



La CONTEXTUALIZACIÓN de las MATEMATICAS



Autor: Pedro José Zamora Cintas

Especialidad: Matemáticas

Tutora: Maribel Ramírez Álvarez

Fecha: 07/Junio/2013

Visto bueno: Si

*"Al aprender con
situaciones concretas y
reales, el conocimiento
es mas permanente y
significativo"*

- ÍNDICE-

1. INTRODUCCIÓN	Pg. 3
1.1. Motivación personal.....	Pg. 4
1.2. Motivos Pedagógicos (Teóricos)	Pg. 5
1.3. Justificación e interés actual.	Pg. 7
1.4. Antecedentes y resultados.	Pg. 9
2. MARCO TEORICO	Pg.11
2.1. Estrategia de implantación del modelo contextual.....	Pg. 11
2.2. Competencias Matemáticas PISA.....	Pg.17
2.3. Competencias básicas y su inclusión en el currículo.	Pg.19
2.3. Aprendizaje en contextos.....	Pg.21
2.4. Trabajo cooperativo.....	Pg.23
2.5. Nuevas tecnologías aplicadas.	Pg.24
3. METODOLOGÍA	Pg.26
3.1. Metas u objetivos que se pretenden conseguir.....	Pg.26
3.2. Condiciones o puntos de partida.	Pg.26
3.3. Intenciones Teóricas del Experimento.	Pg.27
3.4. Desarrollo. Organización en torno al aprendizaje contextual de una Unidad Didáctica (Trigonometría. 4º ESO)	Pg.28
3.4.1. Filosofía de trabajo.....	Pg.28
3.4.2. Objetivos y contenidos establecidos para esta etapa.....	Pg.29
3.4.3. Materiales y recursos.	Pg.31
3.4.4. Organización de la clase (agrupamientos)	Pg.32
3.4.5. Actividades y secuenciación de la misma.	Pg.34
3.4.6. Evaluación.	Pg.41
3.4.7. Instrumentos para la valoración del diseño.....	Pg.42
4. CONCLUSIONES Y RESULTADOS	Pg.43
4.1. Conclusiones finales	
5. BIBLIOGRAFÍA	Pg.45

- 1. INTRODUCCIÓN -

En la escuela, hoy en día, **las matemáticas** se muestran generalmente como una ciencia de **naturaleza abstracta**, en la que los conocimientos se adquieren de una forma mecánica y conducida por el profesor. Los problemas que se les plantean al alumno son enunciados verbales planteados en términos matemáticos y fuertemente ligados al tipo de operación que se quiere ejercitar donde el **contexto resulta irrelevante** para la comprensión y la resolución matemática del problema. De este modo los alumnos se limitan a adivinar o descifrar cuál es la operación que deben realizar, apelando a formas de razonamiento preestablecidas, **sin poner en juego su sentido común y lo que saben acerca de cómo son las cosas fuera del ámbito de la escuela.**

De este modo la **contextualización de esta ciencia se deja de lado**, se abandona, lo que propicia que muchas veces los alumnos se pregunten....para que me sirve esto? es realmente útil lo que estoy aprendiendo? Hoy en día, numerosos estudios demuestran que la mayor parte del interés y de los logros de los alumnos en matemática, mejora cuando se ayuda a estos a hacer las conexiones entre los conocimiento nuevos y las experiencias y conocimientos previos. El interés y la participación de los alumnos en su trabajo escolar aumenta significativamente cuando ellos “ven” el porqué están aprendiendo esos conceptos y cómo se pueden usar los mismos en su vida diaria fuera del aula. Además, la mayoría de los alumnos aprenden mejor cuando se le permite **trabajar en equipos** compartiendo problemas y soluciones entre ellos.

En mi opinión pues, debemos considerar al **contexto como un aspecto intrínseco al problema**, permitiendo a los alumnos imaginar la situación planteada e incluso algunas veces, hacerles vivir esa situación mediante proyectos de investigación realistas y cercanos a ellos. De esta forma, si hacemos participe al alumno de su aprendizaje y le mostramos las matemáticas dentro de un contexto real, conseguiremos motivarlo, haciendo más eficiente el proceso de enseñanza-aprendizaje.

1.1. Motivaciones personales

La motivación principal que me ha llevado a tratar este tema de la contextualización es mi experiencia docente impartiendo clases particulares. Cuando los alumnos me llegan con sus dudas y consultas, se pueden apreciar en ellos una falta total de interés total por el tema que están tratando, su única motivación es la de alcanzar la nota mínima para superar la evaluación.

Esta falta de interés esta propiciada principalmente porque son incapaces de ver la utilidad de lo que están estudiando, lo ven como algo abstracto y misterioso, que olvidaran con el tiempo y no lo va a reportar nada ni en el presente, ni en el futuro.

Estas mismas sensaciones las experimente también en mi periodo de prácticas en el instituto, cuando tuve que explicarles a la clase mi unidad didáctica cuya temática era el Teorema de Pitágoras. En un primer momento opte por la explicación clásica, con su demostración y ejercicios tipo y el desconcierto y dificultades de los alumnos eran evidente. Sin embargo, cuando la demostración la realizaron ellos mismo mediante un puzzle (Actividad Contexto científico) y las actividades adquirieron un contexto práctico y de cooperación entre ellos mismos su aprendizaje se hizo mucho más significativo y efectivo.

Es por tanto que considero que una mayor contextualización de las matemáticas puede conducir a un acceso más inmediato del conocimiento por parte del alumno y a la aprehensión del mismo; ya que si somos capaces de poner en clima al alumno, de hacerle ver que lo que estamos estudiando es parte de la realidad que le rodea conseguiremos una mayor **motivación** de este, además de hacer de las **matemáticas una ciencia útil** e imprescindible no solo para los matemáticos, sino **para toda la sociedad**.



1.2. Motivos pedagógicos

Los motivos pedagógicos que me han llevado a desarrollar y defender este tema son múltiples y variados. Para empezar, vamos a repasar lo que muchos psicólogos, filósofos y educadores han expresado en los últimos años respecto a las metodologías de enseñanzas tradicionales basadas en la actitud expositiva del profesor y la actitud pasiva y auditiva por parte del alumno, en relación a la contextualización de las ciencias y por último.

A mi entender, es importante repasar la opinión de algunos los mas destacados pensadores desde principios de siglo hasta nuestro tiempo, en relación a lo que debería ser la educación. :

- ✓ Jean Piaget, psicólogo suizo de principios de s XX, opina que los alumnos *construyen sus propios esquemas de conocimiento a sus de experiencias previas y actuales.*
- ✓ Para Paulo Freire, educador brasileño de mediados del s XX, los alumnos necesitan *cuestionar* para crear y *re-crear* y para participar *activamente* en su *propio aprendizaje.*
- ✓ Paul R. Pintrich es un psicólogo estadounidense de mediados del s. XX que defendía que: *“una escuela orientada hacia el dominio de temas enfocará el plan de estudios y las tareas académicas de tal manera que promueva el valor y el interés que el alumno tenga sobre el aprendizaje. Se puede hacer esto alentando el uso de tareas reales y significativas que conecten el contenido del plan de estudios con problemas del mundo real, conocimientos previos y experiencias de los alumnos.”*
- ✓ Bruce A. Marlowe y M. Page: estos educadores actuales rechazan la enseñanza clásica basada en la lección magistral del profesor. Estos tampoco están de acuerdo con la competencia entre alumnos por las calificaciones, el uso excesivo de la memorización y con el dominio de la clase por parte del profesor. Por eso defienden *el protagonismo del alumno con la toma de decisiones propias, actividades de resolución de problemas, o proyectos de trabajo y planificación cooperativa.*

Como puede observarse en existe una marcada coincidencia entre estos autores en adoptar nuevos métodos de enseñanza aprendizaje basados en la experimentación real de los alumnos.

La corriente pedagógica más clara de este modelo de enseñanza moderna es el **constructivismo**, creada por Ernst von Glasersfeld (1917-2010), esta teoría postula la necesidad de entregar al alumno herramientas (generar andamiajes) que le permitan crear sus propios procedimientos para resolver una situación problemática, lo cual implica que sus ideas se modifiquen y siga aprendiendo.

Varios han sido las investigaciones que se han llevado a cabo en este aspecto. Por ejemplo, en 1999 la “National Academy Press” publicó “How People Learn: Brain, Mind, Experience, and School”, que fue el resultado de un proyecto de dos años en el cual definen al constructivismo de la siguiente manera: *“En el sentido más general, el modo contemporáneo de aprendizaje es que la persona construye nuevo conocimiento y entendimiento basándose en lo que ya conoce y cree”*. Otra investigación es la realizada por J. Lynn McBrien y Ronald S. Brandt, en “The Language of Learning: A Guide to Education Terms”, definen al constructivismo como *“un enfoque de enseñanza basado en la investigación acerca de cómo las personas aprenden. Muchos investigadores dicen que el individuo ‘construye’ conocimiento en lugar de recibirlo de otros”*

Estos mismo autores, describen también en sus publicaciones estrategias que se basan en la tema propuestos, los estudiantes aprenden mejor cuando adquieren conocimiento a través de la **exploración y del aprendizaje activo**. En estas estrategias se hace uso de actividades prácticas o manuales, motivando a los alumnos constantemente y ayudándolos a que vean las **conexiones entre temas y conceptos con la realidad que les rodea**, a diferencia de presentarlos de forma aislada y abstracta.



1.3. Justificación e interés que tiene hoy en día.

Para ver la justificación y el interés que este tema genera en las aulas, empezaremos por hacernos una serie de preguntas ¿Cuál es la forma más efectiva para transmitir a los alumnos la gran cantidad de conceptos presentes en un currículo de matemáticas para que sean capaces de retenerlos y ponerlos en práctica? ¿cómo podemos hacerles ver que cada uno de los temas están interconectados entre sí y con la realidad? ¿Cómo podemos abrir las mentes a los estudiantes para mostrarles la utilidad de estas nuevas técnicas de aprendizaje? La respuesta a estas preguntas supone un desafío diario para los docentes. A estos desafíos podremos enfrentarnos a través de un enfoque educativo basado en el aprendizaje contextual.

Los métodos tradicionales de enseñanza, a través de los cuales los alumnos procesan la información, no coinciden con la forma en que nuestros alumnos realmente procesan dicha información. De hecho, si atendemos a los estudios que hace el Dr. Kolb¹ respecto a los modos de aprendizaje que tiene un alumno (sintiendo, actuando, viendo-escuchando, pensando) vemos que hay una tendencia por parte de los alumnos a aprender de forma concreta (sentir y actuar) mas relaciona-do con la modelo contextual, mientras que el sistema escolar tradicional enseña de forma abstracta (pensar y ver- escuchar.)



Esto provoca que muchos alumnos se ofusquen en entender unos conceptos matemáticos, que no pueden asimilar por su naturaleza abstracta, y que además no son capaces de ver su utilidad en el futuro.

¹David A. Kolb (nacido en 1939) es un teórico de la educación estadounidense, cuyos intereses y publicaciones se centran en aprendizaje experimental.

Los métodos de aprendizaje contextual pues, le proporcionan al alumno una base académica más fuerte, actitudes favorables o positivas de trabajo, un nivel superior de habilidades y una mejor comprensión de cómo los conceptos académicos se relacionan con la realidad . La actitud tradicional de los profesores ha sido suponer que los alumnos harían todas estas clases de conexiones por su propia cuenta. Hoy en día, numerosos estudios demuestran que la mayor parte del interés y de los logros de los alumnos en matemática, mejora cuando se ayuda a los alumnos a hacer las conexiones entre la información y conocimiento nuevos y las experiencias y conocimientos previos.

Estas conexiones serán más sencillas cuanto más cercanos a realidad estemos en nuestra enseñanza. La siguiente tabla muestra la dificultad que tendrá el alumno según el nivel de abstracción al que le sometamos:

44
本 Conferencia dictada por Lic. Boblet en el Profesorado de Matemáticas del INSTITUTO SUPERIOR FUNDACIÓN SUZUKI DIPREGE 3882.

CONICIDAD	OBJETO	EJEMPLO	ABSTRACCIÓN
12	El objeto en sí mismo	La vidriera de una tienda	0
11	Modelo tridimensional en escala	Maquetas o sitio virtual	1
10	Esquema bidimensional o tridimensional	Globo terráqueo, mapa geológico	2
9	Fotografía	Cartel	3
8	Perfiles en diseño	Catálogos, prospectos	4
7	Esquema de construcción	Corte de un motor	5
6	Planos en perspectiva explosiva	Esquema de piezas por proximidad topológicas	6
5	Esquema eléctrico	Plano eléctrico de una vivienda	7
4	Organigramas	Diagrama de flujo	8
3	H ₂ O Esquema de formulación	Sociograma, formulas químicas	9
2	Esquemas de espacio complejos	Esquema de fuerzas sobre una estructura metálica	10
1	Esquema en el espacio abstracto	Gráficos vectoriales	11
0	E=mc ² Formulas algebraicas	Ecuaciones, formulas matemáticas, texto.	12

Así como conclusión, podemos establecer que el interés y la participación de los alumnos en su trabajo escolar **aumenta significativamente cuando ellos “ven” el porqué están aprendiendo esos**

conceptos y cómo se pueden usar los mismos para resolver problemas que trascienden el ámbito del aula. Además, la mayoría de los alumnos aprende mucho **más eficientemente cuando se le permite trabajar en equipos compartiendo problemas** y soluciones entre ellos.

1.4. Antecedentes y resultados

Dos son los antecedentes de este modelo de enseñanza que vamos a estudiar, por un lado la didáctica de la escuela de H. Freudenthal, conocida en el mundo anglosajón como RME, (Realistic Mathematics Education) y por otro, un movimiento en los Estados Unidos de reforma educativa llamado Tech Prep.

Realistic Mathematics Education, se desarrolla en las escuelas Holandesas entre 1905-1990, da suma importancia al uso de situaciones realistas, entendidas como razonables, realizables o imaginables, en forma concreta. A partir de estas situaciones, se diseñan secuencias curriculares con el objeto de generar, por parte de los alumnos, procesos de matematización progresiva a partir de las soluciones iniciales e informales que ellos mismos inventan. Desde esta perspectiva, se apuesta a que los alumnos, guiados por el docente y trabajando en interacción con sus compañeros, reinventen los objetos, modelos y herramientas de la matemática, a partir de contextos y situaciones susceptibles de ser organizados matemáticamente o matematizados. La actividad de matematización se da tanto en el eje horizontal (pasaje de la realidad a la matemática) como en el vertical (trabajo dentro de la realidad matemática misma). Sus principios didácticos son los siguientes:

- 1) *La matemática como actividad humana de organización y no como sistema preconstituido de saberes (principio de actividad).*
- 2) *El uso de contextos y situaciones realistas, en el sentido de realizables o imaginables no sólo como dominio de aplicación sino también y sobre todo como punto de partida para la matematización (principio de realidad).*
- 3) *La génesis y el desarrollo de modelos matemáticos a partir de la organización de situaciones realistas, los cuales cumplen la función de puentes entre los distintos niveles (de informales a formales) de matematización (principio de niveles)*

4) El carácter interactivo del proceso de aprendizaje/enseñanza, el cual hace posible la discusión de los distintas producciones y construcciones de los alumnos desde el punto de vista de su sentido, generalidad, eficiencia, elegancia, etc. (principio de interacción)

5) La fuerte interrelación de las distintos ejes y unidades curriculares

Los resultados de la puesta en práctica de esta experiencia fueron muy notables¹, además de conseguir la motivación del alumnado, mejoraron el nivel general de las aulas, no solo en matemáticas, sino en otras asignaturas científicas como química y física.

Tech Prep es un movimiento, que comenzó en la década de 1980 y que lidera el proceso de reforma educativa en Estados Unidos. Este movimiento está orientado a ayudar aquellos alumnos cuyos estilos de aprendizaje no “responden” a las formas abstractas de enseñanza y combina dos años de secundaria y dos de enseñanza postsecundaria. Los principios didácticos que lo rigen son los del aprendizaje contextual, llamados REACT :

- 1) Relación. Consiste en aprender en el contexto de las experiencias de la vida o conocimiento preexistente.*
- 2) Experimentación. Consiste en aprender en el contexto de exploración, descubrimiento e invención. Concretamente es aprender haciendo.*
- 3) Aplicación. Consiste en aprender conceptos en el contexto de su puesta en práctica.*
- 4) Cooperación. Consiste en aprender en el contexto de compartir e interactuar.*
- 5) Transferencia. Consiste en aprender en el contexto de la aplicación del conocimiento en nuevos contextos o en nuevas situaciones.*

Del mismo modo que en el RME, este movimiento didáctico consiguió la mejora en la asimilación de conceptos técnicos relacionados con asignaturas de ciencias (matemáticas, física química) por parte de los estudiantes. Además, la preparación de estos alumnos en contexto reales hizo que en su posterior etapa laboral tuvieran una serie de destrezas que le permitieran resolver los problemas que se les pudiera plantear.

¹ **La contextualización de la matemática en la escuela holandesa** .Flavia Irene Santamaria

- 2. MARCO TEÓRICO -

2.1. Estrategia de implantación del modelo contextual

Continuando con la teoría de aprendizaje contextual, el alumno adquiere mucho mejor la información y los conocimientos nuevos cuando estos tienen algún sentido en su marco de referencia (en su experiencia, en el entorno que le rodea, a través de su historia...). Este enfoque supone que la mente del alumno, busca de forma natural, el significado del contexto de la explicación, buscando las relaciones que tengan sentido y sean útiles.

En función de eso, la teoría del aprendizaje contextual enfoca los múltiples aspectos de cualquier ambiente de aprendizaje. Estos ambientes pueden ser variados, desde la propia aula, a un laboratorio, el patio del colegio, o un lugar de trabajo. Es por tanto, que siguiendo este modelo, se alienta a los profesores a diseñar **nuevos ámbitos de aprendizaje** cambiando el aula, por el patio, por el laboratorio, o por la visita a algún área de trabajo...esto motivará al alumnado, sacándolo de su rutina habitual, y haciendo que los estudiantes descubran las relaciones existentes entre las ideas abstractas y los contextos en un mundo real. Por ejemplo, en una clase de geometría, el alumno necesita hacer el proyecto de una piscina con una forma un tanto peculiar, en este proyecto tendrá que poner en práctica sus conocimientos de superficies, volúmenes, hacer presupuestos utilizando porcentajes ect....

Este enfoque de enseñanza se apoyará, según la plataforma CORD ¹, en cinco estrategias que el profesor puede utilizar para mejorar el nivel de aprendizaje de los alumnos. A estas se les conoce bajo el nombre de "REACT", que yo voy a extender a REACTivación de la enseñanza. Estas siglas responden a las iniciales de **R**elación, **E**xperiencia, **A**plicación, **C**ooperación y **T**ransferencia.



¹**CORD** (Center for Occupational Research and Development): Es una plataforma inglesa que desde 1979, dedica a elaborar y poner en práctica innovaciones educativas para secundaria.

RELACIÓN

La Relación es la estrategia de enseñanza contextual más poderosa. Según esta estrategia, aprender por “relación” consiste en *aprender en el contexto de las experiencias de la vida o conocimiento preexistente*.



Los profesores usan esta estrategia cuando “conectan” un nuevo concepto con algo que es conocido o familiar para los estudiantes, conectando de esa manera lo que los estudiantes ya conocen con la nueva información.

Por ejemplo, si estamos en el tema de razones y proporcionalidad, el enfoque tradicional de un problema vendría dado por el siguiente enunciado: "Supongamos que en un cofre tenemos 5 cartas. Tres de estas cartas son azules. Por lo tanto, los números tres y cinco forman una razón, que se puede expresar varias formas: 3 a 5, $3 : 5$, $3/5$ "

Sin embargo, haciendo uso de esta estrategia de "relación" el profesor comenzaría haciendo una serie de preguntas del tipo: “¿Alguna vez han hecho jugo a partir de un envase de zumo? ¿Miraron qué decían las instrucciones?”. Con esas respuestas, el profesor está reforzando sus conocimientos previos, y si además les entrega un envase relacionaran inmediatamente los nuevos conceptos con un contexto real.

De esta forma, la mayoría de alumnos piensan que ellos ya saben sobre proporcionalidad, o que el concepto de razón es accesible, porque están familiarizados con la experiencia de hacer jugo.

Haciendo estas preguntas previas sobre experiencias reales de los alumnos, los profesores pueden relacionar los nuevos conceptos, pero ¿cómo los profesores saben, o descubren los conocimientos y convicciones previas de los alumnos? Existen tres fuentes fundamentales de esta información¹:



¹, **American Association for the Advancement of Science**, Project 2061. *Benchmarks for Science Literacy*. New York.

- 1) *Experiencia*. Se refiere a la experiencia propia del profesor con alumnos de características similares.
- 2) *Investigación*. Se refiere a la evidencia documentada de las ideas que tienen comúnmente los alumnos.
- 3) *Sondeo*. Se refiere a preguntas o tareas diseñadas cuidadosamente que revelan los conocimientos y convicciones previas de los alumnos.

EXPERIMENTACIÓN

Si los alumnos no tienen experiencia o conocimiento previo relevantes sobre el tema en cuestión, el profesor no puede aplicar la estrategia de "relación". Los profesores pueden superar este obstáculo y ayudar a los alumnos a incorporar nuevos conocimientos a través de nuevas experiencias que este programadas para hacer en el aula. Esta estrategia se llama *experimentación* y consiste en *aprender en el contexto de la exploración, descubrimiento e invención*. Concretamente, es *aprender haciendo*, muy relacionado con una de las competencias básicas. Dentro de estas experiencias aplicadas en el aula, se puede mencionar el uso de actividades manipulativas, actividades de resolución de problemas y actividades de laboratorio.



-*Actividades manipulativas*. Son actividades en las cuales los alumnos pueden trabajar con objetos simples para modelar conceptos abstractos de manera concreta. Por ejemplo, en matemática, el estudio de la geometría se haría de una forma manipulativa, llevando a clase una serie de bloques con figuras geométricas que ellos mismos puedan tocar y manipular.

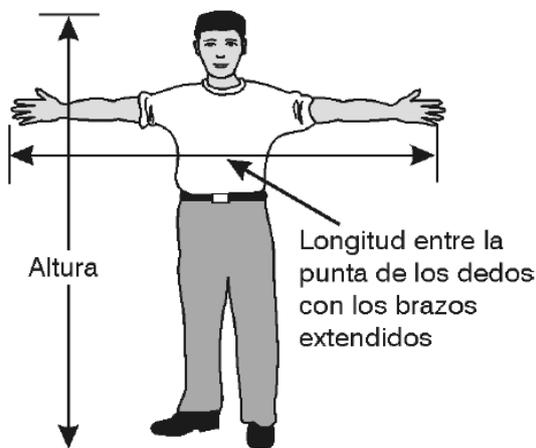
-*Actividades de Resolución de Problemas*. Estas son experiencias de aprendizaje que involucran la creatividad de los alumnos al mismo tiempo que introducen nuevos conceptos. Estas actividades también enseñan destrezas para la resolución de problemas, pensamiento analítico, comunicación e interacción en grupo.

Las mejores actividades de resolución de problemas introducen nuevos conceptos significativos, que de esa manera van apareciendo de forma natural

en situaciones problemáticas. Por ejemplo, la actividad presente en la Tarea 3, que consiste en resolver un problema en grupo adquiriendo el papel de arquitectos, cuya resolución da pie a la demostración del Teorema de la Altura y el Teorema del Cateto.

-Actividades de laboratorio. Estos proyectos son generalmente mas extensos y requieren mayor planificación que las actividades de resolución de problemas. En un laboratorio, los alumnos trabajan en grupos pequeños para recopilar datos tomando medidas, analizando los datos, sacando conclusiones, haciendo predicciones y reflexionando sobre los conceptos fundamentales involucrados en la actividad.

Por ejemplo, una actividad¹ puede ser pedirle a los estudiantes, que formando grupos, midan la altura y longitud entre la punta de los dedos con los brazos extendidos. Se les pide que mezclen los datos de su grupo con los del resto de la clase y que presenten todos estos datos en un cuadro o gráfico. Los alumnos harán



un sistema de ejes coordenados y graficarán los pares ordenados (altura, longitud entre la punta de los dedos con los brazos extendidos).. En el mismo, los alumnos observarán un patrón y una relación entre la altura y la longitud entre la punta de los dedos con los brazos extendidos. Usando estos datos graficados, los alumnos podrán dibujar una línea de mejor ajuste, así podrán descubrir la utilidad de la correlación al medir la longitud entre la punta de los dedos con los brazos extendidos del profesor y usar la línea ajustada (ya sea la ecuación de esa línea o el gráfico, o ambos) para predecir la altura del profesor o de cualquier otra persona.

Es importante destacar, que en este modelo de aprendizaje el profesor adquiere el papel de guía, estos no deben decirle directamente a los alumnos que hacer sino simplemente orientarlos en su descubrimiento.

¹ **Actividad planteada por CORD** (Center for Occupational Research and Development)

APLICACIÓN

Entendemos como aplicación el *aprender conceptos en el contexto de su puesta en práctica*. Como ya hemos visto los alumnos “aplican” conceptos cuando están involucrados en actividades de resolución de problemas prácticos y proyectos como los ya mencionados. Los profesores también pueden motivar la necesidad de aprender conceptos mediante la asignación de ejercicios *realistas y relevantes*.



Estas actividades tienen dos objetivos, en primer lugar plantear situaciones de la vida cotidiana, y también demostrar la utilidad de los conceptos en algún área de interés del alumno.(arquitectura, farmacia, física.....). Por ejemplo, el siguiente es un problema típico de la vida cotidiana en una clase de geometría sobre el superficies de sólidos. Una cúpula hemisférica de oro cubre la cúpula de la roca en Jerusalén. Si el diámetro de la cúpula mide 54 metros, encuentra la superficie de la semiesfera para poder recubrirla. El propósito del problema es que los alumnos recuerden y usen la fórmula de la superficie de una esfera y vean que les puede ser de utilidad en su vida.



La “aplicación” es una estrategia de enseñanza contextual desarrolla un sentido más profundo de comprensión, una razón para aprender. Esta estrategia promueve una segunda actitud que dice “yo *necesito o quiero aprender esto*”. Juntas, estas actitudes son muy motivadoras para el alumno.

COOPERACIÓN

Consiste en aprender en el contexto de compartir, interactuar y comunicarse con otros alumnos. La experiencia del trabajo cooperativo no solo ayuda a los alumnos a aprender los temas, sino que también está relacionado con el mundo real que postula el aprendizaje contextual.



Alguna de las virtudes del trabajo en grupo son de sobra conocidas, empezando porque la mayoría de los alumnos sienten menos vergüenza y pueden hacer preguntas sin sentirse intimidados. Otra ventaja es que van a explicar fácilmente lo que entienden a sus compañeros o proponer al grupo diversos enfoques para la resolución de problemas. Además, al escuchar a los compañeros dentro del grupo, los alumnos pueden volver a evaluar y formular su propio entendimiento. Por último, aprenden a valorar y respetar las opiniones de los demás porque, a veces, una estrategia diferente puede ser mejor para resolver el problema, pero también a defender la suya propia con argumentos propios cuando así lo consideren.

Las ventajas del trabajo cooperativo son muchas, es por ello que las analizaremos más profundamente en el apartado 2.4.(Trabajo cooperativo)

TRANSFERENCIA

Consiste en aprender usando el conocimiento que ya tiene el alumno en un nuevo contexto o una nueva situación. Es decir, se va construyendo por encima de lo que el alumno ya sabe.

Los alumnos que aprenden para entender también pueden aprender a transferir conocimiento¹.

La *transferencia* es una estrategia de enseñanza que consiste en *aprender en el contexto de la aplicación del conocimiento en nuevos contextos o en nuevas situaciones* (no abordadas en clase).

El profesor debe despertar la curiosidad del alumno, desatando en él una serie de emociones que le lleve a involucrarse en su aprendizaje. Un ejemplo² de cómo despertar emociones sería la entrega a los alumnos de 16 o 17 años, un artículo de una revista que usa la estadística para plantear que a la gente a los jóvenes no se les debe permitir tener carnet de conducir hasta los 18 años. Lo normal, es que la mayoría de los alumnos reaccionará emocionalmente frente a este argumento. La energía generada puede dirigirse a involucrar a los alumnos en un análisis o debate, seguido por una tarea a realizarse en grupo escribiendo críticas sobre el artículo.

¹ Bransford, Brown, and Cocking.

² Actividad planteada por CORD (Center for Occupational Research and Development)



Estas críticas incluirán también el análisis de la matemática. ¿Se usó mal la estadística? ¿Fue lógico el argumento? Si las críticas son convincentes, el profesor puede alentar a los alumnos a entregarlas al editor de la revista.

En conclusión, el desafío de los docentes hoy en día consiste en facilitar el aprendizaje de los alumnos para que los mismos aprendan de forma más eficiente. Para esto, los profesores deben crear ámbitos de aprendizaje conforme a las estrategias mencionadas. Es decir, el profesor deberá presentar problemas **relacionados** con un contexto conocido por el alumno, para que al trabajar **experimentando cooperativamente**, resuelva dichos problemas, aprenda y **aplique** lo aprendido y esté en condiciones de **transferir** los nuevos conocimientos aprendidos a otros contextos útiles en su vida.

2.2. Competencias Matemáticas

Es importante también, analizar cómo este modelo de aprendizaje está relacionado con la inclusión de las competencias básicas. En primer lugar vamos a estudiar como el aprendizaje contextual está estrechamente ligado a la definición de competencia matemática que hace la LOE¹, que *consiste en la adquisición de las habilidades para aplicar con precisión y rigor los conocimientos y el razonamiento matemático en la descripción de la realidad y en la resolución de **problemas de la vida cotidiana**.*

En la propia definición, se pone de manifiesto, la necesidad de poner en un contexto conocido para el alumno la enseñanza de esta ciencia, de forma que pueda ver su utilidad en el mundo que le rodea.

El concepto de competencia matemática está íntimamente relacionado con **el punto de vista funcional de las matemáticas**, que tiene que ver con:

- ✓ las matemáticas como “modo de hacer”
- ✓ la utilización de herramientas matemáticas
- ✓ el conocimiento matemático en funcionamiento

Y en la cual interviene los siguientes elementos:

- ✓ tareas contextualizadas
- ✓ herramientas conceptuales y procedimentales
- ✓ cognitivo

¹LOE (Ley Orgánica de Educación) publicada en el BOE el 4 de mayo de 2006.

Esta visión de las matemáticas tan funcional, está muy relacionado con el uso que le demos a esta, dejando de lado su visión abstracta que tanto dificulta su aprendizaje al alumno, y acentuando su visión social y práctica y fomentando el uso de tareas contextualizadas dentro del aula.

Por su parte la OCDE¹ en su informe PISA² define la competencia matemática como “la capacidad individual para identificar y comprender el papel que desempeñan las matemáticas en el mundo, emitir juicios bien fundados, utilizar las matemáticas y comprometerse con ellas, y satisfacer las necesidades de la vida personal como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo”. De nuevo en esta definición, se pone de manifiesto los fundamentos de la enseñanza contextualizada destacando la importancia de las matemáticas en el mundo. El siguiente esquema refleja la estrecha relación que existe entre sujeto(alumno), las matemáticas y la realidad:



¹**OCDE:** Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos es una organización de cooperación internacional, compuesta por 34 estados, cuyo objetivo es coordinar sus políticas económicas y sociales

²**PISA:** Informe del Programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes se basa en el análisis del rendimiento de estudiantes a partir de unos exámenes mundiales que se realizan cada tres años

2.3. Competencias básicas y su inclusión en el currículo.

Entendemos por competencia básica *"Conjunto de habilidades cognitivas, procedimentales y actitudinales que pueden y deben ser alcanzadas a lo largo de la educación obligatoria por la mayoría del alumnado y que resultan imprescindibles para garantizar el desenvolvimiento personal y social y la adecuación a las necesidades del contexto vital, así como para el ejercicio efectivo de los derechos y deberes ciudadanos."* En esta definición ya se deja claro la condición social y de contexto que tiene, estrechamente relacionado con el tema tratado. A continuación voy a analizar las distintas competencias, según la LOE¹, y su relación con el aprendizaje contextual:

✓ COMUNICACIÓN LINGÜÍSTICA: *"La competencia en comunicación lingüística se refiere a la utilización del lenguaje como instrumento tanto de comunicación oral y escrita como de aprendizaje y de regulación de conductas y emociones."* El uso de la expresión oral y escrita en la formulación y expresión de las ideas, para defenderlas y exponerlas en grupo es fundamental en una de las estrategias planteadas, la cooperación.

✓ TRATAMIENTO DE LA INFORMACION Y COMPETENCIA DIGITAL *"Habilidades para buscar, obtener, procesar y comunicar la información y transformarla en conocimiento."* En una sociedad tan repleta de información como esta, es inevitable que los alumnos sean ajenos a ella, motivarles para despertar su curiosidad buscando e investigando por su cuenta, será fundamental para que desarrollen su aprendizaje de formas mas efectiva.

✓ COMPETENCIA CULTURAL Y ARTÍSTICA *"Esta competencia supone apreciar, comprender y valorar críticamente diferentes manifestación esculturales y artísticas, utilizarlas como fuente de disfrute y enriquecimiento personal y considerarlas como parte del patrimonio cultural de los pueblos"* El trabajo en grupo hace que los alumnos adquieran valores como el respeto, la solidaridad...unos valores que posteriormente trasladaran a su vida diaria.

✓ COMPETENCIA MATEMÁTICA: Esta competencia ya ha sido analizada con profundidad en el punto anterior.

¹LOE (Ley Orgánica de Educación) publicada en el BOE el 4 de mayo de 2006.

✓ COMPETENCIA DE APRENDER A APRENDER: "*Aprender a aprender supone iniciarse en el aprendizaje y ser capaz de continuarlo de manera autónoma.*" Este es otro de los aspectos dentro del modelo, ya que en todo momento se le alienta al alumno que sea dueño de su aprendizaje, siendo el profesor un guía dentro de este proceso.

✓ AUTONOMÍA E INICIATIVA PERSONAL: "*Esta competencia se refiere a la posibilidad de optar con criterio propio y llevar adelante las iniciativas necesarias para desarrollar la opción elegida y hacerse responsable de ella, tanto en el ámbito personal como en el social o laboral.*" Afrontando los problemas contextualizados, y los distintos proyectos y experimentos que se les proponga, el alumno irá adquiriendo capacidad de trabajo, demora en la necesidad de satisfacción inmediata y de aprender de los errores, y por tanto aumentará su responsabilidad, perseverancia y autoestima.

✓ COMPETENCIA EN EL CONOCIMIENTO Y LA INTERACCIÓN CON EL MUNDO FÍSICO: "*Habilidad para interactuar con el mundo físico, tanto en sus aspectos naturales como en los generados por la acción humana.*" Este es uno de los puntos más destacados del aprendizaje contextual, con el planteamiento de problemas aplicados y la propia experimentación tanto dentro del aula como fuera se buscará su utilidad para comprender el mundo que nos rodea.

✓ COMPETENCIA SOCIAL Y CIUDADANA: "*Esta competencia permite vivir en sociedad, comprender la realidad social del mundo en que se vive y ejercer la ciudadanía democrática. Incorpora formas de comportamiento individual que capacitan a las personas para convivir en una sociedad cada vez más plural, relacionarse con los demás, cooperar, comprometerse y afrontar los conflictos.*" Esta competencia está presente a través de la participación en grupo, exponiendo y defendiendo ideas y conjeturas y aprendiendo a respetar otras diferentes.

2.4. Aprendizaje en contextos

Cuando hablamos de aprendizaje en contexto, nos referimos al amplio abanico de posibilidades con las cuales el profesor puede motivar al alumno y despertar su curiosidad. Esos contextos, pueden ir desde la explicación histórica de un tema (contexto histórico), a la relación con el resto de asignaturas (contexto interdisciplinar), haciendo a los alumnos ponerse en el papel de cualquier profesión (contexto laboral) o incluso, proponiéndoles ser auténticos científicos con la demostración de teoremas o experimentos (contexto científico). A continuación desarrollare y pondré ejemplo de cada uno de estos:

✓ CONTEXTO HISTÓRICO

¿Qué nos enseña la historia?
¿Qué otra materia se está dando sin mención a su historia, a su filosofía, a su desarrollo? Situar al alumno en el marco histórico en el cual se va a hacer la explicación le ayudara a entender la importancia y trascendencia del tema a tratar. Haciéndole ver los fundamentos y la procedencia de los conceptos a estudiar, conseguimos que estos se interesen

Ejemplo:

Suponiendo que vamos a iniciar el tema de geometría y Teorema de Pitágoras, sería interesante que los alumnos en grupo investigaran un poco sobre la geometría euclidea y sobre la escuela Pitagórica, al día siguiente podrían exponer su investigación en clase, adquiriendo ellos mismos el papel de maestros.

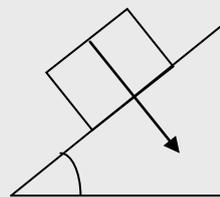
mas por el tema, despertando su curiosidad sobre el origen y la antigüedad de dichos conceptos. Esta explicación histórica no tiene porque realizarla el profesor, pueden ser los mismo alumnos los que jueguen a ser historiadores investigando sobre el tema y exponiendo su trabajo en clase.

✓ CONTEXTO INTERDISCIPLINAR

Otro recurso del que podemos hacer uso para motivar al alumno y hacerle entender la trascendencia y utilidad de las matemáticas es plantearle proyectos o problemas en colaboración con otras asignaturas como física, química, dibujo...o incluso ingles. De esta forma conseguimos que los alumnos vean las matemáticas y el resto de ciencias como algo interconectado, no como entes abstractos sin relación entre sí.

Ejemplo:

Siguiendo con el tema de geometría, pero ahora en Trigonometría, podríamos plantearle a los alumnos algún tipo de problema físico en el que interviniera una serie de fuerzas inclinadas que tuvieran que descomponer y después resolverla usando el Teorema de Pitágoras. Incluso en este ejercicio, podríamos llevarlo más allá y hacerles modelizar el problema.



✓ CONTEXTO LABORAL

Como ya hemos visto los alumnos aplican mejor los conceptos cuando están involucrados en actividades de resolución de problemas prácticos relacionados con situaciones reales donde ellos puedan verse reflejados en un futuro. Los profesores pues, pueden motivar la necesidad de aprender conceptos mediante la asignación de ejercicios *realistas* y *relevantes* encuadrados en un futuro laboral.

✓ CONTEXTO CIENTÍFICO

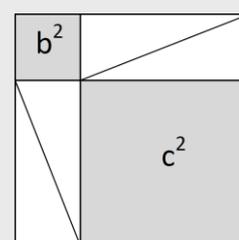
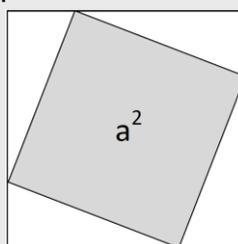
Por último, también podemos plantear a los alumnos realizar demostraciones de teoremas mediante "juegos", o experimentos en grupo de forma que puedan ver y apreciar el porqué y el origen de las cosas. La resolución de estos ejercicios los motivara en el resto del tema, ya que han sido ellos mismos los que han sido capaz de resolverlos.

Ejemplo:

Podemos hacerles ponerse en el papel de farmacéuticos. Son responsables de seleccionar el tamaño correcto de las cápsulas, y para su selección le damos una tabla con varios datos sobre la capsula. Sabiendo que tiene que una dosis de 25 miligramos de un antidepresivo y cada cápsula debe contener $650 \pm 10 \text{mm}^3$. ¿Qué tamaño de cápsula debéis elegir?

Ejemplo:

Si estamos en el T. de Pitágoras, una buena forma de hacerles entender este teorema es mediante dos puzzles que tienen que completar y que demuestran que $a^2 = b^2 + c^2$



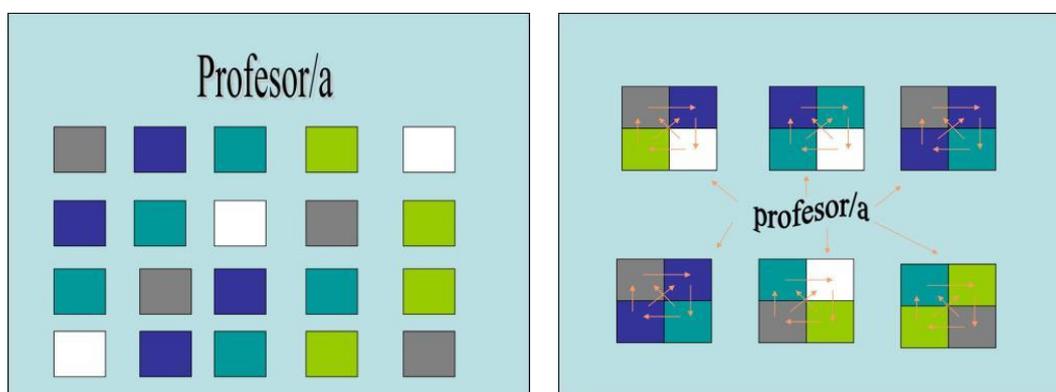
2.5. Trabajo cooperativo.

La aplicación del aprendizaje contextual incorpora la cooperación entre sus estrategias ya que promueve un logro por parte del alumno mayor que los métodos individualistas y competitivo. Este además favorece la autorregulación del aprendizaje, la asunción de responsabilidades, la participación de todos y todas, las habilidades comunicativas orales, la ayuda mutua, el respeto ... El trabajo cooperativo es, además, una de las mejores estrategias para abordar la diversidad del aula y caminar hacia una escuela verdaderamente inclusiva.

Pero la introducción de este aprendizaje cooperativo debe hacerse de forma gradual y siguiendo una serie de pautas¹:

- ✓ *Estructurar interdependencia positiva dentro de los grupos.* cada estudiante siente que no tendrá éxito a no ser que todos el grupo lo tengan.
- ✓ *Hacer que los alumnos interactúen mientras hacen sus tareas y asegurarse que esa interacción proviene de trabajar en las mismas.*
- ✓ *Hacer que todos los alumnos sean responsables individualmente por la ejecución de las tareas y que no se apoyen en el trabajo de los otros.*
- ✓ *Hacer que los alumnos aprendan a usar habilidades interpersonales y de trabajo en grupos pequeños.* Estas habilidades son las de liderazgo, toma de decisiones, generación de confianza, comunicación y manejo de conflictos.
- ✓ *Asegurar que los grupos analicen cómo están desempeñando sus funciones.* Cuando los alumnos reciben retroalimentación acerca de su participación en el grupo, pueden reflexionar sobre el rol que desempeñan

Como ya hemos dicho, con este modelo de aprendizaje el rol del profesor cambia completamente. El profesor, en ocasiones es expositor, en otras observador y a veces facilitador u orientador.



¹ Investigación realizada por Johnson, David W., and Roger T. Johnson. "Using Cooperative Learning in Mathematics,"

2.6. Nuevas tecnologías aplicadas.

Las nuevas tecnologías de la información y la comunicación (TICs)¹ se han convertido en una herramienta insustituible y de indiscutible valor y efectividad en el manejo de la información con propósitos didácticos. La inclusión de estas en el marco del aprendizaje contextual es evidente, ya que si consideramos que debemos favorecer que el alumno adquiera los conocimientos dentro de un entorno real, no podemos obviar los avances tecnológicos que se producen a nuestro alrededor.



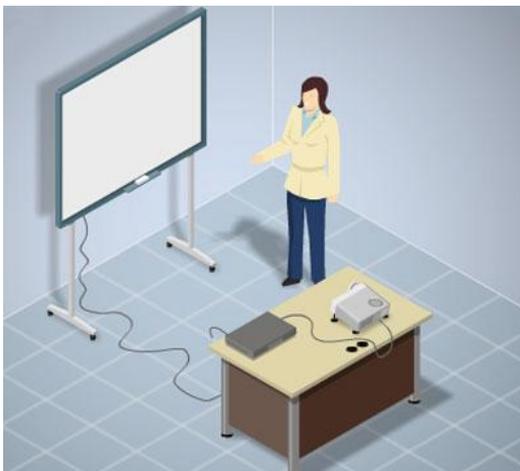
Algunas de las ventajas² que podemos apreciar en el uso de las nuevas tecnologías para la formación de nuestros estudiantes en relación al aprendizaje contextual son:

- ✓ *Acceso de los estudiantes a un abanico ilimitado de recursos educativos.* Estos recursos pueden favorecer la aplicación de las estrategias planteadas como la investigación (Internet).
- ✓ *Acceso rápido a una gran cantidad de información en tiempo real.*
- ✓ *Obtención rápida de resultados.* La inmediaticidad de la información puede evitar el desasosiego y cansancio por parte del alumno.
- ✓ *Gran flexibilidad en los tiempos y espacios dedicados al aprendizaje.* Esto favorece que el alumno sea dueño de su aprendizaje, siendo él quien impone su horario y tiempo de trabajo.
- ✓ *Adopción de métodos pedagógicos más innovadores, más interactivos y adaptados para diferentes tipos de estudiantes.* Cuando un alumno recibe la información de una forma más interactiva, fuera de lo tradicional, despierta su curiosidad y por lo tanto su atención.

¹TICS: Las tics comprenden las Telecomunicaciones, Informática y sector audiovisual

²Canós, Ramón y Albaladejo, 2008

- ✓ *Mayor interacción entre estudiantes y profesores a través de las videoconferencias, el correo electrónico e Internet.* Esta mayor conectividad entre profesor y alumno hace que este no adquiera seguridad y confianza en su trabajo e investigaciones, ya que fuera del horario de clase sigue existiendo una línea de comunicación entre ambos a la que puede acudir en cualquier momento.
- ✓ *Colaboración mayor entre estudiantes, favoreciendo la aparición de grupos de trabajo y de discusión.* El trabajo cooperativo no tiene que quedar en el aula, o en las reuniones fuera de clase, puede extenderse a videoconferencias o foros de debate.
- ✓ *Incorporación de simuladores virtuales como nueva herramienta de aprendizaje.* Estos simuladores pueden ayudar al alumno a ponerse en la piel de futuros arquitectos, farmacéuticos...favoreciendo la contextualización y por tanto la adquisición de nuevos conocimientos.
- ✓ *Permite al alumno tomar contacto con la realidad que se va a encontrar cuando salga del centro escolar.* El hecho de que desde que estén en el periodo escolar se familiaricen con las nuevas tecnologías favorece su posterior uso cuando se integren a la vida laboral.



- 3. METODOLOGÍA -

3.1. Metas u objetivos que se pretenden conseguir.

Aplicando nuevos enfoques de enseñanza aprendizaje en el aula, pretendemos que estos nuevos métodos reflejen una serie de diferencias positivas con respecto al método tradicional. Por lo tanto, al aplicar este modelo de aprendizaje contextual tenemos la expectativa de conseguir una serie de beneficios en el alumnado como los que se menciona a continuación:

- ✓ Los alumnos pueden transferir conocimiento del contenido académico a la vida real y en el futuro de la escuela al lugar de trabajo.
- ✓ Los estudiantes pierden ese miedo generalizado que hay respecto a las matemáticas y las ciencias en general.
- ✓ Los alumnos muestran más interés, motivación y comprensión del valor del tema y de la escuela en general que en clases enseñadas por métodos tradicionales.
- ✓ La población estudiantil que tradicionalmente ha obtenido resultados mediocres en materias académicas muestra un mejor desempeño.
- ✓ Los alumnos trabajan de un forma más efectiva en equipo y adquieren valores como el respeto, solidaridad....que mejoran el ambiente general de la clase así como la convivencia.

3.2. Condiciones iniciales o puntos de partida.

Tradicionalmente, materias como ciencias (matemáticas, física, química...) e idiomas(inglés, francés...) se enseñan de forma que se beneficia a los alumnos que son capaces de adquirir los conocimientos de una forma abstracta, pero numerosos estudios han demostrado que este tipo de estudiantes "abstractos" no superan el 25 % en las aulas. Por lo tanto, las mayores dificultades que tiene el alumno para interiorizar las matemáticas provienen de la propia naturaleza de esta ciencia (complejidad de conceptos, estructura jerárquica de los conceptos matemáticos, carácter lógico y lenguaje matemático.) Esto provoca en el alumno una sensación de desasosiego y desesperación frente a la asignatura, que deriva en un miedo que hace imposible la asimilación de nuevos conocimientos.

Por lo tanto, es importante abandonar un poco esa naturaleza abstracta que tienes esta ciencia, y esto se produce cuando se ayuda a los alumnos a hacer las conexiones entre la información y conceptos nuevos y las experiencias y conocimientos previos. El interés y la participación de los alumnos en el aula mejora significativamente cuando ellos “ven” el porqué están aprendiendo esos conceptos y cómo se pueden usar los mismos para resolver problemas que trascienden el ámbito del aula. La mayoría de los alumnos aprende mucho más eficazmente cuando se le permite trabajar en equipos compartiendo problemas y soluciones entre ellos.

3.3. Intenciones Teóricas del Experimento.

Los resultados de investigaciones acerca de la inteligencia humana y de las maneras de aprender muestran una importante coincidencia en relación a la efectividad de algunos métodos de enseñanza y de aprendizaje contextualizado. Por ejemplo, los estudios de los doctores Caine y Caine¹ muestran que las conexiones son una pieza clave para el aprendizaje eficiente. En función de esas investigaciones podemos afirmar que:

- ✓ La mayoría de las personas aprende mejor de una manera concreta mediante la participación personal, el desarrollo de actividades físicas o prácticas y con oportunidades de descubrimiento personal.
- ✓ El aprendizaje se ve reforzado cuando los conceptos se presentan en un contexto de relaciones que son familiares o conocidas para el alumno.
- ✓ La mayoría de las personas se relaciona mejor con ejemplos y experiencias tangibles y concretas que con modelos conceptuales abstractos.
- ✓ La mayoría de los alumnos aprenden mejor por medio de algún tipo de interacción personal con otros alumnos, grupos de estudio, aprendizaje en equipo, etc.
- ✓ La transferencia de aprendizaje de una situación a otra no es consistentemente predecible y la habilidad para hacerlo debe ser aprendida.

¹Caine, R.N. y G. Caine. 1991. *Making Connections: Teaching and the Human Brain*.

3.4. Desarrollo. Organización en torno al aprendizaje contextual de una Unidad Didáctica.

La idea final de esta investigación es desarrollar una pequeña programación para un curso de 4º de ESO. La Unidad elegida es la de trigonometría, el motivo de su elección es la dificultad que representa normalmente a los alumnos, provocada muchas veces por la desconexión que se hace de esta con la realidad.

Esta programación constara de cuatro sesiones, en mi opinión suficientes para ver el desarrollo que seguirían las clases durante el resto del curso con esta metodología.

3.4.1. Filosofía de Trabajo.

Para el desarrollo de la programación se aplicaran los conceptos en los que se basa el aprendizaje contextual. En primer lugar se buscará la **relación** de los nuevos conceptos con la realidad por parte de los estudiantes. Además se fomentará la **experimentación** con la realización de actividades manipulativas y problemas que le sirvan para introducir nuevos conceptos, así como **la aplicación** de estos problemas en entornos laborales y realistas, lo que lo hará más atractivos para los alumnos. Otro aspecto fundamental será la **cooperación** entre los alumnos que favorece un aprendizaje más efectivo de estos que los métodos individualistas y competitivos del método tradicional, y por último, promover que los alumnos **transfieran** estos nuevos conocimientos aprendidos a otros contextos útiles en su vida.



3.4.2. Objetivos y contenidos establecidos para esta etapa.

Los objetivos específicos a desarrollar de este primer bloque de Trigonometría de 4º de la ESO son:

- ✓ Conocer las diferentes unidades de medida de ángulos y su relación
- ✓ Conocer las razones trigonométricas, identificándolas en situaciones de la vida cotidiana, y calculándolas por asimilación al triángulo rectángulo.
- ✓ Deducir algebraica y gráficamente los teoremas del cateto y la altura.
- ✓ Utilizar adecuadamente la calculadora y otras herramientas informáticas para efectuar cálculos trigonométricos.

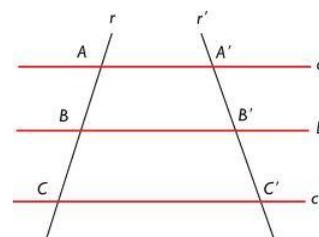
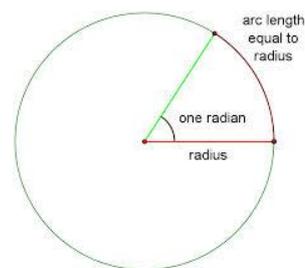


En cuanto a los objetivos generales relacionado con las capacidades y aptitudes que el alumno tiene que desarrollar, fuera de los conocimientos propios del tema son:

- ✓ A) Identificar en la vida cotidiana situaciones en las que puedan ser útiles los conocimientos trigonométricos adquiridos, con el fin de resolver problemas: efectuar mediciones de longitudes o ángulos en situaciones reales, calcular superficies ...
- ✓ B) Desarrollar capacidades por parte de los alumnos para poder expresarse tanto de forma oral como por escrito, y poder defender sus distintos puntos de vista así como respetar los opuestos.
- ✓ C) Aprender a trabajar en grupo, a defender ideas propias y respetar otras ajenas, a adquirir valores como la solidaridad, el compañerismo...
- ✓ D) Adquirir capacidad de trabajo, investigando y experimentando en proyectos aplicados que le permita coger autoestima y ver el uso de las matemáticas en distintos ámbitos.
- ✓ E) Aplicar los conocimientos adquiridos en el tema y transferirlos a otros contextos útiles de su vida real, y su futura vida laboral.

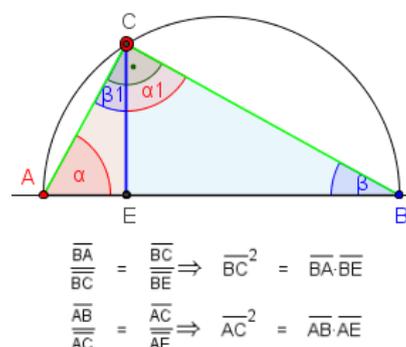
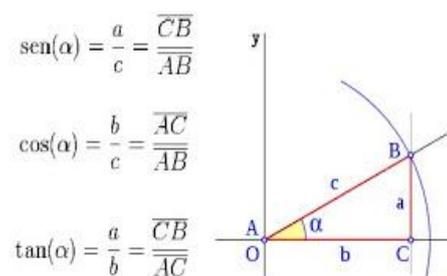
En cuanto a los contenidos a desarrollar en la programación, los separare en hechos y conceptos:

- ✓ Pitágoras, Semejanza y teorema de Thales (previos).
- ✓ Unidades de medida de ángulos: grado sexage. y radián.
- ✓ Razones trigonométricas principales en un triángulo rectángulo: seno, coseno y tangente, así como cosecante, secante y cotangente.
- ✓ Ecuación fundamental de la trigonometría.
- ✓ Teoremas de la altura y el cateto.



Los procedimientos que los alumnos deben desarrollar son:

- ✓ Conversión entre las unidades de radianes y grados.
- ✓ Aprender a reconocer triángulos semejantes, y aplicar el Teorema de Thales (conceptos previos)
- ✓ Identificación de las razones trigonométricas (seno, coseno, tangente, cosecante, secante, cotangente) en el triángulo rectángulo y su relación con Pitágoras.
- ✓ Aplicación de la ecuación fundamental.
- ✓ Utilización de la calculadora sencilla y científica.
- ✓ Resolución de triángulos rectángulos por aplicación del teorema de la altura y del cateto.
- ✓ Utilización de los conceptos teóricos de ángulo y razón trigonométrica para realizar mediciones.
- ✓ Resolución de problemas mediante formación de modelos matemáticos a partir de situaciones reales.



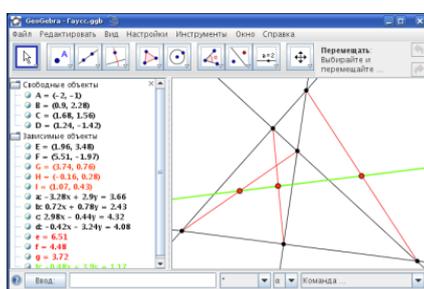
Por último, las actitudes y valores a adquirir son:

- ✓ Percepción de la utilidad de la trigonometría en problemas reales.
- ✓ Despertar la curiosidad por la aplicación de la trigonometría en las Matemática y en otras disciplinas como la Arquitectura, la topografía....
- ✓ Incorporación de hábitos y métodos de trabajo en grupo.
- ✓ Capacidad del alumno para resolver problemas de carácter geométrico y coger confianza en las matemáticas.

3.4.3. Materiales y recursos.

Partiendo de las limitaciones presupuestarias que podamos tener en el centro, así como el poco tiempo disponibles, los materiales didácticos que usaremos serán:

- ✓ Fichas de trabajo para la realización de las actividades: estas fichas de trabajo en grupo tendrán toda la información necesaria referente al ejercicio propuesto, desde enunciado, localización, información adicional...
- ✓ Programas de informática geo-gebra: el uso de este tipo de programas acerca más a alumno a las nuevas tecnologías y ofrece nuevas posibilidades. Además, hace que el mismo contenido le puede parecer más interesante al alumno visto en un pantalla que en una hoja de papel.
- ✓ Trabajo de campo: “la utilización de recursos manipulativos que sirvan de catalizador del pensamiento del alumno es siempre aconsejable, pero cobra especial importancia en geometría donde la abstracción puede ser construida a partir de la reflexión sobre las ideas que surgen de la experiencia adquirida por la interacción con un objeto físico”.



Los recursos a usar en el aula son múltiples y su uso puede incentivar y motivar a que el alumno se interese por la trigonometría. Los recursos son:

- ✓ Proyector: el uso de esta nueva manera de presentar los contenidos hace que sea más interesante su aprendizaje, ya que se pueden incluir videos, fotos, esquemas, gráficos...
- ✓ Tiza y pizarra: indispensable para la aclaración de conceptos y la realización de actividades.
- ✓ Instrumentos de dibujo: papel milimetrado, regla graduada, medidor de ángulos, compás,..., con el fin de construir de modelos o situaciones susceptibles de ser representadas a través de figuras o formas geométricas.

- ✓ Instrumentos de medición: cintas métricas, medidores de ángulo....para poder realizar la actividad planteada en la sesión dos.
- ✓ Calculadora científica: nivel sencillo y avanzado. “La misma [...] debe convertirse en una herramienta para la construcción del pensamiento matemático y facilitar la comprensión de los conceptos, ya que permiten liberar de una parte considerable de carga algorítmica”.
- ✓ Aula de informática para poder llevar a cabo el proyecto final de la programación.



3.4.4. Organización de la clase (agrupamientos)

Las características generales de la clase serán las siguientes:

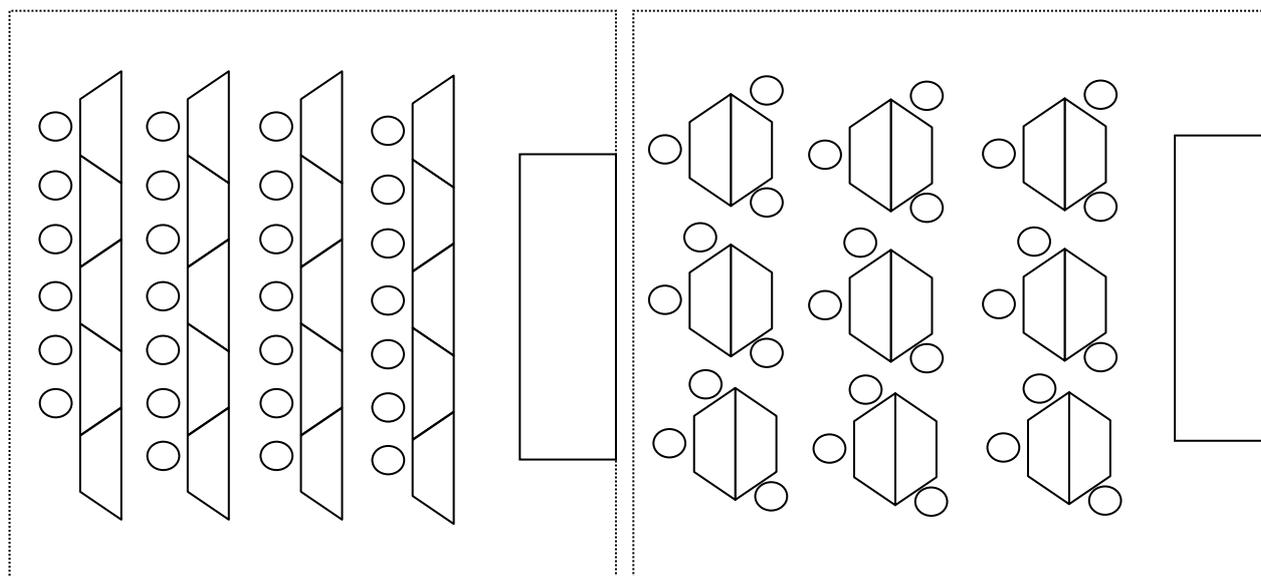
- ✓ La clase tendrá un tamaño establecido máximo de 27 alumnos.
- ✓ Las capacidades de los alumnos serán relativamente homogéneas, la mayoría de alumnos tendrán una capacidad que le permita seguir la clase con normalidad.
- ✓ Existirá una minoría con un alto rendimiento académico a la que se le prestara una atención personalizada.
- ✓ Consideraremos también la presencia de un pequeños grupo de alumnos de procedencia extranjera con ciertas dificultades para entender el idioma.
- ✓ Las mesas serán aptas para el trabajo en grupo y permitirán su movilidad de forma que se puedan disponer en grupos de tres alumnos.
- ✓ La escuela será un centro TIC con una disponibilidad de sala de ordenadores, proyectores...

Para la formación de los grupo el criterio principal será que estos sean heterogéneos y que nadie quede marginado. Para ello, se pide a cada alumno que enumere anónimamente tres compañeros de clase con los que le gustaría trabajar. Luego se cuenta la cantidad de veces en que fue elegido cada alumno. Así, es posible identificar a los estudiantes aislados de la clase.

El alumno más aislado formará un grupo con dos de los compañeros más populares, solidarios y serviciales de la clase. Luego se determinará quién es el segundo alumno más aislado y se procederá de igual manera. Así conseguiremos aumentar las probabilidades de que los alumnos aislados participen en las actividades de aprendizaje y, entablen relaciones positivas con sus compañeros, a efectos de que ninguno se sienta relegado o rechazado.

DISTRIBUCION CLASE MAGISTRA

DISTRIBUCION TRABAJO GRUPO



La organización del trabajo de la programación se desarrollará siguiendo los siguientes principios básicos:

- ✓ Fomentar la participación y diálogo entre el alumnado, permitiendo que se expresen, defiendan sus argumentos y se equivoquen.
- ✓ Plantear situaciones relacionadas con la práctica real y, de modo recíproco, trasladar los contenidos aprendidos a situaciones de la vida cotidiana, lo cual reforzará que los conocimientos sean transferibles.
- ✓ Crear situaciones de aprendizaje motivadoras, dándole un enfoque investigativo que haga que el alumno "descubra" los conceptos por sí mismo.
- ✓ Favorecer el progreso conceptual con una correcta secuenciación de los contenidos a través de las actividades propuestas.

3.4.5. Actividades y secuenciación de la misma.

Presento ahora las 4 sesiones de trabajo en clase para el desarrollo del tema. El título de cada sesión hace referencia al contenido central que aborda. En cada una de las sesiones incluyo los contenidos y objetivos a tratar, así como la dinámica de dicha sesión con su temporalidad y las tareas.

La lista de sesiones es la siguiente:

SESIONES	DURACIÓN
1. Historia y aplicaciones de la trigonometría a la vida cotidiana. Medida de ángulos en grados y radianes.	60 minutos
2. Relaciones fundamentales. Uso de calculadora.	60 minutos
3. Teorema del cateto y de la altura.	60 minutos
4. Proyecto integrado	60 minutos

SESIÓN 1

1. Contenidos y objetivos de la sesión:

- ✓ Conceptos básicos: Historia, usos de la trigonometría en la vida cotidiana y medida de ángulos con grados y radianes.
- ✓ Capacidades a desarrollar y relación con las competencias generales: Repaso histórico, usos de la trigonometría en la vida cotidiana y uso de distintos sistemas para medir ángulos, manejo de la regla de conversión entre sistema de medidas , uso de la calculadora en modo DEG y RAD.
- ✓ Intenciones y expectativas que orientan la planificación de la sesión: Esta sesión está pensada para ser trabajada en dos partes, en una primera se en la que se verá junto con los alumno un poco de la historia de la trigonometría, así como sus aplicaciones en la vida diaria y en la segunda en la que se impartirán una serie de conceptos básicos y se les introducirá al manejo con soltura de los dos sistemas de medida para ángulos .

2. Temporalización de la sesión:

- ✓ **30min:** Realizar una breve introducción histórica acerca la trigonometría, haciendo hincapié en sus orígenes y en como las distintas civilizaciones han hecho uso de ella. Preguntarle posteriormente a la clase en que usos de la vida cotidiana se aplica la trigonometría dando ejemplos.
- ✓ **5min:** Formación de los grupos para el trabajo cooperativo.
- ✓ **15min:** Explicación de los contenidos (conceptos básicos y sistemas de medida para ángulos)
- ✓ **5min:** Explicación de la Tarea 4 que tendrán que exponer la sesión 4. Análisis de influye la trigonometría en el funcionamiento de un GPS, en relación con la asignatura de Física (Interdisciplinariedad)
- ✓ **15min:** Explicación de los contenidos (conceptos básicos y sistemas de medida para ángulos)
- ✓ **5min:** Explicación de la Tarea 1 en los grupos formados que tendrán que realizar para el próximo día fuera de clase.

3. Secuencia de Tareas.

TAREA 1 (Grados y radianes) Duración aproximada: LIBRE

Descripción de la actuación del alumno y/o de la intervención del profesor: los alumnos en grupo tendrán que identificar triángulos en la calle, fotografiarlos y luego medir sus ángulos tanto en grados como radianes.

Nombre:..... Fecha:...../...../.....

Nombre:.....

Nombre:.....

CONVERSIONES

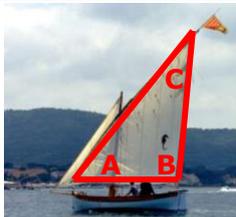
DESCRIPCIÓN: Sal a la calle e identifica varios elementos donde la trigonometría este presente, fotografála y mide los ángulos del triangulo en grados y radianes.

Ejemplo:

A: $60^\circ = 1/3 \pi \text{ rad}$

B: $100^\circ = 5/9 \pi \text{ rad}$

C: $20^\circ = 1/9 \pi \text{ rad}$



SESIÓN 2

1. Contenidos y objetivos de la sesión:

- ✓ Conceptos básicos: Razones trigonométricas en triángulos rectángulos, relaciones fundamentales entre razones de un ángulo.
- ✓ Capacidades a desarrollar y relación con las competencias generales: Identificar y dibujar distintos tipos de ángulos y triángulos, identificar elementos de un triángulo rectángulo, cálculo de razones trigonométricas de un triángulo rectángulo, valoración de la utilidad de la practicidad de la trigonometría, uso de la calculadora, calcular las razones trigonométricas de un ángulo conociendo una de ellas, resolución de triángulos.
- ✓ Intenciones y expectativas que orientan la planificación de la sesión: En esta sesión cobra especial importancia el uso de lenguaje simbólico. Además también es importante que empiecen a ver y palpar la utilidad de la trigonometría en la vida cotidiana.

2. Temporalización de la sesión:

- ✓ **10min:** Primeramente se procederá a la corrección de la tarea encargada el día anterior, con una exposición de los grupos de las fotos encontradas y la medida de sus ángulos.
- ✓ **10min:** Se hará una breve explicación de los conceptos de seno, coseno, tangente así como de la ecuación fundamental.
- ✓ **5min:** Explicación de la Tarea 2
- ✓ **30min:** Realización de la Tarea 2 en grupos, usando para ello cintas métricas y transportadores de ángulos.
- ✓ **5min:** Entrega del informe resumen de la Tarea 3.

3. Secuencia de Tareas.

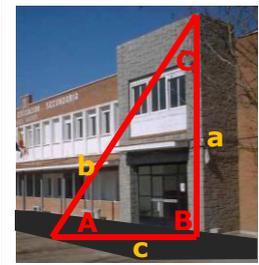
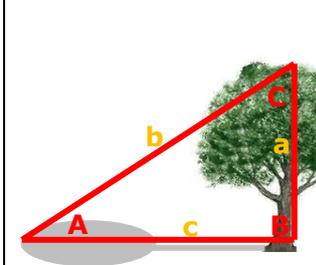
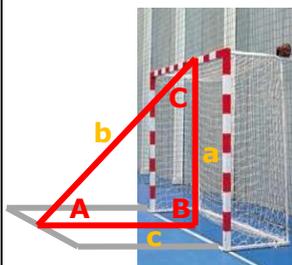
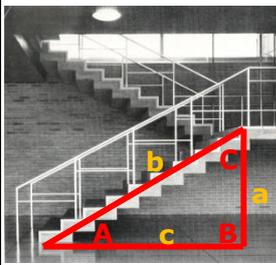
TAREA 2 . Duración aproximada: 30 minutos

Descripción de la actuación del alumno y/o de la intervención del profesor: Tras explicar en la pizarra las razones trigonométricas de un triángulo rectángulo así como su relación fundamental se presenta esta actividad para que vean su utilidad. Tendrán que realizarla en grupo por todo el colegio.

Nombre:..... Fecha:...../...../.....
 Nombre:.....
 Nombre:.....

EN BUSCA DE LOS DATOS PERDIDOS

DESCRIPCIÓN: Esta actividad consistirá en buscar por todo el instituto los elementos propuestos abajo y obtener los datos que faltan, midiéndolos y usando cuando sea necesario la razones trigonométricas y relación fundamental.



Lado b:	Lado a:	Lado b:	Lado a:
Lado a:	Lado c:	Lado a:	Lado b:
Sen A:	Tan A:	Sen A:	Sen A:
Cos C:	Cos C:	Cos C:	Tan C:
Angulo A: Angulo C:	Angulo A: Angulo C:	Angulo A: Angulo C:	Angulo A: Angulo C:

Usa ahora las siguientes relaciones fundamentales para obtener el resto de razones pedidas:
 $\text{Sen}^2 a + \text{cos}^2 a = 1$ $\tan a = \frac{\text{cosa}}{\text{cosb}}$

Cos A:	Sen B:	Cos A:	Cos A:
Tan B:	Tan B:	Tan B:	Tan B:
Tan A:	Sen C:	Tan A:	Tan A:

SESIÓN 3

1. Contenidos y objetivos de la sesión:

- ✓ Conceptos básicos: Teorema del Cateto y Teorema de la Altura.
- ✓ Capacidades a desarrollar y relación con las competencias generales: Resolución de triángulos rectángulos, obteniendo otra serie de dimensiones como la altura o las proyecciones de los catetos sobre la hipotenusa.
- ✓ Intenciones y expectativas que orientan la planificación de la sesión: Esta sesión tienen por objetivo acercar toda la teoría vista en el tema al mundo real, por medio de problemas contextualizados, con los que se intente despertar el interés de los alumnos. Se presentará un problema asociado a distintas situaciones en los que el alumno tendrá que poner conceptos previos (Teorema de Thales) para resolverlo en grupo. La realización de esta tarea dará pie a la explicación del Teorema del cateto y de la Altura.

2. Temporalización de la sesión:

- ✓ **5min:** Explicación de la Tarea 3
- ✓ **30min:** Realización de la Tarea 3 en grupos
- ✓ **15min:** Explicación de los resultados obtenidos en la realización de la actividad por parte de los grupos al resto de la clase.
- ✓ **10min:** Explicación de los contenidos referentes al problema realizado (Teorema del cateto y de la altura.)

3. Secuencia de Tareas.

TAREA 3 . Duración aproximada: 30 minutos

Descripción de la actuación del alumno y/o de la intervención del profesor:

Tras explicar en la pizarra el problema planteado, los alumnos intentaran resolverlo aplicando los conocimientos previos sobre semejanza. Esto dará pie a la explicación del Teorema del Cateto y la Altura.

Nombre:..... Fecha:...../...../.....

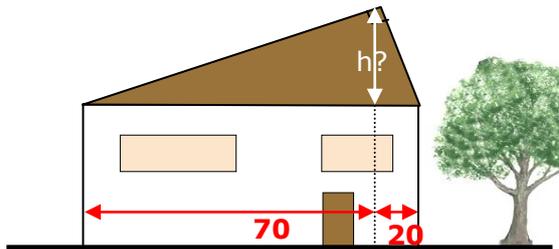
Nombre:.....

Nombre:.....

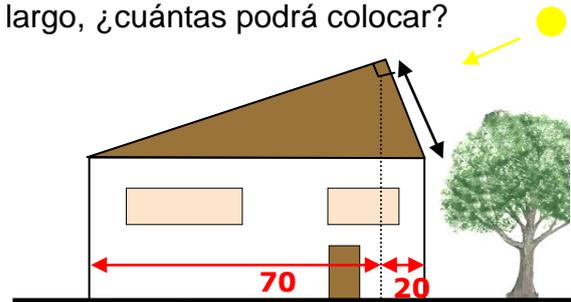
ARQUITECTOS

DESCRIPCIÓN: Aplicando el Teorema de Tales para descomponer el tejado en dos triángulos semejantes, resolver los dos problemas siguientes:

El dueño de esta vivienda quiere medir la altura de este tejado para ver si le entra una buhardilla. ¿cuál será su dimensión h ?



En esta ocasión el dueño quiere colocar placas solares en el lado m del tejado, sabiendo que las placas tienen 70 cm de largo, ¿cuántas podrá colocar?



Solución:

Solución:

SESIÓN 4

1. Contenidos y objetivos de la sesión:

- ✓ Conceptos básicos: Aplicación de la trigonometría en problemas relacionados con la vida real.
- ✓ Capacidades a desarrollar y relación con las competencias generales: Resolución de triángulos rectángulos, en el que se ven algunas de las aplicaciones de la trigonometría relacionadas con la topografía.
- ✓ Intenciones y expectativas que orientan la planificación de la sesión: el objetivo de esta sesión es, de nuevo, mostrar la utilidad actual e histórica de la trigonometría a través de una actividad, en la que primeramente los alumnos tendrán que investigar sobre un tema en cuestión, y luego resolver una actividad relacionada.

2. Temporalización de la sesión:

- ✓ **5min:** Explicación de la Tarea 4.
- ✓ **30min:** Exposición de la investigación realizada por parte de los grupos referentes al funcionamiento de un GPS.
- ✓ **25min:** Realización de la Tarea 4 en grupos en el aula de informática.

3. Secuencia de Tareas.

TAREA 4 . Duración aproximada: 30 minutos

Descripción de la actuación del alumno y/o de la intervención del profesor:

La intención de esta actividad es que primeramente lo alumnos expongan su trabajo sobre la utilidad de la Trigonometría en el campo de GPS, y posteriormente proponerles 2 problemas relacionados con este tema.

Nombre:..... Fecha:...../...../.....

Nombre:.....

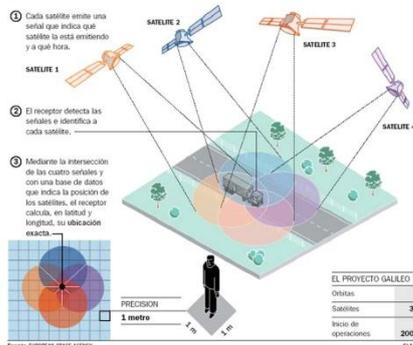
GPS

Nombre:.....

DESCRIPCIÓN: Investiga cómo funciona un sistema de localización GPS, y como la trigonometría influye en el. Exponedlo en grupos al resto de la clase.

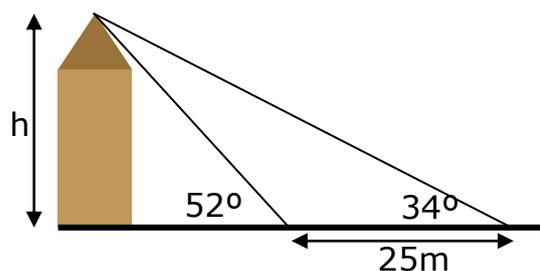
Cómo funciona el sistema de posicionamiento global

El sistema realiza una cuadrangulación respecto de la posición de cuatro satélites y calcula la ubicación del usuario.

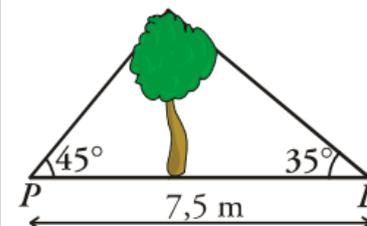


DESCRIPCIÓN: Antiguamente estos sistemas de localización no existían, por lo tanto se tenían que echar mano de métodos manuales para calcular y medir distancias inaccesibles. Resuelve:

Desde el lugar donde me encuentro, la visual a la torre de una Iglesia forma un ángulo de 52° con la horizontal. Si me alejo 25 m más de la torre, el ángulo es de 34° . ¿Cuál es la altura de la torre?



Pablo y Luis están situados cada uno a un lado de un árbol, como indica la figura:



Calcula la altura del árbol.

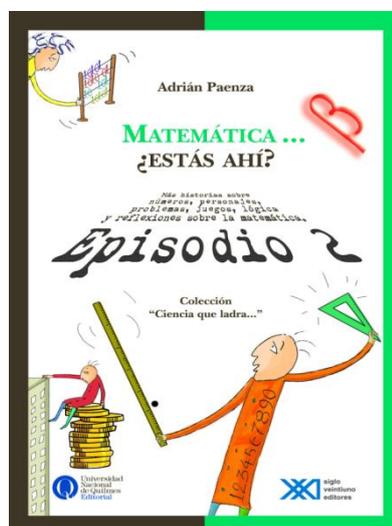
3.4.6. Evaluación.

Los criterios de evaluación estarán directamente relacionados con los objetivos de la programación y el aprendizaje contextual:

1. Es capaz de trabajar con las distintas formas de medir los ángulos y reconocer la trigonometría como un aspecto de la vida cotidiana.
2. Obtiene las razones trigonométricas de un ángulo agudo a partir de un triángulo rectángulo.
3. Obtiene las razones trigonométricas de un ángulo conociendo una de ellas, a partir de las relaciones fundamentales.
4. Resuelve triángulos rectángulos utilizando las razones trigonométricas y es capaz de trasladarlos a problemas de la vida diaria.
5. Resuelve triángulos rectángulos utilizando el Teorema del Cateto y de la Altura y es capaz de aplicarlo en contextos reales.
6. Es capaz de trabajar en equipo, respetando y opinando cuando sea preciso.

Los instrumentos de evaluación serán:

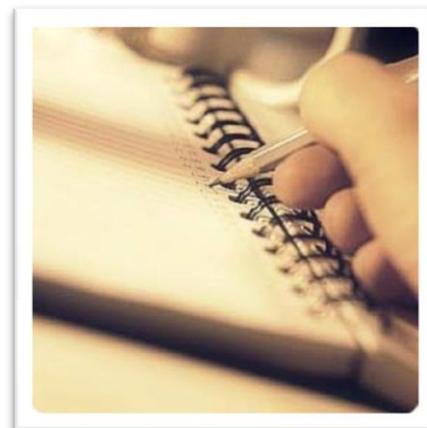
1. Anotaciones del cuaderno del profesor acerca del comportamiento, participación en clase, etc....así como las revisiones periódicas del cuaderno del alumno.
2. Trabajo cooperativo. El trabajo cooperativo se valorará con la siguiente ponderación: Actitud (10%), portafolio (70%) defensa (20%), el grupo recibirá una única nota común a todos los componentes.
3. Prueba final de evaluación. Aunque esté fuera de estas cuatro sesiones, se realizará una prueba final en la que se intentará comprobar el grado de consecución de los objetivos y competencias.
4. En el resto de la Unidad, fuera de las cuatro sesiones, se propondrá la lectura de algún libro cuya temática esté relacionada con la divulgación matemática de alguna manera.



Ponderación de los instrumentos de evaluación:

- ✓ Instrumento 1 = 10%
- ✓ Instrumento 2 = 60%
- ✓ Instrumento 3 = 30% (se exigirá en esta prueba una nota mínima de 4 sobre 10).

Aparte de todo esto también se tendrá en cuenta de forma positiva una evolución favorable del rendimiento del alumno a lo largo del curso.



3.4.7. Instrumentos para la valoración del diseño.

Para valorar la metodología empleada al terminar las sesiones se elaborará un informe, a partir de sus propias anotaciones de clase, sobre el funcionamiento en el aula, respondiendo a las siguientes cuestiones:

- ✓ Los **recursos utilizados** (materiales, fuentes de información, etc.):
¿Han sido de utilidad? / ¿Faltaría o sobraría alguno?
- ✓ Las **actividades** propuestas: ¿Han promovido el interés en el alumnado?
¿Tenían el grado de dificultad correcto?
- ✓ **Atención a la diversidad:**
¿Se ha adaptado bien el diseño de la unidad a las diferencias individuales?
- ✓ **Metodología:**
¿Se ha facilitado o no un clima de contraste de opiniones, garantizando la participación de todos?
¿Ha resultado positiva la organización en grupos para ciertas actividades?
¿Han servido las situaciones nuevas, que se han dado en el aula y fuera de ella, para mejorar y enriquecer las ideas sobre los contenidos?
- ✓ **Objetivos:**
¿Se han cumplido los objetivos?
¿Con que conceptos los alumnos han encontrado más dificultades?



- 4. CONCLUSIONES -

4.1. Conclusiones finales

Partiendo de que el estudio realizado no ha podido ser culminado con la aplicación de este modelo en un aula real de instituto por la imposibilidad evidente, las conclusiones que voy a plantear son en base a investigaciones realizadas¹ sobre el tema. Para ello voy hacer una comparativa entre enseñanza y aprendizaje contextual, y el modelo tradicional:

Aprendizaje contextual

El aprendizaje se hace más efectivo realizado mediante el desarrollo de actividades prácticas e investigativas que propician el descubrimiento personal y la curiosidad del alumno.

El aprendizaje se refuerza con conceptos que se presentan en un contexto de relaciones que son familiares o conocidas para el alumno.

Se plantean ejemplos y experiencias realistas y prácticas, más efectivas para el alumno

Se fomenta los grupos de estudio, el aprendizaje en equipo, con los que el alumno aprende mejor y adquiere valores como el respeto, solidaridad...

Este modelo beneficia la transferencia de conceptos por parte del alumno en otros ámbitos, principalmente el laboral.

Modelo tradicional

El modelo tradicional se basa en la lección magistral por parte del profesor, en la que este habla y los alumnos escuchan dando lugar en muchos casos al aburrimiento y pérdida de interés del alumno.

Se trabaja normalmente de forma abstracta, donde las matemáticas están aisladas de la realidad y no forman parte de ella.

Generalmente la enseñanza se plantea con ejemplos abstractos, más complicados de asimilar

Se incentiva el esfuerzo individual, por lo que aparece la competitividad, buena en algunos casos, pero perjudicial en otros muchos.

El alumno tiene la conciencia de que los conocimientos adquiridos solo son necesarios en el ámbito escolar, olvidando su uso más allá.

¹ Cord Communications. Investigaciones sobre la enseñanza contextual.

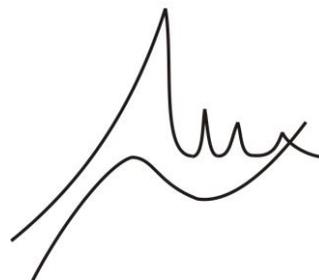
El paso del modelo tradicional a estos nuevos modelos debe hacerse de forma progresiva, ya que la mayoría de los profesores siguen con la tendencia de enseñar con métodos tradicionales, de la misma forma que les enseñaron a ellos. *“A pesar de las dramáticas transformaciones de nuestra sociedad en la última mitad del siglo XX, los métodos de enseñanza en clases de matemática y ciencias han permanecido virtualmente inalterados. La práctica docente apenas ha comenzado a incorporar las muchas dimensiones del proceso de aprendizaje”*¹.

Es por tanto una tarea ardua y complicada, ya que los modelos están muy preestablecidos y las costumbres muy asentadas, pero con esfuerzo y dedicación este cambio puede producirse, un cambio hacia la inclusión de la realidad en las aulas, y de las matemáticas en la realidad.

Por último quiero terminar haciendo una reflexión sobre el máster en general, y como la realización de este me va a servir en mi futura labor docente. En primer lugar destacar, que dentro de la estructura general del máster creo que el periodo de prácticas es demasiado corto ya que es el tiempo donde se hace más efectivo el aprendizaje y el contacto con las aulas, y estar solo un mes no te permite aprovecharlo del todo.

En cuanto a la utilidad del máster, principalmente me ha servido para conocer diversas metodologías de enseñanza aprendizaje que desconocía, desde el aprendizaje cooperativo, el aprendizaje basados en proyecto...o el tema que he tratado en el TFM, la contextualización de las matemáticas. El uso de estos nuevos modelos, en una sociedad en profundo cambio, debe mejorar nuestra labor docente y la educación en general, involucrando al alumno en este cambio y haciéndole participe de su propio aprendizaje.

Pedro José Zamora Cintas



¹ National Commission on Mathematics and Science Teaching for the 21st Century, p. 20.

- 5. BIBLIOGRAFIA-

Libros

- ✓ Cooperar para aprender. Aprender a cooperar. J.R. LAGO
- ✓ BOYER, Carl B., *Historia de la matemática*. Alianza Editorial, Madrid, 2003.
- ✓ RICO, Luis, *Bases teóricas del currículo de matemáticas en educación secundaria*. Editorial Génesis, Madrid, 1997

Artículos

- ✓ Enseñanza Contextual de las Matemáticas, Editorial Cord Communications.
- ✓ MARTA BERINI LÓPEZ-LARA, DANIEL BOSCH BLANCH, MARTÍ CASADEVALL POU, IOLANDA GUEVARA CASANOVA, DAMIÀ SABATÉ GIMÉNEZ, Las matemáticas no me han servido para nada... pero dicen que las matemáticas son imprescindibles...Revista Suma, 2010.
- ✓ El uso de las nuevas tecnologías aplicadas a la educación. CANÓS DARÓS, LOURDES
- ✓ "Dificultades en el aprendizaje matemático", revista Innovación y experiencias Educativas. BEATRIZ CARRILLO SILES

Páginas Webs

- ✓ es.wikipedia.org
- ✓ <http://divulgamat2.ehu.es>
- ✓ <http://funes.uniandes.edu.co/529/1/RicoL07-2777.PDF>
- ✓ <http://cepciencia.wordpress.com/2008/03/29/competencia-matematica-%C2%BFen-que-consiste/>
- ✓ <http://auartar.blogspot.com.es/>