the asset values in the retirement account follows a geometric random walk with drift, a standard assumption in financial economics. This implies that the yearly log-returns are serially independent and identically normally distributed with given mean and covariance. We also use German historical time series over the period 1967-2004 for the German Equity Index (DAX) and the German Bond Index (REXP) as proxies for stock and bond investments. The DAX represents an index portfolio of German blue-chip stocks, and the REXP represents a portfolio of German

³ Feldstein et al. (2001) and Ibbotson (2003) assume that retirees hold their non-annuitized assets in a 60% stock, 40% bond portfolio. Here, for illustrative purposes, we use a more conservative 50-50 split, consistent with the position recommended by the President's Commission to Strengthen Social Security (see Cogan and Mitchell 2003). Some financial advisers propose that investors hold equities equal to 100 minus their age; see Canner et al. (1997) or Vora and McGinnes (2000). The number 100 can be justified

government bonds. Each of these indices is adjusted for capital gains as well as dividends and coupon payments (on a pre-tax basis). To account for potential administrative costs, we subtract the equivalent of 0.5% p.a. from the yearly portfolio return. Subsequently, asset returns are adjusted for inflation by using the German Consumer Price Index.

These yearly data produce estimates for the real log average rate of return for stocks of 6.18 percent and 3.96 percent for bonds, respectively. The corresponding volatilities are 25.00 percent for stocks and 5.07 percent for bonds, and the correlation-coefficient is 0.22. Since we assume normally distributed log returns, i.e. $I_t = \ln(1 + R_t) \sim N(\mu, \sigma)$, these parameters imply a real log mean rate of return on the fifty-fifty stock-bond portfolio of $\mu = 5.81$ percent with a standard deviation of $\sigma = 13.28$ percent. Note that this produces an expected gross rate of return of $E(1 + R_t) = E[\exp(I_t)] = \exp[0.0581 + 0.5 \cdot 0.1328^2] = 1.0692$. Assuming⁴ that the normality property also holds for the log portfolio returns, it is straightforward to develop an analytical closed form solution for the probability distribution of future benefits of the different variable phased withdrawal rules (see Appendix B for details). However, because the value of the retirement accounts value might hit zero, the intertemporal budget constraint in equation (2) for the fixed benefit rule is not (log)linear, and future benefits are path-dependent. Hence, for the fixed benefits withdrawal plan, the probability distribution of future benefits is unknown. As a result, estimates for the different risk and return measure use Monte-Carlo simulation to generate a large number (i.e. 100,000) of paths for the evolution of the withdrawal plan.

3.3.2 Analysis of Expected Benefits

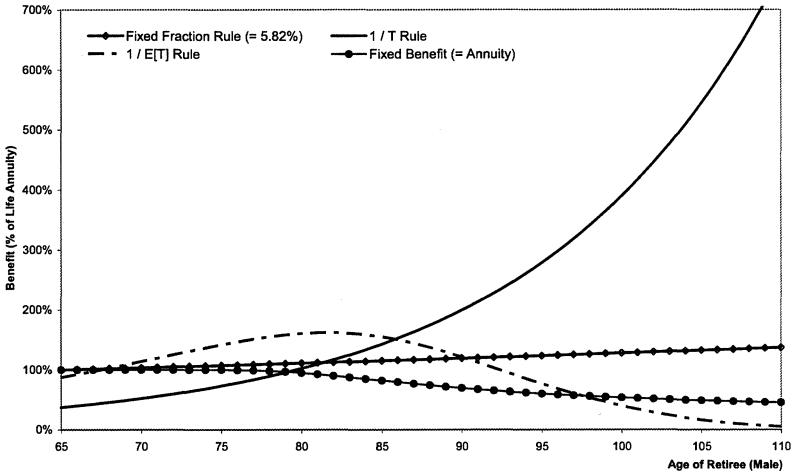
Figure 4 depicts the Expected Benefits profiles conditional on survival under all four phased withdrawal rules; in each case payouts are compared to the annuity profile. Focusing on the fixed benefit rule, we see that in the first year, mean benefits are (by construction) equal to the annuity payout. Thereafter, however, expected payments from the plan are decreasing, reflecting the risk of running out of money. The fixed fraction rule

as it is the maximum age used in most population mortality tables, but annuitant mortality tables often have a maximum age 10-15 years higher.

⁴ This assumption is widely used in the strategic asset allocation literature (e.g. *Feldstein et al. 2001* or *Campbell and Viceira 2002*) and it can be justified by a Taylor approximation of the nonlinear function relating log-individual-asset returns to log portfolio returns. For details see *Campbell and Viceira (2002)*, p. 28-29 and *Campbell et al. (2001)*.

also starts with a benefit equal to the life annuity payout, and after that, mean benefits slightly rise as the retiree ages. This is due to the fact that the pension account's expected gross rate of return is 6.92% p.a., which exceeds the constant benefit-to-wealth-ratio of 5.82% p.a. (i.e. $1.0692 \cdot (1 - 0.0582) = 1.007 > 1$).

Figure 4: Mean Benefit of Withdrawal Plan Conditional on Survival
(50% Equities / 50% Bonds): Life Annuity Benchmark



Source: Authors' calculations.

By contrast, the $1/T$ rule pays a much lower expected benefit up to the age of 80, but thereafter, the expected benefit rises extremely quickly and to very high levels. This can be explained by the low withdrawal fractions under this rule, during the first part of the retirement plan. Up to age 95, the benefit-to-wealth ratio is lower than the expected rate of return; consequently, the expected value of the pension assets grows over time. "Reserves" built up in earlier ages can be used to increase the expected benefits in later years. The $1/E(T)$ rule starts at a level of about 85% of the annuity payment and increases to 100% when the retiree attains age 70. This payout approach reaches its maximum expected payment of about 150% at age of 83. After that point, expected payments monotonically decrease, reaching the life annuity benefit level at age 91. For ages older than 100, the $1/E(T)$ rule would expose the retiree to very low benefits, asymptotically approaching zero. Only for the first six years of the retirement plan will the benefit-to-wealth ratio be lower than the expected return earned on pension assets. If the retiree survives until age 71, his expected lifetime is about 15 years, resulting in a

withdrawal fraction of 6.66% which is about the same as the expected rate of return. Beyond that age, the withdrawal fraction grows ever larger than the expected asset returns backing benefit payments. For some time (i.e. up to age 83), the increasing withdrawal fractions produce increasing expected benefits. But because less and less wealth is left in the fund, at some point (here age 83) the expected benefit amounts decrease although the withdrawal fraction increases.

3.3.3 Shortfall Risk Analysis

In general, shortfall risk is associated with the possibility of “something bad happening”, in other words, falling below a required target return. Returns below the target (losses) are considered to be undesirable or risky, while returns above the target (gains) are desirable or non-risky. In this sense, shortfall-risk-measures are called “relative” or “pure” measures of risk.⁵ To analyze this risk in the case of our phased withdrawal strategies, we employ several different shortfall risk measures.

Shortfall Probability: We begin with the shortfall probability, defined as:

$$SP(B_t) = P(B_t < z). \quad (27)$$

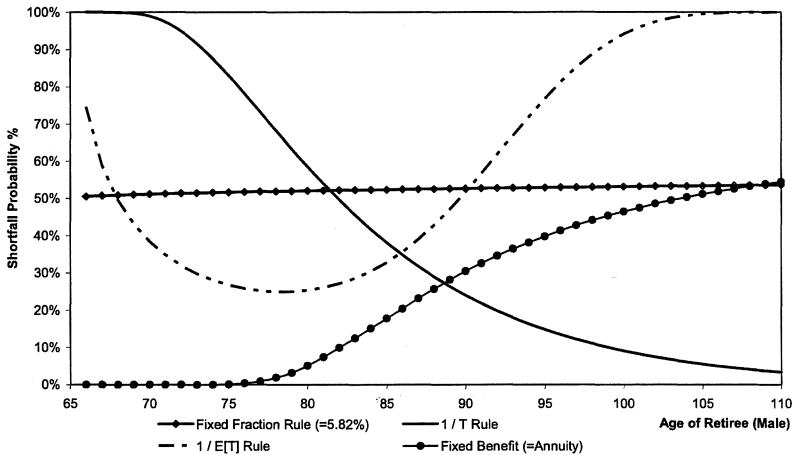
This measures the probability that the periodic withdrawal B_t is smaller than a chosen benchmark z , which is here the payment provided by the life annuity.

Figure 5 depicts the SP for the fixed benefit rule, the fixed fraction rule, the $1/T$ approach, and the $1/E(T)$ rule, compared to the annuity benefit. In the first year, all the strategies except the fixed benefit program face a high probability of shortfall; the only reason the fixed benefit approach does not is that it is set, by construction, to pay the initial annuity value as long as the funds are not exhausted. Accordingly, the fixed benefit program offers a shortfall probability close to zero at the beginning of the retirement period, but this risk metric begins to rise over time, reaching about 20% around age 85. By contrast, both the $1/T$ and $1/E(T)$ rules have high shortfall probabilities early in the retirement period. This is because a retiree investing his assets in a mutual fund hoping

⁵ The concept of shortfall risk was introduced in the area of finance by Roy (1952) and Kataoka (1963), and it was expanded and theoretically justified by Bawa (1978) and Fishburn (1977, 1982, 1984). It was widely applied to investment asset allocation by Leibowitz et al. (1996) and used by Leibowitz and Krasker (1988) and Maurer and Schlag (2003) among others to judge the long term risk of stocks and bonds. In addition Libby and Fishburn (1977); Kahneman and Tversky (1979); Laughhunn et al. (1980) and March and Shapira (1987) show that in empirical business decision-making, many individuals judge the risk of an alternative relative to a reference point.

to generate the same payment offered by the life annuity must withdraw about 6.50% of the fund annually. But the withdrawal fractions under the $1/T$ and the $1/E(T)$ rules are smaller early in retirement, meaning that the wealth remaining grows quickly. Consequently the SP declines over time, though the withdrawal fraction is growing. The retiree that withdraws a fixed fraction each year faces a risk profile that is remarkably high for all ages. In early years, the probability of receiving a benefit below the benchmark life annuity is about 50%, gradually increasing to about 54% at the end of the period.

Figure 5: Shortfall Probability of Withdrawal Plan Conditional on Survival (50% Equities / 50% Bonds): Life Annuity Benchmark



Source: Authors' calculations.

Another interesting finding has to do with the gradient of the SP under the $1/E(T)$ rule. Early in the retirement period there is a fast decline in this risk, but if the retiree is still alive at age 83, the SP begins to rise quickly due to the special construction of this spending rule. In contrast to the $1/T$ rule, expected payments at the beginning of the plan are already higher, meaning that few “reserves” are built up in the beginning of the plan. Also, the 65-year-old retiree has an expected remaining lifetime of 19 years, and his expected remaining lifetime decreases over time, especially after the age of 80. The shorter is the remaining expected lifetime, the more wealth will be withdrawn in the $1/E(T)$ case. As the withdrawal fractions increase, less and less wealth is left in the

fund; at some point, wealth remaining is insufficient to provide high enough payments, so the shortfall probability again rises.

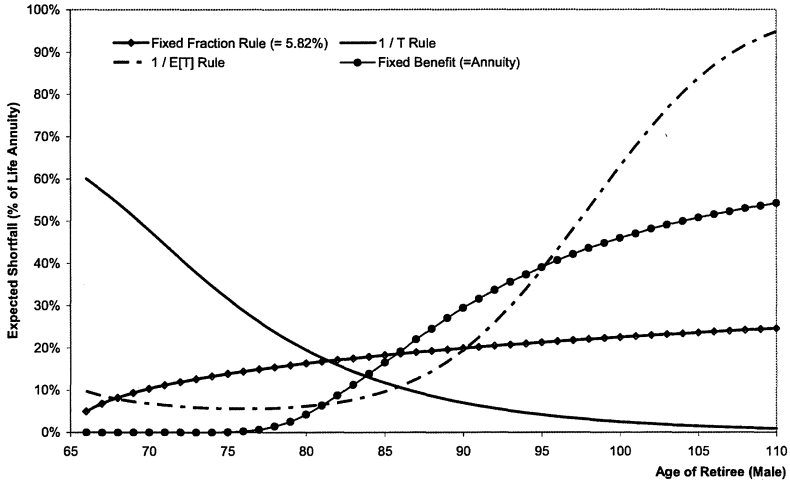
Shortfall Measures That Incorporate Severity: As *Bodie* (2001: 308) notes, a major shortcoming of the popular SP risk metric is that it “completely ignores how large the potential shortfall might be.” That is, the shortfall probability answers the question “how often” consumption falls short, but not “how bad” the loss is if it occurs, under each of the different withdrawal rules. A shortfall risk metric that considers both the probability and the average *size of the shortfall* when it occurs is the Shortfall Expectation (SE):

$$SE(B_t) = E[\max(z - B_t, 0)] = MEL(B_t) \cdot SP(B_t). \quad (28)$$

The SE is the sum of losses weighted by their probabilities, and hence it is a measure of the unconditional “average loss”. As equation (9) shows, the SE is the product of the shortfall probability and the conditional expected shortfall given the occurrence of a shortfall. This measure is also known as the Mean Excess Loss and it is defined as $MEL(B_t) = E[z - B_t \mid B_t < z]$, i.e. the MEL answers the question of “how badly on average” the strategy performs (see *Artzner et al.* 1999).

In Figure 6 we plot the shortfall expectation results for the various withdrawal strategies of interest, namely the fixed benefit rule, the fixed fraction rule, the $1/T$ approach, and the $1/E(T)$ rule. The SEs can be compared for each tactic to the annuity benefit, all conditional on survival. Here we see that the fixed benefit rule has a very low shortfall expectation through about age 83, whereas the $1/T$ rule is initially the riskiest with a 60% SE. It takes a very long time until the SE of the $1/T$ rule declines to a negligible level, older than age 90 for the case under study. The fixed fraction and the $1/E(T)$ rules both have SEs below 20% through at least age 80, but the $1/E(T)$ rule again traces out what is perhaps unexpected behavior – after falling to low levels through about age 84, the risk begins to rise substantially 20 years after retirement, and it has the highest expected shortfall for the long-lived individual.

Figure 6: Expected Shortfall of Withdrawal Plan Conditional on Survival
 (50% Equities / 50% Bonds): Life Annuity Benchmark

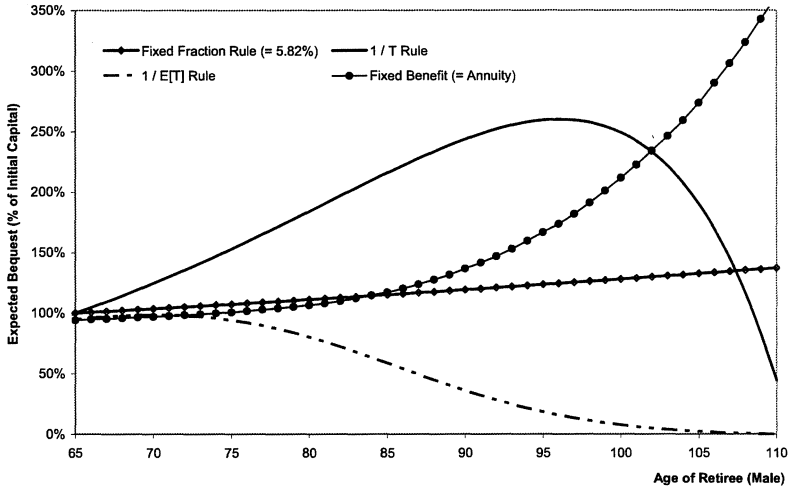


Source: Authors' calculations.

3.3.4 Analysis of Expected Bequests

The other aspect of these rules, of course, is that the retiree must in effect compare his own consumption with the potential value of any bequest going to his heirs should he die. Figure 7 illustrates the expected bequest under the various formulations, conditional on death. The pattern exhibiting most stability is the fixed fraction rule, but the other three are highly divergent. For example, the $1/T$ expected bequest follows an interesting path, rising during the early retirement period when withdrawals are small. About 35 years after retirement, however, the expected bequest begins to decline very quickly – a fact that is directly attributable to the construction of this plan. The older a retiree gets, the more he or she withdraws from his account: thus five years before the plan ends, the retiree withdraws $1/5$ (or 20%) of the remaining wealth. If the retiree should, by chance, live beyond age 110, this approach offers no continued payment or bequest potential. The $1/E(T)$ rule also offers only a very low bequest potential after reaching a limiting age. In contrast with the $1/T$ tactic, however, the $1/E(T)$ plan offers lower expected inheritance at every age. Particularly if the retiree does not die until 20 years into retirement, the inheritance will decline dramatically.

Figure 7: Mean Bequest of Withdrawal Plan Conditional on Death (50% Equities / 50% Bonds) as % of Initial Capital



Source: Authors' calculations.

3.4 Risk-Minimizing Phased Withdrawal Strategies

Thus far, our analysis has assumed that the retiree holds his pension assets in a fixed-weight portfolio comprised of 50% stocks and 50% bonds; accordingly the payouts in retirement take into account only capital market uncertainty, without permitting investment optimization around risk/reward tradeoffs. In this subsection, we extend the analysis by considering mortality risk and two additional phased withdrawal rules that permit the retiree to optimize the design of the withdrawal patterns. In the next subsection, we further vary the portfolio's investment weights to attain a risk-minimizing static asset allocation. The portfolio weights are therefore determined endogenously (excluding short-selling), following *Albrecht and Maurer (2002)*. Finally, the following subsection examines the impact of mandatory shifting to annuitization at a specific age. This is currently required in tax qualified German *Riester* plans at the age of 85 and for UK income drawdown plans at the age 75.

3.4.1 Optimized Withdrawal Rules in a Risk-Return Context

To evaluate how the relative ranking of the alternative withdrawal rules might change with an endogenous asset mix in the retiree's investment fund and other plan design

parameters, it is useful to define the expected present value of the shortfall, called here “*EPVShortfall*”:

$$EPVShortfall = \sum_{t=0}^{l-x} \frac{{}_t p_x SE(B_t)}{(1 + R_f)^t} \quad (29)$$

Here, $SE(B_t) = E[\max(z - B_t, 0)]$ denotes the expected shortfall with respect to the target z , which is the benefit flow of the benchmark life annuity. Possible expected shortfalls are weighted by the conditional probability ${}_t p_x$ that a man aged x at the beginning of the retirement phase is still alive, if a shortfall occurs. All possible expected shortfalls are discounted back to the beginning of the retirement period using the risk-free interest rate R_f (i.e. assuming a flat term structure of real interest rates) and summed over the maximum length of the mortality table used. This useful summary measure of the risk associated with a phased withdrawal strategy may be interpreted as the lump sum premium that would be required for the retiree to transfer this shortfall risk to an insurer, assuming actuarially fair pricing and no additional loading. Given this function, we minimize it with regard to asset allocation and other plan design parameters, to derive the patterns most amenable to alternative withdrawal rules.

Previous studies, most notably *Milevsky* (1998), *Milevsky* and *Robinson* (2000) and *Albrecht* and *Maurer* (2002), approach the issue of optimal fixed benefit withdrawal rules by adopting the criterion of controlling the probability of a consumption shortfall in retirement. On the other hand, as we have argued, this perspective does not account the timing and magnitude of the loss when it happens, which our risk measure does. To extend the approach, we propose two additional reward measures associated with each optimized phased withdrawal strategy, namely, the expected present value of benefits received during life (*EPVBenefits*) and the expected present value of bequests at death (*EPVBequest*). These are defined, respectively, as:

$$EPVBenefits = \sum_{t=0}^{l-x} \frac{{}_t p_x E(B_t)}{(1 + R_f)^t}, \text{ and} \quad (30)$$

$$EPVBequest = \sum_{t=1}^{l-x} \frac{{}_{t-1} p_x q_{x+t} E(V_t)}{(1 + R_f)^t} \quad (31)$$

Here, the *EPVBenefits* is similar to the money’s worth concept used by *Mitchell* et al. (1999); it reflects the expected present value of benefit payments conditional on sur-

vival. Finally, *EBVBequest* measures the expected present value of the inheritance that the retiree would pass on to heirs in the event of his death.⁶

Using these, we develop two optimized rules, namely the “Fixed Percent Optimized” rule, and the “1/T Optimized” rule. The first minimizes the expected present value of the shortfall by jointly selecting the optimal constant withdrawal fraction and an asset allocation. This relaxes the constant withdrawal rule mentioned earlier by endogenizing the withdrawal fraction. Compared to the non-optimized Fixed Percent rule, we expect that having two additional parameters, the fraction consumed as well as the asset allocation, will be more successful in controlling both mortality and capital market risk. The second rule, denoted as “1/T Optimized,” minimizes the *EPVShortfall* by jointly selecting the maximum duration of the plan conditional on survival, and the asset allocation. We expect that the 1/T Optimized rule will permit more consumption when the probability is high that the retiree remains alive, as compared to the non-optimized 1/T rule, but it will also offer lower expected bequests.

3.4.2 Comparative Results: Annuity versus Phased Withdrawal Plans

Table 6 report results for the various withdrawal rules of interest, allowing optimized asset allocation. These may be compared to the benchmark case of a life annuity benefit given in Row 1; here, we find that a 65-year old male who paid €100 for an immediate real annuity will receive annual benefits of €5.82 for life. By construction, both the *EPVShortfall* and *EPVBequest* are zero for the annuity purchase; the *EPVBenefits* measure is slightly below €100 due to the annuity load assumed. Row 2 reports results for a phased withdrawal program where the Fixed Benefit is set equal to the annuity at €5.82 as before; of course, the retiree may run short of funds. The optimized asset allocation associated with minimizing the *EPVShortfall* for this Fixed Benefit withdrawal plan consists of 25% stocks and 75% bonds, and associated with this plan is an expected

⁶ These metrics are useful as compared to a specific utility function for several reasons. First, the risk measures are consistent with expected utility analysis, since they are the primitives that enter into utility maximizers’ objective functions (*Brachinger and Weber 1997*). For example, one could imagine that a retiree trades off expected benefit payments versus the expected shortfall *vis a vis* the benchmark annuity; this risk value model is consistent with a utility function suggested by *Fishburn (1977)*. Further any particular functional form must embody specific tradeoffs between risk and return components, whereas our approach can remain agnostic about the specific weights attached to each (*Sarin and Weber 1993*). We choose risk minimization as our objective function because it is consistent with many prior studies (c.f. *Albrecht and Maurer, 2002; Chen and Milevsky, 2003; Milevsky and Robinson, 1994*), and it is also consistent with conventional wisdom offered by financial planners when providing advice regarding retirement income payouts (c.f. *Ameriks, 2004; Ameriks et al., 2001; Ibbotson Associates, 2003*).

shortfall worth €3.24 per €100 of initial assets. As long as the retiree lives, he can expect benefits totaling €93.87 (in present value). The present value of the bequest that his heirs can expect is quite large, at €54.67 (or more than half the initial investment). Clearly, unless the retiree has an enormous taste for bequests, annuitization would be judged far superior to taking a fixed benefit at 5.82€ per annum until the fund is likely exhausted.

Table 6: Results for Risk-Minimizing Phased Withdrawal Strategies (65 Year)
Using Sex-specific Mortality Tables for Annuity Pricing, Allowing Optimized Asset Allocation: Male and Female Retirees

A. Results for Male (Retirement Age 65): Benchmark Real Life Annuity €5.82 p.a./ €100					
Strategy	EPV Shortfall	EPV Benefits	EPV Bequest	Investment Weights (in %)	
				Equity	Bonds
1. Real Annuity €5.82	0	97.291	0		
2. Fixed Benefit = €5.82	3.236	93.867	54.670	25	75
3. Fixed Pct. = 5.82%	11.611	95.969	70.218	34	66
4. Fixed Pct. Opt $\omega = 7.0\%$	10.366	102.433	56.250	35	65
5. 1/T Rule Age 110	33.726	92.696	154.583	59	41
6. 1/T Rule Opt. Age 87	15.003	107.258	33.857	16	84
7. 1/E(T) Rule	7.797	105.400	40.924	22	78
B. Results for Female (Retirement Age 65): Benchmark Real Life Annuity €5.02 p.a./ €100					
8. Real Annuity €5.02	0	97.291	0		
9. Fixed Benefit = €5.02	8.447	101.044	73.378	27	73
10. Fixed Pct. = 5.02%	1.334	95.868	62.389	20	80
11. Fixed Pct. Opt $\omega = 6.1\%$	7.134	108.465	57.482	28	72
12. 1/T Rule Age 110	25.601	106.508	137.088	46	54
13. 1/T Rule Opt. Age 91	12.130	120.062	33.225	16	84
14. 1/E(T) Rule	5.375	116.899	36.903	19	81

Notes:

EPV Shortfall: expected present value of future benefit payments below the life annuity (shortfall)

EPV Bequest: expected present value of future bequest payments

EPV Payments: expected present value of future benefit payments

Source: Authors' calculations.

Rows 3 and 4 of Table 1 display results for two Fixed Percentage strategies. The first is determined by selecting a fixed percentage rule that pays out a first-year benefit equivalent to the €5.82 real lifelong annuity payable to a 65-year old male paying €100. Given this constant benefit-wealth-ratio (i.e. $\omega = 5.82\%$), we solve for the optimal asset mix minimizing the *EPVShortfall*. The second strategy selects a fixed fraction that is now also optimized with regard to *EPVShortfall*. What is different here is that both the asset allocation and the withdrawal fraction are simultaneously optimized at the beginning of the retirement phase. These two rows indicate that, in both cases, the risk measured by the *EPVShortfall* is almost four times as large as under the Fixed Benefit approach. Offsetting this could be the higher benefit stream conditional on survival and higher be-

quest value to the heirs. Both fixed percentage strategies have slightly higher equity exposures (about 35%) than the fixed benefit approach (25%). This contrasts with the high equity exposures recommended by *Albrecht and Maurer (2002)* and *Vora and McGinnes (2000)* who use a fixed benefit withdrawal approach. Of course, an optimized strategy that permits a fixed percentage payout of 7% of the account annually has a lower expected shortfall and higher expected benefits than the non-optimized strategy.

Next we turn to the two $1/T$ rules, where again the first simply sets T to the maximum plan duration (the oldest age in the mortality table), and optimizes asset allocation so as to minimize the $EPV_{Shortfall}$. The second rule endogenously evaluates both the asset allocation and the plan duration that minimizes $EPV_{Shortfall}$. It is interesting that the simple $1/T$ rule (Row 5) results in the highest equity exposure, and it is also unlikely to be preferred by many: this is because the size of the expected shortfall is the largest of those considered (€34 of the initial €100 asset), and the expected benefits are the lowest of those examined. The only clear gainers are likely to be the heirs. We contrast this with the pattern that would result from optimizing the maximum plan duration, which the retiree could do if he had Social Security or welfare to live on in the event that his asset were extinguished but he were still alive. This would occur around age 87, according to the program computed. Row 6 indicates using the $1/T$ rule optimized for asset allocation and the date of running out of assets offers lower risk, higher expected than the annuity, a reasonable bequest, and the asset allocation is not too risky (16% equity and 84% bonds).

Finally we turn to Row 7 for the $1/E(T)$ rule, which is consistent with the phased withdrawal scheme for 401(k) pension plans allowed by the US tax authority. This is an interesting strategy, because it offers quite low expected shortfalls and 8% higher expected benefits than the life annuity, while still affording a decent bequest potential. The asset allocation implied is rather conservative, with 22% in equity and 78% in bonds. Overall, looking across the phased withdrawal plans, there is no clearly dominant strategy, since all involve tradeoffs between risk, benefit, and bequest measures, and individual preferences may vary. Nevertheless, the $1/E(T)$ rule seems relatively appealing as compared to the others, as long as the retiree has only a moderate appetite for bequests.

The second panel of Table 1 reports results for a female age-65 retiree considering the same phased withdrawal patterns. To summarize results, we find that women generally

confront lower expected shortfall risks and anticipate higher *EPVBenefits*. This is because lower female mortality translates into a lower initial annuity payment; i.e. her actuarially fair benefit is €5.02 per year for a €100 purchase (versus the male payout of €5.82). Consequently, variable withdrawal plans have the woman withdraw less early in life, leaving more assets in the fund to earn future capital market returns. Since the woman also is expected to live longer, she will more likely be alive to reap the fruits of the investment. We would therefore predict, and the results confirm, that the $1/E(T)$ rule is more attractive to women than men, since it offers rather low expected shortfalls, and 20% higher expected benefits as compared to the annuity, while still affording a decent bequest potential. It is also interesting that the asset allocation strategies for women are similar to those for men.

Thus far, the analysis has assumed the retiree begins the payout phase at age 65, but it may be of interest to explore how phased withdrawal patterns might change for alternative retirement ages. Table 7 displays the findings for a male retiring at age 60 or age 70, which can be directly compared with the top panel of Table 6. The results show that the phased withdrawal patterns are unambiguously more attractive for an age-60 retiree, as compared to the 65-year old. In other words, all expected shortfall risk measures are lower, expected benefit payouts to the living retirees are higher, and expected bequests are similar; furthermore, the portfolios are slightly lighter in equities. This is because the mortality drag for the life annuity purchased by a younger person, and therefore the benchmark, is substantially lower. By contrast, higher mortality faced by a 70-year old retiree produces a higher benchmark annuity which translates into greater *EPVShortfalls*, lower expected benefits, and also lower expected bequests. This is despite having 10-15% higher equity exposure. This leads us to conclude that annuitization would be relatively more appealing to older retirees, as compared to phased withdrawal patterns.

Table 7: Results for Risk-Minimizing Phased Withdrawal Strategies (60 and 70 year)

Using Sex-specific Mortality Tables for Annuity Pricing, Allowing Optimized Asset Allocation: Male Retirees Only

A. Results for Male (Retirement Age 60): Benchmark Real Life Annuity €4.95 p.a./€100					
Strategy	EPV	EPV	EPV	Investment Weights (in %)	
	Shortfall	Benefits	Bequest	Equity	Bonds
Real Annuity €4.95	0	97.291	0		
Fixed Benefit = €4.95	1.525	95.679	64.291	20	80
Fixed Pct. Opt $\omega=5.9\%$	7.054	108.775	59.121	27	73
1/T Rule Opt Age 87	13.073	120.157	35.915	17	83
1/E(T) Rule	5.700	116.120	40.293	19	81
B. Results for Male (Retirement Age 70): Benchmark Real Life Annuity €7.03 p.a./€100					
Real Annuity €7.03	0	97.291	0		
Fixed Benefit = €7.03	6.174	90.759	50.432	40	60
Fixed Pct. Opt $\omega=8.5\%$	14.416	96.022	53.415	45	55
1/T Rule Opt. Age 87	17.505	96.163	35.129	17	83
1/E(T) Rule	11.282	96.305	42.575	29	71

Note: See Table 6.

Source: Authors' calculations.

Thus far the annuity benchmark has been computed using the sex-specific mortality table relevant to the individual making the purchase. But in some contexts, insurers are required to use a “unisex” mortality table when pricing annuities: for example, this is true in the US if an annuity is purchased with company-based pension accumulations (McGill et al., 2004). Likewise in the UK, unisex tables are used to price annuities in the Personal Pension arrangements. A unisex mortality table is generated by averaging mortality probabilities for men and women at each age. Naturally, such a table boosts the annuity paid to a female retiree and reduces the male’s benefit, as compared to using sex-specific tables. In our context, if German mortality tables were used to value unisex payouts (as per Appendix A), a €100 annuity purchased by a female would have benefit payouts that are 7% higher than otherwise, whereas payments to the male would be 7.7% lower.

Yet the surprise is that women are not necessarily gainers, depending on the phased withdrawal pattern selected. This is because adopting a unisex table for annuitization changes the annuity payout benchmark, while the phased withdrawal plan still embodies the purchaser’s sex-specific mortality table. Table 8 illustrates this case, where the annuity benefit is now (by construction) equal for men and women, at €5.37 annually for a €100 purchase. For men, expected shortfalls under all withdrawal patterns are lower, expected benefits are lower, and bequests are higher. The pattern is the opposite for women: expected shortfalls are higher, expected benefits are higher, and bequests

lower. In other words, if a government mandated a unisex table for annuity pricing yet still permitted phased withdrawal patterns, women who continue to select a phased withdrawal patterns are exposed to greater risk. This result might be surprising to those who advocate unisex tables in retirement accounts, though it flows from the fact that unisex tables subsidize women annuitants, on average.

Table 8: Results for Risk-Minimizing Phased Withdrawal Strategies (Unisex)
Using Unisex Mortality Tables for Annuity Pricing, Allowing Optimized Asset Allocation: Male and Female Retirees

A. Results for Male (Retirement Age 65): Benchmark Real Life Annuity €5.37 p.a./ €100					
Strategy	EPV	EPV	EPV	Investment Weights (in %)	
	Shortfall	Benefits	Bequest	Equity	Bonds
Real Annuity €5.37	0	89.871	0		
Fixed Benefit €5.37	1.738	88.168	58.726	20	80
Fixed Pct. Opt $\omega=6.6\%$	7.407	98.382	57.773	30	70
1/T Rule Opt.Age 88	11.503	104.756	36.565	14	86
1/E(T) Rule	4.818	103.767	40.135	20	80
B. Results for Female (Retirement Age 65): Benchmark Life Annuity €5.37 p.a./ €100					
Real Annuity €5.37	0	104.206	0		
Fixed Benefit €5.37	2.490	101.364	59.964	25	75
Fixed Pct. Opt $\omega=6.4\%$	9.736	112.331	56.268	32	68
1/T Rule Opt Age 91	15.287	122.828	34.048	20	80
1/E(T) Rule	8.107	118.884	37.730	21	79

Note: See Table 6.

Source: Authors' calculations.

3.4.3 Phased Withdrawal Plans with Mandatory Deferred Annuities.

The results above suggest that some retirees might prefer to engage in a mixed strategy – that is, to undertake phased withdrawals during the early portion of the retirement period and then to switch to an annuity thereafter. Furthermore, some researchers have suggested that such a mixed strategy would be attractive: it enhances the payout early on, in exchange for relatively low risk, and it also adds the insurance feature later in life (Blake et al., 2003; Milevsky, 1998). In addition, as noted earlier, some governments have recently required that the elderly annuitize after a phased income drawdown period.

To examine the risks and rewards associated with phased withdrawal followed by mandatory annuitization at some later age, we now revisit our calculations under each withdrawal rule but assume that annuity purchase is required if the individual is still alive at either age 75 or 85. Two approaches are considered. In the first case, which we call the “switching strategy”, a retiree would follow the relevant phased withdrawal rule until reaching the mandatory switching age. Again as the benchmark, we use the real annuity

that the retiree could have purchased at age 65, to compare our new results with prior findings. If, at the switching point, the fund is inadequate to purchase this real annuity, the gap represents a shortfall; conversely, if the account holds more than is needed to buy the benchmark annuity, this excess can be allocated to increase the bequest or used for higher consumption. In the following, we assume that an excess (if any) is used to increase the level of the annuity starting at age 75 or 85, enhancing the *EPVBenefits* rather than *EPVBequest* measure. For the second case, we examine an “*immediate purchase deferral strategy*”. In this case, the retiree purchases an annuity on retirement, with deferred payouts beginning at age 75 (or 85). The deferred annuity benefit is set equal to the benchmark that the retiree could have received if he initiated annuity payments at age 65. It is worth noting that it is unclear what one might expect from these switching strategies, in terms of risks and rewards. Some analysts suggest that switching may be a preferred strategy, relying on the fact that the mortality drag rises with age; annuities pay out more for a given premium, the older one is when purchasing them (Milevsky, 2001). On the other hand, that analysis focuses only on the probability of a shortfall but does not weight the size of the loss, conditional on the shortfall occurring. By delaying annuitization, the retiree can benefit from capital market returns if they are favorable, so benefit payments can be higher while he lives, or bequests higher if he dies. Yet delaying annuitization also exposes him to shortfall risk.

Table 9 reports findings for the male retiring at age 65, making the decision to switch from a phased withdrawal to an annuity at either age 75 (or 85). Comparing results in Panel A of Tables 1 and 4, we see that if delayed annuitization is available, this generally increases the value of the *EPVBenefits* amount and shrinks the *EPVShortfall*, both of which are beneficial. The *EPVBequest* falls, indicating that the deferred annuitization strategy is likely to be most attractive to those seeking to secure consumption while alive, without completely stripping their heirs of some unexpended funds. In other words, the risk/return profile of the phased withdrawal plan that includes a delayed annuity is enhanced, as compared to no annuity, at the cost of a smaller bequest potential. Also interesting is the fact that switching to an annuity later in life (i.e. at age 85; compare panels A and B in Table 4) raises the equity share of the portfolio slightly, but greatly enhances the bond exposure. Also, buying the annuity later obviously promise more bequest potential, at the cost of higher shortfall.

Table 9: Results for Risk-Minimizing Phased Withdrawal Strategies Allowing Switching to Life Annuities

Using Sex-specific Tables for Annuity Pricing, Allowing Optimized Asset Allocation and Withdrawal Fraction: Male Retirees Only

A. Results for Male (Retirement Age 65 Switching Age 75): Benchmark Real Life Annuity €5.82 p.a./ €100					
Strategy	EPV Shortfall	EPV Benefits	EPV Bequest	Investment Weights (in %)	
				Equity	Bonds
Real Annuity €5.82	0	97.291	0		
Fixed Benefit until 75	1.411	108.883	13.779	15	85
Fixed Pct. Opt $\omega=6.8\%$	2.856	109.434	13.019	12	88
1/T Rule Opt Age 83	3.059	109.360	13.264	11	89
1/E(T) Rule	3.582	109.176	13.776	11	89
B. Results for Male (Retirement Age 65 Switching Age 85): Benchmark Life Annuity €5.82 p.a./ €100					
Real Annuity €5.82	0	97.291	0		
Fixed Benefit until 85	2.580	104.590	39.988	30	70
Fixed Pct. Opt $\omega=7.4\%$	6.831	110.559	32.727	26	74
1/T Rule Opt Age 88	9.145	110.123	35.703	21	79
1/E(T) Rule	5.085	106.616	31.935	16	84

Note: See Table 6.

Source: Authors' calculations.

Table 10 displays results for a 65-year old male purchasing a deferred annuity at the beginning of the retirement period, with annuity payouts commencing at age 75 (or 85) assuming he is alive. In contrast to the mandatory annuitization strategy, we see that the risk and return profile depends heavily on the chosen withdrawal rule. In the case of the 1/T rule combined with a deferred annuity payable from age 75, the logical strategy is to consume all remaining wealth using the phased withdrawal tactic by age 74, secure in the knowledge that one is protected against longevity risk thereafter. This pattern provides a benefit stream worth slightly more than the real annuity, and it offers low shortfall risk and low expected bequests. This is an important result since it indicates the advantage of allowing flexibility until age 75, paired with protected consumption after that age. Similar results hold if the deferred annuity were to begin at age 85, with slightly higher benefit and bequest levels at the expense of somewhat higher shortfalls. By contrast, the 1/E(T) rule combined with a deferred annuity at age 75 provides the retiree with relatively low payouts up to age 75, producing a high *EPVShortfall*, but after that age, benefits flow from both the annuity and the phased withdrawal plan which raises *EPVBenefits* (and higher potential bequests). Delaying the annuity payout date to age 85 instead of 75 exposes the retiree to much higher shortfall risk, along with higher possible wealth for the heirs.

Table 10: Results for Risk Minimizing Phased Withdrawal Strategies with Immediate Purchase of Mandatory Deferred Life Annuities

Using Sex-specific Tables for Annuity Pricing, Allowing Optimized Asset Allocation and Withdrawal Fraction, Male Retirees Only

A. Results for Male (Retirement Age 65 annuity deferred up to Age 75): Benchmark Real Life Annuity €5.82 p.a./ €100					
Strategy	EPV- Shortfall	EPV- Benefits	EPV- Bequest	Investment Weights (in %)	
				Equity	Bonds
Real Annuity €5.82	0	97.291	0		
Fixed Benefit until 75	1.050	100.712	4.200	10	90
Fixed Pct. Opt $\omega=15.3\%$	8.954	108.664	8.944	55	45
1/T-Rule Opt Age 74	1:469	102:390	3:710	8	92
1/E(T) Rule	21:291	128:127	34:783	89	11
B. Results for Male (Retirement Age 65 annuity deferred up to Age 85): Benchmark Life Annuity €5.82 p.a./ €100					
Real Annuity €5.82	0	97.291	0		
Fixed Benefit until 85	1.771	101.730	27.606	20	80
Fixed Pct. Opt $\omega= 8.7\%$	10.291	107.818	36.586	39	61
1/T-Rule Opt Age 84	6.917	108.891	21.820	17	83
1/E(T) Rule	10.166	105.603	35.704	25	75

Note: See Table 6.

Source: Authors' calculations.

3.4.4 Comparative Results

In additional analyses not reported here (but available on request), we have also explored the sensitivity of our results to a range of alternative capital and annuity market scenarios. An interesting experiment develops the environment that might be relevant to US retirees: here, life expectancy is longer than in Germany, loadings are lower, and the capital market presents different risk/return characteristics. In this simulation, we use the US Annuitant 2000 Basic Male mortality table along with means and standard deviations for stocks, bonds, and cash using Ibbotson Associates data over the period 1967-2004 (the same period over which we take the German capital market parameters). While annuity payouts are quite similar across the two countries, capital markets display different characteristics: the mean returns on stocks and bonds is slightly lower in the US than Germany, but volatility on stocks is much lower in the US (about 17% instead of 25% in Germany), and it is much higher on bonds (about 11% versus 5% in Germany). Under these assumptions, we re-optimize the withdrawal rules and find, for all withdrawal plans, that the US retiree would hold a much higher level of equity exposure in the risk-minimizing portfolio. Nevertheless, the withdrawal fractions are not much affected for the 1/T and the Fixed Percentage rules. This is accompanied by a higher shortfall risk, higher expected benefits, and comparable expected bequests, driven by the fact that bonds are riskier in the US than in Germany.

3.5 Summary and concluding remarks

Standard economic models imply that retirees would tend to value highly the protection against longevity risk that annuitization offers, but the evidence suggests that many retirees do not purchase annuities with their disposable wealth, perhaps because they anticipate leaving a bequest. As a result, there is a need for models that can guide retirees as they examine tradeoffs between consumption versus the possibility of leaving a bequest during the asset drawdown phase. Of course, these tradeoffs require a retired worker to exchange some risk for some return, offering a natural role for phased withdrawal programs during the retirement period.

Our approach uses the concept of shortfall-risk, whereby the benefit of a life annuity serves as the benchmark. We extend previous research in two directions. First, we use a risk metric which considers both the probability as well as the size of a consumption shortfall when it occurs. Second, we focus not only on phased withdrawal plans with fixed benefits, but also on variable benefit patterns in conjunction with a predetermined benefit-to-wealth ratio. We investigate several phased withdrawal strategies, assessing the success of withdrawal rules while allowing for endogenous asset allocation patterns, and we also allow the worker to make decisions both about when to retire and when to switch to an annuity. Of course, selecting any specific withdrawal pattern requires further information on utility weights that balance own consumption against bequests, but many retirees and their financial counselors may find it difficult to articulate their utility functions in advance. For this reason, we believe it is useful to explore various explicit risk and return measures for alternative withdrawal plans, allowing for randomness in both the time of death and investment returns.

Our model offers several novel conclusions which may be useful for professional financial planners helping clients make retirement investment choices:

- Discretionary management of accumulated assets with systematic phased withdrawals for consumption purposes offers the advantages of flexibility, bequests, and possibly higher rates of consumption than under a standard life annuity. However, phased withdrawal plans also require the retiree to dedicate effort to formulating asset allocation and withdrawal rules.
- A phased withdrawal plan that minimizes the risk of consuming less than the real annuity benchmark will allocate retirement assets more to fixed income than to

equities. Nonetheless, the specific mix elected will depend on plan design, age, and mortality risk, among other factors.

- A phased withdrawal strategy paying the same benefit as an annuity exposes the retiree to the risk of outliving his assets while still alive. A phased withdrawal plan using a fixed benefit-to-wealth ratio avoids the risk of running out of money, since benefits fluctuate in tandem with the pension fund's value. But the fixed benefit withdrawal rule affords lower risk than variable withdrawal rules, if one uses a mortality-weighted shortfall-risk measure (which includes both shortfall probability and magnitude of loss).
- Mandatory deferred annuitization with a fixed withdrawal rule can enhance expected payouts and cut expected shortfall risk but at the cost of reduced expected bequests, as compared to no annuity. For a variable withdrawal plan, a simple deferred annuitization may not reduce risk: rather, it requires optimization of the benefit to wealth ratio.
- The optimized $1/T$ rule and the fixed benefit rule both have appealing risk characteristics, particularly when combined with a mandatory deferred annuity.
- As a standalone strategy, the $1/E(T)$ phased withdrawal rule is appealing since it offers a relatively low expected shortfall risk, good expected payouts for the retiree during his life, and some bequest potential for his heirs. But when mandatory annuities are combined with a phased withdrawal plan, the $1/E(T)$ rule becomes less attractive.
- Some advocate unisex mortality tables, seeing them as "fairer" to women; however our model shows that if phased withdrawal plans are available as an alternative, unisex tables make women bear more risk compared to annuitization.

These findings have general relevance for national retirement policy in Europe and the Americas. As one example, the $1/E(T)$ rule is used by the US tax authority for the "default" withdrawal pattern in defined contribution accounts (including 401k plans). Our results show that this is a relatively appealing standard in the US context, where retirement plan annuitization is not mandatory. Mandating annuitization after a phased withdrawal period can also be quite appealing in terms of risk, so it is interesting that this approach has recently been implemented in both the UK and Germany, and it has been

recommended in the US by the recent Commission to Strengthen Social Security (*Cogan and Mitchell, 2003*). Our results also mean that government mandates requiring unisex tables for annuity pricing (as in the UK) expose women to greater risk if they elect a phased withdrawal plan. Finally, our results imply that retiree portfolios will optimally include more fixed income if the retiree plans on annuitizing later.

Appendix A: Determining Annuity Benefits

Using the actuarial principle of equivalence, we estimate the gross single premium of the (nonparticipating) annuity by calculating the present value of expected benefits paid to the annuitant including provider expense loadings (i.e. commissions and administration fees). Explicit assumptions must be made about mortality risk, the annuitant's age, the interest rate used by the insurance company to discount expected benefit payments, and the cost structure of the insurance company.

Following *Albrecht and Maurer (2002)*, we take the basic annuitant mortality table DAV 1994 R provided by the German Society of Actuaries for the specification of the demographic parameters. The table offers sex-specific mortality rates q_x (q_y) for male and female. From these sex specific mortality rates we construct the mortality rates of a unisex table as a weighted average of q_x and q_y . The interest rate (adjusted for inflation) used to discount expected annuity payments is set to an annual 1.5%, consistent with the current yield of Euro-based inflation-linked bonds. Regarding the cost-structure of the insurance company, it is assumed that the total expense loading relative to the pure actuarial premium is 2.785%. Given these assumptions, Table 11 shows the yearly real benefits a retiree with age 60, 65 and 70 would receive per 100 EUR of premium.

Table 11: Immediate Annual Life-long Real Annuity Benefits per EUR 100 Single Premium: Total Expense Loadings 2.785%; Discount Factor 1.5%; DAV R 94 Mortality Tables

	Male	Female	Unisex
Retirement Age	Life Annuity € p.a.		
60	4.95	4.32	4.61
65	5.82	5.02	5.37
70	7.03	5.99	6.44

Source: Authors' calculations.

Appendix B: Determining Expected Benefits, Expected Bequest and the Risk of a Consumption Shortfall for Phased Withdrawal Plans with given Benefit-to-Wealth Ratios

Let $\omega_t = B_t/V_t$ ($t = 0, 1, \dots$) be a predetermined sequence of benefit-to-wealth ratios $0 \leq \omega_t \leq 1$, and define $c\omega_t = \prod_{i=0}^t (1 - \omega_i)$. The retirement accounts assets (adjusted for inflation) used to fund the variable pension benefits B_t are assumed to follow a geometric random walk with drift. This implies that the real log returns I_t over the year are serially independent and identically normal distributed with given mean μ and volatility σ . Given an initial endowment V_0 at the beginning of the retirement phase, the market value of the retiree's account at the beginning of year t ($t = 1, 2, \dots$) just before the withdrawal B_t for that year is made:

$$V_t = (1 - \omega_{t-1})V_{t-1} \exp(I_t) = c\omega_{t-1}V_0 \exp\left(\sum_{i=1}^t I_i\right). \quad (32)$$

V_t is distributed log-normally, i.e. $\ln(V_t) \sim N(m_t, v_t^2)$ follows a normal-distribution with mean $m_t = \ln[c\omega_{t-1} V_0] + t\mu$ and variance $v_t^2 = t\sigma^2$. Consequently, the benefit payments B_t at the beginning of each period:

$$B_t = \omega_t V_t = \omega_t c\omega_{t-1} V_0 \exp\left(\sum_{i=1}^t I_i\right) \quad (33)$$

are also log-normally distributed, i.e. $\ln(B_t) \sim N(n_t, v_t^2)$ with parameters $n_t = \ln[\omega_t c\omega_{t-1} V_0] + t\mu$. With these formulas in hand, and additional assumptions about the expected return μ and volatility σ of the retirement accounts assets, it is possible to compute for the variable phased withdrawal rules - i.e. fixed fraction, $1/T$ and $1/E(T)$ - various risk and return measures of future benefits if the retiree is alive as well as the possible bequest in the case he dies.

The expected benefit payments $E[B_t]$ in each period $t = 0, 1, \dots$ are given by:

$$E[B_t] = \exp(n_t + \frac{1}{2} v_t^2) = \omega_t c\omega_{t-1} V_0 \exp(t\mu + \frac{1}{2} t\sigma^2) \quad (34)$$

and the expected bequest if the retiree dies in period $t = 1, 2, \dots$ according to:

$$E[V_t] = \exp(m_t + \frac{1}{2} v_t^2) = c\omega_t V_0 \exp(t\mu + \frac{1}{2} t\sigma^2) \quad (35)$$

The shortfall probability that the benefits from a variable withdrawal plan is lower than a target annuity z can be calculated as:

$$SP(B_t) = \Phi(q_t) \quad (36)$$

where Φ is the cumulative density function of the Standard Normal Distribution at the point $q_t = (z - m_t) / \sigma\sqrt{t}$. Using the results given in *Winkler et al.*, (1972) the shortfall expectation is:

$$SE(B_t) = z \cdot \Phi(q_t) - E[B_t] \cdot \Phi(q_t - \sqrt{\sigma^2 \cdot t}). \quad (37)$$

References

- Albrecht, P., & Maurer, R. (2002). Self-Annuitization, Consumption Shortfall in Retirement and Asset Allocation: The Annuity Benchmark. *Journal of Pension Economics and Finance*, 1, 269–288.
- Ameriks, J. (2004). How Do Retirees Go From Stock to Flow? Pension Design and Structure: New Lessons from Behavioral Finance, eds. Olivia S. Mitchell and Stephen P. Utkus. Oxford, Oxford University Press.
- Ameriks, J., Veres, R. & Warshawsky, M. J. (2001). Making Retirement Income Last a Lifetime. *Journal of Financial Planning*, December, 60-76.
- Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J. M. & Heath, D. (1999). Coherent Measures of Risk. *Mathematical Finance*, 9, 203–238.
- Bawa, V. S. (1978). Safety-First, Stochastic Dominance, and Optimal Portfolio Choice. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 13, 255-271.
- Bengen, W.P. (1994). Determining Withdrawal Rates Using Historical Data. *Journal of Financial Planning*, 7 (4), 171-182.
- Bengen, W.P. (1996). Conserving Client Portfolios During Retirement, Part III. *Journal of Financial Planning*, 10 (6), 84-97.
- Blake, D., Cairns, A. J.G., & Dowd, K. (2003). PensionMetrics 2: Stochastic Pension Plan Design During the Distribution Phase. *Insurance, Mathematics and Economics*, 33, 29-47.
- Bodie, Z. (2001). Financial Engineering and Social Security Reform. In J.M. Campbell & M. Feldstein (ed.), *Risk Aspect of Investment-Based Social Security Reform*, National Bureau of Economic Research Conference Report, 291-320.
- Börsch-Supan, A., Heiss, F., Ludewig, A. & Winter, J. (2003). Pension Reform, Capital Market and the Rate of Return. *German Economic Review*, 4, 151-181.
- Brachinger, H.W. & Weber, M. (1997). Risk as a Primitive: A Survey of Measures of Perceived Risk. *OR-Spektrum*, 19, 235-250.
- Brown, J. & Poterba, J. M. (2000). Joint Life Annuities and Annuity Demand by Married Couples. *Journal of Risk and Insurance*, 67, 527-556.
- Brown, J., Mitchell O. S., Poterba, J. M., & Warshawsky, M. J. (2001). *The Role of Annuity Markets in Financing Retirement*. Cambridge, MA, MIT Press.
- Brown, J., Mitchell O. S., Poterba, J. M., & Warshawsky, M. J. (1999). Taxing Retirement Income: Nonqualified Annuities and Distributions from Qualified Accounts. *National Tax Journal*, LII (3), September, 563-592.

- Brugiavini, A. (1993). Uncertainty Resolution and the Timing of Annuity Purchases. *Journal of Public Economics*, 50, 31-62.
- Campbell, J. Y., Cocco, J., Gomes, F., Maenhout, F. & Viceira, L. M. (2001). Stock Market Mean Reversion and the Optimal Equity Allocation of a Long-Lived Investor. *European Finance Review*, 5, 269-292.
- Campbell, J. Y. & Viceira, L. M. (2002). *Strategic Asset Allocation*. Oxford, Oxford University Press.
- Canner, N., Mankiw, G. & Weil, D. (1997). An Asset Allocation Puzzle. *American Economic Review*, 87(1), 181-191.
- Chen, P. & Milevsky, M. (2003). Merging Asset Allocation and Longevity Insurance: An Optimal Perspective on Payout Annuities. *Journal of Financial Planning*, 16(6), 52-62.
- Cogan, J. & Mitchell, O. S. (2003). Perspectives from the President's Commission on Social Security Reform. *Journal of Economic Perspectives*, 17(2), 149-172.
- Feldstein, M., Rangelova, E. & Samwick, A.. (2001). The Transition to Investment-Based Social Security When Portfolio Returns and Capital Profitability are Uncertain. In *Risk Aspects of Investment-Based Social Security Reform*. Chicago. University of Chicago Press, 41-81.
- Fishburn, P. C. (1977). Mean Risk Analysis Associated with Below Target Return. *American Economic Review*, 67, 116-126.
- Fishburn, P. C. (1982). Foundations of Risk Measurement. II. Effects of Gains on Risk. *Journal of Mathematical Psychology*, 25, 226-242.
- Fishburn, P. C. (1984). Foundations of Risk Measurement I: Risk as Probable Loss. *Management Science*, 30, 396-406.
- Ho, K., Milevsky, M. & Robinson, C. (1994). Asset Allocation, Life Expectancy and Shortfall. *Financial Services Review* 3, 109-126.
- Hugen, J.C., Laatsch, F.E. & Klein, D.P. (2002). Withdrawal Patterns and Rebalancing Cost for Taxable Portfolios. *Financial Services Review* 11, 341-366.
- Ibbotson Associates. (2003). *Why Investors Should Consider Lifetime Payout Annuities in Retirement. A Report to NAVA*. Chicago, Ibbotson Associates.
- Kahneman, D. & Tversky, A. (1979). Prospect Theory: An Analysis of Decisions Under Risk. *Econometrica*, 1979, 263-291.
- Kataoka, S. (1963). A Stochastic Programming Model. *Econometrica*, 31, 191-196.
- Kotlikoff, L. & Spivak, A. (1981). The Family as an Incomplete Annuities Market. *Journal of Political Economy*, 89, 372-391.

- Laughhunn, D., Payne, J. W. & Crum R. (1980). Managerial Risk Preferences for Below-Target>Returns. *Management Science*, 26, 1238-1249.
- Leibowitz, M. L., Kogelman, S. & Bader, L. N. (1996). Asset Allocation under Shortfall Constraint. *Journal of Portfolio Management*, Winter, 18-23.
- Leibowitz, M. L. & Krasker, W.S. (1988). The Persistence of Risk: Stocks versus Bonds over the Long Term. *Financial Analysts' Journal*, November/December, 40-47.
- Libby, R. & Fishburn, P.C. (1977). Behavioral Models of Risk Taking in Business Decisions: A Survey and Evaluation. *Journal of Accounting Research*, 15, 272-292.
- March, J. G. & Shapira, Z. (1987). Managerial Perspectives on Risk and Risk Taking. *Management Science*, 33, 1404-1418.
- Maurer, R. & Schlag, C. (2003). Money-Back Guarantees in Individual Pension Accounts: Evidence from the German Pension Reform. In *The Pension Challenge: Risk Transfers and Retirement Income Security*, eds. Olivia S. Mitchell and Kent Smetters. Oxford: Oxford University Press, 187-213.
- McGill, D., Brown, K., Haley, J. & Schieber, S. (2004). *Fundamentals of Private Pensions*, 8e. Philadelphia, University of Pennsylvania Press.
- Merton, R. C. (1971). Optimum Consumption and Portfolio Rules in a Continuous Time Model, *Journal of Economic Theory* 8, 323-361.
- Milevsky, M. (1998) Optimal Asset Allocation Towards The End of the Life Cycle: To Annuitize or Not to Annuitize? *Journal of Risk and Insurance* 65, 401-426.
- Milevsky, M. (2001). Optimal Annuitization Policies: Analysis of the Options. *North American Actuarial Journal*, 5, 57-69.
- Milevsky, M., Ho, K., & Robinson, C. (1997). Asset Allocation Via the Conditional First Exit Time or How to Avoid Outliving Your Money. *Review of Quantitative Finance and Accounting*, 9, 53-70.
- Milevsky, M. & Robinson, C. (1994). Asset Allocation, Life Expectancy and Shortfall. *Financial Services Review*, 3, 109-126.
- Milevsky, M & Robinson, C. (2000). Self-Annuitization and Ruin in Retirement. *North American Actuarial Journal*, 4, 113-129.
- Milevsky, M. & Young, V. (2003). Annuitization and Asset Allocation. Working Paper IFID Centre, The Schulich School of Business, December, [11.02.2005 http://www.ifid.ca/pdf_workingpapers/WP2003OCT15.pdf]
- Mitchell, O. S.; Poterba, J. M., Warshawsky, M. J. & Brown, J. R. (1999). New Evidence on the Money's Worth of Individual Annuities. *American Economic Review* December, 1299-1318.

- Munnell, A. H., Sundén, A., Mauricio, A. & Taylor, C. (2002). How Will the Rise In 401(K) Plans Affect Bequests? An Issue in Brief. Center for Retirement Research at Boston College. November, Number 10.
- Pye, G. B. (2000). Sustainable Investment Withdrawals. *Journal of Portfolio Management*, Summer, 73 – 83.
- Pye, G. B. (2001). Adjusting Withdrawal Rates for Taxes and Expenses. *Journal of Financial Planning*, April, 126 – 136.
- Roy, A. (1952). Safety First and the Holding of Risky Assets. *Econometrica*, 20, 431-449.
- Sarin, R. K. & Weber, M. (1993). Risk-value Models. *European Journal of Operational Research* 72, 135-149.
- Schneeweiß, H. 1967. *Entscheidungskriterien bei Risiko*, Berlin u.a.
- Vora, P. P. & McGinnis, J. D. (2000). The Asset Allocation Decision in Retirement: Lessons from Dollar-Cost Averaging. *Financial Services Review*, 9, 47-63.
- Winkler, R. L., Roodman, G. M. & Britney, G. M. (1972). The Determination of Partial Moments. *Management Science*, 19(3), 290-95.
- Yaari, M. (1965). Uncertain Lifetime, Life Insurance, and the Theory of Consumer. *Review of Economic Studies*, 32, 137-150.

4 Leistungsgarantien in der Auszahlphase von investmentbasierten Altersvorsorgeverträgen: Entwicklung eines konditionalen Eigenkapitalsystems und Analyse seiner ökonomischen Implikationen

4.1 Einführung

Das deutsche Alterssicherungssystem ruht auf drei Säulen: staatliches, betriebliches und privates Rentensystem. Das kennzeichnende Merkmal des deutschen Systems ist die starke Dominanz der staatlichen, umlagefinanzierten Säule. Während die angelsächsischen Alterssicherungssysteme traditionell darauf ausgelegt sind, mit der staatlichen Komponente eine Grundversorgung im Alter sicherzustellen, ist bzw. war es das Ziel des deutschen staatlichen Alterssicherungssystems, den gewohnten Lebensstandard auch während des Ruhestands aufrechtzuerhalten. Durch die gestiegene Lebenserwartung, rückläufige Geburtenraten, schwaches Wirtschaftswachstum, teilweise umfangreiche Frühverrentungen¹ und die hohe Arbeitslosigkeit ist das staatliche Rentensystem jedoch in ernsthafte Schwierigkeiten geraten. Eine weitere Fortführung des bisherigen Rentensystems, welches seit den siebziger Jahren als eines der weltweit generösesten galt, wäre nur mit einer Steigerung der Beitragssätze möglich gewesen. Da dies weder gesellschaftspolitisch (hohe Belastung der jungen Generation) noch wirtschaftspolitisch (Verteuerung des Faktors Arbeit) möglich und gewollt war, hat sich der Gesetzgeber im Jahr 2001 zu einer Reform des deutschen Rentensystems entschieden.

Ziel der im Januar 2002 in Kraft getretenen Reform sind die langfristige Sicherstellung der Leistungsfähigkeit des staatlichen Alterssicherungssystems sowie die Stabilisierung des Beitragssatzes auf unter 22 % im Jahr 2030.² Der hierzu gewählte Ansatz beinhaltet im Kern eine Kürzung der Leistungen des gesetzlichen Rentensystems. Diese Kürzungen sollen durch den Aufbau kapitalgedeckter Systemelemente der betrieblichen bzw.

¹ Vgl. zu Frühverrentung *Institut der deutschen Wirtschaft* (2003), S. 2 ff.

² Rechtlich verankert ist die Reform im „Gesetz zur Reform der gesetzlichen Rentenversicherung und zur Förderung eines kapitalgedeckten Altersvorsorgevertrags“ (Altersvermögensgesetz - AVmG). Das AVmG enthält Änderungen und Neuregelungen, die unter anderem das Einkommensteuergesetz (EStG; hier insbesondere § 10a), das „Gesetz über die Zertifizierung von Altersvorsorgeverträgen“ (AltZertG), das „Gesetz zur Verbesserung der betrieblichen Altersversorgung“ (BetrAVG), das Sozialgesetzbuch IV (SGB IV), das Versicherungsaufsichtsgesetz (VAG) sowie das „Gesetz über eine bedarfsorientierte Grundsicherung“ (GSiG) betreffen.

privaten Alterssicherung kompensiert werden.³ Diese Elemente, vom Gesetzgeber als Altersvorsorgeverträge bezeichnet und in der Bevölkerung als „Riester-Verträge“ bekannt, werden durch Zulagen und steuerliche Begünstigungen staatlich gefördert. Anbieter von Altersvorsorgeverträgen sind Banken, Versicherungsgesellschaften und Kapitalanlagegesellschaften.

In der Alterssicherung wird zwischen der Ansparphase und der Leistungsphase bzw. Entnahmephase unterschieden. Eine zentrale, vom Gesetzgeber geforderte Produkteigenschaft von Altersvorsorgeverträgen ist die Zusage, dass dem Ruheständler am Ende der Ansparphase mindestens die eingezahlten Beiträge und erhaltenen staatlichen Zulagen zur Verfügung stehen. Für Banken und Versicherungen existiert durch das Kreditwesengesetz (KWG), das Versicherungsaufsichtsgesetz (VAG), den Grundsatz I über die Eigenmittel von Instituten und die Groß- und Millionenkreditverordnung ein aufsichtsrechtlicher Rahmen, um die Glaubwürdigkeit dieser Zusage sicherzustellen.

Deutsche Kapitalanlagegesellschaften haben in der Vergangenheit keine Zusage über Mindestleistungen an Investoren abgegeben. Dies ist zum einen auf die Art der Geschäftstätigkeit zurückzuführen, zum anderen aber auch darauf, dass Kapitalanlagegesellschaften nur eine beschränkte Haftung und eine geringe Eigenkapitalausstattung besitzen.⁴ Werden jedoch, wie im AltZertG vorgeschrieben, Zusagen abgegeben, fordert § 10 Abs. 1 Satz 1 KWG, dass „*die Institute im Interesse der Erfüllung ihrer Verpflichtungen gegenüber ihren Gläubigern, insbesondere zur Sicherheit der ihnen anvertrauten Vermögenswerte, angemessene Eigenmittel haben*“ müssen. Da keine rechtlichen Regelungen über die Höhe der angemessenen Eigenmittel für Kapitalanlagegesellschaften existierten, hat das damalige *Bundesamt für das Kreditwesen (BAKred)* mit dem Rundschreiben 12/2001 diese Lücke durch eine Eigenmittelanforderungsregelung ge-

³ Die Unterteilung in betriebliche und private Alterssicherung im Kontext des AVmG ist ungenau, da die staatliche Förderung von Altersvorsorgeverträgen im Allgemeinen an eine rentenversicherungspflichtige Tätigkeit geknüpft ist. Präziser in diesem Zusammenhang wäre daher eine Unterscheidung in vom „Arbeitgeber organisierte“ und vom „Arbeitgeber unabhängige“ Durchführungsformen von Altersvorsorgeverträgen.

⁴ Die Eigenkapitalausstattung von Kapitalanlagegesellschaften ist in § 11 des Investmentgesetzes geregelt. Das gesetzlich vorgeschriebene Anfangskapital beträgt zwischen 730.000 und 10 Mio. Euro. Zusätzlich fordert der Gesetzgeber Eigenmittel in Höhe von 25 % der im letzten Jahresabschluss ausgewiesenen Kosten.

geschlossen.⁵ Diese Regelung deckt bislang jedoch nur das Leistungsversprechen zum Ende der Ansparphase ab.

Für die Leistungsphase fordert das AltZertG von AVmG-konformen Produkten die Gewährung gleich bleibender oder im Zeitablauf steigender Auszahlungen an den Ruheständler. Somit ergibt sich auch hieraus ein Leistungsversprechen. Zur Erfüllung der durch dieses Leistungsversprechen eingegangenen Verpflichtungen sind gemäß § 10 Abs. 1 Satz 1 KWG wiederum angemessene Eigenmittel vorzuhalten. Gegenwärtig gibt es jedoch weder Regelungen der *BaFin* noch wissenschaftliche Untersuchungen, die die Eigenmittelanforderungen in der Entnahmephase von Altersvorsorgeverträgen thematisieren. Ziel der vorliegenden Arbeit ist es, diese Lücke zu schließen.

Der weitere Verlauf der Studie ist wie folgt gestaltet: Im zweiten Abschnitt werden zunächst die rechtlichen und institutionellen Rahmenbedingungen für die Entnahmephase von Altersvorsorgeverträgen aufgezeigt. Im dritten Abschnitt werden dann die Grundlagen risikoorientierter Eigenkapitalsysteme thematisiert, bevor schließlich ein konkretes konditionales Eigenkapitalsystem für die Entnahmephase erarbeitet wird. Im Gegensatz zu *Lachance/Mitchell* (2003), die einen optionstheoretischen Zugang wählen, wird hier ein risikotheorischer Ansatz verfolgt.⁶ Eine empirische Untersuchung zum Eigenkapitalbedarf für verschiedene Entnahmestrategien steht im Zentrum des vierten Kapitels. Dabei erfolgt die Untersuchung sowohl anhand historischer Kursverläufe als auch in einem ex ante Kontext mittels eines probabilistischen Modells. Abschließend werden die Ergebnisse der Studie im fünften Kapitel zusammengefasst.

⁵ Anfang März 2006 hat die Bundesanstalt für Finanzdienstleistungsaufsicht (*BaFin*) ein Konsultationsverfahren für eine Neuregelung der Eigenmittelunterlegung von Mindestzusagen eröffnet. Im Kern werden dazu die Regelungen des Rundschreibens 12/2001 allgemein auf Garantieprodukte von Kapitalanlagegesellschaften ausgedehnt. Die Entnahmephase von Altersvorsorgeverträgen wird aber nicht explizit berücksichtigt. Vgl. hierzu *BaFin* (2006).

⁶ Bei einem optionstheoretischen Ansatz steht das Pricing der Mindestzusage im Vordergrund. Die Überlegung ist, dass der Wert der Zusage äquivalent zum Wert eines europäischen Puts gleicher Fristigkeit ist. Solch ein Ansatz wird auch von *Gründl/Nietert/Schmeiser* (2004) im Kontext der Ansparphase von Altersvorsorgeverträgen verwendet.

4.2 Altersvorsorgeverträge in der Auszahlphase

4.2.1 Gesetzliche Regelungen

Grundlage für eine Anerkennung als förderfähiges Produkt im Sinne des AVmG ist eine Zertifizierung des Produktes nach dem AltZertG durch die *BaFin*.⁷ Ökonomisch von Bedeutung ist vor allem § 1 AltZertG, in dem festgelegt ist, welche Eigenschaften ein Produkt zu erfüllen hat, um als Altersvorsorgevertrag im Sinne des Gesetzes zu gelten.

Die Regelungen für die Auszahlphase von Altersvorsorgeverträgen sind im § 1, Abs. 1, Satz 4 zusammengefasst. Voraussetzung für einen Altersvorsorgevertrag im Sinne des Gesetzes ist, dass die monatlichen Leistungen für den Vertragspartner entweder in Form einer lebenslangen Leibrente oder in Form von Ratenzahlungen im Rahmen eines Auszahlungsplans mit einer anschließenden Teilkapitalverrentung⁸ ab dem 85. Lebensjahr erfolgen. Weiterhin müssen die Leistungen während der gesamten Auszahlungsphase gleich bleiben oder steigen.⁹ Von Bedeutung ist darüber hinaus die Regelung, dass bis zu 30 % des zu Beginn der Auszahlungsphase zur Verfügung stehenden Kapitals an den Vertragspartner außerhalb der monatlichen Leistungen ausgezahlt werden können und dass die gesonderte Auszahlung der in der Auszahlungsphase anfallenden Zinsen und Erträge zulässig ist.¹⁰

Von eher auszahlungstechnischem Belang ist die Regelung, dass Anbieter und Vertragspartner vereinbaren können, bis zu zwölf Monatsleistungen in einer Auszahlung zusammenzufassen oder eine Kleinbetragsrente nach § 93 Abs. 3 des Einkommensteuergesetzes (EStG) mittels einer Einmalzahlung abzufinden.¹¹

⁷ Das AltZertG in der aktuell gültigen Fassung vom 5. Juli 2004 hat gegenüber dem 2001 verabschiedeten Gesetz in einigen Punkten Änderungen erfahren. So sind z.B. die Leistungen ab dem 01.01.2006 für Männer und Frauen in Form von Unisex-Tarifen zu kalkulieren und die Abschlusskosten können nur auf 5 und nicht mehr 10 Jahre verteilt werden.

⁸ Ökonomisch wäre der Begriff „Restkapitalverrentung“ treffender. Das AltZertG spricht aber von einer Teilkapitalverrentung, so dass dieser Begriff auch im weiteren Verlauf dieser Studie verwendet wird.

⁹ In der ursprünglichen Version des AltZertG von 2001 war eine weitere Forderung erhalten. Demnach musste die erste Zahlung der Leibrente mindestens genauso hoch sein wie die letzte Zahlung des Entnahmeplans. In der aktuellen Fassung wird nur noch von der gesamten Auszahlphase gesprochen, d.h. auch die Zeit nach der verpflichtenden Teilkapitalverrentung, womit die ursprüngliche Forderung auch abgedeckt ist.

¹⁰ Untersuchungsgegenstand dieser Studie sind die regelmäßigen Zahlungen, auf die der Produktanbieter auch eine Leistungszusage abgibt.

¹¹ Eine Kleinbetragsrente liegt vor, wenn die monatliche Rente 1 % der monatlichen Bezugsgröße nach § 18 SGB IV nicht übersteigt (d.h. 24,15 Euro pro Monat im Jahr 2004).

Auch wenn die steuerlichen Aspekte der Altersvorsorgeverträge in der vorliegenden Studie nicht weiter thematisiert werden, so muss an dieser Stelle der Vollständigkeit halber erwähnt werden, dass Altersvorsorgeverträge nachgelagert besteuert werden. Macht der Ruheständler von der Möglichkeit Gebrauch, sich bis zu 30 % des angesparten Vermögens außerhalb der regelmäßigen Zahlungen zu entnehmen, so gelten für diese Zahlungen natürlich nicht die engen Vorschriften des AltZerG. Werden diese Entnahmen innerhalb eines Kalenderjahres getätigt, so steigt das zu versteuernde Einkommen und der Ruheständler gerät in die Steuerprogression.

4.2.2 Entnahmepläne vs. Leibrenten

Durch die gesetzliche Regelung der Entnahmephase von Altersvorsorgeverträgen sind die Hauptvorteile von Entnahmeplänen, die Flexibilität und Liquidität, stark eingeschränkt. In Tabelle 12 sind die Vor- und Nachteile von Leibrenten und Entnahmeplänen primär aus Sicht eines Ruheständlers zusammengefasst.

Tabelle 12: Vor- und Nachteile von Leibrenten und Entnahmeplänen

	Leibrente	Entnahmepläne allgemein	Entnahmepläne im AVmG-Kontext
Vorteile	Langlebigkeitsschutz Mortality Credit Zahlungsgarantie	Flexibilität Liquidität Vererbbarkeit	Vererbbarkeit Zahlungsgarantie Geschlechtsspezifität
Nachteile	Keine Vererbbarkeit Illiquidität Inflexibilität Unisex-Berechnung (im AVmG-Kontext)	Kein Langlebigkeitschutz Verzehr- bzw. Konsumrisiko	Illiquidität und Inflexibilität (bei unschädlicher Verwendung)

Quelle: Eigene Darstellung.

Als Hauptvorteile von Leibrenten gegenüber Entnahmeplänen gelten die Absicherung des Langlebigkeitsrisikos sowie eine höhere Rentenzahlung durch den sog. Mortality Credit.¹² Dem gegenüber stehen der Verlust von Liquidität und Flexibilität, Kosten ad-verser Selektion sowie die Aufgabe des Vererbungspotentials.

Entnahmepläne im Allgemeinen bieten Liquidität, Flexibilität sowie Vererbungsmöglichkeiten. Allerdings setzen sich Ruheständler bei Entnahmeplänen durch adverse Kapitalmarktentwicklungen und/oder eine lange Lebensdauer der Gefahr aus, den Verzehr

¹² Vgl. hierzu Kapitel 2.2.1.3 oder etwa *Milevsky* (2005), S. 308.

des eigenen Vermögens zu erleben bzw. niedrigere Rentenzahlungen als bei einer Leibrente zu erhalten.

Im Kontext von Altersvorsorgeverträgen wird die Flexibilität von Entnahmeplänen stark eingeschränkt. Zum einen kommen durch die Forderung nach gleich bleibenden bzw. steigenden Auszahlungen nur fixe Entnahmepläne in Frage, zum anderen sind temporär höhere Entnahmen, beispielsweise zur Befriedigung einmaliger Konsumwünsche oder zur Begleichung von Gesundheitskosten, außerhalb des Rahmens der monatlichen Leistungen nicht möglich. Als weitere Einschränkung der Flexibilität kann die verpflichtende Teilkapitalverrentung mit Vollendung des 85. Lebensjahres angesehen werden. Durch diese Regelungen ist jedoch der Verzehr des eigenen Vermögens für den Ruheständler ausgeschlossen.

Die neben der Flexibilität größten Vorteile von Entnahmeplänen, die Vererbungsmöglichkeit und die Hinterbliebenenversorgung, gelten im Kontext von Altersvorsorgeverträgen nur eingeschränkt. Die Vererbungsmöglichkeit besteht nur bis zur Vollendung des 85. Lebensjahres, da ab diesem Zeitpunkt der zwingende Abschluss einer Leibrentenversicherung vorgeschrieben ist.

Aber auch vor der Teilkapitalverrentung ist eine Vererbung des gesamten Altersvorsorgevertrages an die Hinterbliebenen nur eingeschränkt möglich. Das Einkommensteuergesetz (EStG) unterscheidet im Allgemeinen zwischen einer schädlichen und einer unschädlichen Verwendung von Altersvorsorgeverträgen.¹³ Vererbung ist steuerrechtlich nur dann unschädlich, wenn nach dem Tod des Ruheständlers das dann verbleibende Vermögen auf den Altersvorsorgevertrag des Ehepartners transferiert wird. Wird das verbleibende Restvermögen hingegen in Form einer Einmalzahlung an die Erben ausgezahlt, so liegt eine schädliche Verwendung vor. In diesem Fall müssen die erhaltenen Zulagen und steuerlichen Begünstigungen zurückgezahlt und die Einkünfte aus der Auflösung des Altersvorsorgevertrags von den Hinterbliebenen sofort vollständig versteuert werden.

¹³ Rechtlich geregelt ist die schädliche Verwendung von Altersvorsorgeverträgen in den §§ 93, 94 EStG. Demnach liegt eine schädliche Verwendung vor, wenn eine vollständige Einmalauszahlung des Kapitalbetrages vorgenommen wird, wenn bei einer Vererbung das Kapital nicht in den Altersvorsorgevertrag des Ehepartners transferiert wird, wenn der Wohnsitz des Ruheständlers ins Ausland verlagert wird, wenn es zu einem Zahlungsverzug bei der Rückzahlung der Entnahme für selbst genutztes Wohneigentum kommt oder wenn das Kapital nicht oder nicht mehr für selbst genutztes Wohneigentum eingesetzt wird. Eine schädliche Verwendung von Altersvorsorgeverträgen zieht eine Rückzahlung der erhaltenen staatlichen Zulagen und steuerlichen Vergünstigungen sowie eine Versteuerung der Erträge nach sich.

Trotz der engen gesetzlichen Regelungen, welche die Liquidität von Entnahmeplänen eingrenzen, ist diese bis zur Vollendung des 85. Lebensjahres nach wie vor ein wichtiger Vorteil gegenüber Leibrenten. Wird aus dem individuellen Altersvorsorgekapital eine Leibrente gekauft, so geht das angesparte Vermögen unwiderruflich in einem Versichertenkollektiv auf. Bei einem Entnahmeplan steht dagegen das akkumulierte Vermögen auch nach Beginn der Auszahlphase in einem individuellen Konto zur Verfügung und kann nötigenfalls, wenn auch mit den steuerlichen Konsequenzen der schädlichen Verwendung, vollständig entnommen werden. Zudem kann, abhängig von der Höhe der Entnahmen und der Kapitalmarktentwicklung, nach der Entnahmeplanphase unter Umständen mit höheren Rentenzahlungen als bei einer reinen Leibrentenlösung gerechnet werden.

Für Männer besteht durch die Verpflichtung der Produkthanbieter, bei der Kalkulation von Neuverträgen ab dem 1. Januar 2006 geschlechterunabhängige Sterbetafeln zu verwenden, ein weiterer Grund, einen Entnahmeplan einer Leibrente vorzuziehen. Dadurch, dass Männer eine kürzere Lebenserwartung als Frauen haben, würden sie bei Verwendung geschlechterspezifischer Sterbetafeln *ceteris paribus* höhere Rentenzahlungen erhalten. Durch einen Entnahmeplan können Männer diese regulatorischen Opportunitätskosten zumindest bis zu einem Alter von 85 Jahren umgehen.

Aus Sicht einer Kapitalanlagegesellschaft hat ein Entnahmeplan den Vorteil, dass auch nach Beginn des Ruhestandes das akkumulierte Vermögen weiterhin von ihr verwaltet wird und somit weiterhin Erträge in Form von Verwaltungsvergütungen generiert werden. Bieten Kapitalanlagegesellschaften AVMG-konforme Entnahmepläne an, gehen sie durch die Abgabe der Garantie, für gleich bleibende oder steigende Rentenzahlungen zu sorgen, jedoch das Risiko ein, dieses Leistungsversprechen unter Umständen mit Eigenmitteln erfüllen zu müssen.

4.3 Konditionales Eigenkapitalsystem für Altersvorsorgeverträge

4.3.1 Einleitende Vorbemerkungen

Nachdem zuvor die institutionellen Rahmenbedingungen von Entnahmeplänen im Kontext des AVMG erörtert wurden, werden in diesem Abschnitt zunächst die grundlegenden Probleme bei der Ausgestaltung von Eigenkapitalsystemen diskutiert. Die Regelungen des AVMG und AltZertG geben Ruheständlern ein „gesetzliches“ Versprechen,

dass ihnen am Ende der Ansparphase mindestens die eingezahlten Beiträge zur Verfügung stehen und dass sie während der Entnahmephase bis zu ihrem Tod mit gleich bleibenden oder steigenden Rentenzahlungen rechnen können. Die Aufsichtsbehörde steht nun vor der Aufgabe, durch geeignete Maßnahmen für die Glaubwürdigkeit dieser Versprechen zu sorgen. Bei der Wahrnehmung dieser Aufgabe befindet sie sich jedoch in einem Spannungsverhältnis. Aufgrund der hohen Bedeutung des steuerlich geförderten kapitalgedeckten Alterssicherungssystems für breite Bevölkerungsschichten soll ein Aufsichtssystem im Sinne des Anlegerschutzes dafür Rechnung tragen, dass Produktanbieter ihr Leistungsversprechen mit ausreichend hoher Sicherheit erfüllen, ohne sie jedoch dabei zu weit einzuschränken und somit die ökonomische Effizienz des kapitalgedeckten Systems zu gefährden.

Grundsätzlich stehen dem Gesetzgeber dabei zwei unterschiedliche Instrumente zur Risikosteuerung zur Verfügung. Dies ist zum einen der direkte Eingriff in die Investitionsentscheidung durch Vorgabe bestimmter quantitativer Mindest- bzw. Höchstquoten für die einzelnen Anlageklassen im Rahmen eines Limitsystems. Beispiele für Limitsysteme sind die §§ 2, 3 der Verordnung über die Anlage des gebundenen Vermögens von Versicherungsunternehmen (Anlageverordnung - AnIV) oder § 88 des Investmentgesetzes (InvG) für Altersvorsorge-Sondervermögen.

Zum anderen steht dem Gesetzgeber die Möglichkeit offen, eingegangene Risiken durch eine Unterlegung mit Eigenkapital absichern zu lassen. Unterschieden werden kann in diesem Zusammenhang zwischen konditionalen und nicht-konditionalen Eigenkapitalsystemen. Ein nicht-konditionales System sieht vor, alle eingegangenen Risiken sofort bei ihrer Entstehung mit Eigenkapital zu unterlegen. Die eingegangenen Risiken werden auf Grundlage einer näher spezifizierten Aggregation dabei zu einer Bezugsgröße verdichtet. Diese multipliziert mit einem pauschalen Eigenmittelunterlegungssatz ergibt dann die Höhe der vorzuhaltenden Eigenmittel. Ein Beispiel hierfür sind die gegenwärtigen Solvabilitätsvorschriften für Versicherungsunternehmen.

In einem konditionalen Eigenkapitalsystem sind a priori keine Eigenmittel vorzuhalten. Ist die Nachhaltigkeit der abgegebenen Garantien bzw. die Leistungsfähigkeit des Systems gefährdet, so sind die Produktanbieter in Abhängigkeit von der Höhe des eingegangenen Risikos dazu verpflichtet, Sicherungsmittel in Form von Eigenkapital vorzuhalten. Das zentrale Element eines konditionalen Eigenkapitalsystems ist die Risikomess-

vorschrift, welche die tatsächliche Risikoexposition möglichst genau abbildet. Ein Beispiel für ein (risikoorientiertes) konditionales Eigenkapitalsystem sind die Regelungen für investmentbasierte Altersvorsorgeverträge in der Ansparphase oder die Regelungen von Basel II für den Banksektor.

Übertragen auf den konkreten Anwendungsfall sind beim Entwurf einer Risikomessvorschrift den Eigenheiten investmentfondsbasierter Altersvorsorgeverträge ausreichend Rechnung zu tragen. Da diese auf individuellen Konten basieren, bieten sie im Gegensatz zu Versicherungsprodukten keinen Schutz vor biometrischen Risiken durch die Bildung geeigneter Kollektive und den dadurch möglichen Risikoausgleich. Ein risikoorientiertes Eigenkapitalsystem muss somit auf Ebene der individuellen Verträge ansetzen und für jeden einzelnen Vertrag die Risiken messen und bewerten. Dabei muss neben der Erfassung der Höhe der garantierten Leistung auch der Zeitpunkt der Fälligkeit finanzwirtschaftlich adäquat berücksichtigt werden.

4.3.2 Konzeptionelle Grundlagen eines konditionalen EK-Systems

Die ökonomische Grundüberlegung des konditionalen Eigenkapitalsystems ist es zu überprüfen, ob der Anbieter die Leistungszusage aus dem im Zeitpunkt der Fälligkeit vorhandenen Fondskapital erfüllen kann.¹⁴ Konzeptionell zurückzuführen ist das System dabei auf eine Stopp-Loss-Strategie, die dem Anbieter eine einfache Hedgingmöglichkeit in risikolose Zerobonds offen hält. Solange der aktuelle Marktwert des Fondsdepots größer ist als der Barwert der zugesagten Zahlungen, kann die KAG ihre Verpflichtungen jederzeit durch ein Umschichten in risikolose Zerobonds hedgen. Ist der aktuelle Marktwert des Fondsdepots jedoch geringer als der Barwert der zugesagten Zahlungen, besteht hingegen eine substantielle Gefahr, die Leistungszusage nicht erfüllen zu können. Die KAG muss in diesem Fall dieses Risiko mit Eigenmitteln unterlegen.

Formal lässt sich das konditionale Eigenkapitalsystem nun wie folgt darstellen: Man vergleicht den wahrscheinlichen Marktwert des Fondsdepots in einem Monat (also zur Zeit $s+1$) mit einem Konfidenzniveau von 99 % ($PMW_{s+1}^{0,99}$) mit dem Barwert der dann noch ausstehenden Zahlungszusagen PV_{s+1} . Ist der wahrscheinliche Marktwert geringer als der Barwert der dann noch ausstehenden Zahlungszusagen, muss die Differenz zwi-

¹⁴ Vgl. zu den konzeptionellen Grundlagen auch *Maurer/Schlag* (2003).

schen diesen beiden Größen als Eigenmittel vorgehalten werden, ansonsten sind keine Eigenmittel vorzuhalten.¹⁵ Die für ein Fonddepot im Zeitpunkt s vorzuhaltenden Eigenmittel EM_s ergeben sich somit als:

$$EM_s = \max\{0; PV_{s+1} - PMW_{s+1}^{0,99}\} \quad (38)$$

Ausgehend von einem aktuellen Marktwert in Höhe von M_s und einer (unsicheren) Log-Rendite R über den nächsten Monat lautet die Bedingungsgleichung für das wahrscheinliche Mindestvermögen im allgemeinen Fall:¹⁶

$$\text{Prob}(M_s e^R > PMW_{s+1}^{0,99}) = 0,99. \quad (39)$$

Sei nun angenommen, dass die Log-Rendite R normalverteilt mit Erwartungswert μ und Varianz σ^2 ist, d.h. $R \sim N(\mu, \sigma^2)$. Das ist konsistent zur finanzwirtschaftlichen Standardannahme einer geometrisch Brownschen Bewegung. Weiterhin sei, als konservative Abschätzung, der Erwartungswert der Rendite μ über die nächste Periode gleich Null. Somit spezialisiert sich nun unter Ausnutzung der Tatsache, dass das 99-%-Quantil der Normalverteilung $N_{0,99}$ gerade 2,33 entspricht, $PMW_{s+1}^{0,99}$ zu:

$$PMW_{s+1}^{0,99} = \frac{M_s}{e^{2,33\sigma}}. \quad (40)$$

Überträgt man nun diese Überlegungen auf die Ansparphase von Altersvorsorgeverträgen, so wird bei der Spezifikation des Barwertes der Leistungszusage angenommen, dass sich (wie bei Ansparplänen üblich) die Leistungszusage auf eine so genannte Einzelzahlungszusage in Höhe von B mit Fälligkeit in T Monaten bezieht. Somit spezialisiert sich der Barwert zu

$$PV_{s+1} = \frac{B}{(1+r)^{(T-1)}}. \quad (41)$$

Hierbei ist der Diskontierungzinssatz r der Zinsstrukturkurve für Anleihen mit höchster Bonität zu entnehmen. Da die Diskontierung der ausstehenden Zahlungszusage auf

¹⁵ Dahinter steht die folgende ökonomische Idee: Eine substantielle Gefahr, dass der Anbieter die Leistungszusage nicht aus dem im Zeitpunkt der Fälligkeit der Zusage vorhandenen Fondskapital erfüllen kann, besteht dann, wenn der aktuelle Marktwert des Fondsdepots geringer ist als der Barwert der zugesagten Zahlungen. In diesem Fall könnte die KAG die Leistungszusage nicht mehr durch eine Zerobondanlage in einfacher Weise erreichen. Insofern macht es Sinn, dieses Shortfall-Risiko während der gesamten Laufzeit permanent zu kontrollieren.

¹⁶ Vgl. hierzu etwa *Albrecht/Maurer* (2005), S. 124.

den Zeitpunkt $s+1$ zu erfolgen hat, sind die aus der Zinsstrukturkurve ableitbaren Forwardrates zu verwenden. In der Bestimmungsgleichung im Entwurf eines Rundschreibens zur Eigenmittelunterlegung von Mindestzahlungszusagen wird jedoch (approximativ) aus Praktikabilitätsgründen davon ausgegangen, dass die entsprechende laufzeitäquivalente Forwardrate $f(s+1, T)$ in einem Monat gleich der aktuellen Spotrate $r(0, T)$ ist.¹⁷ Für die weiteren Berechnungen im Rahmen dieser Studie werden die Forwardrates verwendet. Unter diesen beiden Annahmen resultiert die im *BaFin* (2006) angegebene Bestimmungsgleichung für so genannte Einzelzahlungszusagen zu:

$$EM_s = \max \left\{ 0; \frac{B}{(1+r)^{(T-1)}} - \frac{M_s}{e^{2,33\sigma}} \right\}. \quad (42)$$

4.3.3 Deduktion eines Eigenkapitalsystems für die Entnahmephase

Kernidee des konditionalen Eigenkapitalsystems für die Entnahmephase von Altersvorsorgeverträgen, die zum Zeitpunkt des Renteneintritts nicht sofort in Leibrenten umgewandelt werden, ist wiederum der Vergleich des wahrscheinlichen zukünftigen Marktwerts mit dem Barwert der garantierten Leistungen.¹⁸ Während die Bestimmung des wahrscheinlichen zukünftigen Marktwerts völlig analog zur Ansparphase und somit problemlos durchführbar ist, erweist sich im Kontext der Entnahmephase die Ermittlung der Höhe der garantierten Leistung als komplexer. Ebenso stellt sich die Frage nach einer geeigneten Hedging-Strategie.

Im Gegensatz zur Ansparphase haben Produktanbieter in der Entnahmephase zwei Möglichkeiten, ihre Zahlungsverpflichtungen aus dem Leistungsversprechen zu hedgen. Die erste Möglichkeit, die ihnen im Falle einer notwendigen Intervention zur Verfügung steht, ist – analog zur Ansparphase – die Umschichtung in ausfallsichere Zerobonds entsprechender Höhe und Fristigkeit. Finanzwirtschaftlich entspricht dies einer Zeitrente bis zum Endalter 85, die mit ausfallsicheren Zerobonds unterlegt ist. Die zweite Möglichkeit besteht in einer Umschichtung der Zahlungsverpflichtungen in eine Leibrentenversicherung.¹⁹ Durch die Berücksichtigung der Sterblichkeit bei der Kalkulation ist die

¹⁷ Vgl. *BaFin* (2006), S. 4.

¹⁸ Die konzeptionelle Herleitung ist die gleiche wie bei der Ansparphase, weshalb an dieser Stelle darauf verzichtet wird.

¹⁹ Falls die KAG für den Ruheständler bereits eine aufgeschobene Leibrente gekauft hat, müsste in diesem Fall in eine temporäre Leibrente bis zum Alter 85 umgeschichtet werden, andernfalls in eine reguläre. Vgl. hierzu auch die Diskussion um die Switching- und Deferring-Strategie.

Prämie einer Leibrentenversicherung stets kleiner als der Barwert einer Zeitrente gleicher Dauer und Leistungshöhe. Wird eine Leibrentenversicherung als Hedge verwendet, so ist das durch die sich daraus ergebenden niedrigeren Interventionsschwellen im Vergleich zu einem Hedge mit einer Zeitrente für den Produktanbieter günstiger, da er einen größeren Spielraum hat, in dem kein Eigenkapital zu unterlegen ist.²⁰

Die Verfolgung der Leibrentenstrategie ist jedoch auch mit Nachteilen verbunden. Die Kapitalanlagegesellschaft muss z.B. durch entsprechende Rahmenverträge mit Versicherungsunternehmen ex ante sicherstellen, dass sie im Falle einer nötig gewordenen Umschichtung auch in entsprechendem Umfang Leibrentenversicherungen abschließen kann. Hierbei muss beachtet werden, dass Versicherungsunternehmen ebenfalls Anbieter von Altersvorsorgeverträgen sind. Weiterhin muss dem Kunden die finanzwirtschaftliche Bedeutung einer solchen Ausgestaltung des Entnahmeplans kommuniziert und auch rechtlich bindend vereinbart werden. Ein Ruheständler verfügt mit einer solchen Strategie über ein Portfolio aus einem Entnahmeplan und einer Option. Mit der Option, bei der er Stillhalter ist, gewährt er der KAG das Recht, den Entnahmeplan in eine Leibrentenversicherung umzuwandeln.²¹ Ohne auf das konkrete Pricing einer solchen Option einzugehen, wird die KAG den Ruheständler für diese Option entlohnen müssen. Dies müsste im Vergleich zu einem reinen Entnahmeplan durch höhere Auszahlungen geschehen. Dadurch werden jedoch die Vorteile, die sich aufgrund der niedrigeren Interventionsschwellen für die KAG ergeben, durch die höheren Auszahlungen zumindest teilweise wieder kompensiert. Aufgrund dieser und der zuvor genannten Schwierigkeiten wird daher für die weitere Untersuchung davon ausgegangen, dass der KAG nur eine Zeitrente als Hedge zur Verfügung steht.

Weiterhin ist im Unterschied zur Ansparphase die Höhe der Leistungszusage für die Auszahlphase zunächst nicht sofort evident. In der Ansparphase ergibt sie sich einfach aus der Summe der geleisteten Beiträge und der erhaltenen Zulagen. In der Entnahmephase ist die Höhe der Leistungszusage zunächst unabhängig von dem zu Beginn des

²⁰ An dieser Stelle sei noch einmal darauf hingewiesen, dass die Ausgestaltungsfreiräume von Kapitalanlagegesellschaften durch die obligatorische Restverrentung mit Vollendung des 85. Lebensjahres des Ruheständlers enden.

²¹ Die Vorteile eines Entnahmeplans stehen dem Ruheständler somit nur bedingt zur Verfügung. Im Falle einer schlechten Kapitalmarktentwicklung oder schlechten Anlagepolitik der Kapitalanlagegesellschaft wird in eine Leibrente umgeschichtet, gegen die sich der Ruheständler eigentlich entschieden hat. Dar-

Ruhestandes zur Verfügung stehenden Kapital V_0 . Sie wird vielmehr durch die Höhe der periodischen Zahlung, die der Produkthanbieter dem Ruheständler zugesichert hat, und den gesetzlichen Regelungen determiniert. Das AltZertG fordert, dass der Ruheständler während der gesamten Auszahlphase gleich bleibende oder steigende Auszahlungen erhält und mit Vollendung des 85. Lebensjahres eine Teilkapitalverrentung zugunsten einer Leibrentenversicherung zu erfolgen hat. Somit ist die KAG verpflichtet, einen einmal gezahlten Betrag der Höhe nach mindestens bis zum Ende des Entnahmeplans zu zahlen und darüber hinaus sicherzustellen, dass mit Vollendung des 85. Lebensjahres eine Leibrente in mindestens gleicher Höhe abgeschlossen werden kann. Bei der Berechnung der Höhe des Leistungsversprechens sind somit die Zeit bis zur Vollendung des 85. Lebensjahres und die Zeit danach zu berücksichtigen.

Für die vom Gesetzgeber geforderte Umschichtung in eine Leibrente stehen dem Produkthanbieter zwei Durchführungswege offen. Die erste Möglichkeit besteht darin, dass die KAG zunächst das gesamte Vermögen des Altersvorsorgevertrages verwaltet und mit dem Kauf der Leibrentenversicherung bis zur Vollendung des 85. Lebensjahres wartet. Im Rahmen dieser Strategie trägt die KAG das Risiko, dass zum Zeitpunkt des Abschlusses der Leibrentenversicherung im Altersvorsorgevertrag nicht genügend Mittel zur Verfügung stehen, um mindestens eine Zahlung in gleicher Höhe sicherzustellen wie während des Entnahmeplans. Aufgrund ungünstiger Entwicklungen der Sterblichkeit oder des Kapitalmarkts trägt sie darüber hinaus das Risiko, dass sich die Abschlussprämien von Leibrentenversicherungen zu ihren Ungunsten ändern. Als Chance stehen dem Erträge aus Verwaltungsvergütungen für das gesamte Altersvorsorgevermögen gegenüber. Im Weiteren wird eine solche Strategie als Switching-Strategie bezeichnet.²²

Zur Umgehung dieser Unsicherheiten kann die Kapitalanlagegesellschaft gleich zu Beginn der Auszahlphase aus dem akkumulierten Vermögen des Altersvorsorgevertrags eine aufgeschobene Leibrentenversicherung kaufen. Die Kapitalanlagegesellschaft begrenzt ihre Verpflichtung somit auf die Sicherstellung gleich hoher oder steigender Auszahlungen bis zum Alter 85. Dafür verzichtet sie aufgrund des geringeren Vermö-

über hinaus kann davon ausgegangen werden, dass die Zahlung aus einer solchen Umschichtung niedriger ist als bei einem sofortigen Leibrentenkauf zu Beginn des Ruhestands.

²² Diese Strategie unterstellt, dass ausreichend viele Versicherungsunternehmen am Markt tätig sind, die auch bereit sind, einer 85-jährigen Person eine Leibrentenversicherung zu verkaufen.

gens aber auch auf einen Teil der Verwaltungsvergütungen. Diese Strategie wird im Weiteren als Deferring-Strategie bezeichnet.

Die Höhe der zugesagten Leistung ist somit abhängig davon, welche Strategie von der KAG verfolgt wird. Im Fall der Deferring-Strategie entspricht diese gerade dem Barwert einer vorschüssigen Rente in Höhe von p_t bis zur Vollendung des 85. Lebensjahrs. Im Fall der Switching-Strategie erhöht sich dieser Wert um die diskontierte Abschlussprämie einer nach Vollendung des 85. Lebensjahrs beginnenden Leibrentenversicherung, die eine Rentenzahlung in Höhe von p_t garantiert. Um den gesetzlichen Bestimmungen zu genügen, muss für die Höhe der Zahlungen zu jedem Zeitpunkt weiterhin gelten $p_{t+1} \geq p_t$.²³

Formal ergibt sich für den Barwert der zugesagten Leistung Z_t somit für die Deferring-Strategie:

$$Z_{s+1}^D = \sum_{t=s+1}^T \frac{P_t}{(1+r)^{(t-s-1)}}, \quad (43)$$

bzw. für die Switching-Strategie:

$$Z_{s+1}^S = \sum_{t=s+1}^T \frac{P_t}{(1+r)^{(t-s-1)}} + \frac{P_{LR85}}{(1+r)^{(T-s-1)}}. \quad (44)$$

Hierbei bezeichnet P_{LR85} die Prämie einer Leibrentenversicherung für einen 85 Jahre alten Ruheständler, der eine lebenslange Rente in Höhe von p_t erhält.

Nach der Festlegung der Zeitrente als Umschichtungsalternative und der Ermittlung der Höhe der garantierten Leistung wird im Folgenden das für die Eigenkapitalunterlegung zu prüfende Kriterium formal eingeführt. Für die Switching-Strategie ist die Erfüllung des Leistungsversprechens gefährdet und somit eine Unterlegung mit Eigenkapital nötig, falls die folgende Ungleichung erfüllt ist:

²³ Da der Gesetzgeber nach Vollendung des 85. Lebensjahrs eine vollständige Umschichtung aller im Vertrag verbliebenen Mittel in eine Leibrente vorschreibt, können die dann folgenden Leibrentenzahlungen im Falle einer guten Kapitalmarktentwicklung und/oder niedriger Entnahmen deutlich höher sein als die Zahlungen während der Entnahmeplanphase.

$$\frac{V_t}{\exp(2,33 \cdot \sigma)} \leq Z_{s+1}^S \quad (45)$$

Für die Deferring-Strategie gilt wegen des um die Prämie einer aufgeschobenen Leibrente verringerten Marktwerts des Altersvorsorgevertrags V_t^* :

$$\frac{V_t^*}{\exp(2,33 \cdot \sigma)} \leq Z_{s+1}^D \quad (46)$$

Werden diese Bedingungen erfüllt, so muss die Differenz zwischen dem um den Abschlag bereinigten Marktwert und dem Barwert der Zusage mit Eigenkapital unterlegt werden.²⁴

Formal stellt sich dies für die Switching-Strategie dar als:

$$EK_t = \max \left[0, Z_{t+1}^S - \frac{V_t}{\exp(2,33 \cdot \sigma)} \right] \quad (47)$$

bzw. für die Deferring-Strategie als:

$$EK_t = \max \left[0, Z_{t+1}^D - \frac{V_t^*}{\exp(2,33 \cdot \sigma)} \right]. \quad (48)$$

Nach der Erörterung der institutionellen Rahmenbedingungen für die Entnahmephase von Altersvorsorgeverträgen und der Vorstellung des konditionalen Eigenkapitalsystems sollen im folgenden Kapitel die konkreten finanzwirtschaftlichen Konsequenzen eines solchen Systems für einen Produkthanbieter dargestellt werden. Die Untersuchung dazu gliedert sich in drei Schritte. Im ersten Schritt werden anhand historischer Renditeverläufe 20-jährige Entnahmepläne sowie die korrespondierenden Eigenkapitalanforderungen berechnet. Aufgrund der beschränkten Aussagekraft solcher historischer Analysen werden die Berechnungen im zweiten Schritt anhand eines ex ante Wahrscheinlichkeitsmodells durchgeführt. Die Aggregation der Ergebnisse mittels eines Absatzmodells im dritten Schritt schließt die empirischen Auswertungen ab.

²⁴ Dies steht im Gegensatz zu den Regelungen der Ansparphase aus *BAKred* (2001). Demnach wurde die Höhe der vorzuhaltenden Eigenmittel pauschal bestimmt als 8 % der bisher geleisteten Beiträge und erhaltenen Zulagen. Diese Regelung soll gemäß *BaFin* (2006) ebenfalls auf eine exakte Unterlegung in Höhe der Differenz umgestellt werden.

4.4 Eigenkapitalanforderungen in der Entnahmephase

4.4.1 Vorbemerkungen zur empirischen Untersuchung

Die rechtlichen Regelungen zur Entnahmephase von Altersvorsorgeverträgen sehen vor, dass der Produkthanbieter die Höhe der Auszahlung seines Produktes frei bestimmen kann. Die Festlegung auf eine bestimmte Auszahlungshöhe ist durch ein Spannungsverhältnis gekennzeichnet, da sich die KAGs einerseits in einem Konkurrenzverhältnis zu Banken und Versicherungen befinden und daher bestrebt sind, die Kunden durch möglichst hohe Zusagen an sich zu binden. Andererseits sind sie aber angehalten, die Bindung von Eigenkapital im Rahmen des konditionalen Systems möglichst gering zu halten, was die Höhe des Auszahlungsversprechens limitiert. Da gegenwärtig keine investmentfondsbaasierten Produkte für die Entnahmephase von Altersvorsorgeverträgen am Markt erhältlich sind, für die dieses Eigenkapitalsystem beispielhaft demonstriert werden könnte, werden im Rahmen dieser Studie die im Folgenden beschriebenen hypothetischen Entnahmeprodukte analysiert.

Dadurch, dass es sich bei der Leibrente um ein Kollektivprodukt handelt, sind Versicherungen in der Lage, bei sonst identischen Anlageerfolgen wie Banken oder KAGs auf den Kapitalmärkten, den Ruheständlern durch den Mortality Credit höhere Auszahlungen zu gewähren. Daher können die von den Versicherungen im Rahmen von Leibrentenversicherungen angebotenen Auszahlungen als oberes Ende des Spektrums der möglichen Auszahlungshöhen für eine KAG angesehen werden. Das untere Ende des möglichen Spektrums wird hier durch eine 0 % kalkulierte Zeitrente determiniert. Aus Vereinfachungsgründen wird davon ausgegangen, dass die Zahlungen des Entnahmeplans im Zeitablauf nicht steigen, d.h. $p_t = p_{t+1}$.

Als oberer Vergleichsmaßstab wird für die weiteren Untersuchungen die Auszahlungshöhe, die ein Ruheständler erhalten würde, wenn er bei Renteneintritt eine sofort beginnende Leibrente abschließen würde, gewählt. Als Rechnungsgrundlage für die Kalkulation dienen hierbei die Unisex-Sterbetafel DAV 2004 R und ein Rechnungszins in Höhe von 2,75 % bzw. 4 %.²⁵ Hierbei entsprechen 2,75 % dem z.Z. gesetzlich garantierten und 4

²⁵ Gegenwärtig steht vom DAV keine Unisex-Sterbetafel zur Verfügung. Bei der hier verwendeten Sterbetafel handelt es sich um eine gleich gewichtete Sterbetafel auf Basis der DAV 2004 R Aggregat 1. Ordnung. Vgl. DAV (2004).

% dem gegenwärtig durchschnittlichen Rechnungszins.²⁶ Mit einem solchen Entnahmeplan erhält der Ruheständler somit die gleichen garantierten bzw. durchschnittlichen Rentenzahlungen, die er auch bei einem sofortigen Leibrentenkauf zu Beginn des Ruhestands erhalten hätte.²⁷ Im Weiteren werden diese Auszahlungshöhen als 2,75 bzw. 4 %-Leibrenten-Strategien bezeichnet.²⁸

Die Bestimmung der Zahlung für das untere Ende gestaltet sich etwas komplexer und beruht auf einem zweistufigen Vorgehen. Aufgrund des Umstandes, dass sowohl Banken als auch Investmentgesellschaften keine Kollektive bilden können, geht dieser Ansatz auf eine Zeitrente zurück. Da diese aber nicht die lebenslängliche Versorgung des Ruheständlers sicherstellt, muss in die Berechnung der Auszahlungshöhen bis zur Vollendung des 85. Lebensjahres bereits eine Leibrente für die Zeit danach einkalkuliert werden. Dazu wird für die weiteren Untersuchungen die Höhe der Rentenzahlung p_{85} nach Vollendung des 85. Lebensjahres mit der Höhe einer zum Renteneintritt mit 2,75 % kalkulierten, sofort beginnenden Leibrente $p_{LR(2,75\%)}$ gleichgesetzt. Ausgehend davon, wird nun im ersten Schritt die Prämie einer bis zum 85. Lebensjahr aufgeschobenen Leibrentenversicherung $P_{LR(65,85)}$ berechnet, die eine Rentenzahlung in Höhe von $p_{LR(2,75\%)}$ liefert. Im zweiten Schritt wird dann vom ursprünglichen Anfangsvermögen V_0 die Prämie für die aufgeschobene Leibrente abgezogen. Aus dem dann verbleibenden Vermögen wird daraufhin die Höhe der Zeitrente für die Zeit bis zur Vollendung des 85. Lebensjahres p zum Zinssatz r_{gar} , berechnet. Formal stellt sich dies dar als:

$$p = \frac{V_0 - P_{LR85}}{RBF(r_{gar}, 240)} \quad (49)$$

RBF bezeichnet den Rentenbarwertfaktor einer über 240 Monate vorschüssigen Zeitrente, der zum Zinssatz r_{gar} kalkuliert ist.

In Hinblick auf die bereits angesprochene Konkurrenzsituation, in der sich eine KAG befindet, wird davon ausgegangen, dass dem Ruheständler zumindest das eingezahlte

²⁶ Vgl. hierzu *Morgen & Morgen* (2004) und § 2 der Verordnung für die Rechnungsgrundlagen für die Deckungsrückstellungen (DeckRV).

²⁷ Leibrenten bieten neben der garantierten Zahlung auch eine Überschussbeteiligung. Diese ist jedoch nicht garantiert und kann sich im Zeitablauf ändern. Sie ist unter anderem abhängig von der Entwicklung der Sterblichkeit im Kollektiv und der Entwicklung der Kapitalmärkte. Vgl. hierzu Kapitel 2.2.1.3.

²⁸ Da Sterbewahrscheinlichkeiten nur als Jahreswerte zur Verfügung stehen, die Auswertungen jedoch auf Monatsbasis durchgeführt werden, müssen die Werte entsprechend umgerechnet werden. Dies erfolgt

Kapital abzüglich der Prämie für die aufgeschobene Leibrente gesichert werden muss und demnach wird r_{gar} mit 0 % p.a. festgelegt. Dies ermöglicht es der KAG auch, wie vom Gesetzgeber vorgesehen, die laufenden Zinsen und Erträge außerhalb der regelmäßigen Zahlungen an den Ruheständler auszuzahlen. Banken als weiterer Konkurrent werden Ruheständlern aufgrund der Art ihres Geschäftes weniger als Versicherungen, jedoch mehr als eine mit 0 % kalkulierte Zeitrente bieten können. Daher wird eine mit 3 % p.a. kalkulierte Zeitrente als weiterer Vergleichsmaßstab herangezogen. Diese beiden Auszahlungshöhen werden im weiteren Verlauf der Untersuchung bezeichnet als 0%- bzw. 3%-Zeitrentenstrategie. In der nachfolgenden Tabelle 13 sind alle für die weiteren Untersuchungen verwendeten Auszahlungshöhen zusammengefasst.

Tabelle 13: Höhe der monatlichen vorschüssigen Auszahlung

	0%-Zeitrenten-Strategie		3%-Zeitrenten-Strategie		2,75%-Leibrenten-Strategie	4%-Leibrenten-Strategie
	Bis 85	Ab 85	Bis 85	Ab 85		
Höhe der Zahlung	0,336	0,471	0,444	0,471	0,471	0,542

Bemerkung: Alle Angaben beziehen sich auf 100 Euro Anfangsvermögen. Alle Angaben in Euro.

Quelle: Eigene Berechnung.

Ausgehend von diesen Auszahlungshöhen werden nun in einem ex post und in einem ex ante Ansatz die Eigenkapitalanforderung für die Deferring- und für die Switching-Strategie ausgewertet. Aufgrund der umfangreichen Auswertung werden die Ergebnisse der 3%-Zeitrenten-Strategie nur verkürzt in Kapitel 4.4.3.4 präsentiert.

4.4.2 Ex post Analyse von Altersvorsorge-Entnahmeplänen

Grundlage für die Berechnung im Rahmen der ex post Analyse sind die historischen Renditeverläufe des DAX30 und des REXP als Repräsentanten breit diversifizierter Aktien- bzw. Renteninvestments im Zeitraum September 1972 bis Dezember 2005.²⁹ Die Zinssätze für die Diskontierung der Zahlungsverpflichtungen im EK-System sind aus der von der *Deutschen Bundesbank* veröffentlichten Zinsstrukturkurve entnommen. Aufgrund beschränkter Datenverfügbarkeit und einfacherer Berechenbarkeit wurden für die Diskontierung der Zahlungen folgende Vereinfachungen vorgenommen: Alle Zahlungen mit einer Fristigkeit bis zu fünf Jahren sind mit den Diskontfaktoren der Zinsstruktur mit einer Restlaufzeit von einem Jahr diskontiert. Alle Zahlungen mit einer

dadurch, dass die Jahreswerte gemäß $q_{\text{Monat}} = q_{\text{Jahr}}^{1/12}$ umgewandelt und der entsprechende Wert für alle 12 Monate eines Jahres angesetzt werden.

²⁹ Für die Rückrechnung des DAX vgl. *Stehle/Huber/Maier* (1996).

Fristigkeit zwischen fünf und zehn Jahren sind mit den Diskontfaktoren der Zinsstruktur mit einer Restlaufzeit von fünf Jahren berechnet. Alle übrigen Zahlungen sind mit den Diskontfaktoren der Zinsstruktur mit einer Restlaufzeit von zehn Jahren diskontiert. Weiterhin werden alle für die Berechnung notwendigen Leibrentenprämien und Leibrentenzahlungen auf Grundlage der DAV 2004 R Unisex Sterbetafel und des zurzeit aktuellen Rechnungszinses in Höhe von 2,75 % kalkuliert.

Konkreter Untersuchungsgegenstand sind zwanzigjährige Entnahmepläne, deren Beginn zwischen September 1972 und Januar 1985 liegt.³⁰ Es ergeben sich somit $N=160$ abgeschlossene Entnahmepläne, die jeweils um einen Monat versetzt beginnen. Zur Exploration des Risikos, das sich hier in Form einer Eigenkapitalunterlegung für den Produktanbieter manifestiert, wird zunächst die Häufigkeit dafür berechnet, dass es im Laufe eines Entnahmeplans zu einer Eigenkapitalunterlegung kommt.

Sie ergibt sich formal als:

$$WS_{EK} = \frac{1}{N \cdot T} \sum_{i=1}^{N=160} \sum_{t=1}^{T=240} I_{i,t}. \quad (50)$$

$I_{i,t}$ ist eine Indikatorvariable, die genau dann den Wert eins annimmt, wenn der Wert $V_{i,t}$ des i -ten Altersvorsorgevertrages im Zeitpunkt t kleiner ist als die i -te Eigenkapitalunterlegungsschranke $Z_{i,t}$ zum Zeitpunkt t . Formal stellt sich dies wie folgt dar:

$$I_{i,t} = \begin{cases} 1 & V_{i,t} < Z_{i,t} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (51)$$

Eine weitere Kenngröße, die auch das Ausmaß der Eigenkapitalunterlegung quantifiziert, ist der durchschnittliche konditionale Eigenkapitalunterlegungsbetrag pro Periode EK_{Periode} . Dies ergibt sich formal als:

$$EK_{\text{Periode}} = \frac{1}{N \cdot T} \sum_{i=1}^{N=160} \sum_{t=1}^{T=240} (Z_{i,t} - V_{i,t}) \cdot I_{i,t}. \quad (52)$$

Diesen Risikokennzahlen sollen als Ertragskennzahl der Barwert der durchschnittlichen Erträge E_{VV} , die der Produktanbieter in Form von Verwaltungsvergütungen einnimmt, gegenüber gestellt werden. Dieser kann wie folgt formalisiert werden:

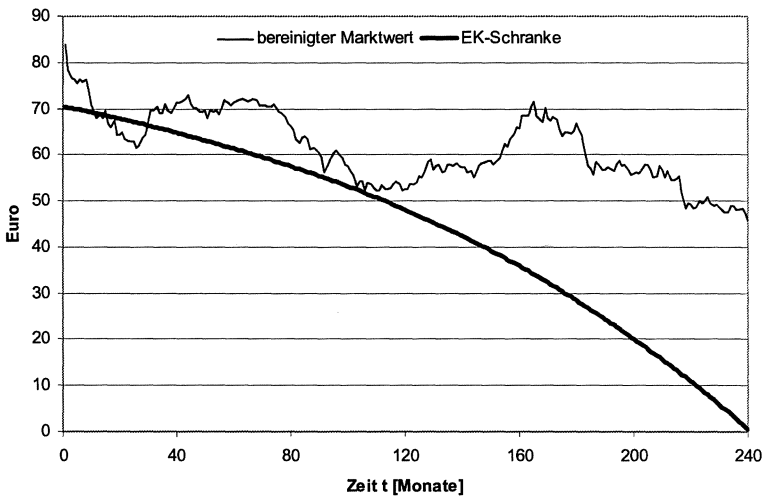
³⁰ Dies ist die längste zusammenhängende Zeitperiode, für die sowohl REXP-, DAX30- als auch Zinsstrukturzeitreihen verfügbar sind.

$$E_{VV} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N=160} \sum_{t=1}^{T=240} \frac{V_{i,t} \cdot VV}{(1+r_{f,t})^{T-t+1}}. \quad (53)$$

VV bezeichnet dabei die Höhe der Verwaltungsvergütung in Prozent des verwalteten Vermögens sowie $r_{f,t}$ den risikolosen Zinssatz.

Im ersten Schritt der Analyse wird zunächst in Abbildung 8 der Verlauf eines einzelnen Pfades der Eigenkapitalschranke und des bereinigten Marktwertes des Altersvorsorgevertrages grafisch dargestellt. In Tabelle 14 sind dann die Ergebnisse der historischen Untersuchung für alle 160 Pläne zusammengefasst.

Abbildung 8: Verlauf des bereinigten Marktwertes und der Eigenkapitalschranke für einen ausgesuchten Pfad der 4%-Leibrenten-Deferringstrategie



Quelle: Eigene Berechnung.

In Abbildung 8 erkennt man, dass es bei diesem Entnahmeplan nach einem Jahr Laufzeit sowie zwischen dem 16. und 29. Monat zu einer Eigenkapitalunterlegung kommt. Während dann im weiteren Verlauf die Eigenkapitalschranke gegen Null sinkt, erholt sich der bereinigte Marktwert wieder. Am Ende der Laufzeit befinden sich noch 48 Euro (nicht bereinigt) im Altersvorsorgevertrag. Mit diesem verbleibenden Vermögen wird dann die Leibrente ab dem 85. Lebensjahr aufgestockt, falls der Ruheständler dann noch am Leben ist.

Tabelle 14: Analyse historischer Entnahmepläne im Zeitraum 1972-1984

Auszahlungshöhe	Deferring-Strategie			Switching-Strategie		
	0 %	2,75 %	4 %	0 %	2,75 %	4 %
E_{vv} [Euro]	14,48	11,90	11,29	19,37	16,77	15,41
WS_{EK} [%]	0	0	0,5	0	0	0
$EK_{Periode}$ [Euro]	0	0	0,04	0	0	0

Bemerkung: E_{vv} bezeichnet den durchschnittlichen Barwert der Verwaltungsvergütung für einen abgeschlossenen Plan. WS_{EK} ist die Wahrscheinlichkeit, dass es zu einer Eigenkapitalunterlegung kommt, und $EK_{Periode}$ ist der durchschnittliche Eigenkapitalunterlegungsbetrag pro Periode. Die Asset-Allokation beträgt 30 % DAX und 70 % REXP.

Quelle: Eigene Berechnung.

An den Ergebnissen ist deutlich zu erkennen, dass der durchschnittliche Barwert der Verwaltungsvergütungen für die Switching-Strategie höher ist als für die Deferring-Strategie. Das ist dadurch zu erklären, dass bei der Switching-Strategie bis zum 85. Lebensjahr das gesamte Vermögen des Altersvorsorgevertrags verwaltet wird und es zu keinem Mittelabfluss durch den Kauf einer aufgeschobenen Leibrente kommt. Die Analyse der Wahrscheinlichkeit einer Eigenkapitalunterlegung und der durchschnittlichen Eigenkapitalunterlegung im Rahmen dieses historischen Modells ist allerdings nicht aussagekräftig. Der Untersuchungszeitraum 1972-1984 ist durch eine Hochzinsphase gekennzeichnet. Das Minimum für kurz- / mittel- / langfristige Zinsen betrug in diesem Zeitraum 3 % / 5 % / 5,8 %, das entsprechende Maximum 12,4 % / 10,9 % / 10,7 %. Somit profitiert insbesondere die Switching-Strategie von diesem Zinsumfeld, da die Abschlussprämie für eine Leibrentenprämie entsprechend stark diskontiert wird. Geht man vom gegenwärtigen Zinsniveau aus und trifft in diesem Fall die konservative Annahme einer flachen Zinsstruktur von 3 % über alle Laufzeiten, ändert sich das Bild. Die Wahrscheinlichkeit einer Eigenkapitalunterlegung WS_{EK} für die 4-%-Leibrenten-Strategie beträgt für diese Konstellation für den Deferring-Ansatz 23,3 % und für den Switching-Ansatz 21,3 %. Der durchschnittliche Eigenkapitalunterlegungsbetrag $EK_{Periode}$ beträgt für den Deferring-Ansatz 3,17 Euro und für den Switching-Ansatz 3,00 Euro. Somit wird eindrucksvoll deutlich, dass die Gewinnung statistisch aussagekräftiger Ergebnisse im Rahmen einer historischen Untersuchung nur begrenzt möglich ist.

Gegenwärtig liegt eine Niedrigzinsphase vor, so dass die Verwendung historischer Daten aus einer Hochzinsphase nicht angebracht ist. Weiterhin ist der historische Ansatz durch eine methodische Schwäche gekennzeichnet. Für eine aussagekräftige Analyse werden die Wertentwicklungen möglichst vieler sich nicht überlappender, d.h. unab-

hängiger Zeiträume benötigt. Da aber die kurzen vorhandenen Kurshistorien dies nur bedingt zulassen, muss bei solchen Analysen auf die Technik rollierender, sich überlappender Untersuchungszeiträume zurückgegriffen werden. Durch die sich hieraus ergebenden Autokorrelationen werden die Ergebnisse jedoch stark verzerrt. Aufgrund der Datenproblematik in Verbindung mit der methodischen Unzulänglichkeit kann ein solcher Ansatz daher nur einen ersten Eindruck liefern. Ein alternativer Ansatz, der diese Problematik umgeht, besteht darin, ein geeignetes wahrscheinlichkeitstheoretisches Modell zu spezifizieren und auf Basis der daraus erzeugten Wahrscheinlichkeitsverteilung ex ante Berechnungen relevanter Rendite- und Risikofaktoren durchzuführen.³¹

4.4.3 Untersuchung der Eigenkapitalanforderungen im ex ante Kontext

4.4.3.1 Untersuchungsansatz und Modellannahmen

Bei der Spezifizierung eines solchen Modells sind Annahmen über die Zufallsgesetzmäßigkeit der Kursentwicklung zu treffen. Sei im Weiteren $[0, T)$ das Zeitintervall, in dem ein Entnahmeplan die Versorgung des Ruheständlers übernimmt. Eine Auszahlung aus dem Entnahmeplan erfolgt zu den diskreten Zeitpunkten $t = 0, 1, \dots, T-1$. Weiterhin bezeichne $\{V_t; 0 \leq t \leq T\}$ den stochastischen Prozess für die zufallsabhängige Kursentwicklung des Altersvorsorgevertrags, wobei als Hypothese für die Kursdynamik die bivariate geometrische *Brownsche* Bewegung (geometrischer Wiener-Prozess) zugrunde gelegt wird.³²

Der Wert des Altersvorsorgevertrags zu jedem Zeitpunkt $t+1$ ergibt sich nun als

$$V_{t+1} = (V_t - p) \cdot \exp(U_t) = \begin{cases} (V_t - p) \exp(U_t) & V_t > p \\ 0 & V_t \leq p \end{cases}, \quad (54)$$

wobei für die Entnahmehöhe aufgrund der Vermögensverzehrmöglichkeit des Entnahmeplanes Folgendes gilt:

$$E_{e,t} = \min(p, V_t). \quad (55)$$

³¹ Vgl. *Albrecht/Dus/Maurer* (2004), S. 56.

³² Diese Annahme impliziert insbesondere, dass jeder zukünftige Wert V_t des Altersvorsorgevertrags zu einem festen Zeitpunkt t logarithmisch normalverteilt ist und dass die zeitstetigen Einperiodenrenditen $U_t = \ln[V_t/V_{t-1}]$, $t=1, \dots, T$ unabhängig und identisch normalverteilt sind, d.h. $U_t \sim N(m, \sigma^2)$. Vgl. hierzu etwa *Albrecht/Maurer* (2005), S. 151 ff.

Die Renditen ausfallsicherer Staatsanleihen, die einerseits zum Diskontieren der noch offenen Zahlungsverpflichtungen und andererseits für die Berechnung der (zukünftigen) Leibrentenpreise im Switching-Ansatz³³ benötigt werden, werden durch das Ein-Faktor-Zinsstrukturmodell nach *Cox/Ingersoll/Ross* modelliert.³⁴ In Form einer stochastischen Differentialgleichung lässt sich das *CIR*-Zinsmodell darstellen als

$$dr_t = \kappa \cdot (\theta - r_t) \cdot dt + \sigma \cdot \sqrt{r_t} \cdot dW_t. \quad (56)$$

Dabei bezeichnet κ den Mean-Reversion-Parameter, θ den langfristigen Mittelwert und σ die Volatilität der kurzfristigen Zinsänderungen.

Zur Schätzung der Parameter der stochastischen Prozesse, die in Tabelle 15 zusammengefasst sind, wurden die Zeitreihen des DAX30 und des REXP im Zeitraum 1967 bis 2004 verwendet. Die Parameter für das CIR-Modell in Tabelle 16 wurden aus den von der Deutschen Bundesbank veröffentlichten Diskontpreisen mit Hilfe eines *Kalman*-Filters geschätzt.³⁵

Tabelle 15: Deskriptive Statistik des DAX-30 und REXP im Zeitraum 1967-2004

Anlageklasse	Erwartete Rendite (% p.m.)	Volatilität (% p.m.)	Korrelation	
			DAX30	REXP
DAX30	0,77 %	5,77 %	1	
REXP	0,56 %	1,06 %	0,145	1

Quelle: Eigene Berechnung.

Tabelle 16: Deskriptive Statistik Zinsprozess im Zeitraum 1972-2004

Kappa κ	Theta θ	Sigma σ	Lambda λ	Korrelation der Innovationen mit	
				DAX30	REXP
0,0937	0,03	0,0460	-0,0533	-0,078	-0,429

Bemerkung: Die Parameter κ , θ und σ finden ihren Eingang direkt in das CIR-Modell. Der Parameter λ bezeichnet den Marktpreis des Risikos und wird für die Berechnung der Zerobondpreise für die unterschiedlichen Laufzeiten benötigt. Da in der Schätzperiode eine Hochzinsphase eingeschlossen war, wurde für die weiteren Untersuchungen der ursprünglich geschätzte Wert für θ von 0,057 auf 0,03 korrigiert. Alle Werte sind p.a.-Angaben.

Quelle: Eigene Berechnung.

Im Gegensatz zu variablen Entnahmeplänen existiert für die im Kontext des Altersvermögensgesetzes relevante Form von fixen Entnahmeplänen keine geschlossene analyti-

³³ Die Höhe des garantierten Rechnungszinses für die Berechnung der zukünftigen Leibrentenpreise im Switching-Ansatz ist an die Dynamik des Zinsstrukturmodells gekoppelt. Alle 24 Monate wird aus der Zinsstruktur des CIR-Zinsmodells die Rendite 10-jähriger Staatsanleihen bestimmt und der garantierte Rechnungszins als 60 % dieses Wertes festgelegt.

³⁴ Zum Zinsprozess vgl. Cox et. al (1985).

³⁵ Vgl. hierzu *Chen/Scott* (2003).

sche Lösung für die Rendite- und Endvermögensverteilungen. Zur Exploration der Rendite-Risikoprofile ist man daher regelmäßig auf die Verwendung von Monte-Carlo-Simulationstechniken angewiesen.

Auf Grundlage der so spezifizierten Dynamik werden im Rahmen der Monte-Carlo-Simulation 100.000 voneinander unabhängige Wertentwicklungen von Altersvorsorgeverträgen V_t generiert. Auf Grundlage dieser Wertentwicklungen erfolgt sodann die Berechnung der Eigenkapitalanforderungen gemäß des in Kapitel 4.3.3 vorgestellten konditionalen Eigenkapitalsystems. Dazu wird zunächst für jede Periode der aktuelle Marktwert des Altersvorsorgevertrags um den Abschlag zur Berücksichtigung zukünftiger Wertschwankungen bereinigt und mit der Höhe der Eigenkapitalunterlegungsschranke für diese Periode verglichen.

Die relevanten Risiko- und Ertragszahlen der ex ante Analyse beruhen auf einer großen Anzahl unabhängiger Wertentwicklungen. Daher werden sie in einem ersten Schritt zunächst für jede Periode des Entnahmeplans berechnet und im Unterschied zu der ex post Analyse dann in einem zweiten Schritt in einem Absatzmodell verdichtet.

Die einfachste Kennzahl im Rahmen der Untersuchung auf Einzelvertragsebene ist die Wahrscheinlichkeit einer Eigenkapitalunterlegung. Sie berechnet sich gemäß nachfolgender Formel:

$$WS_t^{EK} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N I_{i,t} . \quad (57)$$

Es bezeichne dabei N die Anzahl der erzeugten Pfade sowie $I_{i,t}$ eine Indikatorvariable, wobei diese wie folgt definiert ist:

$$I_{i,t} = \begin{cases} 1 & V_{i,t} < Z_{i,t} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} . \quad (58)$$

Eine Kennzahl, die auch das Ausmaß der Eigenkapitalunterlegung berücksichtigt, ist der erwartete Eigenkapitalunterlegungsbetrag pro Periode. Formal ist er definiert als

$$EK_t = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (Z_{i,t} - V_{i,t}) \cdot I_{i,t} . \quad (59)$$

In der Risikosteuerung von Banken und hier insbesondere bei der Kapitalunterlegung von Marktrisiken haben sich Value-at-Risk-Kennzahlen (*VaR*) etabliert.³⁶ Konzeptionell eng damit verbunden sind Quantile als Risikomaße. Neben den zuvor vorgestellten Risikomaßen wird ergänzend das 99-%-Quantil des Eigenkapitalbedarfs als Worst-Case-Risikomaß evaluiert. Den Risikokennzahlen steht analog zur ex post Analyse die erwartete Verwaltungsvergütung gegenüber. Im Unterschied zur historischen Untersuchung erfolgt an dieser Stelle jedoch keine Barwertbildung, da diese Werte später im Absatzmodell aggregiert werden. Die erwartete Verwaltungsvergütung im Zeitablauf stellt sich dar als:

$$E_t^{VV} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Y_i \cdot VV. \quad (60)$$

Die weiteren Analysen gliedern sich nun in zwei Teile. Im ersten Teil steht zunächst ein einzelner Altersvorsorgevertrag im Mittelpunkt des Interesses. Im nächsten Schritt werden dann die aus der Einzelvertragsanalyse gewonnenen Ergebnisse im Rahmen eines einfachen Absatz- und Geschäftsmodells verdichtet. Dabei wird dem 99-%-Quantil des Eigenkapitalbedarfs die erwarteten Einnahmen aus Verwaltungsvergütungen gegenüber gestellt.

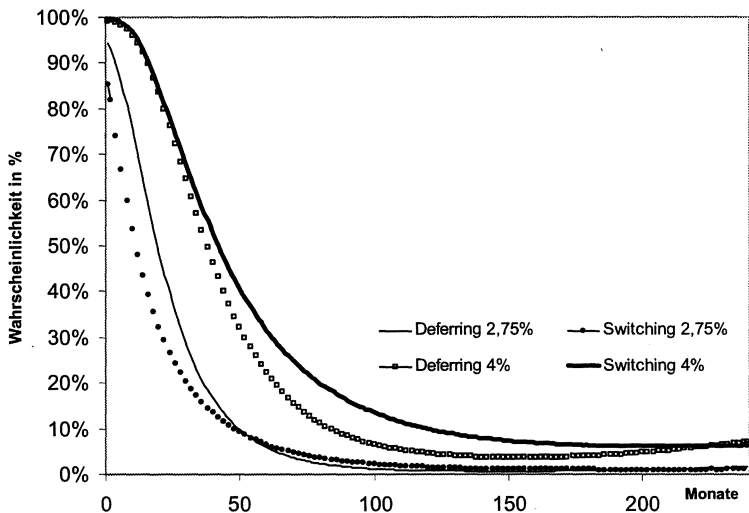
4.4.3.2 Analysen auf Einzelvertragsbasis

Die Untersuchungen auf Einzelvertragsbasis gehen von einem Anfangsvermögen des Altersvorsorgevertrags in Höhe von 100 € in $t = 0$ aus. Im Mittelpunkt der ersten Untersuchung, die grafisch in Abbildung 9 dargestellt ist, steht die Wahrscheinlichkeit einer Eigenkapitalunterlegung im Zeitablauf. Ausgewertet werden dabei sowohl die Deferring- als auch die Switching-Strategie mit den bereits in der historischen Untersuchung verwendeten Auszahlungshöhen. Auf die grafische Darstellung der Ergebnisse der 0-%-Zeitrenten-Strategien wird im Weiteren verzichtet, da im Rahmen der hier durchgeführten Simulationsstudie kein Pfad gefunden wurde, bei dem es für die Deferring-Strategie zu einer Eigenkapitalunterlegung kam. Auch die Werte für die Switching-Strategie unterscheiden sich nicht signifikant von null. Somit sind auch alle weiteren hier untersuchten Risikomaße gleich null. Für die Kapitalanlagegesellschaft bedeutet dies, dass diese Auszahlungshöhe im Sinne des hier vorliegenden konditionalen Eigenkapitalmodells zu kei-

³⁶ Vgl. hierzu etwas *Maurer/Albrecht* (2005), S. 122.

ner Unterlegung mit Eigenkapital führt. Dieses Ergebnis ist jedoch stark abhängig von den zugrunde liegenden Parametern, vgl. hierzu auch Gliederungspunkt 4.4.3.4.

Abbildung 9: Wahrscheinlichkeit einer Eigenkapitalunterlegung im Zeitablauf für unterschiedliche Strategien



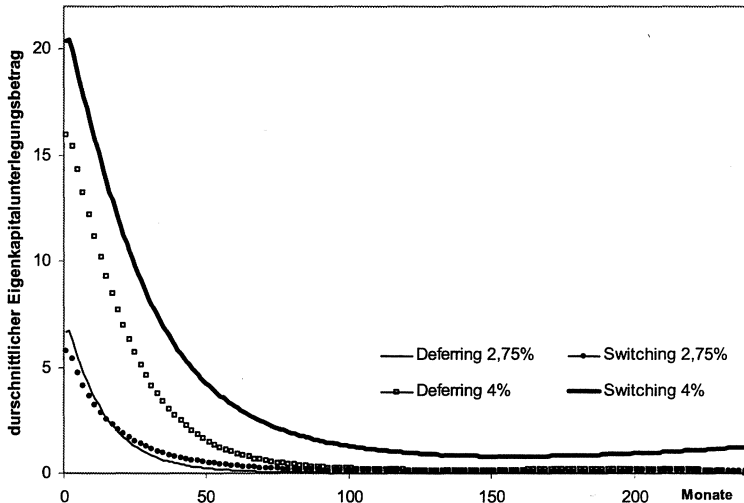
Quelle: Eigene Berechnung.

Deutlich ist zu erkennen, dass mit steigender Auszahlungshöhe die Wahrscheinlichkeit einer Eigenkapitalunterlegung signifikant zunimmt. Weiterhin sind die hohen Wahrscheinlichkeiten zu Beginn der Entnahmepläne auffällig. Bei einer Auszahlungshöhe, die äquivalent zu einer mit 4 % Rechnungszins kalkultierten Leibrente ist (= 0,557 €), beträgt die Wahrscheinlichkeit, Eigenkapital unterlegen zu müssen, sowohl für die Switching- als auch für die Deferring-Strategie annähernd 100 %. Diese sinkt bei einer Auszahlungshöhe von 0,4846 € (äquivalent zu einer Leibrente mit einem Rechnungszins in Höhe von 2,75 %) auf 88 % für die Deferring-Strategie bzw. 87 % für die Switching-Strategie. Interessant ist insbesondere für die Deferring-Strategie mit hoher Auszahlung der Anstieg der Eigenkapitalunterlegungswahrscheinlichkeiten gegen Ende des Plans. Dies ist durch den Vermögensverzehr zu erklären, der in den späteren Analysen noch deutlicher wird.

Die Wahrscheinlichkeit einer Eigenkapitalunterlegung ist ein guter Indikator für das Verhalten bestimmter Strategien. Sie lässt jedoch das Ausmaß einer Eigenkapitalunter-

legung völlig außer Acht. Eine Risikokennzahl, die auch dieses berücksichtigt, ist der durchschnittliche Eigenkapitalunterlegungsbetrag, der in Abbildung 10 visualisiert ist.

Abbildung 10: Erwarteter Eigenkapitalunterlegungsbetrag im Zeitablauf für unterschiedliche Strategien

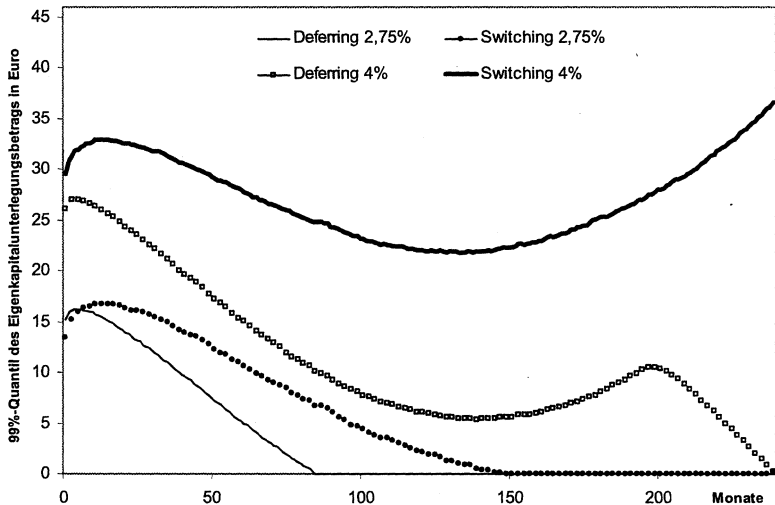


Quelle: Eigene Berechnung.

Da die Risikokennzahl „erwarteter Eigenkapitalunterlegungsbetrag“ an das Shortfall-Risikokzept angelehnt ist, kann sie intuitiv interpretiert werden als gewichtetes Produkt aus durchschnittlichem Unterlegungsbetrag im Unterlegungsfall und dessen Eintrittswahrscheinlichkeit. Entgegen der vorherigen Analyse, bei der nur die Unterlegungswahrscheinlichkeit untersucht wurde, zeigt sich durch die Berücksichtigung des Unterlegungsbetrags, dass das Risiko für die 4%-Switching-Strategie zu jedem Zeitpunkt am höchsten ist. Da die Wahrscheinlichkeit einer Unterlegung zu Rentenbeginn annähernd 100 % beträgt, sind auch die erwarteten Eigenkapitalunterlegungsbeträge zu Beginn der Entnahmepläne auf einem substantiell hohen Niveau. Sichert eine Kapitalanlagegesellschaft ihren Kunden Zahlungen aus einem Entnahmeplan zu, die äquivalent zu einer mit 4 % kalkulierten Leibrente sind, muss zu Beginn des Entnahmeplans mit einer erwarteten Eigenkapitalunterlegung in Höhe von 20 % bzw. 16 % des Anfangsvermögens für die Switching- resp. Deferring-Strategie gerechnet werden. Ungeachtet aller Fragen nach dem ökonomischen Sinn, dürften solche Strategien die Eigenkapital-

ausstattung einer durchschnittlichen deutschen Kapitalanlagegesellschaft relativ schnell aufzehren.

Abbildung 11: 99%-Quantil des Eigenkapitalbedarfs im Zeitablauf für unterschiedliche Strategien



Quelle: Eigene Berechnung

In Abbildung 11 ist das 99%-Quantil des Eigenkapitalbedarfs grafisch dargestellt. Interpretiert werden kann diese Größe als der Eigenkapitalunterlegungsbetrag, der mit einer Wahrscheinlichkeit von 1 % nicht überschritten wird. Interessant stellen sich hier die Verläufe für die Deferring-Strategie dar. Im Falle der 2,75%-Leibrenten-Strategie startet das 99%-Quantil bei 15,20 € und sinkt nach 7 Jahren auf null. Bei der 4%-Leibrenten-Strategie startet die Eigenkapitalanforderung bei 26 €, sinkt nach 10 Jahren auf ungefähr 5,50 €, um dann aber gegen Ende des Entnahmeplans wieder anzusteigen. Im Allgemeinen muss bei Eigenkapitalanforderungen im Rahmen dieses Systems unterschieden werden, ob nur Eigenkapital vorgehalten werden muss oder ob der Produktanbieter aufgrund eines Vermögensverzehr Eigenkapital einsetzen muss, um für die Zahlungen an den Ruheständler aufzukommen. Im ersten Fall muss die KAG nur kalkulatorische (Eigenkapital-)Opportunitätskosten tragen, während bei einem Vermögensverzehr das Eigenkapital der KAG tatsächlich aufgezehrt wird. Da bei der 2,75%-Leibrentenstrategie im Deferring-Fall die Vermögensverzehrswahrscheinlichkeit mit 0,94 % unter einem Prozent liegt, ist dies im 99%-Quantil nicht zu erkennen. Bei der 4-

%-Leibrenten-Strategie liegt die Vermögensverzehrswahrscheinlichkeit jedoch bei 4,5 %. Der Produktanbieter muss nach einem Vermögensverzehr für die restlichen Zahlungen an den Ruheständler aufkommen womit sein Eigenkapital auch tatsächlich verzehrt wird.

Im Falle der Switching-Strategie sind die 99%-Quantile des Eigenkapitalbedarfs sowohl für die 2,75%-Leibrenten als auch für die 4%-Leibrenten-Strategie höher als im Falle der Deferring-Strategie. Deutlich ist auch bei der 4%-Leibrenten-Switching-Strategie zu erkennen, dass die Verpflichtungen des Produktanbieters am Ende des Plans nicht auf null sinken. Dieser Betrag wird benötigt, um eine Leibrente abzuschließen, die mindestens die gleichen Zahlungen liefert wie der Entnahmeplan. Auch dieser Betrag ist auszahlungswirksam, eine solche Strategie führt daher zu einem substantiellen Verzehr des Eigenkapitals der Kapitalanlagegesellschaft und gefährdet somit deren Existenz. Insgesamt ist festzuhalten, dass alle hier untersuchten Strategien und Auszahlungshöhen zu substantiellen Eigenkapitalunterlegungspflichten für die Produktanbieter führen können.

Die Aggregation der bisher grafisch dargestellten Risikokenngrößen in einer Kennzahl ist zum einen problematisch im Bezug auf ihre ökonomische Aussage und zum anderen im Bezug auf ihre Berechnung. Eine einfache Möglichkeit, vor allem in Hinblick auf die Vergleichbarkeit der Ergebnissen der ex post Analyse, bietet die Bildung eines Mittelwerts über die Eigenkapitalunterlegungswahrscheinlichkeiten, die erwarteten Eigenkapitalunterlegungsbeträge und die Eigenkapitalunterlegungsbeträge im 99%-Quantil über die Dauer des gesamten Entnahmeplans.

Tabelle 17: Durchschnittliche Risikokenngrößen über gesamte Entnahmeplandauer

Auszahlungshöhe	Deferring-Strategie			Switching-Strategie		
	0 %	2,75 %	4 %	0 %	2,75 %	4 %
WS^{Plan}	0 %	7,85 %	16,93 %	0%	8,41 %	24,44 %
SE^{Plan}	0	0,45	1,64	0	0,53	3,27
$EK99\%^{Plan}$	0	2,22	3,17	0	5,39	27,08

Quelle: Eigene Berechnung.

Bemerkung: Mit WS^{Plan} , SE^{Plan} und $EK99\%^{Plan}$ wird der Mittelwert der Eigenkapitalunterlegungswahrscheinlichkeit, des erwarteten mittleren Eigenkapitalunterlegungsbetrags sowie des 99%-Quantils des Eigenkapitalbedarfs über die gesamte Dauer des Entnahmeplans bezeichnet.

Analyisiert man die derart verdichteten Werte, die in Tabelle 17 zusammengefasst sind, so bestätigen sich die im Rahmen der grafischen Analyse gewonnenen Erkenntnisse. Wiederum zeigt sich, dass die Deferring-Strategie in allen Risikokennzahlen weniger

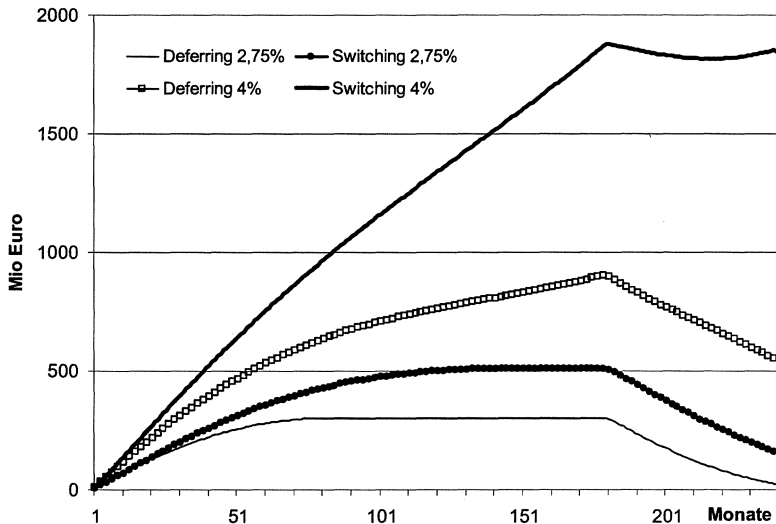
riskant als die Switching-Strategie ist. Vor allem die Worst-Case-Kennzahl mittlerer Eigenkapitalunterlegungsbetrag im 99%-Quantil weist für die Switching-Strategie auch hier ein hohes Risiko aus.

4.4.3.3 Analysen im Rahmen eines Geschäfts- und Absatzmodells

Während sich die vorangegangenen Analysen auf einen einzelnen Altersvorsorgevertrag bezogen haben, sollen in den folgenden Auswertungen die Ergebnisse im Rahmen eines Geschäfts- und Absatzmodells für eine gesamte Kapitalanlagegesellschaft aggregiert werden. Die für die Absatzplanung benötigten Parameter sind arbiträr gewählt, werden aber durch folgende Überlegungen gestützt: Laut *BVI* (2006) verwalten die Mitglieds-gesellschaften zum Stand Dezember 2005 insgesamt 575.000 Altersvorsorgeverträge. Ausgehend davon wird im Weiteren angenommen, dass sich alle Ruheständler zu Beginn des Ruhestands für einen Entnahmeplan entscheiden und dass die hier betrachtete Kapitalanlagegesellschaft einen Marktanteil von 25 % hat. Die Absatzdauer von Entnahmeplänen wird auf 15 Jahre begrenzt. Somit werden jeden Monat 800 Verträge abgeschlossen, auf denen sich annahmegemäß durchschnittlich 50.000 € befinden.³⁷ In Abbildung 12 ist das 99%-Quantil des Eigenkapitalbedarfs einer solchen Kapitalanlagegesellschaft im Zeitablauf grafisch dargestellt.

³⁷ Der *BVI* gibt in seinen Beispielrechnungen z.B. an, dass das Endvermögen eines Altersvorsorgevertrages eines Familienvaters mit zwei Kindern zu Beginn des Ruhestands 164.870 € beträgt. Die hier verwendeten 50.000 € pro Altersvorsorgevertrag können daher als vorsichtige Schätzung angesehen werden.

Abbildung 12: 99%-Quantil des Eigenkapitalbedarfs für eine Kapitalanlagegesellschaft im Zeitablauf für unterschiedliche Strategien

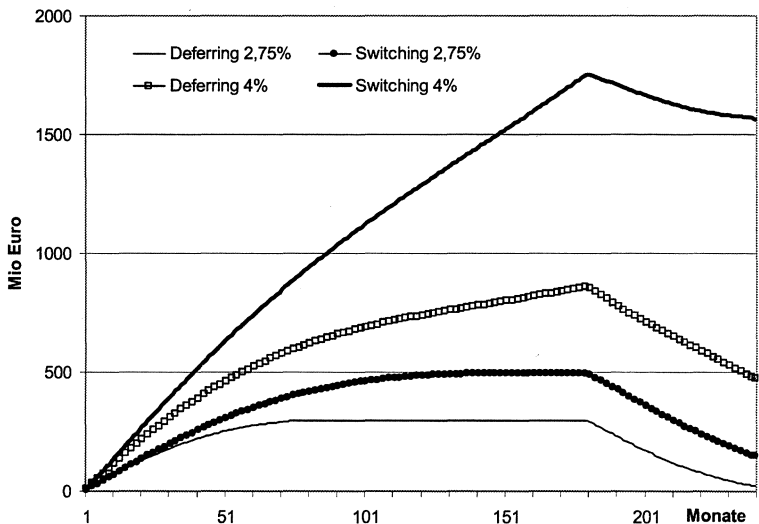


Quelle: Eigene Berechnung.

Wie zu erwarten war, ist die 4%-Switching-Strategie im Sinne der Eigenkapitalunterlegung die riskanteste. Im Unterschied zu den anderen untersuchten Strategien kommt es selbst nach 180 Monaten, wenn der Absatz neuer Verträge eingestellt wird, zu keiner signifikanten Reduktion des Eigenkapitalbedarfs. Im Gegenteil, der Bedarf bleibt auf dem erreichten Niveau von ungefähr 1,8 Mrd. Euro und steigt sogar geringfügig weiter an. Konträr dazu verhält sich die 2,75%-Deferring-Strategie. Nach Erreichung eines Plateaus in Höhe von 429 Mio. Euro nach ca. 5 Jahren Absatz bleibt der Eigenkapitalbedarf auf konstantem Niveau. Wird nach 180 Monaten der Absatz eingestellt, sinkt der Eigenkapitalbedarf innerhalb der nächsten 5 Jahre auch schnell wieder auf unter 30 Mio. Euro. Die 4%-Leibrenten-Deferring- und die 2,75%-Leibrenten-Switching-Strategie haben einen ähnlichen Verlauf, wobei die Deferring-Strategie sich insgesamt auf einem höheren Niveau bewegt. Den Höchststand erreicht die 4%-Leibrenten-Deferring-Strategie nach 180 Monaten mit ca. 900 Mio. Euro, wohingegen die 2,75%-Leibrenten-Switching-Strategie ebenfalls nach 180 Monaten ihren Höchststand mit 510 Mio. Euro erreicht. Wie bereits bei der Analyse auf Einzelvertragsbasis erläutert, sind im Falle der Switching-Strategie Teile dieses Eigenkapitalbedarfs auch auszahlungswirksam.

Altersvorsorgeverträge sind, wie schon in Abschnitt 4.3.1 dargestellt, individuelle Konten, bei denen die Kapitalanlagegesellschaft keinen Risikoausgleich im Kollektiv durchführen kann. Dadurch, dass jedoch ein Teil der Ruheständler während des Entnahmepfandes ablebt, wird die tatsächliche Höhe des vom Produktanbieter vorzuhaltenden Eigenkapitals geringer sein als im ex ante Modell errechnet. Statistisch betrachtet sind die Sterblichkeit der Ruheständler und die Eigenkapitalunterlegung stochastisch unabhängige Zufallsvariablen. Eine Möglichkeit, die Sterblichkeit der Ruheständler in einem ex ante Modell zu berücksichtigen, besteht darin, die Eigenkapitalanforderungen auf Einzelvertragsbasis mit den Überlebenswahrscheinlichkeiten zu gewichten. Diese modifizierten Eigenkapitalunterlegungen auf Einzelvertragsbasis werden dann wieder durch das Absatzmodell verdichtet.

Abbildung 13: 99%-Quantil des Eigenkapitalbedarfs für eine Kapitalanlagegesellschaft unter Berücksichtigung der Biometrie im Zeitablauf für unterschiedliche Strategien



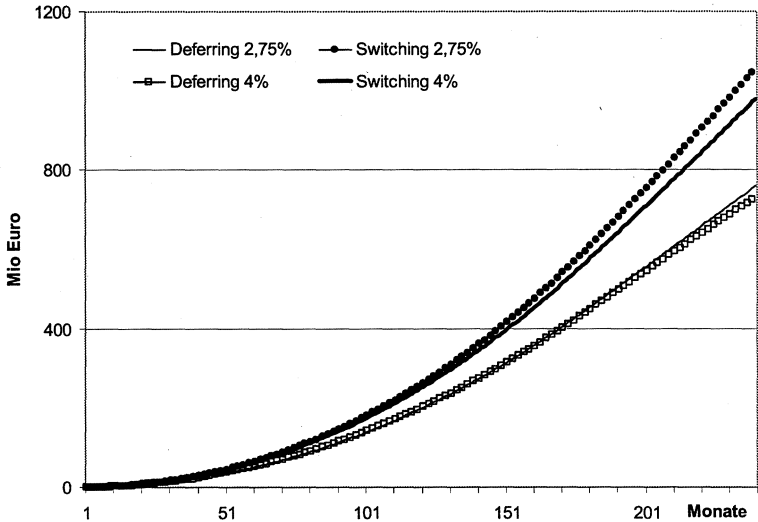
Quelle: Eigene Berechnung.

Der Haupteinflussfaktor für die Höhe der Reduktion des Eigenkapitalbedarfs bei Berücksichtigung der Sterblichkeit ist die bei der Berechnung der Überlebenswahrscheinlichkeiten verwendete Sterbetafel. Für die Auswertungen im Rahmen dieser Untersuchung, deren Ergebnisse in Abbildung 13 zusammengefasst sind, wird die gleiche Sterbetafel wie für die Berechnung der Leibrentenprämien, die DAV 2004 R, verwendet.

Vergleicht man die Abbildungen 4 und 5, so erkennt man zunächst fast keinen strukturellen Unterschied. Dies impliziert zunächst eine geringe Risikoreduktion durch die Berücksichtigung der Sterblichkeit. Primär nicht zu erklären ist dies durch die verwendete Sterbetafel. Vielmehr ist dies darauf zurückzuführen, dass alle hier untersuchten Strategien gleich zu Beginn zu relativ hohen Eigenkapitalbedürfnissen führen. Zu Beginn des Entnahmeplanes sind jedoch auch die Überlebenswahrscheinlichkeiten der Ruheständler hoch, die Berücksichtigung der Sterblichkeit führt daher nur zu einer geringen Reduktion des Eigenkapitalbedarfs. Die Höchststände der Eigenkapitalunterlegung für die einzelnen Strategien reduzieren sich so von 303 auf 279 Mio. Euro für die 2,75%-Leibrenten-Deferring-Strategie, von 903 Mio. auf 861 Mio. Euro für 4%-Leibrenten-Deferring-Strategie, von 510 auf 494 Mio. Euro für die 2,75%-Leibrenten-Switching-Strategie sowie von 1,88 auf 1,75 Mrd. Euro für die 4%-Leibrenten-Switching-Strategie. Die Risikoreduktion, insbesondere bei der 4%-Leibrenten-Switching-Strategie, wird jedoch nach dem Ende des Absatzes neuer Verträge deutlich. Hier wirkt die Sterblichkeit und es kommt zu einer spürbaren Reduktion des Eigenkapitalbedarfs im Vergleich zur Variante ohne Berücksichtigung der Biometrie (Abbildung 12).

Den Abschluss der hier durchgeführten Analysen bildet die Untersuchung der erwarteten Einnahmen der Kapitalanlagegesellschaft in Form von Verwaltungsvergütungen, die in Abbildung 14 dargestellt sind. Zugrunde gelegt ist eine jährliche Verwaltungsvergütung in Höhe von 1 %. Dies entspricht bei der gegenwärtigen Marktlage einer konservativen Schätzung. Die Sterblichkeit der Ruheständler wird bei dieser Analyse in der gleichen Weise wie schon bei den Eigenkapitalanforderungen berücksichtigt.

Abbildung 14: Kumulierte erwartete Einnahmen in Form von Verwaltungsvergütungen im Zeitablauf für verschiedene Strategien



Quelle: Eigene Berechnung.

Abgetragen in der Grafik sind die kumulierten Einnahmen, die wie folgt zu interpretieren sind: Bietet eine Kapitalanlagegesellschaft die 2,75%-Leibrenten-Deferring-Strategie an, so beträgt die Summe der erwarteten Einnahmen in Form von Verwaltungsvergütungen nach 20 Jahren 759 Mio. Euro. Wird die 4%-Leibrenten-Deferring-Strategie angeboten, so beträgt die Summe der Einnahmen 730 Mio. Euro. Für die Switching-Strategie ergeben sich Werte von 1,09 Mrd. respektive 980 Mio. Euro. Somit sind wie schon in der historischen Analyse die erwarteten Verwaltungsvergütungen für die Switching-Strategie erheblich höher als für die Deferring-Strategie.

Während in den Risikountersuchungen mangels Eigenkapitalunterlegung auf eine Darstellung der Ergebnisse für die 0%-Zeitrenten-Strategien verzichtet wurde, sollen an dieser Stelle kurz die Summe der erwarteten Einnahmen berichtet werden. Nach 20 Jahren Laufzeit hat die Kapitalanlagegesellschaft, die ihren Ruheständlern diese Auszahlungen anbietet, erwartete Einnahmen in Höhe 915 Mio. Euro bei Verfolgung der Deferring-Strategie bzw. von 1,25 Mrd. Euro bei der Switching-Strategie.

Eine Kapitalanlagegesellschaft hat im Rahmen ihrer Geschäftsplanung und Produktentwicklung nun auf Grundlage der hier vorgestellten Risiko- und Ertragszahlen zu ent-

scheiden, welche Strategie sie verfolgen und am Markt anbieten will. Dazu ist es nötig, ein Trade-Off zwischen den erwirtschafteten Erträgen und dem dazu benötigten Eigenkapital durchzuführen. Das Konzept der risikoadjustierten Eigenkapitalrendite „Risk Adjusted Return on Capital (RAROC)“ bietet die Möglichkeit, einen solchen Abgleich durchzuführen. Das RAROC berechnet sich als Quotient aus Erträgen minus eventuell anfallender Kosten geteilt durch das diesen Erträgen zugeordnete Eigenkapital.³⁸ Unter der Abstraktion von Kosten zeigt eine Dominanzanalyse des RAROCs, dass, abgesehen von den ersten 10 Monaten, die Deferring-Strategie stets die Switching-Strategie dominiert. Weiterhin zeigt sich, dass je kleiner die zugesagte Auszahlung, desto größer der RAROC ist. Zu bedenken gilt aber, dass der RAROC in einem konditionalen Eigenkapitalsystem nur für die Perioden berechenbar ist, in denen tatsächlich Eigenkapital zu unterlegen ist. Somit ist die Switching-Strategie unter Ertragsgesichtspunkten in Konstellationen, bei denen kein Eigenkapital zu unterlegen ist, der Deferring-Strategie natürlich überlegen.

4.4.3.4 Robustheitsanalysen

Im Vordergrund der vorliegenden Arbeit steht die Erarbeitung eines Vorschlags für ein konditionales Eigenkapitalsystem für Altersvorsorgeverträge in der Entnahmephase. Ziel der empirischen Studie ist es, typische Eigenkapitalanforderungen aufzuzeigen, die sich für einen Produkthanbieter bei Anwendung des konditionalen Systems ergeben. Entgegen der Vorgehensweise bei der täglichen Anwendung eines solchen konditionalen Eigenkapitalsystems, bei der beobachtbare Größen wie aktueller Marktwert des Altersvorsorgevertrages, die Volatilität oder die Renditen von Staatsanleihen ihren Eingang finden, müssen in einem ex ante Modell für die Stochastik der zukünftig unterstellten Kapitalmarktdynamik Parameter spezifiziert werden.

Im Folgenden werden daher Robustheitschecks durchgeführt, um einerseits die Schätzunsicherheit bei der Wahl der Parameter zu adressieren und andererseits die Auswirkungen einer solchen Wahl auf den Eigenkapitalbedarf aufzuzeigen. Die weiteren Auswertungen beschränken sich auf die Deferring-Strategie. Darüber hinaus wird nur der sich gemäß dem obigen Absatzmodells ergebende maximale Eigenkapitalbedarf berichtet.

³⁸ Vgl. zu RAROC *Koryciorz* (2004), S. 178ff.

Vergleichmaßstab ist die 2,75%-Leibrenten-Deferring-Strategie, deren maximaler Eigenkapitalbedarf im 99%-Quantil 303 Mio. Euro beträgt.

Da aus Gründen der Übersichtlichkeit auf eine explizite Darstellung der Ergebnisse für die 3%-Zeitrenten-Strategie verzichtet wurde, sollen diese zu Beginn dieses Abschnitts dargestellt werden. Diese Auszahlungshöhen sind daher von Interesse, da Banken gegenwärtig Auszahlpläne zu solchen Konditionen am Markt anbieten. Die Auswertung zeigt, dass der Eigenkapitalbedarf deutlich unter dem der 2,75%-Leibrentenstrategie liegt. Im Einzelnen beträgt für die Deferring-Strategie der maximale Eigenkapital 158 Mio. Euro im Vergleich zu 303 Mio. bei der 2,75%-Leibrenten-Strategie sowie 497 Mio. im Vergleich zu 510 Mio. Euro bei der Switching-Strategie.

In der nun folgenden Analyse soll der Einfluss der Parameter des Zinsstrukturmodells auf den Eigenkapitalbedarf untersucht werden. Werden für das CIR-Modell die aus der Zeitreihe geschätzten Parameter ($\Theta = 0,057$) verwendet, ergibt sich nur noch ein maximaler Eigenkapitalbedarf im 99%-Quantil von 15,37 Mio. Euro. Wird hingegen von einer flachen, deterministischen Zinsstruktur mit 3 % Rendite ausgegangen, so erhöht sich der maximale Eigenkapitalbedarf von 303 Mio. Euro auf 846 Mio. Euro. Die Wahl der Parameter für das Zinsstrukturmodell hat somit einen substantiellen Einfluss auf die Ergebnisse im ex ante Modell.

Die nächste Analyse untersucht den Einfluss des Drift- und Diffusionsparameters der geometrisch *Brownschen* Bewegung für den DAX und den REXP auf den Eigenkapitalbedarf. Die Frage dabei ist, wie sich eine Reduktion der Mittelwerte um 20 % bei gleichzeitiger Erhöhung der Volatilität um 20 % auf den Eigenkapitalbedarf auswirkt. Die Untersuchung zeigt, dass sich durch die Änderung der Parameter der Eigenkapitalbedarf auf 950 Mio. mehr als verdreifacht. Die Parametrisierung der stochastischen Prozesse hat im ex ante Modell somit ebenfalls einen signifikanten Einfluss auf die Struktur der Ergebnisse.

Den Abschluss der Robustheitsuntersuchung bildet die Analyse des Einflusses der Asset-Allokation des Altersvorsorgevertrags auf die Ergebnisse. Unterstellt werden einmal eine aggressive Strategie, bei der das Altersvorsorgevermögen ausschließlich in den DAX investiert wird, und einmal eine konservative Strategie, bei der ausschließlich in den REXP investiert wird. Hier zeigt die Analyse der 2,75%-Leibrenten-Deferring-Strategie, dass der ausschließlich in den REXP investierte Altersvorsorgevertrag zu

einer Eigenkapitalunterlegung im 99%-Quantil von 131 Mio. Euro führt, wohingegen der rein im DAX investierte Vertrag zu einer Unterlegung in Höhe von 2,39 Mrd. Euro führt. Unter Risikogesichtspunkten ist das reine Renteninvestment für den Produktanbieter optimal. Diese Auswertung zeigt, dass mit der Aktienquote der Eigenkapitalbedarf massiv ansteigt. Eine Erhöhung der Aktienquote ist durch die Garantie, welche die KAG abgibt, immer im Interesse des Ruheständlers. Obwohl auch für die KAG die erwarteten Verwaltungsvergütungen mit einer Erhöhung der Aktienquote ebenfalls steigen, werden diese zusätzlichen Erträge durch den massiv gesteigerten Eigenkapitalbedarf jedoch schnell wieder überkompensiert. Die Asset-Allokation ist aufgrund ihrer massiven Auswirkung auf den Eigenkapitalbedarf einer der bedeutendsten Parameter bei der Produktentwicklung.

4.5 Schlussbetrachtung

Im Mittelpunkt der vorliegenden Arbeit standen neben der Darstellung der rechtlichen Rahmenbedingungen für Altersvorsorgeverträge in der Entnahmephase die Ausarbeitung eines Konzeptes für die Ausgestaltung eines konditionalen Eigenkapitalsystems und schließlich das Aufzeigen der Auswirkungen eines solchen Systems auf den Eigenkapitalbedarf von Produktanbietern. Während die historische Analyse einen ersten Eindruck vom Eigenkapitalbedarf liefert, bietet die anschließende ex ante Untersuchung tiefer gehende Einblicke.

Als generelles Ergebnis der empirischen Untersuchung lässt sich Folgendes festhalten:

- Die Höhe der Eigenkapitalunterlegung wird sehr stark durch die Auszahlungshöhe und durch die Asset-Allokation determiniert.
- Bieten Kapitalanlagegesellschaften Auszahlungen in Höhe von Leibrentenzahlungen an, so müssen sie davon ausgehen, dass es zu sehr hohen Eigenkapitalunterlegungen kommt. Darüber hinaus gefährden sie mittel- bis langfristig durch Zahlungen infolge des möglichen vorzeitigen Verzehr von Altersvorsorgeverträgen ihre Existenz.
- Die Robustheitsanalysen haben gezeigt, dass die Aktienquote einen signifikanten Einfluss auf den Eigenkapitalbedarf hat. Obwohl auch die KAG von höheren Aktienquoten in Form höherer erwarteter Verwaltungsvergütungen partizipiert, profitiert durch die Garantie in erster Linie der Ruheständler davon. Daher muss

bei einer Produktentwicklung an dieser Stelle ein erhöhtes Augenmerk gelegt werden.

Innerhalb der ex ante Analysen hat sich gezeigt, dass das hier vorgestellte Eigenkapital-system die gewünschten Ziele hinsichtlich des Anlegerschutzes und der Glaubwürdigkeit der Zusage erreicht. Verspricht der Produkthanbieter dem Ruheständler zu hohe Rentenzahlung oder betreibt er eine zu volatile Anlagepolitik, so muss gleich zu Beginn des Plans mit sehr hoher Wahrscheinlichkeit Eigenkapital unterlegt werden. Somit sind die Kapitalanlagegesellschaften bereits im Zuge der Produktentwicklung gefordert, glaubhafte und nachhaltig zu erwirtschaftende Auszahlungen zuzusagen sowie effiziente Risikokontrollmechanismen zu implementieren.

Flankierend zum hier vorgestellten Eigenkapitalsystem müssen von der Aufsichtsbehörde effiziente Monitoring-Systeme aufgebaut und bereitgestellt werden. Geht ein Produkthanbieter zu hohe Risiken ein, kann die *BaFin* an dieser Stelle sanktionierend eingreifen und z.B. den Anbieter auffordern, auf die im System enthaltenen Hedging-Alternativen zurückzugreifen. Weiterhin hat die Aufsichtsbehörde bereits bei der Zertifizierung der Produkte die Möglichkeit, wirtschaftlich nicht tragbaren Produkten die Genehmigung zu versagen.

Literaturverzeichnis

- Albrecht, Peter und Raimond Maurer (2005): „Investment- und Risikomanagement Modelle, Methoden, Anwendungen“, 2. Auflage, Schäffer-Poeschel Verlag, Stuttgart.
- Albrecht, Peter, Ivica Dus und Raimond Maurer (2004) : „Cost-Average-Strategie versus Einmalanlage: Shortfallrisiken und Probable Minimum Wealth“, in: Matthias Bank, Bettina Schiller (2004): Finanzintermediation - Theoretische, wirtschaftspolitische und praktische Aspekte aktueller Entwicklungen im Bank- und Börsenwesen, Schäffer-Poeschel Verlag, Stuttgart, S. 49-68.
- Bundesaufsichtsamt für das Kreditwesen, BAKred (2001): „Rundschreiben 12/2001 zur Bankaufsichtsrechtlichen Berücksichtigung der Leistungszusage nach § 1 Abs. 1 Satz1 Nr. 3 des Gesetzes über die Zertifizierung von Altersvorsorgeverträgen“.
- Bundesanstalt für Finanzdienstleistungsaufsicht, BaFin (2006): „Konsultation 2/2006 - Entwurf eines Rundschreibens zur Eigenmittelunterlegung von Mindestzahlungszusagen“.
- Chen, Ren-Raw und Louis Scott (2003): „Multi-Factor CIR-Models of the Term Structure: Estimates and Test from a State Space Model Using a Kalman Filter.“, Journal of Real Estate Finance and Economics, 2003.
- Cox, John C., Jonathan E. Ingersoll, Jr. und Stephen A. Ross (1985): „A Theory of the Term Structure of Interest Rates“, Econometrica 53, 1985.
- Deutsche Aktuarvereinigung DAV (2004): „Herleitung der Sterbetafel 2004 R für Rentenversicherungen“, Köln.
- Dus, Ivica, Raimond Maurer und Olivia Mitchell (2005): „Betting on Death and Capital Markets in Retirement: A Shortfall Risk Analysis of Life Annuities versus Phased Withdrawal Plans“, Financial Services Review 14, S. 169-196.
- Gründl, Helmut, Bernhard Nietert und Hato Schmeiser (2004): „Zur Zusage der nominalen Kapitalerhaltung bei investmentfonds-basierten Riester-Produkten: Einige

Überlegungen aus finanzierungstheoretischer Sicht.“, Zeitschrift für Betriebswirtschaft 74, Nr. 2, S. 119-137.

Institut der deutschen Wirtschaft (2003): „IW Trends: Belastungsneutrale Abschläge bei Frühverrentung“, 4/2003.

Koryciorz, Sven (2004): Sicherheitskapitalbestimmung und alloktion in der Schadeversicherung, Verlag für Versicherungswirtschaft, Karlsruhe.

Lachance, Eve-Marie, und Olivia S. Mitchell (2003): „Understanding Individual Account Guarantees.“, American Economic Review, Vol. 93, No. 2, S. 257-260.

Maurer, Raimond und Christian Schlag (2002): „Money-Back Guarantees in Individual Account Pensions: Evidence from the German Pension Reform.“ in: Olivia S. Mitchel, Kent Smetters: „The Pension Research Council: Risk Transfer and Retirement Income Security“, Oxford: Oxford University, S. 93-115.

Morgen & Morgen (2004): Broschüre LV-Win Version 5.10, Morgen & Morgen GmbH, Hofheim.

Stehle, R., R. Huber und J. Maier (1996): „Die Rückberechnung des DAX für die Jahre 1955 bis 1987“, Kredit und Kapital 29, S. 277-304.

Lebenslauf

Ivica Duš

Dienstadresse:: Lehrstuhl für Investment, Portfolio Management
und Alterssicherung
Kettenhofweg 139 (Uni-Pf 58)
60054 Frankfurt

Telefon: +49 (0) 69 / 798-25224

E-Mail: dus@finance.uni-frankfurt.de

Geburtsort/-datum: Heidelberg / 5. September 1974

Schulische Ausbildung

07/1991 bis 06/1994 Carl-Bosch-Schule Heidelberg: Allgemeine Hochschulreife

Universitäre Ausbildung

09/1994 bis 03/2001 ♦ Studium der Wirtschaftsinformatik an der Universität Mannheim

♦ Vertiefung in:

- Finanzwirtschaft und Bankbetriebslehre
- Produktionswirtschaft und Controlling
- Datenbanken, Betriebssysteme und Rechnernetze
- Organisation und Informationssysteme

♦ Abschluss: Diplom Wirtschaftsinformatiker

04/2001 bis 07/2006

♦ Promotion bei Prof. Dr. R. Mauer am Fachbereich Wirtschaftswissenschaften der Johann Wolfgang Goethe-Universität Frankfurt

Berufliche Tätigkeit

04/2001 bis 07/2006

Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Investment, Portfolio Management und Alterssicherung, Prof. Dr. Raimond Maurer, Johann Wolfgang Goethe-Universität, Frankfurt am Main

Konferenzvorträge

- 2005 "CEBR/CESifo Conference on Pension Reform", Copenhagen
- 2004 "14th Annual International AFIR Colloquium 2004", Boston
- 2004 „Jahrestagung 2004 der Deutschen Gesellschaft für Finanzwirtschaft (DGF)“, Tübingen
- 2004 "American Economic Association Annual Meeting", 2004, San Diego
- 2002 "International Conference on Applied Statistics, Actuarial Science and Financial Mathematics", 2002, Hong Kong

Ehrenwörtliche Erklärung:

Ich habe die vorgelegte Dissertation selbst verfasst und dabei nur die von mir angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt. Alle Textstellen, die wörtlich oder sinngemäß aus veröffentlichten oder nicht veröffentlichten Schriften entnommen sind, sowie alle Angaben, die auf mündlichen Auskünften beruhen, sind als solche kenntlich gemacht.

Frankfurt, 10.Juli 2006

(Ivica Duš)