

量の視点による分数の指導に関する一考察

A study of the guideline of fractions from the view of quantity

中尾正広*

Abstract

Methods of learning have been regarded as not only fundamental but also important topics and have been studied by many researchers in arithmetic and mathematics. In this paper we study fractions from the view of quantity. In the first section, we view the goal of arithmetic in the elementary school curriculum guideline. In the second section, we prepare the preliminaries of the concept and characters of quantity and study how to teach fractions in elementary schools. In the third section, we conclude that it is important and necessary that teachers of elementary schools should understand fractions by using the concept and characters of quantity.

キーワード：分数、量、学習指導要領

1. 準備

平成23年度から全面的に実施される新学習指導要領において、算数科の改訂は、中央教育審議会の答申に示された算数科、数学科の改善の基本方針を受けて行われた。その中で、発達や学年の段階に応じた反復(スパイラル)による教育課程の編成、学習指導の必要性があげられており、例えば、第二の項目に

「数量や図形に関する基礎的・基本的な知識・技能は、生活や学習の基盤となるものである。また、科学技術の進展などの中で、理数教育の国際的な通用性が一層問われている。このため、数量や図形に関する基礎的・基本的な知識・技能の確実な定着を図る観点から、算数・数学の内容の系統性を重視しつつ、学年間や学校段階間で内容の一部を重複させて、発達や学年の段階に応じた反復(スパイラル)による教育課程を編成できるようにする。」

と示されている。また、答申においては、算数科の各領域において、重点を置くべき指導を明らかに、改善する内容などについて述べている中で、

「数と計算」の領域では、整数、小数、分数の意味と表し方を理解すること、数についての感覚を豊かにすること、言葉や数による表現力を育てること

を重視する。また、計算の意味を理解すること、計算の仕方を考えること、計算に習熟し活用することの三者をしっかりと指導することを一層重視する。例えば、低学年で、分数の意味を理解する上で基盤となる素地的な学習活動を行う(例：紙を二つに折って $1/2$ をつくる)。発達や学年の段階に応じた反復(スパイラル)による教育課程により、低学年・中学年では整数の計算能力を確実に身に付け、中学年・高学年では小数、分数の計算能力をなだらかに発展させるように改善する。また、中学年で、計算の見積りを指導し、計算の仕方や結果について見通しをもったり、適切に判断したりできるようにする。」

という項目がある。

本論文では、発達や学年の段階に応じた反復(スパイラル)による教育課程の一例として、分数の指導に着目し、量の概念及び量の性質を理解し考察することで、より本質的な理解に発展するように議論をすすめる。

2. 分数の指導

小学校の学習指導要領においては、数を指導する時に、量を通じて指導することは周知のことである。小学校で学習する数には、例えば整数、小数、分数などがあり、「数と計算」の領域で、それらの

* Masahiro NAKAO 教育学部教授

数の計算(演算)を指導する。本来、数の概念は抽象的なものであり、発達や学年の段階に応じた指導を行うためには、中学校学習指導要領において、より広義の概念に用語を拡張することを想定した本質的な理解と系統的な指導が必要となることは言うまでもない。([中尾, 2008]を参照せよ。)小学校学習指導要領において数は、長さ、面積、体積、速さ、重さ等など、大小の比較ができる対象をもっている量を用いて理解するのがよい。その際に、量に関して、大きさの比較性、量の保存性、量の加法性、量の等分性などの理解が必須となる。

例えば、量の比較という観点から考察すると、小学校の旧学習指導要領においては、第1学年においては、長さの比較だけであり、広さ(面積)、嵩(体積)は扱っていなかった。それに対して、新学習指導要領においては、長さの比較だけではなく、広さ、嵩の比較も扱っている。実際の指導において、分数は、旧学習指導要領において分数は第4学年で指導していたが、新学習指導要領において簡単な分数(単位分数)を第2学年において指導することになった。第3学年から指導される分数の理解のための基盤となる素地的な内容を扱うことになった。これは反復(スパイラル)の一例である。

旧学習指導要領においては、第4学年で初めて分数の意味を説明するとき、第3学年までに量の比較という意味では長さ、広さ、嵩の比較を扱っていたが、全ての教科書において、等分する量として「長さ」を用いている。また、いくつかの教科書で、それに加えて面積の例も付け加えていた。それに対して、新学習指導要領では、前述のように第2学年で初めて分数を扱う。

分数を理解するときの大きさ(量)としてどのようなものを選ぶのがよいかという、第1学年で長さ、広さ、嵩の比較を扱っているので、候補として長さ、広さ、嵩が考えられる。ここでは、それらの量の比較性、保存性、等分性などの観点から考察する。例えば、分数の定義として次の様に記載されている。

「もとの大きさを同じように2つに分けた1つ分を、もとの大きさの二分の一といい、 $\frac{1}{2}$ とかきます。」(啓林館2年下)

ほかの教科書でも同様の記述である。等分すると

きの量として「広さ(面積)」を利用している。分数の意味を説明するときには、量が等しければ形には依存しない。

(1) 長さの場合

等分するときには形の違いは直線でなく曲線であるような場合が想定される。例えば、円周を分割するような場合である。

(2) 広さ(面積)の場合

等分するときには形の違いは多くの場合があり、面積の等積変形の指導と深く関連している。

(3) 嵩(体積)の場合

面積と同様に形は異なるが大きさが同じ例はたくさんある。体積の等積変形の指導と深く関連している。

分数の意味を理解するのに、形は違っていても大きさが同じであるような量を用いて指導するのがよいと考えられる。その観点から考察すると、体積については、例えば水などの液体は量の加法性は容易に理解できることに加えて、体積が一定となる等積変形が容易である。長さに関しても、ロープ状の物体は、連結であれば、大きさが同じであるが異なる形となる例は示すことが困難である。それに対して、面積の場合は、折り紙などの紙状の物体は、大きさが同じであり、異なる形となる例を数多く示すことができる。このことには、第2学年の分数の指導において単位分数の導入に広さ(面積)を用いている理由の一つなのではないかと推察できる。

第2学年の分数の指導については、折り紙等の紙状の物体を2等分、4等分、8等分することで行う。図1及び図2は二つとも内部の線分が全体を2等分しており、図1における長方形1つ分の大きさはもとの正方形の大きさの $\frac{1}{2}$ であり、図2における直角二等辺三角形1つ分の大きさはもとの正方形の大きさ $\frac{1}{2}$ のである。したがって図1にける長方形の面積と図2における直角二等辺三角形の面積は等しくなる。第1学年において、広さ(面積)が等しいことを示すためには図形を重ねて直接比較することで等しいことを示している。図1の長方形と図2の直角二等辺三角形は重なり合うことはない、この方法では面積が等しいことを説明できないが、大きさ(面積)が同じ折り紙(正方形)の $\frac{1}{2}$ の大きさ(面積)の長方形と $\frac{1}{2}$ の大きさ(面積)の直角二等辺三角形は面積が等しいということを説明でき

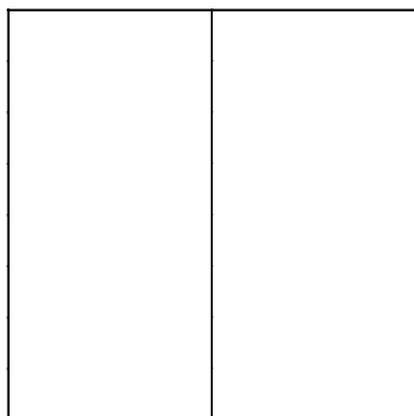


図 1

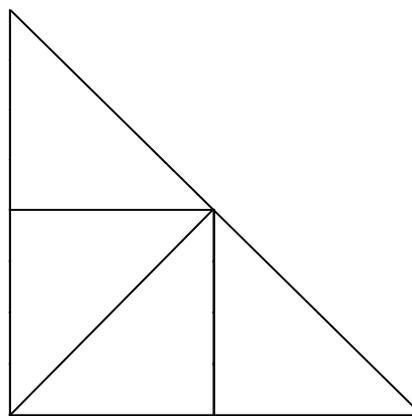


図 3

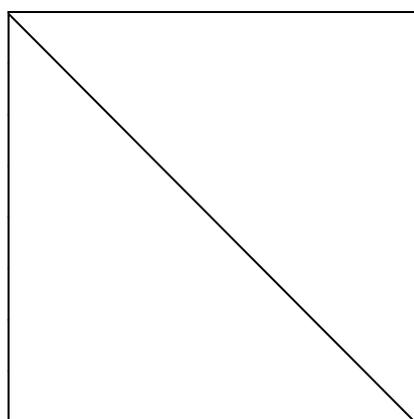


図 2

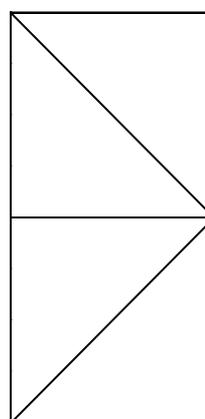


図 4

る。このことはより上位の学年で学習する等積変形の基盤となる素地的内容である。

3. まとめ

分数の概念は本来抽象的なものであり、しばしば有理数という意味で用いられることもある。しかしながら、前述のように小学校学習指導要領においては量の概念を通して理解することになる。教員が指導する際に、量の概念及び量の性質を充分理解して指導すべきである。低学年の分数指導において扱う量として、広さ（面積）を利用することは自然な選択であり、形によらず大きさが同じ例を用いることにより、分数の本質的な理解を助けることになると考えられる。量の大きさの比較については、重ね合わせるなどの直接比較の次の段階として、大きさを別のものに置き換えるという間接比較があり、その次の段階として、任意単位による比較がある。第2学年までの内容では面積の単位などを学習することはないが、第1学年で広さ（面積）の任意単位による比較を扱う。前節で、図1にける長方形の面積と

図2における直角二等辺三角形の面積が等しいことは分数の意味を用いて説明した。図3と図4において小さな直角二等辺三角形を任意単位として考えると、やや技巧的ではあるが、図3の直角二等辺三角形全体と図4の長方形全体は、それぞれ小さな直角二等辺三角形4個分であり、同じ面積をもつことが分かる。このような考え方は図形の等積変形の指導にも関連しているといえる。教員が充分かつより本質的な理解を求められることは言うまでもないが、本論文で考察された内容がより本質的な理解の助けとなり、本論文がある意味での「研究ノート」として活用されれば幸いである。

参考文献

- 中尾正広 2008 広義の概念への拡張を意識した数学的用語の指導について 聖和論集
- 文部科学省 平成10年12月 小学校学習指導要領
- 文部科学省 平成11年5月（平成19年7月 一部補訂）
小学校学習指導要領解説 算数編
- 文部科学省 平成20年6月 小学校学習指導要領解説
算数編

- 日本数学教育学会出版部 平成16年6月 算数教育指導用語辞典 第三版 教育出版
- 杉山吉茂、飯高 茂、伊藤説明ほか39名 平成16年検定 新編 新しい算数 4上 東京書籍
- 平成16年検定 新編 新しい算数 4下 東京書籍
- 中原 忠男ほか25名平成16年検定小学算数 4上 日本文
教出版
- 平成16年検定小学算数 4下 日本文
教出版
- 橋本吉彦ほか21名 平成16年検定 新版 たのしい算数
4上 大日本図書
- 平成16年検定 新版 たのしい算数 4下
大日本図書
- 一松 信ほか40名 平成16年検定 みんなと学ぶ 小学
校算数 4上 学校図書
- 平成16年検定 みんなと学ぶ 小学校算数
4下 学校図書
- 清水静海、船越俊介 ほか40名 平成16年検定 わくわ
く 算数 4上 啓林館
- 平成16年検定 わくわく 算数 4下 啓林
館
- 澤田利夫ほか23名 平成16年検定 小学算数 4上 教
育出版
- 平成16年検定 小学算数 4上 教育出版
- 藤井齊亮、飯高 茂ほか40名 平成22年検定 あたらし
いさんすう 1 東京書籍
- 平成22年検定 新しい算数 2上 東京書籍
- 平成22年検定 新しい算数 2下 東京書籍
- 小山正孝、中原忠男ほか平成22年検定しょうがくさんす
う 2上 日本文
教出版
- 平成22年検定小学算数 2上 日本文
教出版
- 平成22年検定小学算数 2下 日本文
教出版
- 橋本吉彦ほか18名 平成22年検定 平成22年検定 たの
しい算数 1 大日本図書
- 平成22年検定 たのしい算数 2上 大日本
図書
- 平成22年検定 たのしい算数 2下 大日本
図書
- 一松信ほか45名 平成22年検定 みんなとまなぶ しょ
うがっこうさんすう 学校図書
- 平成22年検定 みんなと学ぶ 小学校算数
2上 学校図書
- 平成22年検定 みんなと学ぶ 小学校算数
2下 学校図書
- 清水静海、船越俊介 ほか50名 平成22年検定 わく
わく さんすう 1 啓林館
- 平成22年検定 わくわく 算数 2上 啓林
館
- 平成22年検定 わくわく 算数 2下 啓林
館
- 澤田利夫ほか27名 平成22年検定 しょうがくさんすう
1 教育出版
- 平成22年検定 小学算数 2上 教育出版
- 平成22年検定 小学算数 2上 教育出版