TRANSPORTNI PROBLEM U ŠUMARSTVU

Primljen: 27.4.2012.
Prihvaćen: 9.5.2012.

UDK 656:630
Izvorni znanstveni rad

Dr. Dominika Crnjac Milić, Assistant Professor
J. J. Strossmayer University of Osijek, Faculty of Electrical Engineering
Kneza Trpimira 2b, HR - 31000 Osijek, Croatia
e-mail: dominika.crnjac@etfos.hr

Hrvoje Crnjac, 3rd year student, Master's degree study programme
J. J. Strossmayer University of Osijek, Faculty of Economics in Osijek
Trg Lj. Gaja 7, HR- 31000 Osijek, Croatia

SAŽETAK - U ovom radu ćemo teorijski i praktično riješiti jedan konkretan problem "Hrvatskih šuma" koje u svom sastavu imaju dvije transportne jedinice koje prevoze drvni materijal od pomoćnog stovarišta (tvrda šumska cesta) do glavnog stovarišta (kraj željezničkog kolodvora). Rješava se transportni problem kao specijalni slučaj linearnog optimiranja.U radu ćemo koristiti analitičko rješenje.

Ključne riječi: transport, optimizacija, analitičko rješenje, funkcija cilja.

ABSTRACT - In this paper we will theoretically and practically solve a specific problem of the company "Hrvatske šume" Ltd which has two transportation units transporting wood material from an ancillary storage facility (an unpaved forest road) to the main storage facility (near the railway station). The transportation problem is solved as a special case of linear optimisation.An analytical solution will be used in the paper.

Key words: transportation, optimisation, analytical solution, objective function.

I. POSTAVLJANJE PROBLEMA

U ovom radu ćemo specijalni problem šumarstva pokušat optimizirati putem matematičkog modela transporta prikazanog na primjeru Šumarije koja je u sastavu javnog poduzeća "Hrvatske šume". Kod ovog transportnog problema drveni sortimenti (trupci,celuloza, višemetrica) u količini a_i prevoze s pomoćnog stovarišta $i = 1,2,...,m$ na glavno stovarište u količinama b_j, $j = 1,2,...,n$ koju glavno stovarište treba. Količina koju se prevozi iz mjesta i u mjesto j je x_{ij} i izražena je u tonama.

Matematička formulacija problema se sastoji u tome da treba naći brojeve x_{ij} $(i = 1,2,...,m,\ j = 1,2,...,n)$ za koje funkcija cilja izražava ukupne tona kilometre (tkm) koje treba minimalizirati, a koji se sastoje od umnoška jediničnih udaljenosti c_{ij} (između pomoćnih i glavnih stovarišta) i količina koje se prevoze.

$$tkm = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} x_{ij} c_{ij} (\min)$$

Uvjet koji se postavlja pred ovaj model je zahtjev nenegativnosti za količine koje se transportiraju $x_{ij} > 0$, za svaki $(i = 1,2,...,m,\ j = 1,2,...,n)$ i da je suma svih ponuđenih količina jednaka sumi koja se potražuje na glavnom stovarištu. Ukoliko to nije ispunjeno uvodi se dopunska varijabla koja "preuzima" količinu koja manjka. [1.]

Prethodno teorijski prikazan problem pojednostavljeno ćemo izložiti na primjeru Šumarije koja s tri pomoćna stovarišta $(S_1, S_2 \text{ i } S_3)$ prevozi robu na dva glavna stovarišta i to glavno stovarište O_1 i glavno stovarište O_2.

Budući da se roba otprema svakodnevno sa stovarišta, a doprema povremeno uzet ćemo onaj moment kada je roba dopremljena. U tom trenutku na S_1 se nalazi 1500 tona robe, na S_2 1000 tona, a na S_3 također 1000 tona. Iste količine treba prevesti na O_1 1500 t i O_2 2000 t.

Iz praktičnih razloga robu iskazujemo u tonama, a ne u m^3 jer je dozvoljena nosivost kamiona u tonama.

Udaljenost između S_1 i O_1 je 10 km, S_2 i O_1 15 km, S_3 i O_1 18 km, S_1 i O_2 30 km, S_2 i O_2 15 km i između S_3 i O_2 17 km.

Ukupni tona kilometri dani su funkcijom cilja koju treba minimalizirati, a glasi:

$$Z = 10x_{11} + 15x_{12} + 18x_{13} + 30x_{21} + 15x_{22} + 17x_{23}$$

Između mnoštva transportnih programa koji zadovoljavaju funkciju cilja treba odabrati onaj kod koga će ukupni tonakilometri biti najniži.

Postoji više poznatih metoda putem kojih se može doći do rješenja, međutim ovdje ćemo prikazati analitičko rješenje.

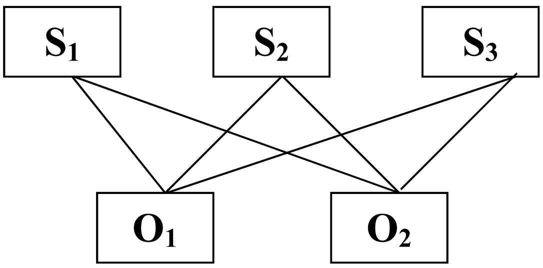
Udaljenosti između svakog pomoćnog i svakog glavnog stovarišta prikazane su u tablici 1.

Tablica 1.

	S_1	S_2	S_3	a_i
O_1	$d_{11}=10$	$d_{12}=15$	$d_{13}=18$	1500
O_2	$d_{21}=30$	$d_{22}=15$	$d_{23}=17$	2000
b_j	1500	1000	1000	3500

Tako npr. d_{12} pokazuje kolika je udaljenost između drugog pomoćnog stovarišta S_2 i prvog glavnog stovarišta O_1.

Budući da ima $m = 2$ odredišta i $n = 3$ ishodišta postoji $m \cdot n = 6$ mogućih transportnih mogućnosti. Transportne mogućnosti prikazane su na slici.



S_1, S_2, S_3 = POMOĆNA STOVARIŠTA
O_1, O_2 = GLAVNA STOVARIŠTA

Nepoznate količine koje se mogu prevesti na mogućim relacijama prikazane su u tablici 2.

Tablica 2.

	S_1	S_2	S_3	a_i
O_1	x_{11}	x_{12}	x_{13}	1500
O_2	x_{21}	x_{22}	x_{23}	2000
b_j	1500	1000	1000	3500

Treba pronaći takve veličine x_{ij} da sumi elemenata u redovima odgovara ukupna količina koja se dovozi na glavno stovarište. Mogu se prikazati sljedeće jednadžbe. [4.]

$x_{11} + x_{12} + x_{13}$ = 1500

x_{21} + x_{22} + x_{23} = 2000

x_{11} + x_{22} = 15000

x_{12} + x_{22} = 1000

x_{13} + x_{23} = 1000

x_{ij} > 1000

Prethodni sustav jednadžbi sastoji se bez funkcije cilja od 5 jednadžbi i šest nepoznanica. Budući da ima više nepoznanica nego jednadžbi, sustav je neodređen, tj. ima mnogo rješenja.

II. ANALITIČKO RJEŠENJE

Radi jednostavnijeg rada s jednadžbama u funkciji cilja i ostalim jednadžbama zamijenit ćemo x_{11} sa x_1, x_{12} sa x_2, x_{13} sa x_3, x_{13} sa x_4, x_{22} sa x_5 i x_{23} sa x_6. Tada funkcija cilja i jednadžbe izgledaju ovako:

$$Z = 10x_1 + 15x_2 + 18x_3 + 30x_4 + 15x_5 + 17x_6$$

$x_1 + x_2 + x_3$ = 1500

x_4 + x_5 + x_6 = 2000

x_1 + x_4 = 1500

x_2 + x_5 = 1000

x_3 + x_6 = 1000

Varijable x_3, x_4, x_5 i x_6 izrazit ćemo pomoću x_1 i x_2. Tada dobivamo sljedeće 4 jednadžbe:

x_3 = 1500 - x_1 - x_2

x_4 = 1500 - x_1

x_5 = 1000 - x_2

x_6 = -500 + x_1 + x_2

Budući da je u funkciji cilja uz x_4 najveći koeficijent, a mi tražimo minimum, x_4 izjednačujemo s nulom. Dakle, $x_4 = 0,\ x_1 = 1500,\ x_3 = -x_2$, što je moguće onda i samo onda ako je $x_3 = x_2 = 0$, jer količine moraju ispunjavati uvjet nenegativnosti, $x_5 = 1000$ i $x_6 = 1000$.

Tako smo dobili početno bazično rješenje. [5.] Sada funkciju cilja izrazimo pomoću x_1 i x_2.

$$Z = 10x_1 + 15x_2 + 18(1500 - x_1 - x_2) + 30(1500 - x_1) +$$
$$15(1000 - x_2) + 17(-500 + x_1 + x_2) =$$
$$-21x_1 - x_2 + 78500$$

Budući da varijable x_1 i x_2 u funkciji cilja imaju negativan predznak postignuto rješenje je optimalno. Uvrštavanjem dobivenih količina u funkciju cilja dobijemo da su minimalni tonakilometri jednaki 47000.

III. ZAKLJUČAK

Transportni problem prijevoza drvnih sortimenata šumarstva u praksi je daleko kompleksniji. Da bi se pronašle optimalne veličine koje bi respektirale nova ograničenja koja se pojavljuju u logistici transporta neophodno je koristiti programska rješenja jer je brzina u donošenju odluka od velike važnosti svugdje pa tako i šumarstvu.

LITERATURA

1. Gill P.E. Murray W. and Wrigth M.H. (1991), Numericel Linear Algebra and Optimization
2. Golub, G.H. von Loan, C.F. Metrix Computations, The J. Hopkins Universety Press, Baltimone and London (1989).
3. Long, O. Uvod u ekonometriju, Sarajevo (1956)
4. Martić Lj. Matematičke metode za ekonomiste Narodne novine Zagreb, 1979.
5. Dantzing G.B. Linear programing and Extensions Princeton University Press, N.J. 1963.