

Primjena spektralnih metoda u geodeziji – računanje korekcije za reljef

Andrijana Knežević¹, Marko Pavasović²

Učenje znanstvenih metoda podrazumijeva i potvrdu već dobivenih rezultata ponavljanjem istraživanja!

1. Uvod

Nitko od nas, na prvi dojam, sa stajališta studenta, nije spreman na neke nekonvencionalne pristupe polaganju ispita nekog kolegija. Razlozi dizanja prašine oko noviteta na ovom području su različiti, a prevladava "strah" od novog i nepoznatog. Klasičan način "pismeni-usmeni", dobro poznat svima, još uvijek je najviše zastupljen na fakultetima i samim time uvriježen među studentima. No, ne i kod kolegija "Spektralne metode" usmjerenja "Satelitska i fizikalna geodezija" (stari način studija), koji vodi mentor ovog članka, doc. dr. sc. Mario Brkić, dipl. ing. fizike. Promjena pristupa polaganju ispita ovog kolegija u vidu pisanja znanstvenog članka kao ispitnog zadatka, uključivao je savladavanje FORTRAN programskog jezika, razumijevanje kompliciranih softvera fizikalne geodezije kao i metodologije samog pisanja znanstvenog članka. Cilj takva pristupa ispitu bio je reproducirati dio već objavljenih i dobro poznatih znanstvenih rezultata teme-

ljenih na publikaciji Brkić i Bašić (2000.): Računanje korekcije za reljef u prostornoj i spektralnoj domeni, tj. izračunati korekciju za reljef primjenom egzaktno numeričke integracije (prostorna domena) i brze Fourierove transformacije (spektralna domena) na odabranom području RH te usporediti, vizualizirati i interpretirati dobivene rezultate. Na raspolaganju su bile ulazne datoteke i source kodovi korištenih fortranskih programa - za *prostornu* domenu: digitalni model konstantne gustoće $\rho = \text{const.} = 2,12 \text{ gcm}^{-3} - \Delta 1 \text{ km}$, digitalni model reljefa - $\Delta 1 \text{ km}$, ulazni parametri fortranskog programa, fortranski program koji računa korekciju za reljef pomoću numeričke integracije; za *spektralnu* domenu: digitalni model konstantne gustoće $\rho = \text{const.} = 2,12 \text{ gcm}^{-3} - \Delta 1 \text{ km}$, digitalni model reljefa - $\Delta 1 \text{ km}$, ulazni parametri fortranskog programa, fortranski program koji računa korekciju za reljef pomoću brze Fourierove transformacije. Također su na raspolaganju bili fortranski programi

za konverziju izlazne datoteke digitalnog modela korekcije za reljef u SURFER-ov *.GRD format i statistiku.

Dio source koda korištenih FORTRAN programa, TCSUMD za prostornu domenu i TCFFTDTP za spektralnu domenu, modificiranih za ovu svrhu, dobiveni su ljubaznošću prof. dr. I. N. Tziavosa u akademske svrhe.

2. Općenito o harmonijskoj, transform i Fourier transform analizi

Harmonijska analiza bila je najznačajniji prethodnik spektralne analize, a koristila se za razvoj vremenskog niza podataka u Fourierov red. Ova tehnika računanja dobila je ime zbog svoje mogućnosti reprezentacije zadane periodičke funkcije redom sinus i kosinus funkcija, tj. redom harmonijskih funkcija. Primjenjuje se na pojave s najmanje *jednim fundamentalnim periodom* (vremenom trajanja jednog ciklusa): u meteorologiji - za razmatranje dnevnog ili godišnjeg hoda meteorološk-

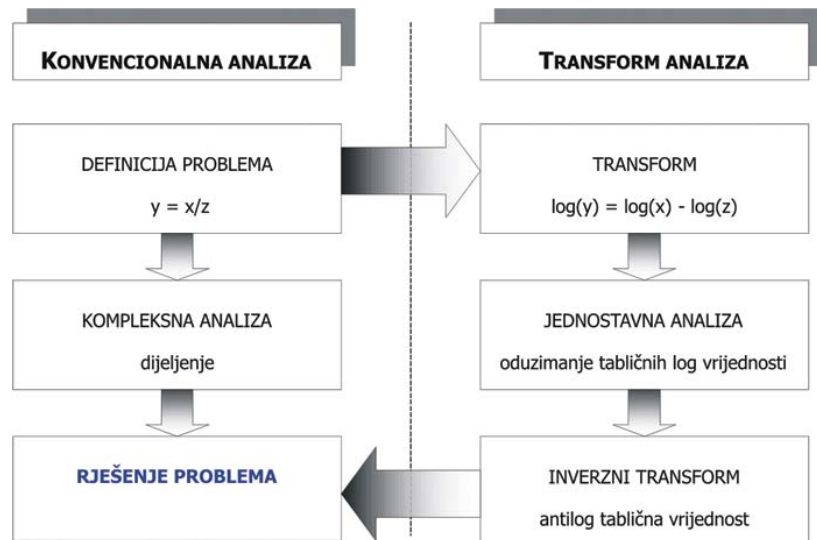
[1] Andrijana Knežević, usmjerenje: Satelitska i fizikalna geodezija, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, e-mail: aknezevic@geof.hr

[2] Marko Pavasović, usmjerenje: Satelitska i fizikalna geodezija, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, e-mail: mpavasovic@geof.hr

kih elemenata, za predikciju Zemljinih plimnih valova, u seizmologiji - za pronalaženje periodiciteta potresa itd. Karakterizira ju primjena u *vremenskoj* odnosno *prostornoj domeni*.

Transform omogućuje pojednostavljenu analizu pri rješavanje nekog problema. Jedan takav transform, koji smo svi sigurno susreli kroz školovanje, a da nismo ni znali da se radi o transformu jest *logaritma*. Kroz shemu 1 prikazan je odnos konvencionalne i *transform analize* na jednostavnom primjeru kvocijenta dvaju brojeva $y = x/z$.

Korištenjem tehnike transform analize reducirana je kompleksnost traženja rješenja problema iz primjera jer je samo potrebno iz tablica očitati vrijednosti logaritma brojeva x i z te ih oduzeti i zatim antilogaritmirati što iziskuje manje vremena nego "ručno" djeljenje dva

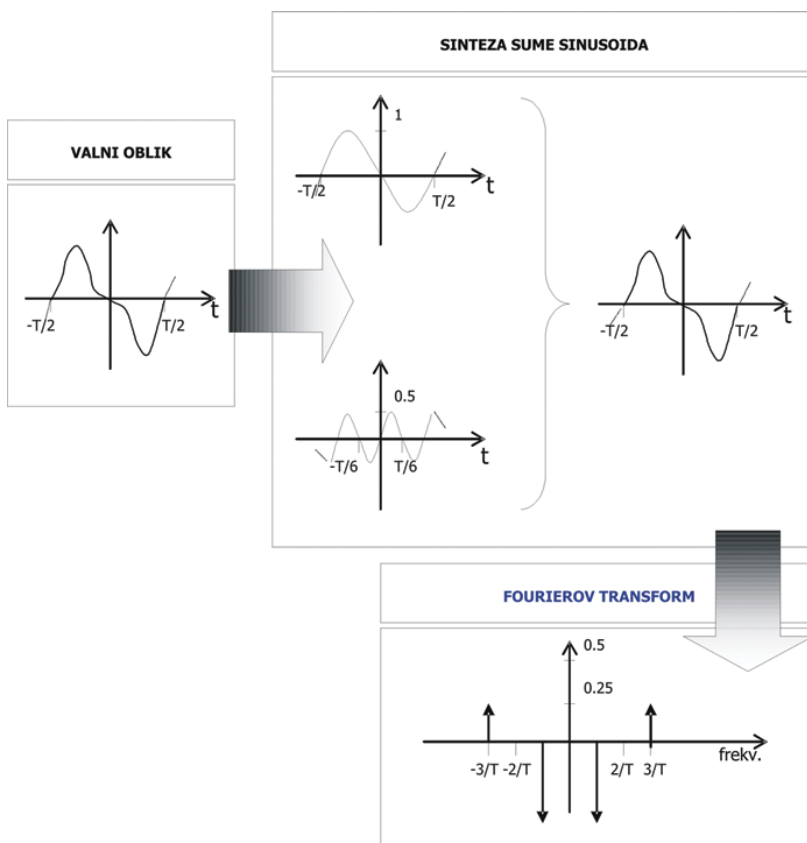


Shema 1: Odnos konvencionalne i transform analize (slika preuzeta iz Brkić, 2000.)

broja. Jedna od tehnika transform analize je *Fourierov transform*, koji ima značajnu primjenu u mnogim znanostima. Fourierovi transformi, za razliku od drugih koji se mogu promatrati kao čisto matematički funkcionali, često poprimaju *fizikalno značenje* kao i funkcije koje iz

njih proizlaze. Uzmimo za primjer valni oblik, i to optički i električni val i njegovu transformaciju - *spektar*. Podjednako je moguće detektirati kao fizikalno opisive i mjerljive veličine pomoću uređaja za promatranje električnog valnog oblika - osciloskopa te pomoću uređaja za analizu spektra - spektroskopa koji omogućuje promatranje optičkog ili električnog spektra. *Val i spektar su Fourierovi transformi jedan drugoga!* (Brkić, 2000.)

Ako neku fizikalnu pojavu koja fluktuiru u vremenu i/ili prostoru reprezentiramo funkcijom, tada učestalost te fluktuacije odnosno frekvencija i/ili valni broj te funkcije, postaje bitan parametar za njenu definiciju koja je puno značajnija i korisnija neovisna varijabla nego vremensko-prostorne koordinate. Transformacije nekog zapisa u *frekvencijsku ili spektralnu domenu* ne predstavlja promjenu tog zapisa u nešto novo, nego samo *preuređenje* tog zapisa (podataka) u drugačiji red, tj. uređenje u odnosu na frekvenciju, a ne na vrijeme (prostor). Transform vremenskog i/ili prostornog zapisa se u frekvencijskoj domeni zove *spektar* (engl.



Slika 1: Interpretacija Fourierovog transformata (slika preuzeta iz Brkić, 2000.)

spectrum). Dakle, spektar nije ništa drugo nego funkcija koja ovisi o jednoj ili više neovisnih varijabli. Važno je napomenuti da se transforme neke funkcije vremenske i/ili prostorne varijable definirane u nekim granicama u funkciju frekvencijske varijable obavlja u tim istim granicama. Bit Fourierove analize nekog valnog oblika je dekompozicija zadanog valnog oblika u sumu sinusoida različitih frekvencija (vidi sliku 1).

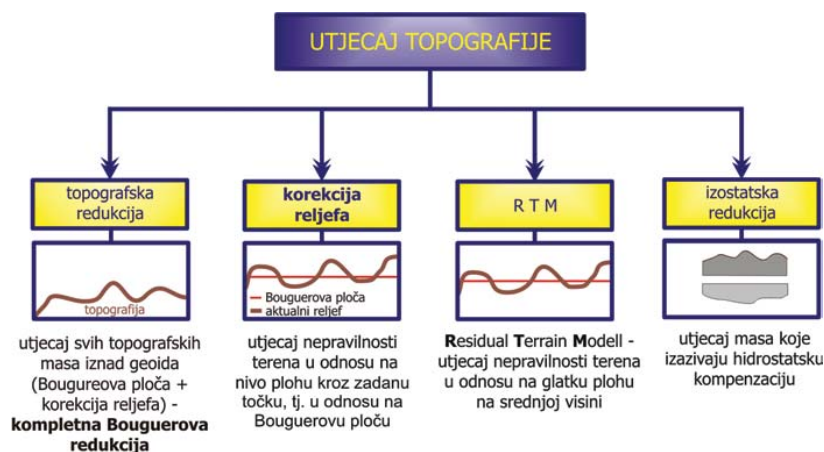
Primjena Fourierovog transformacija u fizikalnoj geodeziji:

- problem granične vrijednosti (engl. **Boundary Value Problem**, BVP) po Molodenskiyu
- računanje topografskih efekata kao npr. korekcije za reljef (engl. **terrain correction**, tc) primjenom brzog Fourierove transformacija (engl. **Fast Fourier Transform**, FFT)
- određivanje geoida metodom kolokacije u frekvencijskoj domeni
- računanje Stokesova integrala na kugli

3. Zemljino polje ubrzanja sile teže i topografija

Prema definiciji, geodezija je znanost koja se bavi određivanjem ubrzanja sile teže Zemlje i drugih nebeskih tijela kao funkcije vremena te određivanjem srednjeg Zemljina elipsoida na temelju parametara opažanih na i izvan Zemljine fizičke površine (Torge, 1991.).

Poznavanje vanjskog polja ubrzanja sile teže Zemlje daje nam informaciju o rasporedu masa unutar nje. Ograničimo li se samo na egzaktnu točku fizičke površine Zemlje, intezitet ubrzanja sile teže u toj točki (točkasta vrijednost - terestrički postupak mjerenja) koreliran je s rasporedom podzemnih masa ispod



Shema 2: Utjecaj topografije

nje. Podzemne mase nazivaju se još i topografske mase, (topografija je dio Zemljine kore od geoida do fizičke površine Zemlje) čiji se utjecaj na Zemljino polje ubrzanja sile teže može izraziti pomoću više veličina prikazanih na shemi 2.

Pozabavimo se malo više korekcijom za reljef. Korekcija za reljef uzima u obzir gravitacijsko djelovanje izdizanja odnosno poniranja aktualnog reljefa u odnosu na nivo-plohu kroz zadanu točku odnosno na Bouguerovu ploču (Bašić, 2004.). Bouguerova ploča je definirana uspravno smještenim valjkom koji ima visinu promatrane točke; valjak je smješten u prostoru tako da se promatrana točka nalazi u središtu gornje plohe valjka, a radijus valjak se odabire s obzirom na područje koje se uzima u obzir prilikom računanja utjecaja (URL3).

Treba naglasiti kako u oba slučaja, masa iznad Bouguerove ploče i masa ispod Bouguerove ploče dolazi do smanjenja vrijednosti ubrzanja sile teže. Stoga korekcija reljefa ima uvijek pozitivan predznak.

4. Općenito o FFT i NI metodama

Metodu numeričke integracije (engl. **Numeric Inte-**

gration, NI) primjenjujemo za računanje numeričkih vrijednosti određenih integrala i diferencijalnih jednadžbi (URL1).

Brza Fourierova transformacija (engl. **Fast Fourier Transformation**, FFT) je efikasan algoritam za računanje diskretnog Fourierove transformacija (engl. **Discrete Fourier Transform**, DFT) i njegovog inverza (URL2).

Kako bismo formule Fourierove transformacija, Fourierova i konvolucijskog integrala koje su razvijane za kontinuirane funkcije primijenili na diskretna mjernja, formule Fourierova transformacija potrebno je modificirati. Diskretni Fourierov transformacija zahtijeva periodičku kontinuiranu vremenske i frekvencijske funkcije. Tako modificirane formule sada je moguće primijeniti i na računalu.

Brza Fourierova transformacija ima široku i raznoliku primjenu u mnogim aplikacijama poput: digitalne obrade signala, parcijalnih diferencijalnih jednadžbi, algoritama za brzo množenje velikih razlomaka, ali i u geofizičkim znanostima. Fourierova transformacija rastavlja periodičku funkciju na frekvenciju i amplitudu. Glavna prednost FFT-a je u mogućnosti obrade velikog broja podataka u kratkom vremenu. Fourierova analiza omogućuje mode-

upotrebom digitalnog modela reljefa manjih inkrementa (veća gustoća podataka). Magnituda promjene (engl. **Root Mean Square**, RMS) razlike NI i FFT metode iznosi $\pm 0,031$ mGal, a pokazatelj raspršenosti (engl. **Standard Deviation**) iznosi $\pm 0,029$ mGal.

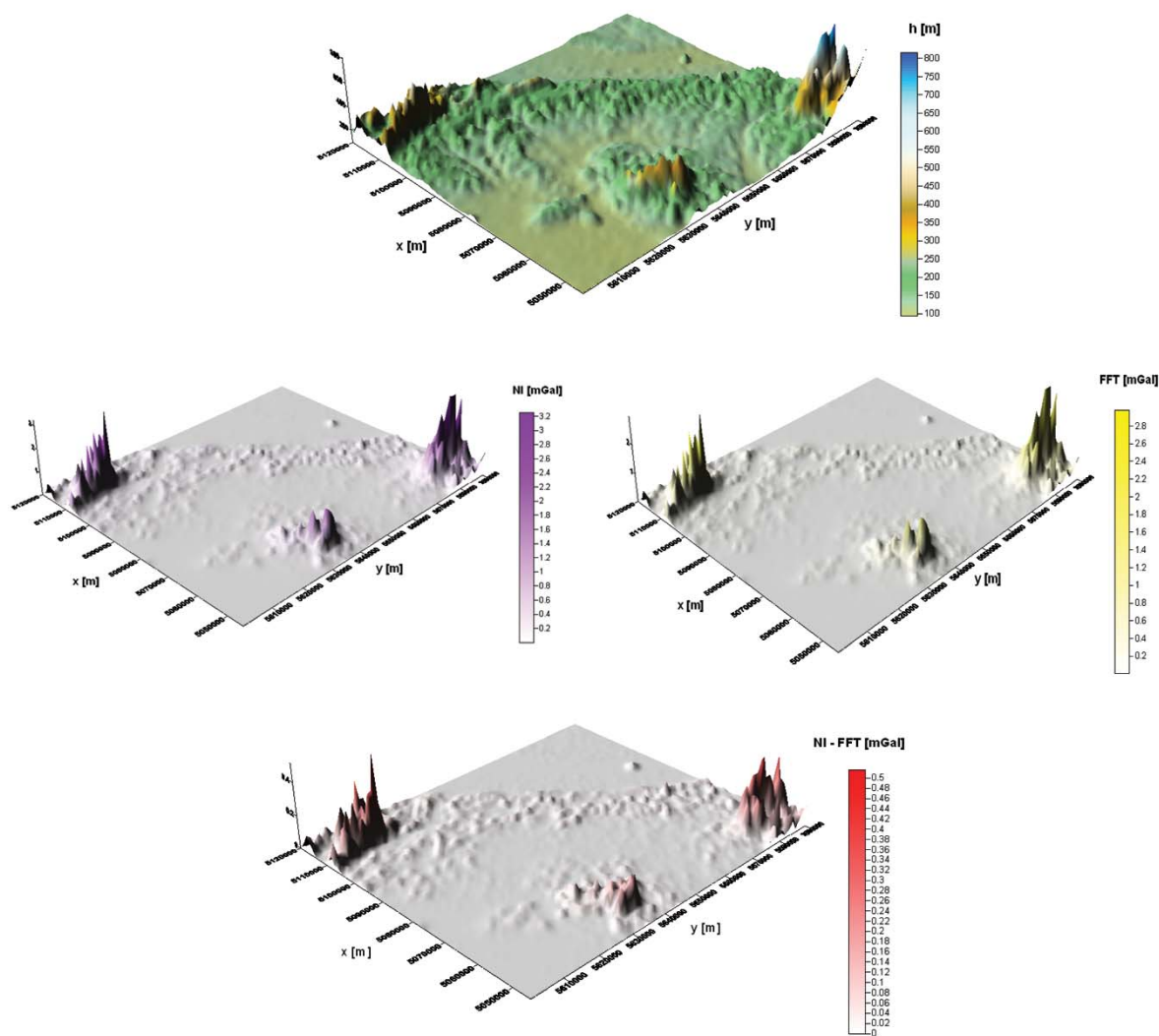
Osim same usporedbe dobivenih rezultata bilo je potrebno usporediti i vremena potrebna za računanje korekcije za reljef u prostornoj i spektralnoj domeni. Razvoj računalne tehnologije očituje se i u brzini izvođenja pojedinih matematičkih algoritama - u našem slučaju u brzini izvođenja NI

Tablica 1: Statistika korekcija za reljef metodama NI, FFT i razlike NI - FFT uz $\rho = \text{const}$

δg_R	NI	FFT	NI - FFT
[mGal]	Δ [km]	Δ [km]	Δ [km]
$mGal = 10^{-5} ms^{-2}$	1,0	1,0	1,0
maks.	3,249	2,977	0,000
min.	0,001	0,001	0,516
sred.	0,084	0,074	0,010
st.dev.	$\pm 0,217$	$\pm 0,189$	$\pm 0,029$

metode. Iz tablice 2 vidljiva je zanemariva prednost računala 64-bitne generaci-

je (Turion64 MT30 1,6 GHz 1GB RAM) naspram računala 32-bitne generacije (Athlon



Slika 3: Digitalni model reljefa, korekcija za reljef metodama NI, FFT i razlike NI - FFT uz $\rho = \text{const}$

Tablica 2: Usporedba vremena potrebnih za računanje korekcije reljefa NI i FFT metodom

Metoda	Athlon 1,2GHz 256MB RAM	Turion64 MT30 1,6 GHz 1GB RAM	Razlika
NI	10,20 min	7,80 min	2,4 min
FFT	0,013 min	0,0092 min	0,0038 min
NI / FFT	784,61	847,83	

1,2GHz 256MB RAM) u brzini izvođenja NI metode. Brzina izvođenja FFT metode je zanemariva.

Jedna zanimljivost! - izvođenje FFT metode je približno i do **800** puta brže u odnosu na NI metodu (kod računala 32-bitne generacije).

7. Zaključak

Cilj ovog zadatka bio je izračunati korekcije za reljef u spektralnoj domeni. Dobivene vrijednosti korekcije za reljef izračunate u spektralnoj domeni primjenom FFT-a, usporedili smo s podacima korekcije za reljef dobivene metodom NI u prostornoj domeni te ustanovili podudarnost dobivenih rezultata,

a samim time i podudarnost provedenih metoda. Izvođenjem metoda na računalu putem fortranskih programa uočena je znatna prednost u brzini algoritma spektralne domene naspram algoritma prostorne domene što je jedna od velikih prednosti spektralne domene pogotovo ako se radi o većem gridu podataka.

Standardna devijacija NI i FFT metoda kreće se oko 0,2 mGal što je zadovoljavajuće za provedeno istraživanje. Pri tome ulazne podatke za NI i FFT možemo smatrati osrednjim podacima visina i zemljinu topografiju reprezentiranu prizmama jer je DMR nastao interpolacijom izvornih točkastih podataka.

Literatura

- Bašić, T: Skripta iz predmeta Fizikalna geodezija, Zagreb: Geodetski fakultet, 2004.
- Torge, W: Gravimetry. Walter de Gruyter, Berlin, New York, 1991.
- Brkić, M: Rukopis iz predmeta Spektralne metode, Zagreb: Geodetski fakultet, 2000.
- Brkić, M.; Bašić, T: Računanje korekcije reljefa u prostornoj i spektralnoj domeni. Geodetski list 54 (77), 4,259-273, Zagreb, 2000.
- URL1: http://en.wikipedia.org/wiki/Numerical_integration (22.11.2006.)
- URL2: http://en.wikipedia.org/wiki/Spectral_method (22.11.2006.)
- URL3: http://www.geof.hr/~zhecimovic/PFG_Vjezbe/PFG%20-%203%20Auditorne%20-%20Utjecaj%20terena.pdf (22.11.2006.) ■



Ton-ing d.o.o.

ISKOPNI, POLAGANJE KABELA
ELEKT. INSTALACIJE
MONTAŽA RASVJETE
ASFALTIRANJE I REZANJE ASFALTA
IZGRADNJA OBJEKATA
PRIJEVOZ KAMIONOM
NISKOGRADNJA

PARCELACIJE
SNIMANJE OBJEKATA
ETAŽIRANJE
ISKOLČENJA
SVE VRSTE IZMJERE ZEMLJIŠTA
I OBJEKATA

Tomislav Gužvinec
ing. geodezije

Milkovićeve 18, 42000 Varaždin
tel.: 042 200 957, mob.: 098 9814 734

Dubrava K. 5a
tel/fax: 042 739 060