2013 年度　修士論文要旨

多変量確率的ボラティリティモデルのMCMCによる推定

関西学院大学大学院　理工学研究科
数理科学専攻 森本研究室 下田平大海

ファイナンスにおいて”株価ボラティリティ”というものが重要なものとされている。株価ボラティリティとは、簡単にいうと株価変化率の分散ないしは標準偏差のことであり、上がるか下がるかは別にして株価がどれだけ変動するかを表すものである。株価ボラティリティを推定することがこの研究の主な目的である。

ベイズ推定を用いて多変量確率的ボラティリティモデルを推定する。ベイズを使う理由として最尤法では尤度を解析的に解くことができないためである。

ベイズの定理

$$確率密度関数 :\pi(A|B) \propto f(B|A)\pi(A)$$

事後分布 $\pi(A|B)$、事前分布 $\pi(A)$、尤度 $f(B|A)$ を考えることがベイズ推定の目的となっていく。また事後分布がどのような形をしているのかがわからないときにマルコフ連鎖モンテカルロ (MCMC) 法を使う。MCMC 法は状況に合わせて手法が異なる。ギブス法、メトロポリスヘイスティング法、受容棄却メトロポリスヘイスティング法の 3 種類を状況に応じて使い分ける。

株価はそれぞれが独立ではなく同業種などでお互いに影響を与えながら変動していると考えられている。そのためお互いに相互影響を及ぼしながら変動しているモデルとして多変量確率的ボラティリティモデルがある。同じ名前でも様々なモデルがあるが、今回は以下の様なモデルを考慮している。

多変量確率的ボラティリティモデル

Y_t を対数収益率，V_t をボラティリティとする。

$$Y_t = \epsilon_t V_t^{\frac{1}{2}}$$

$$H_{t+1} = \phi H_t + \eta_t$$

$$(\epsilon_t, \eta_t)' \sim N(0, \Sigma),\ \ \Sigma = \begin{pmatrix} \Sigma_{\epsilon\epsilon} & \Sigma_{\epsilon\eta} \\ \Sigma_{\eta\epsilon} & \Sigma_{\eta\eta} \end{pmatrix}$$

M 銘柄で時系列の長さを T とするとそれぞれの行列のサイズは Y_t, V_t, h_t は $M\times\ T$ 行列で、ϵ_t, η_t は $M\times 1$ 行列 Σ は $2M\times T$ 行列となっている。さらに $(\epsilon_t, \eta_t)'$ は $2M$ 変量正規分布に従っている。V, ϕ は対角成分以外すべて 0 の対角行列である。

このモデルの ϕ, Σ, H をベイズ推定を使い推定を行うことができる。

多変量確率的ボラティリティモデルを実際に推定が可能かシミュレーションを行った。今回は 2 銘柄の場合を考えている。

	真の値	平均	95%信頼区間
ϕ_1	0.7	0.707	[0.693,0.713]
ϕ_2	0.8	0.798	[0.789,0.808]
$\sigma_{\epsilon,1}$	1.0	1.072	[0.993,1.112]
$\sigma_{\epsilon,2}$	1.2	1.165	[1.082,1.285]
$\sigma_{\eta,1}$	0.2	0.206	[0.184,0.231]
$\sigma_{\eta,2}$	0.8	0.784	[0.684,0.879]

多変量確率的ボラティリティ変動モデルの推定法を考え、シミュレーションを用いて推定の確認を行った。今後の課題として実際のデータに対して実証分析を行いたい。さらに銘柄数が増えたときの対処について考えたい。

参考文献

[1] Tsunehiro Ishihara and Yasuhiro Omori (2012), “Efficient Bayesian estimation of multivariate stochastic volatility model with cross leverage and heavy-tailed errors“ *Computational Statistics and Date Analysis*, **56**, 3674-3689.

[2] Siddhartha Chib, Yasuhiro Omori and Manabu Asai (2009), “Multivariate stochastic volatility“ in: T.G. Andersen, R.A. Davis, J.-P. Kreiss and T. Mikosch (eds.), *Handbook of Financial Time Series*, Springer-Verlag, New York, 365-400.