

## DIJAGNOSTIČKA TENDENCIJA RICHARDSONOVOG BROJA KAO INDIKATOR TURBULENCIJE U VEDROM ZRAKU

### The Diagnostic Richardson Number Tendency as an Indicator of Clear Air Turbulence

KATARINA STANKOVIĆ

Savezni hidrometeorološki zavod

Oblasni zrakoplovni meteorološki centar, aerodrom Zagreb

Primljeno 27. travnja 1986, u konačnom obliku 27. lipnja 1986.

**Sažetak:** Na temelju teorije stabilnoga stratificiranog fluida sa smicanjem primijenjena mehanizam generiranja CAT-a, izveden je indikator (prediktor) CAT-a u literaturi poznat pod nazivom Dijagnostička Tendencija Richardsonovog broja. Sposobnost ovog teorijskog prediktora da dijagnosticira (prognozira) CAT testirana je na slučaju kada su CAT opservirali piloti u području iznad Jugoslavije. Rezultati su dobiveni iz mjerenih podataka vjetera i temperature. Ulazna polja su dobivena metodom interpolacije u mreži točaka s horizontalnom udaljenosti od 100 km i vertikalnom rezolucijom od 100 hPa. Kritične vrijednosti za CAT su određene uspoređivanjem s područjima u kojima su neki drugi prediktori dijagnosticirali CAT i područjima u kojima su CAT opservirali piloti.

**Ključne riječi:** turbulencija u vedrom zraku, Kelvin-Helmholtzova nestabilnost, Richardsonov broj, gravitacijski smicajući valovi

**Abstract:** On the basis of the stability theory of stable stratified fluid with shear applied to the mechanism for CAT generation, the indicator (predictor) of CAT is derived, known in literature as the Diagnostic Richardson Number Tendency (DRT). The applicability of this theoretical indicator to diagnose and prognose CAT is tested on a case when CAT was observed by pilots in the area of Yugoslavia. The results are based on measurements of wind and temperature. Input fields are obtained by interpolation in the grid point network with a horizontal resolution of 100 km and a vertical resolution of 100 hPa. The critical values for CAT generation are determined by comparison with the areas in which some other indicators diagnose the appearance of CAT and with the areas in which CAT was observed by pilots.

**Key words:** Clear air turbulence, Kelvin – Helmholtz instability, Richardson number, gravity shear waves

### 1. UVOD

Turbulencija u vedrom zraku, u literaturi poznata kao CAT (Clear Air Turbulence), je meteorološka pojava značajna u zrakoplovstvu i u atmosferskoj znanosti.

Otkrivena je zahvaljujući naglom razvoju zračnog saobraćaja, napose mlazne avijacije. Istraživanja ovog fenomena u kontekstu zrakoplovstva započela su već u 1930-tim godinama i od tada su znatno fluktuirala. Povećan interes za proučavanje CAT-a poklapao se s većim avionskim nesrećama za koje se pretpostavljalo da su uzrokovane ovom pojavom.

CAT je opasan meteorološki fenomen i bio je čest predmet proučavanja zbog operacijskih poteškoća u avijaciji.

Danas CAT nije interesantan samo zbog efekata sigurnosti i konformnosti u zračnom saobraćaju već i zbog njegove veze s atmosferskim valnim fenomenima i zbog značenja CAT-a u problemu kreiranja numeričkih modela za dugoročnu prognozu vremena. Ovaj meteorološki

aspekt CAT-a predstavlja novi motiv za proučavanje CAT-a i procesa koji ga generiraju i održavaju u atmosferi.

Iz eksperimentalnih i teorijskih proučavanja u posljednjih 20-tak godina i povezivanjem s proučavanjima u laboratoriju i oceanu učinjen je veliki napredak u opisivanju i razumijevanju fizikalnog mehanizma CAT-a. Danas je poznato da je uzrok CAT-u Kelvin-Helmholtzova nestabilnost (KHN). Kriteriji nastanka KHN su prihvaćeni i kao kriteriji nastanka CAT-a. Problem određivanja ovih kriterija je složen i teorijski i praktički.

Teorijski problemi se sastoje u rješavanju kompliciranih diferencijalnih jednadžbi za gravitacijske smicajuće valove, koje se zavisno od oblika profila vjetera i temperature transformiraju u razne oblike hipergeometrijskih diferencijalnih jednadžbi.

U praksi su problemi povezani s rezolucijom mjerenih podataka vjetera i temperature. CAT se javlja u višim slojevima troposfere a gustoća podataka za ove slojeve određena je gustoćom radiosondažnih stanica. Ova gu-

stoća nije podešena za detekciju mezoprocesa kao što je CAT, tako da se sa sinoptičkom sondažnom mrežom ne može postići zahtijevana preciznost u dijagnozi ove pojave. Točnost dijagnoze kao i prognoze ovog fenomena može se očekivati u onim granicama u kojima sinoptički procesi mogu opisivati mezo i mikroprocese.

Provjere točnosti dijagnoza i prognoza ove pojave također su limitirane nedostacima opservacija ove pojave iz aviona. Zračni putevi nisu slučajno distribuirani a gustoća saobraćaja također nije ravnomjerno raspoređena u toku dana. Problem dobivanja slučajnog uzorka na kojega se može primijeniti statistička teorija ovdje je stalno prisutan.

Zbog općeg porasta gustoće zračnog saobraćaja, ogromnih ekonomskih šteta, ugrožavanja sigurnosti i komforosti putovanja avionima, zbog nemogućnosti otkrivanja CAT-a vizuelno, nepostojanje adekvatne aparature za detekciju iz aviona, uloženi su i ulažu se veliki naponi da se iznađu metode prognoze CAT-a. Kod planiranja letova tako bi se izbjegavali oni nivoi koji prema prognozi imaju najveću mogućnost za razvoj CAT-a. U skladu s općim trendom u numeričkoj prognozi vremena, postoji težnja da se CAT prognozira objektivno.

U vezi s tim, maksimalno se koristi teorijsko znanje kao baza za prognozu CAT-a. U ovom radu se razmatra jedna takva mogućnost objektivne prognoze CAT-a na osnovi polja prediktora koji izravno proizlazi iz teorije o nastanku CAT-a.

Na temelju teorije stabilnosa stabilno stratificiranih fluida sa smicanjem, na kojoj se zasniva teorija nastanka CAT-a u atmosferi, izveden je prediktor CAT-a nazvan Dijagnostička Tendencija Richardsonovog broja (DRT) (Oard, 1974).

U jednoj sinoptičkoj situaciji kada su CAT opservirali piloti iznad Jugoslavije, izračunata su polja ovog prediktora, određeni kriteriji i dijagnosticiran CAT. Dijagnoza je uspoređena s područjem gdje su CAT dijagnosticirali još drugih šesnaest prediktora (teorijskih i empiričkih) i gdje su CAT susreli piloti.

## 2. TEORIJSKA BAZA ZA IZVOĐENJE DIJAGNOSTIČKE TENDENCIJE RICHARDSONOVOG BROJA

### 2.1. Osnove teorije fizikalnog mehanizma nastanka turbulencije u vedrom zraku

Turbulencija u vedrom zraku se javlja u statički stabilnim slojevima atmosfere u kojima istovremeno postoji superkritično vertikalno smicanje vjetra. Opažanjima i mjerenjima u atmosferi, i sličnih fenomena u oceanu u zoni termokline, danas je potvrđena hipoteza da je uzrok CAT-u Kelvin-Helmholtzova Nestabilnost: (KHN). KHN u klasičnom smislu je nestabilnost koja se javlja na graničnoj plohi između dva polubeskonačna fluida uniformne ali različite gustoće i brzine. Zbog razlike u gustoći (temperaturi) i brzini ovih dvaju fluida poremećaj ravnoteže sila može dovesti do talasanja diskontinuitetne plohe i nastanka tzv. Kelvin-Helmholtzovog vala. Nestabilnost tako nastalog vala je KHN, a može nastati kada se prekorače određeni kritični uvjeti. Ove kritične uvjete daje klasična perturbacijska teorija i izražavaju se iznosom Richardsonovog broja ( $Ri$ ) u kojemu su sadržana oba efekta: stabilnost, koja koči degeneraciju vala u vrtlog i nastanak CAT-a, i vertikalno smicanje vjetra, koje potpomaže razvoj nestabilnosti i nastanak CAT-a. Zavisno koji od ovih faktora će u datim uvjetima prevladati, što se izražava iznosom  $Ri$ , može doći ili ne do pojave CAT-a u tom području. Prema teorijskim rezultatima  $Ri$  treba biti manji od 0.25 da bi došlo do KHN. Ova kritična vrijednost je eksperimentalno potvrđena preciznim mjerenjima slojeva atmosfere gdje je istovremeno opserviran CAT.

Klasična Kelvin-Helmholtzova teorija suviše idealizira atmosferske uvjete pretpostavljajući da se gradijenti vjetra i temperature koncentriraju u beskonačno tankom sloju, tj. u diskontinuitetnoj plohi u kojoj se događa skok atmosferskih svojstava, gustoće (temperature) i brzine.

KHN su proučavali mnogi autori (Haurwitz, 1941; Drazin i Howard, 1966; Gossard i Hook, 1975. i drugi). Iako su neka istraživanja ovog problema preliminarno vršena umetanjem prelaznog sloja između dva polubeskonačna fluida, ona su uglavnom tretirana s matematičkog aspekta bez primjene na bilo koji prirodni fenomen. Primjenu na CAT u jednostavnom slučaju bez promatranja oblika profila smicanja i stabilnosa prezentirao je Sekioka (1970) te na sličnu pojavu u oceanu u zoni termokline Woods (1968). Dalje u literaturi se uglavnom ne susreće sustavna i adekvatna primjena ovog problema na CAT. Jedan mogući način primjene ove teorije koja tretira komplicirane modele atmosfere s prelaznim slojem u kojem se zbivaju različite promjene vjetra i temperature po vertikali, tretiran je u radu Stanković (1985). Tu su teorijski rezultati uspoređeni s rezultatima mjerenja u zoni CAT-a pokazali da predloženi teorijski model CAT-a omogućuje procjenu kritičnih valnih duljina s kojima su u interakciji zrakoplovi kad se nađu u zoni CAT-a u atmosferi.

Činjenica je da se stvarne promjene u prirodi ne odvijaju diskontinuirano na beskonačno tankom sloju. Stoga za proučavanje CAT-a koristimo „modificiranu“ Kelvin-Helmholtzovu teoriju koja pretpostavlja postojanje prijelaznog sloja između dva polu-beskonačna fluida uniforme gustoće i brzine. U tom sloju se promjene vjetra i temperature po vertikali odvijaju kontinuirano. Umjetanjem ovog prijelaznog sloja omogućuje se proučavanje raznih oblika profila vjetra i temperature i njihovog utjecaja na nestabilnost poremećenog sloja.

Karakteristike stabilnosa stratificiranog sloja sa smicanjem u kojem se javlja CAT određuju se pomoću diferencijalne jednačine težinskog smicajućeg vala u obliku:

$$\frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + \left[ \frac{N^2}{(U - C)^2} - k^2 - \frac{\partial^2 u / \partial z^2}{U - C} \right] w = 0, \quad (1)$$

$$s \text{ rješenjem u obliku } w = \operatorname{Re} \left\{ \left( \frac{\rho_0}{\rho} \right)^{1/2} w(z) e^{ik(x-ct)} \right\} \quad (2)$$

gdje je  $w$  = vertikalna brzina,  $N$  = Brunt-Vaisala frekvencija,  $\rho$  = gustoća,  $U$  = horizontalna brzina vjetera,  $c$  = fazna brzina gravitacijskog vala,  $t$  = vrijeme,  $k$  = valni broj.

Za razne oblike profila vjetera i temperature ova se diferencijalna jednadžba transformira u razne oblike hipergeometrijskih diferencijalnih jednadžbi koje imaju komplicirana rješenja kao Taylor-Goldsteinova, Riemannova i druge. Sva ova rješenja su nestabilna kada  $Ri$  poprima vrijednosti iz intervala ( $0 < Ri \leq 0.25$ ).

Kako je eksperimentalno ustanovljeno da se CAT javlja u takvim statički stabilnim slojevima s vertikalnim smicanjem vjetera koji se, kad se uzme infinitezimalno malo poremećenje, ponaša po zakonu (1) u granicama linearne teorije, ovi poremećaji postaju nestabilni. U sloju se javlja CAT kada fazna brzina  $c$  postane kompleksan broj. To se događa kada  $Ri$  dostigne kritičnu vrijednost  $Ri_c = 0.25$ . Ova vrijednost  $Ri$  u atmosferi sigurno ukazuje na postojanje Kelvin-Helmholtzove nestabilnosti, tj. na degeneraciju vala u vrtlog tzv. "billows" koji je glavni uzrok CAT-a.

Richardsonov broj u  $x$ ,  $y$ ,  $p$  sustavu ima oblik:

$$Ri = - \frac{1}{\rho \theta} \frac{\partial \theta}{\partial p} / \left| \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial p} \right|^2, \quad (3)$$

gdje je  $p$  = tlak,  $\theta$  = potencijalna temperatura,  $\mathbf{v}$  = horizontalni vektor vjetera. (3) predstavlja veličinu koja se može računati iz podataka vjetera i temperature. Iz polja  $Ri$  mogu se ograničiti područja iz intervala ( $0 < Ri \leq 0.25$ ) i tako se može dijagnosticirati područje KHN, tj. područje CAT-a. Ako se  $Ri$  računa iz prognostičkog polja vjetera i temperature može se dobiti prognozirano područje u kojem je  $Ri$  u intervalu ( $0 < Ri \leq 0.25$ ), tj. područje u kojem se prognozira razvoj KHN, odnosno CAT-a.

Činjenica je da se u praksi teško postiže teorijska kritična vrijednost za nastanak KHN ( $Ri_c = 0.25$ ). Problem primjene  $Ri$  u dijagnozi i prognozi CAT-a tretirali su mnogi autori. U radovima Stanković (1985 a, b) razmatrana je mogućnost praktične primjene  $Ri$  koji se računa iz sinoptičkih podataka. Pokazano je da je ova veličina vrlo osjetljiva na vertikalnu rezoluciju mjernih podataka i stoga nije pogodna za primjenu u dijagnozi (prognozi) CAT-a. Premda je teorijski najneposrednije vezan za mehanizam nastanka CAT-a,  $Ri$  je u praksi komplicirano primjenjivati.

Osim toga je  $Ri$  samo kvalitativna mjera nastanka CAT-a koja ne daje informaciju o intenzitetu ove pojave tj. o energiji koja se rasipa u CAT području.

Stoga su razni autori predlagali različite dinamičke veličine koje su s nastankom CAT-a dovedene u vezu na teorijskoj ili eksperimentalnoj bazi. U radu Stanković (1985 a) prikazano je 17 veličina koje su predložene kao mogući prediktori CAT-a i pokazana je njihova sposobnost u dijagnosticiranju (prognoziranju) CAT-a. U ovom radu će se proučavati jedna od tih veličina koja se zasniva na teoriji nastanka CAT-a.

## 2.2. Dijagnostička tendencija Richardsonovog broja kao indikator CAT-a

Ideja da se na teorijskoj bazi istražuju mogući prediktori CAT-a javila se unatrag 15-tak godina. Jedna od takvih ideja, potekla od Roacha (1970), zaslužuje posebnu pažnju, a u ovom radu će biti tretirana u modificiranom obliku približno na način kako je predložio Oard (1974).

Ideja se u osnovi sastoji u tome da se glavni teorijski indikator CAT-a,  $Ri$ , promatra vremenski tj. da se prati brzina njegove promjene u vremenu. Glavna misao je ovdje da se brzina promjene  $Ri$  dovede u vezu sa sinoptičkim procesima koji se mogu procjenjivati iz sinoptičke karte i na taj način omogućiti procjena brzine opadanja  $Ri$  u sinoptičkim razmjerima.

Brzina promjene  $Ri$  može biti velika i mala, može se odvijati u dva smjera, može opadati i rasti.  $Ri$  može u nekom području opadati i težiti prema kritičnoj vrijednosti  $Ri_c = 0.25$  (brzo ili sporo) ili može rasti prema većim vrijednostima tako da se ne očekuje postizanje kritične vrijednosti neophodne za nastanak KHN, tj. CAT-a.

Ako se sinoptički procesi, dovedeni u vezu s brzinom promjene  $Ri$ , odvijaju u pravcu takvom da smanjuju  $Ri$  ispod kritične vrijednosti, tada se u tom području može očekivati CAT. Što je brzina te promjene veća, i ako se ona odvija u smjeru smanjenja  $Ri$  tj. opadanja ispod kritične vrijednosti za KHN, u tom slučaju postoji veća šansa za razvoj CAT-a, pa se na osnovi toga može s većom vjerojatnošću prognozirati razvoj CAT-a.

Osnovni problem u iznalaženju izraza koji bi dovoljno dobro prezentirao brzinu promjene  $Ri$  sastoji se u uvažavanju određenih aproksimacija koje ne bi narušile egzaktnost izvođenja izraza. U drugu ruku problem se sastoji u dobivanju izraza koji bi omogućavao jednostavnu fizikalnu interpretaciju procesa koji utječu na promjenu  $Ri$  i kao vrlo važnu činjenicu da se takav izraz može računati iz raspoloživih meteoroloških podataka. Vrlo je teško postići da istovremeno budu zadovoljeni i teorijski i praktični zahtjevi, pogotovu zato što je CAT proces vrlo malih razmjera i što se javlja u obliku sporadičnih „mrlja“ u vremenski ograničenom periodu (najčešće oko 6 sati).

U literaturi je bilo više pokušaja da se iznađe adekvatan izraz za brzinu promjene  $Ri$  (Roach, 1970; Brown, 1973; Oard, 1974). U praksi su prihvatljivi samo oni izrazi koji se mogu računati iz mjerenih podataka. Za sada se još uvijek ne zna koji je od tih izraza efikasniji jer se ne raspolaže adekvatnim brojem pokusa.

U ovom radu se brzina promjene  $Ri$  procjenjuje iz dijagnostičkih veličina koje se mogu procjenjivati iz sinoptičke karte. Jedan nedostatak je što se kod izvođenja dijagnostičkog izraza za brzinu promjene  $Ri$  koristi geostrofička aproksimacija, jer se smicanje vjetera zamjenjuje gradijentom temperature pomoću izraza za termički vjetar. Dijagnostički izraz se dobiva upotrebom frontogenetičke funkcije pomoću koje se vremenske promjene gradijenta temperature zamjenjuju prostornim derivacijama vjetera i temperature koje se

moгу računati iz mjerenih podataka. Problem ostaju jedino vertikalne brzine koje se za ciljeve ovog rada ne mogu procjenjivati iz sinoptičke karte, već ih se treba posebno računati.

### 3. IZVOĐENJE MATEMATIČKOG IZRAZA ZA DIJAGNOSTIČKU TENDENCIJU RICHARDSONOVOG BROJA (DRT)

Polazi se od formule (3) za  $Ri$  u  $x, y, p$  sustavu:

$$Ri = - \frac{1}{\rho\theta} \frac{\partial\theta}{\partial p} / \left| \frac{\partial v}{\partial p} \right|^2$$

Traži se izraz:

$$\Phi \equiv - \frac{d}{dt} \ln Ri \quad (4)$$

Vremenska promjena statičkog stabiliteta:

$$\frac{d}{dt} \ln \left[ - \frac{1}{\rho\theta} \frac{\partial\theta}{\partial p} \right] \equiv \Phi_1 \quad (5)$$

odvoji se od vremenske promjene vertikalnog smicanja vjetra:

$$\frac{d}{dt} \ln \left[ \left| \frac{\partial v}{\partial p} \right|^2 \right] \equiv \Phi_2 \quad (6)$$

i promatra kao  $\Phi_1$  koji daje doprinos promjene statičkog stabiliteta promjeni  $Ri$ , i kao  $\Phi_2$ , koji daje doprinos promjene vertikalnog smicanja vektora vjetra promjeni  $Ri$ .

Kad se eliminiraju mali članovi u izvođenju,  $\Phi$  se može pisati kao:

$$\Phi \equiv - \frac{d}{dt} \ln Ri \approx \left( \frac{\partial\theta}{\partial p} \right)^{-1} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial\theta}{\partial p} \right) - 2 \left| \frac{\partial v}{\partial p} \right|^{-1} \frac{d}{dt} \left| \frac{\partial v}{\partial p} \right|. \quad (7)$$

Zamjenom vremenske i prostorne derivacije u prvom članu desne strane (7)

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial\theta}{\partial p} \right) \sim \frac{\partial}{\partial p} \left( \frac{d\theta}{dt} \right)$$

i uvažavanjem adijabatičke aproksimacije,  $\left( \frac{d\theta}{dt} = 0 \right)$ ,

$\Phi_1$  poprima oblik:

$$\Phi_1 = \left( \frac{\partial\theta}{\partial p} \right)^{-1} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial\theta}{\partial p} \right) \approx - \left( \frac{\partial\theta}{\partial p} \right)^{-1} \left( \frac{\partial\theta}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial p} + \frac{\partial\theta}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial p} + \frac{\partial\theta}{\partial p} \frac{\partial\omega}{\partial p} \right). \quad (8)$$

Zanemarivanje radijacijskih efekata, uzimanjem u obzir adijabatičke aproksimacije  $\left( \frac{d\theta}{dt} = 0 \right)$  za područje gdje se javlja CAT, može se uzeti kao ispravno, jer se CAT javlja u suhom zraku.

Drugi član desne strane (7) označen s  $\Phi_2$  predstavlja vremensku derivaciju vertikalnog smicanja vjetra. Za izvođenje adekvatnog izraza za  $\Phi_2$  koristi se jednadžba termičkog vjetra u obliku:

$$\mathbf{V}_T = \mathbf{k} \times \mathbf{f} \frac{\partial v}{\partial p} = \frac{R}{\rho} \nabla T$$

gdje je  $f$  Coriolisov parametar,  $R$  plinska konstanta,  $\mathbf{k}$  jedinični vektor u smjeru osi  $z$ .

Ova jednadžba omogućuje da se vertikalno smicanje vjetra zamijeni horizontalnim gradijentom temperature Uvažavanjem jednadžbe plinskog stanja

$$p\alpha = RT$$

i Poissonove relacije za vezu temperature  $T$  i potencijalne temperature  $\theta$

$$\theta = T \left( \frac{1000}{p} \right)^k$$

$\Phi_2$  možemo pisati u obliku

$$\Phi_2 = 2 \left| \frac{\partial v}{\partial p} \right|^{-1} \frac{d}{dt} \left| \frac{\partial v}{\partial p} \right| = -2 R f^{-1} p^{k-1} \left| \frac{\partial v}{\partial p} \right|^{-1} (1000)^{-k} \frac{d}{dt} |\nabla\theta|. \quad (9)$$

U izrazu (9) se pojavljuje vremenska derivacija gradijenta potencijalne temperature:

$$\frac{d}{dt} |\nabla\theta|$$

koju ovdje moramo eliminirati. Jedan od načina da se riješimo vremenske derivacije je da potražimo izraz koji će dovoljno dobro aproksimirati ovu vremensku promjenu, a sam neće sadržavati vremenskih promjena.

U ovom slučaju to je postignuto tako da se primijeni oblik frontogenetičke funkcije  $F$ :

$$F \equiv \frac{\nabla\theta}{|\nabla\theta|} \frac{d}{dt} |\nabla\theta| = -|\nabla\theta|^{-1} \left\{ \frac{\partial\theta}{\partial x} \left( \frac{\partial\theta}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial\theta}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial\theta}{\partial p} \frac{\partial\omega}{\partial x} \right) + \frac{\partial\theta}{\partial y} \left( \frac{\partial\theta}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial\theta}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial\theta}{\partial p} \frac{\partial\omega}{\partial y} \right) \right\} \quad (10)$$

u obliku koji su dali Haltiner i Martin (1957). Tada se  $\Phi_2$  može pisati

$$\Phi_2 \equiv -2 \left| \frac{\partial v}{\partial p} \right|^{-1} \frac{d}{dt} \left| \frac{\partial v}{\partial p} \right| \approx -2 R f^{-1} p^{k-1} \left| \frac{\partial v}{\partial p} \right|^{-1} (1000)^{-k} |\nabla\theta|^{-1} \cdot \left\{ \frac{\partial\theta}{\partial x} \left( \frac{\partial\theta}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial\theta}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial\theta}{\partial p} \frac{\partial\omega}{\partial x} \right) + \frac{\partial\theta}{\partial y} \left( \frac{\partial\theta}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial\theta}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial\theta}{\partial p} \frac{\partial\omega}{\partial y} \right) \right\} \quad (11)$$

Korištenjem jednadžbe termičkog vjetra i izraza za frontogenetičku funkciju (10) uspjelo se vremensku derivaciju vertikalnog smicanja vjetra izraziti pomoću pro-

stornih derivacija vjetra i temperature. Na ovaj način je dobiven dijagnostički izraz za vremensku promjenu smicanja vjetra koji se može računati iz podataka vjetra i temperature. Konačno se za Dijagnostičku Tendenciju Richardsonovog broja, DTR, (7) dobiva dijagnostički izraz:

$$\Phi \equiv \Phi_1 + \Phi_2 \equiv -\frac{d}{dt} \ln Ri \approx -\left(\frac{\partial \theta}{\partial p}\right)^{-1} \left(\frac{\partial \theta}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial p} + \frac{\partial \theta}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial p} + \frac{\partial \theta}{\partial p} \frac{\partial \omega}{\partial p}\right) - 2 Rf^{-1} p^{k-1} \left|\frac{\partial v}{\partial p}\right|^{-1} (1000)^{-k} \left\{ -|\nabla \theta|^{-1} \left[ \frac{\partial \theta}{\partial x} \left( \frac{\partial \theta}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial \theta}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial \theta}{\partial p} \frac{\partial \omega}{\partial x} \right) + \frac{\partial \theta}{\partial y} \left( \frac{\partial \theta}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial \theta}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial \theta}{\partial p} \frac{\partial \omega}{\partial y} \right) \right] \right\} \quad (12)$$

U izvođenju ovog izraza upotrebljena je kvazi-geostrofička aproksimacija jer je korištena jednadžba termičkog vjetra. Budući da se ovdje radi o procesima manjih razmjera od sinoptičkih, upotreba termičkog vjetra za računanje smicanja vjetra vjerovatno predstavlja nedostatak ovog izvođenja. Može se postaviti pitanje da li je i koliko kvazi-geostrofička aproksimacija gruba, za procese malih razmjera, kao što je CAT i koliko korištenje jednadžbe termičkog vjetra utječe na korektnost izvođenja  $\Theta$ .

Ako se pogleda izraz za  $\Theta$  (12), može se konstatirati da se sve veličine za njegovo računanje mogu dobiti iz sinoptičke karte, osim vertikalnih brzina  $\omega$ . Naime, ako bi se pretpostavilo da je kvazi-geostrofička aproksimacija ovdje primjenjiva, tada se i vertikalne brzine mogu računati (procjenjivati) iz sinoptičke karte, tako da se upotrijebi kvazi-geostrofička omega jednadžba. Iz ove jednadžbe se na osnovi raspodjele polja geopotencijala procjenjuju vertikalne brzine, što je za procese sinoptičke skale sasvim zadovoljavajuća procjena. Sasvim je sigurno da kvazi-geostrofički sustav jednadžbi dobro opisuje ponašanje procesa u sinoptičkim razmjerima, dok za procese mezo i mikro razmjera ovaj sustav ne zadovoljava.

Za sada u izvođenju izraza:

$$\Phi \equiv -\frac{d}{dt} \ln Ri$$

nije moguće eliminirati geostrofičku aproksimaciju, jer je upotreba termičkog vjetra nužna. Međutim kod računanja vertikalnih brzina ona se može izbjeći. To se postiže tako da se vertikalne brzine za računanje  $\Phi$  računaju iz balansne omega jednadžbe, umjesto iz kvazi-geostrofičke omega jednadžbe.

Ova jednadžba, kako je poznato, ima prilično komplikirani oblik. Računanje vertikalnih brzina iz ove jednadžbe izvodi se metodom relaksacije sve dok se ne postigne konvergentno rješenje koje zadovoljava jednadžbu balansa.

Budući da je postupak dobivanja vertikalnih brzina iz ove jednadžbe vrlo kompliciran i nije bio na raspolaga-

nju za računanje  $\phi$  u ovom redu, ovdje je korištena jedna druga metoda za računanje vertikalnih brzina, slična metodi koju su koristili Lilly i Kennedy (1973). Vertikalne brzine su dobivene termodinamičkom metodom iz polja potencijalne temperature i horizontalnog vjetra. Korištenjem zakona sačuvanja potencijalne temperature

$$\frac{d\theta}{dt} = 0 \quad (13)$$

razvijanjem totalne derivacije u  $(x, y, p)$  sustavu:

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{\partial \theta}{\partial t} + u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} + \omega \frac{\partial \theta}{\partial p} = 0, \quad (14)$$

uz pretpostavku  $\frac{\partial \theta}{\partial t} = 0$ ,

dobivamo

$$u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} + \omega \frac{\partial \theta}{\partial p} = 0 \quad (15)$$

iz kojeg slijedi izraz za vertikalne brzine:

$$\omega = -\frac{u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y}}{\frac{\partial \theta}{\partial p}} \quad (16)$$

Polje vertikalnih brzina dobiveno ovom metodom za analiziranu situaciju prikazano je na slici 4.

Termodinamička metoda za vertikalne brzine nije do sada korištena za računanje  $\Phi$ .

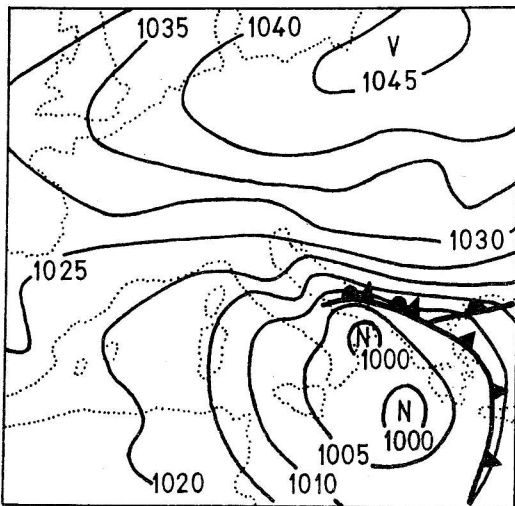
#### 4. PRIMJENA DIJAGNOSTIČKE TENDENCIJE RICHARDSONOVOG BROJA (DRT) U DIJAGNOZI (PROGNOZI) CAT-a NAD PODRUČJEM JUGOSLAVIJE

Informacije o pojavljivanju CAT-a nad našim područjem sakupljene su u suradnji s kontrolorima Oblasne Kontrole Letenja aerodroma Zagreb u periodu od 1.2. 1983. do 1. 2. 1984. Kontrolori su na posebne formulare bilježili svaku pojavu CAT koju su javili piloti dok su letili našim zračnim prostorom. Tako su dobivene informacije o intenzitetu, lokaciji i vremenskom trajanju pojave CAT u našem zračnom prostoru u periodu od jedne godine. Za ovo razdoblje praćenja i bilježenja CAT-a zapaženo je 15 slučajeva umjerenog ili jakog CAT-a.

Ovdje je za analizu odabrana jedna situacija u kojoj je više pilota s različitih letova javilo da se susrelo s CAT-om jakog intenziteta. Prema informacijama koje su dali piloti za ovaj slučaj, CAT je egzistirao u dubokom sloju atmosfere, približno od 8 km do 11 km. Sinoptička situacija u kojoj je opažen CAT prikazana je na slici 1.

CAT je opserviran oko podneva 2. 12. 1983. Prizemna sinoptička situacija na slici 1 se odnosi na termin 12 GMT. Na žalost iz ovog termina nisu bili na raspolaganju i visinski podaci o vjetru i temperaturi koji su nužni





Sl. 1. Prizemna sinoptička situacija 2. 12. 1983. u 12 GMT

Fig. 1. Surface synoptic situation 2 December 1983 at 12 GMT.

za računanje DRT. Stoga su za analizu i računanje  $\Theta$  uzeti visinski podaci 12 sati ranije, tj. u 00 GMT 2. 12. 1983. i 12 sati kasnije 3. 12. 1983. u 00 GMT. Visinske sinoptičke situacije za ove termine prikazane su na slici 2 apsolutnim topografijama izobarnih ploha 300 hPa.

Za termine 00 GMT 2. 12. i 3. 12. 1983. priređena su ulazna polja ( $u$ ,  $v$ ,  $\theta$  i  $\omega$ ) za nivoe 400, 300 i 200 hPa. Mreža 7 x 7 točaka s udaljenosti 100 km za koju su napravljena ulazna polja i u kojoj su dobivena polja DRT ( $\Theta$ ) prikazana je na slici 3.

Polja vertikalnih brzina, računata prema relaciji (16), za ove dvije situacije prikazana su na slici 4.

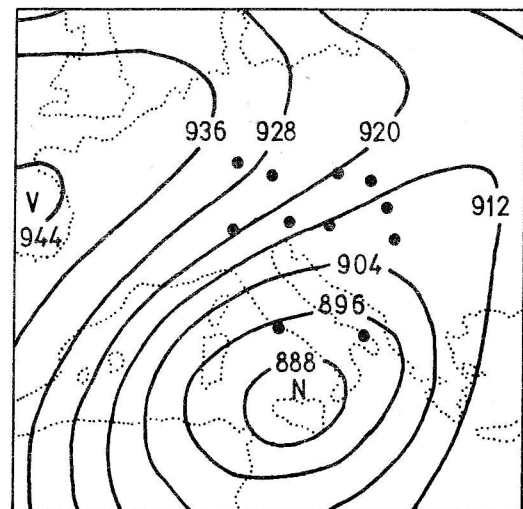
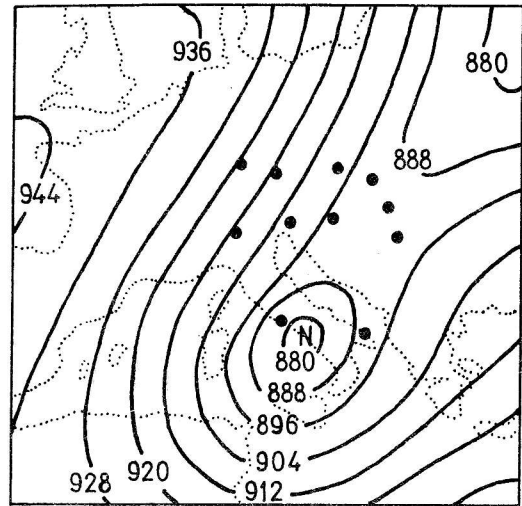
Na slici 5 prikazani su rezultati dijagnoze CAT-a za 2. i 3. 12. 1983. u 00 GMT za slojeve 400–300 i 300–200 hPa. Područja u kojima je vrijednost DRT prelazila  $10^{-4} \text{ s}^{-1}$  ( $\Theta \geq 12 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ ) označena su kao područja u kojima se  $R_i$  brže nego drugdje približava kritičnoj vrijednosti za KHN tj. područja u kojima se objektivno može očekivati CAT. Dobiveni rezultati su u skladu s opaženim područjima CAT-a i s područjima u kojima su i drugi indikatori dijagnosticirali CAT (Stanković, 1985 a).

## 5. ZAKLJUČAK

U ovom radu je pokazana mogućnost dijagnoze (prognoze) CAT-a pomoću polja dijagnostičke tendencije  $R_i$  (DRT) koje je dobiveno iz sinoptičkih podataka za horizontalnu mrežu 7 x 7 točaka udaljenosti 100 km i sloja vertikalne debljine 100 hPa.

Problem koji je ovdje uočen, a u literaturi nije dovoljno istaknut ni riješen, je određivanje kriterija za CAT za DRT i ovisnost kriterija o vertikalnoj debljini sloja preko kojeg se računaju vertikalne derivacije u izrazu (7) za  $\Theta$ .

U sinoptičkoj situaciji 2. 12. 1983. u kojoj su piloti susreli CAT iznad područja Jugoslavije CAT je dijagno-



Sl. 2. Sinoptička situacija 2. 12. 1983. (gore) i 3. 12. 1983. (dolje) u 00 GMT na 300 hPa. Točke označuju položaje radiosondažnih stanica korištenih za računanje DRT.

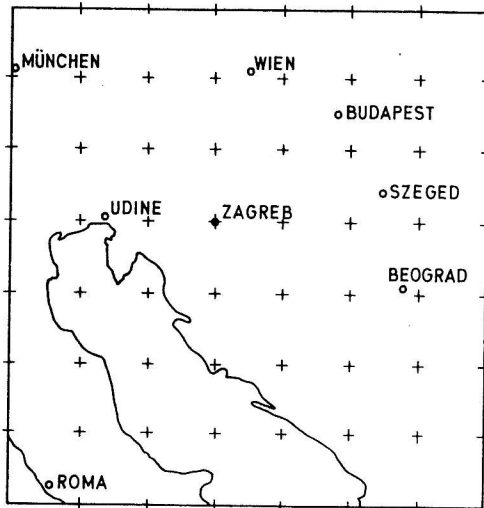
Fig. 2. Synoptic situation 2 December 1983 (above) and 3 December 1983 (below) at 00 GMT at 300 hPa. Dots indicate the position of sounding stations considered in the calculation of DRT for CAT detection.

sticiran na osnovi kriterija ( $\Phi \geq 12 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ ) koji je određen u skladu s opserviranim CAT-om i uz pomoć još 16 prediktora koji su dijagnosticirali CAT (Stanković, 1985, a). Manja ili veća debljina sloja od 100 hPa, zahtijevala bi ponovno određivanje kriterija jer se iznos DRT mijenja s debljinom sloja.

Kriterij određen u ovom radu može se izravno koristiti u praksi za dijagnozu (prognozu) CAT-a ako se raspolaze ulaznim (izlaznim) podacima 10-razinskog numeričkog modela.

Ovdje je također pokazano da se za računanje  $\Phi$  može koristiti polje vertikalnih brzina dobiveno termodinamičkom metodom, koja do sada u ove svrhe nije korištena.

Za razliku od sličnih radova iz ovog područja ovdje je ukazano na egzaktnu povezanost DRT-a i CAT-a.



Sl. 3. Mreža točaka s oznakom aeroloških stanica na kojoj je računat indikator CAT-a, DRT ( $\Phi$ ).

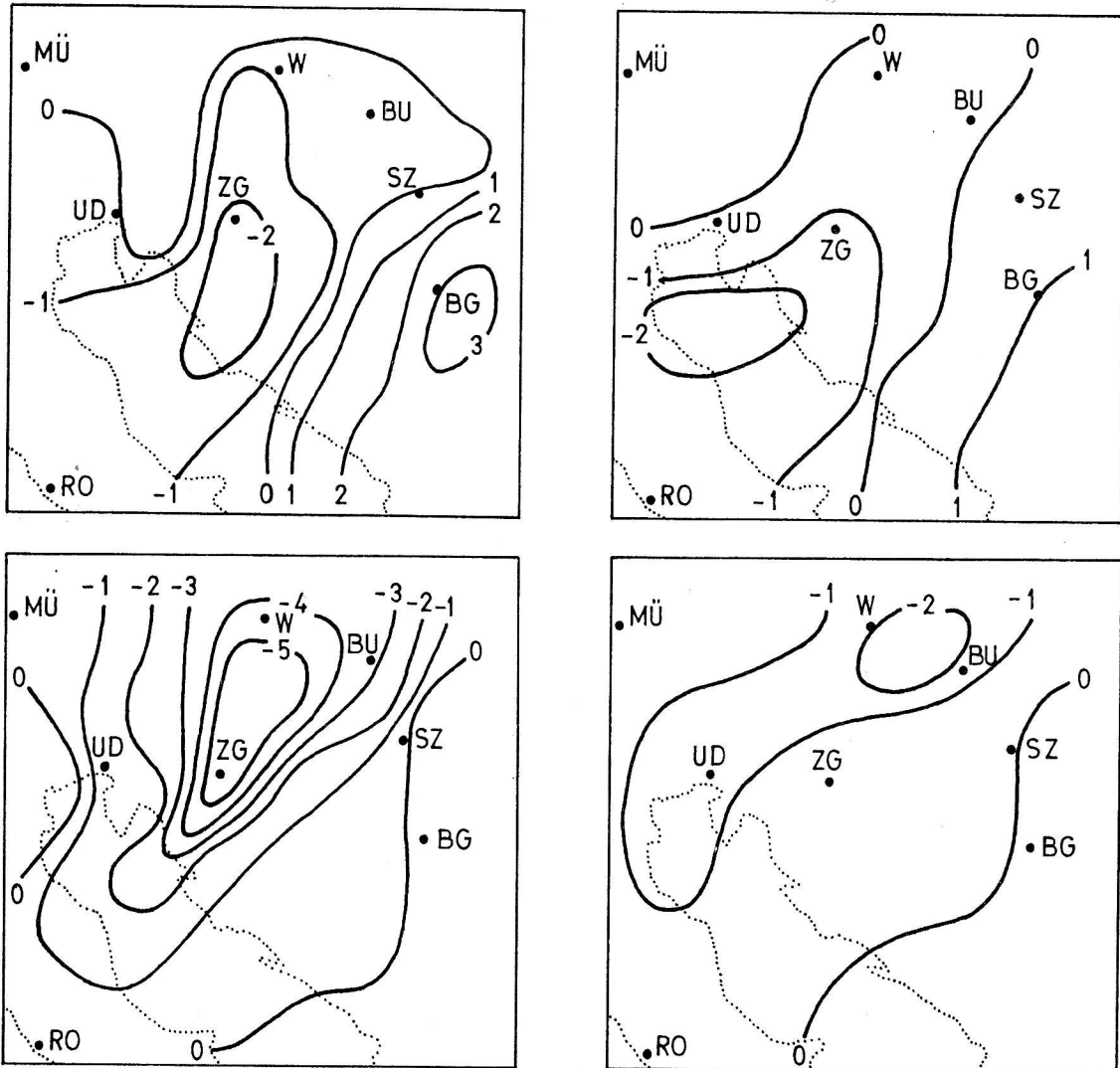
Fig. 3. Grid point network, with indicated aerological stations, used for the calculation of DRT ( $\Phi$ ).

Primjenom teorije stabiliteta stratificiranih fluida sa smicanjem na fizikalni mehanizam nastanka CAT-a pokazano je da Ri slijedi egzaktno iz teorije o fizikalnom mehanizmu nastanka CAT-a. Ri se javlja u rješenju diferencijalne jednačbe gravitacijskog smicajućeg vala i diktira uvjete rješenja zavisno od toga da li je  $Ri > 0.25$  (ili  $Ri \leq 0.25$ ) rješenje će biti stabilno (ili nestabilno) što u biti znači da će doći ili ne do pojave CAT-a.

Ri je kvalitativna mjera za CAT. Vrlo je osjetljiv na vertikalnu rezoluciju mjerenja i stoga je u praksi problematičan za primjenu.

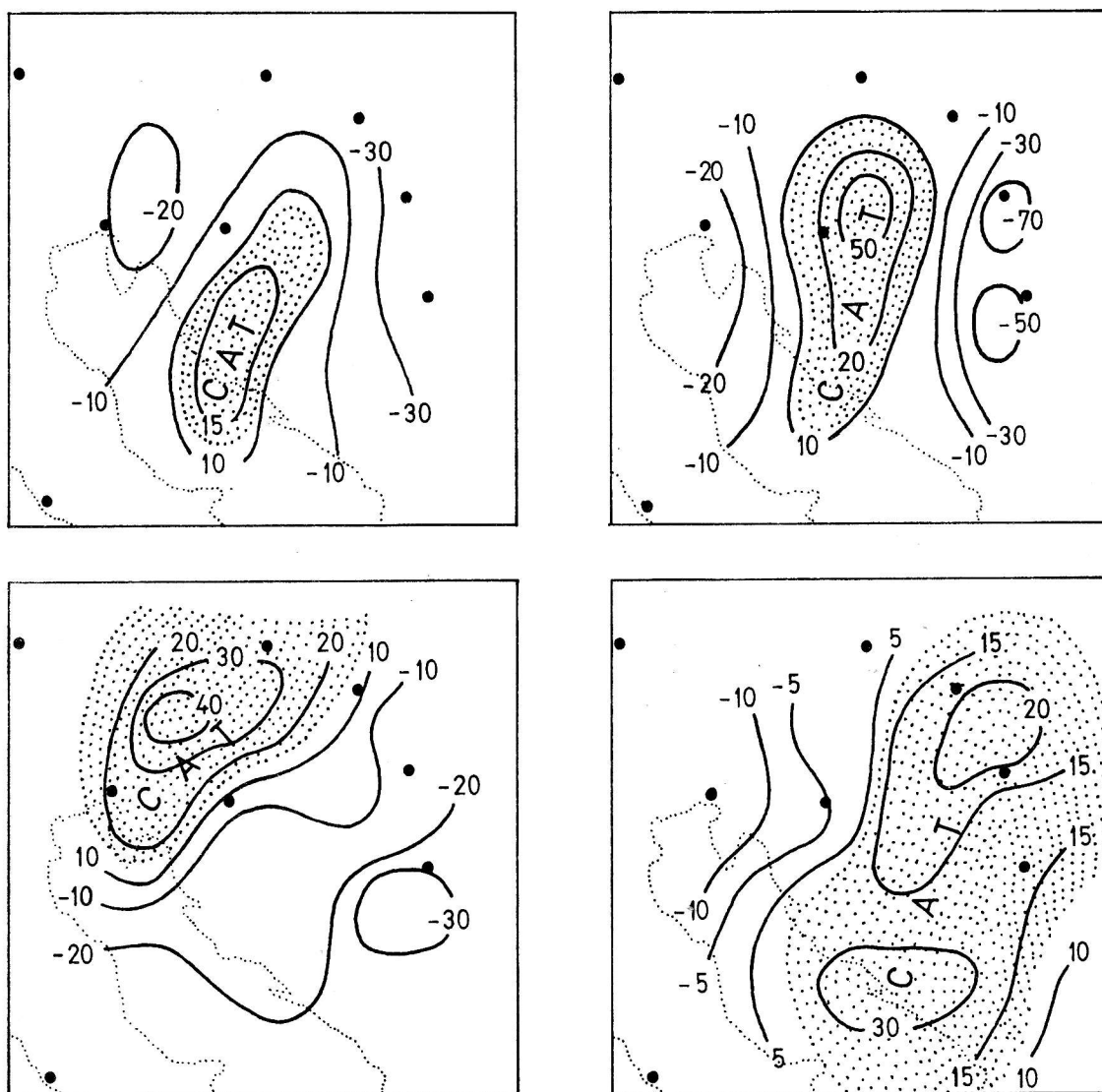
DRT je kvantitativna mjera za CAT koja toliko ne ovisi o vertikalnoj rezoluciji podataka, pa se stoga očekuje da je pogodniji od Ri za dijagnozu (prognozu) CAT-a.

Teorija razvoja CAT-a favorizira DRT, jednako kao i Ri, uz manje nedostatke, zbog primjene kvazi-geostrofičke aproksimacije, a prednost je DRT što može ukazivati na intenzitet procesa koji izazivaju CAT. U vezi s



Sl. 4. Polje vertikalnih brzina  $\omega$ , 2. 12. 1983. (gore) i 3. 12. 1983. (dolje) u 00 GMT za sloj 400–300 hPa (lijevo) i sloj 300–200 hPa (desno). Jedinice su  $10^{-1} \text{ N m}^{-2} \text{ s}^{-1}$ .

Fig. 4. The fields of vertical velocity  $\omega$  on 2 December 1983 (above) and on 3 December 1983 (below) at 00 GMT for the layer 400–300 hPa (left) and 300–200 hPa (right). Units:  $10^{-1} \text{ N m}^{-2} \text{ s}^{-1}$ .



Sl. 5. Polja  $\Phi$  i područja (točkasto) u kojima je dijagnosticiran CAT ( $\Phi \geq 12 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ ) 2. 12. 1983. (gore) i 3. 12. 1983. (dolje) u 00 GMT za sloj 400–300 hPa (lijevo) i sloj 300–200 hPa (desno).

Fig. 5. The fields of  $\Phi$  and areas (dotted) in which CAT was diagnosed ( $\Phi \geq 1 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ ) on 2 December 1983 (above) and on 3 December 1983 (below) for the layer 400–300 hPa (left) and 300–200 hPa (right).

tim DRT ima potencijalne mogućnosti za prognoziranje intenziteta CAT-a, što je izuzetno važno i s aspekta atmosfere znanosti i aspekta avijacije.

DRT predstavlja brzinu promjene  $Ri$  izraženu pomoću dinamičkih procesa sinoptičkih razmjera, koji su sposobni mijenjati  $Ri$ , odnosno koji proizvode energiju raspoloživu za rasipanje u CAT. Veća pozitivna vrijednost DRT znači veću brzinu opadanja  $Ri$  što indicira intenzivnije dinamičke procese koji pribavljaju energiju za razvoj CAT-a. Kriterij za CAT ( $\Phi \geq 12 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ ) određen u ovom radu znači da se kod vrijednosti  $\Phi = 12 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$  dinamičkim procesima sinoptičkih razmjera pribavlja dovoljno energije za razvoj KHN, odnosno CAT-a. Veći iznos DRT znači jači intenzitet CAT-a. Korelaciju određenog intenziteta CAT-a i iznosa DRT za određenu debljinu sloja treba u buduću istraživati i usklađivati s opserviranim intenzitetom pojave. Kriterij, ovdje od-

ređen za DRT, ne treba smatrati apsolutnim kriterijem već ga dalje provjeravati i usklađivati s opserviranim podacima o CAT-u.

#### LITERATURA

- Brown, R., 1973: New indices to locate clear air turbulence, *Met. Mag.* 102, 347–361.
- Chandrasekhar, S., 1961: *Hydrodynamic and hydromagnetic stability*, Oxford University Press, 428–512.
- Collyer, M. R., 1970: The stability of stratified shear flows, *J. Fluid Mech.* 42, 367–377.
- Courant, R. and D. Hilbert, 1953: *Methods of mathematical physics*, Vol. 1, Interscience, 560 pp.
- Drazin, P. G. and Howard, L. N., 1966: Hydrodynamic stability of parallel flow of inviscid fluid, *Adv. Appl. Mech.* 9, New York Academic Press 1–89.
- Dutton, M. J. O., 1980: Probability forecast of clear air turbulence based on numerical model output, *Met. Mag.* 109, 293–309.
- Gossard, E. E. and W. H. Hooke, 1975: *Waves in the atmosphere*, Elsevier Scientific Publishing Company, Amsterdam Oxford New York, 440 pp.



- Haltiner, G. J. and F. Martin, 1957: Dynamical and physical meteorology, McGraw Hill, New York – Toronto – London, 287–289.
- Haurwitz, B. P. D., 1941: Dynamic meteorology, McGraw Hill Book Company, New York and London, 365 pp.
- Hodges, R. J., 1967: Generation of turbulence in the upper atmosphere by internal gravity waves, *J. Geophys. Res.* 72, 3455–3458.
- Lilly, D. K. and P. J. Kennedy, 1973: Observations of a stationary mountain wave and associated momentum flux and energy dissipation, *J. Atmos. Sci.* 30, 1135–1152.
- Reiter, E. R. and P. F. Lester, 1968: Richardson number in the free atmosphere, *Arch. Met. Geoph. Biokl. A. Bd. 17. H. 1*, 1–7.
- Roach, W. T., 1970: On the influence of synoptic development on the production of high level turbulence, *Quart. J. R. Met. Soc.* 96, 413–429.
- Sekioka, M., 1970: Application of Kelvin – Helmholtz Instability to clear air turbulence, *J. Appl. Met.* 9, 896–899.
- Stanković, K., 1985a: Turbulencija u vedrom zraku i mogućnosti dijagnosticiranja i prognoziranja na osnovi dinamičkih veličina sa sinoptičke skale, Magistarski rad, Sveučilište u Zagrebu, 111 str.
- Stanković, K., 1985b: The possibilities to diagnose clear air turbulence on the basis of dynamic magnitudes from the synoptic scale, XII Inter. Conference for Carpathian Meteorology, Belgrade, October 1985. *Zbornik meteoroloških i hidroloških radova* 12, 54–57.
- Stanković, K., 1986: The Richardson number and its application to forecast problem of clear air turbulence. Symposium on "Observations and modelling in Geophysics", Zagreb, 11–13 June 1986 (Submitted to GEOFIZIKA).
- Woods, J. D., 1968: Wave induced shear instability in the summer thermocline. *J. Fluid Mech.* 32, 791–800.

#### SUMMARY

The possibility of diagnosing (forecasting) CAT is shown using the diagnostic Richardson number tendency (DRT) which is obtained from synoptic data for the horizontal network of  $7 \times 7$  grid points with a horizontal distance of 100 km and vertical thickness of 100 hPa layers.

The problem which is noticed here, and not sufficiently treated in the literature, is the determination of the DRT criteria for the estimation of critical value for CAT onset, and the dependence of criteria on the vertical resolution or the thickness of the layer for the calculation of vertical derivatives in the expression (7) for  $\Phi$ .

In the synoptic situation on 2 December 1983 in which pilots observed CAT over the area of Yugoslavia, CAT was diagnosed on the basis of the criteria  $\Phi \geq 12 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$  determined in

agreement with the observed CAT, and by means of an additional 16 predictors which were diagnosing CAT (Stanković, 1985). Smaller or greater thickness from 100 hPa would require a new determination of criteria since the value of DRT changes with the thickness of the layer.

The criterion determined in this paper could be directly applied in practice for diagnosing (forecasting) CAT when the input (output) data from the 10-level numerical model are available. It is also shown here that for the calculation of  $\Phi$  one can use the field of vertical velocity obtained by the thermodynamic method, which so far was not used for this purpose.

Unlike the similar work from this area given in literature, here the exact connection between DRT and CAT is shown. By application of the theory of stable stratified fluid with the shear to the physical mechanism of CAT onset, it is shown that the Richardson number,  $Ri$ , follows exactly from the theory of the physical mechanism of CAT.  $Ri$  appears in the solution of the differential equation of gravitational shear wave and it dictates the condition of the solution depending on whether  $Ri > 0.25$  (or  $Ri \leq 0.25$ ) the solution will be stable (or unstable) indicating the possibility of CAT appearance.

$Ri$  is a qualitative means for CAT. It is very sensitive on the vertical resolution of data and therefore in practice is problematic for application (Stanković, 1986). DRT is a quantitative mean for CAT which does not depend so much on the vertical resolution of data, and could therefore be expected as more appropriate than  $Ri$  for diagnosing CAT.

The theory of CAT development favors DRT in the same manner as  $Ri$  with some deficiencies due to the use of quasi-geostrophic approximation, the advantage is that DRT indicate the intensity of processes causing CAT. In this connection DRT has the potential possibility for forecasting the intensity of CAT, exceptionally important for the atmospheric sciences as well as for aviation.

DRT represents the rate of change of  $Ri$  expressed by dynamic processes of the synoptic scale capable of changing  $Ri$ , namely those processes which could generate the energy available for dissipation in CAT.

A greater positive value of DRT means a greater rate of  $Ri$  decrease, which indicates more intense dynamic processes supplying the energy for CAT development. Criteria for CAT  $\Phi \geq 12 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$  determined in this work mean that by the value of  $\Phi = 12 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$  synoptic scale processes supply sufficient energy for the development of KH instability and therefore CAT. A greater value of DRT means a higher intensity of CAT. The presented criterion for DRT should not be considered as an absolute criterion, but it should be tested and adjusted further following observation of CAT.