

WERDEN EXTREME WETTERSITUATIONEN WAHRSCHEINLICHER?

GRIESER Jürgen

grieser@meteor.uni-frankfurt.de

EINLEITUNG

Im Zusammenhang mit der Diskussion des globalen Klimawandels stellt sich die Frage, ob extreme Wettersituationen wahrscheinlicher werden. Diese Frage ist wegen der Gefahren, die von extremen Wettersituationen ausgehen, weit über die Grenzen der Meteorologie hinaus von Bedeutung. Dennoch findet man in der Fachliteratur sehr wenige Beiträge zu diesem Thema. Dies liegt im wesentlichen daran, dass bei der Analyse von Extremwerten im allgemeinen von konstanten Überschreitungswahrscheinlichkeiten für Schwellwerte ausgegangen wird. Wenn diese Arbeitshypothese wahr ist, können Wiederkehrzeiten einfach als Kehrwert der Eintrittswahrscheinlichkeit angesehen werden. Dann – nur dann - macht der Ausdruck Jahrhundertereignis einen Sinn, der über den Moment hinaus reicht.

In diesem Beitrag soll zunächst das Vokabular zur Beschreibung von Extremwerten (hier als Werte oberhalb von Schwellen) vorgestellt bzw. in Erinnerung gerufen werden. Diese werden auf den einfachen Fall stationärer Zeitreihen angewendet, woraus die üblichen vereinfachten Zusammenhänge folgen. Im Anschluss wird ein künstliches Beispiel einer Variable mit veränderlichem Mittelwert untersucht. Dieses zeigt deutlich, wie stark die Kenngrößen des Extremverhaltens von Schwankungen im Mittelwert abhängen können.

Bei der Analyse klimatologischer Beobachtungsdaten, steht man vor dem Problem, dass kein einfaches Modell für die Generierung der Zeitreihe zur Verfügung steht, woraus man die Eigenschaften des Extremverhaltens ableiten könnte. Gelingt es jedoch, die Beobachtungen mit Hilfe einfacher empirischer Modellgleichungen hinreichend gut zu beschreiben, so ist der Weg zur Analyse der Extremwerte in instationären Zeitreihen geebnet. Dabei braucht man nicht, wie oft üblich, nur die (relativ wenigen) Extremwerte für die Analyse des Extremverhaltens heranzuziehen, sondern kann die gesamte von der Zeitreihe zur Verfügung gestellte Information nutzen. Diese Strategie wird exemplarisch an zwei Zeitreihen vorgestellt. Aus Gründen der Einfachheit sind dies Monatsmittel bzw. Jahresmittel der Temperatur. In diesen sind eindeutige Änderungen sowohl im mittleren als auch im extremen Verhalten sichtbar. Daraus kann zwar geschlossen werden, dass sich die Wettersituationen im Laufe der Zeit verändert haben, nicht aber wie. Ein häufigeres Auftreten extremer Mittelwerte kann bedeuten, dass warme Wettersituationen häufiger oder wärmer geworden sind, oder dass kalte Wettersituationen wärmer oder weniger geworden sind, oder aber, dass eine Überlagerung verschiedener Veränderungen zu diesem Ergebnis führt.

So kann die Frage, ob extreme Wettersituationen wahrscheinlicher werden, in diesem Beitrag nicht abschließend geklärt werden, jedoch wird ein Werkzeug vorgestellt, das geeignet erscheint, diese Frage zu beantworten.

DER WORTSCHATZ

Hier sollen die wesentlichen Begriffe für die weitere Diskussion von Extremwerten in Erinnerung gerufen werden. Als Extremwerte sollen all die Werte einer Zeitreihe aufgefasst werden, die eine bestimmte vorgegebene Schwelle x_s überschreiten (Der Einfachheit halber bezieht sich die Diskussion ausschließlich auf diskrete Zeitschritte und nicht auf kontinuierliche Zeit. Für die Anwendung ist dies im allgemeinen ausreichend.). Je nach Fragestellung kann diese Schwelle beliebig vorgegeben werden. Die Basisgröße für die Untersuchung des Extremverhaltens einer Variablen X ist dann die Wahrscheinlichkeit p , diese Schwelle zu überschreiten. Diese Wahrscheinlichkeit ist im allgemeinen eine Funktion der Zeit t , so dass geschrieben werden kann:

$$p(x(t) > x_s) = p_t$$

Kennt man p_t für jeden beliebigen Zeitschritt, so kann man daraus im Prinzip alle weiteren Größen berechnen. In dieser Arbeit werden drei wesentliche Eigenschaften betrachtet: die Wartezeitverteilung, die Wiederkehrzeit und das Risiko.

Die Wartezeitverteilung $g(t_1, t_2)$ gibt für jeden beliebigen Anfangszeitpunkt t_1 an, wie groß die Wahrscheinlichkeit dafür ist, dass man bis zum Zeitpunkt $t_2 \geq t_1$ warten muss, bis die Schwelle zum

ersten mal überschritten wird. Sie ist das Produkt der Wahrscheinlichkeiten dafür, dass die Schwelle in den Zeitschritten t_1 bis $t_2 - 1$ nicht überschritten wird und der Wahrscheinlichkeit dafür, dass sie zum Zeitschritt t_2 überschritten wird. Damit folgt für die Wartezeitverteilung $g(t_1, t_2)$

$$g(t_1, t_2) = p_{t_2} \prod_{i=t_1}^{t_2-1} (1 - p_i).$$

Die Wiederkehrzeit τ_t ist ein beliebtes Maß bei der Untersuchung des Extremverhaltens. Sie ist definiert als der Erwartungswert der Wartezeitverteilung und folglich gegeben als

$$\tau_{t_1} = E[g(t_1, t_2)] = \sum_{t_2=t_1}^{\infty} (t_2 - t_1) g(t_1, t_2).$$

Wie man aus der Gleichung leicht sieht, ist für die exakte Berechnung der Wiederkehrzeit im Prinzip die Kenntnis der Wartezeitverteilung bis $t_2 = \infty$, also über eine unendliche Zukunft, notwendig. Da der Faktor $(t_2 - t_1)$ linear in der Zukunft anwächst, kann nur im Fall einer raschen Konvergenz der Wartezeitverteilung $g(t_1, t_2)$ gegen null die Summe über zukünftige Zeitschritte schon nach wenigen Summanden abgebrochen werden. In der Praxis wird man auf Zukunftsszenarien für p_t angewiesen sein und im Einzelfall prüfen müssen, wie viel Kenntnis über die Zukunft notwendig ist, um eine zuverlässige Schätzung der Wiederkehrzeit zu gewährleisten.

Das Risiko wird in der modernen Literatur über Extremwerte unterschiedlich definiert. Hier soll eine klassische Definition verwendet

werden, bei der das Risiko die Wahrscheinlichkeit dafür ist, dass in einem bestimmten Zeitintervall von t_1 bis t_2 die Schwelle mindestens einmal überschritten wird (Vor allem im Versicherungswesen wird über die hier verwendete Definition hinaus gegangen. Dabei wird die hier gegebene Gleichung auf verschiedene Schwellen angewendet und mit dem zugehörigen finanziellen Verlust multipliziert. Der Erwartungswert der resultierenden Verteilung wird dann oft als Risiko bezeichnet und ist in Folge dessen ein Geldbetrag.). Damit ist das Risiko gegeben als

$$R(t_1, t_2) = \sum_{i=t_1}^{t_2} g(t_1, i).$$

Wie man aus der Gleichung sieht, ist für die Berechnung des Risikos nur die Kenntnis der Eintrittswahrscheinlichkeit für das Überschreiten der Schwelle in einem begrenzten Intervall von t_1 bis t_2 notwendig. Damit ist die Schätzung des Risikos im allgemeinen einfacher und zuverlässiger möglich als die Schätzung der Wiederkehrzeit. Darüber hinaus gibt sie eine konkrete Antwort auf die Frage, wie wahrscheinlich ein bestimmtes Ereignis in einem gegebenen Zeitrahmen eintritt.

In den folgenden Abschnitten werden die hier vorgestellten Kenngrößen für verschiedene Zeitreihen berechnet.

DER STATIONÄRE FALL

Im Fall einer stationären Zufallszeitreihe vereinfachen sich die im vorigen Kapitel gegebenen Definitionen erheblich. Zunächst ist dann $p_i = p = const.$ Daraus folgt für die Wartezeitverteilung eine geometrische Verteilung $g(t_1, t_2) = p(1-p)^{t_2-t_1}$ und für die Wiederkehrzeit die bekannte und oft verwendete vereinfachte Form

$$\tau_{t_1} = \tau = \frac{1}{p} = const.$$

Abbildung 1 zeigt einen Ausschnitt aus einer stationären Zufallszeitreihe. Es handelt sich um Gaußsches weißes Rauschen. Damit lassen sich die Schwellen unter der zum Beispiel 1% oder 99% der Werte liegen leicht berechnen. Diese sind in Abbildung 1 als rote horizontale Linien eingezeichnet. Es ist zu bemerken, dass die Schwelle, die im Mittel nur einmal in hundert Zeitschritten überschritten wird, in den ersten hundert hier gewählten Zeitschritten durch Zufall fünfmal überschritten wird.

Da aber der Prozess, aus dem die Zeitreihe stammt, vorgegeben und somit bekannt ist, lassen sich alle statistischen Eigenschaften mit den im vorigen Kapitel angegebenen Gleichungen berechnen. Die Ergebnisse sind in Abbildung 2 a-d dargestellt.

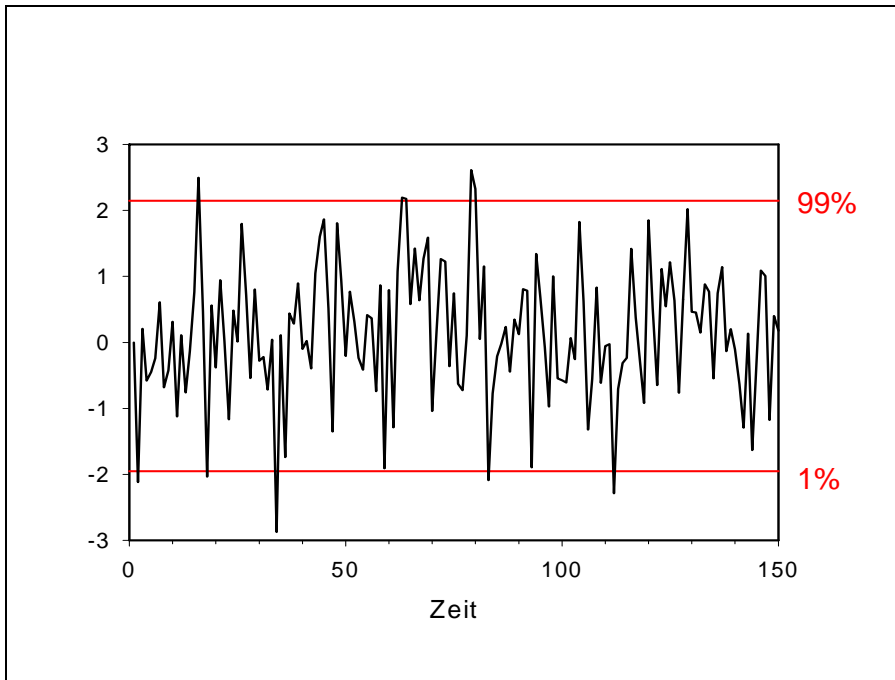


Abbildung 1: Beispiel einer Realisation einer stationären Zufallsvariablen und Schwellenwerte, unter denen 1 bzw. 99% der Werte sind.

Abbildung 2a zeigt die Eintrittswahrscheinlichkeit für das Überschreiten der Schwelle, die so gewählt wurde, dass sie nur mit der Wahrscheinlichkeit von einem Prozent überschritten wird. Sie ist damit zeitlich konstant. Die Wartezeitverteilungen für 5 verschiedene Anfangszeitpunkte ist in Abbildung 2b wiedergegeben. Zunächst kann festgehalten werden, dass ihre Form unabhängig vom Anfangszeitpunkt ist. Des weiteren kann festgestellt werden, dass es sich hierbei um geometrische Verteilungen handelt. Die Wiederkehrzeit ist im hier betrachteten stationären Fall das Reziproke der Eintrittswahrscheinlichkeit und damit 100 Zeitschritte – unabhängig

vom Startzeitpunkt. Wendet man aber die allgemeine Gleichung für die Wiederkehrzeit an und gibt einen Zeithorizont von 600 Zeitschritten vor, so erkennt man, dass in diesem Fall durch das Abrechnen der Summe nach 500 bis 600 Zeitschritten die Wiederkehrzeit unterschätzt wird (s. Abbildung 2c).

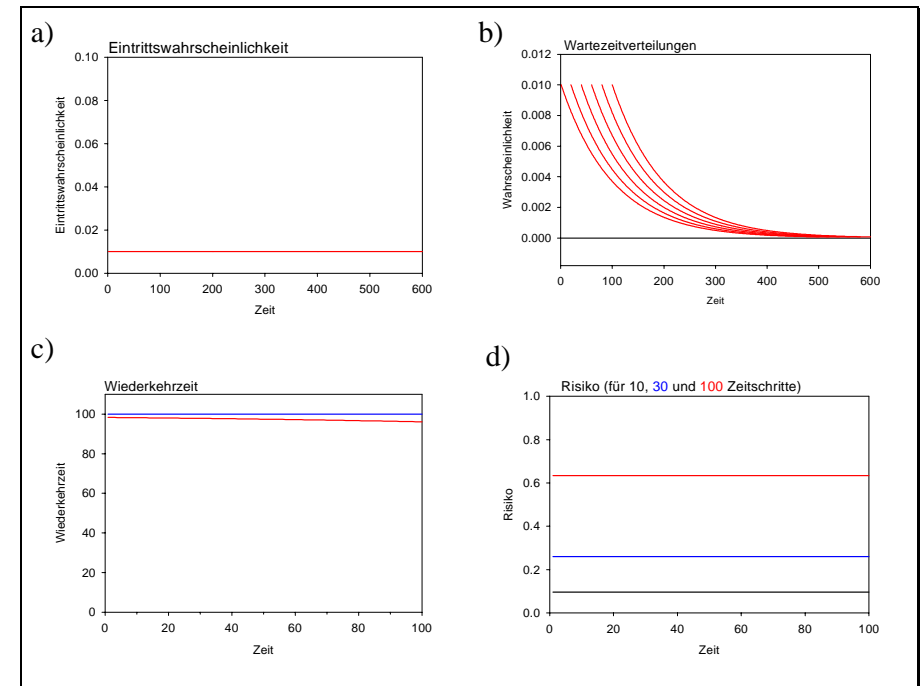


Abbildung 2: Kenngrößen für das Extremverhalten einer stationären Zeitreihe. Eintrittswahrscheinlichkeit für das Überschreiten einer Schwelle (a), Wartezeitverteilung für verschiedene Anfangszeitpunkte (b), Wiederkehrzeit (blaue Linie: exakte analytische Lösung, rote Linie: Approximation unter Verwendung von 600 Zukunftszeitschritten; c) und Risiko für das Eintreten mindestens eines Extremereignisses in einem vorgegebenen Zeitrahmen von 10 Zeitschritten (schwarze Linie), 30 Zeitschritten (blaue Linie) und 100 Zeitschritten (rote Linie; d).

Abbildung 2d zeigt das Risiko für das Eintreten mindestens eines Ereignisses (Überschreiten der vorgegebenen Schwelle) im Zeitintervall von 10, 30 und 100 Zeitschritten. Diese Risiken können exakt angegeben werden und hängen nicht vom Startzeitpunkt ab.

Im nächsten Abschnitt wird gezeigt, dass die Kenngrößen im allgemeinen Fall instationärer Zeitreihen ein wesentlich komplexeres Verhalten aufweisen können.

DER INSTATIONÄRE FALL

Kennt man die Dynamik, die für die zukünftige Entwicklung einer Zeitreihe verantwortlich ist, kann man im Prinzip die oben angegebenen Kenngrößen berechnen. Der Einfachheit halber werden in dieser Arbeit nur additive Modelle verwendet, die Zeitreihen generieren, die aus der Summe eines deterministischen und eines einfachen stochastischen Anteils bestehen. In diesem Fall lässt sich das extreme Verhalten problemlos aus dem mittleren Verhalten berechnen.

Vom mittleren zum extremen Verhalten

Um die oben angegebenen Kenngrößen des Extremverhaltens einer Variablen berechnen zu können, ist es notwendig, sowohl deren deterministischen als auch stochastischen Anteil zu erfassen. Daraus lässt sich die Wahrscheinlichkeit p_t für das Überschreiten einer konstanten Schwelle x_s als Funktion des Zeitpunktes t berechnen.

Der Einfachheit halber wird hier angenommen, dass der stochastische Anteil der Variablen durch ein Gaußsches weißes Rauschen beschrieben werden kann. Der deterministische Anteil drückt sich dann in einer Zeitabhängigkeit des Mittelwertes aus (Man könnte ohne mathematische Probleme auch andere Wahrscheinlichkeitsdichten verwenden bzw. auch den anderen Parameter, die Standardabweichung, als zeitabhängig annehmen). Damit folgt für die zeitabhängige Wahrscheinlichkeitsdichte des Zufallsprozesses, dessen Realisation eine beobachtete Zeitreihe ist

$$f_x(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(x - \mu(t))^2}{2\sigma^2}\right)$$

mit dem zeitabhängigen Mittelwert $\mu(t)$ und der konstanten Standardabweichung σ . Für den Fall, dass $\mu(t)$ und σ bekannt sind, lassen sich dann im Prinzip alle weiteren Kenngrößen berechnen. Es folgt ein Beispiel, um dies zu verdeutlichen.

Ein künstliches Beispiel

Der deterministische Anteil des Zufallsprozesses aus dem die Zeitreihe stammt sei durch eine Sinusfunktion mit der Frequenz $\omega = 2\pi/100$ und der Amplitude $A=1$ beschrieben. Der stochastische Anteil sei ein Gaußsches weißes Rauschen mit der Standardabweichung $\sigma=1$. Der Zufallsprozess, dessen Realisationen beobachtete Zeitreihen sind, hat dann die Form $X(t) = A \sin(\omega t) + \sigma \eta(t)$.

Für die zeitabhängige Wahrscheinlichkeitsdichte folgt daraus

$$f_x(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(x - A\sin(\omega t))^2}{2\sigma^2}\right)$$

Damit lässt sich die Wahrscheinlichkeit p_t für das Überschreiten einer beliebigen Schwelle x_s zur Zeit t berechnen. Alle weiteren oben angegebenen Kenngrößen des Extremverhaltens folgen daraus.

Abbildung 3a zeigt eine Realisation des reinen stochastischen Anteils und die zugehörige Schwelle, die nur mit einer Wahrscheinlichkeit von einem Prozent überschritten wird. Abbildung 3b zeigt die reine Sinusschwingung, die Überlagerung dieser mit dem stochastischen Anteil und die gleiche Schwelle, wie in Abbildung 3a. Es ist klar zu sehen, dass die deterministische Komponente die Wahrscheinlichkeit für das Überschreiten der Schwelle verändert hat. Diese ist jetzt zeitabhängig.

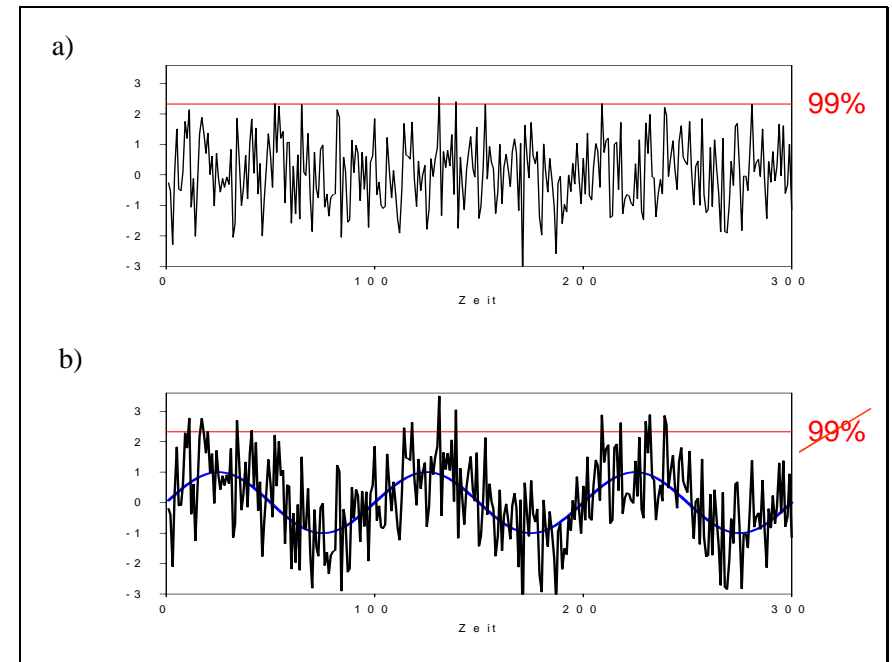


Abbildung 3: Realisation einer Zufallsvariablen ohne zeitliche Struktur (a) und mit überlagerter Sinusschwingung (b).

In Abbildung 4 a-d sind die Kenngrößen des Extremverhaltens für den oben definierten stochastischen Zufallsprozess dargestellt. Abbildung 4a zeigt den zeitlichen Verlauf der Überschreitungswahrscheinlichkeit für die Schwelle, die ohne den deterministischen Anteil mit der Wahrscheinlichkeit von einem Prozent überschritten wird. Sie schwankt zyklisch zwischen ca. 0.005 und .09. Abbildung 4b zeigt den Verlauf der Wartezeitverteilung, falls zum Zeitpunkt $t_1 = 0$ begonnen wird. Es ist deutlich zu erkennen, dass für den Fall, dass innerhalb der ersten ca. 50 Zeitschritte die Schwelle nicht überschritten wird, es zunächst sehr unwahrscheinlich wird, dass dies in den folgenden ca. 50 Zeitschritten geschieht. Erst dann steigt

diese Wahrscheinlichkeit wieder an. Lokale Maxima der Wartezeitverteilung treten erwartungsgemäß bei den Zeitschritten $n \cdot 100 + 25$ mit $n = 0, 1, 2, \dots$ auf. Die Minima erscheinen 50 Zeitschritte später. Mit zunehmendem n werden die Maxima rasch kleiner. Dies reflektiert, dass es sehr unwahrscheinlich ist, innerhalb der ersten positiven Halbwellen der Sinusschwingung keine Überschreitungen der Schwelle vorzufinden.

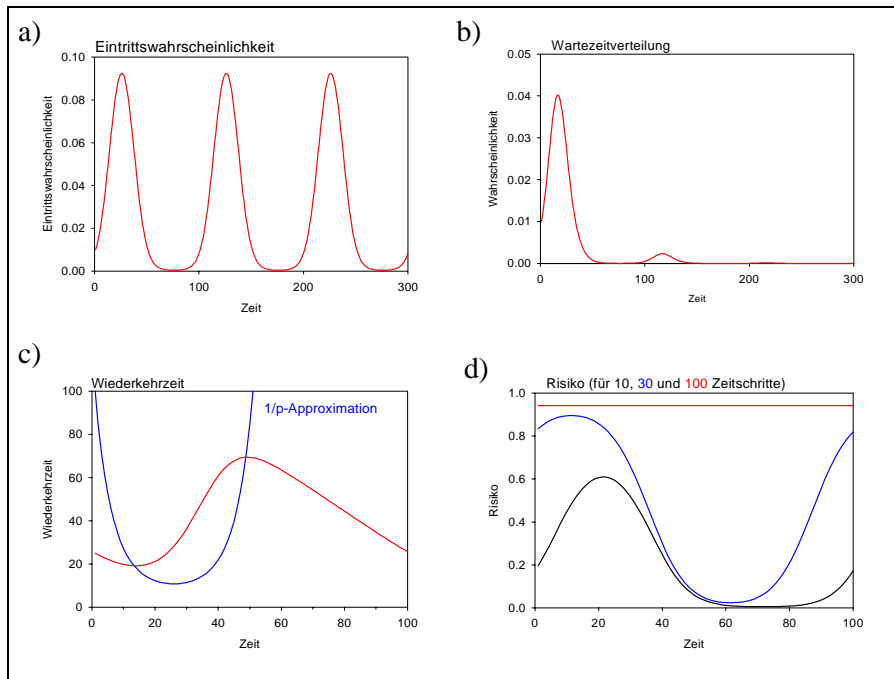


Abbildung 4: Wie Abbildung 2, jedoch für den Fall einer überlagerten Sinusschwingung.

Abbildung 4c zeigt den Verlauf der Wiederkehrzeit für die ersten 100 Zeitschritte. Sie setzt sich danach zyklisch fort. In rot sind die Werte für die Approximation der Summe mit 600 Zeitschritten

eingezeichnet. Da die Wahrscheinlichkeit für das erstmalige Überschreiten der Schwelle nach mehr als 600 Zeitschritten verschwindend gering ist, ist dies eine sehr gute Approximation der Wiederkehrzeit. Verwendet man stattdessen für die Wiederkehrzeit die Annahme $\tau_t = \frac{1}{p_t}$, wie sie bei konstanter Überschreitungswahrscheinlichkeit richtig wäre, so erhält man das völlig falsche Resultat, dass die Wiederkehrzeit mit einer Periode von 100 Zeitschritten zwischen ca. 10 und 2500 Zeitschritten schwankt. Dies zeigt sehr eindrucksvoll, dass diese Annahme bei instationären Zeitreihen nicht (auch nicht als Näherung) verwendet werden sollte. Abbildung 4d zeigt den zeitlichen Verlauf des Risikos für Zeitfenster von 10, 30 und 100 Zeitschritten.

Nach der Diskussion dieses künstlichen Beispiels für die Bestimmung der Kenngrößen des Extremverhaltens instationärer Zufallsprozesse, wird sich in den folgenden beiden Abschnitten beispielhaft zwei klimatologischen Fällen gewidmet. Dabei tritt das Problem auf, dass man keine Dynamik vorgegeben hat. Man muss also in einem ersten Schritt aus der beobachteten Zeitreihe auf den generierenden Zufallsprozess schließen. Darüber hinaus ist man zum Teil auf Zukunftsprojektionen angewiesen. Dennoch lässt sich aus der Beobachtung des mittleren Verhaltens von klimatischen Variablen über die letzten hundert Jahre einiges über deren Extremverhalten lernen.

Heiße Sommer in Frankfurt am Main

Als erstes Beispiel der Analyse einer klimatologischen Zeitreihe werden die beobachteten Monatsmitteltemperaturen von Frankfurt am Main für den Zeitraum von Januar 1899 bis Dezember 1998 (1200 Monate) untersucht. Diese Zeitreihe wird mit Hilfe eines additiven Modells und einer stufenweisen Regressionsanalyse in Komponenten zerlegt (Grieser et al., 2000). Es zeigt sich, dass die Zeitreihe als Summe aus Jahresgang, eines progressiv steigenden Trends, einiger extremer winterlicher Kaltereignisse und eines autokorrelierten Gaußschen Rauschens beschrieben werden kann.

Abbildung 5a zeigt die Zeitreihe nach der Elimination des Jahresgangs und den signifikanten progressiv steigenden Trend. Man kann deutlich sehen, wie klein die Trendkomponente im Vergleich zur Variationsbreite der Schwankungen ist. Einige extreme Kaltereignisse heben sich deutlich vom Rest der Zeitreihe ab. Diese treten ausschließlich im Winter auf. Deswegen und um die weitere Diskussion unabhängig von der Autokorrelation der Zeitreihe durchführen zu können, werden im folgenden nur Augustmonate betrachtet. Da der August der wärmste Kalendermonat in Frankfurt ist, wird die Augusttemperatur als Indikator für heiße Sommer in Frankfurt verwendet. In Abbildung 5b ist der Trend in der Augusttemperatur in einem anderen Maßstab eingezeichnet. Aus der Standardabweichung der Rauschkomponente für August lässt sich die Schwelle angeben, die im Jahr 1899 nur eine Überschreitungswahrscheinlichkeit von einem Prozent hatte. Auch diese ist in Abbildung 5b eingezeichnet. Im

folgenden wird das Überschreiten dieser Schwelle als heißer Sommer bezeichnet.

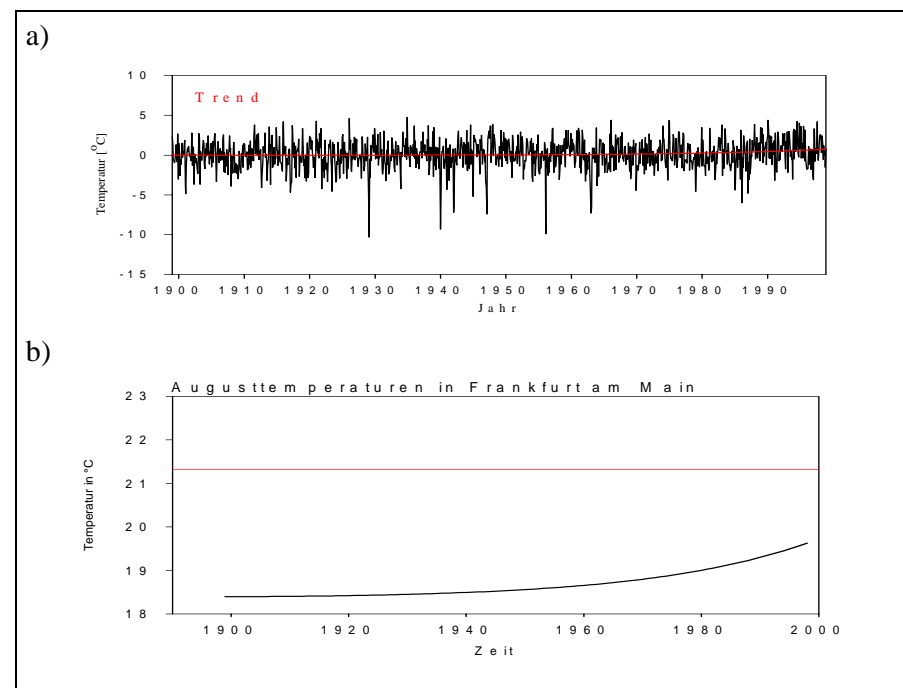


Abbildung 5: Beobachtete monatliche Temperaturanomalien in Frankfurt am Main von 1899 bis 1998 (1200 Werte) sowie deren signifikant nichtlinearer Trend (a) und Trend in den Augusttemperaturen sowie die Schwelle, die im Jahr 1899 nur eine Überschreitungswahrscheinlichkeit von einem Prozent hatte (b).

Unter der Annahme, dass ausschließlich der Trend und das Gaußverteilte Rauschen die Augusttemperaturen in Frankfurt bestimmen, können alle für das Extremverhalten notwendigen Informationen gewonnen werden. Abbildung 6 a-d zeigt die Ergebnisse. Es ist deutlich zu sehen, dass die Wahrscheinlichkeit für einen heißen Sommer in Frankfurt von einem Prozent 1899 (gemäß der Definition) auf über 9% im Jahr 1998 angestiegen ist. Abbildung 6 b zeigt die Wartezeitverteilungen für verschiedene Startzeitpunkte und unter der konservativen Annahme, dass sich die Überschreitungswahrscheinlichkeit nach 1998 nicht weiter verändert. In Abbildung 6c ist der zeitliche Verlauf der Wiederkehrzeit nach der exakten Gleichung und die Approximation als Reziprokes der Eintrittswahrscheinlichkeit eingezeichnet. Man sieht deutlich, dass die Wiederkehrzeit von etwa 60 Jahren auf etwa 11 Jahre gefallen ist und dass die Approximation die Realität um etwa einen Faktor 2 überschätzt.

Abbildung 6d zeigt, dass das Risiko einen heißen Sommer innerhalb der kommenden 10 Jahre in Frankfurt zu erleben von unter 10% im Jahr 1899 auf über 60% im Jahr 1998 angestiegen ist. Für einen Zeithorizont von 30 Jahren ist das Risiko im gleichen Zeitraum von unter 30% auf über 90% angestiegen.

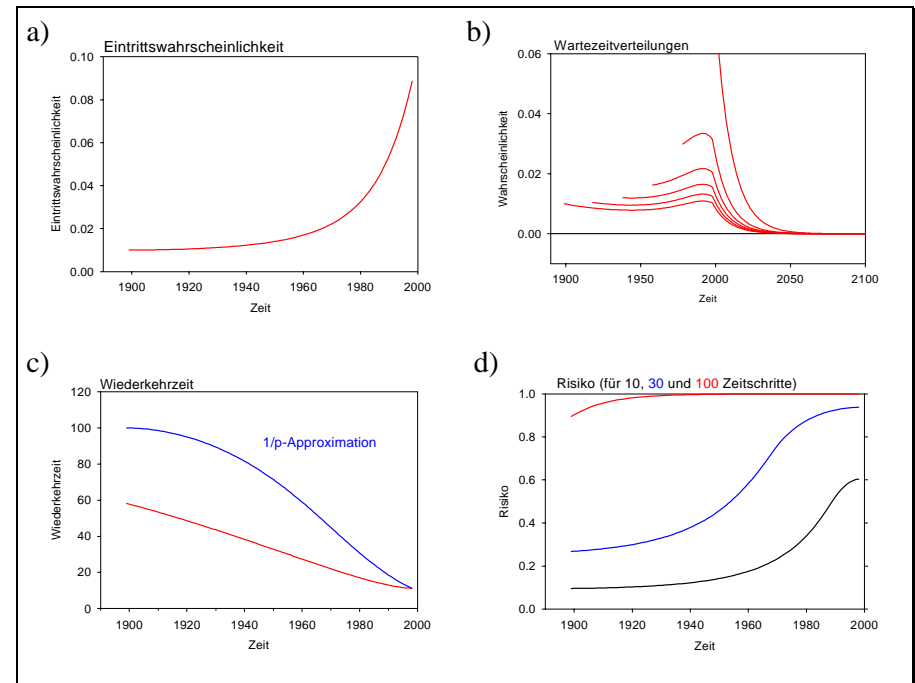


Abbildung 6: Wie Abbildung 2, jedoch für die von 1899 bis 1998 beobachteten Augusttemperaturen in Frankfurt am Main und der Annahme völliger Stationarität im Folgezeitraum.

Die Berechnungen des Risikos basieren auf der Annahme, dass sich nach 1998 die Wahrscheinlichkeit für einen heißen Sommer nicht weiter ändert. Davon sind die Risiken für das 10-Jahreintervall ab 1899, das 30-Jahreintervall ab 1969 und das 100-Jahreintervall von Beginn an betroffen. Da das Modell für den die Zeitreihe generierenden Zufallsprozess nur beschreibend, nicht aber erklärend ist, konnte die Annahme über den zukünftigen Verlauf der Überschreitungswahrscheinlichkeit nur willkürlich sein. Anders liegen die Dinge, wenn man statt eines beschreibenden Modells ein

erklärendes Modell für den die Zeitreihe generierenden Prozesses findet. In diesem Fall sind begründete Zukunftsszenarien möglich. Der nächste Abschnitt ist einem Beispiel hierzu gewidmet.

Warme Jahre in den „Neuen Bundesländern“

In diesem Beispiel wird eine Zeitreihe der Jahresmittelwerte der Temperatur analysiert. Es wird dazu nicht wie im vorherigen Beispiel eine Stationsreihe verwendet, sondern eine Zeitreihe, die aus einer räumlichen Mittelung gewonnen wurde (Parker, 1994). Die Zeitreihe bezieht sich auf den Gitterpunkt mit den Koordinaten 12.5° Ost und 52.5° Nord eines 5*5-Grad Gitters. Dieser Gitterpunkt kann als repräsentativ für die Neuen Bundesländer der Bundesrepublik Deutschland angesehen werden.

Da durch die zeitliche Mittelung (Jahre) und die räumliche Mittelung lokale Wettervariabilität unterdrückt wurde, ist die Zeitreihe als Summe von klimatischen Einflussgrößen und Klimarauschen aufzufassen. Eine stufenweise Regression mit 4 natürlichen und 2 anthropogenen Einflusszeitreihen zeigt, dass die Temperaturvariationen T_D im wesentlichen durch die Nord-Atlantik-Oszillation (NAO, 8.9% erklärte Varianz), anthropogene Treibhausgase (GHG, 7.6% erklärte Varianz) und unerklärtes Klimarauschen (Noise, 78.7% erklärte Varianz) beschrieben werden kann (Grieser et al., 2000). Demnach können wir als Modell ansetzen

$$T_D \cong T_{NAO} + T_{GHG} + T_{Noise} \cdot$$

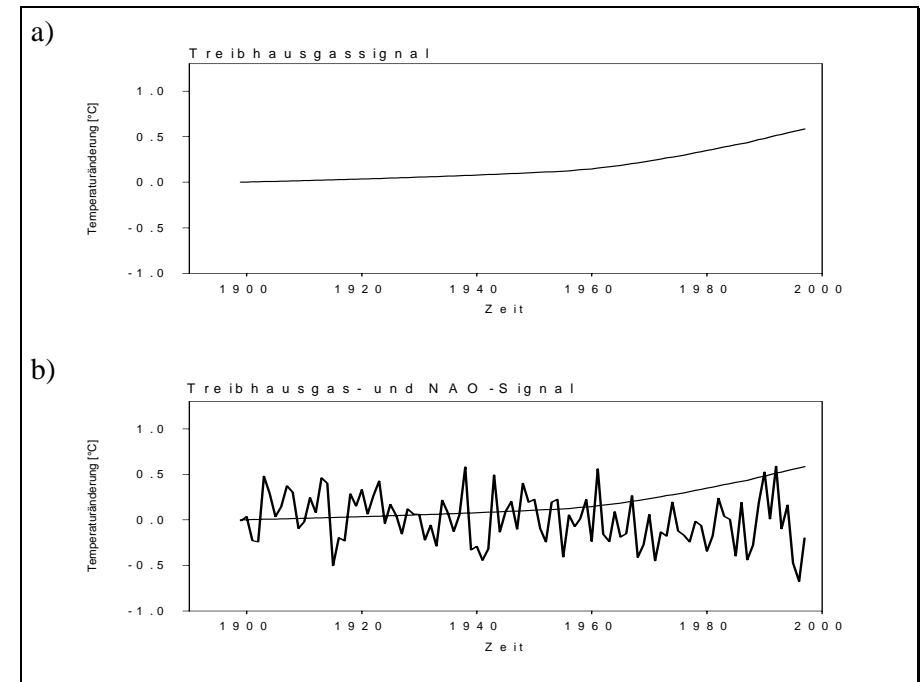


Abbildung 7: Anteil der beobachteten jährlich gemittelten Temperaturen über Deutschland, der dem anthropogenen Treibhausgaseffekt zugeordnet werden kann (a) sowie der Anteil, der mit der Nordatlantik Oszillation in Einklang ist (b).

Abbildung 7a zeigt den zeitlichen Verlauf der Temperatur, der dem anthropogenen Antrieb zugeordnet werden kann, Abbildung 7b zeigt zusätzlich noch den Anteil, der mit der NAO in Einklang ist. In Abbildung 8a ist die Summe von anthropogenem und natürlichem Anteil eingezeichnet, sowie die 99% Schwelle des natürlichen Rauschens. Es ist klar zu sehen, dass die NAO und der Treibhauseffekt sich in manchen Jahren positiv überlagern, was zu

besonders starken Ausschlägen führt, während der Einfluss der NAO in anderen Jahren die anthropogene Erwärmung völlig kompensiert.

Da das hier verwendete Modell für die Zeitreihe physikalisch motiviert ist, erlaubt es Zukunftsprojektionen. In Abbildung 8b ist der Temperaturverlauf, wie er mit Hilfe des Modells (der oben angegebenen einfachen Gleichung) aus dem IPCC Business-As-Usual-Szenario (Houghton et al., 1990) stammt, für die nächsten 100 Jahre eingezeichnet. Dieser schneidet die 99%-Schwelle des natürlichen Rauschens in den achtziger Jahren dieses Jahrhunderts. Das bedeutet, dass ein Jahr, das so warm ist, dass es im Jahr 1899 als Jahrhundertereignis gegolten hätte (Eintrittswahrscheinlichkeit 1%), im Rahmen der Modellvorstellungen in den achtziger Jahren dieses Jahrhunderts als gewöhnlich (Zweijahresereignis, Eintrittswahrscheinlichkeit 50%) bezeichnet werden kann.

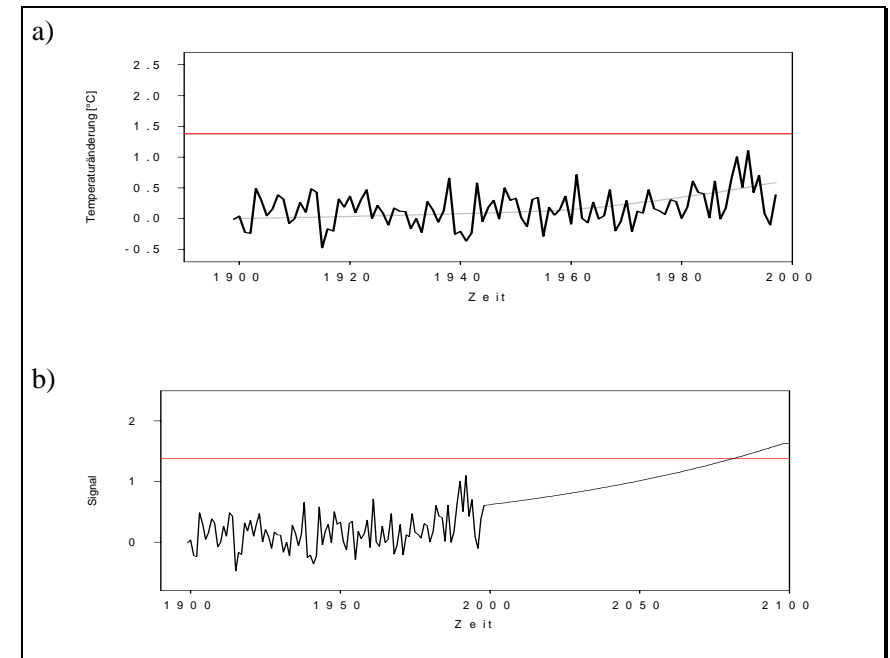


Abbildung 8: Summe aus Treibhausgas- und Nordatlantiksinal in der beobachteten deutschen Mitteltemperatur von 1899 bis 1998 (a) und eine Zukunftsprojektion auf der Basis des IPCC Business-As-Usual Szenarios (b) sowie der Schwellwert, der im Jahr 1899 eine Überschreitungswahrscheinlichkeit von einem Prozent hatte.

Abbildung 9a zeigt den zeitlichen Verlauf der Eintrittswahrscheinlichkeit eines warmen Jahres von 1899 bis 1998 als Folge von NAO und anthropogenen Treibhausgasen und ab 1999 als Folge der Treibhausgase alleine (für das oben angegebene Szenario). Man sieht deutlich, wie der Einfluss der Nord-Atlantik-Oszillation der Eintrittswahrscheinlichkeit eine hohe Jahr-zu-Jahr-Variabilität aufzwingt. Letztere spiegelt sich auch in der Wartezeitverteilung wider, die nun sehr empfindlich vom Startzeitpunkt abhängt (Abbildung 9b). Trotzdem ist die Wiederkehrzeit, der Erwartungswert der Wartezeitverteilung für jeden Anfangszeitpunkt, eine sich nur langsam mit der Zeit verändernde Variable. Die Näherung der Wiederkehrzeit als Inverses der Eintrittswahrscheinlichkeit ist in diesem Fall großer zeitlicher Variabilität unbrauchbar und nur als abschreckendes Beispiel in Abbildung 9c eingezeichnet. Abbildung 9d zeigt die Risiken ein warmes Jahr in Deutschland innerhalb eines gewissen Zeitraums (10, 30, 100 Jahre) vorzufinden, in Abhängigkeit vom Startzeitpunkt. Die hohe zeitliche Variabilität der NAO prägt diesen eine gewisse zeitliche Unruhe auf. Der wesentliche Effekt der NAO ist allerdings eine Erhöhung des Risikos, da zusätzlich zum langsamen Anstieg der Treibhausgase systematisch relativ starke positive wie auch negative Signale aufgeprägt werden. Dabei reicht ein einziges Jahr mit einer hohen Wahrscheinlichkeit aus, um das Risiko mindestens ein Ereignis in einem gewissen Zeitfenster vorzufinden, deutlich zu erhöhen. Dies zeigt, dass es für die zuverlässige Analyse der zeitlichen Änderung des Risikos notwendig ist, zusätzlich zum trendartigen Anteil einer

Zeitreihe auch den strukturierten Anteil bei höheren Frequenzen zu kennen und vom reinen Zufallsrauschen separieren zu können.

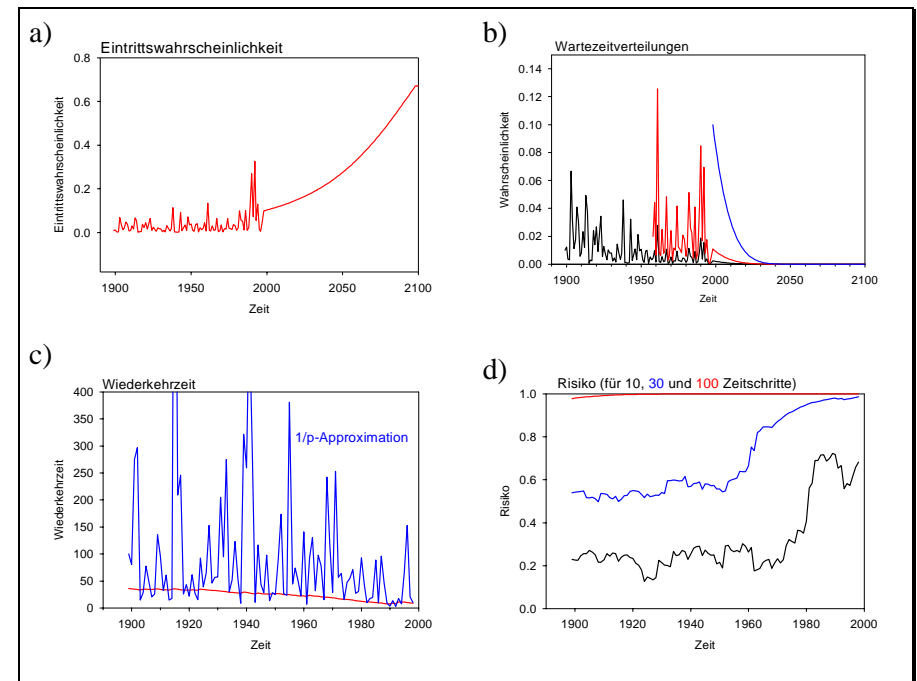


Abbildung 9: Wie Abbildung 2, jedoch für die jährlich gemittelte deutsche Mitteltemperatur und unter Verwendung des Business-As-Usual Zukunftsszenarios des IPCC für die folgenden 100 Jahre.

ZUSAMMENFASSUNG UND FOLGERUNGEN

In diesem Beitrag werden die Grundbegriffe für die Statistik extremer Werte in Zeitreihen in Erinnerung gerufen und auf Zeitreihen aus stationären und instationären Prozessen angewendet. Es zeigt sich unter anderem, dass die Wiederkehrzeit im allgemeinen ein schwierig zu bestimmendes und weniger aussagekräftiges Maß ist als das Risiko, innerhalb eines bestimmten Zeitraums mindestens ein

Ereignis einer bestimmten Art vorzufinden. Zwar kann das Risiko für kurze Zeiträume sehr genau abgeschätzt werden, für längere Zeiträume hingegen, die in die Zukunft hineinreichen, ist man auf Zukunftsprojektionen angewiesen.

Gelingt es, ein einfaches Modell für die Beschreibung bzw. Erklärung einer beobachteten klimatologischen Zeitreihe zu finden, so hat man im Prinzip alle Information zur Hand, um die Wahrscheinlichkeit für das Eintreten extremer Werte zu berechnen. In diesem Beitrag wurde dies an zwei einfachen Beispielen demonstriert. Am Beispiel der Augusttemperaturen in Frankfurt am Main hat sich gezeigt, dass selbst schwache Trends, die Wahrscheinlichkeit für das Überschreiten vorgegebener Schwellen stark verändern.

Die Beispiele dieses Beitrags sind als Voruntersuchungen zu verstehen. Es sind einfache Beispiele, die die Strategie verdeutlichen und zu aussagekräftigen Ergebnissen führen. In zukünftigen Untersuchungen sollte die Strategie auf andere Variablen (insb. Niederschlag) und zeitliche Auflösungen (insb. Tagesdaten) angewendet werden. Dabei stellt sich das Problem, ein geeignetes Modell zur Beschreibung der beobachteten Zeitreihen zu finden, falls deren Rauschkomponenten signifikant nicht-Gaußverteilt sind und/oder Autokorrelation aufweisen oder falls ein linearer additiver Ansatz an sich unpassend ist.

Da sich gezeigt hat, dass die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten extremer Werte sehr sensibel von kleinen Schwankungen im Mittelwert abhängt, stellt sich die Frage, wie sensibel Fehler in der Schätzung dieser Wahrscheinlichkeit von Fehlern in der Schätzung der

Schwankungen der Modellparameter abhängen (in den Beispielen nur des zeitabhängigen Mittelwerts und der konstanten Varianz). Diese Frage bietet Raum für theoretische Untersuchungen.

LITERATUR

- Grieser, J., Saeger, T. und Schönwiese, C.-D.: Statistische Analyse zur Früherkennung globaler und regionaler Klimaänderungen aufgrund des anthropogenen Treibhauseffekts, Eigenverlag des Instituts für Meteorologie und Geophysik Postfach 11 19 32, 60054 Frankfurt/Main, 2000.
- Houghton, J.T., Jenkins, G.J., und Ephraums, J.J., Herausgeber: Climate Change, The IPCC Scientific Assessment. Cambridge University Press, Cambridge, New York, Melbourne, 1990.
- Parker, D.E., Jones, P.D., Folland, C.K., und Bevan, A.: Interdecadal changes of surface temperature since the late nineteenth century. JGR, 99: 14373—14399, 1994.