

## Fortalecimiento de competencias matemáticas tempranas en preescolares, un estudio chileno

Gamal Cerda<sup>1\*</sup>, Carlos Pérez<sup>2</sup>, Rosario Ortega<sup>3</sup>, Marianela Lleujo<sup>1</sup> y Luisa Sanhueza<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Facultad de Educación, Universidad de Concepción, Chile. Email: [gamal.cerda@udec.cl](mailto:gamal.cerda@udec.cl)

<sup>2</sup>Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Concepción, Chile.

<sup>3</sup>Departamento de Psicología, Universidad de Córdoba, España

(Recibido 2 Febrero 2011, Aceptado 15 Marzo 2011)

**RESUMEN:** El artículo describe el efecto positivo de un programa de intervención basado en la comprensión del número en los niveles de competencia matemática temprana que presentan preescolares chilenos, en las áreas de competencias relacionales y numéricas evaluadas con el Test de Evaluación Matemática Temprana Utrech (TEMT-U), versión española del Utrecht Early Numeracy Test. El estudio permite constatar que existen diferencias significativas en el nivel de competencias matemáticas tempranas entre aquellos grupos sometidos a este tipo de programa por sobre aquellos que, en igual período de tiempo, sólo recibieron el influjo de los contenidos y actividades de la secuencia curricular tradicional para la población escolar chilena. Se observan efectos positivos del programa independientemente del nivel educativo al cual asisten los niños y niñas, y las competencias relacionales o piagetianas muestran niveles de logro superiores. Los resultados muestran que no se observan diferencias en los niveles de competencia matemática entre niños y niñas, contrariamente a lo que se observa en años posteriores.

**Palabras clave:** matemática inicial, educación preescolar, programa de intervención, género, impacto.

*Strengthening early math skills in preschoolers, a Chilean study.*

**ABSTRACT:** The article describes the positive effect in an intervention program based on number comprehension in early math skill levels that Chilean preschoolers present in the relational and numerical skill areas evaluated with the Test of Early Mathematics Assessment Utrecht (TEMT-U), the Spanish version of the Utrecht Early Numeracy Test. The study reveals that there are significant differences in the early math skills levels among those groups subjected to this type of program and those that in the same period of time were only influenced by the content and activities of the traditional curriculum sequence in the Chilean school population. There are positive effects in the program regardless of the educational level that children attend. There are also relational or skills Piagetian that show higher achievement levels. The results prove that there are no differences in mathematical literacy levels between boys and girls, contrary to what is observed in later years.

\*Correspondencia: Gamal Cerda, Facultad de Educación, Universidad de Concepción.

Email: [gamal.cerda@udec.cl](mailto:gamal.cerda@udec.cl)

**Keywords:** early mathematics, preschool education, intervention program, gender, impact.

## INTRODUCCIÓN

Diversas investigaciones señalan que las competencias matemáticas tempranas son un potente y estable predictor del nivel de logro en el área en niveles educativos superiores (Jordan, Kaplan, Locuniak y Ramineni, 2007; Jordan, Mulhern y Wylie, 2009), erigiéndose, además, como requisito previo para seguir una educación matemática formal (Van De Rijt, 1996; Van de Rijt y Van Luit, 1998). Estudios longitudinales indican que las habilidades de conteo, discriminación de cantidades, reconocimiento de números, se relacionan positivamente con el nivel y ritmos de aprendizaje durante el inicio del itinerario escolar formal (Aubrey, 1993; Aunio, Hautamäki, Sajaniemi y Van Luit, 2009; Byrnes y Wasik, 2009; Clarke y Shinn, 2004; Krajewski y Scheneider, 2009; Lembke y Foegen, 2009; Methe, Hintze y Floyd, 2008). En la misma perspectiva, los estudios de Locuniak y Jordan (2008), Mazzocco y Thompson (2005), señalan que incluso el nivel de desarrollo de estas competencias matemáticas tempranas se relacionan positivamente a competencias verbales, espaciales y habilidades de memoria. En la misma perspectiva, otros estudios han examinado cómo la presencia de procesos cognitivos superiores a temprana edad, tales como la conciencia fonológica y la especial y los mecanismos de control ejecutivo, pueden predecir o bien explicar el desempeño diferenciado en matemáticas (Geary et al., 2009; Stock, Desoete y Roeyers, 2009; Swanson, 2006).

Paralelamente, existe evidencia que intervenciones o innovaciones educativas en este nivel inicial promueven el desarrollo o fortalecimiento matemático en grupos con dificultades (Aunio, Hautamäki y Van Luit, 2005; Greenes, Ginsburg y Balfanz, 2004; Kroesbergen, Van Luit, Van Lieshout, Van Loosbroek y Van De Rijt, 2009; Perry, Dockett y Harley, 2007; Starkey, Klein y Wakeley, 2004; Torbeyns et al., 2002; Young-Loveridge, 2004).

A raíz de lo anterior resulta natural preocuparse y tratar de intervenir en un nivel educativo temprano, que ofrece muchas más oportunidades de logro y control, dado que a estas edades tempranas se evita contaminarlo con formas clásicas de trabajo, que se traducen posteriormente en serios obstáculos para asimilar lo nuevo (Campistrous y Rizo, 2007). Las matemáticas en la educación infantil, señalan Alsina, Aymerich y Barba (2008), tienen contenidos y procesos que les son propios y que los maestros y educadoras deben conocer.

En la actualidad numerosos servicios y actividades humanas desde simples acciones como viajar y comunicarse, hasta el uso de plataformas de servicios en línea y diversas tecnologías dan cuanta de conocimientos y conceptos matemáticos en su gestación o en su proceso. Según José Ignacio Pozo (2003), quien no puede acceder a numerosas formas culturales de representación simbólica (numéricas, científicas, artísticas, gráficas, etc.) está social, económica y culturalmente empobrecido, ya que no puede traducir toda la “avalancha” de informa-

ción, en conocimientos que tengan sentido. En este contexto, la matemática proporciona herramientas eficaces para la resolución de problemas e interpretación adecuada de la información en un sentido amplio, más allá del ámbito académico o escolar, permitiendo al individuo enfrentar los requerimientos de su diario vivir y entorno.

Sin embargo, a pesar de su relevancia, su consecución y cabal comprensión no parece ser patrimonio de todos, más aún frente a enorme evidencia respecto a los bajos niveles de logro en matemáticas de la población mundial y chilena, especialmente en niveles de escolaridad avanzados y en pruebas de medición internacionales y nacionales (Cassasus, 2003; Eyzaguirre y Le Foulón, 2001; MINEDUC, 2004, 2007a, 2007b, 2007c; 2010a, 2010b). Estos niveles deficitarios parecen responder a un sentido evolutivo e incremental, lo que dificulta intervenciones que puedan permitir el acceso y comprensión de manera transversal a la mayoría de los estudiantes de estos niveles. Por lo mismo, el escenario escolar inicial parece poseer las condiciones necesarias para abordar y crear escenarios de enriquecimiento y fortalecimiento matemático encaminados a proveer y fortalecer el desarrollo de competencias matemáticas claves a temprana edad.

## COMPETENCIAS MATEMÁTICAS TEMPRANAS

El constructo competencia matemática temprana presupone que las denominadas operaciones lógicas piagetianas y las habilidades de conteo contribuyen de forma significativa al desarrollo matemático, aun cuando algunos estudios dejan entrever que la aportación de esta última habilidad es mayor que la atribuida a las operaciones lógicas (Nunes y Bryant, 1996). Un aporte señero en el área fue el estudio de Clements (1984), que mostró que niños de cuatro años sometidos a un programa de entrenamiento en destrezas de conteo mejoraba de forma significativa en las habilidades involucradas en seriación y clasificación. Aun cuando estas habilidades son interdependientes, el entrenamiento en conteo es preferible, porque produce un efecto mayor que el entrenamiento en seriación y clasificación. En esta misma dirección, las investigaciones de Cowan, Foster y Al-Zubaidi (1993), y de Resnick (1989), dan cuenta de los esquemas proto-cuantitativos como precursores del desarrollo matemático posterior, y las de Aunio et al, (2005), respecto del impacto positivo de programas para reforzar el sentido del número en preescolares con bajos niveles de logro, fortalecen la relevancia de esta capacidad.

Diversos estudios ponen de relieve hitos en el área matemática en edades muy tempranas. Bermejo (1994), comprobó que en niños y niñas de 2 años, surgen ya intentos de usar los números convencionales en situaciones concretas. Starkey y Cooper (1980), encontraron que bebés de 5 meses discriminaban entre 2 y 3 puntos. Sarnecka y Carey (2008), muestran que niños y niñas de menos de un año pueden tener comprensión de las relaciones ordinales antes de emitir la secuencia de conteo, hechos constatados también en otras investigaciones (Baillargeon, 1994; Brannon, 2002; Uller, Carey, Huntley-Fenner y Klatt, 1999;

Wynn, Bloom y Chiang, 2002). Todos estos hallazgos dan cuenta que a esta corta edad, los niños y niñas tienen nociones de los aspectos relacionados con la cardinalidad del número, llegando a reconocer si dos conjuntos son o no del mismo tamaño.

En un enfoque similar, está la denominada “matemática intuitiva” piagetiana en el área del desarrollo lógico matemático. Piaget señala que esta capacidad de comprender los principios de la suma o la resta por medio de objetos, agregando o quitando elementos de un recipiente, se expresa en forma progresiva con la edad. En los primeros años, los niños y niñas son capaces de comprender situaciones de agregación de elementos a partir de una fuente; pero no cuando se agregan elementos simultáneamente de dos fuentes, donde en una se introducen más objetos que en la otra. Según esta perspectiva, hasta que los niños no alcanzan la etapa de las operaciones concretas, no es posible hablar de una comprensión real del número (Piaget, 1959).

Para Piaget (1965) existen requisitos lógicos que son determinantes para comprender el número, los que están interrelacionados entre sí, y sólo al ser alcanzados los requisitos básicos se desarrolla dicha comprensión. Según Piaget, para la adquisición y comprensión del número existen requisitos lógicos previos determinantes, ya que el autor consideraba que la unión de los conceptos de clasificación, seriación, correspondencia y comparación, lleva a comprender y desarrollar el concepto de número, apareciendo el estadio operacional del desarrollo mental (Baroody, 2000).

Bryant y Nunes (2002), en cambio, sugieren que además del pensamiento lógico, la base del desarrollo matemático ancla también su fundamento en el aprendizaje significativo y contextualizado, y en la enseñanza del sistema de numeración convencional, que juega un papel relevante a la hora de identificar a los posibles niños que podrían presentar riesgo de aprendizaje en las matemáticas a futuro. La interacción de estas variables y su validez han sido respaldadas por diversos estudios (Berch, 2005; Gersten, Jordan y Flojo, 2005; Howell y Kemp, 2005).

De acuerdo a Niss (1996), ser competente matemáticamente en general implica la habilidad de entender, juzgar, hacer y usar las matemáticas en una variedad de situaciones y contextos intra y extra matemáticos, en los que éstas juegan o podrían jugar un rol. Esto es confirmado por los trabajos de Rico y Lupiáñez (2008), quienes explican que las competencias matemáticas dependen fuertemente del sujeto que las posee, ya que una tarea puede movilizar diversos procesos y respuestas a la misma que se expresan en diversos niveles de complejidad. A nivel inicial, la competencia se relaciona con que el niño o la niña realice una manipulación de los objetos matemáticos, desarrolle su creatividad, reflexione sobre su propio proceso de pensamiento, adquiera confianza en sí mismo, se divierta con su propia actividad mental, haga transferencia a otras situaciones de vida cotidiana y se prepare para nuevos retos tecnológicos (Cardoso y Cereceda, 2008). Otros autores, como Gelman y Gallistel (1978); Barouillet y Camos (2002) y Lehalle (2002), sostienen que las competencias matemáticas se desarro-

llan gradualmente a través la ejercitación partiendo de actividades de conteo, que posteriormente se automatizan y cada vez se ejecutan más eficazmente.

Tanto el enfoque piagetiano, basado en el desarrollo espontáneo de la lógica, como el de Gelman y Gallistel (1978), más sustentado en el entrenamiento práctico, son integrados en el enfoque teórico llamado interaccionista, que propone Van de Rijt (1996) y Van de Rijt y Van Luit (1998). Este enfoque postula que tanto las operaciones lógicas como el conteo, contribuyen al desarrollo del sentido de número o Competencia Matemática Temprana.

La teoría interaccionista de estos autores propone ocho componentes básicos, los cuales establecen la base de las Matemáticas Tempranas, que a su vez se homologan a la estructura de la Escala de Evaluación Matemática Temprana. Los componentes considerados por Van de Rijt et al., (1999) son: 1. Comparación (capacidad de determinar diferencias o semejanzas entre grupos); 2. Clasificación (establecer relaciones entre objetos agrupandolos según criterios); 3. Correspondencia uno a uno (habilidad de parear uno a uno elementos de un conjunto con otro); 4. Seriación (intuir una noción de orden de los objetos de acuerdo a un rango); 5. Conteo Verbal (capacidad de repetir la secuencia numérica de memoria); 6. Conteo Estructurado (habilidad de etiquetar cada elemento al ir contabilizando); 7. Conteo Resultante (habilidad de etiquetar un conjunto en donde la última etiqueta asignada es la cantidad del conjunto); 8. Conocimiento General de los Números (contempla la aplicación de todos los componentes anteriores, ya que se refiere a la capacidad del menor de usar las habilidades adquiridas en la resolución de problemas de la vida diaria que requieren la numeración).

Todos estos antecedentes sugieren que reforzar las competencias matemáticas tempranas en niveles preescolares puede reportar un gran beneficio para dichos estudiantes a lo largo del tiempo. En función de esto se postula responder a las siguientes interrogantes orientadoras. ¿Es posible que niños y niñas de edad preescolar alcancen niveles de competencia matemática temprana superiores al estar inmersos bajo una modalidad curricular diferenciable, frente a la modalidad curricular normal? ¿En qué áreas y en qué tipo de competencias matemáticas específicas la “Propuesta para la adquisición del concepto de número en educación preescolar” logra resultados más destacados que la de sus pares?

## MÉTODO

Esta investigación se enmarca en el enfoque cuantitativo de carácter explicativo, ya que tiene como propósito demostrar que los niños y niñas de primer y segundo nivel de transición de educación parvularia chilena, pertenecientes a establecimientos educacionales públicos o municipales, aumentan su nivel de competencia matemática al ser expuestos a un programa sistemático de desarrollo de la comprensión del número, respecto de aquellos alumnos que siguen la metodología tradicional, que se basa fundamentalmente en los contenidos y aprendizajes esperados del núcleo de relaciones lógico matemáticas y cuantificación, estipulados en Bases Curriculares de la Educación Parvularia vigentes

desde el año 2001 (MINEDUC, 2001).

En cuanto al diseño de la investigación, es de tipo pre-experimental con pre-prueba y post-prueba, y grupo de control. La aplicación de la prueba inicial o pre-prueba ofrece dos ventajas: “las puntuaciones de las pre-pruebas sirven para fines de control en el experimento” y “en que es posible analizar puntaje-ganancia de cada grupo (la diferencia entre las puntuaciones de la pre-prueba y post-prueba)” (Hernández, Fernández y Baptista, 2003:260).

### *Participantes*

Con la finalidad de contar con una población representativa en la investigación, y dado que las actividades están dirigidas a niños y niñas de Segundo ciclo de Educación Parvularia, se escogió un total de tres establecimientos públicos de la comuna de San Pedro de la Paz, localidad ubicada en la zona centro sur del país, que fueran equivalentes desde el punto de vista sociocultural. Para ello se consideró que presentaran puntajes similares en las pruebas de matemáticas del Sistema de Medición de la Calidad de la Educación (SIMCE) el año anterior a la investigación, y que además presentan índices de vulnerabilidad similares.

El tipo de muestra utilizada es de tipo no probabilístico, ya que los establecimientos fueron seleccionados de forma intencionada, por criterios de accesibilidad, de acuerdo a las características señaladas previamente. No obstante la condición de distribución de los grupos experimentales y controles fue al azar, tres de cada uno. Lo anterior, concede un grado de cautela respecto de la generalización de los resultados a toda la población preescolar equivalente.

La muestra quedó constituida inicialmente por seis cursos de establecimientos municipales, de los cuales dos corresponden a primer nivel de transición y cuatro al segundo nivel de transición, con un total de 115 preescolares. Sin embargo, para el análisis investigativo, sólo se consideraron aquellos preescolares que tuvieron las evaluaciones iniciales y de salida, 98 en total, de los cuales 44 fueron niñas y 54 niños, con una edad promedio de 66,46 meses para las niñas y 65,19 meses para los niños.

### *Procedimiento e instrumentos*

Se aplicó un pre-test para determinar la línea de base en cuanto al nivel de competencias matemáticas tempranas tanto para los niños y niñas del grupo que se expuso al programa de fortalecimiento, como también a los niños y niñas que no recibieron este programa, siguiendo su planificación regular. Posteriormente, se procedió a desarrollar las diversas actividades de fortalecimiento y desarrollo de la comprensión del número planificadas por el equipo. Al término de un semestre lectivo, se procedió aplicar el mismo instrumento, bajo la modalidad post test, con la finalidad de evaluar conductas de salida en ambos grupos.

Como instrumento de medición se utilizó el Test de Evaluación Matemática Temprana Utrech (TEMT-U) (Navarro et al., 2009; Navarro, Aguilar, Marchena,

Alcalde y García, 2010), que corresponde a la versión española validada del Utrecht Early Numeracy Test, original de Johannes van Luit, Bernadette van de Rijt y Albèr Pennings, en 1994 (Van de Rijt et al., 1999).

El TEMT-U dispone de tres formas paralelas (versiones A, B y C), de 40 ítems cada una. En la presente investigación se trabajó con la forma A, que consta, al igual que las otras, de 8 tareas o áreas de competencia, divididas en grupos de 5. Tiene una puntuación máxima de 40 puntos, uno por cada ítem correcto, 20 por cada subtest o dominio. El TEMT-U, fue adaptado y validado a la población escolar chilena (Cerde et al., en prensa) y presenta un índice de fiabilidad adecuado ( $r_{\alpha}=0,915$ ). El análisis factorial de componentes principales mostró que cerca del 60% de la varianza de los puntajes es explicada por un factor, destacándose que dicho factor explicativo coincide con el reportado por los autores del Test original (Cerde et al., en prensa; Van De Rijt et al., 1999).

Por las características de aplicación individual del TEMT-U, éste fue aplicado después de un periodo de familiarización, especialmente con los niños y niñas de nivel preescolar de la muestra. Una vez que éstos tuvieron confianza con las educadoras a cargo de la aplicación, se procedió a su evaluación uno a uno en una zona tranquila de cada colegio durante aproximadamente 20 a 30 minutos. Todas las evaluaciones fueron realizadas con el consentimiento informado por parte de los padres y autoridades de las instituciones.

La propuesta didáctica que se plantea para la adquisición del concepto de número en educación preescolar constó de seis contenidos jerarquizados con sus respectivos objetivos específicos a lograr: contar, comparar, serie numérica, ordenar números, números ordinales y descomposición numérica (Alveal, Contreas, Castillo y Searle, 2008).

Para la tabulación y el análisis de los resultados se utilizó el programa SPSS® versión 17.

## RESULTADOS

### *Condición de entrada*

Los resultados del pre-test, permiten establecer que los grupos experimentales y control son equicomparables en términos de sus niveles de competencia matemática, al no existir diferencias significativas al 99% de confianza en los puntajes promedios alcanzados en el subtest relacional  $F(1, 96) = 4.288, p = 0.041$  ( $\eta^2_{parcial} = 0.043$ ), ni en ninguna de las competencias analizadas en esta dimensión: comparación,  $F(1, 96) = 5,205, p = 0.025$  ( $\eta^2_{parcial} = 0.051$ ), clasificación,  $F(1, 96) = 2,592, p = 0.111$  ( $\eta^2_{parcial} = 0.026$ ), correspondencia  $F(1, 96) = 2,350, p = 0.129$  ( $\eta^2_{parcial} = 0.024$ ) y seriación,  $F(1, 96) = 0,470, p = 0.495$  ( $\eta^2_{parcial} = 0.005$ ). Del mismo modo, tampoco se observan diferencias significativas en el subtest numérico,  $F(1, 96) = 1,225, p = 0.271$  ( $\eta^2_{parcial} = 0.013$ ), como tampoco en las competencias analizadas en esta dimensión: conteo verbal,  $F(1, 96) = 0,038, p = 0.847$  ( $\eta^2_{parcial} = 0.000$ ), conteo estructurado,  $F(1, 96) = 0,055,$



$p = 0.816$  ( $\eta^2_{parcial} = 0.001$ ) y conteo resultante  $F(1, 96) = 0,050$ ,  $p = 0.823$  ( $\eta^2_{parcial} = 0.001$ ). Sólo se observa una diferencia significativa en la competencia conocimiento general de los números a favor del grupo experimental,  $F(1, 96) = 7,270$ ,  $p = 0.008$  ( $\eta^2_{parcial} = 0.070$ ).

Todos estos resultados verifican que la condición inicial antes de la intervención educativa en cuanto a los niveles de competencia matemática son similares, más aún cuando el análisis de las categorías de niveles de competencia matemática general, expresados en escala 1 al 5, no presentan diferencias significativas en estos niveles  $F(1, 94) = 2,370$ ,  $p = 0.127$  ( $\eta^2_{parcial} = 0.025$ ). La única diferencia significativa en el área del conocimiento general de los números pueden ser atribuibles probablemente a las actividades diferenciales que realizaba una de las educadoras a cargo de ese grupo en particular. Ambos grupos presentan niveles de competencia matemática superiores en el ámbito relacional o piagetiano por sobre el ámbito numérico ( $M=11,19$ ,  $DT= 3,14$  y  $M=5,51$ ,  $DT= 3,75$  respectivamente). Esta diferencia se replica de forma similar en ambos grupos, experimental y control. Se observa un incremento de ellas por nivel educativo en ambos dominios, relacional y numérico ( $M=10,06$ ,  $DT= 3,52$ ) para primer nivel transición y ( $M=11,80$ ,  $DT= 2,76$ ) para el segundo nivel transición y, ( $M=3,49$ ,  $DT= 3,24$ ) para primer nivel transición y ( $M=6,61$ ,  $DT= 3,57$ ) para el segundo nivel transición, respectivamente.

En cuanto al desempeño de las chicas y chicos, no se observan diferencias significativas en el ámbito de las competencias numéricas ( $F(1, 96) = 2,017$ ,  $p = 0.159$  ( $\eta^2_{parcial} = 0.020$ ) y ( $F(1, 96) = 7,700$ ,  $p = 0.007$  ( $\eta^2_{parcial} = 0.074$ ), respectivamente), aún cuando las chicas presentan puntajes medios levemente superiores a los chicos ( $M=6,09$ ,  $DT= 3,55$  y  $M=5,02$ ,  $DT= 3,87$  respectivamente). En cambio, en el ámbito relacional, sí se observan diferencias significativas a favor de las chicas ( $M=6,09$ ,  $DT= 3,55$  y  $M=5,02$ ,  $DT= 3,87$  respectivamente).

Las áreas más débiles a nivel general en el subtest relacional son las que se relacionan con resolver tareas de seriación y correspondencia, y en el área numérica, aquellas relacionadas con resolver tareas de conteo resultante.

### *Condición de salida*

Los resultados del post-test reflejan que los preescolares pertenecientes a los grupos experimentales muestran niveles superiores de competencia matemática en el dominio relacional frente a los preescolares que pertenecen a los grupos control  $F(1, 96) = 8,709$ ,  $p = 0.004$  ( $\eta^2_{parcial} = 0.082$ ). Estas diferencias significativas se observan en las competencias de comparación, correspondencia y seriación, pero no en las tareas de clasificación. No se observan diferencias significativas en la dimensión numérica, al 99% de confianza,  $F(1, 96) = 3,321$ ,  $p = 0.071$  ( $\eta^2_{parcial} = 0.033$ ). Aunque los preescolares de los grupos experimentales presentan promedios superiores ( $M=11,95$ ,  $DT= 4,20$  y  $M=10,24$ ,  $DT= 4,99$  respectivamente), no se observan diferencias significativas en las tareas relativas a conteo verbal, conteo estructurado y conteo resultante, pero sí se constatan



diferencias significativas en el área del conocimiento general de los números  $F(1, 96) = 9,856, p = 0.002$  ( $\eta^2_{parcial} = 0.092$ ), alcanzando los niños y niñas de los grupos experimentales medias superiores respecto de los niños y niñas de los grupos controles ( $M=3,21, DT= 1,23$  y  $M=2,31, DT= 1,54$  respectivamente).

Tampoco se observan diferencias significativas en los niveles de competencia matemática en los ámbitos numérico y relacionales, entre los chicos y las chicas  $F(1, 96) = 1,549, p = 0.216$  y  $F(1, 96) = 5,866, p = 0.017$ ). No obstante, las chicas presentan mejores desempeños en las tareas más específicas de comparación ( $M=4,73, DT= 0,539$  y  $M=4,37, DT= 0,734$  respectivamente) y seriación ( $M=2,87, DT= 1,272$  y  $M=2,13, DT= 1,133$  respectivamente), siendo ambas diferencias estadísticamente significativas ( $F(1, 96) = 7,578, p = 0.007$  y  $F(1, 96) = 9,285, p = 0.003$ ).

Un análisis por capas muestra que los niños de primer nivel transición que recibieron el programa de enriquecimiento son los que muestran los mayores incrementos en sus competencias matemáticas tempranas. Si bien estas diferencias son constatadas en ambos niveles educativos, dicho incremento es más acusado en primer nivel, dado que el margen respecto de la línea de base y el desempeño ideal es más amplio, especialmente en el área numérica ( $F(1, 7) = 3,713, p = 0.001$  ( $\eta^2_{parcial} = 0.224$ )).

## DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

Los hallazgos reportados permiten verificar la hipótesis de investigación respecto de que los niños y niñas que han participado de la implementación de actividades de enriquecimiento matemático sistemáticas e intencionadas, presentan niveles de competencia matemática temprana superiores a la de aquellos niños y niñas que siguieron una modalidad tradicional. Es decir, se puede proyectar que si se implementan este tipo de actividades específicas y sistemáticas para la adquisición del concepto de número durante un período de al menos un semestre, los niños y niñas que participen de ellas podrán asimilar de mejor forma sus contenidos y habilidades. Ello contribuye de forma significativa al desarrollo de sus competencias matemáticas de tipo relacional como también en aquellas de tipo numérico propiamente tal, lo que podría constituir un factor predictivo de sus conocimientos matemáticos posteriores de acuerdo a lo planteado por Chard et al. (2005) y Clarke y Shinn (2004) en sus investigaciones.

Los resultados de la investigación son coincidentes con otros estudios que demuestran que el desarrollo e implementación de actividades o programas de carácter intencionado en matemáticas genera diferencias de logro o aprovechamiento en el área de las matemáticas en los sujetos que son sometidos a ellas (Alsina y Domingo, 2007; Benítez, 2008). Por su parte, Fernández, Gutiérrez, Gómez, Jaramillo y Orozco (2004), señalan en su investigación que la enseñanza mediante la utilización de contenidos significativos y motivantes por medio del juego y la manipulación, similares a los de la presente propuesta, lleva a que los aprendizajes de los niños y niñas resulten positivos, contribuyendo a una mayor

retención y utilización de lo aprendido en nuevas situaciones, sugiriendo que se puede proyectar que la implementación de este tipo de actividades hacia otros ámbitos de la educación preescolar o de dependencia administrativa.

De este modo, la propuesta se erige como una herramienta valiosa y poderosa para el trabajo de las educadoras de párvulos con la finalidad de lograr desde los niveles más tempranos la deseada equidad en la educación, más aún cuando hemos constado la existencia de diferencias de logro en matemáticas en niveles educativos superiores, atribuibles a grupos de extracción social o tipo de dependencia de las instituciones educativas, principalmente en desmedro de los que asisten a escuelas e instituciones públicas (Cerde, Pérez, y Melipillán, 2010a; 2010b; Cerde, Pérez y Flores, en prensa; Cerde, Ortega, Pérez, Flores, Melipillán, 2011).

Esta propuesta adquiere mayor valor, en base a la evidencia reportada por una investigación de Friz, Sanhueza, Samuel y Carrera (2009), acerca del conocimiento en el área de matemáticas de las educadoras de párvulos chilenas. En dicho estudio, las educadoras reconocen su bajo nivel de competencias para la enseñanza de las matemáticas y que, a su juicio, la principal dificultad en el aprendizaje de las matemáticas presentados por los niños y niñas del nivel preescolar se refiere a la comprensión numérica, y postulan, contradictoriamente, que dicha habilidad debe desarrollarse durante los primeros años de educación primaria. De aquí se desprende el valor de uso de este tipo de programas para fortalecer la comprensión del número, como una herramienta metodológica importante a la hora de atender estos vacíos y debilidades.

Los hallazgos de nuestra investigación concuerdan con otros resultados reportados a nivel internacional, respecto del mayor nivel de desarrollo de las competencias matemáticas de tipo relacional o piagetianas por sobre las competencias de tipo numéricas en ambos niveles educativos y para ambos grupos de comparación. Tal como se expresa en el estudio de Navarro et al. (2010), en el cual los resultados obtenidos en el subtest relacional son similares a los obtenidos en esta investigación y en estudios realizados en Finlandia e Inglaterra resultados obtenidos por Aunio et al. (2006). Sin embargo, la diferencia de puntajes entre los subtest relacional y numérico en países asiáticos como Singapur, Hong Kong y China son menores a los encontrados en las investigaciones mencionadas anteriormente (Aunio, Lim, Hautamäki y Van Luit, 2004; Aunio, Niemivirta, Sajaniemi y Van Luit, 2006; Aunio, Aubrey, Godfrey, Yuejuan y Liu, 2008; Ee, Wong y Aunio, 2006). Estas diferencias pueden visualizarse como una consecuencia de la importancia que se les da en los países asiáticos a las habilidades de conteo, ya que en estos países, un niño de 4 años de edad es capaz de contar hasta 50 en contraste con un niño europeo o latinoamericano que solo llega a contar hasta 20 en la misma edad. Adicionalmente, en el contexto nacional se le brinda una gran importancia y énfasis a actividades que fortalezcan habilidades relacionales, como la clasificación o la comparación.

Dentro de los hallazgos emergentes de la investigación, se consigna que no existen diferencias en el nivel de competencias tempranas, tanto relacionales

como numéricas, en función del sexo de los preescolares, aun cuando las niñas presentan puntajes levemente mayores a los niños. Estos resultados concuerdan con los obtenidos por Ferrándiz, Bermejo, Sainz, Ferrando y Prieto (2008), en el cual se evaluó la inteligencia lógico matemática en niños de educación infantil y educación primaria, sin presentar entre ellos diferencias significativas. Del mismo modo, estos resultados son concordantes con los hallazgos del estudio de Cerda et al. (en prensa), en cuanto a los niveles de competencias matemáticas tempranas evaluadas con el mismo instrumento. En particular, esta inexistencia de diferencias significativas entre chicos y chicas, no deja de sorprender y preocupar de sobremanera, al comprobar los desempeños y niveles de logro en matemáticas en niveles educativos superiores, donde los resultados tienden a favorecer a los hombres. En educación primaria o básica, los resultados de las pruebas nacionales favorecen a los varones, al igual que en la enseñanza secundaria, donde los resultados de estas pruebas nacionales e internacionales en matemáticas y de selección universitaria muestran igual tendencia (MINEDUC, 2004; 2007a, 2007c; 2010a, 2010b). Del mismo hemos constatado la existencia de diferencias significativas en variables transversales asociadas al desempeño matemático como inteligencia lógica y esquemas de razonamiento lógico matemático que favorecen a los chicos en niveles de enseñanza secundaria (Cerda, Pérez y Flores, 2010; Cerda, Ortega, Pérez, Flores, Melipillán, 2011). Según Araya (2004), en estos hallazgos en niveles educativos superiores existiría una diferencia en entendimiento y significado, sobre la que paulatinamente a través de los años, se construyen las diferencias en habilidades matemáticas que luego se observan en la adolescencia. También podrían encontrar su explicación en las diferencias de actitud respecto de las matemáticas, generalmente más negativas en las chicas (Fennema, Carpenter, Franke, Levi, Jacobs y Empson, 1996; Frenzel, Pekrun y Goetz, 2007; Frost, Hyde y Fennema, 1994; Mullis y Stemler, 2002; Nosek y Banaji, 2002; Randel, Stevenson y Witruk, 2000).

Los resultados de la investigación evidencian que el mayor nivel de logro ocurre en el ámbito de las competencias relacionales, corroborando los hallazgos internacionales (Klein, Adi-Japha y Hakak-Benizri 2010; Navarro et al. 2010; Van De Rijt, 1996). En el contexto educativo chileno, esto podría indicar que las educadoras brindan un mayor énfasis en las tareas relacionales, dado que el enfoque piagetiano predomina en la enseñanza matemática del nivel preescolar chileno (Alveal, Contreras, Castillo, Searle, 2008).

El análisis de la dimensión relacional de salida puso en evidencia que la tarea que obtuvo un menor porcentaje de logro se encontraba dentro de la competencia de seriación, la que solicita al niño que señale el lugar donde correspondía ubicar una rebanada de pan, tarea que resultó compleja ya que los párvulos debían utilizar la serie numérica invertida, habilidad que aún no está adquirida por completo en esta edad. Sin embargo el grupo experimental obtuvo una amplia ventaja por sobre el grupo control. Por otro lado, la tarea que obtuvo un menor porcentaje de logro en el subtest numérico de salida es la referida a la habilidad de conteo resultante, que consistía en pedir al niño que observara 5 cubos que luego serían

tapados con la mano para agregar a estos siete cubos más y solicitar al niño que señalara la cantidad final. El tapar los cubos con la mano implicaba una mayor dificultad, ya que los niños y niñas que fueron evaluados aún no adquirirían la habilidad de conservación, por lo cual le resulta complicado recordar que en un principio había cinco cubos y de esta forma poder sumar y totalizar los 12 cubos. Si bien los puntajes en esta tarea fueron bajos, los niños y niñas pertenecientes al grupo experimental alcanzaron un mayor porcentaje de respuestas correctas que el grupo de control.

### *Proyecciones*

Debido a la efectividad del programa implementado en la población preescolar chilena, se considera pertinente la posibilidad de extender su aplicación a establecimientos de extracción social distinta a la pública, o bien a niños y niñas que no han asistido a jardines infantiles, lo que puede dar paso a nuevas investigaciones que estudien si se mantienen los resultados favorables obtenidos con nuevos grupos. También se puede investigar si la implementación de este tipo de programa puede ser aplicada en grupos de niños con necesidades educativas especiales, que pertenecen a los primeros ciclos de la educación primaria.

## AGRADECIMIENTOS

Este trabajo es parte del proyecto FONDEF-Chile D06I1069- al que agradecemos su apoyo. Al mismo tiempo es parte del trabajo de Tesis Doctoral del primer autor dirigida por la tercera autora y realizada en el marco del Programa de Doctorado “Psicología Aplicada”, de la Universidad de Córdoba (Mención de Calidad del MICINN: MCD2008-00049).

## REFERENCIAS

- Alsina A. y Domingo, M. (2007). Como aumentar la motivación para aprender matemáticas. *Revista Suma*, 56, 23-31.
- Alsina, A., Aymerich, C. y Barba, C. (2008). Una visión actualizada de la didáctica de la Matemática en educación infantil. *Uno, Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 47, 10-19.
- Alveal, R., Contreras, L., Castillo, G. y Searle, D. (2008). Propuesta para la adquisición del concepto de número en educación preescolar, Tesis para optar al título de Educadora de Párvulos. Concepción, Universidad de Concepción.
- Araya, Roberto. (2004). *Inteligencia matemática*. Chile: Universitaria.
- Aubrey, C. (1993). An investigation of the mathematical knowledge and competencies which children bring into school. *British Educational Research Journal*, 19 (1), 27-41.
- Aunio, P., Aubrey, C., Godfrey, R., Yuejuan, P. y Liu, Y. (2008). Children's early numeracy in England, Finland and People's Republic of China. *International*

- Journal of Early Years Education*, 16 (3), 203-221.
- Aunio, P., Ee, J., Lim, A., Hautamäki, J. y Van Luit, J. (2004). Young children's number sense in Finland, Hong Kong and Singapore. *International Journal of Early Years Education*, 12 (3), 195-216.
- Aunio, P., Hautamäki, J. y Van Luit, J. (2005). Mathematical thinking intervention programmes for preschool children with normal and low number sense. *European Journal of Special Needs Education*, 20 (2), 131-146.
- Aunio, P., Hautamäki, J., Sajaniemi, N. y Van Luit, J. (2009). Early numeracy in low-performing young children. *British Educational Research Journal*, 35 (1), 25-46.
- Aunio, P., Niemivirta, M., Hautamäki, J., Van Luit, J., Shi, J., & Zhang, M. (2006). Young children's number sense in China and Finland. *Scandinavian Journal of Educational Research*, 50 (5), 483-502.
- Baillargeon, R. (1994). Physical reasoning in young infants: seeking explanations for impossible events. *British Journal of Developmental Psychology*, 12 (1), 9-23.
- Baroody, A. (2000). *El pensamiento matemático de los niños: un marco evolutivo para maestros de preescolar, ciclo inicial y educación especial*. Madrid: Visor.
- Barrouillet, P. y Camos, V. (2002). *Savoirs, savoir-faire arithmétiques, et leurs déficiences*. Paris: Rapport pour le Ministère de la Recherche.
- Bellei, C., (2000). Educación media y juventud en los 90: Actualizando la vieja promesa. *Ultima década [online]*, 8 (12), 45-88.
- Benítez, Ch. (2008). Propuesta "Descubro las Matemáticas". *Revista Científica de la Fundación Iberoamericana para la Excelencia Educativa*, 1 (1), 14-22.
- Berch, D. (2005). Making Sense of Number Sense: Implications for Children with Mathematical Disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 4, 333-339.
- Bermejo, V. (1994). Conservaciones e invariantes cognitivos en el desarrollo. Aspectos psicológicos y epistemológicos. *Estudios de Psicología*, 17, 80-92.
- Brannon, E. (2002). The development of ordinal numerical knowledge in infancy. *Cognition*, 83, 223-240.
- Bryant, P. y Nunes, T. (2002). Children's understanding of mathematics. *Blackwell handbook of childhood cognitive development*. Eds. Goswami, Malden. *The Netherlands Blackwell Publishing*, 412-439.
- Byrnes, J. y Wasik, B. (2009). Factors predictive of mathematics achievement in kindergarten, first and third grades: An opportunity-propensity analysis. *Contemporary Educational Psychology*, 34, 167-183.
- Caballero, S. (2005). Un estudio transversal y longitudinal sobre los conocimientos informales de las operaciones aritméticas básicas en niños de Educación Infantil. Tesis doctoral, Facultad de Psicología, Universidad Complutense de Madrid.
- Campistrous, L. y Rizo, C. (2007). Geometría dinámica en la escuela, ¿mito o realidad?. *Uno, Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 45, 61-79.
- Cardoso, E. y Cerecedo, M. (2008). El desarrollo de las competencias matemáticas en la primera infancia en México. *Revista Iberoamericana de Educación*,

- 47 (5), 5-25.
- Cassasus, J. (2003). *La Escuela y la (des)Igualdad*. Santiago:LOM.
- Cerda, G., Pérez, C. y Melipillán, R. (2010a). *Test de Inteligencia Lógica Elemental, (TILE). Manual de Aplicación*. Concepción:Universidad de Concepción.
- Cerda, G., Pérez, C. y Melipillán, R. (2010b). *Test de Inteligencia Lógica Superior, (TILS). Manual de Aplicación*. Concepción:Universidad de Concepción.
- Cerda, G., Ortega, R., Pérez, C. Flores, C. y Melipillán, R. (2011). Inteligencia lógica y rendimiento académico en matemáticas: un estudio con estudiantes de Educación Básica y Secundaria de Chile. *Revista Anales de Psicología*, 27 (2), 333-347.
- Cerda, G., Pérez, C. y Flores, C. (2010). Inteligencia lógica, rendimiento en matemáticas y factores asociados en estudiantes chilenos de educación básica. *Paideia*, 48, 75-94.
- Cerda, G., Pérez, C., Moreno, C., Nuñez, K., Quezada, E., Rebolledo, J. y Sáez, S. (En prensa). Adaptación de la versión española del Test de Evaluación Matemática Temprana de Utrecht en Chile. *Revista Estudios Pedagógicos*.
- Clarke B. y Shinn, M. (2004). A preliminary investigation into the identification and development of early mathematics curriculum-based measurement. *School Psychology Review*, 33 (2), 234 - 248.
- Clements, D. (1984). Training effects on the development and generalization of Piagetian logical operations and knowledge of numbers. *Journal of Educational Psychology*, 76 (5), 766-776.
- Cowan, R., Foster, C. y Al-Zubaidi, A. (1993). Encouraging children to count. *British Journal of Developmental Psychology*, 11 (4), 411-420.
- De la Barrera, M., Donolo, D. (2009). Neurociencias y su importancia en contextos del aprendizaje. *Revista Digital Universitaria*, 10 (4), 1-18.
- Ee, J., Wong, K. y Aunio, P. (2006). Numeracy of Young Children in Singapore, Beijing & Helsinki. *Early Childhood Education Journal*, 33 (5), 325-332.
- Eyzaguirre, B. y Le Foulon, C. (2001). La Calidad de la Educación Chilena en Cifras. *Estudios Públicos*, 84, 85-204.
- Fennema, E., Carpenter, T., Franke, M., Levi, L., Jacobs, V. y Empson, S. (1996). A longitudinal study of learning to use children's thinking in mathematics instruction. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27 (4), 403-434.
- Fernández, K., Gutiérrez, I., Gómez, M., Jaramillo, L. y Orozco, M. (2004). El pensamiento matemático informal de niños en edad preescolar. *Revista del Instituto de Estudios Superiores en Educación*, 5, 42-73.
- Ferrándiz, C., Bermejo, R., Sainz, M., Ferrando, M. y Prieto, M. (2008). Estudio del Razonamiento Lógico-Matemático desde el Modelo de las Inteligencias Múltiples. *Anales de Psicología*, 24 (2), 213-222.
- Frenzel, A, Pekrun, R. y Goetz, T. (2007). Girls and mathematics. A "hopeless" issue?. A control-value approach to gender differences in emotions towards mathematics. *European Journal of Psychology of Education*, 22 (4), 497-514.
- Friz, M., Sanhueza, S., Sánchez, A., Samuel, M. y Carrera, C. (2009). Concepciones en la enseñanza de la Matemática en educación infantil. *Perfiles Edu-*

- cativos*, 31 (125), 62-73.
- Frost, L., Hyde, J. y Fennema, E. (1994). Chapter 2 Gender, mathematics performance, and mathematics-related attitudes and affect: A meta-analytic synthesis. *International Journal of Education Research*, 24 (4), 373-385.
- Geary, D., Bailey, D., Littlefield, A., Wood, P., Hoard, M. y Nugent, L. (2009). First-grade predictors of mathematical learning disability: A latent class trajectory analysis. *Cognitive Development*, 24 (4), 411- 429.
- Gelman, R. y Gallistel, C. (1978). *The child's understanding of number*. Cambridge: HUP.
- Gersten, R., Jordan, N. y Flojo, J. (2005). Early Identification and Interventions for Students with Mathematics Difficulties. *Journal of Learning Disabilities*, 38 (4), 293-304.
- González, A., Fuentes, M., Morena, M., Barajas, Carmen. (1995). *Psicología del desarrollo: teoría y práctica*, Málaga: Ediciones Aljibe.
- Greenes, C., Ginsburg, H. y Balfanz, R. (2004). Big math for little kids. *Early Childhood Research Quarterly*, 19(1), 159-166.
- Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2006). *Metodología de la investigación*. (4° ed.) México: McGraw-Hill Interamericana.
- Howell, S. y Kemp, C. (2005). Defining Early Number Sense: A participatory Australian study. *Educational Psychology*, 25 (5), 555-571.
- Jordan, J., Mulhern, G. y Wylie, J. (2009). Individual differences in trajectories of arithmetical development in typically achieving 5- to 7-year-olds. *Journal of Experimental Child Psychology*, 103 (4), 455-468.
- Jordan, N., Kaplan, D., Locuniak, M. y Ramineni, C. (2007). Predicting first-grade math achievement from developmental number sense trajectories. *Learning Disabilities Research & Practice*, 22 (1), 36-46.
- Klein, P., Adi-Japha, E. y Hakak-Benizri, S. (2010). Mathematical thinking of kindergarten boys and girls: Similar achievement, different contributing processes. *Educational Studies in Mathematics*, 73 (3), 233-246.
- Krajewski, K. y Scheneider, W. (2009). Exploring the impact of phonological awareness, visual-spatial working memory, and preschool quantity-number competencies on mathematics achievement in elementary school: Findings from a 3-year longitudinal study. *Journal of Experimental Child Psychology*, 103 (4), 516-531.
- Kroesbergen, E., Van Luit, J, Van Lieshout, E., Van Loosbroek, E. y Van De Rijt, B. (2009). Individual differences in early numeracy: The role of executive functions and subitizing. *Journal of Psychoeducational Assessment*, 27 (3), 226-236.
- Lehalle, H. (2002). Connaissances numériques et modèles de développement. In J. Bideaud y H. Lehalle (Éds), *Le développement des activités numériques chez l'enfant*. Paris: Lavoisier, 29-54.
- Lembke E. y Foegen, A. (2009). Identifying early numeracy indicators in for kindergarten and first-grade students. *Learning Disabilities Research and Practice*, 24 (1), 12-20.



- Locuniak, M. y Jordan, N. (2008). Using kindergarten number sense to predict calculation fluency in second grade. *Journal of Learning Disabilities*, 41 (5), 451-459.
- Mazzocco, M. y Thompson, R. (2005). Kindergarten predictors of math learning disability. *Learning Disabilities Research and Practice*, 20 (3), 142-155.
- Methe, S., Hintze, J. y Floyd, R. (2008). Validation and decision accuracy of early numeracy skill indicators. *School Psychology Review*, 37 (3), 359-373.
- Ministerio de Educación (2001). Bases curriculares de la educación parvularia. Santiago: Salesianos.
- Ministerio de Educación (2004). *Chile y el aprendizaje de las matemáticas según TIMSS: Resultado de los estudiantes chilenos de 8° básico en el estudio internacional de tendencias en matemáticas y ciencias 2003*. Unidad de Currículum, Unidad de Currículum y Evaluación.
- Ministerio De Educación (2007a). *PISA 2006: Rendimientos de estudiantes de 15 años en Ciencias, Lectura y Matemática*. Unidad de Currículum y Evaluación.
- Ministerio de Educación (2007b). *Niveles de Logro 4° Básico Lectura y Educación Matemática SIMCE*. Unidad de Currículum y Evaluación.
- Ministerio de Educación (2007c). *Niveles de Logro 2° medio Lenguaje y Comunicación y Educación Matemática SIMCE*. Unidad de Currículum y Evaluación.
- Ministerio de Educación (2010a). Resultados Nacionales SIMCE. Unidad de Currículum y Evaluación.
- Ministerio de Educación (2010b). Resumen de Resultados PISA 2009 Chile. Unidad de Currículum y Evaluación.
- Mullis, I. y Stemler, S. (2002). Analyzing gender differences for high achieving students on TIMSS. En Robitaille, D. y Beaton, A. (Eds.), *Secondary analysis of the TIMSS data*, 277-290. The Neatherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Navarro, J., Aguilar, M., Alcalde, C., Marchena, E., Ruiz, G., Menacho, I. y Sedeño, M. (2009). Estimación del aprendizaje matemático mediante la versión española del Test de Evaluación Matemática Temprana de Utrecht. *European Journal of Education and Psychology*, 2 (2), 131-143.
- Navarro, J., Aguilar, M., Marchena, E., Alcalde, C. y García, J. (2010). Evaluación del conocimiento matemático temprano en una muestra de 3° de Educación Infantil. *Revista de Educación*, 352, 601-615.
- Niss, M. (1996). Competencies and Subject Description. *Uddanneise*, 9, 21-29.
- Nosek, B. y Banaji, M. (2002). Math = Male, Me = Female, Therefore Math Me. *Journal of Personality and Social Psychology*, 83 (1), 44-59.
- Nunes, T. y Bryant, P. (1996). *Children doing mathematics*. Oxford: Blackwell.
- Pérez, C., Cerda, G, Alveal, R., Contreras, L., Castillo, G. y Searle, D. (2011). *Manual para la adquisición del concepto de número. Nivel preescolar*. Concepción:Universidad de Concepción.

- Perry, B., Dockett, S., y Harley, E. (2007). Preschool educators' sustained professional development in young children's mathematics learning. *Mathematics Teacher Education and Development*, 8, 117-134.
- Piaget, J. (1959). *La génesis de las estructuras lógicas elementales*. Buenos Aires:Guadalupe.
- Piaget, J. (1965). *The child's conception of number*. New York: W.W. Norton.
- Pozo, J. (2003). *Adquisición de Conocimiento*. Morata:España.
- Randel, B., Stevenson, H. y Witruk, E. (2000). Attitudes, beliefs, and mathematics achievement of German and Japanese high school students. *International Journal of Behavioral Development*, 24 (2), 190-198.
- Resnick, L. (1989). Developing mathematical knowledge. *American Psychologist*, 44 (2), 162-169.
- Rico, L. y Lupiáñez, J. (2008). *Competencias matemáticas desde una perspectiva curricular*. Madrid: Alianza Editorial.
- Sarnecka, B. y Carey, S. (2008). How counting represents number: What children must learn and they learn it. *Cognition*, 108, 662-674.
- Starkey, P. y Cooper, R. (1980). Perception of number by human infants. *Science*, 210, 1033-1035.
- Starkey, P., Klein, A. y Wakeley, A. (2004). Enhancing young children's mathematical knowledge through a pre-kindergarten mathematics intervention. *Early Childhood Research Quarterly*, 19(1), 99-120.
- Stock, P., Desoete, A. y Roeyers, H. (2009). Predicting arithmetic abilities: The role of preparatory arithmetic markers and intelligence. *Journal of Psychoeducational Assessment*, 27 (3), 237-251.
- Swanson, H. (2006). Cognitive processes that underlie mathematical precociousness in young children. *Journal of Experimental Child Psychology*, 93 (3), 239-264.
- Torbeyns, J., Van Den Noortgate, W., Ghesquière, P., Verschaffel, L., Van De Rijt, B. y Van Luit, J. (2002). The development of early mathematical competence of 5- to 7-year-old children. A comparison between Flanders and the Netherlands. *Educational Research and Evaluation*, 8, 249-275.
- Uller, C., Carey, S., Huntley-Fenner, G. y Klatt, L. (1999). What representations might underlie infant numerical knowledge. *Cognitive Development*, 14 (1), 1-36.
- Van De Rijt, B. (1996). *Early mathematical competence among young children*. Doetinchem: Graviant.
- Van De Rijt, B. y Van Luit, J. (1998). Effectiveness of the Additional Early Mathematics program for teaching children early mathematics. *Instructional Science*, 26 (5), 337-358.
- Van De Rijt, B., Van Luit, J. y Pennings, A. (1999). The construction of the Utrecht Early Mathematical Competence Scales. *Educational and Psychological Measurement*, 59 (2), 289-309.
- Wynn, K., Bloom, P. y Chiang, W. (2002). Enumeration of collective entities by 5 month-old infants. *Cognition*, 83(3), 55-62.

- Young-Loveridge, J. (2004). Modelling operations: Counting-based and collections-based approaches to computation. *Teachers & Curriculum*, 7, 45-50.
- Zuazua, E. (2007). El momento de las matemáticas. *Revista Sigma*, 31, 125-132.