

UDK 624.072.33:624.042

Primljeno 3. 5. 2008.

# Modeliranje krutosti na savijanje u betonskim okvirima

Jure Radnić, Domagoj Matešan, Alen Harapin

## Ključne riječi

betonski okvir,  
krutost na savijanje,  
greda,  
stup,  
model krutosti,  
razdioba unutarnjih sila

## Key words

concrete frame,  
flexural stiffness,  
beam,  
column,  
stiffness model,  
distribution of internal forces

## Mots clés

cadre en béton,  
rigidité à la flexion,  
poutre,  
colonne,  
modèle de rigidité,  
distribution des forces intérieures

## Ключевые слова

бетонная рама,  
жесткость на изгиб,  
балка,  
столб,  
модель жесткости,  
распределение внутренних сил

## Schlüsselworte

Betonrahmen,  
Biegestarrheit,  
Balken,  
Säule,  
Starrheitsmodell,  
Verteilung der inneren Kräfte

J. Radnić, D. Matešan, A. Harapin

Izvorni znanstveni rad

## Modeliranje krutosti na savijanje u betonskim okvirima

Prvo je raspravljena problematika utvrđivanja stvarne krutosti greda i stupova betonskih okvira. Potom su opisani neki njihovi najčešće korišteni modeli krutosti na savijanje. Zatim je analiziran utjecaj odabranih modela krutosti greda i stupova na raspodjelu momenata savijanja u stvarnom okviru. Na kraju su navedeni zaključci za odabir adekvatnih modela krutosti elemenata okvira pri proračunu mjerodavnih unutarnjih sila, u cilju postizanja podjednake sigurnosti greda i stupova.

J. Radnić, D. Matešan, A. Harapin

Original scientific paper

## Modelling flexural stiffness in concrete frames

The issue of determining actual stiffness of beams and columns of concrete frames is discussed in the initial part of the paper. This is followed by description of some of the most frequently used flexural stiffness models. Then the influence of selected beam and column stiffness models on the distribution of bending moments in a real-life frame is analyzed. Conclusions for the selection of adequate frame-element stiffness models for analysis of relevant internal forces, aimed at achieving similar level of safety for beams and columns, are given in the final part of the paper.

J. Radnić, D. Matešan, A. Harapin

Ouvrage scientifique original

## Modélisation de rigidité à la flexion dans les cadres en béton

Le problème de détermination de la rigidité actuelle des poutres et des colonnes des cadres en béton est examiné dans la partie initiale de l'ouvrage. Les modèles de rigidité à la flexion qui sont le plus souvent utilisés sont ensuite décrits. L'influence des modèles choisis de rigidité des poutres et des colonnes sur la distribution des moments de flexion dans un cadre réel est alors analysée. A la fin de l'ouvrage, les conclusions sont faites pour la sélection des modèles adéquats de rigidité des éléments du cadre lors de calcul des forces intérieures applicables, afin d'obtenir le niveau similaire de sécurité des poutres et des colonnes.

Ї. Раднич, Д. Матешан, А. Харарин

Оригинальная научная работа

## Моделирование жесткости на изгиб в бетонных рамах

В начале обсуждается проблематика установления фактической жесткости балок и столбов бетонных рам. Описываются наиболее часто употребляемые модели жесткости на изгиб. Приводится анализ влияния выбранных моделей жесткости балок и столбов на распределение изгибающих моментов в реальной раме. В конце приведены заключения по выбору адекватных моделей жесткости элементов при расчете основных внутренних сил в целях достижения одинаковой надежности балок и столбов.

J. Radnić, D. Matešan, A. Harapin

Wissenschaftlicher Originalbeitrag

## Modellieren der Biegestarrheit von Betonrahmen

Zuerst erörtert man die Problematik der Festlegung der tatsächlichen Starrheit von Balken und Säulen der Betonrahmen. Weiter beschreibt man einige von den meistens benützten Modellen der Biegestarrheit. Demnach analysiert man den Einfluss der ausgewählten Starrheitsmodelle von Balken und Säulen auf die Verteilung der Biegemomente im konkreten Rahmen. Am Ende sind die Schlüsse für die Auswahl der adequate Starrheitsmodelle der Rahmenelemente bei der Berechnung der massgebenden inneren Kräfte angeführt, im Ziel die gleichartige Sicherheit der Balken und Säulen zu erreichen.

Autori: Prof. dr. sc. **Jure Radnić**, dipl. ing. građ.; Građevinsko-arhitektonski fakultet Sveučilišta u Splitu; doc. dr. sc. **Domagoj Matešan**, dipl. ing. građ., Institut IGH, poslovni centar Split; prof. dr. sc. **Alen Harapin**, dipl. ing. građ., Građevinsko-arhitektonski fakultet Sveučilišta u Splitu



## 1 Uvod

Jedna od vjerojatno najvećih nepoznanica betonskih konstrukcija jest njihova krutost. Posljedica toga su često nepouzdana vrijednosti proračunanih pomaka konstrukcije. Nedovoljno poznata stvarna krutost betonskih presjeka i elemenata ima velik utjecaj i pri proračunu širina pukotina u betonu. Pri proračunu unutarnjih sila u statički neodređenim konstrukcijama, krutost betonskih elemenata znatno utječe na njihovu raspodjelu. U ovom je radu ukratko analiziran utjecaj modeliranja krutosti na savijanje greda i stupova na razdiobu momenata savijanja u betonskim okvirima.

Kod statički određenih sustava, krutost elementa ne utječe na veličinu i razdiobu unutarnjih sila od vanjskog opterećenja; kod statički neodređenih okvira, preraspodjela sila između greda i stupova ovisna je o omjeru njihovih krutosti. Poznato je da elementi s većom krutosti na savijanje na sebe "navlače" veće momente savijanja, odnosno ako se elementima u statički neodređenim sustavima smanjuje krutost na savijanje, u njima će se javljati manji momenti savijanja. Na temelju toga su uvedeni i tzv. elastični zglobovi sa znatno smanjenom visinom presjeka.

Kao što je prethodno navedeno, krutost stupova i osobito greda u betonskim konstrukcijama nije potpuno poznata. Ona se mijenja po duljini elemenata i u vremenu. Pri proračunu unutarnjih sila u betonskim okvirima, najčešće se uzima samo jedan omjer krutosti na savijanje greda i stupova. Na temelju tako proračunanih unutarnjih sila dimenzionira se okvir i odabire armatura [1, 2, 3]. Ako je pri tome krutost greda primjerice podcijenjena, očito je da će grede u stvarnosti imati veće momente savijanja i manju otpornost jer su dimenzionirane (armirane) za manje momente savijanja. Ako je pak krutost greda precijenjena, očito je da će stupovi imati proračunske momente savijanja koji su manji od stvarnih, a time i manju otpornost. Za različite omjere krutosti greda i stupova, dobivaju se različite unutarnje sile. Već na samom početku razmatranja ove problematike nameće se zaključak da je u slučajevima manje pouzdanog omjera krutosti na savijanje greda i stupova potrebno računati s njihovom gornjom i donjom vrijednosti. Pri tome bi grede trebalo dimenzionirati (armirati) za slučaj gornje vrijednosti njihove krutosti na savijanje. Isto tako, armaturu stupova trebalo bi odrediti na proračunskom modelu okvira s donjom vrijednosti omjera krutosti greda i stupova.

Proračun betonskih okvira s jednim omjerom krutosti na savijanje greda i stupova, što je gotovo redovit slučaj u praksi, svakako daje jedno od mogućih ravnotežnih stanja koje najčešće omogućava dostatno sigurnu konstrukciju. Ako usvojeni omjer krutosti na savijanje nije dale-

ko od stvarnog, doći će do preraspodjele unutarnjih sila (momenata savijanja) između greda i stupova. Ako su elementi duktilno dimenzionirani i armirani, ne bi trebalo doći do stvaranja nepoželjnih pukotina i drugih neočekivanih štetnih pojava kod ograničenih preraspodjela sila. Međutim, za velika odstupanja proračunskih krutosti od stvarnih koja imaju za posljedicu velike preraspodjele sila, a osobito kad nisu zadovoljeni kriteriji duktilnosti presjeka i elemenata [4], može doći do pojave nepoželjnih pukotina u betonu, prekomjernih naprezanja u betonu i armaturi, neželjenih pomaka (rotacija) i sl.

U statički neodređenim okvirima gotovo uvijek dolazi do preraspodjele sila zbog promjene krutosti poradi pojave pukotina u betonu i utjecaja puzanja betona. Promjena krutosti greda po duljini je značajna, pri čemu se krutost najviše smanjuje iznad ležajeva gdje su i najveći momenti savijanja. Zbog raspucavanja betona i utjecaja puzanja betona pod dugotrajnim opterećenjem, najčešće dolazi do smanjenja momenata savijanja u gredama iznad ležajeva i povećanja momenata savijanja u poljima.

## 2 Krutost betonskih okvira

Brojni su faktori koji utječu na krutost betonskih okvira opterećenih kratkotrajnim i dugotrajnim opterećenjem, kao što su primjerice: kvaliteta betona, pukotine u betonu, razina naprezanja u betonu, puzanje betona, starenje betona, količina i položaj armature, vođenje armature po duljini elemenata, razina naprezanja u čeliku za armiranje, sudjelovanje ploče u krutosti greda T-presjeka, priobjivost između betona i armature, utjecaj građenja i sl. O nekim od navedenih faktora ukratko će se raspravljati u nastavku.

### 2.1 Beton

Različiti betoni imaju različite module elastičnosti, odnosno različito pridonose krutosti presjeka i elementa. Zbog različitih se uvjeta pri betoniranju čak od svježeg betona iste kakvoće često dobivaju očvršnuli betoni prilično različitih čvrstoća i različitih modula elastičnosti. Kakvoća betona često je promjenjiva ne samo po duljini elementa, već i po visini presjeka elementa. S obzirom na proces dugotrajnog očvršćivanja betona, s vremenom dolazi do povećanja modula elastičnosti betona. S druge strane, zbog pojave puzanja betona pod dugotrajnim naprezanjem s vremenom dolazi do znatnoga povećanja početnih deformacija betona. Puzanje se zapravo manifestira kao značajan pad krutosti betona tijekom vremena. Razina naprezanja u betonu uvelike utječe na njegov modul elastičnosti, tj. na njegovu krutost. S porastom razine naprezanja dolazi do smanjenja modula elastičnosti betona. Neposredno pred tlačni slom betonu smanjuje se krutost, odnosno modul elastičnosti betona teži k nuli.

Na mjestu pukotine beton nema vlačnu krutost. Međutim, beton između pukotina pridonosi krutosti elementa. Ovaj doprinos ovisi o mnogim faktorima i teško ga je realno simulirati [5]. Pojava pukotina u betonu drastično smanjuje njegovu početnu krutost. Grede okvira često su vezane s pločom koja pridonosi krutosti greda. Javlja se problem utvrđivanja stvarne krutosti na savijanje takvih greda, odnosno problem određivanja tzv. sudjelujuće širine ploče pri proračunu krutosti na savijanje greda T-presjeka. Sudjelujuća širina ploče ovisi o brojnim parametrima (nosivom sustavu i rasponu greda, širini i razmaku greda, vrsti opterećenja, debljini ploče, radi li se o rubnoj ili unutarnjoj gredi, je li ploča tlačna ili vlačna itd.) i različita je po duljini grede. Dakle, samo zbog veze ploče i grede, greda bi trebalo realno modelirati s različitom krutosti na savijanje po duljini. Kad se mogu prihvatiti manje točni proračuni, T-grede se mogu računati s konstantnom sudjelujućom širinom ploče  $b_{eff}$  po čitavoj duljini grede [1]:

$$b_{eff} = b_w + l_0/5 \leq e \quad \text{za srednje grede} \quad (1)$$

$$b_{eff} = b_w + l_0/10 \leq e \quad \text{za rubne grede} \quad (2)$$

gdje je  $b_w$  širina hrpta grede,  $e$  osni razmak greda, a  $l_0$  razmak nul-točaka momentnog dijagrama koji se približno može uzeti:

$$l_0 = 0,85l \quad \text{za rubna polja kontinuiranih greda} \quad (3)$$

$$l_0 = 0,7l \quad \text{za srednja polja kontinuiranih greda} \quad (4)$$

$$l_0 = 2l_k \quad \text{za konzole (prijepuste)} \quad (5)$$

gdje je  $l$  raspon grede, a  $l_k$  duljina konzole (prijepusta). Ovaj prijedlog je prihvatljiv pri dimenzioniranju betonskih presjeka, ali ga pri proračunu unutarnjih sila i progiba treba preispitivati.

## 2.2 Armatura

Betonski su presjeci armirani jednostrano ili dvostrano, nesimetrično ili simetrično. Pritom se količina i položaj armature najčešće mijenjaju po duljini betonskih elemenata. Time se mijenja i doprinos krutosti od armature po duljini elementa. Modul elastičnosti armature ovisi o razini naprezanja. Pri popuštanju armature dolazi do smanjenja njezina modula elastičnosti. Doprinos krutosti armature redovito se računa uz pretpostavku pune kompatibilnosti pomaka armature i okolnog betona, tj. uz pretpostavku da nema proklizavanja armature. Međutim, proklizavanje armature u betonu, što smanjuje krutost elementa, često je prisutna na pojedinim dijelovima konstrukcije. Problemi smanjenja krutosti prisutni su i u područjima s nedostatnom duljinom sidrenja armature. Poprečna armatura (spone) u štapnim elementima može znatno pridonijeti povećanju krutosti elementa (primje-

rice kod stupova), što se često proračunski ne uzima u obzir.

## 2.3 Krutost greda

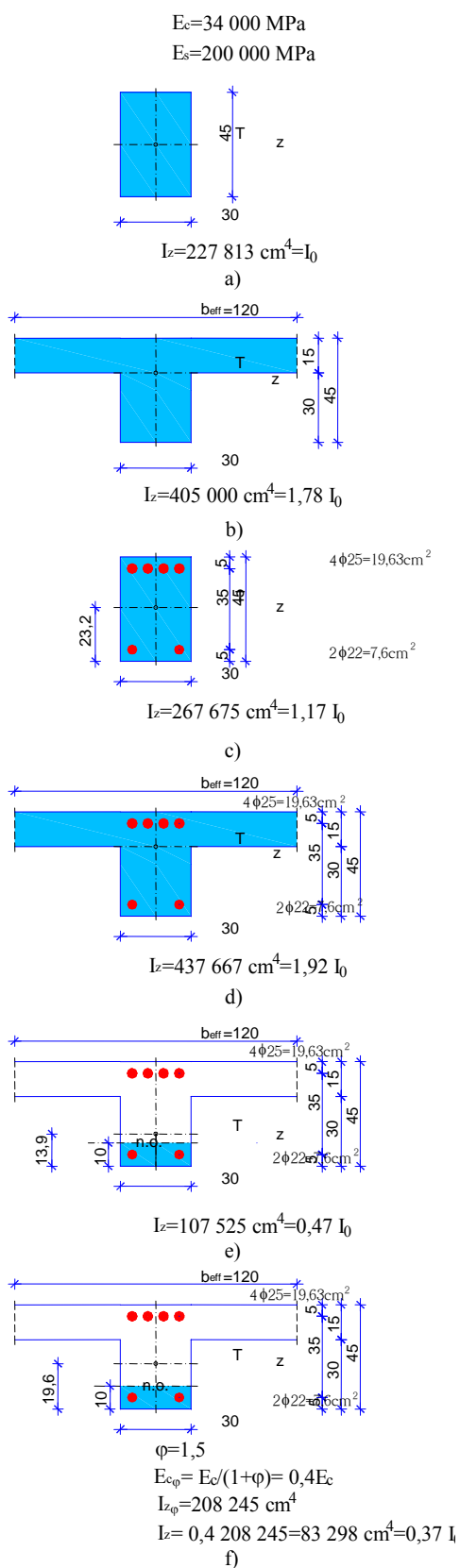
Na slici 1. prikazani su neki mogući proračunski modeli krutosti na savijanje presjeka grede iznad srednjeg stupa jednoga stvarnog betonskog okvira. U modelu a) za krutost je uzeta krutost pravokutnoga betonskog presjeka bez ploče, a u presjeku b) još je uključena i krutost sudjelujuće širine ploče (T-presjek). Model c) odgovara modelu a), s uključenjem krutosti armature. Model d) odgovara modelu b), također s uključenjem krutosti armature. Model e) je analogan modelu d), pri čemu je isključena krutost betona u vlaku (raspucani presjek). Model f) odgovara modelu e), pri čemu je približno uključen utjecaj puzanja betona. Primjenom efektivnog modula elastičnosti betona  $E_{c\Box} = E_c/(1+\varphi)$ , uz pretpostavku da se ne mijenja položaj neutralne osi i uz konačni koeficijent puzanja  $\varphi = 1,5$ , proračunana je krutost na savijanje raspucanog presjeka za dugotrajno opterećenje. Najveća proračunska krutost na savijanje presjeka je za model d), gdje je uključena krutost betona homogenog T-presjeka i krutost armature. Najmanja krutost na savijanje je za model f), gdje je uključena samo krutost tlačnog betona s efektivnim modulom elastičnosti i krutost armature. Razlike u krutostima na savijanje razmatranih modela su vrlo velike. Omjer najmanje i najveće proračunske krutosti je 1:5,3. Kako beton između pukotina pridonosi krutosti presjeka, stvarne krutost na savijanje za modele e) i f) su veće od navedenih.

Na slici 2. prikazani su isti proračunski modeli krutosti na savijanje za presjek iste grede u polju. Omjer najmanje i najveće krutosti na savijanje presjeka grede ovdje je 1:4,7. Treba napomenuti da je ovdje ploča u tlačnom području, pa su krutosti na savijanje za modele e) i f) znatno veće od krutosti na savijanje presjeka iznad ležaja. Dakle, za raspucani presjek, u odnosu na homogeni, krutost na savijanje presjeka grede u polju znatno manje opada od krutosti na savijanje presjeka grede iznad ležaja. Zato u stvarnosti dolazi do preraspodjele momenata savijanja s ležajeva na polja.

Očito je da se za modele e) i f) krutost na savijanje znatno mijenja po duljini grede, pri čemu je krutost presjeka u polju mnogo veća od krutosti grede iznad ležaja. U proračunima unutarnjih sila s pomoću teorije elastičnosti, najčešće se uzima jednaka krutost po duljini grede. Na taj su način precijenjeni momenti savijanja iznad ležajeva, a podcijenjeni momenti savijanja u poljima greda.

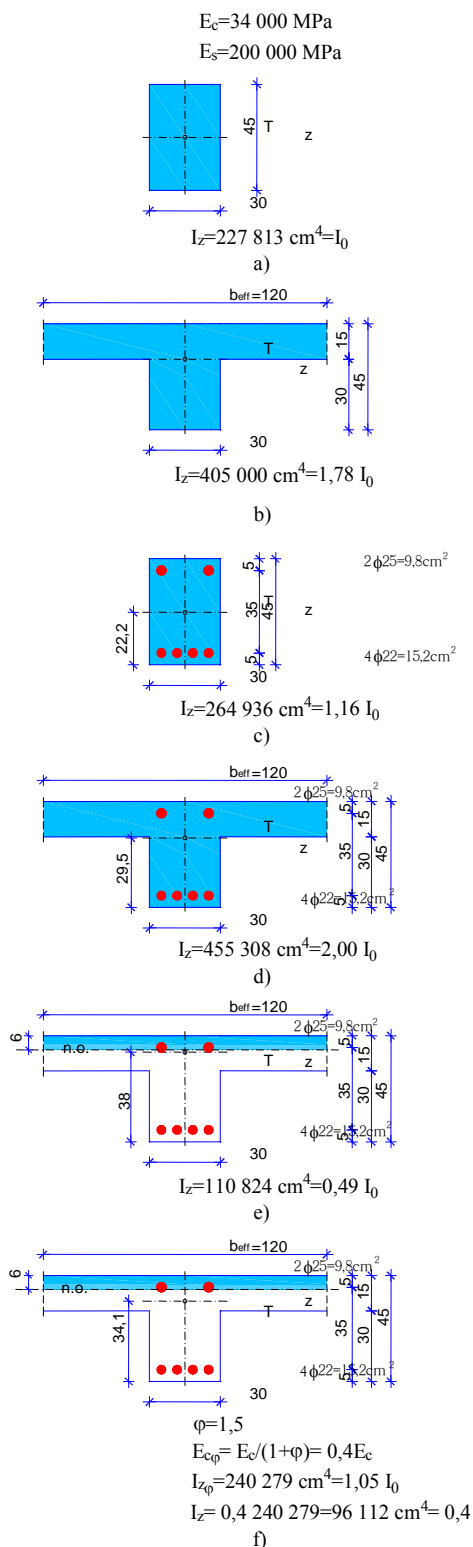
## 2.4 Krutost stupova

U stupovima često dominira uzdužna tlačna sila u odnosu na moment savijanja. Za stalno su opterećenje stupovi najčešće opterećeni tlačnom silom u području male



Slika 1. Neki proračunski modeli krutosti na savijanje presjeka jedne grede iznad ležaja

ekscentričnosti. Rubni stupovi okvira, a napose oni u posljednjoj etaži, mogu biti opterećeni tlačnom silom u području velike ekscentričnosti i za stalno opterećenje.

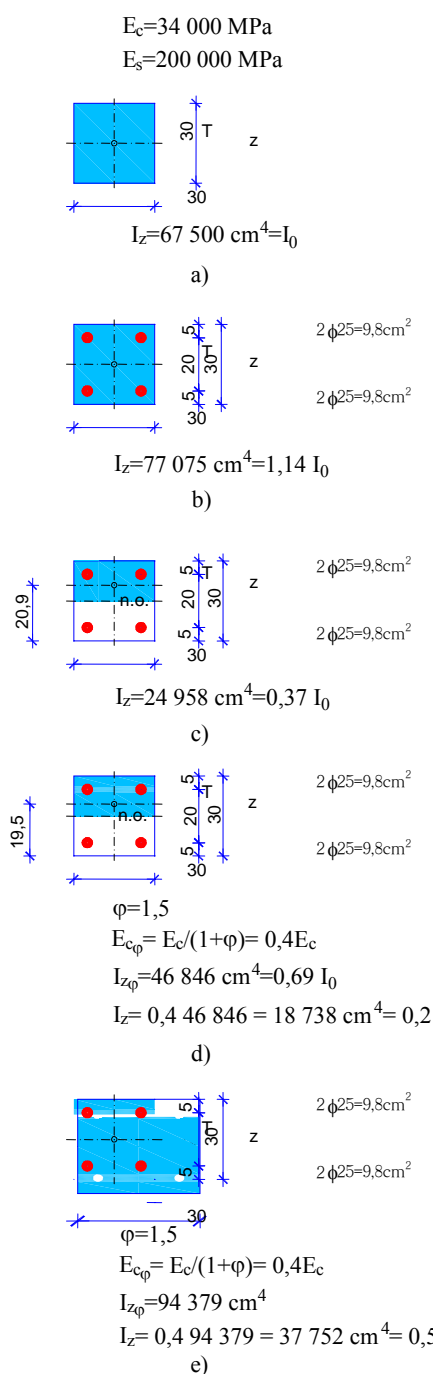


Slika 2. Neki proračunski modeli krutosti na savijanje presjeka jedne grede u polju

Veće ekscentričnosti tlačne sile pojavljuju se u stupovima za djelovanja većih uporabnih opterećenja i vjetrova (promjenjiva djelovanja), a svakako pri jačim potresima. Općenito, za osnovna uporabna opterećenja deformacije vlačnog ruba betona su takve da se u stupovima najčešće ne javljaju pukotine u betonu. Stoga su za stupove često dovoljno točni modeli krutosti koji odgovaraju homogenom betonu bez pukotina. Kako su stupovi izlo-

ženi stalnom tlaku, utjecaj puzanja betona kod njih je znatan - napose za visoke razine naprezanja.

Na slici 3. prikazani su neki proračunski modeli krutosti na savijanje stupa razmatranog okvira koji su analogni onima za gredu. U modelu a) za krutosti je uzeta samo krutost homogenog betona, a u modelu b) još i krutost armature. U modelu c) isključena je krutost vlačnog betona (raspucani presjek) za usvojeni položaj neutralne osi. Modeli d) i e) su za dugotrajna opterećenja. Pri tome model d) odgovara modelu c), a model e) modelu b), pri čemu je  $E_c$  zamijenjen sa  $E_{c\phi}$ . Omjer najmanje i najveće proračunske krutosti na savijanje promatranog stupa jest 1:4,1, što je podjednako kao za presjek grede u polju.



### 3 Primjer

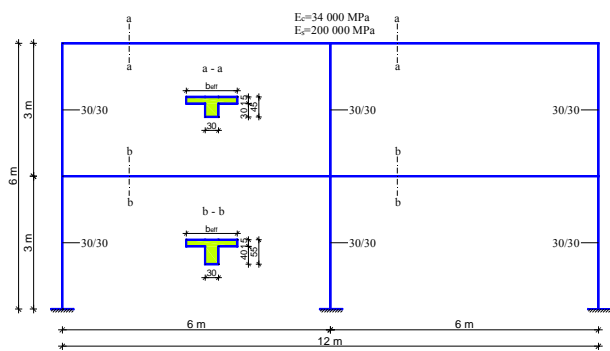
Analiziran je utjecaj odabranih omjera krutosti greda i stupova na veličini momenata savijanja u jednom praktičnom betonskom okviru na slici 4. Razmatrano je stalno opterećenje (G), uporabno opterećenje za najveće momente savijanja u polju donje grede (Q) i opterećenje vjetrova na okvir (W), prema slici 5. Unutarne su sile u okviru određene za tri usvojena modela krutosti na savijanje (slika 6.):

K1 - Za krutost na savijanje greda uzeta je krutost homogenoga pravokutnog betonskoga presjeka grede, bez doprinosa krutosti ploče i bez doprinosa krutosti armature. Za krutost na savijanje stupova uzeta je krutost homogenoga betonskog presjeka stupa, bez doprinosa krutosti armature. Takav model krutosti greda i stupova vjerojatno se najčešće primjenjuje u praksi.

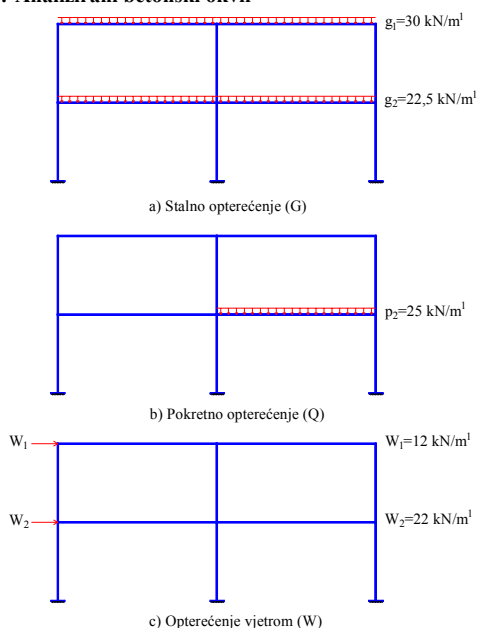
K2 - Usvojen je jedan od najvećih stvarno mogućih omjera krutosti na savijanje greda i stupova. Za krutost na savijanje greda uzeta je krutost homogenog presjeka grede i sudjelujuće širine ploče (T-presjek), bez doprinosa armature. Pri tome se računalo s gornjom vrijednosti proračunske sudjelujuće širine ploče. Za krutost na savijanje stupova uzeta je ista krutost kao u modelu K1. Takav je model krutosti okvira stvarno moguć kod velike sudjelujuće širine ploče i kad nema pukotina u gredi i stupu.

K3 - Usvojen je jedan od najmanjih realno mogućih omjera krutosti na savijanje greda i stupova. Promatrano je stanje s pukotinama u gredi i homogenim presjekom stupa. Za grede je uzeta različita krutost u polju i iznad stupova, za grede u polju uzeta je donja vrijednost proračunske sudjelujuće širine ploče.

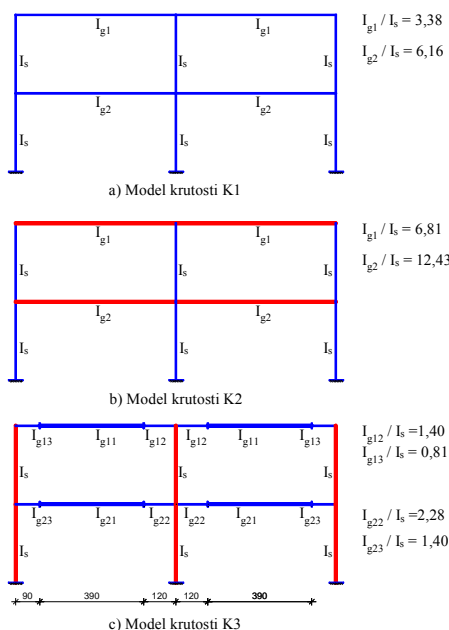
Slika 3. Neki proračunski modeli krutosti na savijanje jednog stupa



Slika 4. Analizirani betonski okvir



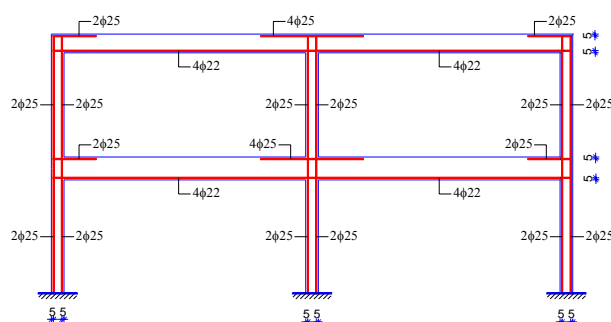
Slika 5. Razmatrana opterećenja okvira



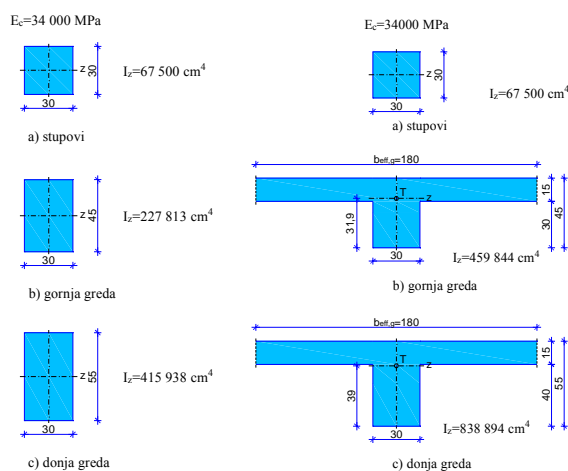
Slika 6. Razmatrani modeli krutosti okvira

### 3.1 Proračunske krutosti na savijanje greda i stupova

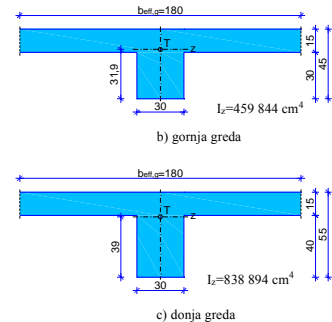
Armatura okvira prikazana je na slici 7. Usvojene proračunske krutosti na savijanje greda i stupova za model krutosti okvira K1 nalaze se na slici 8., za model krutosti okvira K2 na slici 9. i za model krutosti okvira K3 na slici 10. Proračunska sudjelujuća širina ploče za obje grede prema [1] iznosi:  $b_{eff} = 30 + 0,75 \cdot 600/5 \approx 120$  cm. Gornja proračunska vrijednost sudjelujuće širine ploče u modelu krutosti K2 uzeta je  $b_{eff,g} = 1,5 \cdot 120 = 180$  cm. Donja proračunska vrijednost sudjelujuće širine ploče u modelu krutosti K3 uzeta je  $b_{eff,d} = 120/1,5 = 80$  cm.



Slika 7. Armatura okvira (B500)



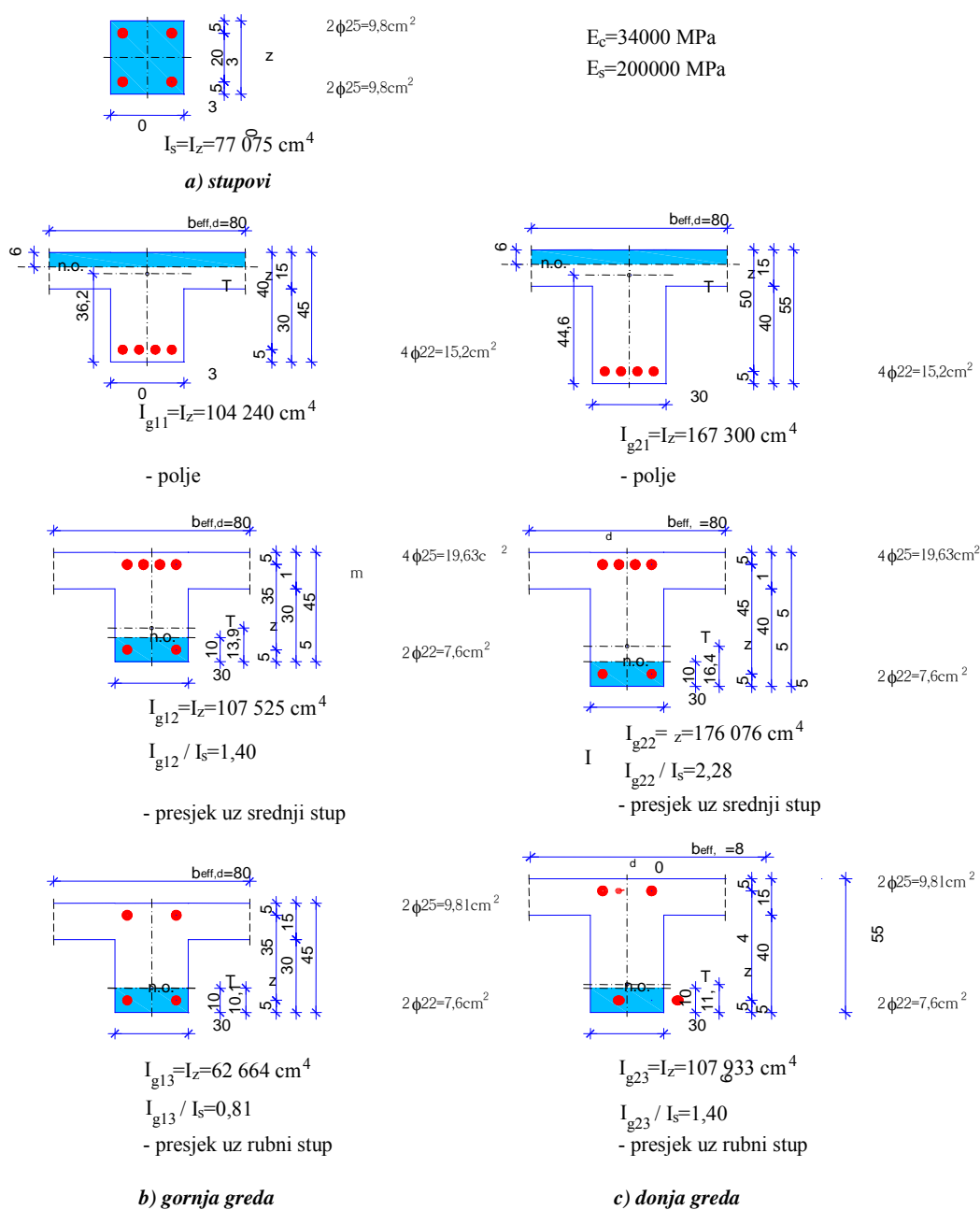
Slika 8. Proračunske krutosti na savijanje greda i stupova za model krutosti okvira K1



Slika 9. Proračunske krutosti na savijanje greda i stupova za model krutosti okvira K2

### 3.2 Prikaz momenata savijanja i analiza rezultata

Proračun unutarnjih sila u okviru za usvojenu diskretizaciju sustava proveden je s pomoću [6]. Prikaz momenata savijanja u okviru za stalno opterećenje (G) dan je na slici 11, za uporabno opterećenje (Q) na slici 12 i za opterećenje vjetrom (W) na slici 13. U nastavku su analizirani dobiveni rezultati.



Slika 10. Proračunske krutosti na savijanje greda i stupova za model krutosti okvira K3

3.2.1 Stalno opterećenje (G)

Model krutosti K2, u odnosu na model krutosti K1, daje oko 9 % veće pozitivne momente u polju za gornju gredu, približno 12 % veće pozitivne momente u polju za donju gredu te oko 3 % veće negativne momente u gredama iznad srednjeg stupa.

Model krutosti K3, u odnosu na model krutosti K1, daje oko 37 % veće momente savijanja u vrhu gornjih rubnih stupova i otprilike 10 % veće momente savijanja u vrhu donjih rubnih stupova. Također, daje oko 37 % veće negativne momente savijanja u gornjoj gredi uz rubne stu-

pove i oko 24 % veće negativne momente u donjoj gredi uz rubne stupove.

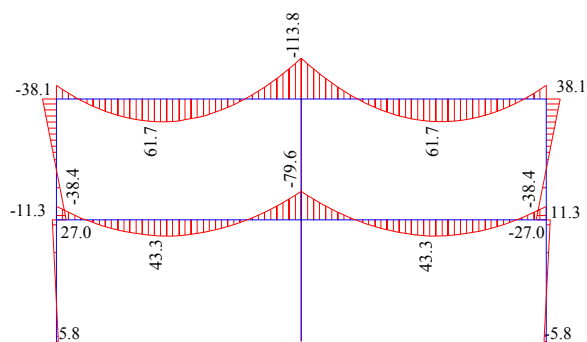
Vrijednosti momenata savijanja u gredama i stupovima za model krutosti K1 općenito su između odgovarajućih vrijednosti za modele krutosti K2 i K3.

3.2.2 Uporabno opterećenje (Q)

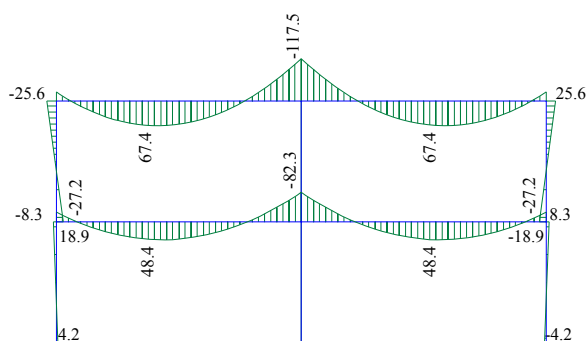
Model krutosti K2, u odnosu na model krutosti K1, daje otprilike 12 % veće pozitivne momente u donjoj gredi. Model krutosti K3, u odnosu na model krutosti K1, daje oko 50 % veće momente u vrhu donjih stupova, te oko 45 % veće negativne momente u donjoj gredi uz rubne



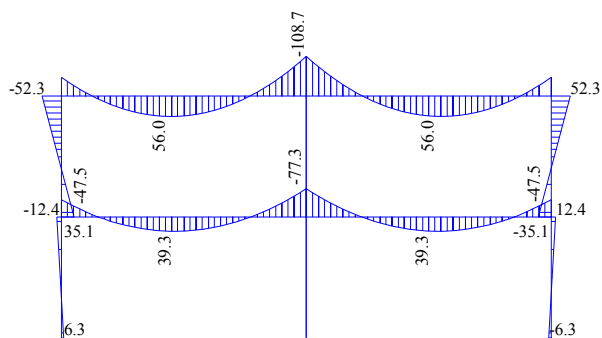
stupove. Vrijednosti momenata savijanja u gredama i stupovima za model krutosti K1 općenito su između odgovarajućih vrijednosti za modele krutosti K2 i K3.



a) Model krutosti K1



b) Model krutosti K2

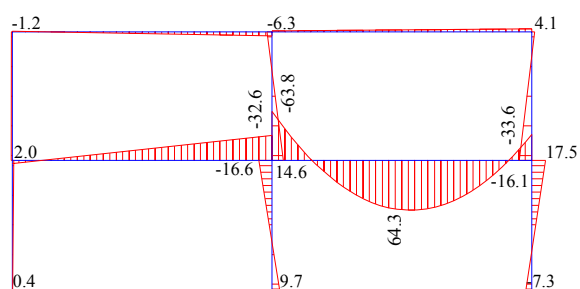


c) Model krutosti K3

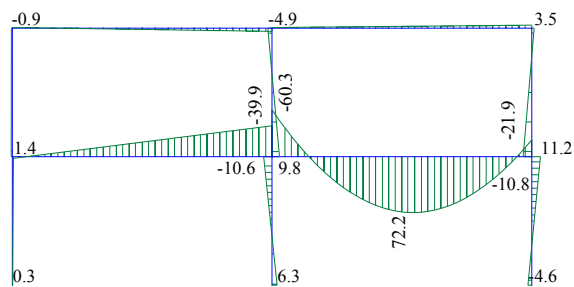
Slika 11. Momenti savijanja za opterećenje G [kNm]

### 3.2.3 Opterećenje vjetrom (W)

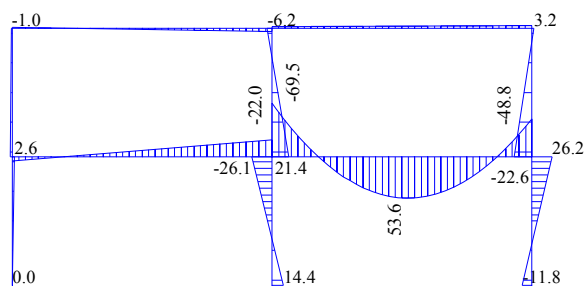
Model krutosti K2, u odnosu na model krutosti K1, daje otprilike 7 % veće momente u donjoj gredi uz rubni stup i oko 5 % veće momente u vrhu donjih rubnih stupova. Model krutosti K3, u odnosu na model krutosti K1, daje približno 8 % veće momente savijanja u podnožju donjih stupova. Razlike maksimalnih vrijednosti odgovarajućih momenata u gredama i stupovima za razmatrane modele krutosti K1, K2, K3 ovdje su manje nego za vertikalna opterećenja (G, Q).



a) Model krutosti K1



b) Model krutosti K2



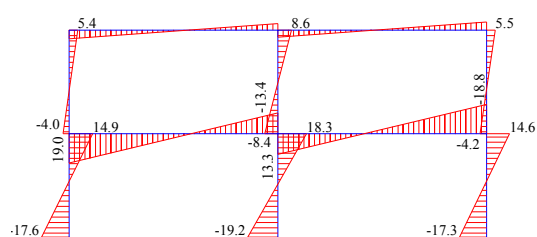
c) Model krutosti K3

Slika 12. Momenti savijanja za opterećenje Q [kNm]

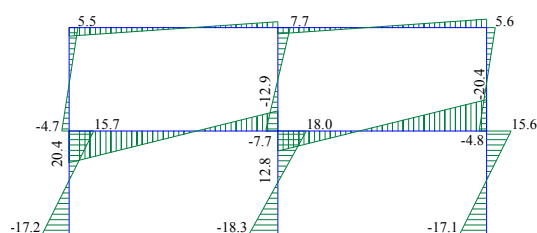
## 4 Zaključak

Stvarnu krutost na savijanje betonskih presjeka, a napose krutost na savijanje greda, teško je utvrditi. Usvojeni model krutosti na savijanje betonskih okvira, tj. usvojeni omjer krutosti na savijanje greda i stupova znatno utječe na razdiobu momenata savijanja u okviru.

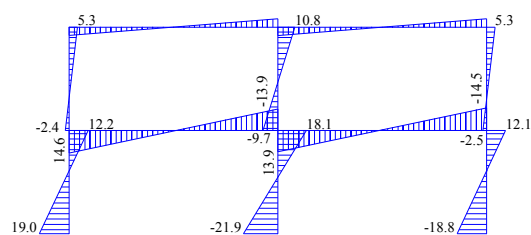
Za usvojene modele krutosti na savijanje analiziranog okvira dobivene su velike razlike u razdiobi momenata savijanja u gredama i stupovima za razmatrana opterećenja. Najveći pozitivni momenti savijanja greda u



a) Model krutosti K1



b) Model krutosti K2



c) Model krutosti K3

Slika 13. Momenti savijanja za opterećenje W [kNm]

polju i najveći negativni momenti savijanja greda iznad srednjeg stupa od vertikalnih opterećenja dobivaju se za model krutosti okvira K2 u kojemu je najveći omjer krutosti greda i stupova. Najveći momenti savijanja u stupovima i najveći negativni momenti savijanja u gredama uz rubne stupove od vertikalnih opterećenja dobivaju se za model krutosti okvira K3 u kojem je najmanji omjer krutosti greda i stupova. Za slučaj horizontalnoga opterećenja vjetrom, utjecaj odabranih modela krutosti ima mali utjecaj na razdiobu momenata savijanja u gredama i stupovima.

## LITERATURA

- [1] HRN ENV 1992-1-1:2004, *Eurokod 2: Projektiranje betonskih konstrukcija – 1-1 dio: Osnove i pravila primjene za zgrade*.
- [2] Tomičić, I.: *Betonske konstrukcije*, drugo izdanje, Školska knjiga, Zagreb, 1988.
- [3] *Tehnički propis za betonske konstrukcije (TPBK)*, Narodne novine, br. 139/09.
- [4] HRN ENV 1998-1-3:2004: *Eurokod 8: Projektiranje konstrukcija otpornih na potres – 1-2 dio: Opća pravila – Opća pravila za zgrade*.
- [5] Radnić J.; Markota L.; Harapin A.: *Numerički model proračuna širina pukotina betonskih elemenata*, Građevinar 55 (2003) 6, 317-327.
- [6] Radnić, J.; Matešan, D.: *BPCS - Računalni program za proračun štapnih i plošnih betonskih konstrukcija*, Split 2003.

Ako se u proračunima okvira sa samo jednim modelom krutosti za krutost na savijanje greda uzima samo krutost njezina hrpta bez sudjelovanja ploče, dobivaju se znatno manji momenti savijanja u poljima grede, tj. znatno manja otpornost grede u tim područjima.

Ako se u proračunima okvira sa samo jednim modelom krutosti u krutost na savijanje greda uključuje i precijenjena sudjelujuća širina ploče, dobivaju se znatno podcijenjeni momenti savijanja u stupovima od vertikalnih opterećenja, tj. dobiva se njihova znatno manja otpornost.

Raspucavanje betona u gredama uzrokuje smanjenje njihove krutosti. Doprinos vlačnog betona između pukotina ukupnoj krutosti grede teško je utvrditi. Zbog pojave pukotina u betonu u gredama, znatnije opada njezina krutost na savijanje iznad stupova u odnosu na krutost na savijanje u poljima. To, zajedno s utjecajem puzanja betona, ima za posljedicu smanjenje stvarnih negativnih momenata savijanja u gredama iznad oslonaca i povećanje pozitivnih momenata savijanja u poljima greda.

Proračun betonskih okvira sa samo jednim proračunskim modelom njegove krutosti na savijanje prihvatljiv je samo za slučajeve kada stvarna krutost okvira ne odstupa znatno od pretpostavljene, tj. kad su preraspodjele momenata savijanja u okviru manje i kad je dimenzioniranjem i armiranjem greda i stupova osigurana njihova dostatna duktilnost.

U slučajevima kada je stvarna krutost na savijanje okvira manje poznata, a osobito kod važnijih konstrukcija, sugerira se primijeniti dva proračunska modela krutosti na savijanje okvira: jedan s gornjom očekivanom vrijednosti omjera krutosti greda i stupova, a drugi s njihovom donjom očekivanom vrijednosti. Tako će se dobiti veća globalna otpornost okvira i spriječiti mogući negativni efekti zbog prekomjerne preraspodjele unutarnjih sila u okviru.

U slučaju složenih i značajnih konstrukcija (primjerice kod betonskih grednih mostova velikog raspona i sl.), osim klasičnih linearnih proračunskih modela treba rabiti i suvremene numeričke modele koji mogu pouzdano modelirati najvažnije nelinearne efekte armiranog betona: pukotine u betonu, popuštanje betona u tlaku, puzanje betona, popuštanje armature, vlačnu krutost betona između pukotina, proklizavanje armature i sl.