

공학석사 학위논문

복합재의 탄성 및 감쇠 계수 측정에 관한  
실험 연구

*An Experimental Study on the Measurement of Elastic and  
Damping Coefficients of a Composite Material*

지도교수    박한일

2007년 8월

한국해양대학교 대학원

해양개발공학과

손    재    근

본 논문을 손재근의 공학석사 학위논문으로 인준함

주임    공학박사    최 경 식 (인)

위원    공학박사    서 영 교 (인)

위원    공학박사    박 한 일 (인)

2007년 8월

한국해양대학교 대학원

해양개발공학과

손 재 근

*An Experimental Study on the Measurement of Elastic and  
Damping Coefficients of a Composite Material*

By

*Jae-geun Son*

*Department of Ocean Development Engineering  
Graduate School of Korea Maritime University*

**ABSTRACT**

*Understanding viscoelastic properties of composite materials is essential for the design and analysis of composite structures. Specially, the loss factor and Young's modulus must be known to develop finite element codes for a composite structure with several damping materials. In this study, an advanced technique for obtaining accurate loss factor and Young's modulus of a composite structure is introduced based on ASTM(American Society for Testing and Materials) and a curve fitting method. The loss factor and young's modulus of a composite structure are measured for different temperatures by performing the test in a vibration measurement room where temperature varies from 5 to 45 Celsius.*

# 목 차

<i>Abstract</i> .....	i
목차 .....	ii
표 목차 .....	iv
그림 목차 .....	v
1. 서 론 .....	1
2. 이론적 배경 .....	3
2.1 점탄성 특성 .....	3
2.1.1 기초보의 물성치 .....	3
2.1.2 점탄성 재료의 물성치 .....	4
2.2 일반 점성 감쇠계 .....	5
2.3 곡선 맞춤법 .....	12
2.3.1 편분 반복법 .....	13
2.3.2 선형 직접법 .....	16
2.4 환경 요인에 따른 특성 .....	17
2.4.1 온도에 의한 영향 .....	17
2.4.2 주파수에 의한 영향 .....	18
3. 특성 파악 실험 .....	20
3.1 실험방법 .....	20
3.2 시편과 실험 장치 .....	21
3.3 실험 조건 .....	22
3.4 실험 결과 .....	23
3.4.1 곡선 맞춤 .....	23
3.4.2 선형 직접법에 의한 곡선 맞춤 .....	24
3.4.3 편분 반복법에 의한 곡선 맞춤 .....	25
3.4.4 온도 변화에 따른 특성 파악 .....	29

4. 결론 .....	33
참고문헌 .....	35

## 표 목 차

Table 2-1	$C_n$ Value of each modes .....	4
Table 3-1	Size of specimens .....	21
Table 3-2	Resonance frequency and modal damping ratio .....	23
Table 3-3	Natural frequency and modal damping ratio .....	24
Table 3-4	Selected natural frequency and modal damping ratio .....	26

## 그림 목차

Fig. 2-1	Variation of modulus and material loss factor with temperature	18
Fig. 2-2	Variation of modulus and material loss factor with frequency	19
Fig. 3-1	Curve fitting step	21
Fig. 3-2	Test specimens(ASTM)	22
Fig. 3-3	Experimental set-up	22
Fig. 3-4	Transfer function graph of Oberst beam	23
Fig. 3-5	Measured and curve-fitted accelerance to 1st step	24
Fig. 3-6	Measured and curve-fitted accelerance on Newton-Raphson method	25
Fig. 3-7	Measured and curve-fitted accelerance to 1st step	27
Fig. 3-8	Measured and curve-fitted accelerance on Newton-Raphson method	29
Fig. 3-9	Frequency versus temperature for various mode (Oberst beam)	31
Fig. 3-10	Loss factor versus temperature for various mode (Oberst beam)	31
Fig. 3-11	Young's modulus versus temperature for various mode (Damping material)	32
Fig. 3-12	Loss factor versus temperature for various mode (Damping material)	32

# 1. 서 론

잠수함이나 유람선 등을 설계하거나 건조할 때는 기계에 의한 소음이나 진동을 줄여 주기 위한 기술이 중요하게 고려되고 있다. 이러한 목적을 달성하기 위하여 점탄성 재료의 복합재를 적용하는 연구가 활발히 진행되고 있다.

구조 해석 상용 프로그램으로 ANSYS와 NASTRAN 등을 비롯하여 여러 종류가 사용되고 있지만 복합 재료로 구성된 구조체를 해석할 경우 많은 검증 코드가 필요하다. 특히, 이들 상용 프로그램은 감쇠 특성 모델링에 있어서 미비점이 있고 감쇠 구조물의 고주파 해석에 어려움이 많아 복합재 해석에 많은 한계가 있다. 따라서 특수 목적용 복합재의 감쇠 구조 해석용 전산 코드 개발이 증가하고 있다. 그러나 감쇠 유한 요소 코드를 개발할 때는 이에 부합하는 검증이 필요하고 검증을 위해서는 복합재의 탄성계수(Young's modulus)와 손실계수(Loss factor)를 추정할 필요가 있다. 여러 분야에서 탄성계수와 손실계수를 구하는 실험이 실시되고 있으나 실험자의 관심 분야나 정확도에 따라 실험 방식이나 적용 방법에 있어서 차이를 보인다. 실험 방식의 경우 비공진법과 공진법 두 가지로 크게 나누어 볼 수 있다.

비공진법은 주파수에 의존하는 손실계수를 측정 주파수 대역내에서 모두 측정할 수 있는 방법이며, 임피던스 방법(Impedance method)과 전달 함수 방법(Transfer function method)이 있다. 임피던스 방법은 재료의 외부에서 동적 힘을 작용시키고 동적 변위를 측정함으로써 손실계수를 측정하는 방법이며, 전달 함수 방법은 재료의 끝단에 동적 변위를 인가시키고 양단에서의 동적 변위를 측정하여 손실계수를 구하는 방법이다. 측정 주파수 영역에서 손실계수를 주파수에 대한 연속 함수의 형태로 측정할 수 있는 장점은 있으나, 측정 주파수 대역 내에 필연적으로 존재하는 측정 장치의 고유 진동수에서 일어나는 공진 현상의 영향으로 측정 결과의 신뢰도를 저하시킬 수 있다는 단점을 갖고 있다. 따라서 비공진법 측정 시험에 있어서 측정 장치의 공진 현상에 의한 잡음의 영향이 최소화되도록 실험 장치를 구성하여야 한다.

공진법은 주파수에 의존하는 손실계수를 공진 주파수에서 측정하는 방법으로 실험방법이 비공진법에 비해 쉬운 장점이 있다. 단점으로는 측정 센서의 감도(sensitivity) 문제로 인하여 가속도 센서를 사용하는 경우에는 저주파수에서, 변위센서를 사용하는 경우에는 고주파수에서 신뢰성 있는 실험 결과를 얻기 힘들다. 공진법을 이용한 점탄성 재료의

특성 실험은 대부분 탄성 물질인 강제 표면에 점탄성 물질을 붙여서 실험을 실시하는 것이다. 기초가 되는 강재를 모드 해석하고 다음으로 복합재를 모드 해석한 후 그 둘의 결과를 가지고 R-K-U 방정식(Ross-Kerwin-Ungar Equation)[12]을 이용하여 점탄성 물질의 특성을 파악한다.

실험 모드 해석(Experiment modal analysis)은 전달 함수나 응답의 측정 데이터에 포함된 오차를 제거하여 대상물의 모드 특성치를 결정하기 위한 방법이다. 주파수 전달 함수는 고유 진동수와 모드 감쇠비의 비선형항과 등가강성 등의 선형항의 조합으로 표현되어진다. 비선형 문제를 풀기 위해서는 보다 좋은 초기치로 부터 출발해야 빠른 시간에 정도 높은 해를 구할 수 있다.

감쇠재가 부착된 모델의 감쇠항은 일반적으로 비례 점성으로 가정할 수 없다. 그러므로 일반 점성 감쇠 모델로 정의하여야 한다. 일반 점성 감쇠 모델의 곡선 맞춤법으로 제시된 사례는 다음과 같다. Van Loon[11]의 방법은 실험 데이터를 전달 함수로 표현하는데 필요한 미지수를 통합하여 초기치로 표현하고 초기치를 이용하여 테일러 전개하여 반복 계산하는 방법이다. 이 방법은 주파수 영역 다자유도법 중에서는 가장 자주 사용된다. 그러나 이 방법은 초기치에 따라 발산할 가능성이 있고 계산 시간도 오래 걸리는 단점이 있다. 다음으로 Mergeay[9]의 방법은 시간영역의 전달 함수 데이터를 이용하는 방법이다. 계산 시간이 짧은 장점이 있으나 고유모드의 정확도가 떨어지는 단점이 있다. Ibrahim[8]의 방법은 시간 영역에서 고유치 해석에 의해 비선형항을 구하는 방법이다. 이 방법 역시 고유 모드의 정확도가 떨어지는 단점이 있다. 이전의 논문에서는 간편법을 통하여 고유 진동수와 모드 감쇠비를 구하고 선형 직접법을 이용하는 곡선 맞춤 방법을 제시하였다. 이 방법은 비례점성 모델에만 적용되는 단점이 있다.

본 연구에서는 공진법을 사용하는 ASTM(American Society for Testing and Materials) 규정을 참조하고 곡선 맞춤법(Curve fitting Method)을 이용하여 정확성과 분석 시간을 줄일 수 있는 진동 해석을 실시하였다. 또한 정확한 손실계수와 탄성계수를 얻기 위해 넓은 주파수 영역 범위에서 측정 가능한 공진법을 이용하여 0.4g의 매우 가벼운 가속도계 센서를 사용하고 부가 질량의 영향이 없는 충격 망치(Impact hammer)를 사용함으로써 실험의 정확도를 올렸다. 온도 특성 파악을 위해 온도 제어 진동 측정실에 감쇠 측정 실험 장치를 설치하여 이를 토대로 복합재의 주파수별 손실계수와 탄성계수 그리고 온도별 특성을 파악하고자 하였다.

## 2. 이론적 배경

### 2.1 점탄성 특성

이상적인 선형 탄성 고체의 경우 응력과 변형률은 비례하나 점탄성 재료(viscoelastic materials), 즉 감쇠재(damping materials)와 같은 경우에는 응력과 변형률이 시간에 따라 영향을 받는 특성을 가지고 있다. 점탄성 재료의 경우 아래와 같이 오일러 방정식과 R-K-U 방정식을 정리하여 구할 수 있다.[12]

#### 2.1.1 기초보(Uniform beam)의 물성치

균일한 재료로 구성된, 제진재가 피복되지 않은 보의 운동 방정식으로부터 공진 주파수를 구할 수 있다.

$$\omega_n = \beta_n^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho}} = (\beta_n \lambda)^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho I^4}} = C_n \sqrt{\frac{EI}{\rho I^4}} \quad (2-1)$$

$\omega_n = 2\pi f_n$ ,  $I = \frac{bt^3}{12}$  이므로 탄성계수  $E$ 는 아래와 같이 정리되고 손실계수  $n$ 의 경우도 공진점에서의 값을 사용하므로 식 (2-2)와 같이 정리되어 질 수 있다.

$$E = \frac{\rho I^4 \omega_n^2}{I C_n^2}, \quad n = 2\zeta \quad (2-2)$$

여기서  $\rho$ 는 단위 길이 당 밀도,  $l$ 은 보의 길이,  $t$ 는 두께,  $f_n$ 은 제진 강판의 공진 주파수이며  $C_n$ 은 경계 조건과 관계가 있으며 Table 2-1과 같다.  $n$ 은 모드 번호이다.

Table 2-1  $C_n$  Value of each modes

종류	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$	$C_5$
Free-free	22.4	61.7	121.0	199.7	298.6
Clamped-free	3.52	22.0	61.7	120.9	199.9
Clamped-clamped	22.4	61.7	121.0	199.7	298.6

### 2.1.2 점탄성 재료의 물성치

점탄성 재료, 즉 감쇠재는 환경에 따라 동특성이 크게 변한다. 중요한 인자로는 온도와 주파수 등이 있으며 온도가 일정하다는 조건이라면 점탄성 재료의 탄성계수와 손실계수를 주파수의 함수로 표현할 수 있다.

$$E_1 = \frac{E}{2T^3} [(a - \beta) + \sqrt{(a - \beta)^2 - 4T^2(1 - a)}]$$

$$n_1 = n \left[ \frac{(1 + MT)(1 + 4MT + 6MT^2 + 4MT^3 + M^2T^4)}{(MT)(3 + 6T + 4T^2 + 2MT^3 + M^2T^4)} \right] \quad (2-3)$$

여기서  $E_1$ ,  $n_1$ 은 감쇠재가 부착된 보(Oberst beam)의 탄성계수와 손실계수를 나타낸다. 감쇠재가 부착된 보의 탄성계수와 손실계수는 R-K-U 방정식을 이용하였다.

위에서 기초보(Uniform beam)는 감쇠재가 부착되지 않는 두께와 폭이 일정한 강재나 알루미늄을 말한다.

식(2-2)로부터 기초보의 손실계수와 탄성계수를 구할 수 있다. 식(2-3)에서 감쇠재의

손실계수( $n_1$ )와 탄성계수( $E_1$ )를 구할 수 있으며 이들은 점탄성 재료, 즉 감쇠재의 특성을 파악할 수 있는 값이 된다.

## 2.2 일반 점성 감쇠계

감쇠가 큰 시스템의 경우 감쇠 행렬은 일반적으로 비례 감쇠로 가정하여 이용할 수 없다. 일반 점성 감쇠의 경우에는 비감쇠 고유 모드에 의한 운동 방정식을 비연성화 할 수 없으며 그것을 모드 좌표로서 이용할 수 없다. 이와 같은 경우의 모드 좌표는 아래의 방법으로 정의하는 것이 일반적으로 행해지고 있다.

$$[M]\ddot{x} + [C]\dot{x} + [K]x = \{F\} \quad (2-4)$$

$[M]$ 은 질량행렬,  $[C]$ 는 감쇠행렬,  $[K]$ 는 강성행렬 이며,  $\{x\}$ 는 변위벡터,  $\{F\}$ 는 힘벡터이다.

$$[M]\dot{x} - [M]\dot{x} = \{0\} \quad (2-5)$$

식 (2-4)와 식 (2-5)를 조합하면,

$$\begin{bmatrix} C & M \\ M & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x} \\ x \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K & 0 \\ 0 & -M \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ \dot{x} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2-6)$$

$$[D]\dot{x} + [E]x = \{F\} \quad (2-7)$$

고유치 해석을 위해  $\{\dot{y}\} = 0$ 으로 생각하고 식 (2-8)을 식 (2-7)에 대입하여 정리한다.

$$\{y\} = \{Y\}e^{\lambda t}, \quad \{\dot{y}\} = \lambda\{Y\}e^{\lambda t} \quad (2-8)$$

$$[D]\lambda\{Y\}e^{\lambda t} + [E]\{Y\}e^{\lambda t} = \{0\} \quad (2-9)$$

$$(\lambda[D] + [E])\{Y\} = \{0\} \quad (2-10)$$

여기서  $\{Y\} \neq \{0\}$ 이기 때문에 다음과 같은 일반 고유치 해석이 된다.

$$\det(\lambda[D] + [E]) = 0 \quad (2-11)$$

식 (2-11)을 고유치 해석 하면 고유치 행렬  $[\Lambda]$ 과 고유치 벡터 행렬  $[\Psi]$ 을 구할 수 있다.

$$[\Lambda] = \begin{bmatrix} \lambda_1 & & & \\ & \lambda_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \lambda_{2n} \end{bmatrix}, \quad [\Psi] = [Y_1 \ Y_2 \ \dots \ Y_{2n}] \quad (2-12)$$

$$[E][\Psi] = [D][\Psi][\Lambda]$$

(2-13)

식 (2-13)의 양변에  $[\Psi]^T$ 를 곱해주고 전치하여 비교하면 다음과 같다.

$$[\Psi]^T [\mathcal{E}][\Psi] = [\Psi]^T [\mathcal{D}][\Psi][\Lambda]$$

(2-14)

$$[\Psi]^T [\mathcal{E}][\Psi] = [\Lambda][\Psi]^T [\mathcal{D}][\Psi]$$

(2-15)

식 (2-14)와 식 (2-15)의 좌변이 같기 때문에 우변 역시 같아야 한다. 그러므로 식 (2-16)과 식 (2-17)이 성립한다.

$$[\Psi]^T [\mathcal{E}][\Psi] = [\Lambda]$$

(2-16)

$$[\Psi]^T [\mathcal{D}][\Psi] = [I] \tag{2-17}$$

식 (2-16)과 식 (2-17)에 의해 넓은 의미의 직교성이 성립함을 알 수 있다.

좌표변환 행렬을  $[\Psi]$ 를 사용하여 식 (2-7)을 모드좌표로 변환한다.

$$\{\dot{y}\} = [\Psi]\{\dot{n}\}, \quad \{y\} = [\Psi]\{n\}$$

(2-18)

$$[\mathcal{D}][\Psi]\{\dot{n}\} + [\mathcal{E}][\Psi]\{n\} = \{f\}$$

(2-19)

식 (2-19)의 양쪽 앞쪽에  $[\Psi]^T$ 를 곱하면 다음과 같다.

$$[\Psi]^T[\mathcal{D}][\Psi]\{\dot{n}\} + [\Psi]^T[\mathcal{E}][\Psi]\{n\} = [\Psi]^T\{\mathcal{P}\} \quad (2-20)$$

식 (2-16)과 식 (2-17)을 식 (2-20)에 대입하면 다음과 같이 정리된다.

$$\{\dot{n}\} + [\Lambda]\{n\} = [\Psi]^T\{\mathcal{P}\} \quad (2-21)$$

식 (2-21)을 계산한다.

$$\{n\} = \{M\}e^{\lambda t} \quad (2-22)$$

$$\{\mathcal{P}\} = \{P\}e^{\lambda t} \quad (2-23)$$

식 (2-22)와 식 (2-23)을 식 (2-21)에 대입하면 다음과 같다.

$$\lambda\{M\}e^{\lambda t} + [\Lambda]\{M\}e^{\lambda t} = [\Psi]^T\{P\}e^{\lambda t} \quad (2-24)$$

$e^{\lambda t} \neq 0$  이므로 식 (2-24)를  $e^{\lambda t}$ 으로 나누고 정리하면 다음과 같다.

$$(\lambda[M] + [\Lambda])\{M\} = [\Psi]^T\{P\}$$

(2-25)

여기서 식 (2-25)의 좌변 괄호안의 식은 다음과 같이 정의한다.

$$[B] = \begin{bmatrix} \lambda & & & \\ & \lambda & & \\ & & \ddots & \\ & & & \lambda \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \lambda_1 & & & \\ & \ddots & & \\ & & \lambda_1^* & \\ & & & \ddots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda + \lambda_1 & & & \\ & \ddots & & \\ & & \lambda + \lambda_1^* & \\ & & & \ddots \end{bmatrix}$$

(2-26)

식 (2-26)을 식 (2-25)에 대입하여  $\{M\}$ 을 구하면 다음과 같다.

$$\{M\} = [B]^{-1}[\Psi]^T \{P\}$$

(2-27)

식 (2-8), 식 (2-18), 식 (2-22) 및 식 (2-27)에 의하여 식 (2-28)이 정의된다.

$$[P] = \begin{pmatrix} x \\ \lambda_j \end{pmatrix} = [\Psi][B]^{-1}[\Psi]^T \{P\}$$

(2-28)

식 (2-28)에서 우변 앞쪽 세 개의 항이 전달 함수를 나타낸다.

이상과 같은 방식으로 2자유도를 구해보면,

$$[M] = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix}, \quad [C] = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix}, \quad [K] = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix}$$

$$[D] = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & M_{11} & M_{12} \\ C_{21} & C_{22} & M_{21} & M_{22} \\ M_{11} & M_{12} & 0 & 0 \\ M_{21} & M_{22} & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

(2-29)

$$[E] = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & 0 & 0 \\ K_{21} & K_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -M_{11} & -M_{12} \\ 0 & 0 & -M_{21} & -M_{22} \end{bmatrix}$$

고유치 해석을 통해 4개의 고유치를 구한다.  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_1^*, \lambda_2^*$

$$[\Lambda] = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_1^* & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_2^* \end{bmatrix}, \quad [\Psi] = \begin{bmatrix} \Psi_{11} & \Psi_{12} & \Psi_{11}^* & \Psi_{12}^* \\ \Psi_{21} & \Psi_{22} & \Psi_{21}^* & \Psi_{22}^* \\ \lambda_1 \Psi_{11} & \lambda_2 \Psi_{12} & \lambda_1^* \Psi_{11}^* & \lambda_2^* \Psi_{12}^* \\ \lambda_1 \Psi_{21} & \lambda_2 \Psi_{22} & \lambda_1^* \Psi_{21}^* & \lambda_2^* \Psi_{22}^* \end{bmatrix},$$

$$[\Psi]^T = \begin{bmatrix} \Psi_{11} & \Psi_{21} & \lambda_1 \Psi_{11} & \lambda_1 \Psi_{21} \\ \Psi_{12} & \Psi_{22} & \lambda_2 \Psi_{12} & \lambda_2 \Psi_{22} \\ \Psi_{11}^* & \Psi_{21}^* & \lambda_1^* \Psi_{11}^* & \lambda_1^* \Psi_{21}^* \\ \Psi_{12}^* & \Psi_{22}^* & \lambda_2^* \Psi_{12}^* & \lambda_2^* \Psi_{22}^* \end{bmatrix}$$

$$[B]^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\lambda + \lambda_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\lambda + \lambda_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\lambda + \lambda_1^*} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\lambda + \lambda_2^*} \end{bmatrix}$$

(2-30)

$[\Psi][B]^{-1}[\Psi]^T$ 를 구해보자. 먼저 앞의 2개의 행렬을 계산해 보면,

$$[\Psi][\mathcal{B}]^{-1} = \begin{bmatrix} \Psi_{11} & \Psi_{12} & \Psi_{11}^* & \Psi_{12}^* \\ \Psi_{21} & \Psi_{22} & \Psi_{21}^* & \Psi_{22}^* \\ \lambda_1 \Psi_{11} & \lambda_2 \Psi_{12} & \lambda_1^* \Psi_{11}^* & \lambda_2^* \Psi_{12}^* \\ \lambda_1 \Psi_{21} & \lambda_2 \Psi_{22} & \lambda_1^* \Psi_{21}^* & \lambda_2^* \Psi_{22}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{\lambda + \lambda_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\lambda + \lambda_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\lambda + \lambda_1^*} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\lambda + \lambda_1^*} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{\Psi_{11}}{\lambda + \lambda_1} & \frac{\Psi_{12}}{\lambda + \lambda_2} & \frac{\Psi_{11}^*}{\lambda + \lambda_1^*} & \frac{\Psi_{12}^*}{\lambda + \lambda_2^*} \\ \frac{\Psi_{21}}{\lambda + \lambda_1} & \frac{\Psi_{22}}{\lambda + \lambda_2} & \frac{\Psi_{21}^*}{\lambda + \lambda_1^*} & \frac{\Psi_{22}^*}{\lambda + \lambda_2^*} \\ \frac{\lambda_1 \Psi_{11}}{\lambda + \lambda_1} & \frac{\lambda_2 \Psi_{12}}{\lambda + \lambda_2} & \frac{\lambda_1^* \Psi_{11}^*}{\lambda + \lambda_1^*} & \frac{\lambda_2^* \Psi_{12}^*}{\lambda + \lambda_2^*} \\ \frac{\lambda_1 \Psi_{21}}{\lambda + \lambda_1} & \frac{\lambda_2 \Psi_{22}}{\lambda + \lambda_2} & \frac{\lambda_1^* \Psi_{21}^*}{\lambda + \lambda_1^*} & \frac{\lambda_2^* \Psi_{22}^*}{\lambda} \end{bmatrix}$$

(2-31)

$$[\Psi][\mathcal{B}]^{-1}[\Psi]^T = \begin{bmatrix} \frac{\Psi_{11}}{\lambda + \lambda_1} & \frac{\Psi_{12}}{\lambda + \lambda_2} & \frac{\Psi_{11}^*}{\lambda + \lambda_1^*} & \frac{\Psi_{12}^*}{\lambda + \lambda_2^*} \\ \frac{\Psi_{21}}{\lambda + \lambda_1} & \frac{\Psi_{22}}{\lambda + \lambda_2} & \frac{\Psi_{21}^*}{\lambda + \lambda_1^*} & \frac{\Psi_{22}^*}{\lambda + \lambda_2^*} \\ \frac{\lambda_1 \Psi_{11}}{\lambda + \lambda_1} & \frac{\lambda_2 \Psi_{12}}{\lambda + \lambda_2} & \frac{\lambda_1^* \Psi_{11}^*}{\lambda + \lambda_1^*} & \frac{\lambda_2^* \Psi_{12}^*}{\lambda + \lambda_2^*} \\ \frac{\lambda_1 \Psi_{21}}{\lambda + \lambda_1} & \frac{\lambda_2 \Psi_{22}}{\lambda + \lambda_2} & \frac{\lambda_1^* \Psi_{21}^*}{\lambda + \lambda_1^*} & \frac{\lambda_2^* \Psi_{22}^*}{\lambda + \lambda_2^*} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \Psi_{11} & \Psi_{21} & \lambda_1 \Psi_{11} & \lambda_1 \Psi_{21} \\ \Psi_{12} & \Psi_{22} & \lambda_2 \Psi_{12} & \lambda_2 \Psi_{22} \\ \Psi_{11}^* & \Psi_{21}^* & \lambda_1^* \Psi_{11}^* & \lambda_1^* \Psi_{21}^* \\ \Psi_{12}^* & \Psi_{22}^* & \lambda_2^* \Psi_{12}^* & \lambda_2^* \Psi_{22}^* \end{bmatrix} = [\mathcal{G}] \quad (2-32)$$

$$\mathcal{G}_{11} = \frac{\Psi_{11} \Psi_{11}}{\lambda + \lambda_1} + \frac{\Psi_{12} \Psi_{12}}{\lambda + \lambda_2} + \frac{\Psi_{11}^* \Psi_{11}^*}{\lambda + \lambda_1^*} + \frac{\Psi_{12}^* \Psi_{12}^*}{\lambda + \lambda_2^*}$$

$$\mathcal{G}_{12} = \frac{\Psi_{11} \Psi_{21}}{\lambda + \lambda_1} + \frac{\Psi_{12} \Psi_{22}}{\lambda + \lambda_2} + \frac{\Psi_{11}^* \Psi_{21}^*}{\lambda + \lambda_1^*} + \frac{\Psi_{12}^* \Psi_{22}^*}{\lambda + \lambda_2^*}$$

$$\mathcal{G}_{21} = \frac{\Psi_{21} \Psi_{11}}{\lambda + \lambda_1} + \frac{\Psi_{22} \Psi_{12}}{\lambda + \lambda_2} + \frac{\Psi_{21}^* \Psi_{11}^*}{\lambda + \lambda_1^*} + \frac{\Psi_{22}^* \Psi_{12}^*}{\lambda + \lambda_2^*}$$

$$G_{22} = \frac{\Psi_{21}\Psi_{21}}{\lambda + \lambda_1} + \frac{\Psi_{22}\Psi_{22}}{\lambda + \lambda_2} + \frac{\Psi_{21}^*\Psi_{21}^*}{\lambda + \lambda_1^*} + \frac{\Psi_{22}^*\Psi_{22}^*}{\lambda + \lambda_2^*}$$

$$G(\lambda) = \frac{X_i}{F_i} = \sum_{r=1}^N \left\{ \frac{\Psi_{ir}\Psi_{ir}}{\lambda + \lambda_r} + \frac{\Psi_{ir}^*\Psi_{ir}^*}{\lambda + \lambda_r^*} \right\}$$

(2-33)

여기서,

$$\Psi_{ir}\Psi_{ir} = U_r + jV_r, \quad \lambda_r = -\sigma_r \pm j\omega_{dr}, \quad \lambda = j\omega$$

$$G(\omega) = \sum_{r=1}^N \left\{ \frac{U_r + jV_r}{\lambda(\omega + \omega_{dr}) - \sigma_r} + \frac{U_r - jV_r}{\lambda(\omega - \omega_{dr}) - \sigma_r} \right\}$$

(2-34)

여기서  $\sigma_r = \omega_m \zeta_r$ ,  $\omega_{dr}$ 은 고유진동수,  $\zeta_r$ 은 모드 감쇠비,  $U_r + jV_r = \frac{\Phi_r^T \Phi_r}{d_r}$ ,  $\Phi$ 는 고유벡터이다.

대상주파수를 한정하여 잉여질량(residual mass) S와 잉여강성(residual stiffness) Z를 고려한 진폭응답 전달 함수(compliance transfer function)는 다음과 같이 표현된다.

$$G(\omega) = \sum_{r=1}^n \left\{ \frac{U_r + jV_r}{\lambda(\omega - \omega_{dr}) + \sigma_r} + \frac{U_r - jV_r}{\lambda(\omega + \omega_{dr}) + \sigma_r} \right\} - \frac{C + jV_r}{\omega^2} + E + jF$$

(2-35)

일반적으로 잉여질량과 잉여강성은 복소수로 표현된다. 그리고 가속도응답 전달 함수(accelerance transfer function)는 다음과 같다.

$$L(\omega) = \sum_{r=1}^n \left\{ \frac{-\omega^2(U_r + jV_r)}{\lambda(\omega - \omega_{dr}) + \sigma_r} + \frac{-\omega^2(U_r - jV_r)}{\lambda(\omega + \omega_{dr}) + \sigma_r} \right\} + \frac{1}{S} - \frac{\omega^2}{Z}$$

(2-36)

### 2.3 곡선 맞춤법(Curve fitting method)

실험 모드 해석(Experimental modal analysis)에 있어서 모드 특성은 전달 함수의 주파수 스펙트럼 곡선이나 충격 응답의 시각력 곡선에 적합하게 결정되므로 이것을 곡선 맞춤(Curve fitting)이라고도 부른다.

곡선 맞춤은 우선 1자유도법과 다자유도법으로 크게 나눌 수 있다. 1자유도법은 다른 고유 모드의 영향을 무시하고 각 공진봉을 1자유도계로 간주하여 그 모드 특성을 다른 것과는 독립적으로 결정하는 방법이다. 이 방법은 간단하고 용도에 따라서는 유용한 결과가 의외로 많은 것으로 모드 특성의 근사 계산법으로 현재도 많이 사용되고 있다. 하지만 다른 고유 모드의 영향을 무시하므로 전체적인 값을 구할 경우 다자유도법에 비해 큰 오차를 발생시킬 수 있다.

다자유도법은 다른 고유 모드끼리의 상호 영향을 고려하면서 여러 개의 고유 모드의 특성을 동시에 결정하는 방법으로 한 점의 전달 함수로부터 그 점의 모드 특성을 결정하는 작업을 계 전체의 측정점에 대해 반복하는 것이 보통 이었다. 그러나 원래 고유 모드는 계 전체를 받는 일체 현상이 되고 다른 점의 전달 함수는 상호 불가분의 관련이 있다. 또 일반적으로 진동 실험에 있어서 에너지나 노이즈의 분포는 한결 같고 동시에 구조에서는 노이즈에 강한 곳과 약한 곳이 있으므로 각 점의 곡선 맞춤은 고유 모드의 정도가 불균일하게 된다. 게다가 에너지의 분포를 똑같이 하기 위해 여러 개의 점을 동시에 진동한 경우가 있다. 이러한 이유로 해서 많은 입출력점의 전달 함수를 일관하여 참조하고 그것들을 관련시키면서도 계 전체의 모드 특성을 동시에 결정하는 방법이 개발되어 왔

다.[13]

본 논문에서는 응답이나 전달 함수의 주파수 스펙트럼을 우선으로 하는 주파수 영역 방법을 이용하고 여러 방법 중 측정점이 달라도 원리적으로는 변화하지 않는 전체항(고유 진동수와 모드 감쇠비)을 실험을 통해 결정하고 그 후에 측정점에서 변화하는 국소항(고유 모드와 잉여항)을 각점마다 결정할 수 있는 편분 반복법(Newton-Raphson Method)을 이용하도록 하겠다.

### 2.3.1 편분 반복법(Newton-Raphson Method)

식 (2-36)에서 S와 Z는 일반적으로 복소수가 되므로 이것을 아래와 같이 표현한다.

$$L(\omega) = \sum_{r=1}^n \left\{ \frac{-\omega^2(U_r + jV_r)}{\lambda(\omega - \omega_{dr}) + \sigma_r} + \frac{-\omega^2(U_r - jV_r)}{\lambda(\omega + \omega_{dr}) + \sigma_r} \right\} + C + jD - \omega^2 E - \rho \omega^2 F \quad (2-37)$$

진동 실험에 의해 주어지는 전달 함수의 실험 데이터를 식 (2-37)의 형태로 표현하기 위해서는 식 (2-37) 중의  $4n+4$ 개의 미지수 즉,  $\omega_{dr}, \sigma_r, U_r, V_r, C, D, E, F$ 가 필요하다. 이것들을 통합하여  $y_h (h=1 \sim 4n+4)$ 로 하고 이들의 초기치를  $y_{hs}$ 라 하면 다음과 같이 표현 가능하다.

$$y_h = y_{hs} + \Delta y_h \quad (2-38)$$

식 (2-38)을  $\Delta y_h$ 에 관해 테일러 전개하고 근사적으로 1차 항까지 취하면 다음과 같다.

$$L(\omega, \gamma_{\hat{h}}) \simeq L(\omega, \gamma_{hs}) + \sum_{\hat{h}=1}^{4n+4} \frac{\partial L}{\partial \gamma_{\hat{h}}}(\omega, \gamma_{hs}) \cdot \Delta \gamma_{\hat{h}} = A_{Re} + jA_{Im} \quad (2-39)$$

여기서  $\frac{\partial L}{\partial \gamma_{\hat{h}}}$ 는 다음과 같이 정리된다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \omega_{dr}} &= \frac{-j\omega^2(U_r + jV_r)}{\{\chi(\omega - \omega_{dr}) + \sigma_r\}^2} + \frac{j\omega^2(U_r - V_r)}{\{\chi(\omega + \omega_{dr}) + \sigma_r\}^2} \quad (r=1 \sim n) \\ \frac{\partial L}{\partial \sigma_r} &= \frac{\omega^2(U_r + jV_r)}{\{\chi(\omega - \omega_{dr}) + \sigma_r\}^2} + \frac{\omega^2(U_r - jV_r)}{\{\chi(\omega + \omega_{dr}) + \sigma_r\}^2} \quad (r=1 \sim n) \\ \frac{\partial L}{\partial U_r} &= \frac{-\omega^2}{\chi(\omega - \omega_{dr}) + \sigma_r} + \frac{-\omega^2}{\chi(\omega + \omega_{dr}) + \sigma_r} \quad (r=1 \sim n) \\ \frac{\partial L}{\partial V_r} &= \frac{-j\omega^2}{\chi(\omega - \omega_{dr}) + \sigma_r} + \frac{j\omega^2}{\chi(\omega + \omega_{dr}) + \sigma_r} \quad (r=1 \sim n) \\ \frac{\partial L}{\partial C} &= 1, \quad \frac{\partial L}{\partial D} = j, \quad \frac{\partial G}{\partial E} = -\omega^2, \quad \frac{\partial G}{\partial F} = -j\omega^2 \end{aligned} \quad (2-40)$$

m개의 각진동수  $\omega$ 에 대해, 실험에 의해 가속도 전달 함수(accelerance)의 실부  $L_{Rei} = L_{Re}$  ( $\omega = \omega_j$ ), 허수부  $L_{Imi} = L_{Im}$  ( $\omega = \omega_j$ )가 데이터로서 얻어진다. 또 근사식의 실수부와 허수부를 각각  $A_{Rei}, A_{Imi}$ 로 나타낼 때의 오차 함수는 실수부와 허수부 오차의 자승화로서 정의할 수 있으므로 다음과 같이 표현된다.

$$\lambda = \sum_{i=1}^m (L_{Rei} - A_{Rei})^2 + (L_{Imi} - A_{Imi})^2 \quad (2-41)$$

$\lambda$ 를  $\Delta \gamma_{\hat{h}}$ 로 미분하고 0으로 두면 다음과 같이 정리된다.

$$\frac{\partial \lambda}{\partial \Delta \delta_h} = 2 \sum_{i=1}^m \left[ \frac{\partial A_{Rei}}{\partial \Delta \omega_{dr}} (A_{Rei} - L_{Rei}) + \frac{\partial A_{Imi}}{\partial \Delta \omega_{dr}} (A_{Imi} - L_{Imi}) \right] = 0$$

(2-42)

$$\frac{\partial \lambda}{\partial \Delta \omega_{dr}} = 2 \sum_{i=1}^m \left[ \frac{\partial A_{Rei}}{\partial \Delta \omega_{dr}} (A_{Rei} - L_{Rei}) + \frac{\partial A_{Imi}}{\partial \Delta \omega_{dr}} (A_{Imi} - L_{Imi}) \right] = 0$$

(2-43)

여기서,  $\frac{\partial A_{Rei}}{\partial \Delta \omega_{dr}} = \frac{\partial L_{Rei}}{\partial \omega_{dr}}$

$$A_{Rei} = Re \left[ \frac{\partial L}{\partial \omega_{dr}} \frac{\partial L}{\partial \sigma_r} \frac{\partial L}{\partial U_r} \frac{\partial L}{\partial V_r} \right] \begin{Bmatrix} \Delta \omega_{dr} \\ \Delta \sigma_r \\ \Delta U_r \\ \Delta V_r \end{Bmatrix}$$

(2-44)

$i=1$  일때,

$$Re \left( \frac{\partial L}{\partial \omega_{dr}} \right) \left( \frac{\partial L}{\partial \omega_{dr}} \cdot \Delta \omega_{dr} + \frac{\partial L}{\partial \sigma_r} \cdot \Delta \sigma_r + \frac{\partial L}{\partial U_r} \cdot \Delta U_r + \frac{\partial L}{\partial V_r} \cdot \Delta V_r - G \right)$$

(2-45)

최종적으로 다음과 같이 정리된다.

$$\sum_{i=1}^m A_i \Delta \omega_{dr} + \sum_{i=1}^m B_i \Delta \sigma_r + \sum_{i=1}^m C_i \Delta U_r + \sum_{i=1}^m D_i \Delta V_r - \sum_{i=1}^m E_i G_i = 0$$

(2-46)

여기서,

$$A = \left( \frac{\partial L_{Re}}{\partial \omega_{dr}} \right)^2, \quad B = \left( \frac{\partial L_{Re}}{\partial \omega_{dr}} \right) \left( \frac{\partial L_{Re}}{\partial \sigma_r} \right), \quad C = \left( \frac{\partial L_{Re}}{\partial \omega_{dr}} \right) \left( \frac{\partial L_{Re}}{\partial U_r} \right),$$

$$D = \left( \frac{\partial L_{Re}}{\partial \omega_{dr}} \right) \left( \frac{\partial L_{Re}}{\partial V_r} \right), \quad E = \left( \frac{\partial L_{Re}}{\partial \omega_{dr}} \right)$$

(2-47)

각각의 변수들은 위와 같이 간단히 정리된다. 허수부 역시 위와 같이 정리된다. 최종적으로 변수와 같은 개수의 연립 일차방정식이 된다. 이 방정식을 풀면 초기치 값에 대한 변수의 값을 구할 수 있다. 이를 반복적으로 구하면 원하는 값에 수렴하게 된다.

### 2.3.2 선형 직접법

앞에서 설명한 식 (2-37)의  $4n+4$ 개인 미지수는 두 종류로 크게 나눌 수 있다. 우선 감쇠 고유 진동수  $\omega_{dr}$ 과 모드 감쇠율  $\sigma_r$ 인  $2n$ 개의 미지수는 진동계 전체를 지배하는 전체량이 되고 진동하는 장소나 응답을 측정하는 장소를 이동하여도 원리적으로는 변화하지 않는 일정치가 된다. 이것에 비해 잉여항이 되는  $U_r, V_r, C, D, E, F$ 의  $2n+4$ 개의 미지수는 고유 모드에 의해 결정되므로 진동 장소나 응답 장소의 이동에 의해 변화하는 국부치가 된다. 이와 같이 미지수 중에는 비선형항이 존재하므로 이것을 테일러 전개에 의해 선형 근사한 것이 편분 반복법이다.

그 결과 편분 반복법에서는 초기치로 줄 반복 계수를 필요로 한다. 만약 비선형항이 되는  $\omega_{dr}$ 과  $\sigma_r$ 이 어떤 방법으로 이미 구해져 있는 경우에는 미지수는 선형항만으로 되고 초기치를 필요로 하지 않고, 또 반복하지 않는 1회의 계산에 의해 나머지 미지수를 결정할 수 있다. 이와 같이  $\omega_{dr}$ 과  $\sigma_r$ 을 이미 알고 있는 경우에는 초기치를 수반한 반복 계산은 필요 없고 계산 시간은 몹시 빠르게 된다. 편분 반복법의 1회 반복으로, 즉 선형

직접법을 사용하여 편분 반복시 사용되어질 초기치를 구해 줌으로써 계산 시간을 상당히 줄일 수 있는 효과를 볼 수 있다.

선형 직접법을 수식으로 간단히 정리해 보면 다음과 같다.

실수부와 허수부를 분리하면,

$$G_i = A_{Rei} + jA_{Imi}$$

$$a_r = \sigma_r^2 + (\omega_i + \omega_r)^2$$

$$A_{Rei} = -\frac{C}{\omega_i^2} + E + \sum_{r=1}^n \left\{ \frac{U_r \sigma_r + V_r (\omega_i - \omega_{dr})}{a_r} + \frac{U_r \sigma_r - V_r (\omega_i + \omega_{dr})}{b_r} \right\}$$

$$A_{Imi} = -\frac{D}{\omega_i^2} + F + \sum_{r=1}^n \left\{ \frac{V_r \sigma_r - U_r (\omega_i - \omega_{dr})}{a_r} - \frac{V_r \sigma_r + U_r (\omega_i + \omega_{dr})}{b_r} \right\}$$

(2-48)

값들이 데이터로 얻어지면 그 전달 함수를 식 (2-48)에 표현한 경우 자승 오차함수는

$$\lambda = \sum_{i=1}^n \{ (G_{Rei} - A_{Rei})^2 + (G_{Imi} - A_{Imi})^2 \}$$

(2-49)

식 (2-49)를 선형미지수로 미분하여 0으로 두면

$$\frac{\partial \lambda}{\partial C} = \sum_{i=1}^m \frac{2(G_{Rei} - A_{Rei})}{\omega_i^2} = 0, \quad \frac{\partial \lambda}{\partial D} = \sum_{i=1}^m \frac{2(G_{Imi} - A_{Imi})}{\omega_i^2} = 0$$

$$\frac{\partial \lambda}{\partial E} = \sum_{i=1}^m -2(G_{Rei} - A_{Rei}) = 0, \quad \frac{\partial \lambda}{\partial F} = \sum_{i=1}^m -2(G_{Imi} - A_{Imi}) = 0$$

$$\frac{\partial \lambda}{\partial U_r} = \sum_{i=1}^m -2 \left\{ \left( \frac{\sigma_r}{a_r} + \frac{\sigma_r}{b_r} \right) (G_{Rei} - A_{Rei}) - \left( \frac{\omega_i - \omega_{dr}}{a_r} + \frac{\omega_i + \omega_{dr}}{b_r} \right) (G_{Imi} - A_{Imi}) \right\} = 0$$

$$\frac{\partial \lambda}{\partial V_r} = \sum_{i=1}^m -2 \left\{ \left( \frac{\omega_i - \omega_{dr}}{a_r} - \frac{\omega_i + \omega_{dr}}{b_r} \right) (G_{Rei} - A_{Rei}) + \left( \frac{\sigma_r}{a_r} - \frac{\sigma_r}{b_r} \right) (G_{Imi} - A_{Imi}) \right\} = 0$$

(2-50)

이것이  $2n+4$ 개의 1차 방정식이 되고 데이터가 주어지면 풀이가 가능하게 된다.

## 2.4 환경 요인에 따른 특성

탄성계수와 손실계수는 대부분의 경우 온도와 주파수에 따라 값이 변하게 된다. 따라서 이러한 특성을 사용하여 진동계를 설계하는 경우 그 진동계가 작동하는 환경의 주파수 범위는 물론 온도 범위까지도 고려하여야 한다.

### 2.4.1 온도에 의한 영향

온도는 물질의 감쇠에 가장 영향을 많이 미치는 요인으로 평가되고 있다. Fig. 2-1[7]은 온도에 따른 손실계수와 탄성계수를 나타내고 있다. 첫 번째 영역은 glassy region으로 이 영역에서는 물질의 탄성계수가 최고값을 가지는 반면에 손실계수는 최소값을 가지게 된다. 그리고 탄성계수는 온도가 변함에 따라 천천히 변화하는 반면에 손실계수는 온도 변화에 따라 급격하게 변화하게 된다. 두 번째 영역은 transition region으로 이 영역에서는 온도가 변함에 따라 탄성계수의 급격한 감소가 발생하고 손실계수는 최고치를 가지게 된다. 세 번째 영역은 rubbery region으로 이 영역에서는 물질의 탄성계수와 손실계수 모두 작은 값을 가지며 온도에 따른 변화값을 가지지 않는다. 그리고 rubbery region을 벗어나는 영역으로 flow region이 있는데 이 영역은 온도가 올라감에 따라 물질이 녹으면서 점점 부드러워지는 반면에 손실계수는 매우 커지게 된다. 이 영역은 물질 감쇠의 완전한 기술을 위해 매우 중요시 되는 영역이지만 물질 감쇠 처리에 있어서 거의 사용되지 않는 영역이다. 왜냐하면 시스템을 불안정하게 하고 우리가 원치 않는 다른 물성치들의 영향력을 크게 만들기 때문이다. 또한 대부분의 점탄성 재료에 있어서 네 번째 영역은 나타나지 않는다. 위에서 언급한 내용은 점탄성 물질에 한해서 적용되며 다른 물질의 경우에는 온도에 따른 경향성이 조금은 달라질 수 있다.

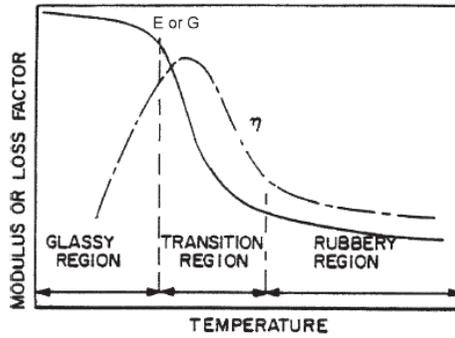


Fig. 2-1 Variation of modulus and material loss factor with temperature

### 2.4.2 주파수에 의한 영향

주파수 영역에서 특징적인 현상은 Fig. 2-2[7]에서 보듯이 주파수가 증가함에 따라 탄성계수는 증가하는 추세를 보인다. 손실계수의 경우 앞에서 언급한 온도별 특성 파악에 서처럼 세 부분으로 나누어서 고려하면 최고치를 나타내는 부분이 transition region이고 다시 감소하게 되는 부분이 rubbery region에서 이다. 주파수를 증가 시킬 때의 특성은 온도를 감소시킬 때의 주파수 특성과 유사한 경향을 보인다.

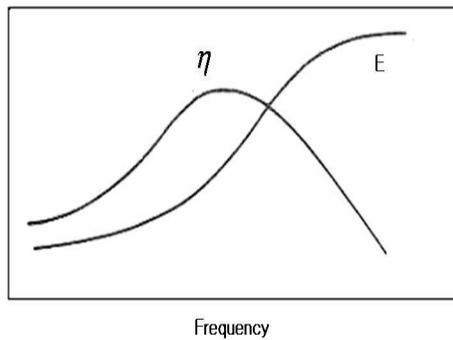


Fig. 2-2 Variation of modulus and material loss factor with frequency

### 3. 특성 파악 실험

#### 3.1 실험 방법

감쇠재의 동적 성질인 탄성계수와 손실계수에 대한 온도별, 주파수별 특성을 파악하기 위한 동적 시험 방법에는 앞서도 언급을 했듯이 비공진법과 공진법으로 나눌 수 있다.

이때 비공진법의 경우 시편의 동강성을 이용해 전체 주파수에서 특성을 얻는 방법으로 실험의 정밀도가 유지 되지 않을 경우 실험 결과치의 신뢰도가 떨어지는 단점이 있다.

이에 반해 공진법은 시편의 공진 주파수에 국한된다는 단점이 있으나 신뢰도가 높다. 본 연구에서는 실험 시편을 외팔보 조건으로 하고 충격 망치(impact hammer)를 이용하여 공진점에서의 값들을 구하고 그 값들을 이용하여 공진 주파수 영역에서의 손실계수와

탄성계수를 구하였다. 본 실험은 ASTM에서 제시되는 사항을 따르고 상황에 맞게 조건을 조절을 하여 실험을 수행하였다.

곡선 맞춤의 경우 Fig. 3-2 와 같이 충격 망치로 고정점 근방의 한 점을 고정하여 가진하고 가속도계 센서를 이용하여 실험을 수행하였다.

곡선 맞춤은 Fig. 3-1에서 알 수 있듯이 첫 단계는 실험에 의해 측정된 전달 함수를 그린 후 채용 모드수를 결정하는 것이다. 채용 모드수에 따라 계산 시간과 결과의 정확도가 크게 달라지므로 채용 모드수의 결정은 중요하다.

모드수를 결정하면 각 모드의 공진 주파수를 임의의 고유 주파수로 설정하고 1자유도 곡선 맞춤을 수행하여 임의의 모드 감쇠비를 구한다.

다음으로 임의로 선정한 고유 주파수와 감쇠비를 사용하여 선형 직접법으로 해석을 수행 한다. 그 결과 임의의 변수들이 결정된다. 이 변수들은 다음 단계에서 편분 반복법의 초기치로 사용된다.

마지막으로 편분 반복법을 사용하여 곡선 맞춤을 한다.



Fig. 3-1 Curve fitting step

### 3.2 시편과 실험 장치

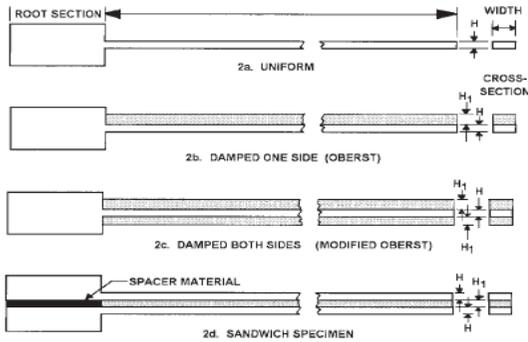
접촉식 센서의 사용으로 오는 오류를 줄이기 위해 실험에 사용된 시편은 ASTM의 기준에 비해 크게 제작되었다. 시편의 형상 및 치수는 Fig. 3-1과 Table 3-1에서 보여 지듯이 기초보의 경우 강재를 사용하고 연결부를 고려하여 제작되었다. 판의 두께는 3mm, 폭은 30mm, 그리고 길이는 390mm로 실제 고정되는 부분을 제외한 보의 길이는

350mm가 된다. 감쇠재 특성 실험을 위한 시편은 Oberst beam을 사용하였으며, 감쇠재의 경우 (주)남양 노비텍에서 생산된 제진성 방진 시트를 이용하였다.

실험장치의 경우 충격 가진을 주기 위한 충격 망치와 가속도계(accelerometer) 그리고 FFT분석을 할 수 있는 분석 장비(multi-analyzer system)를 사용하여 Fig. 3-2에서 보는 바와 같이 외팔보의 조건에서 실험을 수행하였다. 또한 온도 변화에 따른 값을 얻기 위해서 5℃에서 45℃까지 온도 제어가 가능한 진동 측정실을 구축하였다.

Table 3-1 Size of Specimens (Unit : mm)

종류	총길이(연결부)	두께	폭
강	390(40)	3	30
감쇠재	350	4	30



(a)



(b)

Fig. 3-2 Test specimens(ASTM)

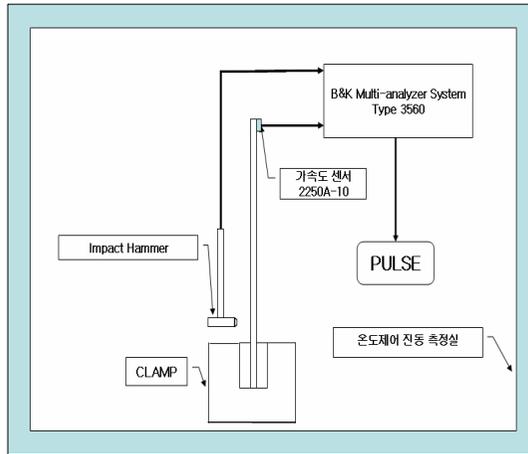


Fig. 3-3 Experimental set-up

### 3.3 실험 조건

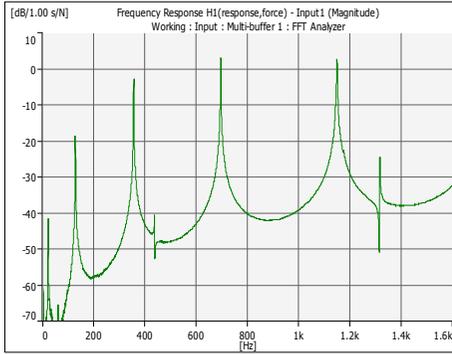
온도 변화에 따른 감쇠재의 특성을 파악하기 위해 5~45℃까지 10℃의 간격으로 변화를 주어 실험을 하였다. 그리고 온도변화에 따른 시편의 영향을 보다 명확하게 하기 위하여 변화되어진 온도에서 시편을 30분 이상 유지하였다. 이때 온도 오차는  $\pm 1^{\circ}\text{C}$  이며 주파수의 경우 1.6kHz까지의 값을 측정하였다.

### 3.4 실험 결과

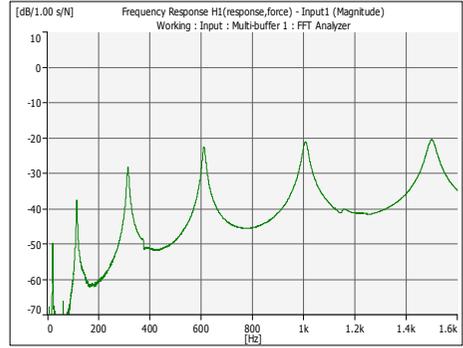
#### 3.4.1 곡선 맞춤

앞에서 언급 했듯이 Fig. 3-3은 외팔보의 임의의 공진 주파수를 선택하기 위해 전달 함수를 그린 것이다. 각 전달 함수가 겹쳐지는 공진점을 선택하여 그 점의 주파수를 선택한다.

이상의 과정을 거쳐 1.6kHz 내에서 5개의 모드를 선정하였다. Table 3-2는 채용된 5개의 임의의 공진 주파수와 임의의 감쇠비를 나타낸다.



(a) Uniform beam



(b) Oberst beam

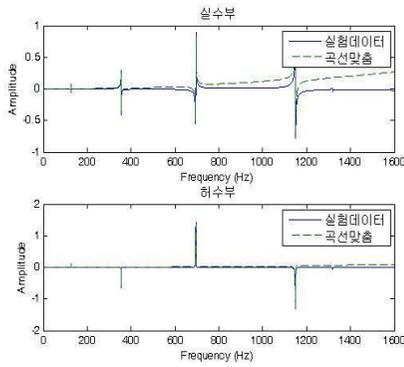
Fig. 3-4 Transfer function graph

Table 3-2 Resonance frequency and modal damping ratio

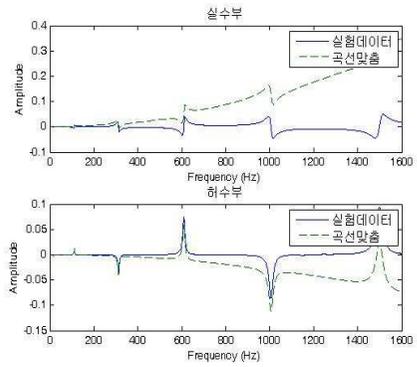
Mode	Uniform beam		Oberst beam	
	Frequency	Damping ratio	Frequency	Damping ratio
1	20	0.0128	17.75	0.0183
2	126	0.0025	112.3	0.0133
3	354.8	0.0009	312.5	0.0113
4	695.3	0.0007	609.5	0.0095
5	1149	0.0010	1006	0.0107

### 3.4.2 선형 직접법에 의한 곡선 맞춤

Fig. 3-4 는 선형 직접법에 의해 곡선 맞춤된 그림이다. 임의의 고유주파수와 임의의 감쇠비를 이용하였기 때문에 곡선 맞춤의 결과에 오차가 크게 나타난다. 감쇠가 큰 시스템의 경우 1자유도 곡선 맞춤을 통한 고유 주파수와 감쇠비의 선정은 오류가 크기 때문이다. 그래프의 위쪽은 전달 함수의 실수부를 나타내고 아래쪽은 허수부를 나타낸다. 선형 직접법에 의해 구해진 임의의 모드 특성치들은 편분 반복법의 초기치로 사용된다.



(a) Uniform beam



(b) Oberst beam

Fig. 3-5 Measured and curve-fitted accelerance to 1st step

Table 3-3 Natural frequency and modal damping ratio

Mode	Natural frequency	Modal damping ratio
1	20.03	0.0282
2	126.64	0.0029
3	354.62	0.0011
4	695.23	0.0008
5	1149.20	0.0010

### 3.4.3 편분 반복법에 의한 곡선 맞춤

Fig. 3-5는 편분 반복법에 의해 곡선 맞춤된 그림이다. 반복 횟수는 80번으로 평균 계산시간은 400초였다. 계산 시간은 채용 모드수와 데이터의 양에 따라 달라질 수 있다. 그러나 단지 80번의 반복만으로 그림과 같이 정확한 곡선 맞춤을 수행 할 수 있었다. 이는 선형 직접법에 의해 선택된 데이터를 편분 반복법의 초기치로 사용하면 반복 횟수를 줄일 수 있음을 나타낸다. Fig. 3-5 (b)는 임의의 초기치를 입력하고 80번 반복하여 곡선 맞춤을 한 결과이다. 초기치에 따라 반복 횟수 및 곡선 맞춤의 정확도에 차이가 많음을 알 수 있다. Table 3-3은 편분 반복법으로 곡선 맞춤하여 구한 고유 주파수 및 모드 감

최비이다. Fig. 3-6, 3-7은 온도별 전달 함수 그래프를 보여주고 있다.

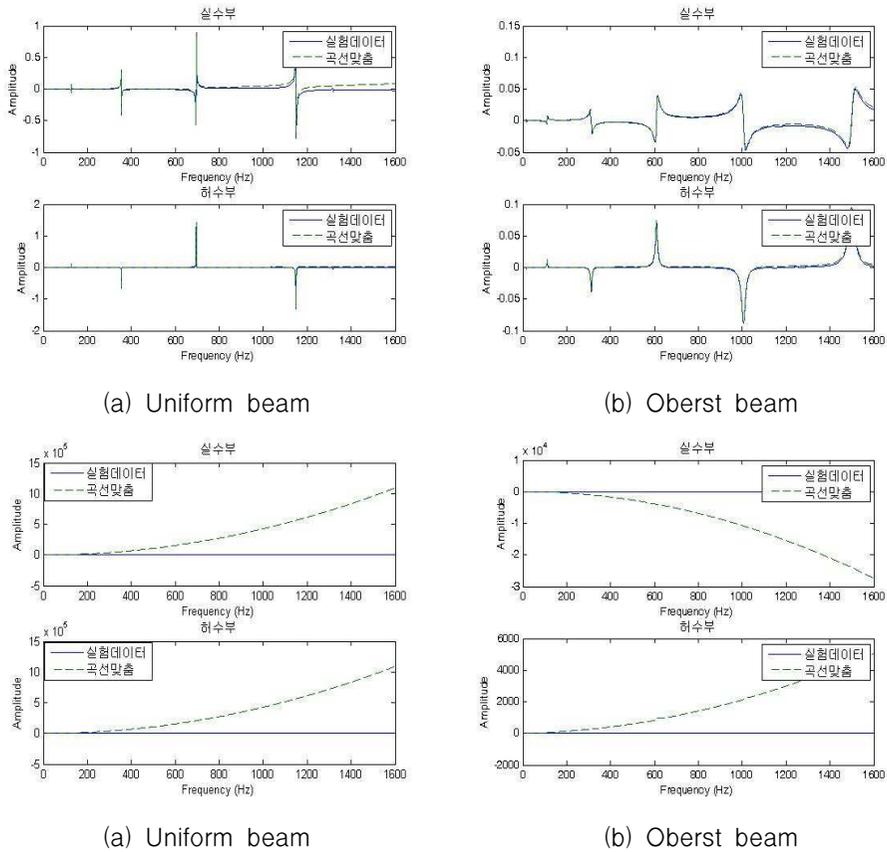
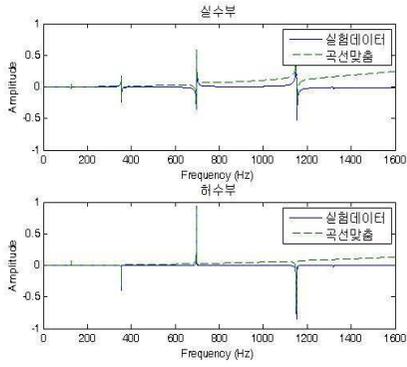


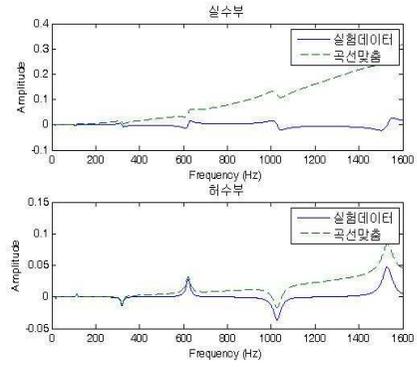
Fig. 3-6 Measured and curve-fitted accelerance on Newton-Raphson method

Table 3-4 Selected natural frequency and modal damping ratio

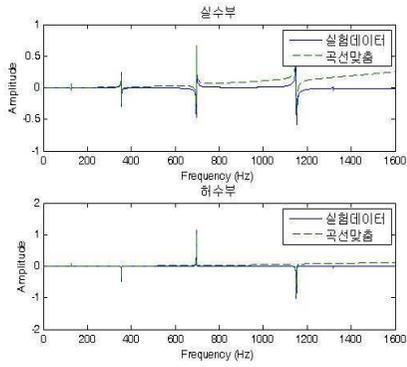
Mode	Natural frequency	Modal damping ratio
1	17.89	0.0149
2	112.15	0.0140
3	312.21	0.0117
4	609.43	0.0100
5	1006.89	0.0110



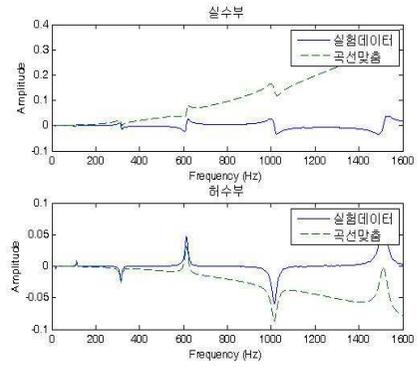
(a) Uniform beam(5°C)



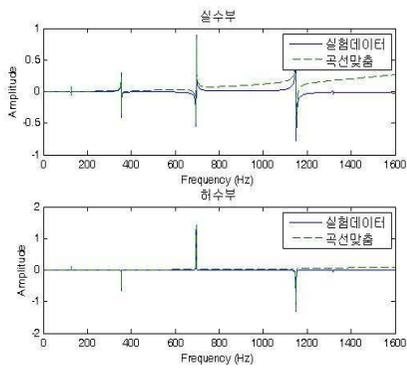
(b) Oberst beam(5°C)



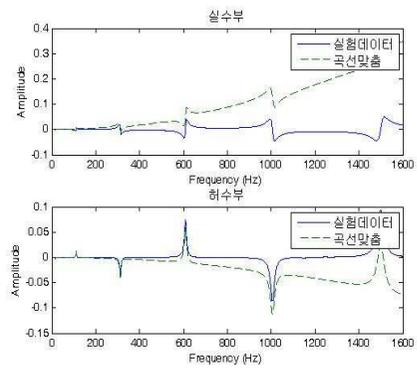
(a) Uniform beam(15°C)



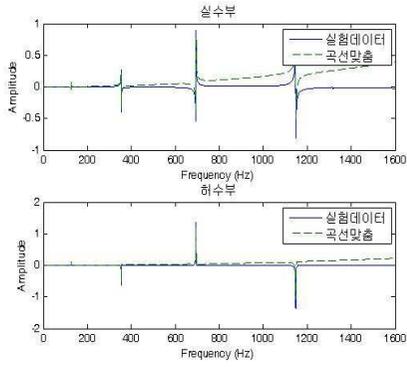
(b) Oberst beam(15°C)



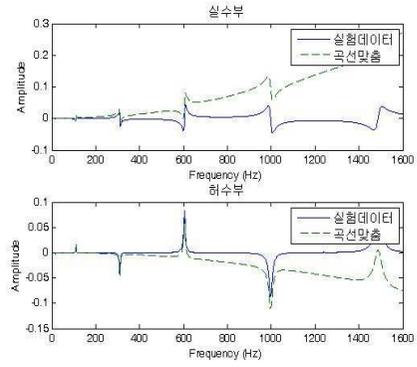
(a) Uniform beam(25°C)



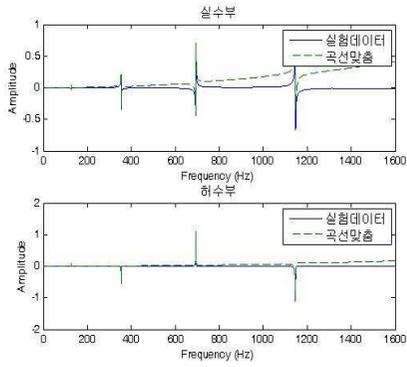
(b) Oberst beam(25°C)



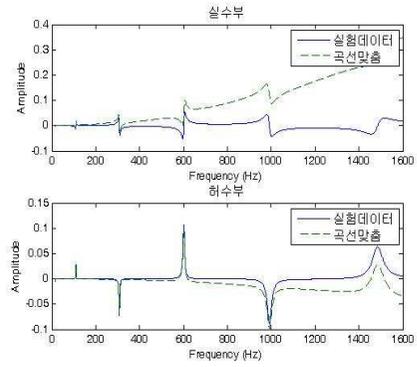
(a) Uniform beam(35°C)



(b) Oberst beam(35°C)

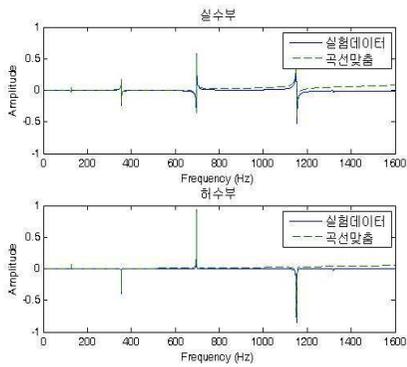


(a) Uniform beam(45°C)

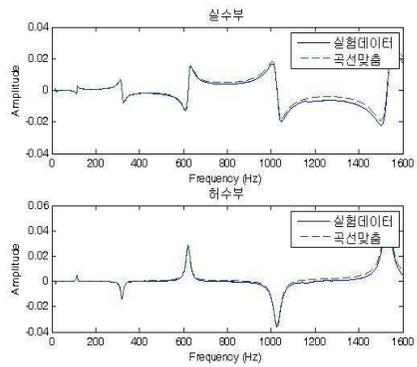


(b) Oberst beam(45°C)

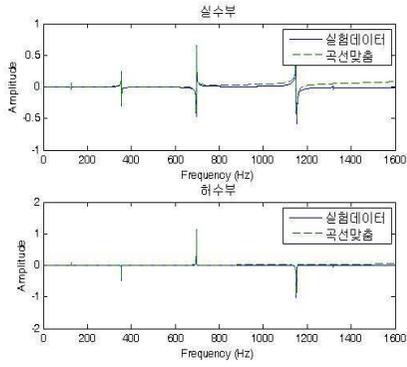
Fig. 3-7 Measured and curve-fitted accelerance to 1st step



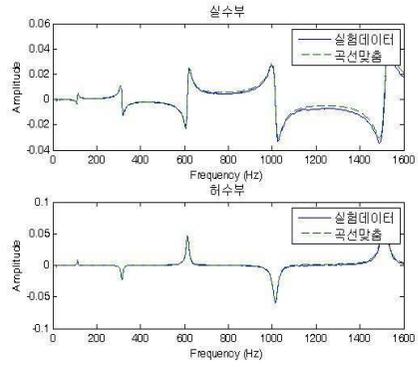
(a) Uniform beam(5°C)



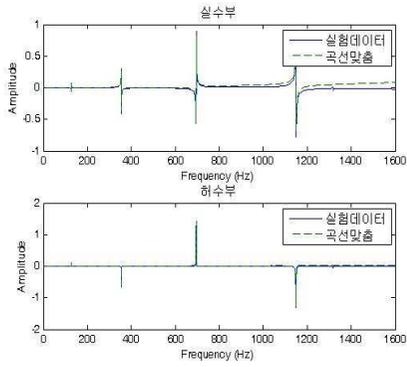
(b) Oberst beam(5°C)



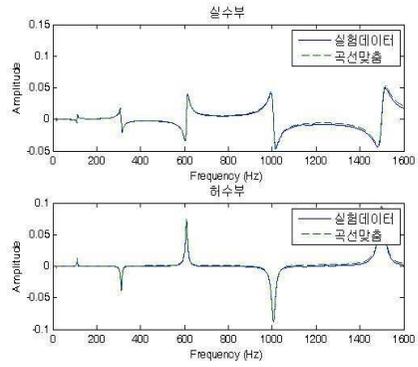
(a) Uniform beam(15°C)



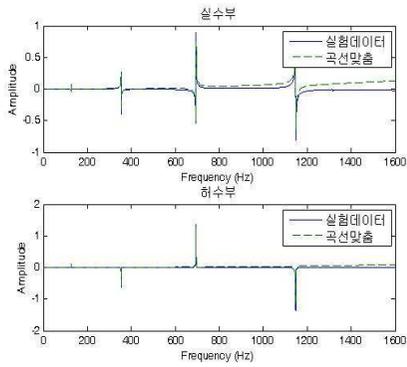
(b) Oberst beam(15°C)



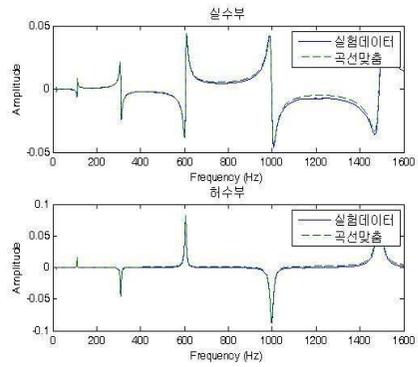
(a) Uniform beam(25°C)



(b) Oberst beam(25°C)



(a) Uniform beam(35°C)



(b) Oberst beam(35°C)

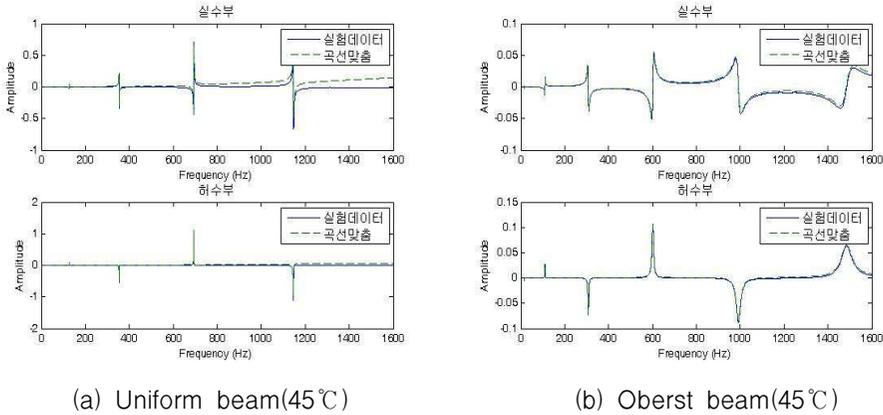


Fig. 3-8 Measured and curve-fitted accelerance on Newton-Raphson method

### 3.4.4 온도 변화에 따른 특성

앞에서 언급했듯이 온도 변화에 따른 특성 파악을 위하여 온도 제어 장치를 구성하여 실험을 실시하였다. 각 온도별 실험을 통하여 곡선 맞춤법을 이용하여 각각의 특성치를 구해주었다. 먼저 Fig. 3-8, 3-9에서는 복합재의 특성을 보여준다. 그 중 Fig. 3-8은 온도 변화에 따른 고유 주파수 변화를 나타낸다. 이 경우 온도가 증가할 수록 소량의 감소가 일어나는 것을 알 수 있다. 온도에 따라 감쇠재의 탄성계수는 크게 변화하는데 반해 복합재의 고유 주파수가 크게 변화지 않는 이유는 강재의 탄성계수가 감쇠재의 탄성계수에 비해 100배 정도 크기 때문에 복합재의 탄성계수에 감쇠재의 탄성계수가 큰 영향을 주지 못하기 때문이다. 그러나 Fig. 3-9에서 보듯이 손실계수의 경우 탄성계수보다 온도에 대한 영향을 많이 받고 있는 것을 알 수 있다.

Fig. 3-10, 3-11에서는 감쇠재의 온도별 특성을 보여 주고 있다. Fig. 3-8은 온도가 증가할수록 감쇠재의 탄성계수가 약간씩 감소함을 보여 주고 있다. Fig. 3-9는 온도가 증가할수록 감쇠재의 손실계수가 증가함을 보여 준다. 그러나 45°C에서는 다시 감소하는 현상을 보여준다.

알려진 바와 같이 1차 모드의 경우 Oberst beam을 이용한 점탄성 재료의 탄성계수 및 손실계수 측정 방법이 저주파 영역에서는 정확도가 떨어진다고(Nashif, 1985). 하지만 편분 반복법을 사용하여 고유 주파수를 구해 계산해 줄 경우 1차 모드에서도 어느 정도

신뢰 가능한 값을 찾을 수 있었다.

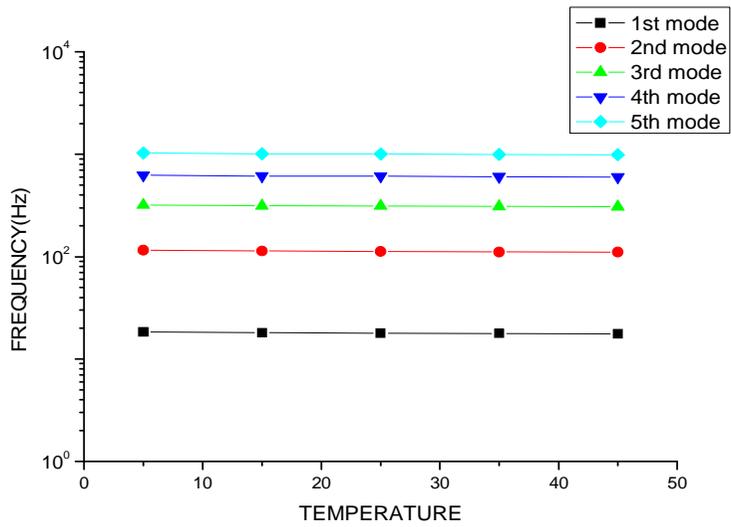


Fig. 3-9 Frequency versus temperature for various mode (Oberst beam)

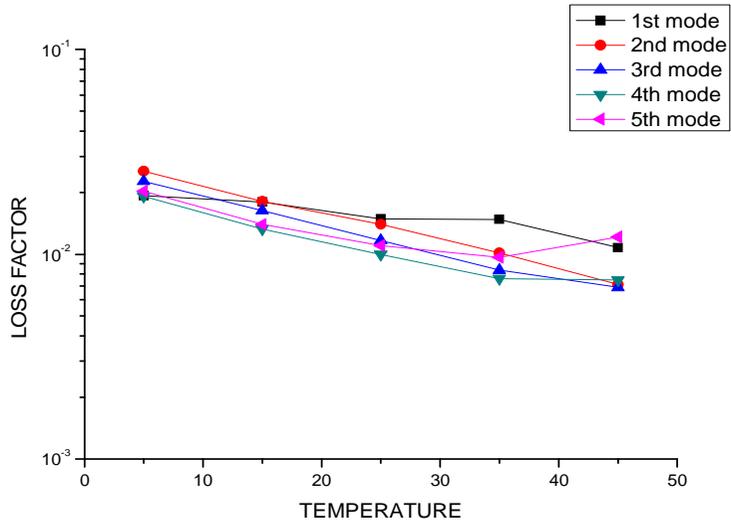


Fig. 3-10 Loss factor versus temperature for various mode (Oberst beam)

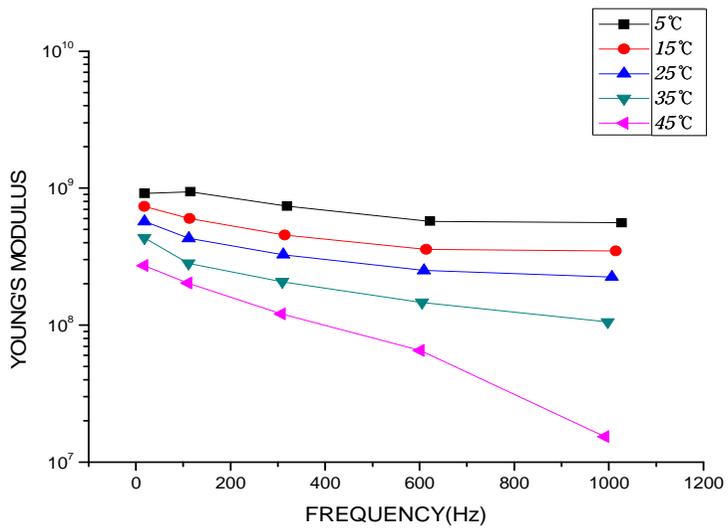


Fig. 3-11 Young's modulus versus temperature for various mode (Damping material)

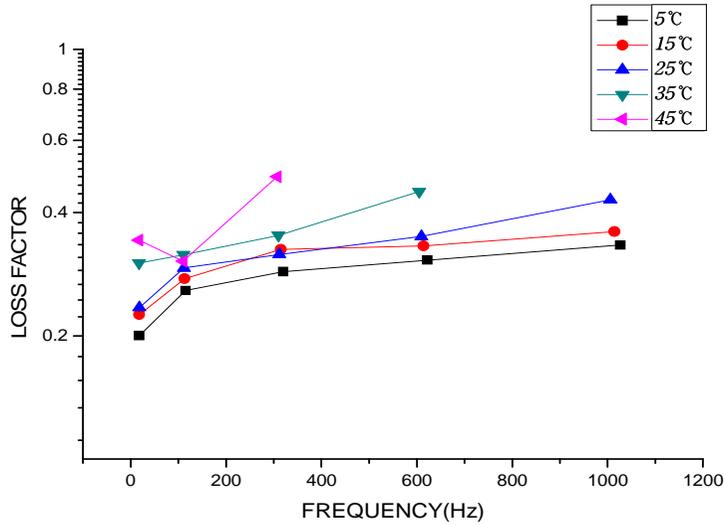


Fig. 3-12 Loss factor versus temperature for various mode (Damping material)

## 4. 결 론

본 논문에서는 감쇠재가 부착된 강제 시편의 진동 특성을 해석하기 위하여 실험 모드 해석법을 수행하였다.

감쇠재가 부착된 강제 시편의 경우 감쇠항을 비례 감쇠로 정의 할 수 없다. 이와 같은 모델은 일반 감쇠로 정의하여야 한다.

일반 감쇠 모델의 경우 1자유도 곡선 맞춤으로 구해진 고유 주파수와 모드 감쇠비를 이용하여 선형 직접법으로 곡선 맞춤할 경우 오차가 크게 나타낸다.

다자유도 곡선 맞춤 방법인 편분 반복법의 경우 오차가 있는 선형 직접법의 해석 결과를 초기치로 사용한다면 적은 횟수의 반복만으로도 정확한 곡선 맞춤을 수행할 수 있다.

해석자가 공진 주파수와 모드 감쇠비만을 입력하는 간단한 조작으로 일반 점성 모델의 다자유도 곡선 맞춤을 수행할 수 있는 편분 반복법을 MATLAB을 이용하여 수행 하

였다.

부가적으로 감쇠제의 유한 요소 모델링을 위한 감쇠 특성치 실험에 편분 반복법을 적용하면 정확한 감쇠제의 특성치를 구할 수 있다.

또한 앞의 곡선 맞춤을 통해 구해진 특성치를 이용하여 최종적으로 구하려 하는 온도 변화에 따른 감쇠제의 특성 변화에 관한 실험을 수행하여 다음과 같은 결론을 내릴 수 있었다.

Oberst Beam의 경우 온도가 증가함에 따라 고유 주파수와 손실계수가 감소함을 알 수 있다. 감쇠제의 경우 온도가 증가함에 따라 탄성계수는 작아지며 손실계수의 경우는 온도가 올라갈수록 증가하는 것을 알 수 있었으나 높은 온도에서는 정확한 값을 구할 수 없었다.

앞으로 감쇠가 매우 크게 작용하는 모델의 경우에 대한 곡선 맞춤을 수행하고 반복 횟수를 줄이기 위한 연구가 보완되어야 할 것이다.

감쇠제를 부착한 특수한 구조물의 경우 고차 모드까지 곡선 맞춤을 수행하기 위해선 많은 반복 계산을 필요로 한다. 그러나 관심이 있는 주파수 영역을 선정하여 곡선 맞춤을 수행하면 적은 반복 횟수로 정확한 곡선 맞춤을 수행할 수 있는지에 대한 검증이 이뤄져야 할 것이다.

또한 주파수에 의존하는 점탄성 손실계수의 측정을 위한 식을 제시하고 실험 결과를 통해 이를 입증하고 복잡한 구조물에 적용을 통한 검증 연구가 병행되어야 할 것이다.

## 참 고 문 헌

- [1] 박석주, 박성현, 오창근, 제해광 (2001). “선체 상부구조물의 실험적 해석”, 한국소음진동공학회 2001년도 춘계학술대회논문집, pp 328-334.
- [2] 박한일, 손재근, 민천홍, 배수룡 (2007). “복합재의 탄성 및 감쇠계수 측정을 위한 실험연구”, 대한조선학회논문집, 제44권, 제1호, pp 26-31.
- [3] 우창수, 김완두, 김기세, 권재도 (2002), “실험에 의한 방진고무의 동특성에 관한 연구,” 한국고무학회 Elastomer, 제 37권 제 3호, pp. 183-191.
- [4] 이장명, 주호민, 이준 (2001), “온도 조건에 따른 제진의 손실계수 및 탄성계수 측정,” 한국소음진동공학회 춘계학술대회 논문집, pp. 1192-1196.
- [5] 이장명, 이준 (2001), “2층형 제진 강판을 이용한 온도 조건에 따른 제진재의 손실계수 및 탄성계수 측정,” 한국소음진동공학회 논문집, 제 11권, 9호, pp. 391-397.

- [6] 최현, 이정운 (1999), “점탄성 재료의 손실계수 측정에 관한 연구,” 경기대학교 산업 기술종합연구소 논문집, 제 18권, pp. 113-124.
- [7] ASTM, E756-04, (2004), Standard Test Method for Measure Vibration-damping Properties of Materials.
- [8] Ibrahim, S.R. and Mikulcik, E.C. (1977), A Method for the Direct Identification of Vibration Parameters from the free Response, The Shock and Vibration Bulletin, Vol. 47, Part 4.
- [9] Mergeay, M. (1982), Multi Degree of Freedom Parameter Estimation Methods for Modal Analysis, Annals of the CIRP, Vol. 31.
- [10] Nashif, A.D. (1985), Vibration Damping, John Wiley & Sons Inc.
- [11] Van Loon, P. (1974), Modal Parameters of Mechanical Structures, Doctor al dissertation, Katholieke Univ. Leuven.
- [12] David I. G. Jones (2001), Handbook of Viscoelastic Vibration Damping, John Wiley & Sons Ltd.
- [13] 長松昭男 (1985), モード解析, 培風館.