

# 中期における R&D 投資と技術変動

## R&D investment and Technology Fluctuations in the Medium Run

岡田 敏 裕

This paper examines the relationship between R&D investment and TFP (total factor productivity) in the medium run. The paper considers a two-sector version of a real business cycle model extended to include an endogenous knowledge creation. By calibrating and simulating the model for the U.S., it shows that changes in U.S. R&D investment can greatly explain U.S. medium-run TFP fluctuations.

Toshihiro Okada

JEL : E32, O30

キーワード : R&D、TFP、中期的変動

### 1 はじめに

マクロ経済学ではこれまで長期的な経済成長を扱う経済成長論と短期的な経済変動を扱う景気変動論が互いに独立して研究されてきた。成長論では Romer(1990)、Aihon and Howitt(1992)、Jonnes(1995)などに代表される内生的成長論があり、一方、景気変動論では Kydland and Prescott(1982) から始まる実物的景気循環論 (Real Business Cycle) や近年のニューケインジアンモデル (初期のニューケインジアンモデルとしては Yun(1996) など) がある (ここで言うニューケインジアンモデルは Dynamic Stochastic General Equilibrium (DSGE) モデルを意味する)。経済成長論では一般的に長期の成長を議論し、交互に繰り返される経済の停滞や上昇に関しては多くの場合議論されていない。一方、技術進歩を外生的なものとして扱う一般的な景気循環論では、2、3年周期で起きる短期的な景気変動が分析対象であるため、例えば

10 数年程度の周期の中期的な経済変動は分析対象とされてこなかった。

このようにマクロ経済の理論的分析はこれまで中期的変動にあまり重点をおいてこなかったが、近年のデータ蓄積により、経済は中期的にもかなりの程度で大きな変動が生じていることが分ってきた。例えば、先進国経済は、1960年代において急激に上昇し、1970年代中ごろから1980年中ごろにかけて大きく停滞し、1980年代後半から1990年代中ごろにかけては再度上昇している。このような中期的経済変動の重要性は、Heathcote and Perri (2003), and Kose, Otrok and Whiteman (2003), Pakko (2004), and Stock and Watson (2005)、Comin and Gertler (2006) で報告されている。

そこで本稿では、中期的変動の大きな要因と考えられる TFP の変動の要因分析を試みる。具体的には、米国の TFP の中期的変動が米国の R&D 投資の変動でどの程度説明可能であるのかを、モデルを構築し、カリブレーション・シミュレーション分析を行い定量的に分析する。本稿で構築したモデルは通常の RBC モデルに Romer(1990) の内生的成長を組み込んだモデルである。本稿の分析によると、米国の 1960 年代以降の TFP の中期的変動はかなりの程度で米国の R&D 投資の変動で説明可能であることが分った。

中期的変動を理論的に扱った重要な論文としては、Comin and Gertler (2006) がある。Comin and Gertler (2006) は R&D を基礎とする内生的技術成長を RBC モデルに組み込み、米国の中期的サイクルの分析を行った。彼らは非技術ショックが短期のみならず中期的な経済変動の大部分を説明できることを示した。モデルの枠組みは大きく異なるが、本稿の理論モデルは Comin and Gertler (2006) と同様に Romer(1990) の内生的成長モデルを RBC 組み込んだものである（本稿のモデルは彼らのものよりシンプルであり、分析が容易である）。本稿と Comin and Gertler (2006) の間の大きな違いの一つは、Comin and Gertler (2006) では TFP と R&D の関係についての分析は行われていない点である。本稿と Comin and Gertler (2006) は共に R & D と技術進歩の関係を RBC モデルに組み込んだ点でこれまでの景気循環モデルと大きな違いがあるので、R&D と TFP の関係の分析は非常に重要であると考えられ

る。<sup>1)</sup>この他に本稿と関連がある論文としては Stadler (1990) が挙げられる。Stadler (1990) も本稿や Comin and Gertler (2006) と同様に、RBC モデルにおける技術進歩を leaning-by-doing タイプの内生的技術進歩を使用し内生化する。しかしながら、Stadler (1990) の分析は短期的変動に焦点をあてたものとなっている。

以下では先ずセクション 2 でモデルの説明を行い、セクション 3 でカリブレーション手法とシミュレーション結果を示す。そして、セクション 4 でまとめと今後の課題を示す。

## 2 モデル

本稿の目的はモデルに基づいたカリブレーション・シミュレーション分析により、米国の TFP の中期的循環を米国の R&D の変動でどの程度説明可能かを明らかにすることが目的である。しかしながら、その為には R&D セクターだけを記述するモデルではなく、一般均衡モデルを構築した上でなければ R&D セクターのパラメーターを正しくカリブレートできず、そのパラメーターに基づいたシミュレーションもできない（この点に関しては次節で詳しく説明を行う）。そこで本節では、カリブレーション・シミュレーションに使用される一般均衡モデルを示す。

モデルは 2 セクター型の RBC モデルに Romer(1990) の内生的成長を組み込んだものである。2 セクターはそれぞれ最終財セクターと中間財セクターで、最終財企業は複数の中間財を使用し最終財を生産する。中間財企業は新製品を開発するために R&D 投資を行い、開発された製品に関して生産と販売に独占権を得る。本稿のモデルでは、Romer(1990) と同様に（中間）財の数（種類）の増加が経済の総生産の増加につながることになる。以下でモデルの詳細を示す。

---

1) Comin and Gertler (2006) では、TFP の変動自体は上手く説明できているが、R&D の変動に関してはデータの動きを説明できていない。つまり、モデルにおいて重要である R&D と TFP の関係にも疑問がもたれるということになる。

## 2.1 企業

### 2.1.1 最終財企業

最終財企業は中間財  $Y_t(j)$  を使用し最終財  $Y_t$  を生産する。生産関数は以下の式で示される。

$$Y_t = \left[ \int_0^{A_{t-1}} Y_t(j)^{\frac{\phi-1}{\phi}} dj \right]^{\frac{\phi}{\phi-1}}, \phi > 1 \quad (1)$$

ここで、 $A_{t-1}$  は時点  $t-1$  における中間財数 (the number of blueprints : 生産のための設計図の数) を示す。ここで注意する点は、 $A_t$  ではなく  $A_{t-1}$  が生産関数 (1) に表れている点である。これは、中間財企業は中間財アイデアを発明した後にのみ財を生産できると仮定しているからである。

利益最大化問題は以下のように設定される。

$$\max_{Y_t(j)} \left[ \int_0^{A_{t-1}} Y_t(j)^{\frac{\phi-1}{\phi}} di \right]^{\frac{\phi}{\phi-1}} - \int_0^{A_{t-1}} P_t(j) Y_t(j) dj$$

したがって、一階条件は

$$Y_t(j) = P_t(j)^{-\phi} Y_t \quad (2)$$

となる。(2) 式は中間財企業  $j$  により生産される中間財に対する需要を示す。

### 2.1.2 中間財企業：中間財生産

中間財企業  $j$  は  $\lambda_j$  ユニットの最終財を使用し新製品の生産方法 (blueprint : 生産のための設計図) を生み出すとする。現存する製品 (設計図) は次期において確率  $(1-\psi)$  で obsolete する (製品が時代遅れになり、最終財の生産に使用されなくなる) と仮定する。中間財  $j$  の発明企業は中間財  $j$  の生産と販売に関して独占権を保有するとする。製品が廃れると最終財企業はその中間財を使用しなくなるので、現在独占状態にある中間財の次期の期待利益は次期の独占的利益の  $\psi$  倍となる。中間財企業  $j$  は以下のような生産関数を持つとする。

$$Y_t(j) = G_t K_t(j)^\theta H_t(j)^{1-\theta} \quad (3)$$

$G$  は一般的技術を示し、基本的な科学知識や社会的知識を表している。なお、 $G$  は容易に社会全体に浸透し、企業ごとに違いがないと仮定する。また、 $G$  の

成長率は外生とし、 $G_{t+1}/G_t = 1 + g_G$  とする。

ここで重要な点は、一般的技術水準  $G$  は外生で R & D と関係がない点である。後ほど示すが、対照的に  $A$  は R & D によって内生的に決定される。一般的技術水準の成長率  $g_G$  は例えば、産業革命以前の技術進歩率ようなものとして捉えることが出来る。Hansen and Prescott (2002) や Parente and Prescott (2004) は産業革命以前の技術進歩率をカリブレーションしており、後ほど本稿でも彼らがカリブレーションした値を使用し、本モデルのシミュレーション分析を行う。

(2) 式で示される需要曲線に直面する中間財企業  $j$  は、価格  $P_{t+l}(j)$  を選択し以下を最大化する。

$$\begin{aligned} \sum_{l=0}^{\infty} Q_{t,t+l}^{-1} \psi^l \left[ P_{t+l}(j) (Y_{t+l} P_{t+l}(j))^{-\phi} - r_{t+l} K_{t+l}(j) - w_{t+l} H_{t+l}(j) \right] \\ \text{s.t. } Y_{t+l}(j) P_{t+l}(j)^{-\phi} = G_{t+l} K_{t+l}(j)^{\theta} H_{t+l}(j)^{1-\theta} \end{aligned} \quad (4)$$

ただし、 $Q_{t,t+l}$  は割引要因を示し、 $Q_{t,t+l} \equiv \prod_{j=1}^l (1 + r_{t+j} - \delta)$  for  $l \geq 1$ 、 $Q_{t,t+l} \equiv 1$  for  $l = 0$  である。 $r$  は資本の実質貸出価格を、 $\delta$  は資本減耗率を示す。 $Q_{t,t+l}$  に関するより詳細な説明は後ほど行う。

コスト最小化問題は以下のように表せる。

$$\begin{aligned} \min_{K_{t+l}(j), H_{t+l}(j)} r_{t+l} K_{t+l}(j) + w_{t+l} H_{t+l}(j) \\ \text{s.t. } Y_{t+l}(j) = G_{t+l} K_{t+l}(j)^{\theta} H_{t+l}(j)^{1-\theta} \end{aligned} \quad (5)$$

したがって Lagrangian は

$$\mathcal{L} = r_{t+l} K_{t+l}(j) + w_{t+l} H_{t+l}(j) - \mu_{t+l}(j) \left[ G_{t+l} K_{t+l}(j)^{\theta} H_{t+l}(j)^{1-\theta} - Y_{t+l}(j) \right]$$

となり、一階条件から

$$\frac{1 - \theta}{\theta} \frac{r_{t+l}}{w_{t+l}} = \frac{H_{t+l}(j)}{K_{t+l}(j)} \quad (6)$$

が得られる。(3) 式 と (6) 式から、以下の 2 つの式が得られる。

$$H_{t+l}(j) = \left[ \frac{1 - \theta}{\theta} \frac{r_{t+l}}{w_{t+l}} \right]^{\theta} \frac{Y_{t+l}(j)}{G_{t+l}}, \quad (7)$$

$$K_{t+l}(j) = \left[ \frac{1 - \theta}{\theta} \frac{r_{t+l}}{w_{t+l}} \right]^{\theta-1} \frac{Y_{t+l}(j)}{G_{t+l}} \quad (8)$$

(7) 式と (8) 式は労働需要と資本需要をそれぞれ示している。

総費用は  $r_t K_t(j) + w_t H_t(j)$  で示されるので、(7) 式と (8) 式を使用すると、中間財企業  $j$  のコスト関数は以下の式で与えられる。

$$\Theta_{t+l}(j) = \frac{w_{t+l}}{1-\theta} \left[ \frac{1-\theta}{\theta} \frac{r_{t+l}}{w_{t+l}} \right]^\theta \frac{Y_{t+l}(j)}{G_{t+l}} \quad (9)$$

限界費用  $MC$  は従って、

$$MC_{t+l} = \theta^{-\theta} (1-\theta)^{\theta-1} \frac{1}{G_{t+l}} r_{t+l}^\theta w_{t+l}^{1-\theta} \quad (10)$$

となる。(10) 式は  $MC$  が企業を通じて同一であることを示している。

(3) 式と (10) 式を使用すると、利益最大化問題 (4) は以下のように書き換えられる。

$$\max_{P_{t+l}(j)} \sum_{l=0}^{\infty} Q_{t,t+l}^{-1} \psi^l \left[ P_{t+l}(j)^{1-\phi} Y_{t+l} - \theta^{-\theta} (1-\theta)^{\theta-1} \frac{1}{G_{t+l}} r_{t+l}^\theta w_{t+l}^{1-\theta} P_{t+l}(j)^{-\phi} Y_{t+l} \right] \quad (11)$$

従って、一階条件から以下の式が得られる。

$$P_{t+l}(j) = \frac{\phi}{\phi-1} \theta^{-\theta} (1-\theta)^{\theta-1} \frac{1}{G_{t+l}} r_{t+l}^\theta w_{t+l}^{1-\theta} = \frac{\phi}{\phi-1} MC_{t+l} \equiv P_{t+l} \quad (12)$$

(12) 式を  $P_t(j)$  に関して (2) 式に代入すると、

$$Y_{t+l}(j) = \left( \frac{\phi}{\phi-1} MC_{t+l} \right)^{-\phi} Y_{t+l} = \left( \frac{\phi}{\phi-1} \theta^{-\theta} (1-\theta)^{\theta-1} \frac{1}{G_{t+l}} r_{t+l}^\theta w_{t+l}^{1-\theta} \right)^{-\phi} Y_{t+l} \quad (13)$$

が得られる。(12) 式と (13) 式はすべての中間財企業は同一価格  $P_{t+l}$  を課し、同一レベルの生産を行うことを示している。

(11) 式と (12) 式から、時点  $t$  における中間財企業の将来にわたる独占的利益の現在割引価値、 $\Pi_t$ 、は以下のように表せる。

$$\Pi_t = \sum_{l=0}^{\infty} Q_{t,t+l}^{-1} \psi^l Y_{t+l} MC_{t+l}^{1-\phi} \left( \frac{\phi}{\phi-1} \right)^{-\phi} \left( \frac{\phi}{\phi-1} - 1 \right) \quad (14)$$

### 2.1.3 中間財企業：R&D

中間財企業は家計から借入れをし、R&D投資を行い新製品開発（新中間財の blueprint の生産）を行う。すでに仮定したように中間財企業  $j$  は  $\lambda_j$  ユニットの最終財を使用して新製品の blueprint を生産する。 $\lambda_j$  は以下のような形を取ると仮定する。

$$\lambda_t (= \lambda_j) = dG_t^{-\beta}, \quad \beta \neq 0 \text{ and } d > 0 \quad (15)$$

$d$  は scaling パラメーターである。(15) 式は、一般的技術レベル  $G$  が R&D コストに影響を与えることを仮定している。その影響は正かもしれないし負かもしれない（つまり、 $\beta < 0$  か  $\beta > 0$ ）。一つの可能性としては、一般的技術の進歩は新しい応用技術（A）の開発を容易することが挙げられる（ $\beta > 0$ ）。もう一つは、一般的技術の進歩が新しい応用技術（A）の開発コストを上げる可能性である。これは、応用技術（A）が一般的技術（G）を基礎にしているとすると、一般的技術がより進歩し複雑になるにつれて一般的技術を基礎にしている応用技術の新たな開発はより複雑化する可能性があるためである。

企業は一単位の  $A$ （つまり、中間財の設計図）を生産するために  $\lambda$  の R&D 投資を必要とするので、(15) 式から  $A$  の動きを記述する式は、

$$A_t - A_{t-1} = \frac{1}{d} RD_{t-\tau} G_{t-\tau}^\beta - (1 - \psi) A_{t-1} \quad (16)$$

と表せる。

中間財企業は新製品を開発するとその財の生産と販売に対する独占権を得るので、R&D活動に関して以下のフリーエントリー条件が成立する。

$$Q_{t+1} \lambda_t = \Pi_{t+1} \quad (17)$$

$Q_{t+1}$  は R&D のための借入金に対するグロス金利で、 $\Pi_{t+1}$  は  $t+1$  期以降に継続して得られる独占的利益の現在割引価値である（企業は  $t$  期に R&D ための借入れをし、 $t+1$  期に家計に返済する）。

## 2.2 家計

家計  $i$  の効用最適化は以下のように表せるとする（経済には unit mass の家計が存在するとする）:

$$\sum_{t=0}^{\infty} \Gamma^t N_{t,i} \left[ \ln \frac{C_{t,i}}{N_{t,i}} + D \frac{H_{t,i}}{N_{t,i}} \right], \quad D < 0$$

s.t.

$$C_{t,i} + K_{t,i} - (1 - \delta)K_{t-1,i} + B_{t,i} \leq w_t H_{t,i} + r_t K_{t-1,i} + (1 + q_t)B_{t-1,i} + \Xi_{t,i}.$$

ただし、

$\Gamma$ : 割引要因 (a dicount factor)、

$N_i$ : 家計  $i$  に属する人数 (成長率は外生的に  $n$  とする)、

$C_i$ : 家計  $i$  の消費、

$H_i$ : 家計  $i$  の労働投入量、

$D$ :  $D \equiv \frac{\chi \ln(1 - \bar{h}_i)}{\bar{h}_i}$ 、 $\chi (> 0)$  は余暇に対する選好パラメーターで、家計  $i$  に属する労働者は時点  $t$  において  $\bar{h}$  単位の労働を確率  $\frac{H_{t,i}/N_{t,i}}{\bar{h}_i}$  で提供する契約を企業と結ぶ（詳細については Hansen (1986) の indivisible-labor モデルや McCandless (Ch.6, 2008) を参照)、

$K_i$ : 家計  $i$  の資本ストック、

$B_{t,i}$ : 家計  $i$  の中間財企業への貸出（貸出は  $t$  期に行われ  $t + 1$  期に利子分と共に返却される）で、 $\int_0^1 B_{t,i} di = B_t$ （経済の総貸出）は経済の総 R&D 投資と等しい、

$w$ : 実質賃金、

$r$ : 資本の実質貸出価格、

$\delta$ : 資本減耗率、

$q$ : 貸出金に対する実質利子率、

$\Xi_{t,i}$ : 家計  $i$  の中間財企業株式の保有による損益。



なお、中間財企業は時点  $t-1$  において家計からローンを得て、時点  $t$  においてそのローンを返却するために株式を発行すると仮定している。この仮定は、中間財企業のローン支払い額と同額の株を家計は購入するが、同時に家計は中間財企業の所有者としてローン返済額と同額の企業資産（価値）を失うことを意味する。これらの取引はお互いに相殺しあうので、上記の制約式には表れていない。なお、中間財企業の所有者として家計  $i$  には企業価値の増減が時間を通じて生じる。<sup>2)</sup> この損益は  $\Xi_{t,i}$  で表されている。

$N_0$  を  $N_0 = 1$  と標準化すると、Lagrangian は以下のように設定される。

$$\mathcal{L} = \max_{\{c_{t,i}, h_{t,i}, k_{t,i}, b_{t,i}\}} \sum_{t=0}^{\infty} \Gamma^t (1+n)^t \left[ \ln c_{t,i} + Dh_{t,i} + \mu_{t,i} \left( w_t h_{t,i} + (1+r_t - \delta) \frac{k_{t-1,i}}{(1+n)} + \frac{1+q_t}{1+n} b_{t-1,i} + \xi_{t,i} - c_{t,i} - k_{t,i} - b_{t,i} \right) \right],$$

ただし、 $c_{t,i} = C_{t,i}/N_{t,i}$ ,  $h_{t,i} = H_{t,i}/N_{t,i}$ ,  $k_{t,i} = K_{t,i}/N_{t,i}$ ,  $b_{t,i} = B_{t,i}/N_{t,i}$ ,  $\xi_{t,i} = \Xi_{t,i}/N_{t,i}$  である。上記の問題を解くと、一階の条件から以下の式が得られる。

$$\frac{1}{c_{t,i}} = -\frac{D}{w_t}, \quad (18)$$

$$\frac{1}{c_{t,i}} = \frac{1}{c_{t+1,i}} \Gamma(R_{t+1} - \delta), \quad (19)$$

$$Q_{t+1} = R_{t+1} - \delta, \quad (20)$$

$$c_{t,i} + k_{t,i} + b_{t,i} = w_t h_{t,i} + (R_t - \delta) \frac{k_{t-1,i}}{(1+n)} + \frac{Q_t b_{t-1,i}}{(1+n)} + \xi_{t,i}. \quad (21)$$

ここで、(19) 式から

$$Q_{t,t+l} = \Gamma^{-l} \frac{c_{t+l,i}}{c_{t,i}}, \quad l \geq 0, \quad (22)$$

が得られる。ただし、 $Q_{t,t+l} \equiv \prod_{j=1}^l (R_{t+j} - \delta)$  for  $l \geq 1$  で  $Q_{t,t+l} \equiv 1$  for  $l = 0$  である。(22) 式の  $Q_{t,t+l}$  は中間財企業の割引要因として使用されたものである。更に、(19) 式と (20) 式から、

$$Q_{t+1} = R_{t+1} - \delta = \Gamma^{-1} \frac{c_{t+1,i}}{c_{t,i}}.$$

が得られる。これは金融資産に対するグロス利子率を示す。

2) もしある中間財企業が時点  $t+1$  期にまだ市場に残っているのであれば、その中間財企業の企業価値の変化は  $\Pi_{t+1} - \Pi_t$  と表され、もし製品が時代遅れ (obsolete) になり市場から退出すればその中間財企業の企業価値の変化は  $-\Pi_t$  となる。

### 2.3 モデル式

財、労働、資本市場の均衡条件と、最終財企業、中間財企業、及び家計の最適化問題から得られた上述の式から、以下に示される一連の式を容易に得ることが出来る。

$$c_t = -\frac{w_t}{D}, \quad (23)$$

$$c_{t+1} = \Gamma(1 + r_{t+1} - \delta)c_t, \quad (24)$$

$$c_t + k_t + rd_t = y_t + (1 - \delta)\frac{1}{1+n}k_{t-1}, \quad (25)$$

$$\frac{1 - \theta}{\theta}r_t k_{t-1} = w_t h_t, \quad (26)$$

$$y_t = A_{t-1}^{\frac{1}{\phi-1}} G_t k_{t-1}^\theta h_t^{1-\theta}, \quad (27)$$

$$A_{t-1}^{\frac{1}{\phi-1}} = \frac{\phi}{\phi-1} \theta^{-\theta} (1-\theta)^{\theta-1} \frac{1}{G_t} r_t^\theta w_t^{1-\theta}, \quad (28)$$

$$A_t = \frac{1}{d} N_{t-\tau} r d_{t-\tau} G_{t-\tau}^\beta + \psi A_{t-1}, \quad (29)$$

$$rd_t = \frac{1+n}{1+r_{t+1}-\delta} \pi_{t+1} (A_t - \psi A_{t-1}), \quad (30)$$

$$\pi_{t+1} = \frac{1+r_{t+1}-\delta}{\psi(1+n)} \left[ \pi_t - \frac{1}{\phi} y_t A_{t-1}^{-1} \right], \quad (31)$$

ただし、 $y_t = Y_t/N_t$ ,  $rd_t = RD_t/N_t$ ,  $\pi_t = \Pi_t/N_t$  を示す。経済は上記のシステム式によって記述される。詳細な導出方法については、モデルは異なるが Braun, Okada, Sudou (2011) を参照されたい。<sup>3)</sup>

上記のシステム式において、注意を必要とする点がある。(29) 式において、 $\tau$  は R&D 投資が新製品を開発する時間的ラグを表している。R&D 投資は開発のすべての段階において必要とされえるが (つまり、 $t-1, t-2, \dots, t-\tau$ )、本稿ではモデルの単純化のためそのような設定をしていない。新製品開発にとっては初期投資が最も重要であることを考慮すると、本稿の仮定は正当化され得る。また実証的に、Braun, Okada, Sudo(2006) により長期のトレンドを除去した後の中期的な米国の R&D が中期的な米国の TFP を 3 年ほど先行することが示されている。

3) Braun, Okada and Sudou (2011) を参照されたい読者は筆者までリクエストを。

### 3 モデルカリブレーション

本論文の焦点は (29) をシミュレーションし、米国の TFP の中期的循環を米国の R&D でどの程度説明かどうかを明らかにすることであるが、その為には (29) 式のパラメーター値を求めることが必要となる。(29) 式には  $\beta$ 、 $d$ 、 $\psi$ 、 $\tau$  の 4 つのパラメーターがあるが、この節ではではまず  $\beta$  の決定方法に関する説明を行い、その後に  $\beta$ 、 $d$ 、 $\psi$ 、 $\tau$  を含めたモデルのシミュレーションに必要なパラメーターのカリブレーション手法について詳細に述べる。なお、カリブレーションとシミュレーションに使用されるデータは年次であり、サンプル期間は 1960 年から 2002 年となっている。

#### 3.1 定常状態とパラメーターカリブレーション

この副節では  $\beta$  の決定方法に関して説明する。結論から述べると、 $\beta$  の値は定常状態の制約条件を使用することで決定可能となる。

まず、(27) 式と (29) 式より、以下の式が得られる。

$$Y_t = W_t K_t^\theta (N_t h_t)^{1-\theta} \quad (32)$$

$$W_t = A_{t-1}^{\frac{1}{\phi-1}} G_t, \quad (33)$$

$$A_t = \frac{1}{d} RD_{t-\tau} G_{t-\tau}^\beta + \psi A_{t-1} \quad (34)$$

更に、 $Y_t = C_t + I_t + RD_t$  ( $I_t$  は資本への総投資) と (25) 式から、

$$Y_t = C_t + I_t + RD_t, \quad (35)$$

$$K_{t+1} = s_{k,t} Y_t + (1 - \delta) K_t, \quad (36)$$

$$RD_t = s_{rd,t} Y_t \quad (37)$$

が得られる。ただし、 $s_{k,t}$  と  $s_{rd,t}$  は資本投資率と R&D 投資率をそれぞれ表している。

(42) 式の両辺を  $K_{1,t}$  で割ると、

$$\frac{Y_t}{K_t} = W_t K_t^{\theta-1} (N_t h_t)^{1-\theta}$$

を得る。これを整理すると、

$$\left(\frac{K_t}{Y_t}\right)^{\frac{\theta}{1-\theta}} = T_t^{-\theta} K_t^\theta (N_t h_t)^{-\theta} \quad (38)$$

となる。ただし、 $T$  は

$$T_t \equiv W_t^{\frac{1}{1-\theta}}.$$

と定義する。また、(42) 式から、

$$Y_t = [T_t^{-\theta} K_t^\theta (N_t h_t)^{-\theta}] (N_t h_t) T_t$$

を得ることが出来る。この式に (38) 式を代入すると以下の式が得られる。

$$Y_t = \left(\frac{K_t}{Y_t}\right)^{\frac{\theta}{1-\theta}} (N_t h_t) T_t \quad (39)$$

(37) 式を  $RD_{1,t}$  に関して (34) 式に代入し、そこで得られた式に更に (39) 式を  $Y_t$  に関して代入すると、

$$A_t = \frac{1}{d} s_{rd,t-\tau} \left(\frac{K_{t-\tau}}{Y_{t-\tau}}\right)^{\frac{\theta}{1-\theta}} N_{t-\tau} h_{t-\tau} T_{t-\tau} G_{t-\tau}^\beta + \psi A_{t-1}$$

が与えられる。この式の両辺を  $A_{t-1}$  で割り、 $T_t = \left(A_{t-1}^{\frac{1}{\phi-1}} G_t\right)^{\frac{1}{1-\theta}}$  を使用すると、以下の式が得られる。

$$\frac{A_t}{A_{t-1}} = \frac{1}{d} s_{rd,t-\tau} \left(\frac{K_{t-\tau}}{Y_{t-\tau}}\right)^{\frac{\theta}{1-\theta}} N_{t-\tau} h_{t-\tau} G_{t-\tau}^{\frac{1+(1-\theta)\beta}{1-\theta}} A_{t-\tau-1}^{\frac{1}{(\phi-1)(1-\theta)}} A_{t-1}^{-1} + \psi \quad (40)$$

定常状態では  $\frac{K_t}{Y_t}$ ,  $s_{rd,t}$ ,  $\frac{A_t}{A_{t-1}}$ ,  $h_t$  は一定であるので、(40) から定常状態では  $N_{t-\tau} h_{t-\tau} G_{t-\tau}^{\frac{1+(1-\theta)\beta}{1-\theta}} A_{t-\tau-1}^{\frac{1}{(\phi-1)(1-\theta)}} A_{t-1}^{-1} = N_{t-\tau+1} h_{t-\tau+1} G_{t-\tau+1}^{\frac{1+(1-\theta)\beta}{1-\theta}} A_{t-\tau}^{\frac{1}{(\phi-1)(1-\theta)}} A_t^{-1}$  が成立する。ここで、 $N_t = (1+n)N_{t-1}$  と  $G_t = (1+g_G)G_{t-1}$  なので、上式は以下のように書き換えられる。

$$\frac{A_t}{A_{t-1}} \left(\frac{A_{t-\tau}}{A_{t-\tau-1}}\right)^{\frac{-1}{(\phi-1)(1-\theta)}} = (1+n)(1+g_G)^{\frac{1+(1-\theta)\beta}{1-\theta}}$$

定常状態ではこの式が成立しなければならない。従って、定常状態の  $A$  の成長率を  $g_A^*$  と定義すると、以下の式が得られる。

$$(1+g_A^*) = (1+n)^{\frac{(\phi-1)(1-\theta)}{(\phi-1)(1-\theta)-1}} (1+g_G)^{\frac{(1+(1-\theta)\beta)(\phi-1)}{(\phi-1)(1-\theta)-1}} \quad (41)$$

更に、定常状態の  $W$  の成長率を  $g_w^*$  と定義すると、(33) 式と (41) 式から、

$$(1+g_w^*) = (1+n)^{\frac{(1-\theta)}{(\phi-1)(1-\theta)-1}} (1+g_G)^{\frac{[(\phi-1)(1-\theta)-1]+1+(1-\theta)\beta}{[(\phi-1)(1-\theta)-1]}} \quad (42)$$

が得られる。この式は、Jones(1996) と同様に、経済の長期的成長率は人口成

長率と正の関係にあることを示している。上式に関して  $\log$  を取ると、

$$\ln(1 + g_W^*) = \frac{1 - \theta}{[(\phi - 1)(1 - \theta) - 1]} \ln(1 + n) + \frac{[(\phi - 1)(1 - \theta) - 1] + 1 + (1 - \theta)\beta}{[(\phi - 1)(1 - \theta) - 1]} \ln(1 + g_G)$$

が得られる。 $\beta$  に関して上式を解くと

$$\beta = \frac{[(\phi - 1)(1 - \theta) - 1]}{1 - \theta} \frac{\ln(1 + g_W^*)}{\ln(1 + g_G)} - \frac{\ln(1 + n)}{\ln(1 + g_G)} - \frac{[(\phi - 1)(1 - \theta) - 1] + 1}{1 - \theta} \quad (43)$$

となる。

後に詳細するが、(43) 式を使用して  $\beta$  をカリブレートする。なお、 $g_G$  が長期の経済成長に正の影響を与えると考えるのが妥当であるので、 $g_G$  は  $g_W^*$  と正の関係にあると仮定する。 $(\phi - 1)(1 - \theta) - 1 > 0$  とすると（後のカリブレーションで示すが、米国のマイクロデータを使用した研究による  $\phi$  の推計値を用いると、この不等号条件は成立する）、この仮定は

$$\beta > 1 - \phi \quad (44)$$

を意味する。従って、(43) 式を基にしたカリブレーションにより決定される  $\beta$  の値はこの条件を満たす必要がある。

### 3.2 カリブレーションとモデル計算（シミュレーション）

以下で、パラメーターのカリブレーションと  $A_t$  の計算方法を示す。

1.  $g_G$  の値を選択する。本稿では  $g_G = 0.0009$  を選択する。すでに述べたが、この値は Hansen and Prescott (2002) と Parente and Prescott (2004) でカリブレートされた産業革命以前の技術進歩率である。
2.  $\frac{G(0)}{W(0)}$  ( $(0)$  は初期時点を示す) を推測する。
3. (33) 式を使用し、サンプル期間の  $G_t$  と  $A_t$  を次の情報をもとに計算する： $g_G = 0.0009$  ( $G_{t+1} = (1 + g_G)G_t$ )、 $W_t$  のデータ ( $W_t$  はソロー残差)、ステップ2で推測した  $\frac{G(0)}{W(0)}$ 。ソロー残差である  $W_t$  を計算するために  $\theta$  を 0.33 に設定する。この  $\theta$  の値は米国の GNP における資本分

配率のサンプル期間における平均値である。(33) 式をベースに  $A_t$  を計算するには  $\phi$  の値も必要であるが、Rotemberg and Woodford (1999) のカリブレーション に倣い、マークアップ率  $(\frac{\phi}{1-\phi})$  が 0.2 になる値である  $\phi = 6$  を選択した ((12) 式は  $\frac{\phi}{1-\phi}$  がマークアップ率となることを示している)。

4. (34) 式を  $d$  について解き、その式を使用し、サンプル期間の  $d$  の平均値を次の情報をもとに計算する：米国の R&D データ、ステップ 3 で計算した  $A_t$  と  $G_t$  (このようにカリブレートされた  $d$  は時間を通じて極めて安定しており、上昇や下降トレンドは見られなかった)<sup>4)</sup> また、(34) 式を使用するに当たり、 $\psi = 0.85$  とし、R&D 投資とその生産における時間差を示す  $\tau$  は 3 と設定した。 $\psi = 0.82$  は  $A$  の obsolescence 率が年率 18% であることを意味するが、Mansfield, Schwartz and Wagner (1981) は 20%、Pakes and Schankerman (1984) は 25%、Caballero and Jaffe (1993) は 10% から 12% と、それぞれマイクロデータを使用した推計結果を報告している。本稿では中間的な値である 18% を選択した。また、Braun, Okada and Sudou (2006) の実証分析によると、 $\tau$  は 3 (3 年) 程度であることが報告されている。更に、 $d$  の計算のため (34) 式を使用するには、 $\beta$  の値が必要であるが、(43) 式を使用し  $\beta$  をカリブレートした。(43) 式は

$$\beta = \frac{[(\phi - 1)(1 - \theta) - 1] \ln(1 + g_W^*)}{1 - \theta} - \frac{\ln(1 + n)}{\ln(1 + g_G)} - \frac{[(\phi - 1)(1 - \theta) - 1] + 1}{1 - \theta}$$

である。上式において、 $g_{W1}^*$  をサンプル期の米国のソロー残差のトレンド成長率、 $n$  を米国の労働人口トレンド成長率として  $\beta$  を計算した。

5. (34) を使用し、サンプル期と同数分の  $A_t$  を次の情報をもとに計算する： $g_G = 0.0009$  (ステップ 1),  $G(0)$  (ステップ 2),  $A(0)$  (ステップ 2),  $d$  (ステップ 4),  $\beta$ (ステップ 4),  $\psi$ (ステップ 4)、R&D データ。

4) 米国の R&D データは総 R&D 支出を用い、データソースは National Science Foundation, “The National Patterns of R&D Resources” である。

6. (33) を使用し、サンプル期と同数分の  $W_t$  を次の情報をもとに計算する： $g_G = 0.0009$  (ステップ 1),  $G(0)$  (ステップ 2),  $A_t$  (ステップ 5)。
7. ステップ 2 から 6 を繰り返して、 $W$  のデータの平均成長率とシミュレートされた  $W$  (ステップ 5) の平均成長率の差が最小になる (収束する)  $\frac{G(0)}{W(0)}$  および  $d$  の値を得る。
8. ステップ 7 で得た  $\frac{G(0)}{W_1(0)}$ 、 $d$ 、 $g_G = 0.0009$ 、 $\beta$  (ステップ 4 を参照)、 $\psi = 0.82$ 、R&D データを使用し、(34) 式から  $A_t$  を計算する。この値がモデルによる  $A_t$  のシミュレーション値となる。
9. ステップ 7 で得た  $\frac{G(0)}{W_1(0)}$ 、 $g_G = 0.0009$ 、 $W_{1,t}$  のデータ ( $W_t$  はソロー残差) を使用し、(33) 式から  $A_t$  を計算する。この値が  $A_t$  のデータ値となる。本稿の分析ではトレンドが除去されトレンドからの乖離率である中期的サイクルの比較を行うので、(33) 式をもとに計算され、トレンドが除去された  $A_t$  においては  $\frac{G(0)}{W_1(0)}$  や  $g_G = 0.0009$  などの情報は無関係となり、ここで得られた  $A_t$  とソロー残差の中期的変動は等しくなる。したがって、ここで得られた  $A_t$  はデータ値となる。

カリブレートされたパラメーター値は表 1 にある通りである。表 1 の  $\beta$  と

$\theta$	$\phi$	$\psi$	$g_G$	$n$	$\beta$	$d$
0.33	6	0.82	0.0009	0.0185	13.72	0.014

表 1: モデルカリブレーション

$\phi$  の値を見ると、(44) 式の条件は満たされていることが分る。

本稿の目的は TFP 中期的サイクルに焦点を当てているため、上記のカリブレーション・シミュレーションで得られたデータと現実の TFP のデータを、長期的トレンドを除去した中期的サイクルで比較する必要がある。そのため、上記の手順により最終的に得られたモデルのシミュレーションの  $A_t^{\frac{1}{\phi-1}}$  (上記ステップ 8) と実際データから計算した  $A_t^{\frac{1}{\phi-1}}$  (上記ステップ 3) にそれぞれ

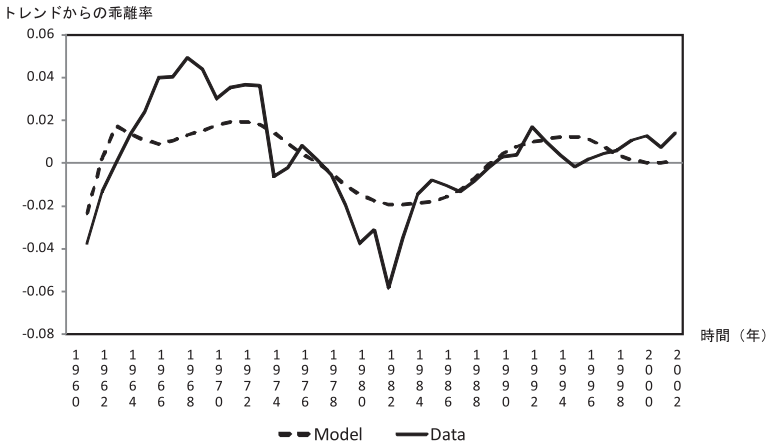


図 1: 中期的 TFP 変動

フィルターをかけ、Comin and Gertler (2006) と同様に band-pass filter を用いて中期的サイクルを取りだした。フィルターリングでは、周期が 40 年以上の長期サイクルを除外し、2 年以上 40 年以下の周期をもつサイクルだけを抽出した。使用されたフィルターは Christiano and Fitzgerald (2003) の optimal band pass filter を使用した。なお、(33) 式により、TFP は  $A^{\frac{1}{\phi-1}}G$  で表されるが、 $G$  は一定の成長率の変数であるため  $A^{\frac{1}{\phi-1}}$  にフィルターをかけ長期トレンドを除去したものは  $A^{\frac{1}{\phi-1}}G$  にフィルターをかけトレンドを除去したものと等しくなる。図 1 はモデルとデータの TFP の中期的変動を示したものである。図 1 を見ると、R&D データを使用しモデルに基づきシミュレートした TFP の動きは TFP データの中期的変動を概ね上手くとらえている。モデルは 1960 年から 1970 年代中ごろまでの TFP の上昇と 1980 年代前半の落ち込み、更には 1990 年代前半の上昇を説明することに成功している。

#### 4 結び

本稿では米国の TFP の中期的変動が米国の R&D 投資の変動により、どの程度説明可能であるのかを、モデルを構築しカリブレーション・シミュレー



ション分析を行い定量的に分析した。本稿で構築したモデルは通常の RBC モデルに Romer (1990) の内生的成長モデルを組み込んだモデルである。分析によると米国の 1960 年代以降の TFP の中期的変動はかなりの程度で米国の R&D 投資の変動で説明可能であることが分った。

今後の課題を幾つか述べて結びとしたい。まず第一に、本稿では一般均衡モデルを構築したが、R&D と TFP の関係のみが分析対象であった。モデルの正当性を更に確認するためには他の変数同士の関係を分析する必要があるだろう。第二に、本稿のモデルは完全予見のモデルである。不確実性を導入すればモデルの応用性が増すであろう。例えば、不確実性と共に価格の粘着性などをモデルに導入すれば、不確実性が重要である短期的な経済変動分析にも適したモデルになり、通常の景気変動分析（短期的変動分析）に関して新たな発見ができるかもしれない。

#### 参考文献

- [1] **Aghion, Philippe and Peter Howitt.** 1992. "A Model of Growth Through Creative Destruction." *Econometrica*, 60(1): 323-351.
- [2] **Backus, David K., Patrick J. Kehoe and Finn E. Kydland.** 1995. "International Business Cycles: Theory and Evidence." In *Frontiers of Business Cycle Research*, ed. Tomas F. Cooley, 331-356. Princeton: Princeton University Press.
- [3] **Braun, R. Anton, Toshihiro Okada and Nao Sudou.** 2006. "U.S. R&D and Japanese Medium Term Cycles." Bank of Japan Working Paper Series 06-E-06.
- [4] **Braun, R. Anton, Toshihiro Okada and Nao Sudou.** 2011. "International Technology Diffusion and Macroeconomic Fluctuations." unpublished manuscript.
- [5] **Caballero, Ricardo and Adam Jaffe.** 1993. "How High are the Giants' Shoulders?" in *NBER Macroeconomics Annual*, ed. Olivier Blanchard and Stanley Fischer, 15-74. MA:MIT Press.

- [6] **Christiano, Lawrence and Terry Fitzgerald.** 2003. "The Band Pass Filter." *International Economic Review*, 44(2): 435-465.
- [7] **Comin, Diego and Mark Gertler.** 2006. "Medium Term Business Cycles." *American Economic Review*, 96(3): 523-551.
- [8] **Griffith, Rachel, Stephen Redding and John Van Reenen.** 2004. "Mapping the Two Faces of R&D: Productivity Growth in a Panel of OECD Industries." *Review of Economics and Statistics*, 86(4): 883-895.
- [9] **Hansen, Gary.** 1985. "Indivisible Labor and the Business Cycle." *Journal of Monetary Economics*, 16(3): 309-328.
- [10] **Hansen, Gary and Edward Prescott.** 2002. "Malthus to Solow." *American Economic Review*, 92(4): 1205-1217.
- [11] **Heathcote, Jonathan and Fabrizio Perri.** 2003. "Why Has the U.S. Economy Become Less Correlated with the Rest of the World?" *American Economic Review*, 93(2): 63-69.
- [12] **Jones, Charles I.** 1995. "R&D-Based Models of Endogenous Growth." *Journal of Political Economy*, 103(3): 795-784.
- [13] **Kydland, Finn E., and Edward C. Prescott.** 1982. "Time to Build and Aggregate Fluctuations." *Econometrica*, 50(4): 1345-1370.
- [14] **Kose, M. Ayhan, Christopher Otrok and Charles H. Whiteman.** 2003. "International business Cycles: World, Region, and Country-specific Factors." *American Economic Review*, 93(4): 1216-1239.
- [15] **Mansfield, Edwin, Mark Schwartz, and Samuel Wagner.** 1981. "Imitation Costs and Patents: An Empirical Study." *Economic Journal*, 91(4): 907-918.
- [16] **McCandless, George.** 2008. *The ABCs of RBCs*. Massachusetts: Harvard University Press.
- [17] **Nelson, Richard R. and Edmond S. Phelps.** 1966. "Investment in Humans, Technological Diffusion and Economic Growth." *American Economic Review*, 56(1): 69-75.
- [18] **Pakea, Ariel and Mark Schankerman.** 1984. "The Rate of Obsolescence of Patents, Research Gestation Lags and Private Rate of Return to Research Resources." In *R&D, Patents and Productivity*, ed. Zvi Griliches, 73-88. Chicago: University of Chicago Press.

- [19] **Pakko, Michael R..** 2004. "A Spectral Analysis of the Cross-country Consumption Correlation Puzzle." *Economics Letters*, 84(3): 341-347.
- [20] **Parente, Stephen and Edward Prescott.** 2004. "A Unified Theory of the Evolution of International Income Levels." Federal Reserve Bank of Minneapolis Staff Report 333.
- [21] **Romer, Paul.** 1990. "Endogenous Technological Change." *Journal of Political Economy*, 98(5): 71-102.
- [22] **Rotemberg, Julio and Michael Woodford.** 1999. "The Cyclical Behavior of Prices and Costs." In *Handbook of Macroeconomics Volume 15*, ed. John Taylor and Michael Woodford, 1051-1135. Amsterdam: Elsevier Science, North-Holland.
- [23] **Stadler, George W..** 1990."Business Cycle Models with Endogenous Technology." *American Economic Review*, 80(4): 763-778.
- [24] **Stock, James H. and Mark W. Watson.** 2005."Understanding Changes in International Business Cycle Dynamics." *Journal of the European Economic Association*, 3(5): 968-1006.
- [25] **Yun, Tack.** 1996."Nominal Price Rigidity, Money Supply Endogeneity, and Business Cycles." *Journal of Monetary Economics*, 37(2):345-370.