費用構造変化に対する数量競争市場比較静学の単調性について

Comparative statics for Cost parameters in the Cournot model and Monotone results

猪　野　弘　明*

This paper provides monotone results of the comparative statics with respect to a change in cost parameters in the Cournot model. In a quite general framework where the Cournot model has a equilibrium, the concept of "increasing differences," which is interpreted as a increment in marginal cost, can be used as a plausible sufficient condition for the monotone results.

Hiroaki Ino

JEL：D43, D24, L10, L13
キーワード：単調比較静学、クールノー競争、凸費用関数、限界費用、技術変化
Keywords：monotone comparative statics, quantity-setting competition, convex cost, marginal cost, technological change

1　はじめに

寡占市場における数量競争を表すクールノー・モデルは，経済研究における中心的なモデルの一つであり，技術革新・技術導入・技術選択など市場の技術構造変化に関する多くの問題に広く応用されており，また，のみならず税や補助金等の政策・その他市場環境の変化などによる費用構造変化に関わる問題でも，一般に多くの応用文献がある．一方で，経済理論研究で土台となるモデルにおいて，研究対象となる経済構造の変化が市場均衡値に与える影響，すなわち比較静学の結果が，もっともらしく単調な方向である場合，分析が容易にな

*　E-mail: hiroakiino@04.alumni.u-tokyo.ac.jp.

り応用の範囲が広がる．本稿の目的は，クールノー・モデルにおいて費用構造変化が起こるとき，単調な比較静学の結果が得られるようなモデルを応用上扱いやすいクラスでできる限り一般的に提示し，その結果の鍵となる分かり易い十分条件が費用関数の「差分増加性[1]（ increasing differences)」であることを議論することである．

近年ゲーム理論への応用でも発展を遂げた単調比較静学の分野では，スーパーモジュラー・ゲームというクラスのゲームで，差分増加性という概念が比較静学の単調な結果を導くための必要十分条件の鍵であることが知られている(Milgrom and Roberts [4], Milgrom and Shannon [5])．しかしスーパーモジュラー・ゲームは戦略的補完性に依拠したゲームであり，戦略的代替であるクールノー・モデルは企業数が 2 以上であると，直接的にはスーパーモジュラー・ゲームではなくなってしまう．このため，同分野で単調比較静学についてよく知られた多くの結果[2] は容易にはクールノー・モデルに適用できない[3]．このため，クールノー・モデルにおいて比較静学が単調になる条件を一般的にまとめて証明した本稿の命題は，クールノー・モデルを応用する研究者にとって有益であろうと考える．

具体的に，本稿では以下のようなアプローチで，クールノー・モデルでの比較静学の単調性を保証した．単調比較静学でスーパーモジュラー・ゲームを用いることの魅力は，比較静学に必要な構造と均衡の存在が保証されることであ

1) 本稿の理解に必要な形で，この概念の定義を述べておくと以下である．関数 $f(x, \mathbf{y})$ が対象となる範囲上で $(x, \mathbf{y})$ について（厳密な）差分増加/減少性を持つとは，対象となる範囲上で $x' \geq x''$ $(x' > x'')$ であるような全ての x', x'' について，差分 $f(x', \mathbf{y}) - f(x'', \mathbf{y})$ が $\mathbf{y}$ について（厳密に）増加/減少であることを言う．もし，$f(x, \mathbf{y})$ が x について 1 階微分可能であるなら，対象となる範囲上で全ての x について微分 $\partial f(x, \mathbf{y})/\partial x$ が $\mathbf{y}$ について（厳密に）増加/減少であることと同値である．つまりは，費用関数の差分増加性 (もしくは変化の方向を逆に考えれば差分減少性) とは，限界費用の増減のことを指している．

2) 多くの文献が存在するが，経済学においてモジュラリティ（束論という数学分野が基礎となる）を利用した単調比較静学についての基本文献としては Topkis [7] を，その寡占モデルへの応用を解説した文献としては Vives [8] を挙げておく．

3) Amir [1] のように，対数をとってクールノー・モデルをスーパーモジュラー・ゲームに当てはめて分析する工夫もなされているが，むしろ従来応用し難かった特殊なクールノー・モデルを分析対象としており，また応用の研究者が利用するには理論的な敷居が高い．

る．しかし，クールノー・モデルでは過去の多くの文献で様々なアプローチから均衡の存在が確認されてきた．本稿では，適用困難なスーパーモジュラー・ゲームの枠組みをあきらめる代わりに，（1）これら均衡存在を保証するアプローチの中から費用構造変化に関して一般的に扱うことに適したものを選び出し，（2）それが満たす範囲内で応用上多くの場合に無害ないくらかの凸性と微分可能性を仮定して比較静学に必要な構造を担保しつつ，（1）と（2）を土台として単調な比較静学の結果を得ることを目指した．そして，このような枠組みのクールノー・モデルでも，費用関数が差分増加性を持つことが単調比較静学の十分条件であることを示した．しかも本稿の枠組みでは，差分増加性は均衡値で局所的に満たされれば十分である．この点では，対象となる範囲上で大域的な差分増加性を要求する従来の単調比較静学よりも，より緩い条件で単調性が保証されると言える．

論文の残りの構成は以下の通りである．第 2 節では，生産者間の費用差が一般的に許容され，均衡の存在が保証されている枠組みで，クールノー・モデルを定式化する．第 3 節では，費用構造の変化について比較静学を行い，費用関数の差分増加性を十分条件としてその結果が単調になる主要命題を提示し証明する．第 4 節では，主に技術変化の文脈で，本稿の単調比較静学を当てはめたいくつかの応用例を提示する．そして最後の節を結語として論文を締めくくる．

2　モデル

本稿では，数量競争のクールノー・モデルに以下のような基本設定を設ける．プレイヤー（生産者）の集合は $\mathbb{N}=\{1,2,\ldots,n\}$ であり，$n\in\mathbb{Z}_{++}$ は企業数である．生産者 $i\in\mathbb{N}$ の戦略（生産量）は $q_i\in[0,\bar{Q}]$ で表され，$\bar{Q}\in\mathbb{R}_{++}$ である．企業 $i\in\mathbb{N}$ の利得（利潤）は $P(Q)q_i-C(q_i;\mathbf{x}_i)$ であり，$Q=\sum_{k=1}^{n}q_k$ は総生産量である．1 階連続微分可能な関数 $P:\mathbb{R}_+\mapsto\mathbb{R}_+$ は逆需要関数であり，$Q<\bar{Q}$ のとき $P'(Q)<0$ を満たし，$Q\geq\bar{Q}$ のとき $P(Q)=0$ となる．収入 $P(Q)q_i$ は (q_i,q_j) について厳密に差分減少性（decreasing differences）

を持つ[4]（ここでは $j \in \mathbb{N}$ で $j \neq i$）．関数 $C : \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}^m \mapsto \mathbb{R}_+$ は費用関数であり，$\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^m$ は企業間の費用差を表す $m \in \mathbb{Z}_{++}$ 個のパラメーターである．任意の $\mathbf{x}_i$ に対し，q_i について 1 階連続微分可能とし，限界費用 $\partial C(q_i; \mathbf{x}_i)/\partial q_i = C'(q_i; \mathbf{x}_i)$ は，q_i について正で増加であるとする（ゼロまたは一定の場合を含む[5]）．

このモデルでは，費用差を離散でも連続でも構わない m 個のパラメーターで一般に表しているため，数量競争に起こる様々な費用構造の変化を扱うことができる．ここでは，その好例として技術変化による費用構造変化を例示しておこう．

例 1：技術革新または技術導入　技術革新した（または新技術を導入した）場合は 0 の値をとり，技術革新しない（旧技術を使用する）場合は 1 の値をとる支持関数を d_i とする．費用関数を $(c + d_i\epsilon)q_i$（ただし $c, \epsilon \geq 0$）と書けば，多くの文献で採用されている線形の限界費用削減型の技術革新・導入である．費用を一般化して $c_{d_i} : \mathbb{R}_+ \mapsto \mathbb{R}_+$（ただし $c'_{d_i}, c''_{d_i} \geq 0$）と書き，$\forall q_i,\, c'_0(q_i) \leq c'_1(q_i)$ と仮定すれば，限界費用削減型の技術革新・導入を一般の凸費用関数の下で定式化できる．この技術革新・導入による費用構造変化を上で定式化した基本モデルに当てはめるには，$\mathbf{x}_i = d_i$（$m = 1$ のケース）として $C(q_i; d_i) = c_{d_i}(q_i)$ と定義すればよい．

例 2：技術選択　扱えるのは限界費用削減型の技術差だけではない．興味深い例として，$c_L : \mathbb{R}_+ \mapsto \mathbb{R}_+$ と $c_H : \mathbb{R}_+ \mapsto \mathbb{R}_+$ という 2 つの費用関数が，$q_i < k$ のとき $c'_L(q_i) < c'_H(q_i)$ を満たし，$q_i > k$ のとき $c'_L(q_i) > c'_H(q_i)$ を満たすような関係にあるとしよう（ただし $k > 0$）．すなわち，c_L は生産量が少ないときにより

4)　ここで仮定した収入の差分減少性は，P が 1 階微分可能なので，限界収入 $P(Q) + P'(Q)q_i$ が他社の生産量 q_j について厳密に減少であることと同値である．さらに P が 2 階微分可能ならば，分野で広く用いられている安定性条件 $P'(Q) + P''(Q)q_i < 0$ と同値である．またこの条件は，限界収入が自社の生産量 q_i に対して厳密に減少であること，最適反応関数が厳密に減少であること，といった分析上望ましい性質を導く．

5)　本稿では，「正・負」もしくは「増加・減少」を，「厳密に」という表現を伴わないで用る場合は，それぞれ「ゼロ・一定」のケースを含むものとする．

限界費用が低い少量生産用技術であり，c_H は生産量が多いときにより限界費用が低い大量生産用技術であると解釈できる．これらの技術を選択するときの費用構造変化を基本モデルに当てはめるには，先の例と同様 $\mathbf{x}_i$ を 0 または 1 の値をとるパラメーター（$m = 1$ のケース）として，$C(q_i; 0) = c_L(q_i)$, $C(q_i; 1) = c_H(q_i)$ と定義するか，または逆に，$C(q_i; 1) = c_L(q_i)$, $C(q_i; 0) = c_H(q_i)$ と定義すればよい．

例 3：特許ライセンス　また新技術の特許は別企業のもので，使用のためのライセンスをされている場合の費用構造も表せる．例えば，新技術を導入して q_i だけ生産したときのライセンス料金を $rq_i + f$ とする．ここで，$r \in \mathbb{R}_+$ は単位当たりロイヤルティ水準で，$f \in \mathbb{R}_+$ は固定料金部分である．旧技術を使用してライセンス料を支払わない場合も含めると，パラメーターを $\mathbf{x}_i = (d_i, r, f)$（$m = 3$ のケース）と定義して，$C(q_i; d_i, r, f) = c_{d_i}(q_i) + (1 - d_i)(rq_i + f)$ と費用構造が表せる．

本稿で採用した基本設定下では，Bamon/Fraysse-Novshek の存在定理（Bamon and Fraysse [2]，Novshek [6]）より，クールノー・ナッシュ均衡が存在することが知られている[6)]．1 階条件からなる n 本の連立方程式は，

$$P(Q) + P'(Q)q_i \leq C'(q_i; \mathbf{x}_i) \qquad i = 1, \ldots n \tag{1}$$

である（ただし，$q_i > 0$ ならば等号成立）．パラメーターが $\mathbf{x} = (\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \ldots, \mathbf{x}_n) \in \mathbb{R}^{m \times n}$ のとき任意の均衡をとり，生産者 i の均衡生産量を $q_i^*(\mathbf{x})$ とおくと，これらは連立方程式 (1) の解でなくてはならない．均衡総生産量を $Q^*(\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^n q_k^*(\mathbf{x})$ と書き，生産者 i の固定費用控除前の均衡利潤を $\pi_i^*(\mathbf{x}) = P(Q^*(\mathbf{x}))q_i^*(\mathbf{x}) - C(q_i^*(\mathbf{x}), \mathbf{x}_i) + C(0, \mathbf{x}_i)$ と書く．

---

6)　注 4) でも述べたように，収入の厳密な差分減少性より，最適反応関数が厳密に減少であることが導ける．ゆえに，Selten の不動点定理を用いることができて均衡が存在する．より詳しい解説については Vives [8] の 2.3.2 節と 4.1 節を見るとよい．クールノー．モデルが非対称費用の下で均衡を持つための条件について，分かり易く十分に一般的な説明が与えられている．

3 比較静学と単調性

この節では，費用パラメータの変化について均衡値の比較静学の結果を述べつつ，その結果が単調になるために応用上有用な十分条件を与える．このために，2 つの異なるパラメータ $\mathbf{x}^0 = (\mathbf{x}_1^0, \ldots, \mathbf{x}_n^0) \in \mathbb{R}^{m \times n}$ と $\mathbf{x}^1 = (\mathbf{x}_1^1, \ldots, \mathbf{x}_n^1) \in \mathbb{R}^{m \times n}$ を任意にとる．以下の 3 つの命題はクールノー均衡についてもっともらしく扱い易い性質を与えてくれる．命題 1 は，いくらかの生産者の限界費用が（厳密に）上昇するとき，総生産量は（厳密に）減少することを意味し，命題 2 と命題 3 は，ある生産者の限界費用が（厳密に）上昇するとき，(i) その生産者自身の生産量と利潤は（厳密に）減少し，かつ (ii) ライバル企業の生産量と利潤は（厳密に）増加することを意味する．

第一に，総生産量の変化に関する結果である．命題の前半は不変も含めて単調変化する条件，さらに，後半は厳密に単調変化する条件を与える．

命題 1 $\mathbf{x}^0 < \mathbf{x}^1$ とする[7)]．もし $\forall i,\ C'(q_i^*(\mathbf{x}^1); \mathbf{x}_i^0) \leq C'(q_i^*(\mathbf{x}^1); \mathbf{x}_i^1)$ ならば，$Q^*(\mathbf{x}^0) \geq Q^*(\mathbf{x}^1)$ となる．さらに追加的に，もし $\exists i,\ C'(q_i^*(\mathbf{x}^1); \mathbf{x}_i^0) < C'(q_i^*(\mathbf{x}^1); \mathbf{x}_i^1)$ ならば，$(q_i^*(\mathbf{x}^0), q_i^*(\mathbf{x}^1)) \neq \mathbf{0}$ のときは $Q^*(\mathbf{x}^0) > Q^*(\mathbf{x}^1)$ となる．

証明. $Q^*(\mathbf{x}^0) \leq Q^*(\mathbf{x}^1)$ かつ $\exists i \in \mathbb{N},\ q_i^*(\mathbf{x}^0) < q_i^*(\mathbf{x}^1)$ と仮定する．すると，この i について，

$$\begin{aligned} C'(q_i^*(\mathbf{x}^0); \mathbf{x}_i^0) &\geq P(Q^*(\mathbf{x}^0)) + P'(Q^*(\mathbf{x}^0))q_i^*(\mathbf{x}^0) \\ &\geq P(Q^*(\mathbf{x}^1)) + P'(Q^*(\mathbf{x}^1))q_i^*(\mathbf{x}^0) \\ &> P(Q^*(\mathbf{x}^1)) + P'(Q^*(\mathbf{x}^1))q_i^*(\mathbf{x}^1) = C'(q_i^*(\mathbf{x}^1; \mathbf{x}_i^1)) \qquad (2) \end{aligned}$$

となる．ここで, 1 番目の不等号は 1 階条件 (1) より, 2 番目の不等号は $Q^*(\mathbf{x}^0) \leq Q^*(\mathbf{x}^1)$ と $P(Q)q_i$ の（厳密な）差分減少性より，3 番目の不等号は $q_i^*(\mathbf{x}^0) < q_i^*(\mathbf{x}^1)$ と $P' < 0$ より，そして, 最後の等号は (1) と $q_i^*(\mathbf{x}^1) > q_i^*(\mathbf{x}^0) \geq 0$ から得られる．しかし，

7) ベクトル順序であるため，$\mathbf{x}_i^0 < \mathbf{x}_i^1$ であるような i は必ず存在するが，ある j については $\mathbf{x}_j^0 = \mathbf{x}_j^1$ である可能性も含むことに留意せよ．

$$C'(q_i^*(\mathbf{x}^0);\mathbf{x}_i^0) \le C'(q_i^*(\mathbf{x}^1);\mathbf{x}_i^0) \le C'(q_i^*(\mathbf{x}^1);\mathbf{x}_i^1)$$

が満たされなければならない．なぜなら，$q_i^*(\mathbf{x}^0) < q_i^*(\mathbf{x}^1)$ と C' が q_i について増加であることより 1 番目の不等式が成立し，命題の仮定より 2 番目の不等式が成立するためである．これは (2) に矛盾する．ゆえに，$Q^*(\mathbf{x}^0) > Q^*(\mathbf{x}^1)$ または $\forall i \in \mathbb{N}$, $q_i^*(\mathbf{x}^0) \ge q_i^*(\mathbf{x}^1)$ が満たされなければならない．$\forall i \in \mathbb{N}$, $q_i^*(\mathbf{x}^0) \ge q_i^*(\mathbf{x}^1)$ ならば，i について和をとると $Q^*(\mathbf{x}^0) \ge Q^*(\mathbf{x}^1)$ となる．従って，命題の前半の結論 $Q^*(\mathbf{x}^0) \ge Q^*(\mathbf{x}^1)$ が得られる．

さらに追加仮定が成立する場合に，$Q^*(\mathbf{x}^0) = Q^*(\mathbf{x}^1)$ と仮定する．仮定より $C'(q_i^*(\mathbf{x}^1);\mathbf{x}_i^0) < C'(q_i^*(\mathbf{x}^1);\mathbf{x}_i^1)$ を満たすような i をとることができる．この i について，$Q^*(\mathbf{x}^0) = Q^*(\mathbf{x}^1)$ と第 1 段落の結論より $q_i^*(\mathbf{x}^0) \ge q_i^*(\mathbf{x}^1)$ であるが，さらに $q_i^*(\mathbf{x}^0) > q_i^*(\mathbf{x}^1)$ であることが示せる．なぜなら $q_i^*(\mathbf{x}^0) = q_i^*(\mathbf{x}^1)$ と仮定すると，

$$\begin{aligned} C'(q_i^*(\mathbf{x}^0);\mathbf{x}_i^0) &= P(Q^*(\mathbf{x}^0)) + P'(Q^*(\mathbf{x}^0))q_i^*(\mathbf{x}^0) \\ &= P(Q^*(\mathbf{x}^1)) + P'(Q^*(\mathbf{x}^1))q_i^*(\mathbf{x}^1) = C'(q_i^*(\mathbf{x}^1;\mathbf{x}_i^1)) \end{aligned}$$

が得られる．ただし，ここで一階条件を等号で得るために，命題の条件 $(q_i^*(\mathbf{x}^0), q_i^*(\mathbf{x}^1)) \ne \mathbf{0}$ を用いている．この式は，$q_i^*(\mathbf{x}^0) = q_i^*(\mathbf{x}^1)$ と追加仮定より得られる $C'(q_i^*(\mathbf{x}^0);\mathbf{x}_i^0) = C'(q_i^*(\mathbf{x}^1);\mathbf{x}_i^0) < C'(q_i^*(\mathbf{x}^1);\mathbf{x}_i^1)$ に矛盾する．

前段落の $Q^*(\mathbf{x}^0) = Q^*(\mathbf{x}^1)$ の仮定と $q_i^*(\mathbf{x}^0) > q_i^*(\mathbf{x}^1)$ という結論は，$\exists j \ne i$, $q_j^*(\mathbf{x}^0) < q_j^*(\mathbf{x}^1)$ を示唆する．よって，(2) 式と同様に，この j について，

$$\begin{aligned} C'(q_j^*(\mathbf{x}^0);\mathbf{x}_j^0) &\ge P(Q^*(\mathbf{x}^0)) + P'(Q^*(\mathbf{x}^0))q_j^*(\mathbf{x}^0) \\ &= P(Q^*(\mathbf{x}^1)) + P'(Q^*(\mathbf{x}^1))q_j^*(\mathbf{x}^0) \\ &> P(Q^*(\mathbf{x}^1)) + P'(Q^*(\mathbf{x}^1))q_j^*(\mathbf{x}^1) = C'(q_j^*(\mathbf{x}^1);\mathbf{x}_j^1) \end{aligned}$$

が得られる．しかし，これも第 1 段落と同様に得られる $C'(q_j^*(\mathbf{x}^0);\mathbf{x}_j^0) \le C(q_j^*(\mathbf{x}^1);\mathbf{x}_j^1)$ に矛盾する．従って，追加仮定の下で厳密な不等号 $Q^*(\mathbf{x}^0) > Q^*(\mathbf{x}^1)$ が成立する．　**証明終**

第二に，各企業の生産量変化に関する結果である．各企業の値については，費用パラメーターが変化する当該企業と，自社の費用構造は変化しないがその変化の影響を受ける他企業とで結果が分かれる．(i) は前者についての結果であり，(ii) は後者についての結果である．また，命題の前半は不変も含めて単調変化する条件，さらに，後半は厳密に単調変化する条件を与える．

命題 2 *$\exists i,\ \mathbf{x}_i^0 < \mathbf{x}_i^1$ かつ $\forall j \neq i,\ \mathbf{x}_j^0 = \mathbf{x}_j^1$ とする．もし $C'(q_i^*(\mathbf{x}^1);\mathbf{x}_i^0) \leq C'(q_i^*(\mathbf{x}^1);\mathbf{x}_i^1)$ ならば，(i) $q_i^*(\mathbf{x}^0) \geq q_i^*(\mathbf{x}^1)$ かつ (ii) $\forall j \neq i,\ q_j^*(\mathbf{x}^0) \leq q_j^*(\mathbf{x}^1)$ となる．さらに追加的に，もし $C'(q_i^*(\mathbf{x}^1);\mathbf{x}_i^0) < C'(q_i^*(\mathbf{x}^1);\mathbf{x}_i^1)$ ならば，(i) $(q_i^*(\mathbf{x}^0), q_i^*(\mathbf{x}^1)) \neq \mathbf{0}$ のときは，$q_i^*(\mathbf{x}^0) > q_i^*(\mathbf{x}^1)$ となり，かつ (ii) $(q_i^*(\mathbf{x}^0), q_i^*(\mathbf{x}^1)) \neq \mathbf{0}$ かつ $(q_j^*(\mathbf{x}^0), q_j^*(\mathbf{x}^1)) \neq \mathbf{0}$ のときは，$\forall j \neq i,\ q_j^*(\mathbf{x}^0) < q_j^*(\mathbf{x}^1)$ となる．*

証明．$\mathbf{x}_i^0 < \mathbf{x}_i^1$ かつ $\forall j \neq i, \mathbf{x}_j^0 = \mathbf{x}_j^1$ とする．以下 (ii) を先に証明し，次いで (i) を証明する．追加仮定を加えた厳密な不等号の証明は，括弧内で注記する．

(ii) $q_j^*(\mathbf{x}^0) > q_j^*(\mathbf{x}^1)$（$q_j^*(\mathbf{x}^0) \geq q_j^*(\mathbf{x}^1)$）と仮定する．すると，命題 1 の証明における (2) 式と同様に，この仮定と命題 1 より得られる $Q^*(\mathbf{x}^0) \geq Q^*(\mathbf{x}^1)$（命題 1 と追加条件 $(q_i^*(\mathbf{x}^0), q_i^*(\mathbf{x}^1)) \neq \mathbf{0}$ より得られる $Q^*(\mathbf{x}^0) > Q^*(\mathbf{x}^1)$）は，

$$
\begin{aligned}
C'(q_j^*(\mathbf{x}^0);\mathbf{x}_j^0) &= P(Q^*(\mathbf{x}^0)) + P'(Q^*(\mathbf{x}^0))q_j^*(\mathbf{x}^0) \\
&\leq (<) P(Q^*(\mathbf{x}^1)) + P'(Q^*(\mathbf{x}^1))q_j^*(\mathbf{x}^0) \\
&< (\leq) P(Q^*(\mathbf{x}^1)) + P'(Q^*(\mathbf{x}^1))q_j^*(\mathbf{x}^1) \leq C'(q_j^*(\mathbf{x}^1);\mathbf{x}_j^1)
\end{aligned}
$$

を示唆する (厳密な不等号の証明では，$q_j^*(\mathbf{x}^0) \geq q_j^*(\mathbf{x}^1)$ と追加条件 $(q_j^*(\mathbf{x}^0), q_j^*(\mathbf{x}^1)) \neq \mathbf{0}$ より最初の 1 階条件の等号が成立する)．しかし，$q_j^*(\mathbf{x}^0) \geq q_j^*(\mathbf{x}^1)$ と C' が q_j について増加であることと $\mathbf{x}_j^0 = \mathbf{x}_j^1$ より，$C'(q_j^*(\mathbf{x}^0);\mathbf{x}_j^0) \geq C'(q_j^*(\mathbf{x}^1);\mathbf{x}_j^0) = C'(q_j^*(\mathbf{x}^1);\mathbf{x}_j^1)$ が満たされなければならず，矛盾である．従って，$q_j^*(\mathbf{x}^0) \leq q_j^*(\mathbf{x}^1)$（$q_j^*(\mathbf{x}^0) < q_j^*(\mathbf{x}^1)$）が得られる．

(i) 命題 1 より $Q^*(\mathbf{x}^0) \geq Q^*(\mathbf{x}^1)$ であり，かつ (ii) より $\forall j \neq i, q_j^*(\mathbf{x}^0) \leq q_j^*(\mathbf{x}^1)$ であるため，明らかに $q_i^*(\mathbf{x}^0) \geq q_i^*(\mathbf{x}^1)$ が得られる．(厳密な不等号の

証明では，命題 1 と追加条件 $(q_i^*(\mathbf{x}^0), q_i^*(\mathbf{x}^1)) \neq \mathbf{0}$ より，$Q^*(\mathbf{x}^0) > Q^*(\mathbf{x}^1)$ であり，これと (ii) より得られる $\forall j \neq i,\ q_j^*(\mathbf{x}^0) \leq q_j^*(\mathbf{x}^1)$ を合わせると，$q_i^*(\mathbf{x}^0) > q_i^*(\mathbf{x}^1)$ が得られる[8)]．）　**証明終**

第三に，各企業の（固定費用以外の）利潤変化に関する結果である．先と同様に，(i) は費用パラメーターが変化する当該企業についての結果であり，(ii) はその他の企業の結果である．また，命題の前半は不変も含めて単調変化する条件，さらに，後半は厳密に単調変化する条件を与える．

命題 3 $\exists i,\ \mathbf{x}_i^0 < \mathbf{x}_i^1$ かつ $\forall j \neq i,\ \mathbf{x}_j^0 = \mathbf{x}_j^1$ とする．もし $\forall q_i \in (0, q_i^*(\mathbf{x}^1)]$, $C'(q_i; \mathbf{x}_i^0) \leq C'(q_i; \mathbf{x}_i^1)$ ならば，*(i)* $\pi_i^*(\mathbf{x}^0) \geq \pi_i^*(\mathbf{x}^1)$ かつ *(ii)* $\forall j \neq i$, $\pi_j^*(\mathbf{x}^0) \leq \pi_j^*(\mathbf{x}^1)$ となる．さらに追加的に，もし $C'(q_i^*(\mathbf{x}^1); \mathbf{x}_i^0) < C'(q_i^*(\mathbf{x}^1); \mathbf{x}_i^1)$ ならば，*(i)* $(q_i^*(\mathbf{x}^0), q_i^*(\mathbf{x}^1)) \neq \mathbf{0}$ のときは，$\pi_i^*(\mathbf{x}^0) > \pi_i^*(\mathbf{x}^1)$ となり，かつ *(ii)* $(q_i^*(\mathbf{x}^0), q_i^*(\mathbf{x}^1)) \neq \mathbf{0}$ かつ $(q_j^*(\mathbf{x}^0), q_j^*(\mathbf{x}^1)) \neq \mathbf{0}$ のときは，$\forall j \neq i$, $\pi_j^*(\mathbf{x}^0) < \pi_j^*(\mathbf{x}^1)$ となる．

証明． $\mathbf{x}_i^0 < \mathbf{x}_i^1$ かつ $\forall j \neq i,\ \mathbf{x}_j^0 = \mathbf{x}_j^1$ とする．

(i) 最初に $q_i^*(\mathbf{x}^0) = 0$ の場合を考える．この場合，命題 2(i) より $q_i^*(\mathbf{x}^1) \leq q_i^*(\mathbf{x}^0) = 0$ であるため，明らかに $\pi_i^*(\mathbf{x}^0) = \pi_i^*(\mathbf{x}^1) = 0$ となる．よって，題意の結果 $\pi_i^*(\mathbf{x}^0) \geq \pi_i^*(\mathbf{x}^1)$ は満たされる．上記のように $q_i^*(\mathbf{x}^0) = 0$ の場合は $q_i^*(\mathbf{x}^1) = 0$ も成立するため，厳密な不等式の証明では，追加条件 $(q_i^*(\mathbf{x}^0), q_i^*(\mathbf{x}^1)) \neq \mathbf{0}$ がこの場合を常に排除する．従って，残りの証明は $q_i^*(\mathbf{x}^0) > 0$ のケースに焦点をあてて進めることができる．

収入を $R(q_i, \sum_{j \neq i} q_j) = P(q_i + \sum_{j \neq i} q_j) q_i$ のように書く．命題の仮定より $C'(q_i; \mathbf{x}_i^0) \leq C'(q_i; \mathbf{x}_i^1)$ がすべての $q_i \in (0, q_i^*(\mathbf{x}^1)]$ について満たされるので，

8)　ここで用いた (ii) の結果は厳密な不等号でなくてよいので，追加条件 $(q_j^*(\mathbf{x}^0), q_j^*(\mathbf{x}^1)) \neq \mathbf{0}$ は使っていないことに留意せよ．

$$\pi_i^*(\mathbf{x}^1) = R(q_i^*(\mathbf{x}^1), \sum_{j\neq i} q_j^*(\mathbf{x}^1)) - C(q_i^*(\mathbf{x}^1), \mathbf{x}^1)$$
$$= \int_0^{q_i^*(\mathbf{x}^1)} \frac{\partial}{\partial q_i}\left[R(q, \sum_{j\neq i} q_j^*(\mathbf{x}^1)) - C(q, \mathbf{x}_i^1)\right] dq$$
$$\leq \int_0^{q_i^*(\mathbf{x}^1)} \frac{\partial}{\partial q_i}\left[R(q, \sum_{j\neq i} q_j^*(\mathbf{x}^1)) - C(q, \mathbf{x}_i^0)\right] dq$$

を得る．収入 R は (q_i, q_j) について厳密に差分減少性を持つので, $\partial R/\partial q_i$ は $\sum_{j\neq i} q_j$ について厳密に減少である．よって，命題 2(ii) より $\sum_{j\neq i} q_j^*(\mathbf{x}^0) \leq \sum_{j\neq i} q_j^*(\mathbf{x}^1)$ であることを用いると，

$$\pi_i^*(\mathbf{x}^1) \leq \int_0^{q_i^*(\mathbf{x}^1)} \frac{\partial}{\partial q_i}\left[R(q, \sum_{j\neq i} q_j^*(\mathbf{x}^0)) - C(q, \mathbf{x}_i^0)\right] dq$$

となる．さらに，限界収入 $\partial R/\partial q_i$ が q_i について厳密に減少であることが次のように示される．$q_i' < q_i''$ について，

$$\frac{\partial R}{\partial q_i}(q_i', \sum_{j\neq i} q_j) > \frac{\partial R}{\partial q_i}(q_i', \sum_{j\neq i} q_j + (q_i'' - q_i')) = P(q_i'' + \sum_{j\neq i} q_j) + P'(q_i'' + \sum_{j\neq i} q_j) q_i'$$
$$> P(q_i'' + \sum_{j\neq i} q_j) + P'(q_i'' + \sum_{j\neq i} q_j) q_i'' = \frac{\partial R}{\partial q_i}(q_i'', \sum_{j\neq i} q_j).$$

ここで，最初の不等号は R が (q_i, q_j) について厳密な差分減少性を持つことと $q_i'' - q_i' > 0$ より，2 番目の不等号は $P' < 0$ と $q_i' < q_i''$ から得られる．従って，$q_i^*(\mathbf{x}^0) > 0$ である限り，すべての $q \in [0, q_i^*(\mathbf{x}^0)]$ について，1 階条件 (1) より $\partial[R(q, \sum_{j\neq i} q_j^*(\mathbf{x}^0)) - C(q, \mathbf{x}_i^0)]/\partial q_i \geq 0$ が満たされる（$q = q_i^*(\mathbf{x}^0)$ のとき等号成立）．ゆえに，命題 2(i) より得られる $q_i^*(\mathbf{x}^0) \geq q_i^*(\mathbf{x}^1)$（厳密な不等号のケースでは $q_i^*(\mathbf{x}^0) > q_i^*(\mathbf{x}^1)$）は，

$$\pi_i^*(\mathbf{x}^1) \leq (<) \int_0^{q_i^*(\mathbf{x}^0)} \frac{\partial}{\partial q_i}\left[R(q, \sum_{j\neq i} q_j^*(\mathbf{x}^0)) - C(q, \mathbf{x}_i^0)\right] dq = \pi_i^*(\mathbf{x}^0)$$

を示唆する（括弧内の不等号は厳密な不等号の証明）．

(ii) 題意の結果 $\pi_j^*(\mathbf{x}^0) < \pi_j^*(\mathbf{x}^1)$ は，$\mathbf{x}^1$ のときは $\mathbf{x}^0$ のときに比べて，命題 1 より均衡価格が $P(Q^*(\mathbf{x}^0)) \leq P(Q^*(\mathbf{x}^1))$ となって上昇すること，命題 2(ii) より企業 j の均衡生産量が $q_j^*(\mathbf{x}^0) \leq q_j^*(\mathbf{x}^1)$ となって上昇すること，そして企

業 j の費用関数は $\mathbf{x}_j^0 = \mathbf{x}_j^1$ より不変であることより明らかである．厳密な不等号の証明についても同様である．**証明終**

これらの命題に見られるように，限界費用の変化に関する条件が比較静学の結果の単調性を保証する．命題中の条件をすべて包括する捉えやすい十分条件は，費用変化を起こす企業について，$C(q_i; \mathbf{x}_i)$ が大域的に $[0, \bar{Q}] \times \mathbb{R}^m$ 上で $(q_i, \mathbf{x}_i)$ について差分増加性を持つこと，すなわち，1 階微分可能性の下では，すべての $q_i \in [0, \bar{Q}]$ に対して大域的に限界費用 $C'(q_i; \mathbf{x}_i)$ が $\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^m$ について増加であることである．もし複占で企業数が $n = 2$ であるならば，本稿のクールノー・モデルはスーパーモジュラー・ゲームと解釈することができ，このとき，第 1 節でも述べたようにモジュラリティを利用した単調比較静学の分野では，差分増加（減少）性の概念が比較静学の単調性を保証する条件としてよく知られている．しかし，企業数が一般に $n > 2$ だと，数量競争で戦略的代替であるクールノー・モデルはもはやスーパーモジュラー・ゲームではなくなってしまい，容易には同分野の単調比較静学の結果を応用できなくなる．本稿の比較静学の結果は，クールノー・モデルがもはや直接的にはスーパーモジュラー・ゲームと解釈できない一般の企業数の場合でも，応用上十分に一般的でかつ均衡が存在するクラスで，費用変化に関して差分増加性が単調比較静学の十分条件となる扱い易いモデルを提示しており，有益であろうと考える(次節にいくつかの有益な応用例を提示する)．

特記 1　命題 2 と命題 3 では，ある生産者 i について $\mathbf{x}_i^0 < \mathbf{x}_i^1$ であり，他の生産者については $\forall j \neq i$, $\mathbf{x}_j^0 = \mathbf{x}_j^1$ となる 2 つの順序付けられたベクトル $\mathbf{x}^0 < \mathbf{x}^1$ が考えられている．言い換えると，単一の企業だけがの費用構造変化する状況を直接的には記述している．しかし，複数企業の費用構造変化についても，費用構造変化のないライバル企業に関する影響については，命題の (ii) の結果を繰り返し用いることにより扱える．具体的には 4.2 節に例を挙げる．

特記 2　我々の命題では単調比較静学の鍵となる費用の差分増加性は，大域的に満たされなくても十分である．より具体的には，命題 3 の (i) を除けば，限界費用が高いほうの均衡生産量 $q_i^*(\mathbf{x}^1)$ において差分増加性が満たされれば十分である．一般的な単調比較静学では大域的な差分増加性が要求されるが，本稿のモデルでは（応用上は無害と考えられる）ある程度の凸性を組み合わせてモデルのクラスを絞る代わりに，十分条件の局所化を実現している．この十分条件の一般化は，4.3 節に見られるように，差分増加性が大域的ではない状況に分析の応用範囲を広げる重要なものである．

特記 3　我々の命題では比較静学をするのに，陰関数数定理を用いるときのように内点解を要求はしていない．特に厳密な変化が起こるときには端点解から内点解もしくはその逆の変化も考えられるが，$(q_i^*(\mathbf{x}^0), q_i^*(\mathbf{x}^1)) \neq \mathbf{0}$ や $(q_j^*(\mathbf{x}^0), q_j^*(\mathbf{x}^1)) \neq \mathbf{0}$ の追加条件は，変化先のどちらか一方が内点であれば満たされ，これらの変化を許容する[9)]．このことが重要な役割を担う例としては，参入・退出に関する 4.4 節を見よ．

4　応用例

本節では，前節に得られた単調比較静学の結果を，特に技術の変化の文脈に着目しつつ，様々な費用構造の変化に具体的に応用し，その有用性を示したい．

4.1　技術革新

第 2 節の例 1 で定式化した技術革新を前節の命題に当てはめてみよう．パラメーターは $\mathbf{x}_i = d_i$ であり，技術革新後の値が $\mathbf{x}^0$ で技術革新前の値が $\mathbf{x}^1$ であるとする．$\exists i,\, \mathbf{x}_i^0 = 0 < \mathbf{x}_i^1 = 1$ かつ $\forall j \neq i,\, \mathbf{x}_j^0 = \mathbf{x}_j^1$ とすると，限界費用削減型の技術革新 $\forall q_i,\, C'(q_i; 0) = c_0'(q_i) \leq C'(q_i; 1) = c_1'(q_i)$ を仮定しているので，差分増加性は大域的に満たされ限界費用に関する十分条件はすべての命題で満たされる．ゆえに，命題 1-3 より，ただちに以下を得る．

9)　変化先のどちらもが端点解であれば，均衡生産量は 0 で不変であり厳密な変化は起こらない．追加条件はこの明らかなケースを排除しているに過ぎない．

系 1 ある生産者が限界費用削減型の技術革新を行うと，総生産量は増加し，当該の生産者の生産量と利潤は上昇し，他の生産者各々の生産量と利潤は減少する．

応用研究では線形（限界費用一定）の費用関数をしばしば仮定するが，この一つの理由は技術革新による均衡値変化が単調になるため分析が容易であるためである．本稿では一般化した（限界費用逓増の）費用関数の下でも結果の単調性が保たれる扱いやすい枠組みを与えているため，多くの分析を拡張することに役立つであろう．

4.2　技術導入

第 2 節の例 1 での定式化に沿って，ある市場に新技術が紹介されていくつかの企業がその技術を導入したときの効果を考えよう．パラメーターは $\mathbf{x}_i = d_i$ であり，技術導入後の値が $\mathbf{x}^0$ で技術導入前の値が $\mathbf{x}^1$ であるとする．説明の簡単化のために，一般性を失うことなく企業 $1, 2, \ldots n'$ が新技術を導入したとすると，$i = 1, \ldots, n'$ について $\mathbf{x}_i^0 = 0$ かつ $j = n'+1, \ldots, n$ について $\mathbf{x}_j^0 = 1$ であり，$i = 1, \ldots, n$ について $\mathbf{x}_i^1 = 1$ と表される．技術革新のときと同様に限界費用の差分増加性は大域的に満たされるが，ここでは複数の生産者のパラメーター変化を考えている．命題 1 は複数の生産者のパラメーター変化を許容しているので，総生産量の変化 $Q^*(\mathbf{x}^0) \geq Q^*(\mathbf{x}^1)$ が直ちに得られる．一方，個々の企業の生産量については，命題 2 は直接的には単一の生産者のパラメーター変化しか許容していない．しかし命題 2 を繰り返し用いることによって $j = n'+1, \ldots, n$ について，$q_j^*(\mathbf{x}^0) \leq q_j^*(\mathbf{x}^1)$ を示すことができる．具体的には，仮想的に次のような逐次変化を考える：

$$
\begin{aligned}
\mathbf{x}^0 &= (0, 0, \ldots, 0, 0, 1, \ldots, 1) \\
\mathbf{x}^{0(1)} &= (0, 0, \ldots, 0, 1, 1, \ldots, 1) \\
\mathbf{x}^{0(2)} &= (0, 0, \ldots, 1, 1, 1, \ldots, 1) \\
&\vdots \\
\mathbf{x}^{0(n'-1)} &= (0, 1, \ldots, 1, 1, 1, \ldots, 1) \\
\mathbf{x}^1 &= (1, 1, \ldots, 1, 1, 1, \ldots, 1)
\end{aligned}
$$

これら単一のパラメータの変化に命題 2 を n' 回繰り返して適用すると, $q_j^*(\mathbf{x}^0) \leq q_j^*(\mathbf{x}^{0(1)}) \leq q_j^*(\mathbf{x}^{0(2)}) \leq \cdots \leq q_j^*(\mathbf{x}^{0(n'-1)}) \leq q_j^*(\mathbf{x}^1)$ が得られ，結果の単調性が拡張できる．命題 3 についても同様の繰り返し適用が可能であるため，以下が得られる．

系 2 いくつかの生産者が新技術を導入すると，新技術の紹介前に比べて，総生産量は増加し，新技術未導入の生産者各々の生産量と利潤は減少する．

なお，上記の生産量変化の結果，新技術を導入した生産者の合計生産量は増加する．従って，対称均衡に注目すると新技術を導入した生産者各々の生産量も増加する[10)]．

4.3 技術選択

第 2 節の例 2 で挙げられた，少量・大量生産用の技術選択の効果を考えよう．技術選択変更後のパラメーターが $\mathbf{x}^0$ で，技術選択変更前のパラメーターが $\mathbf{x}^1$ であるとする．2 つの技術は生産量 k を境として限界費用の優劣が入れ替わるため，大域的には費用の差分増加性を持つとも差分減少性を持つとも断定できない．しかし，本稿の命題を用いれば局所的な差分増加性でも比較静学が可能である．例えば，いまある企業 i が大量生産用技術 c_H を用いているのに，均衡生産量が少量生産 $q_i^*(\mathbf{x}^1) < k$ であったとしよう（ただし，生産量はゼロではない）．そこで，少量生産用技術 c_L に技術選択を変更したとする．この変化を $C(q_i;0) = c_L(q_i)$, $C(q_i;1) = c_H(q_i)$ とパラメーターの値を定義して記述すれば，選択変更前のパラメーターは定義より $\mathbf{x}_i^1 = 1$ であり，変更後は $\mathbf{x}_i^0 = 0$ である．さらに $q_i^*(\mathbf{x}^1) < k$ と技術の定義より，$C'(q_i^*(\mathbf{x}^1);\mathbf{x}_i^0) = c_L'(q_i^*(\mathbf{x}^1)) < C'(q_i^*(\mathbf{x}^1);\mathbf{x}_i^1) = c_H'(q_i^*(\mathbf{x}^1))$ であり，命題 3 の (i) 以外の全ての命題について，所望の局所的な差分増加性を満たす．加えて，同じく $q_i^*(\mathbf{x}^1) < k$ と技術の定義より，$\forall q_i \in (0, q_i^*(\mathbf{x}^1)]$,

10) ただし，この単調性については非対称な状況でも言える一般的な結果ではないことに留意が必要である．例えば，2 企業の限界費用が同時に低下したとき，一方の低下の度合いがもう一方をはるかに凌いでいれば，後者の限界費用は低下したのにもかかわらず，前者との競争の効果によって，均衡生産量が減少する可能性があることは容易に想像がつく．

$C'(q_i;\mathbf{x}_i^0)=c_L'(q_i)\le C'(q_i;\mathbf{x}_i^1)=c_H'(q_i)$ であるため，命題 3 の (i) の十分条件も満たす．従って，以下を得る．

系 3 大量生産用技術を用いて少量生産をしていたある生産者が，少量生産用技術に変更すると，総生産量は厳密に増加し，当該の生産者の生産量と利潤は厳密に上昇し，他の生産者各々の生産量と利潤は厳密に減少する．

逆に，ある企業が少量生産用技術 c_L を用いているのに，均衡生産量が大量生産 $q_i^*(\mathbf{x}^1)>k$ であったため，大量生産用技術 c_H に技術選択を変更するという状況を考える．すると，$C(q_i;1)=c_L(q_i), C(q_i;0)=c_H(q_i)$ とパラメーターの値を再定義して記述すれば，利潤に関する命題 3 の (i) 以外の全ての命題について，同様に単調比較静学が可能である．ただし，命題 3 の (i) に関しては例外で，当該企業の利潤が上昇するためには追加的な条件が別途必要である．大量生産を実現するために犠牲にした，つまり少量生産用技術を利用したら不要であったであろう費用があるためで，生産量の増加が保証される程度では利潤の増加は必ずしも実現できないことを如実に物語っている．

4.4　新規参入・企業数の変化

新規参入や参入企業数変化の効果は，費用変化では表せない別種類の比較静学のように見えるかもしれないが，我々の命題はこれも包括できる．パラメーターを $\mathbf{x}_i=(x_{i1},\mathbf{x}_{i2})\in\{0,1\}\times\mathbb{R}^{m-1}$ として，$C(q_i;0,\mathbf{x}_{i2})$ を企業 $i=1,\cdots,n$ の費用関数とする．$\mathbf{x}_{i2}\in\mathbb{R}^{m-1}$ は企業間の費用差を表す様々なパラメーターである．$C(q_i;1,\mathbf{x}_{i2})$ は，どのような $\mathbf{x}_{i2}$ の値に対しても[11)]，決して生産をしないような禁止的に高い限界費用を持ち，かつ $C(0;1,\mathbf{x}_{i2})=0$（固定費用がゼロ）となるような仮想的な費用関数とする．すると，$\mathbf{x}_i^0=(0,\mathbf{x}_{i2})$ のとき企業 i は参入しており，$\mathbf{x}_i^1=(1,\mathbf{x}_{i2})$ のとき必ず $q_i^*(\mathbf{x}^1)=0$ でかつ利潤ゼロとなって企業 i は参入していないことを表せる．ある企業 i のパラメーターが $\mathbf{x}_i^1$ から $\mathbf{x}_i^0$ に代わることは，この企業が参入して企業数が 1 社増えることを意味し，定義された $\mathbf{x}_i^0<\mathbf{x}_i^1$ に対して $C'(q_i;\mathbf{x}_i^0)<C'(q_i;\mathbf{x}_i^1)$ が大域的に成

11）$\mathbf{x}_{i2}$ には依存しない関数 $C(q_i;1,\mathbf{x}_{i2})=C(q_i;1,\mathbf{0})$ で想定するのが最も簡便である．

り立つので[12)]，全ての命題の差分増加性を満たせる．留意すべきは，本稿の命題はさらに $(q_i^*(\mathbf{x}^0), q_i^*(\mathbf{x}^1)) \neq \mathbf{0}$ であれば厳密な不等号を保証するので，端点 $q_i^*(\mathbf{x}^1) = 0$ から内点 $q_i^*(\mathbf{x}^0) > 0$ への変化を比較静学できる．$q_i^*(\mathbf{x}^0) > 0$ は参入企業が厳密に正の生産量で操業するというまさに厳密な意味での「新規参入・企業数増加」を表しており，他生産者 $j \neq i$ についても $q_j^*(\mathbf{x}^1) > 0$，つまり新規参入が起こる前には「参入企業数」に数えられる厳密に正の生産量で操業する企業であるとすると，$(q_j^*(\mathbf{x}^0), q_j^*(\mathbf{x}^1)) \neq \mathbf{0}$ も満たされる．以上より，命題 1-3 は次の結論を導く．

系 4 ある生産者が新規参入をすると，（新規参入企業が参入後に，既存企業が参入前に厳密に正の生産をするのであれば,）総生産量は（厳密に）増加し，新規参入者の生産量と利潤は（厳密に）上昇し，既存生産者各々の生産量と利潤は（厳密に）減少する．

この系で，新規参入者の結果については，参入前は生産せずに利潤ゼロであるので，定義上明らかなことを意味している．既存生産者の結果については，新規参入によって退出させられて参入後に生産量がゼロとなる場合も含んでいる．また，4.2 節で行ったのと同様に，この結果を繰り返し用いると，複数の新規参入が同時にあった場合に拡張でき，冒頭を「いくつかの生産者が新規参入をすると」に書き換えられる[13)]．もし，全ての企業の費用関数が等しく（$\mathbf{x}_{i2}$ がすべての i について等しく）対称均衡ならば，上記の系は「市場の参入企業数が増加すると，総生産量は厳密に増加し，各々の企業の生産量と利潤は厳密に減少する」という良く知られた企業数についての比較静学の結果となる．つまり上記の系は，各生産者の費用が異なる場合を許容して非対称均衡も考えた場合への，この結果の拡張である．

12) $C'(q_i; \mathbf{x}_i^1)$ は禁止的に高い限界費用なのでこのように作れる．

13) この場合，新規参入者の結果についても前述のように定義上明らかなのでそのまま成立し，新規参入者各々の生産量と利潤は（厳密に）上昇する．

4.5　特許ライセンス

第 2 節の例 3 で定式化した特許ライセンスにおける，ライセンス企業数 d_i やライセンス料 (r, f) の変化に関する比較静学は，ここまでに挙げた例で紹介した適用手法の総合的な応用例となる．紙面の都合上，本稿では具体的な解説は行わないが，筆者に要求すればこの応用例を用いた論文を提供することができる[14)]．

5　結びに

本稿では，クールノー・モデルにおいて費用構造の変化に関する比較静学を行い，単調な結果を提示した．均衡の存在が保証されているクールノー・モデルの枠組みで，費用関数が（局所的に）差分増加性を持つこと，すなわち（増加後の均衡値で）限界費用が増加すること，が比較静学の単調性を保証する十分条件として働くことを確認された．本稿のクールノー・モデルの枠組みは，応用研究で利用されるものをできるだけ多く含み，応用理論研究家にとって親しみやすい形で提示することを企図しており，ここでまとめられた結果が読者にとってクールノー・モデルを応用して研究するときの一助となれば幸いである．

謝辞　本研究は土井教之先生を代表者とする科研費プロジェクトにおいて，筆者が技術革新に関する研究を進めるうえでの研究土台として調査・分析・考察され，本稿執筆を機会としてまとめられたものです．このような機会を与えて下さった土井先生に厚く御礼を申し上げるとともに，本稿が同先生の退職記念号への寄稿としてふさわしいものになることを切に願います．本研究は JSPS 科研費 23330099，15H03355 の助成を受けたものです．

14) 草稿段階のものは，Ino [3] で入手可能である．

参考文献

[1] R. Amir. Cournot Oligopoly and the Theory of Supermodular Games. *Games and Economic Behavior*, Vol. 15, No. 2, pp. 132-148, 1996.

[2] R. Bamon and J. Frayssé. Existence of cournot equilibrium in large markets. *Econometrica*, Vol. 53, No. 3, pp. 587-97, 1985.

[3] H. Ino. Fee versus royalties in general cost functions. *School of Economics, Kwansei Gakuin University, Discussion paper Series*, No. 65, 2010.

[4] P. Milgrom and J. Roberts. Rationalizability, learning, and equilibrium in games with strategic complementarities. *Econometrica*, Vol. 58, pp. 1255-1277, 1990.

[5] P. Milgrom and C. Shannon. Monotone comparative statics. *Econometrica*, pp. 157-180, 1994.

[6] W. Novshek. On the existence of cournot equilibrium. *The Review of Economic Studies*, Vol. 52, No. 1, pp. 85-98, 1985.

[7] D.M. Topkis. *Supermodularity and complementarity*. Princeton Univ Press, 1998.

[8] X. Vives. *Oligopoly pricing: old ideas and new tools*. The MIT press, 2001.