秋田大学教育文化学部研究紀要　教育科学部門　55　pp.23～30　2000

『九章算術』に関する研究

—方田章を中心として—

杜　　　威

A Study on『Nine Chapters on the Mathematical Art』 Focusing on the Chapter I

Du Wei

Faculty of Education and Human Studies
Akita University
Akita 010-8502, Japan

Abstract

『Nine Chapters on the Mathematical Art』 written about 2000 years ago in China is a famous mathematics book in the world. We have obtained the following three things in this paper.

The first, we clarified that the thought of squaring the farm is always seen in the Chapter 1. This thought is very effective for solving the problems.

The second, we clarified that the shown arts in the Chapter 1 have generality.

And the last, we submitted the interpretation concerning a lot of items that are used in the book especially in the Chapter 1.

1．始めに

史実によると，中国の算学制度は隋の時代に始まったものである。これは官僚や庶民の子弟を集めてそれに数学を教える制度である。唐の時代に入ってからそれが学生数だけでも百人以上の大規模まで発展させられた。[1]

当時は国立大学に相当する「国子監」に「算学館」を設け，教授である「算学博士」及びその助手である「助教」による数学学習の指導が行われていた。その内容として，唐高宗顕慶元年（656年，筆者注以下同様）に『周髀算経』，『九章算術』，『海島算経』，『五曹算経』，『孫子算経』，『夏侯陽算経』，『張丘建算経』，『五経算術』，『綴術』，『緝古算経』の十種類の書物を算学の教科書とすると規定されていた。[2] また，同じ時期に毎年行われていた科挙試験にも数学の成績を検定する「明算科」を設けた。その頃から上記十種類の書物を合わせて「算経十書」と呼ばれてきた。

「算経十書」の中で特に『九章算術』は，その時代までに中国で行われた数学研究の集大成である。その影響は中国だけではなく，日本を始め多くの国や地域に及ばされており，日本の和算の原点ともなっているのである。また，扱われている多くの内容は今日の小中高の数学科にも未だに顕在している。

本稿は，『九章算術』の全体像についての考察を行ってから，その第一章である「方田」章を中心に，そこで扱われている分数の四則計算と図形の求積等についての考察を行うものである。なお，第二章以降の内容についての考察を別稿で行う予定である。

古来『九章算術』は多くの数学者によって読み直され，その度自らの注釈を付け加えたのであるから，種々の版が存在している。中には魏の劉徽の行った注釈は最も評価される一つである。本稿では錢宝琮校の『算経十書』の相当する部分[3]を基にして考察を進めることにしたい。これは魏の劉徽及び唐の李淳風の記した注を忠実に守りながら，さらに多くの注を加えたもので，現在中国では

最も権威のあるものとされている。

なお，中国では計算の道具として算籌を使用し，籌算を元の時代までずっと行われてきた。算籌は算木のことである。従って，算木による計算，つまり，籌算を熟知することは『九章算術』を始め，「算経十書」など古代中国の数学を理解するための前提条件である。これについて，拙稿「算木について」を参考にして頂きたい。[4)]

2．『九章算術』の全体像

『九章算術』は名の通り以下に示す九つの章[5)]からなっている数学の書物である。基本的なスタイルとしては各章とも同じで，国を治め社会を繁栄させていくための様々な実用問題及びその答えを種類ごとに幾つか提示してから，解答方法に入るという形を取っている。全部を合わせて246問を扱っている。各章の概要は次の通りである。

「方田」章：様々な形をしている田畴（畑や田んぼ）面積の計算方法を示すものである。38問を収録。

「粟米」章：種々の穀物の精米や交換に関わる比例問題の計算方法を示すものである。46問を収録。

「衰分」章：仕事・商売・配分等に関わる比例配分及び反比例問題の計算方法を示すものである。20問を収録。

「少廣」章：田畴や土木工事等に関わる平面図形の面積や立体の体積から逆に辺の長さ等を求める問題の計算方法を示すものである。24問を収録。

「商功」章：土木工事や穀物の貯蔵等に関わる様々な立体の体積や容積の計算方法を示すものである。28問を収録。

「均輸」章：均等に仕事をさせると同時に人と車両等を無駄なくものを運ぶことなどに関わる比例問題の計算方法を示すものである。28問を収録。なお，この章で扱われる問題は「粟米」章と「衰分」章の比例問題の発展であり，複比例や連比例等に関わるものである。

「盈不足」章：様々な場面に起きる過剰と不足に関わる連立一次方程式問題の負でない範囲での仮定法による解法を示すものである。20問を収録。

「方程」章：「盈不足」章の続きとして五元までの連立一次方程式の一般的な解法を示すものである。18問を収録。また，方程式の解き方に関連して負の数の概念と正負の数及び零による足し算と引き算の計算法則を示している。

「句股」章：五つの形で三平方定理を提示し直角三角形に関わる様々な問題の解法を示すものである。24問を収録。五つの形とは一般の三平方定理の他，直角辺一本と他の二辺の和によるものなどである。

なお，「句」は現在の勾と同義に使われており，曲がっている様子であり，「股」は大腿のことである。

この直角三角形における句と股の意味について，現在多くの研究者は『九章算術』に魏の数学者劉徽の記した注「短面曰句，長面曰股，相與結角曰弦，句短其股，股短其弦」[6)]を引用し，句が短い直角辺で股は長い直角辺だと認識している。この劉徽の注の意味は次の通りである。つまり，短い直角辺を句，長い直角辺を股，そして，句と股の交わっていない二端点を結ぶ辺を弦と言う。句が股より短い，股が弦より短いということである。

しかし，股がまた髀であり，髀が日陰を利用してものの高さや行き届かないところまでの距離を相似で求めるなどのために地面に垂直に立てる表[7)]のこと，また，その表の影を句と表していること[8)]から考えると，本来，直角三角形をその一つの直角辺を水平に置く場合，水平の辺を句，垂直になっている辺を股と考えるべきである。これは劉徽の注が間違っているということではない。劉徽は注を記した時に確かに図を用いた記録があった[9)]が，様々な原因で劉徽が描かれた図をまとめた『九章算術』の別巻『重差』は未だに見つかっていない。それにもかかわらず，「句股」章の内容をみると，そこで扱われている直角三角形のすべては横が短く縦が長いものとなっており，劉徽があくまでもそういう直角三角形に対して上記の注を記したと考えられる。実際，それらの三角形を右か左に90度を回転すれば，逆に横が長く縦が短いものとなる。しかもどの向きに置いても辺の長さや面積が変わらない。従って，もとの向きを無視して全部同じ方向に並べ直したという『九章算術』あるいはその「句股」章の著者の仕事が見えてくるのである。[10)]

3．「方田」章における分数の四則計算

「方田」章は様々な形をしている田畴面積の計算に関する38問及びその解法からなっている。解法にはそれぞれの名称が最初から付いているが，議論展開上の便宜のため，それらの38問を第一問から第三十八問までと番号を付けることにしたい。なお，和訳のものとして，薮内清責任編集の『中国天文学・数学集』を参考できる。[11)]

「方田」章は題目としての「方田」の二文字から始まり，そのすぐ下に副題の「以御田畴界域」が書かれている。「御」はおさめるのことであるから，「方田」術を以って田畴の境界を測定することとなる。

中国が昔からの農業国であり，持っている田畴の面積によって税額が決められる納税制度は『九章算術』が編集される遥か以前の春秋戦国時代に既に成立されている。[12] 従って，田畴面積の計算は国にとっても個人にとってもとても大事なことである。「方田」章及びその内容は正にこの実際の需要から生まれたのである。

「方田」章の内容を三つの部分に分けることができる。

まず準備としての田畴面積の単位に関する部分である。この部分は第一問～第四問の 4 問とその解法及び説明からなっている。長方形の形をしている田畴に関わる問題を使用しており，面積の意味や単位等を「方田術」と「里田術」によって示している。なお，「術」とは方法のことである（以下同様)。

次に分数の四則計算に関する部分であり，合わせて八種類の術を示している。これらに関してこの節で考察を加えていくことにする。

三つ目は各種図形の面積の求め方に関する部分で，次の節において考察していく。

次は分数の四則計算についての考察に入る。

3－1. 約分術

「約」とはつづめることであり，約分は現在でも同じ表現として使われている。

第五問と第六問は約分に関するものである。

第五問：今十八分の十二があるが，約分したら幾らになるか。答えは三分の二である。

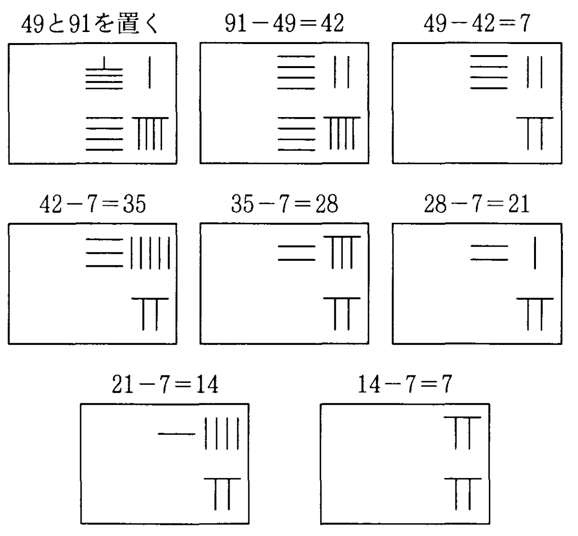
第六問：また，九十一分の四十九があるが，約分したら幾らになるか。答えは十三分の七である。

その次に約分の方法を述べている。「約分術曰：可半者半之，不可半者副置分母子之数。以少減多，更相減損，求其等也。以等数約之」。これは約分の方法と「更相減損術」という方法による二数の最大公約数の求め方を示すものである。

つまり，約分を行うとき，分子分母は半分できるものならまずそれぞれを半分にする。そうでないならば，その二数を算木で示して，その大きい方から小さい方を引き，そして更に減数と差の間において同様の引き算を，減数と差が等しくなるまで繰り返して行う。得られた等しい数で分子と分母を約すのである。

実はこのように得た等しい数はその二数の最大公約数であり，また，この方法は原理的にはユークリッドの互除法と同じものだといえるのである。

実際どのように最大公約数を求めるのかを見てみよう。例えば第六問の場合，49と91の最大公約数を籌算によって求めると，次のようになる。



最後に算盤（サンバン）の上には 7 二つ並べていることとなるところで引き算を止め，その 7 で49と91を約して $\frac{7}{13}$ を得るのである。

3－2. 合分術

「合」とはあわせることであるから，「合分」は現在の分数の足し算に当たるものである。

第七問～第九問は合分に関するものであり，すべて異分母同士のもので，計算に関わる数が二，三，四個の 3 種類である。「合分術」は次の通りである。

「合分術曰：母互乘子并以為実，母相乘為法，実如法而一。不満法者以法命之。其母同者直相從之」。

「実（ジッ)」が被除数のこと，「法」が除数のことではあるが，基本的にはどちらも算盤上にある算木の本数である。従って，実と法の両方とも自然数である。

「母互乘子并以為実」とは分母子が互いに掛け合わせてから和をとって実とすることである。「母相乘為法」とは分母同士の積を法とすることである。「実如法而一」とは実を法で割ることである。従って，分数の足し算は上記の実と法の割り算，つまり，自然数の割り算によって行われるものだと言っているのである。これは次で考察する「減分術」等でも同じである。

「不満法者以法命之」とは，その割り算に余りが出る場合，商の後に余りを分子とし，法を分母とする真分数を付けること，つまり，帯分数にすることである。また，最後の「其母同者直相從之」とは，同分母同士の場合，分子同士を直に合わせて，それを分母で割れば良いということである。

3－3. 減分術

「減」とはげんずることであるから,「減分」は現在の分数の引き算に当たるものである。

第十問と第十一問は減分に関するものであり，これもすべて異分母同士のもので，計算に関わる数が二個のもののみである。「減分術」は次の通りである。

「減分術曰：母互乗子以少減多餘為実，母相乗為法。実如法而一」。

「母互乗子以少減多餘為実」とは，まず分母子が互いに掛け合わせる，次に積の大小を比べてから大きい方から小さい方を引く，そして，その差を実とすることである。他は上記合分術と同じである。つまり，分数の引き算もこのように得られた実と法の割り算によって行われるものだと言っているのである。

3－4. 課分術

第十二問～第十四問は課分に関するものである。「課」とははかることであるが，例を通して課分の意味を見てみよう。

第十二問：今八分之五と二十五分之十六があるが，どちらの方が多い，またどのくらい多いか。答えは二十五分之十六の方が多い，二百分之三だけ多いである。

「課分術」は次の通りである。

「課分術曰：母互乗子以少減多餘為実，母相乗為法。実如法而一。即相多也」。

「実如法而一」までは減分術と全く同じである。「即相多也」とは，即ちそれが多い分であるとのことである。従って，上記の例を合わせて考えると，「課分」とは分数の大小比較及びその差をとることであり，減分の応用と発展であると言えよう。

3－5. 平分術

「平」はたいらのことであるから,「平分術」とは何個かの分数を平らにすること，つまり，それらをその平均へと作り直していくことである。

第十五問と第十六問は平分に関するものである。

第十五問：今三分之一，三分之二，四分之三がある。多い方から多い分を引き，それを少ない方に足したら，それらは幾らのところで平らに（等しく）なるか。答えは，四分之三から二を，三分之二から一を引き，それらを三分之一に足す。よって，それらは十二分之七で平らになる。

第十六問：また二分之一，三分之二，四分之三がある。多い方から多い分を引き，それを少ない方に足したら，それらは幾らのところで平らになるか。答えは，三分之二から一を，四分之三から四を引き，それらを二分之一に足す。よって，それらは三十六分之二十三で平らになる。

平分術は次の通りである。

「平分術曰：母互乗子，副并為平実，母相乗為法。以列数乗未并者各自為列実。亦以列数乗法。以平実減列実，餘約之為所減。并所減以益於少。以法命平実各得其平」。

第十六問を例としてこの文の意味を籌算によって見ていくことにする。

まず，図3－5－1のように算盤に $\frac{1}{2}$，$\frac{2}{3}$ と $\frac{3}{4}$ を並べ置く。

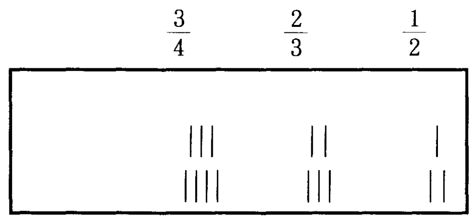


図3－5－1

「母互乗子，副并為平実」とは一つの分子を他の二つの分母で掛け，それを新しい分子とする。同時に，それらの新しい分子を合わせて「平実」とし，その「平実」を新たに算盤に置く。これらのことは図3－5－2で示されている。なお，左側の数は「平実」である。

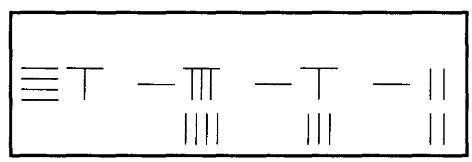


図3－5－2

「母相乗為法」は前出「合分術」等とは同じ計算ではあるが，この場合,「平実」の下にも法を置く必要がある。これは図3－5－3で示されている。

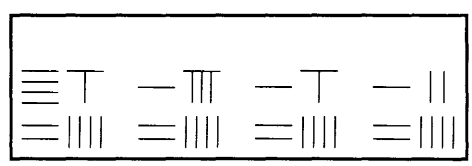


図3－5－3

「以列数乗未并者各自為列実。亦以列数乗法」にある「列数」は最初に置いた分数による列の数のことであるので，この場合，それが3である。また，「未并者」とは「平実」を出す前の新しい分子のことである。従って，この問題においてのこの文の意味とは，3で新しい分子を掛けてそれぞれを新新分子とし，また，同じく3で図3－5－3の下にある四個の分母を掛けて新しい分母とす

る。なお，「列実」はこの三つの新新分子を指すことである。これは図3－5－4で示されている。

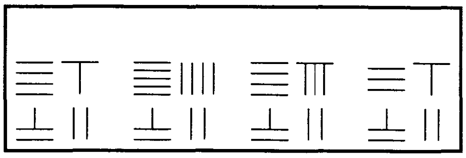


図3－5－4

ここまで何をしてきたかを考えてみよう。

実は図3－5－4の左側にある分数は与えあられた三つの分数の平均値である，つまり，「平実」とは平均値の実である。また，元々の三つの分数も平均値と通分している。従って，問題を解決するための準備を整えてきたのである。

勿論，その平均値はまだ既約分数にはなっていない。つまり，図3－5－3の時点から一旦約分を入れてから図3－5－4に示される計算に入ったら既約分数形の平均を得ることができるが，「術」とはあくまでもすべての場合に適用できるようにまとめられたものなので，当然，途中で約分できないケースも考える必要がある。

「以平実減列実」とは列実から平実を引くことであるが，勿論列実が平実より大きい場合に限るのであり，図3－5－4で言うと，右から二番目と三番目の列実，つまり，48と54のことである。

「餘約之為所減」とは上記の引き算の結果を約分し元の分数の大きい方から引く分となることである。

何故約分が出てくるのか。実は上で行った引き算は分数の引き算そのものである。つまり，54－46と48－46のではなく，$\frac{54}{72}-\frac{46}{72}$と$\frac{48}{72}-\frac{46}{72}$のことである。その結果，差が$\frac{8}{72}$と$\frac{2}{72}$になる。この二つの差を約分術によって約分するが，$\frac{2}{72}$が$\frac{1}{36}$になるので，引く分の分母を同じくするため，$\frac{8}{72}$を$\frac{4}{36}$以上約分しない。従って，第十六問の答えとなる三分之二から一を引くという一は，三十六分の一のことであり，四分之三から四を引くという四は，三十六分の四のことであることが分る。

3－6. 経分術

「経」とは織物を造るための一本一本の経線のことである。従って，ここで，一に当たる数量がいくらなのかという意味で経を使っていると考えられる。即ち，現在の割り算に当たるものである。

第十七問と第十八問は経分に関するものである。

第十七問：今七人が八と三分の一銭を分けようとしているが，各々いくら得るか。答えは，一人当たり一と二十一分の四銭を得る。

第十八問も同様の事柄であるが，人数は分数で与えられているのが第十七問と異にしている。即ち，分数割る自然数と分数割る分数の両方を扱うのである。

「経分術」は次の通りである。

「経分術曰：以人数為法，銭数為実，実如法而一。有分者通之，重有分者同而通之」。

「以人数為法，銭数為実，実如法而一」までは，前記合分等とほぼ同じである。つまり，基本的に自然数の割り算で解決することである。しかし，実と法はすべて自然数であるため，当然銭数または人数に，ある処理を施さなければ籌算では解決できないはずである。この処理は「有分者通之，重有分者同而通之」によって示されている。

「有分者通之」とは，例えば第十七問の銭数のように，帯分数で与えられている場合，まず，自然数の部分と真分数の部分を通分すること，つまり，帯分数を仮分数にすること，そして，仮分数と自然数を通分することである。「重有分者同而通之」とは，第十八問の場合，つまり，人数も銭数も両方とも分数である場合，まず，両方とも仮分数に直してから，通分していくことである。このように処理してからの人数と銭数がどうなるのかについて，式を使って考えてみよう。

人数をa，銭数を$b+\frac{c}{d}$と置く，a，b，c，dはすべて自然数である。まず，$b+\frac{c}{d}$を$\frac{bd+c}{d}$とし，そして，aを$\frac{ad}{d}$とする。この処理を施した後，人数と銭数をそれぞれad及びbd+cと見なす。よって，一人当たりに銭数を，籌算での自然数の割り算（bd+c）÷adによって求めることができるようになるのである。

人数と銭数の両方とも分数である場合でも同様に考えることはできる。

3－7. 乗分術

「乗」は現在の意味と同じものとして使われていたので，「乗分」は分数の掛け算に当たるものである。

第十九問～第二十一問は乗分に関するものである。いずれも長方形の田畴の面積を求める問題であり，縦と横の長さは両方とも真分数によって与えられている。

「乗分術」は次の通りである。

「乗分術曰：母相乗為法，子相乗為実，実如法而一」。

籌算使用を除いて，現在のものと全く同じであるから，これ以上の考察は不必要である。

3－8．大廣田術

「大廣」とは大きく広いという意味である。ここで扱う三問（第二十二問～第二十四問）はすべて長方形の田疇の面積を求める問題である。但し，縦と横の長さを両方とも帯分数によって与えていることは上記乗分術と異にしている。また，この意味において今までの田疇よりは大きく広いと表現しているのである。計算方法も当然乗分術と同じであるが，掛け算をする前にまず帯分数を仮分数に直す手順が入るだけである。

4．「方田」章における図形の面積

「方田」章では田疇の面積を求める実際問題を基にして，平面図形の多角形，円及びそれに関連する弓形と円環（二つの同心円の円周が囲む部分），曲面の球冠（球を平面で切ってできた球面の部分）の面積の求め方を示している。多角形には長方形（正方形を含む），二等辺三角形，直角台形と二等辺台形のみ含まれている。以下では，これらを考察していく。

4－1．長方形の面積

長方形の面積の求め方に関するものは，「方田術」と「里田術」である。問題は第一問～第四問と，乗分術及び大廣田術で扱う六問の，計十問である。後の六問はあくまでも乗分術と大廣田術を提示するためのものである。「方田術」を例としてみていく。

「方田術曰：廣従歩数相乗得積歩。以畝法二百四十歩除之，即畝数。百畝為一頃」。「廣」と「従」は横と縦のことであり，歩は長さの単位，畝と頃は田疇面積の単位である。従って，「廣従歩数相乗得積歩」は縦と横の積は長方形の面積であることを示すものである。

一方，これらの問題を提示するときに「長方形」のような表現を一切使っていない。どれも直接に「縦いくら，横いくら」から問題文を綴り始めているのである。これは，古代から人々が「廣」と「従」は互いに垂直していることを知っているから，敢えて提示する必要性がないことだと考えられる。

また，方田術の「方」について，長方形の「方」であるという認識は一般的ではあるが，筆者は，それ以上の意味が込められていると考えている。

4－2．三角形の面積

「方田」章では，三角形を提示するとき「圭田」という表現を使っている。第二十五問と第二十六問はそれである。そして底辺を「廣」と表現し，底辺上の高さを「正従」と表している。

「圭」は上部が四角錐，下部が直方体の玉（ギョク）である。古代中国で，天子が諸侯を封ずる時，そのしるしとして与えたり，神をまつる時，その祭具の一つとして用いたりしたものである。「圭田」とは圭を側面から見た上部の形をとって，即ち，二等辺三角形の形をしている田疇である。

「圭田術」は，「半廣以乗正従」で提示されている。つまり，底辺の半分と高さの積である。

勿論，この術は一般の三角形にも適用できる，即ち，一般性を持つものと言える。しかし，本稿の焦点はここではなく，「半廣以乗正従」に込められている他の意味を吟味するところである。

というのは，「半廣」と「正従」または「廣」と「半正従」によって，図4－2－1と図4－2－2で示されるように，もとの二等辺三角形は長方形に変えられる，即ち，「方」へと化けられることである。

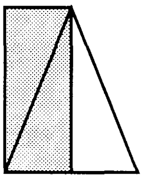


図4－2－1

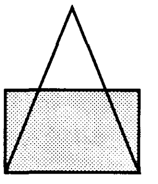


図4－2－2

面積の求め方はすべて「方田術」からだと考えると，この化けることは正に最重要であると考えられる。この考え方は「方田」章，特に面積の部分の随所に見受けられるのである。

4－3．台形の面積

前述のように，「方田」章では，台形として直角台形と二等辺台形を扱っている。それぞれを「邪田」と「箕田」で提示されている。前者に関するものは第二十七問と第二十八問であり，後者に関するものは第二十九問と第三十問である。

「邪」は斜のことであり，傾くことである。従って，「邪田」は横に置く長方形を直線で斜めに切ってできたものである。つまり，図4－3－1と図4－3－2で示される直角台形である。

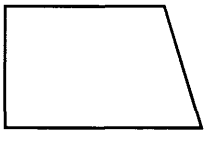


図4－3－1

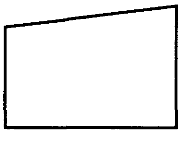


図4－3－2

一方，「箕」は穀類をあおりふるって，殻やごみをよりわける農具である。その形は使用者から見ると，図4－

3－3で示される下底の短い二等辺台形をしている。「箕田」の形は図4－3－4で示される二等辺台形だという認識が非常に多いが，これは間違っていることを第二十九問と第三十問の提示で証明できる。

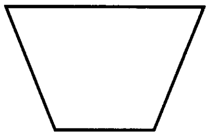


図4－3－3

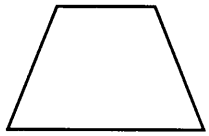


図4－3－4

第二十九問では，「今有箕田，舌廣二十歩，踵廣五歩，…」とがある。「舌」（ゼツ）は元の意味が口を開いて舌（シタ）を前に出している様子のことである。一方，「踵」はかかとであり，比較的小さいイメージを出す表現である。上記問題文にある歩数もこれを示している。舌の方が二十歩で長く，踵の方が五歩で短いのである。従って，やはり図4－3－3が示しているのは箕田の正しい向きである。

台形の面積の求め方は，現在のものとは全く同じであるが，二つを提示している。それらをまとめると，その違いは，高さの半分を取るか，それとも上底と下底の和の半分を取るかのことである。しかし，どちらにしても，4－2で触れた，与えられた図形を「方」へと化ける執念は随所見受けられる。

4－4. 円の面積

円を提示するのは「圓田」という表現を使用している。これは現在のものとは全く変わりがない。円周と直径もそれぞれ「周」と「径」と表されている。

「圓田術」では，円の面積の求め方を次の四つ提示している。「半周半径相乗」，「周径相乗四而一」，「径自相乗，三之四而一」，「周自相乗，十二而一」。

面積をS，周をP，径をDと置くと，この四つの方法を次の四つの公式と表すことができる。

$$S = \frac{P}{2} \times \frac{D}{2}$$

$$S = P \times D \div 4$$

$$S = D \times D \times 3 \div 4$$

$$S = P \times P \div 12$$

円周率の近似値として3を使っていることを含めて考えると，上記四つの公式がすべて現在のものへと変形できるものである。

中国では円周率についての研究が盛んであることは周知の事実である。しかし，やはり計算の難しさを避けるために3という比較的誤差の大きい近似値を使わざるを得ないことだと考えられる。

4－5. 円環の面積

円環を「環田」で提示している。

円環の面積をS，外側の円周をP_1，内側の円周をP_2，円周間の距離をdと置くと，「環田術」の「并中外周而半之，以径乗之為積歩」を次の公式にすることができる。

$$S = \frac{P_1 + P_2}{2} \times d$$

これは，円の面積と周の長さを求める公式を使って簡単に検証できるのである。

4－6. 弓形と球冠の面積

弓形を「弧田」で提示している。

「弧」は弓であるから，「弧田」は弓形をする田畴である。「方田」章で扱う弓形は現在のものと同じく，円を直線で切ってできる部分円であると考えられる。

弦の中点を通る弦の垂線が弧との交点と，弦の中点との間の距離を「矢」と言う。よって，「弧田術」の「以弦乗矢，矢又自乗，并之，二而一」とは，弦と矢の積に矢の自乗を足して，その和の半分をとることである。

この方法は，矢が円の半径である場合正しいものとなるが，それ以外の場合において，誤差の比較的大きい近似値しか得られないものである。

一方，球冠を「宛田」で提示している。「宛」は地面が凹か凸で湾曲していることである。図4－6－1において，下部にある円の中心をO，ABとCDがその直径であるとき，弧CEDを「径」と表されている。

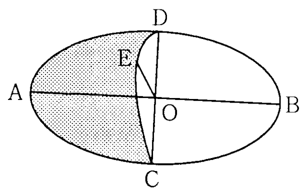


図4－6－1

この場合，「宛田術」の「以径乗周，四而一」とは円周ACBDが弧CEDとの積の四分の一を取ることである。これを図4－6－1の球冠の面積としたら，やはり，誤差の比較的大きいものしか得られないのである。

5．まとめと今後の課題

以上の考察を次のようにまとめていく。

まず，「方」が「圓」に対する概念であるが，しかし，「方田」章の中で長方形のような四角いものを表現する概念として使っているだけではなく，四角いでないものを四角いものへと化けるという，「方」を，行為を表す動詞としても使っていること，しかも，むしろ後者の方

がもっと意義のあることは明らかにされてきた。これは本稿の第一の結論である。

次に，「方田」章で扱われている三十八個の問題が個別的なものではあるが，しかし，各種の「術」はすべてのケースに応用できるものであり，現在の計算法則や公式に相当するものであることは明らかにされてきた。即ち，『九章算術』は決して問題集だけではないことを，「方田」章に対する考察によって例証してきた。これは本稿の第二の結論である。

更に，直角三角形における「句」と「股」の意味を始め，「箕田」の形など数多くの表現の解釈について，筆者なりのものを提示してきた。また，難解な部分を，籌算や図によって分りやすくしてきた。これらは誤りを直し，『九章算術』をより正しく理解することにとっては大きな意義を持つと言えよう。

最後に，「弧田術」と「宛田術」とでは，一般の弓形と球冠の正しい面積を算出することができないと述べてきたが，果たして「弧田」と「宛田」の形は本当に現在，我々がイメージしている弓形や球冠と全く一致しているかなどについては，筆者でも未だに疑問を感じている。これらの究明を今後の課題とする。

注

1) a. 李儼著『中国算学史』，1937年1月，商務印書館出版，p.41
b. 藪内清責任編集，科学の名著2『中国天文学・数学集』，1980年11月，朝日出版社，p.6
2) 錢宝琮著『中国数学史話』1957年12月，中国青年出版社，pp.9～10
3) 錢宝琮校，『算経十書』，中華書局，1963年10月，pp.83～258
4) 「新しい算数研究」2月号に掲載，新算数教育研究会，2000年2月
5) 最初の頃は木簡に記録されているので，一つの章を束ねただけでも相当なものとなるのである。木版印刷が発明してからもその内容の多さによって一つの章を独立した一冊のものに製本されている。これらの原因で，章を巻と呼ばれてきている。例えば，巻一，巻二…のようにと。
6) 前掲3)，p.241
7) 「表」は真直ぐな竹や木の棒である。
8) 李格非責任編集，漢語大字典簡編版，湖北辞書出版社・四川辞書出版社，1996年9月，p.11, p.270, p.957, p.1982
9) 李迪著，『中国数学通史』上古到五代巻，江蘇教育出版社，1997年4月，pp.171～182
10) a. 呉文俊編集，『中国数学大系』第二巻，北京師範大学出版社，1998年8月，pp.10～29
b. 梁宗臣著，『世界数学史簡編』，遼寧人民出版社，1980年8月，pp.338～340
これらによると，『九章算術』の著者または編集者や書かれた年代は不明である。しかし，今までの研究成果によると，それが東漢の初期，つまり，紀元一世紀頃までには既に現在の形に編集されているという説が最も多い。他の説はすべて，紀元一世紀より前から既に出来上がったものである。代表的なのは，例えば，旧ソ連のA．П．Юшкевичによる「紀元前二百年頃」の説，イギリスのJ. Needhamによる「秦または西漢のものに東漢で補足された」説，日本の三上義夫による「少なくとも前漢にその前身が既にあった」説などを挙げることができる。
11) 前掲1)のb，pp.84～107
12) 前掲10)のa，pp.1～6