

PRIMJENA JEDINSTVENOG MODELA OBLIKA DEBLA SMREKE U ŠUMARSKOJ PRAKSI

APPLICATION OF GENERALIZED TAPER MODEL OF NORWAY SPRUCE TREE IN FORESTRY PRACTICE

Bratislav MATOVIĆ¹, Miloš KOPRIVICA², Zoran MAUNAGA³

SAŽETAK: U radu je prikazan jedinstveni model oblika debla smreke, razvijen primjenom modificirane Brinkove funkcije, za područje Bosne i zapadne Srbije. Cilj istraživanja je izvršiti prilagođavanje jedinstvenih modela (Model 1 i Model 2) oblika debla prikazanih u radu Matovića, i dr. (2007) za jednostavnu praktičnu primjenu u šumarstvu. Jedinstveni model dobiven u ovome radu (Model 3) pokazuje nešto manju preciznost procjene promjera duž debla i volumena stabla od jedinstvenih Modela 1 i 2, ali je još uvijek dovoljno precizan, pa se uspješno može rabiti u šumarskoj praksi. U radu je izvršeno i uspoređenje jedinstvenih modela oblika debla s klasičnim dvoulaznim volumnim tablicama. Model 3 ima značajnu praktičnu primjenu i može se koristiti za procjenu volumena cijelog ili dijelova debla, promjera na bilo kojemu dijelu debla i neposredno visina stabla na kojima se nalaze karakteristični (traženi) promjeri.

Glavne riječi: jedinstveni model, oblik debla, modificirana Brinkova funkcija

UVOD – Introduction

Poznavanje oblika debla je osnova za procjenu volumena i potencijalne sortimentne strukture dubećih stabala. Značenje proučavanja oblika debla u šumarstvu najbolje se ogleda u velikom broju radova objavljenih u referentnim časopisima, koji se bave ovom problematikom tretiraju (Demaerschalk, 1973; Max i Burkhart, 1976; Sloboda 1984; Brink i Gadow, 1986; Kozak, 1988, 2004; Newnham, 1992; Riemer i dr., 1995; Muhairwe, 1999; Sloboda i dr., 1998; Bi, 2000; Fang i dr., 2000; Kublin, 2003, Lee i dr., 2003, itd.).

Funkcija debla treba biti povezana s fizičkom stranom procesa rasta i da ne bude previše složena, tj. s velikim brojem parametara, a istovremeno da omogućuje visoku točnost procjene volumena i potencijalne sortimentne strukture dubećeg stabla. U istraživanju koje je proveo Rojo i dr. (2005) pokazano je da modificirana

Brinkova funkcija (Riemer i dr., 1995) iako relativno jednostavna (samo sa tri parametra) ima dobru fizičku interpretaciju i visoku pouzdanost definiranja oblika debla. Također, u istraživanjima koja je proveo Radonja i dr. (2007) autori zaključuju da se primjenom modificirane Brinkove funkcije dobiva slična preciznost procjene promjera duž debla kao s funkcijama s velikim brojem parametara, kao kod funkcija Kozaka i Bia (Kozak, 2004; Bi, 2000). Temeljna svojstva modificirane Brinkove funkcije data su u radu Radonja i dr. (2005).

Značajana kvaliteta modificirane Brinkove funkcije je mogućnost uspostavljanja veze između parametara funkcije i određenih svojstava pojedinačnih stabala i sastojine, pa se na taj način mogu izraditi tzv. jedinstveni modeli oblika debla (Generalized taper models – engleski; Einheitsschaftmodelle – njemački) koji se primjenjuju na određenom zemljopisnom području

¹ Mr Bratislav Matović, Institut za nizijsko šumarstvo i životnu sredinu, Antona Čehova 13, Novi Sad, Srbija, bratislav.matovic@gmail.com

² Dr Miloš Koprivica, Institut za šumarstvo, Kneza Višeslava 3, Beograd, Srbija, koprivica.milos@gmail.com

³ Dr Zoran Maunaga, Šumarski fakultet, Vojvode Stepe Stepanovića 75a, Banja Luka, BiH, maunaga@blic.net

(Steingass, 1996; Hui i Gadow, 1997; Korol i Gadow, 2003; Matović, *i dr.*, 2007).

U radu Matović *i dr.* (2007) su konstruirana dva jedinstvena modela oblika debla smreke (Model 1 i Model 2) gdje su od elemenata stabla korišteni prsni promjer i visina stabla, a od elemenata sastojine srednji promjer sastojine po temeljnici. Modeli 1 i 2 pokazuju visoku preciznost procjene promjera duž debla i njihovog volumena, ali njihova primjena u praksi zahtijeva uz mjerenja prsnog promjera i visine pojedinačnih sta-

bala i utvrđivanje srednjeg promjera sastojine po temeljnici.

Oblik i volumen debla smreke u jednodobnim sastojinama na području Bosne istraživali su klasičnim metodom Koprivica i Maunaga (2008).

Cilj ovog rada je konstrukcija jedinstvenog modela oblika debla (Model 3) koji se može jednostavno primijeniti u praksi, bez utvrđivanja srednjeg promjera sastojine po temeljnici, a da model još uvijek pokazuje visoku preciznost.

MATERIJAL I METODE – Material and Methods

Za izradu jedinstvenih modela oblika debla smreke korišteni su podaci prikupljeni u 86 jednodobnih sastojina smreke na području Bosne (Maunaga, 1995) i zapadnog dijela Srbije (Matović, 2005). Ukupan broj modelnih stabala je 156, a broj parova podataka (promjer-visina) 2028.

Za sva modelna stabla metodom optimiziranja (Radonja *i dr.*, 2005) prvo su izračunati originalni parametri i , p i q modificirane Brinkove funkcije, koja ima oblik

$$y(x) = i + (y_0 - i) \frac{e^{p(x_0-x)} - e^{p(x_0-x)}}{1 - e^{p(x_0-x)}} - i \frac{e^{q(x-x)} - e^{q(x_0-x)}}{1 - e^{q(x_0-x)}}$$

gdje je:

$y(x)$ - polumjer stabla (cm) na visini x (m),

X - ukupna visina stabla (m),

y_0 - polumjer stabla u prsnoj visini (cm),

x_0 - prsna visina (1,30 m),

i, p, q - parametri funkcije.

Zatim, primjenom metoda višestruke linearne i nelinearne regresije uspostavljena je veza između originalnih vrijednosti parametara i, p, q i obilježja pojedinačnih stabala (prsni promjer i visina stabla) tj. dobijen je Model 3.

REZULTATI – Results

Konstruiranje Modela 3 – Model 3 design

$$q = 0,252425d^{-1,1708}h^{0,837535}$$

Model 3 sastoji se od tri funkcije koje se rabe za određivanje parametara jedinstvenog modela oblika debla i, p i q . Nepoznati parametri tri funkcije $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{15}$ određeni su na temelju raspoloživih podataka primjenom metoda višestruke regresije.

gdje je:

h - visina stabla

d - prsni promjer stabla

$a_1, a_2, a_3, \dots, a_{15}$ - parametri tri funkcije

Funkcije imaju sljedeći oblik i vrijednost parametara:

$$i = 0,0540767 + 0,679956d - 0,228867h - 0,0099638d^2 +$$

$$0,0131838h^2 + 0,000411067d^2h - 0,000487253h^2d$$

$$p = 4,73457 - 0,315506d + 0,13122h + 0,00632226d^2 -$$

$$0,0000916583d^2h$$

Uvrštavanjem parametara i (2), p (3) i q (4) u jednačinu (1) dobiven je jedinstven model oblika debla - Model 3.

Pokazatelji kvalitete Modela 3 dati su u tablici 1:

Tablica 1. Pokazatelji kvalitete Modela 3

Table 1 The parameters of Model 3 quality

Parametar <i>Parameter</i>	Koeficijent korelacije (R) <i>Coefficient of correlation (R)</i>	Standardna pogreška procjene (See) <i>Standard error of assessment (See)</i>	Srednja apsolutna pogreška (E) <i>Mean absolute error (E)</i>
i	0,9980	0,397	0,266
p	0,4624	1,390	1,077
q	0,5059	0,041	0,027

Određivanje preciznosti Modela 3 – Determining the accuracy of Model 3

U cilju provjere preciznosti i usporedbe Modela 3 s već analiziranim Modelima 1 i 2 u radu Matović *i dr.* (2007) uspoređeni su stvarni podaci i rezultati dobiveni

po Modelu 3. Uspoređena je procjena polumjera duž debla i procjena volumena debla.

Testiranje procjene polumjera debla – Testing the estimation of taper radius

Primjenom linearne korelacije (Stojanović, 1976) izvršeno je testiranje podudarnosti između procijenjenih veličina polumjera duž debla po Modelu 3

(R_m) i stvarnih (izmjerenih) vrijednosti (R_s). Uspoređeno je 1766 parova podataka (grafikon 1).

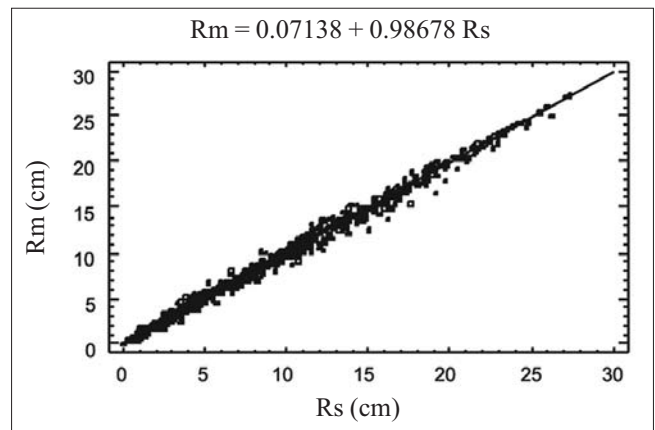
Zbog nepravilnosti žilišta, u ovoj analizi nisu rabljeni polumjeri stabla ispod 0,7 m visine.

U idealnom slučaju, pri potpunoj suglasnosti podataka potrebno je da: parametar $a = 0$ i parametar $b = 1$.

Statistički pokazatelji suglasnosti stvarnih i procijenjenih polumjera debla po Modelu 3 su:

$$a = 0,07138, b = 0,98678, R = 0,9976, S_{ce} = 0,375 \text{ i } E = 0,243.$$

Slika 1. Korelacija stvarnih i procijenjenih polumjera po Modelu 3
Figure 1 Correlation of measured and calculated radiuses by Model 3



Testiranje procjene volumena debla – Testing the taper volume

Volumen debla izračunava se pod pretpostavkom da se radi o simetričnom geometrijskom tijelu koje nastaje rotacijom odgovarajuće funkcije oblika debla oko osi x . Ustvari, radi se o izračunavanju vrijednosti određenog integrala, pri čemu je podintegralna funkcija kvadrat funkcije oblika debla.

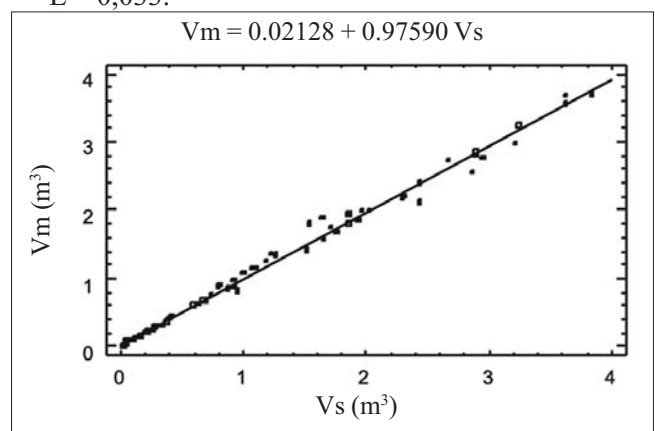
$$V(x) = \pi \int_0^x y^2(x) dx$$

Stvarni volumen debla (v_s) izračunava se na temelju originalnih vrijednosti parametara i , p i q , a procijenjeni (v_m) po Modelu 3.

Na slici 2 predstavljena je veza stvarnog volumena i volumena izračunatog po Modelu 3.

Statistički pokazatelji suglasnosti stvarnog i procijenjenog volumena stabla po Modelu 3 su:

$$a = 0,02128, b = 0,97590, R = 0,9975, S_{ce} = 0,062 \text{ i } E = 0,033.$$



Slika 2. Korelacija stvarnih i procijenjenih volumena po Modelu 3
Figure 2 Correlation between measured and calculated volumes for Model 3

Testiranje procjene volumena debla u odnosu na dvoulazne volumne tablice – Testing the taper volume estimation in regard to dual input volume tables

Na temelju modelnih stabala koja su rabljena za izradu jedinstvenih modela oblika debla smreke, primjenom višestruke regresije, konstruirane su dvoulazne volumne tablice. U tu svrhu rabljene su funkcije Näslunda i Schumacher-Halla (Mirković i Banković, 1993).

Funkcije imaju sljedeći oblik i vrijednost parametara:

$$v = -0,0000297321d^2 + 0,0000343446d^2h + 0,00000294823h^2d + 0,0000895585h^2$$

$$v = 0,0000449961d^{1,84118}h^{1,11812}$$

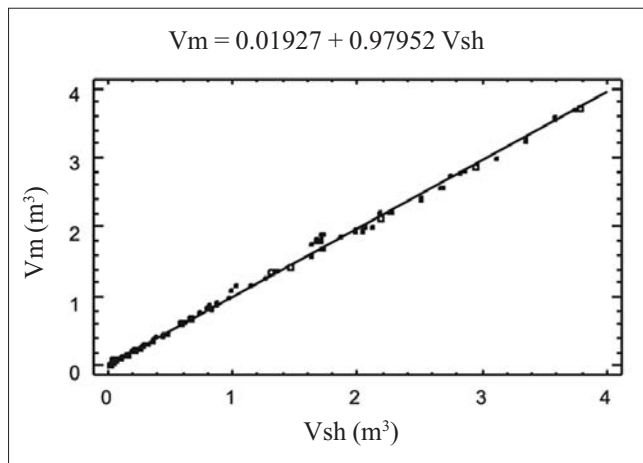
Statistički pokazatelji suglasnosti podataka stvarnog volumena debla (v_s) izračunate na temelju originalnih vrijednosti parametara i , p i q , i procijenjenog volumena (v_m) po funkcijama Näslunda (6) i Schumacher-Halla (7) prikazani su u tablici 2.

Na temelju dobivenih vrijednosti parametara a i b , kao i statističkih pokazatelja suglasnosti podataka (R , S_{ce} i E), može se zaključiti da klasične dvoulazne volumne tablice imaju nešto veću preciznost od Modela 3 za procjenu ukupnog volumena debla. Međutim, s obzirom da razlika u preciznosti sa stajališta praktične primjene nije značajna, a da se klasičnim dvoulaznim volumnim tablicama

Tablica 2. Statistički pokazatelji suglasnosti podataka stvarnog i procijenjenog volumena po funkcijama Näslunda i Schumacher-Halla

Table 2 Statistical index of data agreement between measured and calculated volume for Näslund and Schumacher-Hall functions

Model	a	b	R	See	E
Näslund	0,00203	0,99633	0,9985	0,050	0,026
Schumacher-Hall	0,00031	0,99762	0,9984	0,051	0,025



određuje samo volumen cijeloga debla, daje jedinstvenim modelima oblika debla znatno veće mogućnosti za primjenu u šumarskoj praksi.

Na slici 3 prikazana je korelacija između procijenjenih volumena primjenom Schumacher-Hallove funkcije (v_{sh}) i Modela 3. Iz slike se jasno vidi visoka podudarnost procijenjenih vrijednosti ukupnog volumena debla dobivenih primjenom Modela 3 i volumena dobivenih primjenom Schumacher-Hallove funkcije, kao jedne od najčešće rabljenih pri izradi dvoulaznih volumnih tablica.

Slika 3. Korelacija procijenjenih volumena dobivenih primjenom Schumacher-Hallove funkcije i volumena po Modelu 3
Figure 3 Correlation of calculated volumes by Schumacher-Hall function, and according to Model 3

Praktična primjena Modela 3 – Practical use of Model 3

Uporaba funkcija (1-5) i funkcija prikazanih u radovima Radonja *i dr.* (2005) i Matović *i dr.* (2007) izrađena je aplikacija u programskom paketu EXEL, koja omogućava računanje: promjera duž debla, visine stabla na kojoj se nalaze karakteristični promjeri (na pri-

mjer 7, 20 i 40 cm), ukupnog volumena debla i volumena pojedinačnih dijelova debla (bilo koje dužine i dijela debla). Aplikacija je izrađena za različite modele, a u ovome radu korišten je samo Model 3.

Računanje promjera duž debla – Calculation of diameters along the taper

Primjer 1. Za stablo dimenzija $d = 51,85$ cm i $h = 36,3$ m promjeri duž debla su: $d_{1,0} = 53,30$ cm; $d_{1,3} =$

$51,85$ cm; $d_{8,2} = 44,61$ cm; $d_{15,0} = 38,76$ cm; $d_{24,82} = 25,85$ cm; $d_{30,0} = 16,00$ cm; $d_{36,3} = 0,00$ cm; i slično.

Računanje visine na kojoj se nalaze karakteristični promjeri debla – Calculation of the height with characteristic tree diameters

Modificirana Brinkova funkcija spada u treću grupu funkcija koje opisuju oblik debla, tzv. funkcije oblika debla promjenljive forme. U uspoređenju s dvije starije grupe funkcija (proste i segmentne), funkcije treće grupe su preciznije i danas najčešće u uporabi. Međutim, većina funkcija iz treće grupe ima nedostatak jer nisu analitički integrabilne, tj. ne omogućavaju izravno računanje visine duž debla gdje imamo poznatu vrijednost promjera. Problem se rješava numeričkim integrativnim metodama (Kincaid i Cheney, 1994) i iterativnom procedurom procjene visine u zavisnosti od promjera (Chapra i Canale, 2002; Rade i Westergren, 2004). Ove metode često su komplicirane za praktičnu primjenu.

Modificirana Brinkova funkcija nije analitički integrabilna. U ovome radu problem računanja visine duž debla gdje imamo poznatu vrijednost promjera, rješavan je primjenom mehaničke iterativne procedure⁴ i višestruke regresije za računanje visine stabla na kojoj se nalaze, za praksu, tri karakteristična promjera 7, 20 i 40 cm.

Primjenom mehaničke iterativne procedure za svih 156 stabala iz uzorka, uporabom Modela 3, utvrđene su visine na kojima stabla imaju promjer 7, 20 i 40 cm, a

zatim primjenom višestruke regresije uspostavljena je veza dobivenih visina (h_{d7} , h_{d20} i h_{d40}) s prsnim promjermom (d) i visinom stabla (h). Istim postupkom mogu se dobiti visine duž debla i za druge karakteristične promjere. Rezultati su prikazani u obliku funkcija (8), (9) i (10) sa sljedećim vrijednostima parametara:

$$h_{d7} = -4,16748 + 0,673936d + 0,0955828h - 0,0186216d^2 + 0,0370542h^2 - 0,00103694dh^2 + 0,000732706d^2h$$

$$h_{d20} = -28,5385 + 3,65196d - 2,66683h - 0,0810093d^2 + 0,121295h^2 - 0,00314002dh^2 + 0,00242106d^2h$$

$$h_{d40} = 35,2839 - 36,3611d + 49,1945h + 0,770437d^2 - 1,54212h^2 + 0,0335785dh^2 - 0,0231049d^2h$$

Pokazatelji kvalitete dobijenih funkcija dati su u tablici 3.

Tablica 3. Pokazatelji kvalitete funkcija za procijenu visina na kojima se nalaze karakteristični promjeri
Table 3 Index of the quality of functions for estimation of heights with some characteristic diameters

Visina - Height	R	See	E
hd7	0,9997	0,251	0,188
hd20	0,9995	0,263	0,183
hd40	0,9979	0,373	0,226

⁴ U aplikaciji izrađenoj u programskom paketu EXEL za svih 156 stabala iz uzorka utvrđene su visine na kojima stabla imaju promjer 7, 20 i 40 cm. Uporabom Modela 3 za svako stablo su proizvoljno mijenjanje vrijednosti visina dok nije dobiven promjer 7, 20 i 40 cm.

Primjer 2. Za stablo dimenzija $d = 51,85$ cm i $h = 36,3$ m visine duž debla gdje se nalaze vrijednosti promjera 7, 20 i 40 cm iznose: $h_{d7} = 33,67$ m, $h_{d20} = 27,79$ m i $h_{d40} = 14,30$ m.

Računanje ukupnog volumena debla – *Calculation of the total taper volume*

Primjer 3. Za stablo dimenzija $d = 51,85$ cm i $h = 36,3$ m ukupni volumen debla je $3,545$ m³. Primjenom

Poznavanje visine stabla na kojoj se nalaze za praksu važni promjeri, može imati široku primjenu u iskorištavanju šuma.

Schumacher-Hallove funkcije dobiven je volumen $3,585$ m³. Razlika je 1,1%.

Računanje volumena pojedinih dijelova debla –

Volume calculation for particular taper parts

Primjer 4. Za stablo dimenzija $d = 51,85$ cm i $h = 36,3$ m volumen pojedinih dijelova debla iznosi: od 0,0 do 36,3 m je $3,545$ m³; od 0,3 do 33,43 m je $3,451$ m³;

od 0,3 do 6,3 m je $1,140$ m³; od 4,0 do 12,5 m je $1,323$ m³; od 24,0 do 28,0 m je $0,179$ m³, itd.

RASPRAVA I ZAKLJUČAK – Discussion and Conclusions

Rezultat ovoga istraživanja je jedinstveni model oblika debla (Model 3). Cilj rada bio je za potrebe šumarske prakse pojednostaviti primjenu Modela 1 i 2, koji su konstruirani ranije (Matović, *idr.* 2007).

Za praktičnu primjenu Modela 1 i 2 potrebno je uz mjerenja prsnog promjera i visine pojedinačnih stabala i utvrđivanje srednjeg promjera sastojine po temeljnici. Ranija istraživanja (Hui i Gadow, 1997; Korol i Gadow, 2003; Matović *idr.*, 2007) pokazala su da gustoća sastojine, temeljnica i srednji promjer sastojine po temeljnici imaju određeni utjecaj na oblik debla. I ovo istraživanje to potvrđuje, jer Model 3 koji je konstruiran bez uporabe srednjeg promjera sastojine po temeljnici, ima manju preciznost procjene promjera duž debla i volumena stabla od Modela 1 i 2. Međutim, razlika sa stajališta praktične primjene nije značajna, pa se

Model 3 koji koristi samo prsni promjer i visinu stabla (razina dvoulaznih volumnih tablica) može uspješno koristiti u šumarskoj praksi.

Dobiveni Model 3 je superiorna zamjena za klasične dvoulazne volumne tablice, jer uz ukupni volumen omogućava procjenu volumena pojedinih dijelova dubelih stabala, i procjenu promjera duž debla. Model 3 posredno omogućava i računanje visine stabla na kojoj se nalaze za šumarsku praksu karakteristični promjeri.

Model 3 s navedenim mogućnostima praktične primjene može se jednostavno uporabiti pomoću aplikacije razvijene u EXEL-u. Zbog dimenzija stabala rabljenih za konstruiranje Modela 3, on se može pouzdano rabiti u praksi za stabla smreke prsnog promjera 10–60 cm i visine 6–37 m.

LITERATURA – References

- Bi, H., 2000: Trigonometric variable-form taper equations for Australian Eucalypts. *For Sci* 46 (3): 397–409.
- Brink, C., K. von Gadow, 1986: On the use of growth and decay functions for modelling stem profiles. *EDV in Medizin and Biologie* 17 (1/2): 20–27.
- Demaerschalk, J.P., 1973: Integrated systems for the estimations of tree taper and volume. *Can J For Res* 3 (1): 90–94.
- Kincaid, D., W. Cheney, 1994: Analisis numerico. *Las matematicas del calculo cientifico*. Addison-Wesley Iberoamericana, SA
- Koprivica, M., Z. Maunaga, 2008: Oblik i zapremina vretena stabla smrče u jednodobnim sastojinama na području Bosne. Šumarski fakultet, Banja Luka.
- Korol, M., K. von Gadow, 2003: Ein Einheitschaftmodell fuer die Baumart Fichte. *Forstw Cbl* 122: 1–8.
- Kozak, A., 1988: A variable-exponent taper equation. *Can J For Res* 18: 1363–1368.
- Kozak, A., 2004: My last words on taper equation. *For Chron* 80 (4): 507–515.
- Kublin, E., 2003: Einheitliche Beschreibung der Schaftform – Methoden und Programme – BDAT-Pro. *Forstw Cbl* 122: 183–200.
- Lee, W.-K., J.-H. Seo, Y.-M. Son, K.-H. Lee, K. von Gadow, 2003: Modelling stem profiles for *Pinus densiflora*, in Korea. *For Ecol Manag* 172 (2003): 69–77.
- Matović, B., 2005: Normalno stanje u smrčevoj šumama – ciljevi i problemi gazdovanja na Zlataru. Magistarski rad, Šumarski fakultet, Beograd.
- Matović, B., M. Koprivica, P. Radonja, 2007: Generalized taper models for Norway spruce (*Picea abies* L. Karst.) in Bosnia and west Serbia. *Allg Forst Jagdtztg* 178 (7/8): 150–155.
- Maunaga, Z., 1995: Proizvodnost i strukturne karakteristike jednodobnih sastojina smrče u Republici Srpskoj. Doktorska disertacija, rukopis, Šumarski fakultet, Beograd.

- Max, T.A., H.E. Burkhart, 1976: Segmented polynomial regression applied to taper equations. *For Sci* 22 (33): 283–289.
- Mirković, D., S. Banković, 1993: Dendrometrija. Zavod za udžbenike i nastavna sredstva, Beograd.
- Muhairwe, CK., 1999: Taper equation for *Eucalyptus pilularis* and *Eucalyptus grandis* for the north coast in New South Wales, Australia. *For Ecol Manag* 113: 251–269.
- Newnham, R., 1992: Variable-form taper functions for four Alberta tree species. *Can J For Res* 22, 210–223.
- Rade, L., B. Westergren, 2004: Mathematics handbook for science and engineering. Springer, Berlin Heidelberg New York
- Radonja, P., M. Koprivica, B. Matović, 2005: Primena modifikovane Brinkove funkcije za modeliranje profila i zapremine stabla. *Šumarstvo*, br.4, LVII, str.1–10. Beograd.
- Radonja, P., B. Matović, M. Koprivica, 2007: Osobine i primena savremenih funkcija za modeliranje oblika vretena stabla. *Šumarstvo*, br.1–2, LIX, str.49–58. Beograd.
- Riemer, T., K. von Gadow, B. Sloboda., 1995: Ein Modell zur Beschreibung von Baumschaften. *Allg Forst Jagdztg* 166 (7): 144–147.
- Rajo, A., X. Perales, F. Sanchez-Rodriguez, J.G. Alvarez-Gonzalez, K. von Gadow, 2005: Stem taper functions for maritime pine (*Pinus pinaster* Ait.) in Galicia (Northwestern Spain). *Eur J Forest Res* 124: 177–186.
- Sloboda, B., 1984: Bestandesindividuelles biometrisches Schaftformmodell zur Darstellung und Vergleich von Formigkeit und Sortimentausbeute sowie Inventur. Tagungsbereich d. Sektion Ertragskunde, Neustadt.
- Sloboda, B., D. Gaffrey, N. Matsumara, 1998: Erfassung individueller Baumschaftformen und ihrer Dynamik durch Spline-Funktionen und Verallgemeinerung durch lineare Schaftformmodelle. *Allg Forst Jagdztg* 169 (2): 29–38.
- Steingass, F., 1996: Beschreibung der Schaftprofile von Douglasien. Diplomarbeit, Forstw. Fachbereich, Univ. Goettingen.
- Stojanović, O., 1976: Primjena linearne korelacije pri izboru metoda mjerenja taksacionih veličina. *Radovi Šumarskog fakulteta i Instituta za šumarstvo u Sarajevu*, godina XIX, sveska 1: 149–154.
- Fang, Z., B.E. Borders, R.L. Bailey, 2000: Compatible volume-taper models for loblolly and slash pine based on a system with segmented-stem form factors. *For Sci* 46, 1–12.
- Hui, G.Y., K. von Gadow, 1997: Entwicklung und Erprobung eines Einheitsschaftmodells fuer die Baumart *Cunninghamia lanceolata*. *Forstw Cbl* 116: 315–321.
- Chapra, SC., RP. Canale, 2002: Numerical methods for engineers. McGraw-Hill, Boston

SUMMARY: By applying modified Brink's function, this paper presents the unique generalized taper model of Norway spruce tree, developed for the area of Bosnia and west Serbia. The objective of this research is adapt generalized taper models (Models 1 and 2) for trees presented in the paper Matović, et al. (2007), for practical use in forestry.

The significant quality of the modified Brink's function is the correlation of the characteristics of individual trees and stands and the function parameters, so in this way generalized taper models can be calculated for the use in a definite geographic region.

The study of Norway spruce taper is based on the data collected from 86 even-aged stands in the region of Bosnia and west Serbia, which is adjacent to Bosnia. The total number of model trees is 156, and the number of data pairs (diameter-height) is 2028.

The original parameters i , p and q of the modified Brink's function were first calculated for all model trees by the optimisation method - equations (1). By applying the multiple regression method, a link has been established between original values of parameters i , p and q , and characteristics of individual trees (diameter at breast height and tree height), i.e. Model 3 has been obtained.

Model 3 is consisted of three functions used for determining the parameters of generalized taper model i , p and q . Unknown parameters of the three

functions $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{15}$ are determined on the basis of available data, by applying multiple regression – equations (2), (3) and (4).

In order to test the estimation of taper volume, on the material used for the development of generalized taper models of spruce trees by applying multiple regression, dual input volume tables were created. For that purpose Näslund and Schumacher-Hall functions were used – equations (6) and (7).

This research confirms that Model 3 shows less accuracy in estimating the diameter along the taper and volume than Models 1 and 2, which besides using the diameter at breast height and tree height, also require using the stand quadratic mean diameter. However, such difference, from the aspect of practical use, is not important, so Model 3 that applies only the diameter at breast height and tree height (in fact, reduced to the level of dual input volume tables) can be successfully used in forestry practice.

Obtained Model 3 is the superior substitute for conventional dual input volume tables, because besides the total volume it enables the volume estimation for particular parts of the standing tree, and also estimation of the diameter along the taper. Model 3 indirectly enables the calculation of tree heights with some diameters characteristic for forestry practice.

Model 3, with all above mentioned practical possibilities, can be very simply used by applying one EXCEL application. Because of the dimensions of trees used for Model 3 design, it can be reliably used in practice for Norway spruce trees with diameters at breast height of 10 to 60 cm and height of 6 to 37 m.

Key words: generalized model, taper, modified Brink's function