

# 点と辺の世界へ

## 理工学部 西関隆夫研究室

理工学部 情報科学科 教授

西関 隆夫 にしげき たかお

1974年東北大学大学院工学研究科博士課程修了、工学博士。1974年より東北大学に勤務し、2010年3月に情報科学研究科長・教授にて定年退職し、2010年4月より現職。主な研究分野はグラフやネットワーク等に関する離散アルゴリズム。



### グラフとは

「グラフ」から普通に思い浮かぶのは「棒グラフ」や「折れ線グラフ」でしょう。しかしコンピュータサイエンスや数学では、図に示すような、いくつかの点とそれらの間を結ぶ辺からなるものを「グラフ」と呼んでいます。グラフの研究の始まりは古く、18世紀にオイラーが「ケーニヒスベルグの7橋問題」を解いたのが起源とされます。インターネット、交通網、VLSI配線などに関する多くの問題がグラフを用いて定式化できるため、グラフに関する問題を効率よく解くアルゴリズムが研究されています。現在研究室では、グラフを彩色したり、分割したり、描画するアルゴリズムを4年生と一緒に研究しています。その様子を少しお話ししたいと思います。

### 平面グラフの描画

図のように、点の配置を変えれば辺の交差がないように描けるグラフは平面グラフと呼ばれます。平面グラフの辺で囲まれた領域を面といいます。右図のように全ての面が凸多角形であるとき、凸描画と呼ばれています。描画は、それを囲む最小な長方形の面積で評価されます。ある条件の下で、

その面積を従来よりも半減させるアルゴリズムを求めています。

### グラフ分割アルゴリズム

電力送電網もグラフで表わすことができ、その送電計画問題はグラフの分割問題として定式化できます。発電所、工場、病院などを点で表わし、それらを結ぶ送電線を辺で表わして得られるグラフを考えます。発電所など電力を送ることができる点には、それから供給できる最大の電力量を付けておきます。工場など電力を受けた点には、その点が必要となる電力量を付けておきます。また、送電線に対応する辺には、その送電線を通して送れる最大の電力量を付けておきます。送電線の容量を満足させながら、工場や病院などの全てに必要な電力をどの発電所からどの送電線を通して送ればよいか決めたい。グラフには閉路がないとき、即ちグラフが木の形をしているときに、この問題を解く高速なアルゴリズムを求めています。また、全ての工場や病院に電力を送ることができないときには、できるだけたくさんの工場や病院に送りたい。そのような最大化問題を

近似的に解くアルゴリズムも与えています。

### グラフ彩色

どんな地図でも、4色を用いて国に色を塗り、隣合う国は異なる色にできるというのが、有名な4色定理です。これもグラフで定式化できます。国を点で表わし、隣接している国を辺で結びます。こうして得られた(平面)グラフでは、4色を用いて点に色を塗り、全ての辺の両端点の色が異なるようにできることに相当します。この点彩色を一般化して、グラフの辺に整数重みが付いているとき、点に色として0以上の整数を割り当てて、全ての辺の両端点に割り当てられた整数がその辺の重み以上に離れるようにしたい。点に割り当てられた最大の整数を、その彩色の色数とみなし、色数最小の彩色を見つけるアルゴリズムを求めています。

