



## ISHODIŠTE PITAGORINOG POUČKA U VUČEDOLSKOJ KULTURI NA PROSTORU HRVATSKE

Ivan JURIC, Marija ĐIKIĆ  
Agronomski fakultet, Zagreb

Pavao PETRIČEVIĆ  
Gimnazija "Matija Antun Reljković", Vinkovci

Jacqueline BALEN  
Arheološki muzej, Zagreb

UDK: 903(497.5 Vučedol)"634"

Izvorni znanstveni rad

Primljeno: 10.11.1999.

Van der Waerden, u knjizi *Geometry and Algebra in Ancient Civilization* početke matematičke znanosti smješta u središnju Europu u vrijeme između 3000. i 2500. godine prije Krista. Waerden navodi da je već tada spoznat račun koji je kasnije definiran kao Pitagorin poučak, jer je bilo poznato kako nacrtati geometrijske crteže kojih se duljine stranica odnose kao cijeli brojevi. Ove spoznaje su se iz središnje Europe proširile do Engleske i Škotske na zapad, te do Bliskog istoka, Indije i Kine na istok. U vrijeme u kojem Waerden drži da su spoznata navedena matematička znanja u srednjoj Europi, na prostoru između Jadranskog mora, Karpat i Alpa razvila se vučedolska kultura koja je trajala od 3000. do 2200. god. prije Krista. Istraživanja su dala rezultate na temelju kojih je bilo moguće zaključiti da su prva poljoprivredna naselja podignuli doseljenici čije je podrijetlo iz Palestine i Male Azije te da su s početkom uporabe drveta kao građevnog materijala morali dolaziti do matematičkih spoznaja koje nisu bile potrebne kada se gradilo u kamenu. U vučedolskom društvu onoga vremena postoje obredi vezani uz astronomske događaje, a svetišta se grade po određenim matematičkim pravilima. Geometrijski crtež na kojemu su sve stranice četverokuta, trokuta, dijagonale četverokuta i visine trokuta cijeli brojevi postaje simbolom koji se na prostoru Hrvatske održao 3000 godina. Iznoseno omogućava zaključak da su njegovi crtači spoznali račun Pitagorina poučka, što, uz ostalo, potvrđuje stajališta B. L. van der Waerdena o vremenu i mjestu početaka, te pravcima širenja matematičke znanosti.



Requests for reprints should be sent to  
Ivan Jurić, Agronomski fakultet, Svetošimunska 25,  
10000 Zagreb, Croatia.  
E-mail: ijuric@agr.hr

## UVOD

---

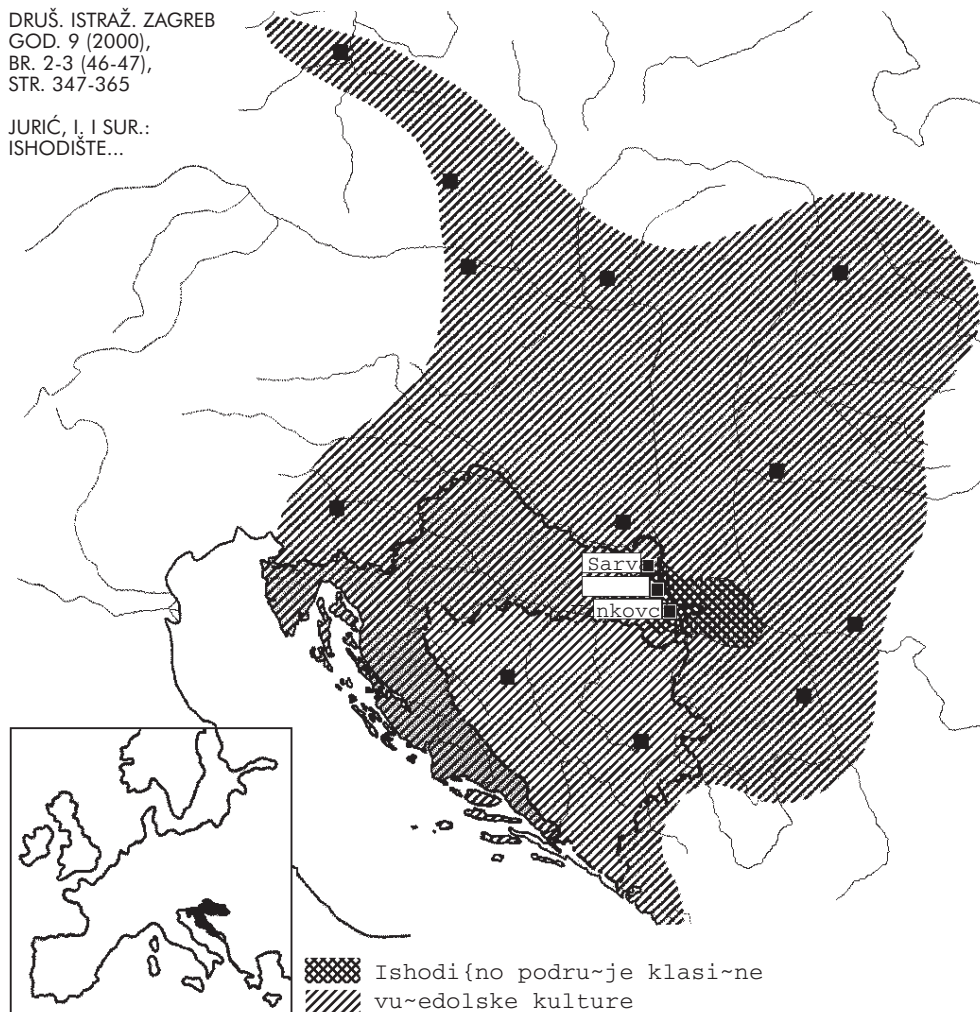
Postavke o počecima matematičke znanosti koje je iznio Van der Waerden (1983.) nisu naišle na zanimanja u hrvatskim znanstvenim krugovima. Nasuprot tome, njegove postavke su izazvale dosta reakcija među povjesničarima matematike u svijetu (Vernant, 1988. Prijevod 1990., 16). Naime, jedan od najcjenjenijih povjesničara matematike B. L. van der Waerden u svojoj knjizi *Geometry and Algebra in Ancient Civilizations* početke matematičke znanosti smješta u središnju Europu, u vrijeme između 3000. i 2500. godina prije Krista. Njegove analize pokazuju da su iste matematičke spoznaje rabljene u južnoj Engleskoj i Škotskoj, zatim u Babilonu, Grčkoj te u matematici u Indiji i Kini. Istovjetnost tadašnjih matematičkih spoznaja od Engleske do Kine je tolika da Van der Waerden drži da je izvor spoznaja morao biti isti, a on ga stavlja na područje srednje Europe, u već spomenuto vrijeme između 3000. i 2500. prije Krista.

Waerden (1983., XI. i 33) kao bitno navodi poznavanje određivanja duljina stranica trokuta u cijelim brojevima neke duljinske mjere, mnogo ranije nego je Pitagorin poučak definiran, a kako kaže, do te spoznaje se došlo negdje u Europi, kasnije se ona proširila, na zapad do Engleske i na istok do Kine.

Analizirajući iznesene Waerdenove postavke, kao vrlo važno pitanje postavlja se način i smjer komunikacija između Bliskog istoka, odnosno Male Azije te Srednje i zapadne Europe. Prikaz komuniciranja (*The Times*, 1986., 12) od 3000. – 1500. godine prije Krista nedvojbeno pokazuje da je veza između zapadne Europe i Bliskog istoka išla Dunavom i to vjerojatno samo njime. Ako se, pak, potraži mjesto s kojega se moglo strateški uspješno kontrolirati sav promet koji je s istoka Dunavom dolazio u Panonsku nizinu i dalje kretao prema zapadu, odnosno obrnuto, onda je to svakako područje Fruške gore. Ako se pak analizira vrijeme od 3000. do 2500. godine prije Krista, onda je to prostor između Vukovara i Iloka, konkretno lokalitet Vučedol. Vučedol postaje dominantno središte za vrijeme vučedolske kulture, a to znači od 3000. do 2200. godine prije Krista. To je mjesto bez čije kontrole nije mogla postojati veza Dunavom, ali i središte nastanka vučedolske kulture koja se iz izvorišta raširila na prostore između Karpata, Alpa i Jadranskog mora, kako to prikazuje karta na slici 1. (Dimitrijević i sur., 1998. 88). Da su stanovnici na području vučedolske kulture imali intenzivne veze s područjem oko Egejskog mora, dokazuju nalazi školjki, kako opisuje Durman (1991., 93.), ali i izravan utjecaj vučedolske kulture na područje Grčke, kako potvrđuje Renfrewov (1971., 275) nalaz u Sita-groju.

DRUŠ. ISTRAŽ. ZAGREB  
GOD. 9 (2000),  
BR. 2-3 (46-47),  
STR. 347-365

JURIĆ, I. I SUR.:  
ISHODIŠTE...

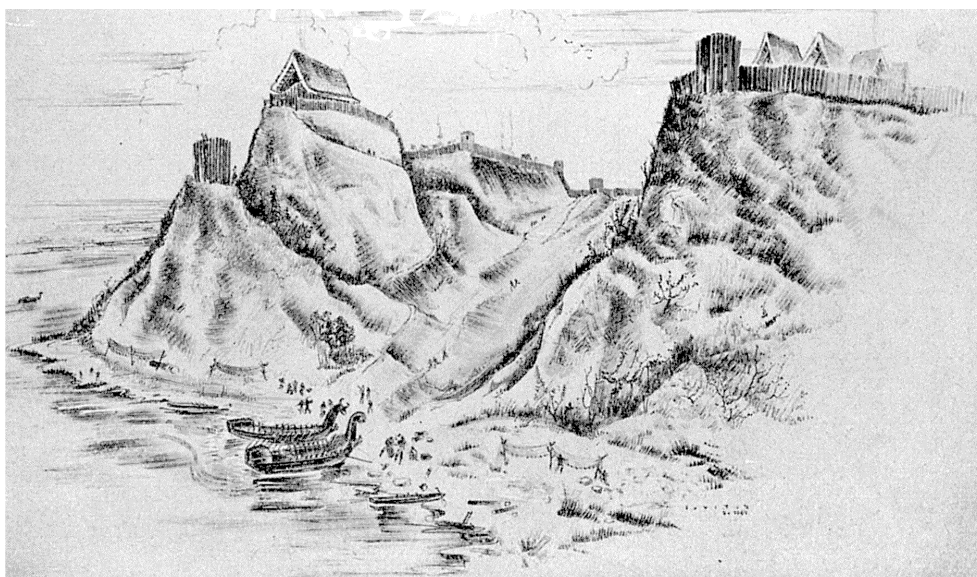


SLIKA 1  
Rasprostranjenost  
vučedolske kulture  
(Dimitrijević i sur.,  
1998., 154)

Istraživanja Schmidta (1944.) dala su dosta detalja o vučedolskom Gradcu, a na njegovo dominantno mjesto ukazuje i crtež prikazan u Schmidtovoj knjizi *Die Burg Vučedol* (1944., 29) koji prenosimo na slici 2.

Schmidt (1944., 6) navodi da se na sloj badenske kulture nastavlja sloj vučedolske, a funkcija i oblik utvrde u vremenu od oko 3500. do 2200. godine prije Krista malo su se mijenjale. Nedvojbeno je da je nastajanje vučedolske kulture bilo rezultat specifičnog položaja na kojem je stanovništvo toga područja moglo postati baštinikom spoznaja koje su nastajale od Anatolije do Atlantske obale. Zato pretpostavljamo da se Van der Waerdenova (1983.) spoznaja o počecima matematičke znanosti mogla odnositi na ovo stanovništvo i vučedolsku kulturu. Naravno, u našem daljnjem razmatranju tragaćemo za onim pojavama u životu ovoga područja koje je zahtijeva-

SLIKA 2  
Slika lokaliteta  
Vučedol (po Schmidtu,  
1994., 29)



lo matematičke spoznaje, odnosno tražiti u simbolima i idolima elemente koji su zahtijevali ponajprije pravila poznavanja geometrijskih oblika kojih se duljine stranica odnose kao cijeli brojevi, a to znači tragati za izvorima koji potvrđuju poznavanje računa koji je kasnije definiran kao Pitagorin poučak.

## PRVA RAČUNANJA U PROIZVODNJI HRANE NA PODRUČJU NASTANKA VUČEDOLSKE KULTURE

Počeci poljoprivredne proizvodnje na području istočne Hrvatske sežu u vrijeme oko 6000 godina prije Krista, za trajanja starčevačke kulture (Minichreiter, 1992.). Analiza deset lokaliteta ove kulture na prostoru između Vinkovaca i Slavenskog Broda (Jurić i sur. U pripremi za tisak) pokazuje da su naselja bila u neposrednoj blizini gotovo neograničenih količina najplodnije zemlje u tome području, a na tome zemljištu prirodne biljne zajednice su *Qverceto-Genistetum elatae* Horv. subsp. *carpinetosum remotae*, subsp. *caricetosum bizoides* i subsp. *carpinetosum betuli* Glav., a to znači da je bilo nužno uložiti veliku količinu rada da se na staništima na kojima su ove biljne zajednice može započeti s ratarskom proizvodnjom. Biljne zajednice na osnovi hrasta na ovome području traju od 8500 godina prije Krista (*The Times*, 1995., 84). Ujedno nema temelja za pretpostavku da bi na takvim staništima rijetko naseljeno prethodno stanovništvo lovaca i skupljača nekim autohtonim tijekom započelo s poljoprivrednom proizvodnjom. Na tim staništima pronađeni su ostaci kostiju udomaćene ovce (Jurišić 1992.) te karbonizirano zrno žitarica (Minichreiter, 1992.), a iz vremena oko 5000 godina prije Krista u sopotskoj kul-



turi na lokalitetu Otok utvrđeno je sjeme pšenice *Triticum aestivum* (L.) *Theil ssp. vulgare* (Vill) MK. (Zavod za opće stočarstvo, 1976.). Van Zeist (1978., 16) u Srijemu na lokalitetu Gomolava u cijelom razdoblju od 3800. do 400. godine prije Krista nalazi pšenicu *Triticum dicoccum* koja je podrijetlom od emmera i koju Harlan i Zahary (1966., 1078) kao divlji izvorni oblik nalaze samo na Bliskom istoku u području doline rijeke Jordan, a ne i u Anatoliji. *Triticum dicoccum* se pojavljuje paralelno s *Triticum monococcum* kojoj je izvorni oblik divlji einkorn. Zato je nedvojbeno da su prve spoznaje u poljoprivrednoj proizvodnji na tlu Hrvatske imale svoje izvorište u Palestini i Anatoliji. Za takvu tvrdnju dokaz je i činjenica da su najbliži divlji izvorni oblici ovce na području Male Azije (*The Times*, 1995., 79.) te da se domestikacija pšenice iz divljeg tipa emmer dogodila oko 8000 godina prije Krista u području doline rijeke Jordan, a domestikacija iz izvornog oblika einkorn se odigrala oko 7000 godina prije Krista u Anatoliji (Harlan i Zahary, 1966., 1079). Najstarije i najpoznatije poljoprivredno naselje u dolini rijeke Jordan je Jerihon, nastao oko 8000. godine prije Krista. U njemu je postojala domesticirana pšenica (udomaćena iz emmera) i domestikirana ovca, a u južnoj Anatoliji poljoprivredna naselja se javljaju oko 7000 godina prije Krista. Najpoznatije je Catal Hüyük u kojemu je nađena domesticirana pšenica iz einkorn tipa (*The Times*, 1990., 26).

Prema tome, na područje starčevačke kulture spoznaje o ratarskoj i stočarskoj proizvodnji došle su s Bliskog istoka. Najvjerojatnije je da su te spoznaje donijeli doseljenici koji su se pomicali iz područja Palestine i Anatolije da bi do Atlantskog oceana stigli oko 5000 godina prije Krista. Naravno, moguće je pretpostaviti da su te spoznaje pristigle i bez doseljavanja, što je malo vjerojatno. U sintezama svjetske povijesti i arheoloških nalaza (*The Times*, 1986. i 1995.) ovi se događaji nazivaju "agrarnom revolucijom" i "naseljavanjem europskog kontinenta". Novija istraživanja potvrđuju da je tijekom ovoga raseljavanja stanovništva iz Palestine i Anatolije nastao i indoeuropski jezik (Renfrew, 1987.). Adams i Otte (1998.) čak postavljaju hipotezu o mogućnosti početka nastajanja indoeuropskog jezika i prije pristizanja poljoprivrednog stanovništva u Europu. Za tvrdnju D. Srejevića (1974.) da je poljoprivredna proizvodnja započela kao autohtona na prostoru Srbije nema materijalnih dokaza, ali takva ideja je prihvaćena kao tema rasprava, pa se djelomično prihvaća kao mogućnost. (J. Yakar, 1996.).

Međutim, doselivši se u područje kontinentalne klime u Panonskoj nizini, doseljenici su ratarsku proizvodnju morali znatnije mijenjati. Za naše razmatranje je važno da nalazi pokazuju da su neke površine bile ograđene (Minichreiter, 1992., 30). Najveći dio obradivih površina ograđivao se ogradama od pletera (*The Times*, 1995., 87).

Za razliku od kamenih suhozida, ove ograde su zahtijevale računanja i mjerenja. Ako prihvatimo Levi Straussove (1989.) misli da društva u dalekoj prošlosti nisu bila manje racionalna od sadašnjih društava, onda je najvažniji posao koji je osiguravao egzistenciju u starčevačkoj kulturi bio sigurno visoko racionaliziran, a ta racionalizacija stalno je poticala na brojenje i mjerenje. Kako je količina proizvedenih žitarica za prve ljudske zajednice – rodove, a to su osnovne organizacijske jedinice za vrijeme trajanja starčevačke kulture (*Praistorija jug. naroda*, 1979.), bila glavna osnova osiguranja egzistencije, odnos duljine ograde i površine, pa time i uroda žitarica, morali su biti velika i važna tema proučavanja svakog roda. Van der Waerden (1983., 45.) kad nabraja djelatnosti koje su važne za područja na kojima se javlja matematika, na prvo mjesto stavlja poljoprivredu i osobinu da se poljoprivrednom proizvodnjom prvi put u ljudskim zajednicama počeo stvarati višak koji omogućuje nastajanje vladajućeg sloja, kao što drži i da je nastajanje matematike i indoeuropskog jezika bio povezan proces, što znači da je i na prostoru Hrvatske razvoj poljoprivrede, indoeuropskog jezika i matematike u vremenu od 6000. do 2500. godine prije Krista tekao paralelno, pa je za pretpostaviti da su postojale i interakcije između navedenih procesa.

Prema rekonstrukciji najstarijeg poznatog naselja starčevačke kulture na lokalitetu Dužine (*Zadubravlje najstarije naselje*, 1994.), postojali su i dijelovi ograda koje su građene nepleterskom tehnikom. Na osnovi pougljenjenih dijelova koji su dio podzemnog dijela ograde, rekonstrukcija ukazuje na to da je to mogla biti oграда od "članki". Oba načina gradnje ograde u tome dijelu Slavonije održala su se do naših dana. Postojao je i treći način ograđivanja koji nije bitan za naša razmatranja, ali objašnjava mogućnost efikasne obrade tla. Ogradu od "članki" karakterizira da je bila dugotrajna, da ju je relativno lako bilo načiniti i kamenim alatom, ali što je za naše razmatranje bitno, da je za izradu takve ograde bilo potrebno izmjeriti točnu duljinu "članke" te precizno po duljini i širini izraditi udubljenje u stupu u koji se stavlja članka. Takva oграда je mogla služiti i kao dio koji ima funkciju vrata za ulazak u ograđeni prostor. Ovakva tehnika rada s drvetom se sigurno rabi u sopotskoj kulturi u gradnji kuća, pa je taj način gradnje i obrade drveta imao svoj postupni autohtoni razvoj, vjerojatno najstariji u svijetu.

Izrada ograde i posebno ograđivanje obradivih površina zahtijevalo je izračun potrebnog broja stupova, mjerenje dužine, a bilo je moguće dovoditi u vezu broj stupova s površinom, odnosno potrebnom količinom sjemena. Vezano uz količinu sjemena za sjetvu, mogao se očekivati i određen urod koji je bio osnovni uvjet uspješne egzistencije prvih ratarskih zajednica.

DRUŠ. ISTRAŽ. ZAGREB  
GOD. 9 (2000),  
BR. 2-3 (46-47),  
STR. 347-365

JURIĆ, I. | SUR.:  
ISHODIŠTE...

Zato je moguće tvrditi da je poljoprivredna proizvodnja u Panoniji radi korištenja drveta u izradi ograda i ograđivanju poljoprivrednih površina poticala razmišljanja vezana uz određena računanja puno više nego što je to bilo u području početaka poljoprivredne proizvodnje, kad je osnovni građevni materijal bio kamen, a suhozid način ograđivanja. Treba istaknuti da u starčevačkoj kulturi gradnja nastambi ne zahtijeva računanja i mjerenja, ali vrlo brzo će gradnja kuća dobiti nove oblike koji su zahtijevali daljnji razvoj mjerenja i računanja. To ujedno znači da spoznaje o računima u izgradnji kuća nisu pristigle s Bliskog istoka, nego su nastale na prostoru kasnijeg nastanka vučedolske kulture.

### **NAČIN GRADNJE NASTAMBI I POTREBE ZA MATEMATIČKIM SPOZNAJAMA**

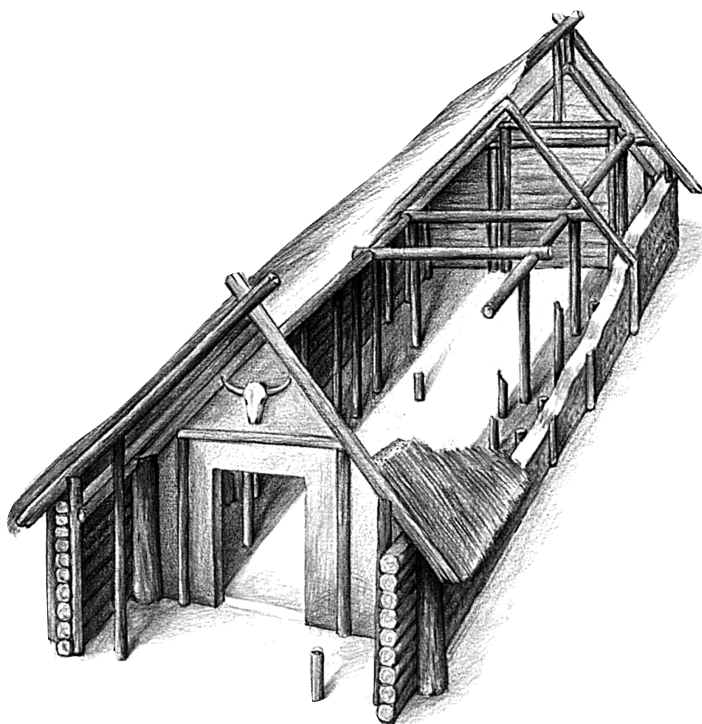
U prvim stalnim poljoprivrednim naseljima u Palestini i Anadoliji kuće su bile građene kao četverokutne građevine s ravnim krovom, a najpoznatije takvo naselje je Catal Hüyük (*The Times*, 1995., 82). S pomicanjem stalnih poljoprivrednih naselja prema srednjoj i zapadnoj Europi, takve se kuće prestaju graditi, a na tlu Hrvatske u starčevačkoj kulturi (oko 6000 godina prije Krista) nastambe su nepravilnog oblika, ugrađene u zemlju s nadzemnim dijelom od drveta vjerojatno pokrivenim kožom (Minichreiter, 1992.) Takve nastambe ne zahtijevaju neka točnija mjerenja ili računanja. Međutim, u sopotskoj kulturi (oko 5000 godina prije Krista) na lokalitetu Otok nađena je u Hrvatskoj najstarija nadzemno podignuta građevina čiji način izgradnje zahtijeva poznavanje mjerenja, a i odnos duljina i površina koje te duljine zatvaraju. Arheološki nalazi pokazuju da je u srednjoj Europi započela izgradnja takvih kuća (*The Times*, 1986.), a rekonstrukcija takve građevine po crtežu Gregla (Dimitrijević i sur., 1998., 88) prikazana je na slici 3.

Ako postavimo pitanje: koje je sve izmjere bilo potrebno poznavati da bi se načinile grede i krovovišta za izgradnju takvih kuća, odgovor ukazuje na to da je na prostoru kasnije nastale vučedolske kulture još prije 7000 godina graditelj morao imati više matematičkog znanja nego na Bliskom istoku, a pogotovo više nego u Velikoj Britaniji, gdje se u to vrijeme tek započinje s poljoprivrednom proizvodnjom. Poslije početka gradnje ovakvih kuća u sopotskoj kulturi, ovaj način gradnje se bitno ne mijenja i kuće koje rekonstruirao Schmidt (1944.) u vrijeme između 3500. do 2200. godine prije Krista su slične, ali sigurno građene uz preciznije izmjere. Schmidt je zaključio da je građevinska znanja graditelj toga vremena i područja prikazivao crtežima na keramici. Mnogi detalji u keramici prikazuju način spajanja greda, a određeni prikazi koji podsjećaju na šahovnice možebitno prikazuju površine izgrađenih objekata.

DRUŠ. ISTRAŽ. ZAGREB  
GOD. 9 (2000),  
BR. 2-3 (46-47),  
STR. 347-365

JURIĆ, I., I SUR.:  
ISHODIŠTE...

☞ SLIKA 3  
Drvena kuća sopotske  
kulture pronađena na  
lokalitetu Otok.  
(Crtež Gregla po  
Dimitrijeviću, 1998., 88)



### **ASTRONOMIJA, VJEROVANJA, METALURGIJA I MATEMATIČKE SPOZNAJE**

Van der Waerden navodi da se svugdje astronomija i matematika pojavljuju i razvijaju zajedno i paralelno. Zato je važno ustvrditi da se u vučedolskoj kulturi sigurno razvijala astronomija, a svakako da je terina koja prikazuje 7 sunčanih mjeseci jedna od važnijih dokaza, prema Durmanovu mišljenju (1999., 18.). Vučedolci su na spomenutoj terini, između ostalog, nacrtali zvijezde Orion. Moguće je da postoji neko značenje da je nacrtano 7 sunčanih mjeseci i 5 zvijezda.

Ako je točno da u vjerovanju Vučedolaca postoje šamanska putovanja te da pronađeni kostur žrtvovanog jelena, vučedolska golubica i kostur važne osobe čine cjelinu određenog obreda (Miličević-Bradač, 1999., 16), onda je i važno što je njihovim pokapanjem načinjen trokut koji po odnosu duljina stranica i značenju može odgovarati tumačenju i prikazu Van der Waerdena (1983., 32). U tom slučaju i ovaj je obred bio povezan uz određena astronomska vjerovanja, odnosno tumačenja.

Vučedolci širenju njihove kulture i vjerojatno utjecaja, a možda i vlasti mogu zahvaliti najviše metalurgiji. Prema sadašnjim spoznajama, Vučedolci počinju serijsku proizvodnju



DRUŠ. ISTRAŽ. ZAGREB  
GOD. 9 (2000),  
BR. 2-3 (46-47),  
STR. 347-365

JURIĆ, I. | SUR.:  
ISHODIŠTE...

bakrenih predmeta, najviše sjekira, otkrivaju dvodijelne kalupe, organiziraju rudnike i dopremaju bakar u šipkama na mjestu monopolnog lijevanja i izrade raznih bakrenih predmeta. U organizaciji te proizvodnje i poduzetništva služe se kolima. Započinju svojevrsnu i najstariju industrijsku revoluciju, uz poduzetništvo kojem nije dostatno samo poznavanje odnosa duljine i površine koja priliježe uz određenu dužinu, nego moraju poznavati i račune volumena da bi znali koliko se čega može izliti iz šipaka bakra određene veličine. Poslije proizvodnje mješavine bakra i arsena, koja je mogla biti i slučajna (Durman, 1991., 130), počinje proizvodnja bronce, a bakar i kositar se dopremaju iz različitih rudnika, pa proučavanje i računanje odnosa kositra i bakra u bronci postaje nužnost. Kako je vjerojatno da su rude bakra i kositra taljene i zajedno, računanje odnosa bakra i kositra u bronci je moglo biti, za ondašnje vrijeme, vrlo komplicirano. Metalurgija u Vučedolaca je prvorazredno zanimanje, a ljevaonice postaju svetišta s božanstvima koja su povezana s umijećima lijevanja (Durman, 1991.), pa je za očekivati da će svetišta (Megaroni ljevača bakra) biti građena po točno propisanim pravilima u kojima matematička znanja moraju imati važno mjesto.

## **POJAVE RAZNIH PRIKAZA NA KERAMICI**

Upotreba drveta u ograđivanju poljoprivrednih površina te gradnja drvenih kuća na području izvorišta vučedolske kulture zahtijevale su za ono vrijeme precizna mjerenja i poznavanje odnosa duljina koje omeđuju neku površinu i veličinu same površine. Razvijanje metalurgije i tumačenja astronomske pojave poticalo je nastavak traganja za matematičkim spoznajama. Nepostojanjem pisma da se takve spoznaje zabilježe, njihovo prikazivanje na keramici dobilo je široke razmjere. Crteži na keramici u tome vremenu imaju i neka obilježja pisma, pa geometrijske oblike valja prihvaćati i kao zapis da se takav geometrijski crtež može načiniti u tada poznatom mjernom sustavu, a tadašnji mjerni sustav karakterizira mogućnost izmjere u cijelim brojevima bez standarda za mjeru duljine.

Crteži na keramici omogućavaju postavljanje hipoteze da se u razvoju matematike pojavio problem kako crtom neke duljine nacrtati kvadrat i u njemu istom duljinom istostranični trokut. U takvom geometrijskom obliku udaljenost između vrha trokuta i stranice četverokuta postala je matematički problem. Taj se problem mogao javiti i na druge načine, kao na primjer u izračunavanju dijagonale u kvadratu, ali je matematička nepoznanica bila uvijek ista. Neki elementi ovoga problema mogu se naći i na keramici starčevačke kulture, ali u autohtonoj sopotskoj kulturi ta matematička nepoznanica postaje simbol i takva kompozicija istostraničnog trokuta i

DRUŠ. ISTRAŽ. ZAGREB  
GOD. 9 (2000),  
BR. 2-3 (46-47),  
STR. 347-365

JURIĆ, I., I SUR.:  
ISHODIŠTE...

☉ SLIKA 4  
A Crtež četverokuta i u njemu istostraničnog trokuta u kojima visina trokuta i duljina dijagonala nisu cijeli brojevi  
B Produženi crtež trokuta bez postrane stranice kvadrata (vučedolska kultura)



A



B

☉ SLIKA 5  
Simboli ucrtanih trokuta bez postrane stranice kvadrata (vučedolska kultura)

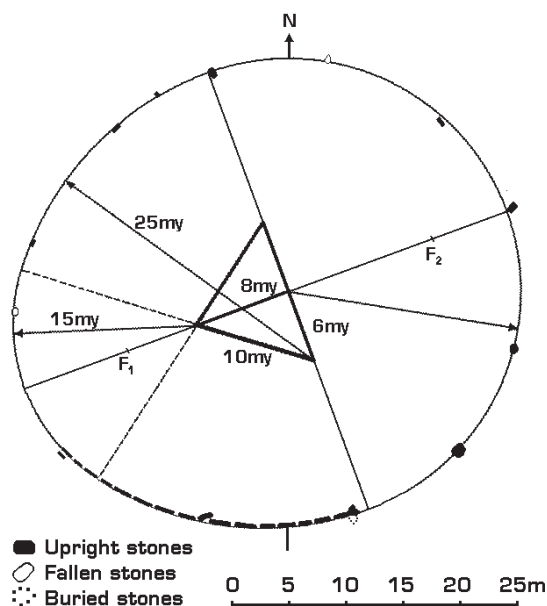


Ovakav simbol (slika 4. i 5.) se mogao nacrtati istom dužinom, a razmak između vrhova trokuta je također bila ista dužina, kao uostalom i visina cijelog crteža. Može ga se načiniti odrezanom grančicom i utiskivati u glinu i sve duljine su mjere te grančice. Naravno, matematički problem ovakva crteža bila je visina toga trokuta koju nije bilo moguće načiniti u nikakvom cijelom broju, jer kada se pokuša riješiti visina istostraničnog trokuta, rješenje je drugi korijen iz 3, ako su duljine stranice 2. Ako se isto rješenje pokuša naći preko kvadrata i njegove dijagonale, tada je rješenje duljine poludijagonale drugi korijen iz 2, ako su stranice kvadrata duljine 2, a nema mjernih jedinica po kojima bi ova rješenja mogla biti cijeli brojevi. Na mnogobrojnim crtežima taj prostor između na-

suprot postavljenih trokuta kao da postaje simbolom i njegovim upornim ponavljanjem kao da mu se daje najveće mitsko značenje. Ovaj simbol na prostoru Hrvatske javlja se u autohtonij sopotskoj kulturi i zadržao se do naših dana.

Nemogućnost da se istostraničnom trokutu odredi visina kao cijeli broj postala je motiv da se konstruira geometrijski lik čije će sve stranice biti cijeli brojevi. Van der Waerden (1983.) navodi otkrića formiranja cijeloga broja za visinu trokuta na Stonehengeu u Engleskoj, ali i na trapezu u Indiji. Njih prikazuju crteži broj 6. i 7. Ti crteži zahtijevaju poznavanje Pitagorina poučka, a njega Waerden drži ishodištem matematičke znanosti i, kako smo već naveli, ovo otkriće stavlja u srednju Europu u vrijeme 3000. do 2500. godine prije Krista. Kako je model prikazan na slici 4. upravo postavljao ovaj problem te kako možemo smatrati da je postavljen vrlo rano, možda već u starčevačkoj kulturi, a sigurno u sopotskoj, očito je da se na keramici kasnijih kultura mora tražiti eventualno rješenje. Pronalaskom možemo smatrati broj 12 za stranicu trokuta kojemu su ostale dvije stranice 10. To je model prikazan na megalitskim građevinama po mišljenju Thoma na slici 6., ali vrlo jasno prikazan i na keramici vučedolske kulture.

➔ SLIKA 6  
Megalitska građevina  
po zamisli Thoma na  
kojoj su stranice  
trokuta i njegova visina  
cijeli brojevi (Van der  
Waerden, 1983., 25)



Očito je da je bilo otkriće kad je istostraničnom trokutu jedna stranica produžena i iznosila je 12 nekih mjernih jedinica. Iz njega je izveden pravokutni trokut, najmanjih cijelih mjernih jedinica, odnosno duljine stranica vrijednosti 3, 4 i 5. Možemo smatrati da su poslije toga brojevi 12, odnosno 3, 4 i 5 postali magični brojevi, pa se broj 12 na našem prostoru zadržao kao poseban broj vrlo dugo, što posebno ističe Suić

DRUŠ. ISTRAŽ. ZAGREB  
GOD. 9 (2000),  
BR. 2-3 (46-47),  
STR. 347-365

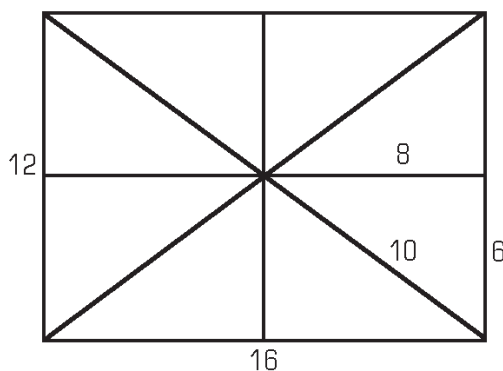
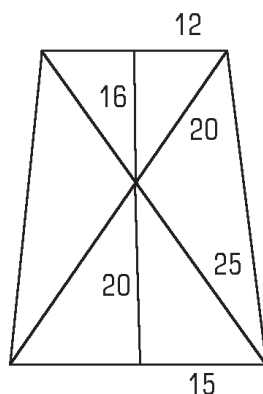
JURIĆ, I., I SUR.:  
ISHODIŠTE...

(1996., 170.). Najsavršenijom računicom možemo smatrati četverokut stranica 12 i 16, trokuta 6, 8 i 10, te 8, 6 i 10. Naravno, identična rješenja su i dvostruko kraće stranice. To je bilo vrhunsko matematičko rješenje koje će na prostoru Hrvatske postati simbolom i zadržati se iznimno dugo. Ovaj model se kao ideja podudara i s modelom megalitskih građevina u Engleskoj i modelom indijskog žrtvenika. Takav sustav ilustrira prikaz s vučedolskog Gradca, slika 8. Na ovome crtežu, koji treba tumačiti kao prikaz ili zapis, a iznad svega kao simbol koji pokazuje kako se taj simbol može nacrtati s dužinama stranica cijelih brojeva, pa tako okvirne stranice mogu biti u odnosima 16:12, svih 8 istostraničnih trokuta u odnosima osnovice i kraka 12:10, dva trokuta čija je osnovica manja duljina pravokutnika isto 12:10, dva trokuta čija je osnovica veća duljina pravokutnika 16:10, a visine tih trokuta su opet cijeli brojevi 6 i 8. Točno nacrtan, takav simbol prikazuje crtež na slici 9. te je moguće sve duljine stranica četverokuta, trokuta, dijagonala i visina trokuta nacrtati s cijelim brojevima i ako nema standardne mjere za duljinu, ali vodeći računa o tome da su duljine stranica pravokutnih trokuta 3, 4 i 5 bilo koje duljinske mjere. Ovu osobinu posjeduju i crteži koje prikazuje Van der Waerden, 1983. (slike 6. i 7.), ali nastali mnogo kasnije.

➔ SLIKA 7  
Načelo izgradnje indijskog žrtvenika u kojemu su sve stranice i dijagonale cijeli brojevi (Van der Waerden, 1983., 25)

➔➔ SLIKA 8  
Simbol iz vremena vučedolske kulture na kojemu su sve stranice, dijagonale i visine cijeli brojevi (Schmidt, 1944., tablica 45, slika 7)

➔ SLIKA 9  
Crtež četverokuta, njegovih dijagonala, te stranica i visina trokuta s cijelim brojevima prema slici 8



DRUŠ. ISTRAŽ. ZAGREB  
GOD. 9 (2000),  
BR. 2-3 (46-47),  
STR. 347-365

JURIĆ, I. | SUR.:  
ISHODIŠTE...

Na crtežu najčjuvenijeg liburnijskog broda – liburne, u knjizi Grge Novaka (1932., 39), postoji prikaz 12 pravokutnika (šest sa svake strane broda), a prikaz je identičan prikazu isto tako 12 pravokutnika na odjeći vučedolki (Schmidt, 1944., 134). To znači da je ovo matematičko rješenje bilo simbol na hrvatskom području u trajanju 3000 godina. Najvredniji nalazi vučedolske kulture na sebi imaju 12 crteža (terina 12 krugova), a mnogi jednostavniji prikazi ubacuju dvanaesti element kad to niti geometrijski niti estetski nije opravdano (keramička posuda u Gradskom muzeju u Vinkovcima pod inventarnim brojem A 1015). Proučavanjem dijela posude pod inventarskim brojem A 2938 u Gradskom muzeju u Vinkovcima došli smo do pretpostavke da nizanje redova urezanih crta 3,4,5 te 4,4,4 i urezivanjem trokuta između tih redova može biti prikaz nekog izračuna. Na crtežu s vučedolskog Gradca na slici 10. kao da su prikazani postavljeni problemi (kvadrat s dijagonalama) urezanim trokutom u nizu u kojem nema rješenja visine trokuta te matematičko rješenje problema identično prikazanom na slici 8.

➔ SLIKA 10  
Crtež iz vučedolskog  
Gradca koji prikazuje  
tri bitna lika u traženju  
matematičkih rješenja  
(Schmidt, 1944.,  
tablica 44, slika 7)



### **ZNAČENJE SUSTAVA BROJEVA – 3, 4 i 5**

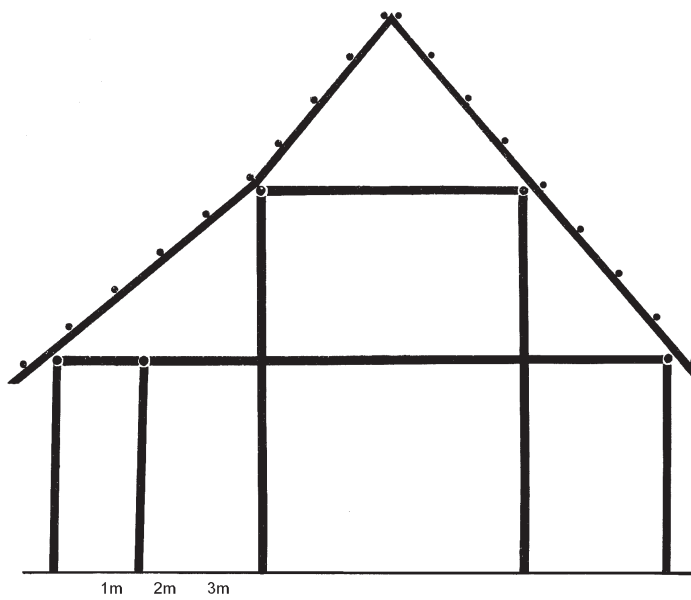
Kad je otkrivena mogućnost da se istostranom trokutu povećava jedna stranica za onoliko koliko je potrebno da visina trokuta postane cijeli broj, tada je taj pravokutni trokut imao najmanje stranice 3, 4 i 5, odnosno imao je zbroj duljina stranica 12. Ova računica je bila poznata i korištena od Engleske do Kine, a kako smo već naveli, zadržala se do ilirskih vremena i bila razlogom za uvođenje dodekapolijjskog (Suić, 1996., 169) sustava. U dodekapolijjskom sustavu vrlo često se na vrh postavlja 13. član, pa je moguće da je u ustrojstvu Liburna jedna od 13 jedinica na vrhu i nadređena ostalim 12, isto kako što Suić (1996., 171) citira Homera. Primjer stavljanja jednog simbola nad dvanaest drugih može biti i vučedolska terina s dvanaest krugova, a ako je na njoj prikazan kalendar (Arheološki muzej u Zagrebu, inv. broj 8223), onda i 12 mjeseci čini godinu. Naravno, postavlja se važno pitanje: može li se u gradnji u vučedolskoj kulturi naći uporaba sustava 3, 4, 5? Ako je on rabljen, rabljen je kod važnih građevina, a megaron vučedolskog Gradca i još neke poznate građevine iz vremena vu-



DRUŠ. ISTRAŽ. ZAGREB  
GOD. 9 (2000),  
BR. 2-3 (46-47),  
STR. 347-365

JURIĆ, I., I SUR.:  
ISHODIŠTE...

čedolske kulture su i svetišta i mjesta monopolnih ljevaonica (Durman, 1991., 158). Megaron vučedolskog Gradca je istražio Schmidt i dao skicu njegove krovne konstrukcije koju prenosimo na slici 11. Očito je da Schmidt nije pretpostavljao da bi u gradnji mogao biti rabljen sustav 3, 4, 5 niti sustav cijelih brojeva, pa se dogodilo da linije koje predstavljaju stupove nisu nacrtane paralelno i razmaci između stupova na zemlji i stropu nisu isti. Međutim, i ovako nedostatno precizno nacrtana skica omogućuje zaključak da širina prostorija odgovara broju 12 neke duljinske mjere, da je tada krovna konstrukcija u sustavu 3, 4, 5, da ovakvih sustava na krovu ima 3, a kada je građena konstrukcija i za hodnik, rabljen je sustav 4, 3, 5. Schmidtova skica, iako načinjena površno i neprecizno, toliko odgovara ovome sustavu da to ne može biti slučajnost. Trokuti stranica 3, 4 i 5 te 4, 3 i 5 su ravnopravni po značenju i na simbolu na slici 8.



➔ SLIKA 11  
Skica konstrukcije  
Megarona, lijevača  
bakra na Vučedolu  
(Schmidt, 1944., 26)

## PRENOŠENJE MATEMATIČKIH SPOZNAJA PREMA GRČKOJ I DALJE NA ISTOK TE PREMA ZAPADU EUROPE

Već Schmidt (1944.) povezuje vučedolsku kulturu preko Pomoravlja s prostorom Grčke, ali Durmanovom (1991.) analizom metalurgije i dokazima da spoznaje o metalurgiji iz područja Vučedola prodiru prema Egejskom moru jesu potvrda Van der Waerdenovih (1983.) tvrdnji da su se spoznaje iz središnje Europe prenosile do Grčke i dalje na istok, i to upravo u vrijeme između 3000. i 2500. godine prije Krista. Kuća u Sitagroiju (Renfrew, 1971.), koja je građena na vučedolski na-

DRUŠ. ISTRAŽ. ZAGREB  
GOD. 9 (2000),  
BR. 2-3 (46-47),  
STR. 347-365

JURIĆ, I. | SUR.:  
ISHODIŠTE...

čin (Durman, 1991., 147), ima dimenzije tlocrta sastavljene od 4 trokuta u sustavu 3, 4 i 5, a odnos duljine i širine je u omjeru 16:12.

Zato je nedvojbeno da se spoznaje vučedolske kulture, koje u sebi imaju i matematička znanja, prenose prema jugoistoku u Grčku i dalje na istok.

Vučedolska keramika sa simbolima i nacrtanim znanjima izravno se prenosi na zapad i sjever Europe kroz "beaker", odnosno "glockenbecker" keramiku, kako je prikazao Van der Waerden (1983., 34). Slika na 34. stranici Waerdenove knjige sadrži i simbol koji smo prikazali na slici 8. Prikaz karte "Glockenbeckerkulture" (Waerden, 1983., 34.) pokazuje da se najistočnije područje ove kulture i najsjeverozapadnije područje vučedolske kulture poklapaju, što znači da je baeker keramika u Češkoj direktno nastajala na spoznajama Vučedolaca. Po mišljenju Waerdena (1983., 35), graditelji Stonehengea II. pripadaju baeker kulturi (kultura zvonolikih pehara), govore indoeuropskim jezikom, kojim su od davnina govorili, i s Kontinenta su stigli poslije 2500. godine prije Krista.

## ZAKLJUČCI

---

Na osnovi istraživanja razvoja na prostoru Hrvatske u razdoblju od početaka poljoprivredne proizvodnje do kraja vremena koje je Van der Waerden naveo kao vrijeme početka matematičke znanosti, nađeno je dosta elemenata za sljedeće zaključke:

Moguće je zaključiti da spoznaje o razdoblju između 3000. i 2500. godine prije Krista, a koje su se događale na tlu Hrvatske u vučedolskoj kulturi, kao i spoznaje o razdoblju koje je prethodilo vučedolskoj kulturi potvrđuju stajališta jednog od najcjenjenijih povjesničara matematike B. L. van der Waerdena o mjestu i vremenu početaka matematičke znanosti iznesenih u knjizi *Geometry and Algebra in Ancient Civilizations*.

Spoznaje, koje su osnova Pitagorina poučka, nastale su na prostoru i za trajanja vučedolske kulture čije je ishodište na području Hrvatske, a s ovoga su se područja širile na istok i zapad upravo smjerovima koje navodi Van der Waerden.

## LITERATURA

---

Adams J., M. Otte, 1998. *Did Indo-European Languages spread before farming?* In press.

Baker H.G., 1965. *Plants and Civilization*. Belmont, California.

Brinzej, M., 1980. *Konjogojstvo*, Školska knjiga, Zagreb.

Dimitrijević S., 1974. *Problem stupnjevanja starčevačke kulture s posebnim obzirom na doprinos južnopanonskih nalazišta rješavanju ovog problema*. X. Simpozij praistorijske sekcije SADJ – Subotica 1972., 59-93. Srpsko arheološko društvo, Beograd, 1974.

Dimitrijević S., T. Težak – Gregl, N. Majnarić – Pandžić, 1998. *Prapovijest*, Naprijed, Zagreb.

DRUŠ. ISTRAŽ. ZAGREB  
GOD. 9 (2000),  
BR. 2-3 (46-47),  
STR. 347-365

JURIĆ, I., I SUR.:  
ISHODIŠTE...

Durman A., 1991. *Metal u prehistorijskom društvu jugoistočne Europe*. Disertacija. Filozofski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb.

Durman, A., 1999. Vučedolski rituali u službi vatrenih bogova. *Vjesnik* 8. listopada 1999., 18.

Harlan J. R. and D. Zohary, 1966. Distribution of Wild Wheats and Barley. *Science* Vol 153, 1074 – 1080.

Huntley, B. and H. J. B. Birks; 1983. *An Atlas of Past and Present Pollen Maps for Europe 0-13.000 year ago*. Cambridge.

Jurić I., M. Bogunović, M. Đikić, J. Balen. *Značajke poljodjelske proizvodnje u naseljima starčevačke kulture na prostoru između Vinkovaca i Slavonskog Broda*. U pripremi za tisak.

Jurišić, M., 1992. *Lokaliteti Brodskog posavlja, Osteološka analiza*. Rukopis. Levi Strauss Claude: 1989. *Strukturalna antropologija*. Stvarnost, Zagreb.

Miličević – Bradač, M., 1999. Šamansko putovanje vučedolske golubice. *Vjesnik*, 7. listopada 1999., 16.

Minichreiter, K., 1992. *Starčevačka kultura u sjevernoj Hrvatskoj*; Arheološki zavod Filozofskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb.

Novak, G., 1932. *Naše more*. Zagreb.

Njøs A., 1994: Future land utilization and management for sustainable crop production. *Soil & Tillage Research* 30 (1994), 345-357.

*Praistorija jugoslavenskih zemalja*. 1979. II. Neolitsko doba, Sarajevo.

Renfrew C. 1987. *Archaeology and Language*. Cambridge University Press, London.

Renfrew, C. 1971. Sitagroi, radiocarbon and the prehistory of south-east Europe, *Antiquity* XLV, 275-282.

Schmidt R. R., 1944. *Die burg Vučedol*, Hrvatski državni arheološki muzej u Zagrebu.

Sredojević D., 1974. *Mezolitske osnove neolitskih kultura u južnom Podunavlju*. Radovi sa simpozija: Počeci ranih zemljoradničkih kultura u Vojvodini i srpskom Podunavlju, str. 21-27. Srpsko arheološko društvo, Beograd.

Suić M., 1996. *Odabrani radovi iz stare povijesti Hrvatske*. Ogranak Matice hrvatske u Zadru, Arheološki muzej Zadar, Zadar.

The Times, 1986. *Atlas svjetske povijesti*, Cankarjeva založba, Ljubljana.

The Times, 1990. *Biblijski atlas*. Cankarjeva založba, Ljubljana.

The Times, 1995. *Past Worlds, Atlas of Archaeology*; Times Book London.

Thomas H., 1995: *An Unfinished History of the World*, Papermae London and Basingstone.

Van der Waerden B. L., 1983. *Geometry and Algebra in Ancient Civilizations*. Springer – Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, Tokyo.

Van Zeist, 1978. *Ugljenisani biljni ostaci na višeslojnom nalazištu Gomolava*, str. 5-17. Rad vojvođanskih muzeja. Novi Sad.

Vernant, J. – P., 1988: *Les orifines de la pensée grecque*, Universitaires de France, Paris. (Žan Pjer Vernan, 1990: Poreklo grčke misli. Dobra vest, Novi Sad.)

Yakar J., 1996. *The Neolithic Transformation in the Near East and Anatolia's Role in the Neolithization of Southeastern Europe*, 1 – 13. Poročilo o

DRUŠ. ISTRAŽ. ZAGREB  
GOD. 9 (2000),  
BR. 2-3 (46-47),  
STR. 347-365

JURIĆ, I. | SUR.:  
ISHODIŠTE...

raziskovanju paleolitika, neolitika in eneolitika v Sloveniji, XXIII, Ljubljana.

*Zadubravlje prapovijesno naselje, 6000 godina prije Krista.* 1994. Muzej Brodskog posavlja, veljača – ožujak.

Zavod za opće stočarstvo Agronomskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu 1976. Uruđbeni broj 59/99: Pismo Jamesa Mac Keyja inženjeru Mirkoviću, od 17. 12. 1976. godine

## The Origins of Pythagora's Theorem in the Vučedol Culture in Croatia

Ivan Jurić, Marija ĐIKIĆ  
Faculty of Agronomy, Zagreb

Pavao PETRIČEVIĆ  
High School "Matija Antun Reljković", Vinkovci

Jacqueline BALEN  
Archaeological Museum, Zagreb

Van der Waerden in his book *Geometry and Algebra in Ancient Civilization* places the beginnings of mathematical science in Central Europe between the years 3000 and 2500 before Christ. Waerden states that the calculus, later defined as Pythagoras' Theorem, was discovered as early as then, because it was known how to make geometric drawings whose side lengths interrelated as whole numbers. This knowledge was spread from Central Europe to England and Scotland in the West, and to the Near East, India and China in the East. In the period in which Waerden considers that this mathematical knowledge was perceived in Central Europe, in the region between the Adriatic Sea, Carpathian Mountains and the Alps, the Vučedol Culture developed lasting from 3000 to 2200 B.C. In our research we looked for those phenomena in the area of development of the Vučedol Culture which entailed certain mathematical knowledge. Research provided results based on which it was possible to conclude that the first agricultural settlements had been raised by settlers originating from Palestine and Asia Minor. Furthermore, at the initial stage of using wood as building material they were bound to come to mathematical solutions, quite unnecessary when the material for construction used to be stone. In the Vučedol society of that time certain rituals existed connected to astronomical events, while shrines were built according to defined mathematical rules. The geometric drawing on which all sides of the quadrangle, triangle, quadrangle diagonals and triangle perpendiculars are whole numbers has become the symbol to survive in these Croatian parts for 3000 years. A symbol of such features enables the conclusion that its drawers knew the calculus of Pythagoras' Theorem. It is therefore possible to assume that perception about the period between the

DRUŠ. ISTRAŽ. ZAGREB  
GOD. 9 (2000),  
BR. 2-3 (46-47),  
STR. 347-365

JURIĆ, I., I SUR.:  
ISHODIŠTE...

years 3000 and 2500 B.C., taking place in the Vučedol Culture in Croatia, as well as knowledge of the period prior to the Vučedol Culture, confirm the statements of B.L.van der Waerden concerning the time and place of the beginnings of mathematical science. Perceptions which form the basis of Pythagora's Theorem have occurred in the area and time of the Vučedol Culture, whose origins are on Croatian territory, and from here they spread to the East and West in the exact direction pointed out by Van der Waerden.

## Der Ausgangspunkt des pythagoreischen Lehrsatzes in der Vučedol-Kultur, Kroatien

Ivan JURIĆ, Marija ĐIKIĆ  
Agronomische Fakultät, Zagreb

Pavao PETRIČEVIĆ  
Matija-Antun-Reljković-Gymnasium, Vinkovci

Jacqueline BALEN  
Archäologisches Museum, Zagreb

In seinem Buch *Geometry and Algebra in Ancient Civilization* lokalisiert Van der Waerden die Anfänge der mathematischen Wissenschaften im mitteleuropäischen Raum, in der Zeit zwischen 3000 und 2500 v.Chr. Van der Waerden führt an, dass schon zu jener Zeit die Rechnungsweise bekannt war, die später als pythagoreischer Lehrsatz definiert wurde; man wusste nämlich bereits, wie man geometrische Körper zu zeichnen hatte, deren Seitenlängen sich wie ganze Zahlen zueinander verhalten. Diese Erkenntnisse breiteten sich bis nach England und Schottland im Westen sowie bis in den Nahen Osten, Indien und China aus. In der Zeit, die Van der Waerden für die Entstehungszeit der genannten mathematischen Erkenntnisse in Zentraleuropa hält, entwickelte sich im Bereich zwischen dem Adriatischen Meer, den Karpaten und den Alpen die aeneolithische Vučedol-Kultur, die von etwa 3000 bis 2200 v.Chr. dauerte. Die Untersuchungsergebnisse ließen den Schluss zu, dass die ersten Siedlungen von Zuwanderern aus Palästina und Kleinasien errichtet worden waren. Außerdem mussten die Menschen der Vučedol-Kultur mit Beginn der Holzbauweise zu mathematischen Erkenntnissen kommen, die nicht notwendig gewesen waren, solange man noch Stein zur Errichtung der Behausungen verwendete. In der Menschengemeinschaft jener Zeit gab es bestimmte Rituale, die an astronomische Ereignisse gebunden waren; Heiligtümer wurden nach bestimmten mathematischen Regeln angelegt. Die bekannte geometrische Zeichnung, in der alle Seiten eines Vierecks, eines Dreiecks, ferner die Diagonalen eines Vierecks und die Höhen eines Dreiecks



DRUŠ. ISTRAŽ. ZAGREB  
GOD. 9 (2000),  
BR. 2-3 (46-47),  
STR. 347-365

JURIĆ, I. | SUR.:  
ISHODIŠTE...

ganze Zahlen darstellen, wird zum Symbol, das sich auf dem Raum Kroatiens durch drei Jahrtausende erhalten hat. Die Merkmale dieses Symbols lassen den Schluss zu, dass diejenigen, die es entworfen haben, das Prinzip des pythagoreischen Lehrsatzes bekannt war. Daher kann man schließen, dass die auf dem Raum Kroatiens in der Vučedol-Kultur zwischen 3000 und 2500 v.Chr. gewonnenen Erkenntnisse sowie das heutige Wissen über den Zeitabschnitt, der der Vučedol-Kultur unmittelbar vorausging, den Standpunkt B. L. van der Waerdens über die Anfänge der mathematischen Wissenschaften bestätigen. Die dem pythagoreischen Lehrsatz zugrunde liegenden Erkenntnisse wurden auf dem Ausdehnungsgebiet und in der Zeit der Vučedol-Kultur gewonnen, welche wiederum auf dem Gebiet des heutigen Kroatiens angesiedelt war. Von hier aus breitete sich dieses Wissen nach Osten und Westen in ebenjeneren Richtungen aus, die auch Van der Waerden anführt.