

# **COMPARAÇÃO DO MÉTODO DA SECÇÃO EFETIVA E DO MÉTODO DA TENSÃO REDUZIDA NO DIMENSIONAMENTO DE PLACAS METÁLICAS ESBELTAS**

**FRANCISCO DE ASSIS BARBOSA E BRANCO**

Dissertação submetida para satisfação parcial dos requisitos do grau de  
**MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL — ESPECIALIZAÇÃO EM ESTRUTURAS**

---

Orientador: Professor Doutor José Miguel de Freitas Castro

---

Coorientador: Engenheiro José Pedro Vilas Boas de Montalvão Fernandes

JUNHO DE 2017

## **MESTRADO INTEGRADO EM ENGENHARIA CIVIL 2016/2017**

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL

Tel. +351-22-508 1901

Fax +351-22-508 1446

✉ [miec@fe.up.pt](mailto:miec@fe.up.pt)

*Editado por*

FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO

Rua Dr. Roberto Frias

4200-465 PORTO

Portugal

Tel. +351-22-508 1400

Fax +351-22-508 1440

✉ [feup@fe.up.pt](mailto:feup@fe.up.pt)

🌐 <http://www.fe.up.pt>

Reproduções parciais deste documento serão autorizadas na condição que seja mencionado o Autor e feita referência a *Mestrado Integrado em Engenharia Civil - 2016/2017 - Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal, 2017.*

As opiniões e informações incluídas neste documento representam unicamente o ponto de vista do respetivo Autor, não podendo o Editor aceitar qualquer responsabilidade legal ou outra em relação a erros ou omissões que possam existir.

Este documento foi produzido a partir de versão eletrónica fornecida pelo respetivo Autor.

Aos meus irmãos e avós

*Believe you can and you're halfway there*

*Theodore Roosevelt*





## **AGRADECIMENTOS**

Antes de dar início aos agradecimentos individualmente, queria apenas exprimir a minha profunda e sincera gratidão pela oportunidade marcante e inesquecível que me foi dada. Desta forma, gostaria de agradecer:

- Ao professor José Miguel Castro, professor com quem estabeleci um contacto próximo desde as aulas de Teoria das Estruturas 1 e que me proporcionou esta experiência única quando, no início do meu quarto ano, lhe questioneei qual seria o melhor período para fazer Erasmus;
- Agradecer à WSP pela experiência extraordinária que me concedeu em desenvolver a minha dissertação em ambiente empresarial. Durante 4 meses e 2 semanas foram-me fornecidas todas as condições que contribuíram largamente para o rendimento alcançado. Um agradecimento especial à Mikhaela Miliotti que me acompanhou desde o primeiro dia nos escritórios da WSP em Cardiff. Importante nos “dias maus”, nos “dias bons”, fez de tudo para que a minha adaptação à língua e ao ambiente em empresa fosse quase instantânea;
- Aos meus amigos, apenas àqueles cuja distância nunca contribuirá para o esquecimento mas sim relembrar o quão importante são pela nostalgia que insiste em estar presente;
- Aos meus irmãos e avós maternos, pelo caminho partilhado lado a lado. Um agradecimento especial ao meu irmão André e à minha avó por todo o apoio que me deram ao longo destes 22 anos. Tentarei retribuir;
- Um agradecimento especial e sentido ao Engenheiro José Pedro. Apesar do seu trabalho, sempre me acompanhou ao longo destes meses tendo, o seu contributo, sido decisivo para o sucesso desta dissertação. Para além disso, e voltando a frisar, um agradecimento enorme por esta oportunidade que nunca esquecerei, que me fez evoluir ainda mais em variadíssimos aspetos, que marca este período e marcará, sem dúvida, o meu futuro. Tudo isto foi possível através do Engenheiro José Pedro;
- Finalmente, um agradecimento a mim próprio. Por todos estes anos em que caminhei apenas por meio de curvas onde os obstáculos eram uma constante. Mas nunca deixei de caminhar até, finalmente, encontrar um caminho normal, um caminho com retas e algumas curvas pois claro.



## **RESUMO**

A engenharia de pontes teve uma grande evolução durante a Grécia Antiga e o Império Romano estagnando até ao período da Revolução Industrial. Esta época de grande prosperidade teve início no Reino Unido e, por isso mesmo, foi dos países que mais contribuiu para o desenvolvimento de pontes. Vários engenheiros britânicos destacaram-se como Robert Stephenson que ficou ligado à primeira ponte em caixão, a Britannia Bridge. Desde então, o uso deste tipo de secções generalizou-se até à década de setenta, altura em que quatro grandes pontes com esta tipologia colapsaram suspendendo a sua construção. Concluiu-se que os métodos de dimensionamento eram irrealistas por considerarem apenas o campo dos pequenos deslocamentos (análises lineares). Após anos de estudo e aplicando a teoria não linear para o estudo de uma placa sujeita a um carregamento, aprofundou-se um fenómeno importante, o comportamento pós-crítico de uma placa que viria a ser a base para os novos métodos de dimensionamento de placas metálicas esbeltas tendo sido compilados na norma Europeia EN 1993-1-5.

O objetivo desta dissertação foi efetuar um estudo comparativo do método da secção efetiva e do método da tensão reduzida de forma a concluir qual o mais eficiente. A informação acerca deste assunto é reduzida pelo que se teve de criar uma abordagem com vista à obtenção dos resultados pretendidos. Comprovou-se que, tal como é referido na literatura, ambos os métodos dão exatamente os mesmos resultados para o caso de compressão pura. Por sua vez, quando a placa é sujeita a um esforço combinado de compressão e flexão, o estudo complica-se significativamente pelo que se achou importante adicionar à metodologia criada o conceito das curvas de interação. Todos estes resultados permitiram cumprir os objetivos estabelecidos e retirar conclusões relevantes. Verifica-se que o método da secção efetiva é mais eficiente que o método da tensão reduzida independentemente da secção transversal que se esteja a analisar, uma vez que a resistência final que se obtém é sempre superior. No entanto, o método da tensão reduzida, por vezes, poderá ser mais vantajoso para secções de geometria complexa pela facilidade da sua aplicação.

**PALAVRAS-CHAVE:** pontes em caixão, placas metálicas esbeltas, comportamento pós-crítico, método da secção efetiva, método da tensão reduzida





## **ABSTRACT**

Bridge Engineering has experimented a huge development during the Ancient Greece period and the Roman Empire that would then slow down until the Industrial Revolution. This latter prosperity age was originated in the United Kingdom which was the key contributor for the technological improvement of Bridge Engineering. Some important British Engineers came out like Robert Stephenson for being the designer of the first box-girder bridge known as Britannia Bridge. Since then, the use of this type of cross sections has become generalised until the seventies when four box-girder bridges collapsed having these tragedies brought the consequence of interrupting the use of box-girder bridges. Some work groups were created in order to understand why did these failures took place and also to undergo a deep research about the buckling phenomenon. From all this hard work, it was possible to conclude that the old design methods were unrealistic as these were solely taking into account the small displacements field (linear theory). With further research being carried out together with the application of nonlinear analysis to plates it was observed that plate elements subjected to uniform compression forces are capable to withstand loading conditions in excess of its critical load. This is the so-called post critical buckling behaviour being this new approach the basis of the new design methods for slender steel plated structures presented in the Eurocode 3 – Design of steel structures. Part 1-5: Plated structural elements

The scope of this dissertation is to present a comparison between the effective width method and the reduced stress method in order to ascertain which one results more efficient. The background information about this issue revealed to be so scarce that it was necessary to create an innovative approach in order to obtain the desired results. In the course of the present dissertation it was demonstrated, as also shown on relevant publications regarding these methods, that, for pure compression, both methods are convergent to the same solution. None the less, when a plate is under the effects of a combined force, i.e., compression forces plus bending moments, it becomes increasingly more difficult to obtain results with divergence taking place between the two referred methods. Given this reason, another methodology was considered in order to better clarify the conclusions for such complex case. The use of the interaction curves enabled the fulfilment of all the objectives of the present dissertation. As such, it was demonstrated that the effective width method is more efficient than the reduced stress method for common cross sections. Notwithstanding this aspect, for cross sections of greater complexity, with several elements for instance, the Reduced stress method begins to render better results.

**KEYWORDS:** box-girder, steel plated structures, post critical buckling, effective width method, reduced stress method



## ÍNDICE GERAL

<b>AGRADECIMENTOS</b> .....	i
<b>Resumo</b> .....	ii
<b>Abstract</b> .....	v
<b>1 Introdução</b> .....	<b>1</b>
<b>2 Teoria de Encurvadura de Placas</b> .....	<b>5</b>
<b>2.1. Enquadramento Histórico</b> .....	<b>5</b>
<b>2.2. Teoria da Encurvadura Linear</b> .....	<b>17</b>
2.2.1. Encurvadura de Colunas .....	17
2.2.2. Encurvadura de Placas .....	19
<b>2.3. Teoria de Encurvadura Não Linear</b> .....	<b>21</b>
2.3.1. Desenvolvimento da teoria não-linear de encurvadura de placas .....	22
2.3.2. Comportamento pós-crítico de placas metálicas .....	23
<b>2.4. Análises por Elementos Finitos de encurvadura de placas</b> .....	<b>26</b>
2.4.1. Análise em regime linear .....	27
2.4.2. Análise em regime não linear .....	29
<b>3 Dimensionamento de Placas Metálicas Esbeltas de acordo com a EN1993-1-5</b> .....	<b>39</b>
<b>3.1. Classificação das Secções Transversais (EN 1993-1-1)</b> .....	<b>39</b>
<b>3.2. Método da Secção Efetiva</b> .....	<b>42</b>
3.2.1. Processo de cálculo para placas não nervuradas .....	46
<b>3.3. Método da Tensão Reduzida</b> .....	<b>51</b>
<b>3.4. Método dos Elementos Finitos</b> .....	<b>63</b>
3.4.1. Modelação de estruturas pelo MEF .....	64
3.4.2. Uso das Imperfeições na Modelação .....	65
3.4.3. Combinação das Imperfeições .....	68
3.4.4. Propriedades dos Materiais .....	68
3.4.5. Cargas .....	70
3.4.6. Critério dos Estados Limites .....	70
3.4.7. Fatores Parciais .....	70
<b>3.5. Comparação/Comentário dos dois Métodos de Dimensionamento</b> .....	<b>70</b>

<b>4 Resistência de Placas Metálicas segundo a norma EN 1993-1-5 .....</b>	<b>73</b>
4.1. Introdução.....	73
4.2. Compressão Pura $\psi = 1$ .....	77
4.3. Flexão Pura $\psi = -1$ .....	78
4.4. Flexão Composta $-3 < \psi < 1$ .....	80
4.5. Metodologia das Curvas de Interação .....	83
<b>5 Caso De Estudo – Aplicação a Vigas bissimétricas de Banzos Paralelos .....</b>	<b>93</b>
5.1. Introdução.....	93
5.2. Metodologia de Cálculo .....	93
5.2.1. Esbelteza Normalizada $\lambda p = 0.66$ .....	94
5.2.2. Esbelteza normalizada $\lambda p = 1.0$ .....	95
5.2.2.1. Método da Tensão Reduzida .....	96
5.2.2.2. Método da Secção Efetiva .....	97
5.2.3. Esbelteza Normalizada $\lambda p = 1.5$ .....	98
5.2.3.1. Método da Tensão Reduzida .....	99
5.2.3.2. Método da Secção Efetiva .....	99
5.2.4. Restantes Esbeltezas normalizadas ( $\lambda p = 2.0$ ; $\lambda p = 3.0$ ).....	100
<b>6 Conclusões .....</b>	<b>107</b>
6.1. Considerações Finais .....	107
6.2. Desenvolvimentos Futuros.....	108

## ÍNDICE DE FIGURAS

Fig. 2.1 – Stonehenge (wikipédia.org).....	5
Fig. 2.2 – Pirâmides de Gizé (famouswonders.com) .....	5
Fig. 2.3 – Arkadiko Bridge (wikipédia.org).....	6
Fig. 2.4 – Ponte Celta (patrimoniosustentavel.blogspot.co.uk).....	6
Fig. 2.5 – Ponte de Alcântara (www.spainisculture.com).....	6
Fig. 2.6 – Ponte de Coalbrookdale (estoriasdahistoria12.blogspot.co.uk).....	7
Fig. 2.7 – Forja Catalã (www.coladaweb.com).....	8
Fig. 2.8 – Conversor de Bessemer (wikipédia.org) .....	8
Fig. 2.9 – Menai Suspension Bridge (www.geograph.org.uk).....	8
Fig. 2.10 – Clifton Suspension Bridge (Fernandes, 2016) .....	9
Fig. 2.11 – Britannia Bridge (Fernandes, 2016) .....	10
Fig. 2.12 – Pontes mistas com caixão metálico em secção aberta (steelconstruction.info) .....	10
Fig. 2.13 – Ponte mista com caixão metálico em secção aberta (www.steelconstruction.info).....	11
Fig. 2.14 – Ponte metálica com caixão de inércia variável (www.steelconstruction.info) .....	11
Fig. 2.15 – Foyle Bridge em construção (www.wesleyjohnston.com).....	11
Fig. 2.16 – Foyle Bridge (moireosullivan.com) .....	11
Fig. 2.17 – Network Rail standard box girder (www.steelconstruction.info).....	12
Fig. 2.18 – Box sections for footbridges (www.steelconstruction.info).....	12
Fig. 2.19 – Castleford Footbridge (www.pinterest.com).....	13
Fig. 2.20 – Vista interior de um caixão com encurvadura do banzo inferior .....	14
Fig. 2.21 – Milford Haven Bridge failure (Stephen Cantrell et al).....	15
Fig. 2.22 – Colapso da West Gate Bridge (www.engineersjournal.ie).....	16
Fig. 2.23 – Vários modos de encurvadura possíveis de uma coluna sujeita a compressão .....	18
Fig. 2.24 – Coeficiente de encurvadura para compressão uniaxial uniforme .....	21
Fig. 2.25 – Deformada de encurvadura de uma placa longa simplesmente apoiada no seu perímetro sujeita a compressão pura (Trahair et al, 2008).....	21
Fig. 2.26 – Comportamento linear e pós-crítico de placas esbeltas (Dubas and Gehri, 1986) .....	22
Fig. 2.27 – Comportamento pós-crítico de placas esbeltas (Trahair et al, 2008) .....	24
Fig. 2.28 – Encurvadura de uma placa comprimida axialmente (Simões, 2007).....	25
Fig. 2.29 – Distribuição de tensões durante o comportamento pós-crítico (Trahair et al, 2008) .....	25
Fig. 2.30 – Deformada de encurvadura de uma placa com um bordo livre (Trahair et al, 2008) .....	25
Fig. 2.31 – Resistências últimas de placas sujeitas a compressão (Trahair et al, 2008) .....	26

Fig. 2.32 – Tensões críticas de placas para os 3 primeiros modos e para diferentes tipos de carregamento .....	28
Fig. 2.33 – Abordagem de incrementos de carga (MIT) .....	29
Fig. 2.34 – Carregamento de uma placa até à rotura para diferentes níveis de imperfeições geométricas iniciais.....	30
Fig. 2.35 – Evolução das tensões em $z$ de uma placa até à rotura para diferentes níveis de imperfeições geométricas.....	30
Fig. 2.36 – Reserva pós-crítica para placas com diferentes esbeltezas.....	31
Fig. 2.37 – Evolução das tensões em $x$ de um painel para diferentes fatores de carga.....	34
Fig. 2.38 – Evolução das tensões em $z$ de um painel para diferentes fatores de carga.....	36
Fig. 3.1 – Princípio da classificação de uma secção transversal sujeita a flexão pura (Sétra 2007) ...	40
Fig. 3.2 – Limites de esbelteza entre secções de classe 3 e classe 4 para elementos internos (EN1993-1-5) .....	41
Fig. 3.3 – Limites de esbelteza entre secções de classe 3 e classe 4 para elementos externos (EN1993-1-5) .....	41
Fig. 3.4 – Princípio do método da secção efetiva aplicado no comportamento pós-crítico.....	42
Fig. 3.5 – Painel nominal uniforme.....	43
Fig. 3.6 – Painel não uniforme transformado num painel equivalente uniforme.....	43
Fig. 3.7 – Secção transversal efetiva (Beg et al, 2010) .....	44
Fig. 3.8 – Secções efetivas simétricas e não simétricas (Beg et al, 2010).....	44
Fig. 3.9 – Secção de classe 4 sujeita a flexão pura (Beg et al, 2010) .....	45
Fig. 3.10 – Determinação da área efetiva segundo um processo iterativo (Beg et al, 2010) .....	46
Fig. 3.11 – Fluxograma para aplicação do método da secção efetiva.....	50
Fig. 3.12 – Princípio do método da tensão reduzida (Johansson et al, 2007).....	51
Fig. 3.13 – Estado puro de tensão de corte (Beg et al, 2010) .....	54
Fig. 3.14 – Funcionamento do campo de trações e formação de rótulas plásticas no banzo criando um mecanismo (Beg et al, 2010) .....	54
Fig. 3.15 – Média da tensão de corte em função da média da extensão por corte de testes feitos a um HEA 240 (Johansson et al, 2007) .....	56
Fig. 3.16 – Fator de encurvadura devido ao corte $\chi_w$ (EN 1993-1-5) .....	57
Fig. 3.17 – Alma de um painel não nervurado (Johansson et al, 2007) .....	58
Fig. 3.18 – Campo de trações suportado pela resistência ao momento fletor dos banzos (Johansson et al, 2007).....	59
Fig. 3.19 – Definição de $M_f, R_d$ (Johansson et al, 2007) .....	60
Fig. 3.20 – Fluxograma para aplicação do método da tensão reduzida.....	63
Fig. 3.21 – Distribuição das tensões Residuais adaptado do código Sueco BSK (Johansson et al, 2007) .....	66
Fig. 4.1 – Caracterização do $\psi$ .....	74

Fig. 4.2 – Interpolação entre o comportamento à encurvadura de placa-coluna (Beg et al, 2010) .....	75
Fig. 4.3 – Evolução dos coeficientes de redução para ambos os métodos .....	78
Fig. 4.4 – Definição da geometria após aplicação do coeficiente redutor para o caso de flexão pura. 78	
Fig. 4.5 – Uso da semelhança de triângulos para determinar o valor de $b_c$ .....	79
Fig. 4.6 – Procedimento usado para determinar o coeficiente redutor do método da secção efetiva ..	79
Fig. 4.7 – Evolução dos coeficientes de redução para ambos os métodos .....	80
Fig. 4.8 – Decomposição do caso Flexão Composta .....	81
Fig. 4.9 – Evolução dos coeficientes de redução para ambos os métodos e para um $\psi = -0.2$ .....	81
Fig. 4.10 – Evolução da eficiência relativa entre os dois métodos para diferentes rácios de tensão ...	83
Fig. 4.11 – Definição de $\sigma_1$ e $\sigma_2$ .....	84
Fig. 4.12 – Representação gráfica da evolução do $\psi$ e da respetiva evolução da largura efetiva .....	85
Fig. 4.13 – Evolução dos parâmetros $A_{effA}$ e $W_{effW}$ para $\lambda_p = 0.7$ .....	85
Fig. 4.14 – Evolução dos parâmetros $A_{effA}$ e $W_{effW}$ para $\lambda_p = 1.0$ .....	86
Fig. 4.15 – Evolução dos parâmetros $A_{effA}$ e $W_{effW}$ para $\lambda_p = 1.5$ .....	86
Fig. 4.16 – Evolução dos parâmetros $A_{effA}$ e $W_{effW}$ para $\lambda_p = 2.0$ .....	86
Fig. 4.17 – Evolução dos parâmetros $A_{effA}$ e $W_{effW}$ para $\lambda_p = 3.0$ .....	87
Fig. 4.18 – Evolução dos parâmetros resistentes $NRd, effNel, Rd$ e $MRd, effMel, Rd$ para $\lambda_p = 0.7$ . 88	
Fig. 4.19 – Evolução dos parâmetros resistentes $NRd, effNel, Rd$ e $MRd, effMel, Rd$ para $\lambda_p = 1.0$ . 89	
Fig. 4.20 – Evolução dos parâmetros resistentes $NRd, effNel, Rd$ e $MRd, effMel, Rd$ para $\lambda_p = 1.5$ . 89	
Fig. 4.21 – Evolução dos parâmetros resistentes $NRd, effNel, Rd$ e $MRd, effMel, Rd$ para $\lambda_p = 2.0$ . 90	
Fig. 4.22 – Evolução dos parâmetros resistentes $NRd, effNel, Rd$ e $MRd, effMel, Rd$ para $\lambda_p = 3.0$ . 90	
Fig. 4.23 – Curva de interação para $\lambda_p = 0.7$ .....	91
Fig. 4.24 – Curva de interação para $\lambda_p = 1.0$ .....	91
Fig. 4.25 – Curva de interação para $\lambda_p = 1.5$ .....	92
Fig. 4.26 – Curva de interação para $\lambda_p = 2.0$ .....	92
Fig. 4.27 – Curva de interação para $\lambda_p = 3.0$ .....	92
Fig. 6.1 – Geometria do Perfil I que será alvo de análise .....	94
Fig. 6.2 – Determinação da espessura da alma e classificação de todos os elementos para $\lambda_p = 0.66$ .....	94
Fig. 6.3 – Determinação da espessura da alma e classificação de todos os elementos para $\lambda_p 1.0$ ....	95
Fig. 6.4 – Dimensões do perfil para $\lambda_p = 1.0$ .....	96
Fig. 6.5 – Cálculo da largura efetiva pela Tabela 4.1 da EN 1993-1-5 .....	97
Fig. 6.6 – Determinação dos parâmetros resistentes do perfil para $\lambda_p = 1.0$ .....	97
Fig. 6.7 – Determinação da espessura da alma e classificação de todos os elementos para $\lambda_p = 1.5$ 98	
Fig. 6.8 – Dimensões do perfil para $\lambda_p = 1.5$ .....	99



Fig. 6.9 – Cálculo da largura efetiva pela Tabela 4.1 da EN 1993-1-5 .....	99
Fig. 6.10 – Determinação dos parâmetros resistentes do perfil para $\lambda p = 1.5$ .....	100
Fig. 6.11 – Comparação da redução feita quando se aplicam os dois métodos para banzos 600*40102	
Fig. 6.12 – Redução das capacidades resistentes da secção quando o método da tensão reduzida é aplicado .....	103
Fig. 6.13 – Contribuição da alma para a resistência total da secção pelos dois métodos e para banzos 600*40 .....	103
Fig. 6.14 – Comparação da redução feita quando se aplicam os dois métodos para banzos 400*25104	
Fig. 6.15 – Contribuição da alma para a resistência total da secção pelos dois métodos e para banzos 400*25 .....	105

## ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 3.1 – Cálculo de coeficiente de redução de acordo com a EN 1993-1-5.....	47
Tabela 3.2 – Elementos internos em compressão (EN 1993-1-5) .....	48
Tabela 3.3 – Elementos externos em compressão (EN 1993-1-5) .....	49
Tabela 3.4 – Valores de $\alpha_p$ e $\bar{\lambda}_{p0}$ (EN 1993-1-5) .....	53
Tabela 3.5 – Contribuição da alma $\chi_w$ para a resistência de encurvadura devido a corte (EN 1993-1-5) .....	57
Tabela 3.6 – Aplicação dos fatores de redução usando a secção 10 da EN 1993-1-5 (Beg et al 2010) .....	61
Tabela 3.7 – Seleção do tipo de análise (EN 1993-1-5) .....	63
Tabela 3.8 – Imperfeições geométricas equivalentes $e_0/L$ em elementos (EN 1993-1-1) .....	64
Tabela 3.9 – Imperfeições geométricas equivalentes (EN 1993-1-5) .....	65
Tabela 3.10 – Modelação das imperfeições geométricas equivalentes (EN 1993-1-5).....	67
Tabela 3.11 – Modelação das propriedades materiais do aço (EN 1993-1-5).....	72
Tabela 3.12 – Comparação entre o método da tensão reduzida e o método da secção efetiva (Beg et al 2010) .....	69
Tabela 4.1 – Cálculo do coeficiente redutor para elementos internos comprimidos.....	75
Tabela 4.2 – Evolução da redução produzida na secção com o aumento da esbelteza para compressão pura.....	78
Tabela 4.3 – Evolução dos parâmetros de redução de ambos os métodos para uma $\bar{\lambda}_p = 2.0$ .....	81
Tabela 4.4 – Evolução dos parâmetros de redução de ambos os métodos para uma $\bar{\lambda}_p = 3.0$ .....	84
Tabela 4.5 – Valores representativos da evolução de ambos os métodos para esbeltezas crescentes .....	88
Tabela 5.1 – Evolução das resistências elásticas do perfil .....	103
Tabela 5.2 – Evolução dos parâmetros redutores provenientes da aplicação dos dois métodos .....	103
Tabela 5.3 – Comparação dos coeficientes de redução para cada um dos métodos .....	106



# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1. ENQUADRAMENTO DO TRABALHO

Desde os primórdios que o Homem se tenta superar constantemente. São exemplo disso obras magníficas que o ser humano foi capaz de erguer e que, ainda hoje, continua uma incógnita como foi possível tal mestria uma vez que a única força existente era a do próprio Homem. Exemplo desta extraordinária superação são as pirâmides de Gizé, Stonehenge e mesmo as pontes que experimentaram evoluções distintas consoante o período da história em causa.

O Reino Unido deu um contributo importantíssimo à engenharia de pontes. Este papel tão relevante só foi alcançado pelo facto de ter sido o berço da Revolução Industrial. A invenção da máquina a vapor, a descoberta de novos materiais e o aperfeiçoamento da própria metalurgia, novos processos construtivos que originaram a criação de uma vastíssima rede de transportes. Todo este desenvolvimento levou a um desenvolvimento exponencial da engenharia de pontes. Após esta explosão de conhecimento, as pontes começaram a ser construídas em ferro fundido sendo a ilustre *Coalbrookdale bridge* a pioneira neste campo. Anos mais tarde, descobriu-se o aço e, após chegar-se a um processo de fabrico rentável, a construção de pontes passou a ser apenas neste material permitindo um grande aumento dos vãos das pontes que viriam a ser projetadas e que seria impensável caso o ferro fosse o material escolhido. Para além disso, os engenheiros britânicos deram contributos marcantes para a engenharia de pontes como Robert Stephenson por ter introduzido, pela primeira vez, o conceito de pontes em caixão por volta de 1850 com a construção da *Britannia bridge*, conceito que viria a ser usado em grande escala a partir de então. Nos finais do século XIX e inícios do século XX, as pontes com secção em caixão eram usadas universalmente sendo a tipologia mais interessante dada a sua eficiência e estabilidade.

No entanto, algo inesperado iria alterar o rumo desta evolução que parecia não ter limites. Na década de setenta do século XX quatro pontes bastante importantes pelo volume de trabalho, mão de obra e pelas próprias quantias envolvidas, colapsaram durante a sua fase construtiva por eventuais problemas de instabilidade local. Ninguém era capaz de encontrar uma justificação para o sucedido uma vez que se tinham seguido as regras de dimensionamento que pareciam estar estabelecidas há tempo suficiente para não haver dúvidas em relação à segurança e eficiência. Vários grupos de trabalho foram criados para estudar as causas de tais catástrofes. Chegou-se à conclusão que os métodos de dimensionamento não eram adequados porque não representavam a realidade. Foi necessário abandonar o conceito de fator de segurança global e adotar a teoria dos estados limite último adotada pelos Eurocódigos e que, ainda hoje, é a metodologia utilizada no projeto de estruturas. Durante este processo de transição, foram dedicados anos de estudo ao problema de encurvadura de placas. Desenvolveu-se o conceito de comportamento pós-crítico, isto é, descobriu-se que, quando uma placa atinge a sua tensão crítica, esta continua a desenvolver resistência sendo capaz de continuar a absorver carga, da mesma ordem de grandeza da que

tinha sofrido para atingir a sua tensão crítica. Este conceito foi a base dos dois métodos criados para o dimensionamento de placas metálicas esbeltas que podem ser encontrados na norma, EN 1993-1-5, nomeadamente o método da secção efetiva e o método da tensão reduzida.

Contudo, pelo facto de haver dois métodos para lidar com secções transversais que sejam classificadas como classe 4, o projetista terá sempre dúvidas naquele que deverá usar porque não existem estudos ou referências até ao momento que sejam esclarecedoras no sentido de orientar a decisão para o método mais conveniente e para um determinado caso.

## **1.2. OBJETIVOS DO TRABALHO**

Esta dissertação terá como objetivo principal clarificar todos os pressupostos do método da secção efetiva e do método da tensão reduzida. Irá abordar toda a fundamentação teórica que levou à sua conceção incluindo regras, condicionantes, vantagens e desvantagens. A leitura da presente dissertação deverá permitir a qualquer engenheiro de Estruturas ser capaz de aplicar ambos os métodos. É imperativo que seja feita uma comparação de ambos na tentativa de chegar a uma conclusão que permita influenciar a decisão do projetista na fase de dimensionamento.

## **1.3. DESCRIÇÃO DO TRABALHO**

Após uma breve introdução sobre o trabalho que foi desenvolvido revelando os principais objetivos a atingir, é feita uma síntese histórica ao tema. É abordada a evolução das pontes na sua generalidade. Desde a Grécia Antiga e o Império Romano até à atualidade. A evolução foi, sem dúvida, extraordinária e fruto do engenho e do espírito inovador do ser humano.

O uso das pontes em caixão generalizou-se sendo a metodologia mais usada até meados de 1970 quando ocorreu o colapso de 4 pontes. Devido à instabilidade local de certos elementos metálicos, as regras de dimensionamento alteraram-se drasticamente. A metodologia dos estados limites último e de serviço usada atualmente deve-se precisamente às catástrofes ocorridas. Desenvolveu-se o conceito de comportamento pós-crítico, fenómeno que está na origem da criação dos dois métodos de dimensionamento para placas metálicas esbeltas. Fez-se uma análise intensa a ambos os métodos de forma a poder compará-los, aplicando todos os conceitos a um simples caso de estudo. Assim sendo, para além do capítulo introdutório, a dissertação foi desenvolvida em mais 5 capítulos:

- No Capítulo 2 é apresentada uma contextualização histórica da evolução das pontes, abordando os avanços feitos ao nível dos materiais, dos métodos adotados e sistemas construtivos, etc. As catástrofes ocorridas na década de setenta e as consequências que daí advieram, nomeadamente a mudança por completo da metodologia de dimensionamento. É dada grande importância ao fenómeno da encurvadura pós-crítica efetuando ao longo deste capítulo estudos acerca da teoria linear de colunas e placas bem como análises abordando a teoria não linear.
- No Capítulo 3 recorre-se a uma exposição extensa dos princípios e regras de dimensionamento, nomeadamente as que constam no Eurocódigo 3. Inicia-se com a classificação das secções transversais seguindo-se a aplicação do método da secção efetiva bem como o método da tensão reduzida. O capítulo finaliza com referência a uma possível alternativa, a do método dos elementos finitos e, por último, à enumeração das conclusões que são conhecidas até ao momento sobre as diferenças de ambos os métodos.
- No Capítulo 4 são apresentadas duas metodologias criadas pelo autor para comparar o método da secção efetiva com o método da tensão reduzida. Procura-se atingir os objetivos que à priori se tinham estabelecidos. O capítulo finaliza com a apresentação dos resultados obtidos.

- No Capítulo 5 procura-se aplicar todos os conceitos desenvolvidos a um perfil I bissimétrico como forma de apresentar outra perspetiva contribuindo para a compreensão dos fenómenos bem como à corroboração dos resultados obtidos no capítulo anterior.

Por último, apresentam-se as conclusões principais que foram obtidas ao longo de todo este trabalho.



# 2

## TEORIA DE ENCURVADURA DE PLACAS

### 2.1. ENQUADRAMENTO HISTÓRICO

Desde os nossos antepassados que o ser humano tem sido capaz de enfrentar os obstáculos de forma genial produzindo obras magníficas. Há inúmeros exemplos espalhados pelo globo que ilustram esta capacidade única que nos distingue das demais espécies. Por isso mesmo, achou-se relevante abordar pelo menos duas obras incontornáveis e que, ainda hoje, se questiona como terá sido possível a sua construção. Por um lado, Stonehenge (Fig. 2.1), um dos monumentos mais marcantes da nossa história e que, ainda hoje, pode ser visitado. Sabe-se que foi construído no período neolítico, por volta de 4000 a.C., mas não é possível caracterizar o seu processo construtivo. Ainda está por explicar como pôde o ser humano, há milhares de anos atrás, transportar pedras enormes com 30 toneladas situadas a mais de 30 quilómetros de distância. Por outro lado, não menos fascinante, as pirâmides de Gizé (Fig. 2.2) construídas numa época em que o Egipto era das civilizações mais poderosas, há cerca de 4000 anos atrás. Pensa-se que terá sido construída recorrendo a um sistema de rampas, mas é necessário refletir como terá sido possível mover mais de dois milhões de blocos em vinte anos numa época em que a única força existente era a do vento e a própria corrente do Nilo para o transporte por barcos, homens e animais para transporte por terra.



Fig. 2.1 – Stonehenge (wikipédia.org)



Fig. 2.2 – Pirâmides de Gizé (famouswonders.com)

A Engenharia de pontes terá nascido nesta altura, com a necessidade de vencer vãos tornando possível, por exemplo, atravessar rios ou caminhos perigosos. Acredita-se que a ponte mais antiga do mundo seja a ponte Arkadiko (Fig. 2.3) na Grécia Antiga, 1300-1190 a.C. Para além desta, é possível visitar uma “ponte celta” (Fig. 2.4) também desta altura, em Castro Laboreiro, Portugal, que se pensa ser a única



existente em toda a Europa. No entanto, as pontes pré-históricas existentes são raras porque, em caso de guerra, estas eram o alvo preferível.



Fig. 2.3 – Ponte Arkadiko (wikipédia.org)



Fig. 2.4 – Ponte Celta  
(patrimoniosustentavel.blogspot.co.uk)

Alguns séculos depois, a engenharia de pontes iria sofrer um avanço extraordinário devido à influência do império romano. Por um lado, os ligantes que usavam eram de grande qualidade. Adicionavam à cal, a pozolana já conhecida e muito usada pelos gregos produzindo, assim, após juntar a argila, a areia e água, uma argamassa que não se desintegrava quando exposta à água e que era, posteriormente, usada como ligante nos pilares, arcos e como enchimento de fundações. Por outro lado, detinham um sistema de gestão de conhecimento verdadeiramente inovador. Durante a construção de uma ponte eram registados todos os incidentes numa placa de cera para serem analisados, mais tarde, em Roma. Este é um pormenor de aprendizagem bastante importante e que não serve só para a Engenharia. Talvez sejam estas as razões que permitiram que os romanos tenham sido capazes de conceber pontes notáveis que marcaram a história de engenharia de pontes de forma indelével. Um destes exemplos é a Ponte de Alcântara (Fig. 2.5) datada do século II d.C (Pacheco, 2016/2017).

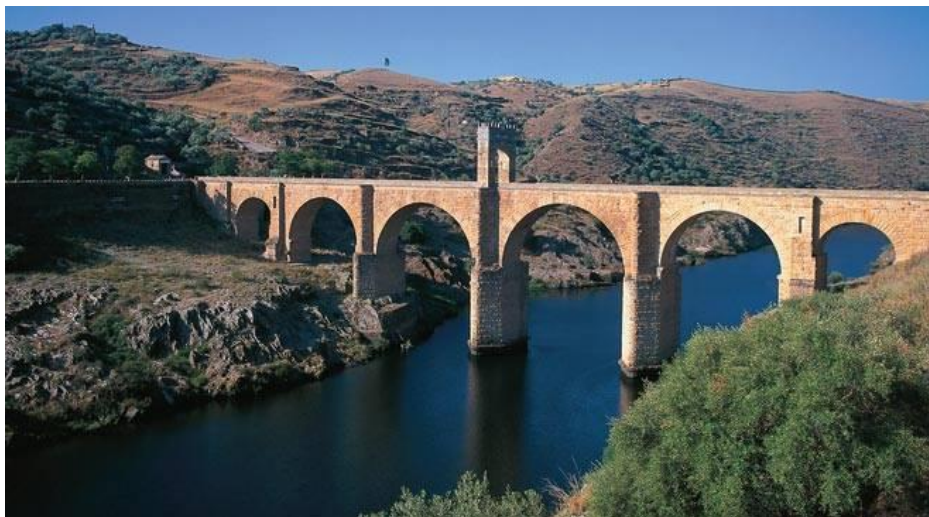


Fig. 2.5 – Ponte de Alcântara (www.spainisculture.com)

Apesar desta grande evolução que os romanos trouxeram à engenharia de pontes, ela iria estagnar até à revolução industrial. Admite-se que apenas o conceito de pontes suspensas tenha sido o único contributo desenvolvido durante este período.

A revolução industrial foi um período de enorme desenvolvimento em todos os domínios. Teve origem no Reino Unido no século XVIII e prolongou-se até meados do século XIX. Por ter sido o berço deste momento marcante na história mundial terá sido a nação que mais contribuiu e que mais rapidamente se desenvolveu de forma a mecanizar todos os seus processos de fabrico. Foi a invenção da máquina a vapor em 1785 e a descoberta do ferro fundido que mais impulsionaram esta evolução dando origem a uma extensa rede de transportes que contribuiu extraordinariamente para o desenvolvimento da engenharia de pontes. A era moderna de pontes iria começar precisamente em 1779 com a construção da primeira ponte em ferro fundido, a Coalbrookdale bridge (Fig. 2.6), tendo-se alcançado excelentes resistências à compressão e à corrosão.



Fig. 2.6 – Ponte de Coalbrookdale (estoriasdahistoria12.blogspot.co.uk)

Os estudos em torno deste material inovador continuaram tendo-se chegado ao ferro forjado. Era introduzido numa cuba minério de ferro e um combustível, o carvão, e um fole para insuflar oxigénio (Fig. 2.7). No final dava origem a um produto maleável que era retirado do fundo do forno para, mais tarde, ser martelado retirando a maior parte das impurezas. Nesta transformação o ferro absorve carbono. Para quantidades reduzidas obtém-se ferro macio, mas caso a quantidade de carbono seja elevada é possível obter aço (Coutinho, 2014). Em 1855, o inglês Henry Bessemer, foi capaz de aperfeiçoar ainda mais o processo de purificação do ferro fundido. Conhecido pelo processo de Bessemer (Fig. 2.8), consistia em remover as impurezas do ferro por oxidação introduzindo ar de forma a entrar em contacto com o ferro liquefeito. A oxidação também contribuía para aumentar a temperatura da massa de ferro e para a manter no estado líquido. Foi o primeiro processo industrial de baixo custo para a produção de aço em grandes quantidades (Larena, 2004).



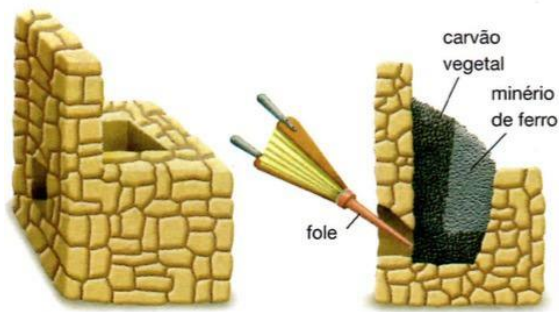


Fig. 2.7 – Forja Catalã ([www.coladaweb.com](http://www.coladaweb.com))

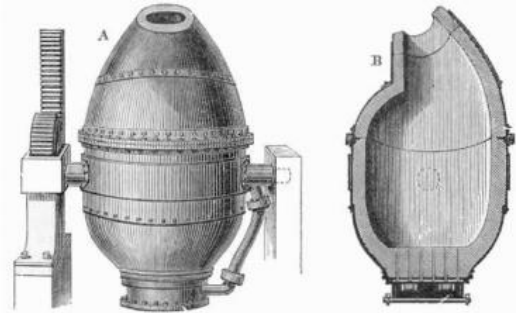


Fig. 2.8 – Conversor de Bessemer ([wikipédia.org](http://wikipédia.org))

O século XIX é considerado a época mais importante para a história da engenharia de pontes. A audácia e inteligência de grandes engenheiros britânicos como Thomas Telford, Isambard Brunel e Robert Stephenson permitiu conceber pontes inimagináveis para a maior parte dos engenheiros.

Thomas Telford, escocês nascido em 1757 ficou conhecido como um visionário e um criativo pelas obras que concebeu nos ramos de pontes, de vias de comunicação e canais. Nasceu com uma certa genialidade uma vez que, não teve formação nem em Matemática nem em Física. Esta ausência de formação foi colmatada pela compreensão intuitiva do comportamento estrutural que detinha provavelmente influenciada pelos seus primeiros trabalhos como pedreiro. Devido ao sucesso que teve o governo escocês convidou-o a inspecionar mais de mil milhas de estradas e cerca de 120 pontes. Uma das obras que fica associada ao seu nome é a ponte suspensa de Menai (Fig. 2.9) de ferro forjado com um vão de 176 metros e uma altura de 30 metros ([britainexpress.com](http://britainexpress.com); Fernandes, 2016).



Fig. 2.9 – Ponte suspensa de Menai ([www.geograph.org.uk](http://www.geograph.org.uk))

Isambard Brunel, filho de um notável engenheiro francês de nome Marc Brunel, produto da escola de engenharia francesa quis que o seu filho tivesse o mesmo nível de educação começando a incutir-lhe conhecimentos e a encorajá-lo desde cedo a estudar matemática, física e princípios de engenharia. Após Isambard ter completado 14 anos foi estudar para França onde, após terminar os estudos preparatórios no Lycée Henri-IV, candidatou-se à prestigiante École Polytechnique mas sem sucesso por ser um cidadão estrangeiro. De todo o contributo que deu à engenharia, a obra com maior destaque foi a impressionante ponte suspensa de Clifton (Fig. 2.10) de ferro forjado com percentagens de carbono reduzidas, um vão recorde de 214m e uma altura de cerca de 76m acima do rio bed. Devido a atrasos durante a construção causados por dificuldades de financiamento e desacordos contratuais ela iria estar completa apenas em 1864, cinco anos depois da morte de Brunel (Fernandes, 2016).



Fig. 2.10 – Ponte suspensa de Clifton (Fernandes, 2016)

Robert Stephenson, filho do pioneiro nos caminhos de ferro, George Stephenson, nasceu em Inglaterra em 1803. Desde criança que teve o privilégio de acompanhar os trabalhos vastos e notáveis do pai principalmente na área dos caminhos de ferro. Juntando à sua experiência profissional bastante antecipada, Robert iria beneficiar ainda de um ano de formação académica na Universidade de Edimburgo. Trabalhou como engenheiro de minas na Colômbia tendo regressado a Inglaterra para ocupar o cargo de engenheiro chefe dos caminhos de ferro de Londres e de Birmingham em 1833.

A ponte Britannia (Fig. 2.11) foi das obras mais complexas que teve que lidar. As restrições eram várias como a circulação de grandes embarcações, impedimento do uso de cimbrês, etc, que levaram Robert a propor uma ponte tubular de ferro forjado com um vão principal de 140 metros. Teve a ajuda de William Fairbairn, um experiente em estruturas de placas em ferro de trabalhos relacionados com a engenharia naval tendo chegado à conclusão que o banzo e alma em compressão teriam de ser rigidificados. Para além desta ideia inovadora, o processo de içamento durante a construção constituiu outra novidade. Depois da primeira secção tubular ser colocada sobre os pilares, as secções adjacentes eram colocadas com uma certa inclinação antes de serem rebitadas para quando atingissem a sua posição final, horizontal, induzisse um momento fletor. Com este mecanismo invulgar Stephenson e Fairbairn

procuraram igualar os valores de momento fletor ao nível dos pilares com o dos vãos. Este foi um dos primeiros exemplos de pontes pré-esforçadas por empurre. A ponte Britannia esteve em serviço durante 120 anos, mas um incêndio acabou por danificá-la tendo colapsado em 1970 (Fernandes, 2016).

Robert Stephenson ficou conhecido por introduzir o conceito das pontes em caixão precisamente na ponte Britannia sendo ainda hoje bastante recorrente o seu uso. No entanto, o desenvolvimento deste tipo de pontes só teria grande expressão durante a reconstrução, após a II Guerra Mundial, devido ao aperfeiçoamento de novos materiais, conceitos de dimensionamento e desenvolvimento das técnicas de soldadura. As pontes em caixão podem ser apenas de aço ou mistas em que o caixão metálico é fechado pela laje de betão armado no seu topo. Estas pontes tornam-se vantajosas para grandes vãos onde interessa que o peso próprio seja minimizado e, para além disso, quando se quer tirar proveito da sua elevada rigidez torsional por exemplo para tabuleiros curvos. Este tipo de secção transversal é bastante usado para pontes rodoviárias, ferroviárias e pedestres (steelconstruction.info).



Fig. 2.11 – Ponte Britannia (Fernandes, 2016)

Para pontes rodoviárias a configuração estrutural correntemente usada é o tabuleiro trapezoidal em caixão de secção aberta. Esta ponte em caixão é constituída por um banzo em aço na zona inferior, duas almas de aço inclinadas e um banzo de aço no topo de cada alma (Fig. 2.12 e 2.13). Para grandes vãos normalmente recorre-se a uma variação da inércia longitudinal da secção transversal (Fig. 2.14)

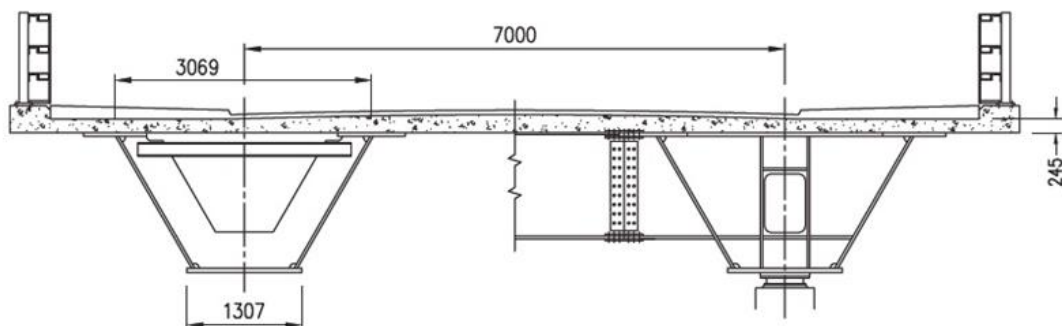


Fig. 2.12 – Pontes mistas com caixão metálico em secção aberta (steelconstruction.info)





Fig. 2.13 – Ponte mista com caixão metálico em secção aberta ([www.steelconstruction.info](http://www.steelconstruction.info))



Fig. 2.14 – Ponte metálica com caixão de inércia variável ([www.steelconstruction.info](http://www.steelconstruction.info))

Caso os vãos sejam superiores a 200 metros geralmente recorre-se à construção metálica onde a rodovia é suportada por banzos superiores com nervuras longitudinais normalmente designado de deck ortotrópico constituindo uma alternativa leve, mas mais complexa e que foi usada, por exemplo, na Foyle Bridge (Fig. 2.16). Esta ponte com comprimento total de 866 metros e um vão central de 234 metros construída por consola constitui um recorde em todo o território irlandês. Foi construída em 1984 pela “Roads Service of Northern Ireland by RDL-Graham Joint Venture” sendo a “Ove Arup and Partners” a empresa de consultoria contratada ([steelconstruct.info](http://steelconstruct.info))



Fig. 2.15 – Ponte Foyle em construção ([www.wesleyjohnston.com](http://www.wesleyjohnston.com))



Fig. 2.16 – Ponte Foyle ([moireosullivan.com](http://moireosullivan.com))

Para as pontes ferroviárias é frequente a altura útil do tabuleiro estar fortemente condicionada, situação na qual é necessário o recurso a vigas com tabuleiro inferior. Uma opção corrente no Reino Unido é o tabuleiro caixão tipo adotado pela Network Rail. Esta tipologia cobre uma gama de vãos entre os 21m e os 39m com recurso a vigas longitudinais formadas por caixões trapezoidais entre os quais é colocado uma placa metálica nervurada simplesmente apoiado na direção transversal.

Estes tabuleiros são particularmente adequados para ereção peça por peça durante possessões curtas da via férrea. O inferior pode ser realizado por uma laje em betão armado com as vigas carlingas transversais parcialmente embebidas, por uma laje sobre as carlingas com ação mista, ou também por uma placa de aço nervurada, dependendo do processo construtivo proposto e da altura útil disponível.

Para as vias férreas em linhas novas onde a altura útil não se encontra tão condicionada os carris podem ser acomodados por uma solução de laje sobre viga metálica semelhante às usadas em pontes rodoviárias. O recurso a secções em caixão é então particularmente vantajoso, dado que a sua rigidez torsional reduz a suscetibilidade da via ao fenómeno de “track twist” (steelconstruction.info).

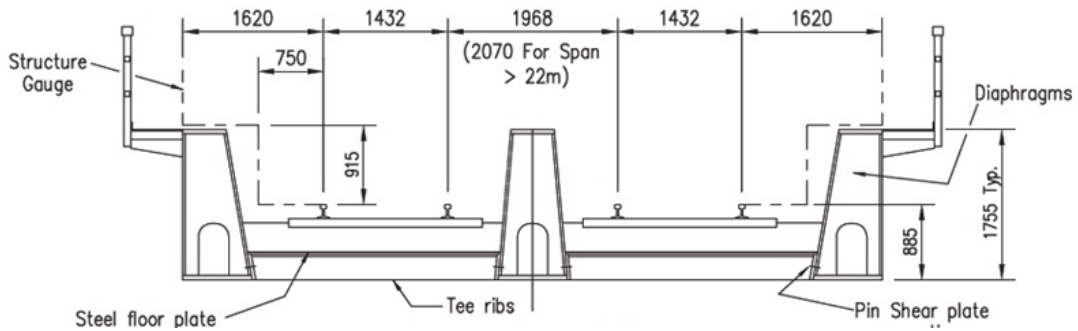


Fig. 2.17 – Caixão típico da Network Rail (www.steelconstruction.info)

Para pontes pedonais, as pontes em caixão são consideradas precisamente como pedonais para vãos superiores a 30 metros, sendo que, a maioria delas, adota uma configuração toda em aço. A grande vantagem de ser construída toda em aço é permitir que toda a secção transversal, incluindo os parapeitos, possa ser construída em fábrica sendo transportada até à obra para, posteriormente ser içada de forma a completar todos os vãos. O peso destes é moderado sendo facilmente mobilizável por uma grua móvel. A espessura do banzo de topo que geralmente serve de base ao pavimento, deverá ser determinada através de uma análise global dos momentos fletores em vez da análise local. A placa é normalmente apoiada por nervuras transversais que estão ligadas às longarinas por consola. É aconselhável a introdução de duas ou três nervuras longitudinais na placa de topo para quando for sujeita a esforços de compressão. Para além disso, são necessários diafragmas ao nível dos apoios sendo que, normalmente, estes são colocados em vários pontos ao longo da ponte de forma a controlar a distorção. É necessário ter em atenção que entre os diafragmas é necessário deixar espaço suficiente para a sua própria construção e para uma eventual manutenção no futuro (www.steelconstruction.info).

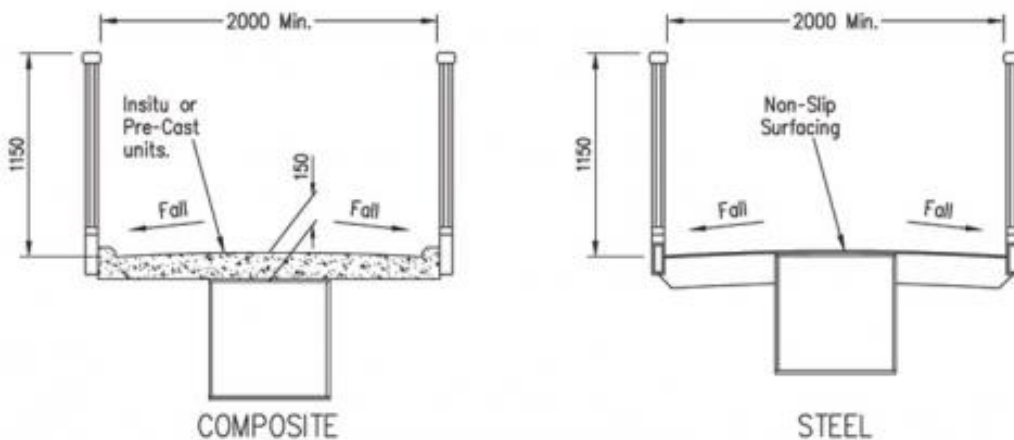


Fig. 2.18 – Caixões para pontes pedonais (www.steelconstruction.info)



Fig. 2.19 – Ponte pedonal de Castleford (www.pinterest.com)

Tal como já foi referido anteriormente, as pontes metálicas em caixão foram bastante usadas no período posterior à II Guerra Mundial porque representavam uma solução bastante económica e competitiva, tornando possível a construção de pontes de grandes vãos, e por serem esteticamente agradáveis. No entanto, quando o uso deste tipo de secção transversal se encontrava no seu auge relativamente à sua utilização, iria sofrer um enorme impacto na década de setenta devido aos quatro acidentes que ocorreram praticamente em simultâneo. Todas elas colapsaram durante a construção sem que a causa de colapso fosse imediatamente aparente uma vez que a filosofia de dimensionamento que vinha sendo aplicada não se tinha alterado. Este acontecimento foi bastante importante para a engenharia de pontes porque percebeu-se que os métodos de dimensionamento, até então utilizados, apresentavam lacunas sendo necessária a sua reformulação (Dubas and Gehri, 1986).

Os quatro acidentes que revolucionariam os métodos de dimensionamento são os seguintes:

- Danube Bridge, Viena (1969);
- Milford Haven Bridge, País de Gales (1970);
- West Gate Bridge, Melbourne (1970);
- Koblenze Bridge, Alemanha (1971).

A Milford Haven Bridge ficou conhecida como o último grande desastre no Reino Unido. Quando colapsou, em 1970 provocou a morte a quatro pessoas. Era um tabuleiro em caixão e o método dos avanços sucessivos em consola foi o escolhido.





Fig. 2.20 – Vista interior de um caixão com encurvadura do banzo inferior

Apesar da secção transversal adotada ter sido em caixão (Fig. 2.20), na verdade também poderia ser considerada como uma viga I com duas almas. No entanto, a configuração dada apresenta uma certa mestria uma vez que permite alongar o vão ao nível dos banzos e, se necessário, a espessura dos banzos pode ser aumentada. Para além disso, ao constituir um núcleo fechado, os tabuleiros em caixão apresentam maior resistência e rigidez à torção quando comparados com outras alternativas construtivas. As consolas laterais do tabuleiro passaram a ser possíveis apenas com o aparecimento dos aços de elevada qualidade. Apesar de o tabuleiro em caixão apresentar adequada resistência à flexão na secção de meio vão e de apoio, sobre os apoios são necessários diafragmas para transferir a carga vertical à subestrutura. Contudo, já na fase final da sua construção em que se procedia ao içamento de um dos últimos vãos, assistiu-se ao colapso da ponte precisamente na secção que apoia no pilar (Fig. 2.21). Tendo-se escolhido o método dos avanços sucessivos, torna-se claro que durante a sua construção, a zona dos pilares irá sofrer momentos negativos superiores. Investigações feitas ao acidente demonstraram que não havia rigidez suficiente dos diafragmas (Stephen Cantrell et al).



Fig. 2.21 – Colapso da Milford Haven Bridge (Stephen Cantrell et al)

Qualquer colapso de uma ponte será sempre catastrófico apesar de ter uma certa espetacularidade devido ao próprio acidente e pela contribuição que pode dar para a compreensão de certos fenómenos. O colapso da West Gate Bridge revelou-se o mais grave dos quatro acidentes pelos trinta e cinco falecimentos. Por coincidência, o dimensionamento desta ponte foi desenvolvido pela mesma consultora que tinha projetado a Milford Haven Bridge, a “UK consulting firm Freeman, Fox & Partners”.

Neste caso, o empreiteiro decidiu por fabricar metade de cada vão no solo dividindo-o a meio ao longo do seu comprimento para que, no final, apenas fosse necessário içá-los a cerca de 50 metros em relação ao solo e deslizá-los até atingirem a posição desejada (Fig. 2.22). A vantagem deste procedimento foi apenas reduzir para metade a massa necessária para elevar cada metade de vão apesar de o número de içamentos duplicar. Este método revelar-se-ia problemático porque terá originado diversas instabilidades locais que foram corrigidas nem sempre da forma mais convencional. Aliás, consta-se que momentos antes do colapso se procedia a uma nova correção na tentativa de fechar uma folga de 115mm que se tinha verificado num dos vãos. Colocaram-se 51 toneladas de blocos de betão numa das metades de vão conseguindo finalmente alinhá-los. No entanto, momentos depois observou-se o seu colapso porque o tabuleiro não tinha sido dimensionado para uma carga tão excessiva (engineersjournal.ie).

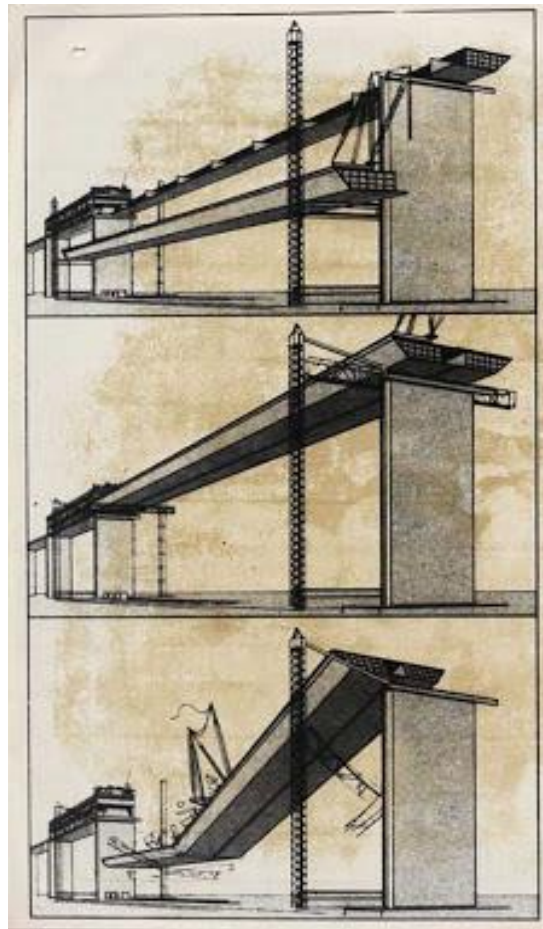


Fig. 2.22 – Colapso da West Gate Bridge (www.engineersjournal.ie)

Após estes sucessivos e inesperados acidentes, vários grupos de trabalho e de investigação foram criados para perceber as causas que levaram ao colapso destas pontes em caixão. Criaram-se a Royal commission e o Merrison Committe depois dos colapsos da West Gate Bridge e da Milford Haven Bridge respetivamente. Foi precisamente o Merrison Committe que preparou a Interim Design and Workmanship Rules (IDWR). Foi o primeiro documento a fornecer regras para a análise de tensões nos tabuleiros em caixão e para o dimensionamento de placas metálicas, com ou sem nervuras, submetidas a estados de tensão combinados. Aliás, serviu como documento base para a elaboração da BS5400 (Weimar, 2007; Fernandes, 2016)

Paralelamente a estes estudos, em 1973, membros do Technical Committee 8 (Stability) da ECCS decidiram criar um grupo técnico de trabalho com o nome de “Plate Buckling” com o objetivo de promover conhecimento no campo das estruturas de aço constituídas por placas esbeltas (steel plated structures), focando-se no comportamento de placas esbeltas com ou sem reforços abrindo caminho para a preparação de um conjunto de recomendações europeias de dimensionamento (European Design Recommendations) no campo das placas metálicas e tabuleiros em caixão que serviram como base para a elaboração do Eurocódigo 3. Este documento só foi possível graças ao esforço deste grupo de trabalho que durante quinze anos e após 14 encontros em diversas cidades estudou intensivamente o

comportamento de placas esbeltas chegando ao conceito do comportamento pós-crítico que terá influenciado drasticamente as regras de dimensionamento até aí aplicadas (Dubas and Gehri, 1986).

Após estes longos anos de pesquisa chegou-se à conclusão que a filosofia de segurança estrutural até aí aplicada não estava correta. O campo dos pequenos deslocamentos, que serviu de base para a teoria linear de encurvadura de placas, não era adequada sendo necessário substituir por modelos elasto-plásticos que representem o campo dos grandes deslocamentos e introduzir as imperfeições geométricas e estruturais. Assim sendo, para estes modelos serem realistas, teriam de abordar a deformação para fora do plano de placas devido às tensões residuais que estão sempre presentes qualquer que seja o processo de fabrico. Para ser possível introduzir todas estas mudanças, o conceito de fator de segurança global terá sido abandonado e substituído pela teoria semi-probabilística dos estados limites que é usada ainda hoje, em que o fator de segurança é aplicado tanto às tensões como às cargas. Esta alteração teve origem na Europa Ocidental e só depois se alastrou para a América do Norte e para o resto da Europa. A IABSE teve um papel bastante importante na divulgação deste novo conceito, participando ativamente na realização de conferências e encontros como o “Symposium in London” que teve um grande impacto na comunidade da engenharia de Estruturas (Dubas et al, 1985).

Para a formulação destes novos princípios e conjuntos de normas, um fenómeno interessantíssimo esteve na base da sua génese, o comportamento pós-crítico. Quando uma placa é sujeita a um carregamento, esta apresenta um comportamento elástico linear tal como era esperado, idêntico ao caso de uma coluna, até atingir a própria tensão crítica do elemento (coluna ou placa). A partir deste momento algo inesperado acontece. Quando se esperaria o colapso da placa tal como acontece no caso de uma coluna, esta desenvolve um aumento da sua resistência devido ao efeito de membrana na direção contrária tornando possível absorver mais carga até atingir a sua tensão última que será superior à tensão crítica que lhe é característica (Fig. 2.26). É esta a base do comportamento pós-crítico de placas que será desenvolvido no subcapítulo da teoria não linear.

## **2.2. TEORIA DA ENCURVADURA LINEAR**

Até aos graves acidentes que mudariam por completo as regras de dimensionamento de estruturas metálicas, os estudos sobre instabilidade de placas eram praticamente escassos tendo-se evoluído bastante na compreensão deste fenómeno nos anos seguintes. No presente trabalho irá procurar-se descrever os aspetos principais subjacentes a este conceito. Assim sendo, adotar-se-á uma placa ideal, isto é, isotrópica, sem imperfeições geométricas nem tensões residuais por ser a forma mais simples que o autor entendeu para explicar este fenómeno complexo.

### **2.2.1. ENCURVADURA DE COLUNAS**

Euler foi o primeiro a estudar o problema da encurvadura de colunas. Para isso começou pelo caso mais simples, o de uma barra simplesmente apoiada sujeita a uma carga de compressão (Fig. 2.26), com o objetivo de determinar a carga crítica, ou seja, a carga que irá instabilizar a barra idealizada.

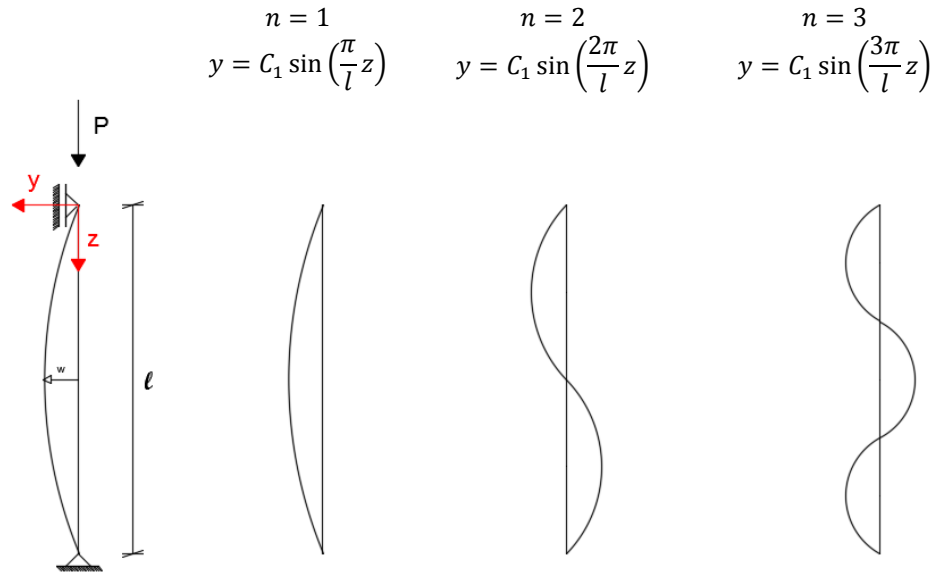


Fig. 2.23 – Vários modos de encurvadura possíveis de uma coluna sujeita a compressão

Para uma posição genérica ao longo do eixo da barra, o equilíbrio é definido pela expressão seguinte:

$$M(z) + Pw = 0 \Leftrightarrow M(z) = -Pw \quad (2.1)$$

Sabendo que:

$$\begin{cases} M(z) = -Pw \\ \frac{M}{EI} = \frac{d^2w}{dz^2} \end{cases} \Rightarrow -Pw = EI \frac{d^2w}{dz^2} \Leftrightarrow \frac{d^2w}{dz^2} + \frac{P}{EI}w = 0 \quad (2.2)$$

Esta equação (2.2) é uma equação linear homogénea cujos coeficientes são constantes e tem como solução:

$$y = C_1 \sin kz + C_2 \cos kz \text{ em que } k = \sqrt{\frac{P}{EI}} \quad (2.3)$$

Para determinar as constantes de integração,  $C_1$  e  $C_2$ , é necessário introduzir as condições fronteira específicas para este problema na equação (2.3):

$$\text{Para } z = 0 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow C_2 = 0$$

$$\text{Para } z = l \Rightarrow y = 0 \Rightarrow 0 = C_1 \sin kl + 0 \Leftrightarrow C_1 = 0 \vee kl = n\pi$$

$$kl = n\pi \Leftrightarrow \sqrt{\frac{P}{EI}}l = n\pi \Leftrightarrow \frac{P}{EI}l^2 = n^2\pi^2 \Leftrightarrow P = \frac{n^2\pi^2}{l^2}EI$$

Como a carga crítica de uma coluna corresponde à menor carga necessária para a instabilizar, o modo  $n$  que se está à procura será o primeiro ( $n = 1$ ). Assim sendo, a carga crítica de Euler pode ser escrita da forma mais habitual (Silva, 2006):

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{l^2} \quad (2.4)$$

### 2.2.2. ENCURVADURA DE PLACAS

Quando se passa do caso de uma coluna para uma placa, a resolução do problema já não é trivial. Aliás, demorou vários anos para ser desenvolvida. A teoria linear de encurvadura para uma placa começou a ser estudada por Saint Venant em 1883. Só em 1970 se conseguiu, finalmente, formular a equação diferencial de instabilidade para uma placa carregada no seu plano:

$$\frac{d^4 w}{dx^4} + 2 \frac{d^4 w}{dx^2 dy^2} + \frac{d^4 w}{dy^4} = \frac{1}{D} \left( q - N_x \frac{d^2 w}{dx^2} - N_y \frac{d^2 w}{dy^2} + 2N_{xy} \frac{d^2 w}{dx dy} \right) \quad (2.5)$$

em que  $w$  representa o deslocamento transversal;

$N_x = \sigma_x t$  ;  $N_y = \sigma_y t$  ;  $N_{xy} = \tau t \Rightarrow$  representam as cargas no plano por unidade de comprimento;

$t$  a espessura da placa;

e  $D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)}$  a rigidez à flexão da placa.

Bryan contribuiu com alguns estudos de casos simples de instabilidade de placas e em 1891 desenvolveu a expressão da energia interna de deformação,  $U$ , de uma placa sujeita a flexão:

$$U = \frac{D}{2} \iint \left\{ \left( \frac{d^2 w}{dx^2} + \frac{d^2 w}{dy^2} \right)^2 - 2(1-\nu) \left[ \frac{d^2 w}{dx^2} \frac{d^2 w}{dy^2} - \left( \frac{d^2 w}{dx dy} \right)^2 \right] \right\} dx dy \quad (2.6)$$

Anos mais tarde, um importante avanço foi feito por Timoshenko (1910/1913) por ter sido o primeiro a resolver o problema de uma placa reforçada aplicando os estudos feitos por Rayleigh (1877) e Ritz (1908) relativamente aos problemas de estabilidade. Para além disso, análises e estudos acerca da tensão crítica de encurvadura foram desenvolvidos por vários autores tendo sido publicados diversos livros com soluções acerca deste tema como Timoshenko and Gere (1961), Bulson (1970), Allen and Bulson (1980). De uma forma geral estes documentos fornecem soluções rigorosas que foram obtidas através de simples casos de carga e condições de apoio comuns (Dubas and Gehri, 1986).

Todos estes estudos, para além da compreensão do fenómeno de instabilidade de placas, tinham como objetivo formular uma equação em que fosse possível determinar a tensão crítica para qualquer tipo de placa. Para isso, foi necessário adotar alguns pressupostos que ficariam conhecidos como as 4 condições fundamentais da teoria linear de encurvadura:

- Pontos localizados numa linha horizontal perpendicular ao eixo médio da placa irão permanecer, após deformação, na mesma posição, normal à superfície média da placa deformada (hipótese de Kirchhoff);
- As inclinações são pequenas, por isso:  $X_x = \frac{d^2 w}{dx^2}$  ;  $X_y = \frac{d^2 w}{dy^2}$  ;  $X_{xy} = \frac{d^2 w}{dx dy}$ ;
- As tensões transversais são negligenciáveis;
- As tensões de membrana devido à deformação do plano médio podem ser ignoradas.

Considerando as forças adicionais devido à encurvadura, a equação diferencial para a encurvadura de uma placa começa por ser escrita da seguinte forma:

$$\Delta w w = \frac{d^4 w}{dx^4} + 2 \frac{d^4 w}{dx^2 dy^2} + \frac{d^4 w}{dy^4} = - \frac{\sigma_x t}{D} \frac{d^2 w}{dx^2} \quad (2.7)$$

A forma da deformada (eigenvector) é dada por:

$$w = w_m \cdot \sin \frac{\pi x}{a} \cdot \sin \frac{\pi y}{b} \quad (2.8)$$

Desenvolvendo as equações (2.7) e (2.8) chega-se à expressão da tensão crítica de uma placa (eigenvalue):

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 D}{t a^2} \left( 1 + \frac{a^2}{b^2} \right)^2 = \left( \frac{a}{b} + \frac{b}{a} \right)^2 \cdot 0.9 \cdot E \cdot \left( \frac{t}{b} \right)^2 \quad (2.9)$$

Pode ser expressa ainda de outra forma, aquela que é mais comum:

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \frac{k_\sigma}{(b/t)^2} \quad (2.10)$$

em que  $k_\sigma = \left( \frac{a}{b} + \frac{b}{a} \right)^2$  e  $\nu = 0.3$

O conceito do coeficiente  $k_\sigma$  é bastante importante pelo que se achou necessário fazer uma exposição detalhada sobre o seu significado. A fórmula mais geral é dada por:

$$k_\sigma = \left[ \left( \frac{mb}{a} \right)^2 + 2 + \left( \frac{a}{mb} \right)^2 \right] \quad (2.11)$$

tendo sido representada em forma de gráfico (Fig. 2.24) em que  $m$  corresponde ao numero de semi-ondas na direção da compressão (Fig. 2.25). Uma vez que se está à procura do menor valor de  $k_\sigma$  irá adotar-se  $n = 1$ , o que significa que o modo de encurvadura da placa apresenta apenas uma semi-onda sinusoidal na direção transversal (Fig.2.25). Conclui-se assim, que para qualquer geometria que uma placa apresente ( $a/b$ ) sujeita a uma carga uniforme de compressão, simplesmente apoiada em todos os bordos, ela terá um valor mínimo de  $k_{\sigma,min} = 4$  (Fig.2.24) (Simões 2007; Trahair et al, 2008).

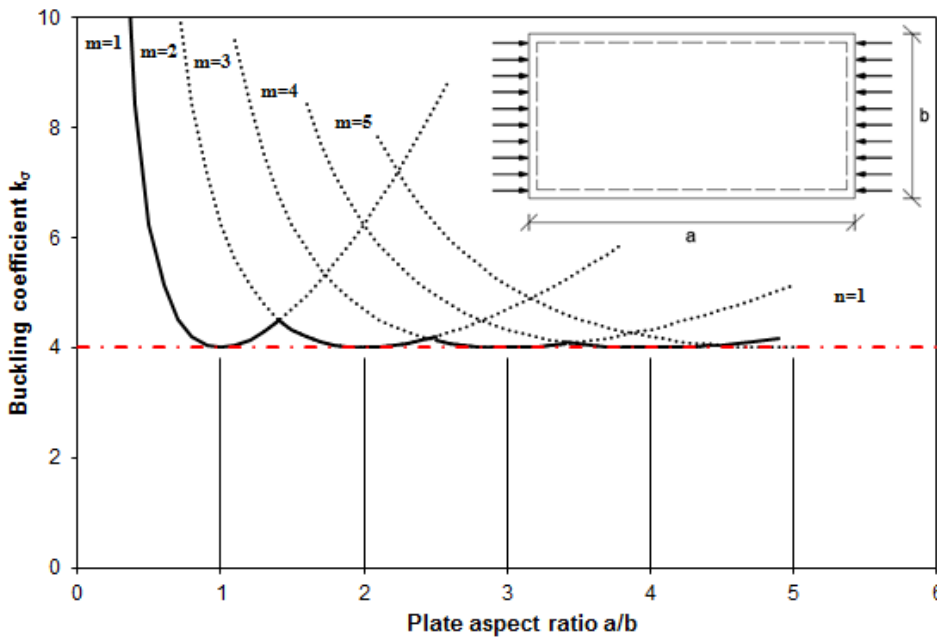


Fig. 2.24 – Coeficiente de encurvadura para compressão uniaxial uniforme

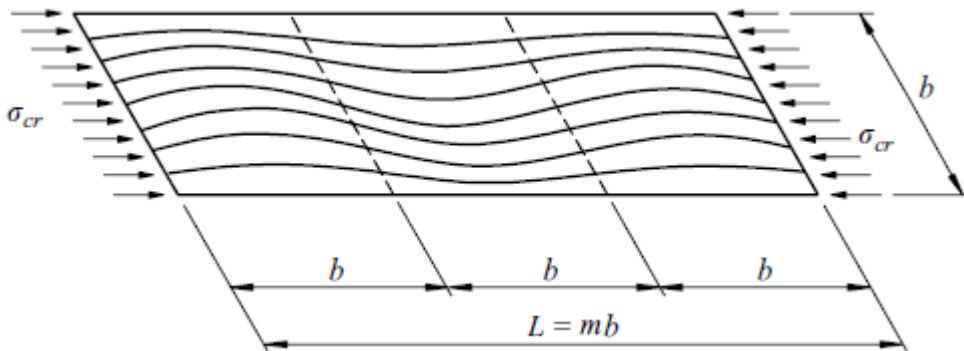


Fig. 2.25 – Deformada de encurvadura de uma placa longa simplesmente apoiada no seu perímetro sujeita a compressão pura (Trahair et al, 2008)

Fica, portanto, totalmente definida a tensão crítica tanto de uma placa como de uma coluna. É de salientar que o comportamento até aqui é elástico linear pelo que a não linearidade geométrica e do material não foi abordada. Sê-lo-á feito apenas no subcapítulo seguinte. Por último será importante referir que as imperfeições geométricas, alteram o comportamento linear da placa reduzindo substancialmente a sua tensão crítica.

### 2.3. TEORIA DE ENCURVADURA NÃO LINEAR

Analisar apenas a teoria de encurvadura linear pouco interesse traria a esta dissertação uma vez que a sua maior limitação é ignorar a resistência pós-crítica (Fig. 2.26). Para além disso, a tensão crítica de uma placa não representa um valor satisfatório para a resistência de uma placa em situações de dimensionamento. Há vários parâmetros importantes que modificam significativamente o



comportamento pós-crítico de uma placa idealizada. Os mais importantes, para além do comportamento pós-crítico, são o efeito das imperfeições geométricas e materiais e o efeito da plasticidade (Dubas and Gehri 1986).

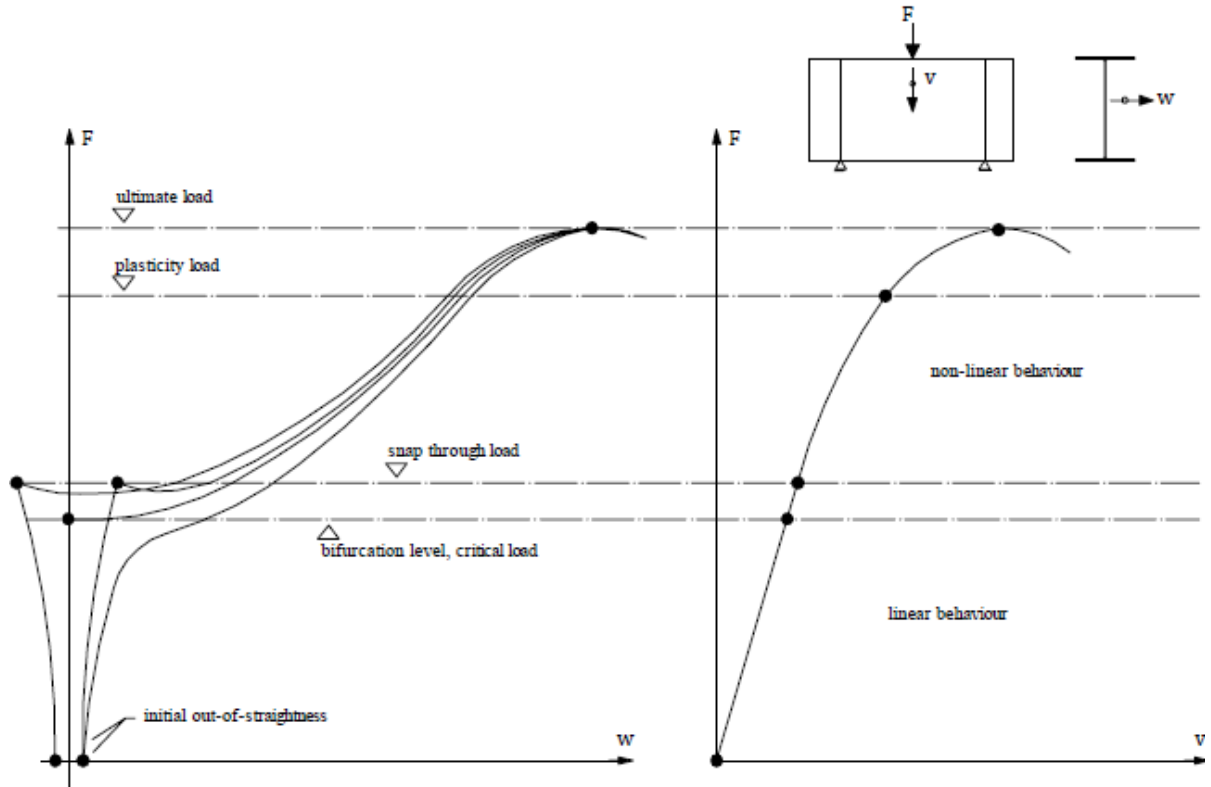


Fig. 2.26 – Comportamento linear e pós-crítico de placas esbeltas (Dubas and Gehri, 1986)

### 2.3.1. DESENVOLVIMENTO DA TEORIA NÃO-LINEAR DE ENCURVADURA DE PLACAS

As primeiras equações que contemplam o comportamento elástico não linear de placas isotrópicas são da autoria de Von Karman (1910) sob a forma de duas equações diferenciais (equações 2.13 e 2.14) de quarto grau e que têm em conta a deformação para fora do plano de uma placa através da função da tensão de Airy ( $\Phi$ ), que relaciona a compressão axial  $N$  com a deformação para fora do plano  $w$ . A formulação destas duas equações diferenciais só foi possível através de uma equação de compatibilidade (equação 2.12) que relaciona as extensões nas três direções, ou seja,  $\epsilon_x$ ,  $\epsilon_y$  e  $\gamma_{xy}$  (Dubas and Gehri, 1986).

$$\frac{d^2\epsilon_x}{dy^2} + \frac{d^2\epsilon_y}{dx^2} - \frac{d^2\gamma_{xy}}{dxdy} = \left(\frac{d^2w}{dxdy}\right)^2 - \frac{d^2w}{dx^2} \frac{d^2w}{dy^2} \quad (2.12)$$

$$\frac{d^4w}{dx^4} + 2\frac{d^4w}{dx^2dy^2} + \frac{d^4w}{dy^4} = \frac{1}{D} \left[ q + \frac{d^2\phi}{dy^2} \frac{d^2w}{dx^2} + \frac{d^2\phi}{dx^2} \frac{d^2w}{dy^2} - 2\frac{d^2\phi}{dxdy} \frac{d^2w}{dxdy} \right] \quad (2.13)$$

$$\frac{d^4\phi}{dx^4} + 2\frac{d^4\phi}{dx^2dy^2} + \frac{d^4\phi}{dy^4} = Et \left[ \left(\frac{d^2w}{dxdy}\right)^2 - \frac{d^2w}{dx^2} \frac{d^2w}{dy^2} \right] \quad (2.14)$$

Mais tarde, as equações de Von Karman (2.13) e (2.14) foram generalizadas por Marguerre (1937,1939) de forma a reproduzirem resultados introduzindo uma curvatura inicial à placa. Skaloud e Donea (1963) também deram o seu contributo introduzindo o efeito das tensões residuais.

Hu et al, (1946) estendeu o método de Levy para placas sujeitas a compressão incluindo imperfeições geométricas iniciais.

Coan (1951) usando um método semelhante combinou diferentes formas de aplicação das cargas em compressão e permitiu a distorção dos bordos não carregados.

Yamaki (1959/1960) obteve resultados para placas retangulares com os bordos apoiados ou restringidos e forneceu informação para a carga última de placas quadradas ao definir o limite de cedência.

Bauer and Reiss (1963) transformaram as equações de Von Karman em dois sistemas de equações com duas variáveis, que foram resolvidas através do método das diferenças finitas de forma a ser possível obter informação acerca do comportamento pós-crítico de uma placa sujeita a compressões no seu plano (Dubas and Gehri, 1986).

### 2.3.2. COMPORTAMENTO PÓS-CRÍTICO DE PLACAS METÁLICAS

Uma placa esbelta não colapsa assim que instabiliza, isto é, assim que atinge a carga crítica de encurvadura. Pelo contrário, consegue suportar cargas significativamente maiores do que a carga elástica de encurvadura. Para que se desenvolva o comportamento pós-crítico, a deformação para fora do plano tem de atingir valores da ordem de grandeza da espessura da placa, que não são desprezáveis (Dubas and Gehri, 1986). É um comportamento bastante diferente quando se compara ao comportamento elástico de uma coluna sujeita a compressão porque, no momento em que atinge a sua carga crítica, a um aumento infinitesimal de carga corresponderá uma deformação infinita (Fig. 2.27).

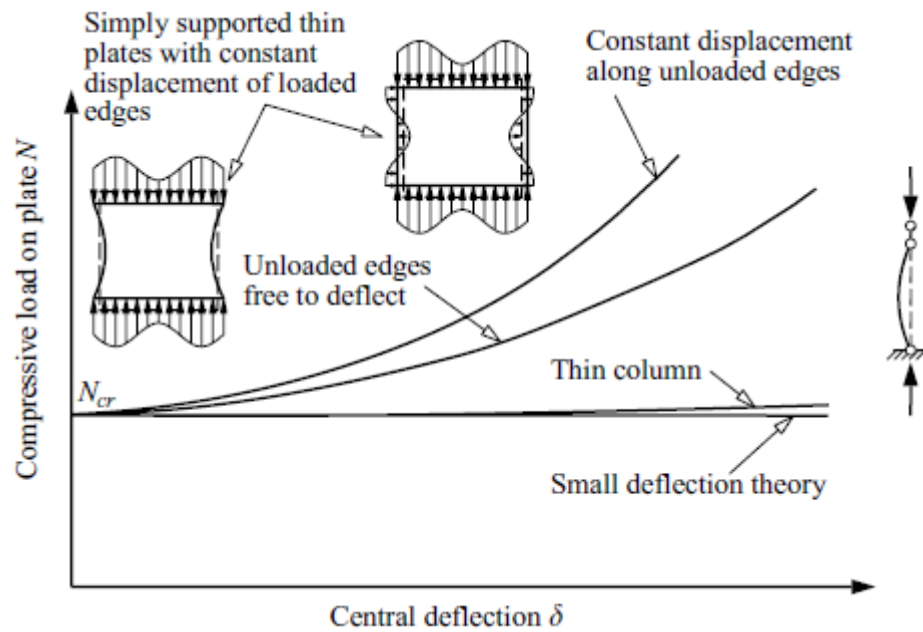


Fig. 2.27 – Comportamento pós-crítico de placas esbeltas (Trahair et al, 2008)

É este fenómeno, característico de uma placa, que torna o seu estudo interessante, pelo seu comportamento pós-crítico que é ignorado na teoria elástica de encurvadura por englobar apenas o campo das pequenas deformações. Assim sendo, quando uma placa atinge a sua tensão crítica, a deformação transversal (fora do plano) varia ao longo do comprimento da própria placa. O comprimento das fibras longitudinais será máximo no centro e mínimo nos bordos (Fig. 2.28). Para que as extensões sejam idênticas, isto é, de forma a garantir que as secções permanecem planas, as tensões longitudinais de compressão terão de variar ( $\sigma = E\varepsilon$ ). As tensões longitudinais serão menores na zona central aumentando o seu valor junto aos bordos (Fig. 2.29). Esta redistribuição, que é equivalente a transferir as tensões da zona mais flexível da placa para as zonas onde se vão absorver os esforços, os bordos, resulta numa redução da deformação transversal da placa (Fig. 2.27) (Trahair et al, 2008).

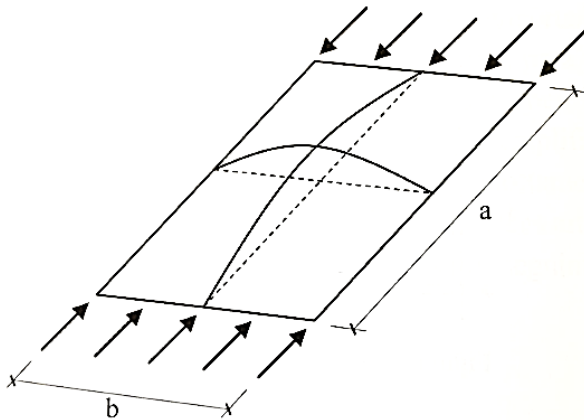


Fig. 2.28 – Encurvadura de uma placa comprimida axialmente (Simões, 2007)

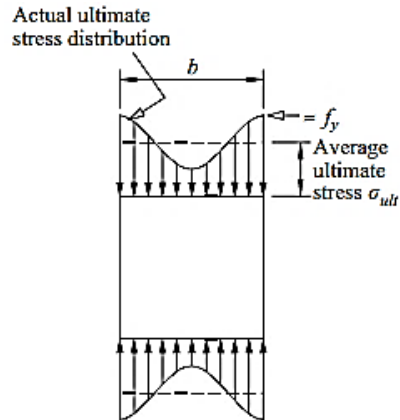


Fig. 2.29 – Distribuição de tensões durante o comportamento pós-crítico (Trahair et al, 2008)

O efeito da reserva pós-crítica é bastante mais expressivo em placas apoiadas em todos os bordos quando comparado com uma placa com um bordo livre. Para este caso, a forma da deformada apresenta uma curvatura inferior e, como consequência, a redistribuição de tensões no plano não será tão pronunciada (Fig. 2.30). Para além disso, é possível desenvolver tensões na direção transversal apenas junto aos bordos apoiados ( $b$ ), o que limita extremamente a reserva pós-crítica da placa, não sendo de estranhar que, normalmente, se ignore a reserva pós-crítica de banzos esbeltos classificados como elementos externos (Trahair et al, 2008).

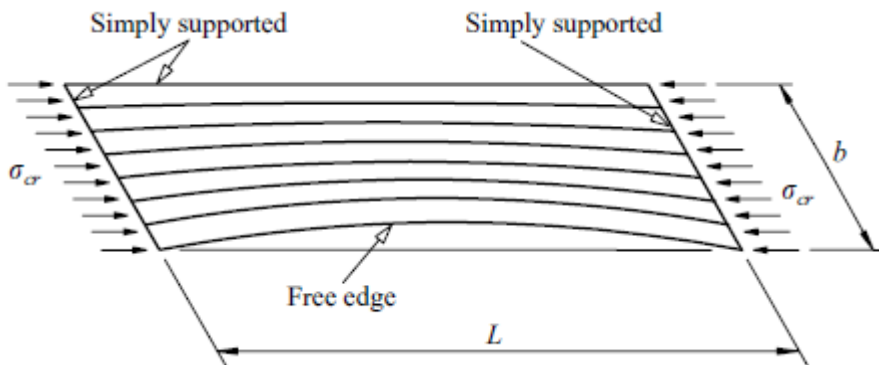


Fig. 2.30 – Deformada de encurvadura de uma placa com um bordo livre (Trahair et al, 2008)

É por esta razão que, ao longo da dissertação, apenas será abordado o caso de uma placa apoiada em todos os bordos de forma a explorar ao máximo o comportamento pós-crítico e por não haver interesse em aprofundar outro caso senão este.

Retomando a explicação do comportamento pós-crítico, a redistribuição das tensões no plano depois da placa encruvar, continua a evoluir com o aumento da carga até que os bordos apoiados atinjam a cedência  $f_y$ . A partir deste momento, a cedência propaga-se rapidamente e a placa colapsa instantes depois (Fig. 2.26).

A ocorrência da cedência da primeira fibra para uma placa sem imperfeições iniciais, depende da sua esbelteza sendo que, uma placa compacta atinge a cedência antes de chegar à sua tensão crítica elástica

de encurvadura. Assim que a esbelteza aumenta, e a tensão crítica elástica de encurvadura diminui para níveis de tensão abaixo da tensão de cedência, o rácio entre a tensão última e a tensão crítica de encurvadura aumenta com o aumento da esbelteza tal como se demonstra na Figura 2.31 (Trahair et al, 2008).

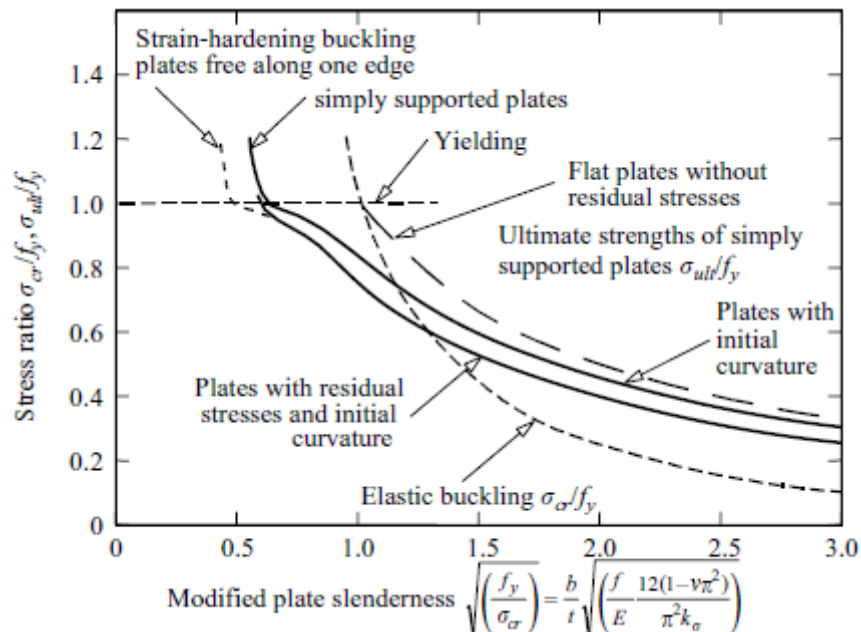


Fig. 2.31 – Resistências últimas de placas sujeitas a compressão (Trahair et al, 2008)

Contudo, se a determinação analítica da resistência última de uma placa esbelta sem imperfeições é complicada, então para um caso real em que as imperfeições geométricas iniciais e as tensões residuais terão de ser introduzidas no dimensionamento o problema torna-se inviável. Por esta razão houve a necessidade de criar uma metodologia prática que lidasse de forma eficaz com este problema. A EN 1993-1-5 fornece dois métodos que abordam esta questão de forma distinta. Por um lado, o método da secção efetiva que reduz uma parte da secção que está sujeita a tensões de compressão, a que apresenta maiores deslocamentos transversais, porque praticamente não contribui para a resistência uma vez que, já terá atingido a cedência. Por outro lado, o método da tensão reduzida, que consiste em limitar a tensão resistente da secção transversal tomando o valor da tensão última do elemento mais esbelto.

#### 2.4. ANÁLISES POR ELEMENTOS FINITOS DE ENCURVADURA DE PLACAS

Como forma de conclusão e consolidação de toda a informação exposta até ao momento achou-se vantajoso para a dissertação apresentar resultados numéricos desenvolvidos pelo autor. O método dos elementos finitos é frequentemente usado no dimensionamento de estruturas. É uma ferramenta poderosa, mas que necessita de ser trabalhada com algum critério. Aliás, qualquer simulação deve ser devidamente documentada. Um bom princípio será disponibilizar toda a informação necessária de forma a que o leitor possa reproduzir as simulações feitas. No final, tendo consciência que os modelos numéricos não são capazes de fornecer a solução exata, deve-se comparar os resultados obtidos com métodos aproximados de forma a obter um limite superior e inferior da solução (Johansson et al, 2007).

#### 2.4.1. ANÁLISE EM REGIME LINEAR

O objetivo final da teoria de encurvadura linear é fornecer as tensões críticas elásticas de encurvadura. Usando o método dos elementos finitos é relativamente simples a sua obtenção uma vez que, atualmente, qualquer *software* corrente de elementos finitos resolve problemas de valores e vetores próprios. No caso desta dissertação e para a teoria linear de encurvadura utilizaram-se dois *softwares*, o Robot Structural Analysis e o Lusas, de forma a validar os resultados finais. No entanto, para a teoria de encurvadura não linear, apenas o Lusas foi utilizado devido à incapacidade de análises não lineares materiais por parte do Robot.

Assim sendo, modelou-se uma placa metálica de dimensões  $a \cdot b$  em que  $b = 1m$  e  $a = 2m$ . De espessura  $t$  de 10mm e módulo de elasticidade igual a 210GPa. Todos os bordos foram restringidos na direção  $y$  e na direção  $z$  apenas os bordos não carregados. Por último, optou-se por usar apenas um apoio simples na fibra média da placa.

Os resultados obtidos por ambos os *softwares* foram muito semelhantes e próximos dos obtidos através de cálculos manuais sendo, portanto, validados.

Na Fig. 2.32 são apresentados dois casos de carga, compressão pura e flexão pura, com uma tensão atuante de 1 MPa para que a tensão crítica da placa seja igual ao fator de carga  $\alpha_{cr}$ . Os valores dos deslocamentos transversais da placa para cada modo e para cada tipo de carregamento foram normalizados para um valor unitário para, novamente, simplificar a sua análise. Assim sendo, é possível observar a deformada da placa no preciso momento que atinge a sua tensão crítica, deslocamentos transversais elevados nas fibras centrais e deslocamentos reduzidos nos bordos. Será a partir deste momento que a placa irá desenvolver o seu comportamento pós crítico. Contudo, a conclusão mais expressiva está na diferença dos resultados entre os dois casos de carga. Para uma placa sujeita a flexão pura, a sua tensão crítica vai ser bastante superior do que no caso de compressão pura. No caso modelado é cerca de seis vezes superior ( $441.87/73.49 = 6.01$ ). Uma placa sujeita a compressão uniforme instabiliza para fatores de carga inferiores se comparada com uma placa solicitada em flexão pura porque as fibras inferiores tracionadas ajudam a estabilizar a zona comprimida da placa.

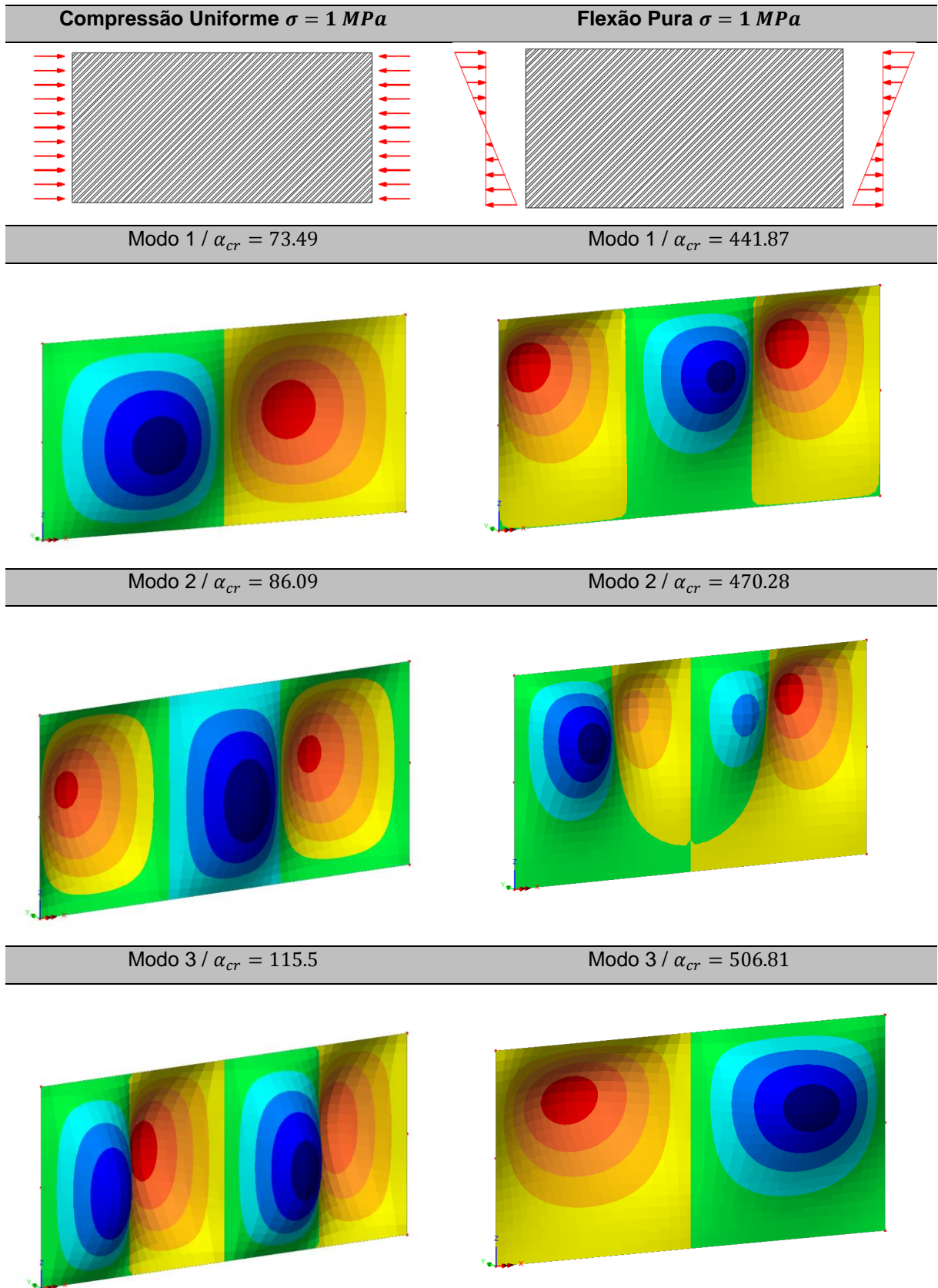


Fig. 2.32 – Tensões críticas de placas para os 3 primeiros modos e para diferentes tipos de carregamento

#### 2.4.2. ANÁLISE EM REGIME NÃO LINEAR

Tal como foi referido anteriormente os resultados que irão ser apresentados neste subcapítulo referem-se apenas a um *software*, o Lusar, uma vez que o Robot não tem capacidade de resolver este tipo de problemas.

Antecipando a existência de um comportamento não linear irá adotar-se uma abordagem de incrementos, isto é, incrementos de carga ou “time steps” (Fig. 2.33).

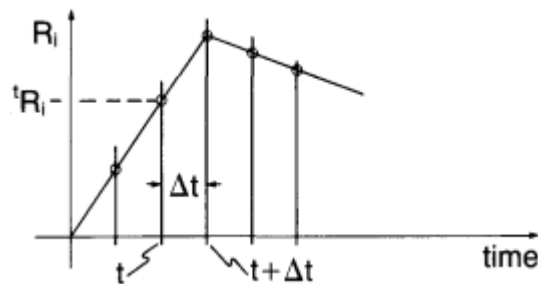


Fig. 2.33 – Abordagem de incrementos de carga (MIT)

Desta forma consegue-se obter um comportamento realístico que a placa irá apresentar porque tem conta a variação das propriedades geométricas e materiais que só é possível graças à abordagem por incrementos (MIT).

Recorrendo ao mesmo modelo da placa que se utilizou na teoria de encurvadura linear iniciou-se uma nova análise. Introduziu-se como imperfeição inicial a deformada da placa obtida para o primeiro modo de encurvadura afetada de um fator de escala e procedeu-se a uma aplicação monotónica da carga por incrementos constantes até que se atingisse o critério de paragem ou que o equilíbrio não fosse possível. Desta forma foi possível obter o gráfico apresentado na Fig. 2.34 que é muito semelhante ao da Fig. 2.26. Aliás foi este o objetivo ao introduzir-se uma análise numérica nesta dissertação, isto é, tentar chegar a resultados muito próximos daqueles encontrados na literatura e, se possível, contribuir com mais informação para a compreensão do fenómeno.



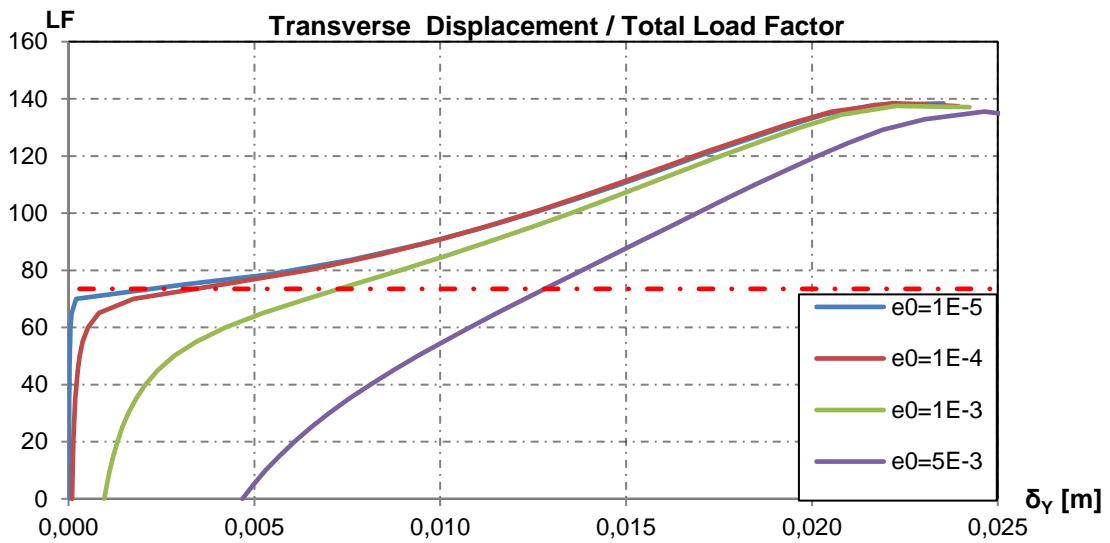


Fig. 2.34 – Carregamento de uma placa até à rotura para diferentes níveis de imperfeições geométricas iniciais

Na realidade, qualquer placa apresenta imperfeições, ainda que possam ser muito reduzidas, devido aos processos de fabrico. O principal efeito causado pelas imperfeições geométricas é produzir deformações fora do plano desde o início do carregamento. Por outro lado, o nível de imperfeição de uma placa influencia a sua rigidez inicial. É por isso que, com uma imperfeição geométrica muito reduzida, atinge o segundo estado de equilíbrio na configuração pós-crítica para níveis de esforços mais elevados (Fig. 2.34) (Dubas and Gehri 1986). Para além disso, o comportamento pós-crítico verifica-se independentemente da imperfeição inicial da placa. No entanto, a transição entre as duas configurações de equilíbrio em lugar de abrupta passa a ser suave, sem um patamar marcado, que dificulta a observação do nível de tensão crítica para elevados níveis de imperfeições iniciais.

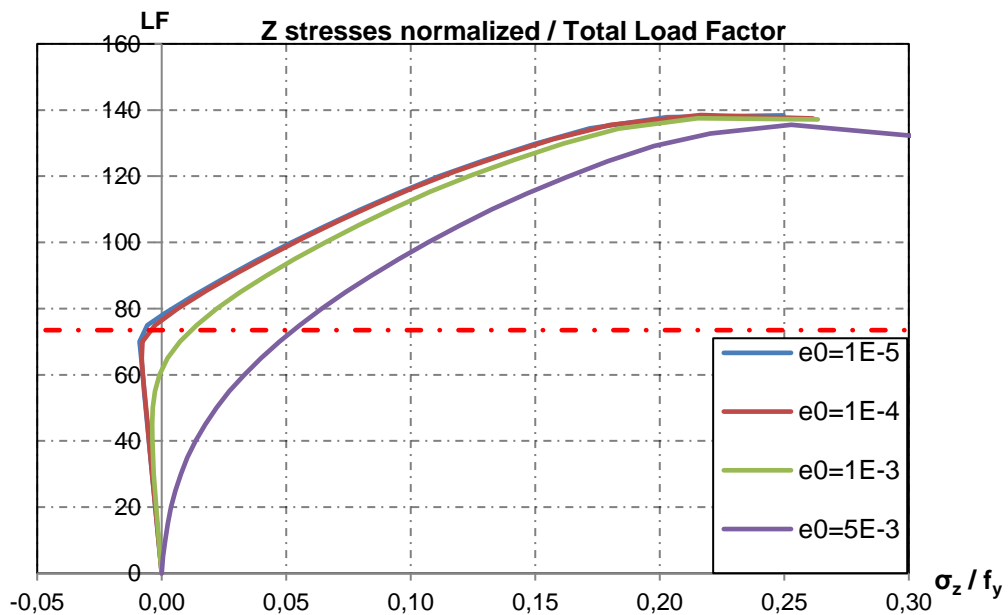


Fig. 2.35 – Evolução das tensões em z de uma placa até à rotura para diferentes níveis de imperfeições geométricas

Outra conclusão importante é retirada quando se analisa a evolução das tensões na direção  $z$  (Fig. 2.35). Para fatores de carga inferiores ao crítico, as tensões nesta direção são reduzidas e correspondem apenas ao efeito de Poisson. Só quando a placa atinge a sua tensão crítica se observa uma evolução pronunciada das tensões na direção transversal que evoluem até à tensão de 140MPa, que corresponde a 25-30% da tensão de cedência. É exatamente o efeito de membrana a atuar na direção transversal. Para um painel com elevadas imperfeições iniciais as tensões na direção transversal desenvolvem-se desde níveis de carga reduzidos, especialmente se a imperfeição inicial for da ordem de grandeza da espessura da placa (Fig. 2.35).

Todos os valores numéricos obtidos resultaram do mesmo modelo, o de uma placa com espessura  $t = 10mm$ . De forma a chegar a uma conclusão que apesar de ser teórica não deixa de ser interessante, isto é, a reserva pós-crítica de uma placa esbelta é superior à reserva apresentada para o caso de uma placa compacta, e que pode ser encontrada na literatura acerca do fenómeno de encurvadura de placas (Dubas and Gehri, 1986), experimentou-se alterar a espessura da placa e proceder com a mesma análise não linear já efetuada anteriormente. Para obter as conclusões esperadas foi necessário normalizar todos os valores para a unidade, isto é, os valores dos deslocamentos para fora do plano da placa e os fatores de carga foram divididos pelos seus respetivos valores máximos, permitindo chegar ao gráfico da Fig. 2.36.

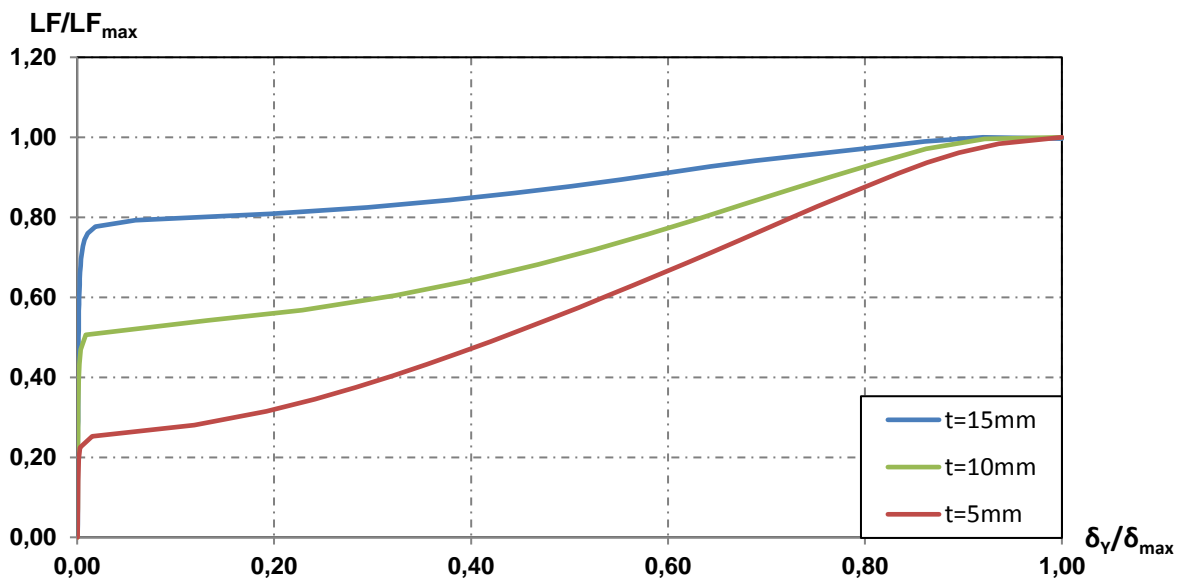


Fig. 2.36 – Reserva pós-crítica para placas com diferentes esbeltezas

$$\frac{c}{t_5} > \frac{c}{t_{10}} > \frac{c}{t_{15}} \Rightarrow \left( \frac{LF}{LF_{max}} \right)_5 > \left( \frac{LF}{LF_{max}} \right)_{10} > \left( \frac{LF}{LF_{max}} \right)_{15}$$

Com este gráfico, confirma-se o comportamento já esperado de que, quanto maior a esbelteza da placa  $c/t$  maior será a reserva do comportamento pós-crítico. Na placa com 5mm de espessura a tensão crítica é atingida quando  $LF \cong 0.25LF_{max}$ , para a de 10mm quando  $LF \cong 0.50LF_{max}$  e para a de 15mm quando  $LF \cong 0.80LF_{max}$ . No entanto, apesar de o comportamento pós-crítico ser bastante mais expressivo para placas mais esbeltas, isto não significa que a tensão última seja maior. Como seria de esperar, quanto

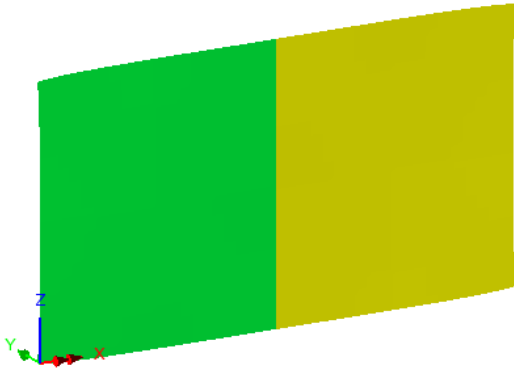
menor a esbelteza maior será a robustez da placa e, conseqüentemente, as tensões de colapso serão maiores (Dubas and Gehri, 1986).

Nas Fig. 2.37 e 2.38 são apresentados vários diagramas de tensões para diferentes fatores de carga onde se observa claramente a transferência das tensões para os bordos. Neste caso, as fibras intermédias também vão plastificar apenas devido à configuração do modo de encurvadura. Para as tensões longitudinais  $\sigma_x$  o comportamento é bastante semelhante sendo que a transferência de tensões caminhará para os bordos não carregados (Fig. 2.37).

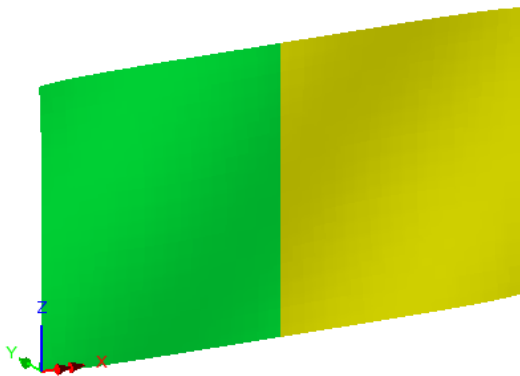
Deslocamentos em  $Y$

$\sigma_x$

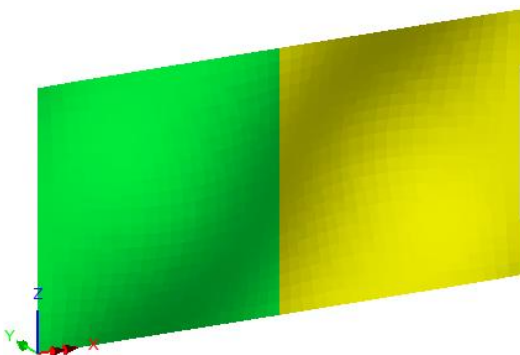
Fator de Carga = 5



Fator de Carga = 70



Fator de Carga = 75



Fator de Carga = 104.8

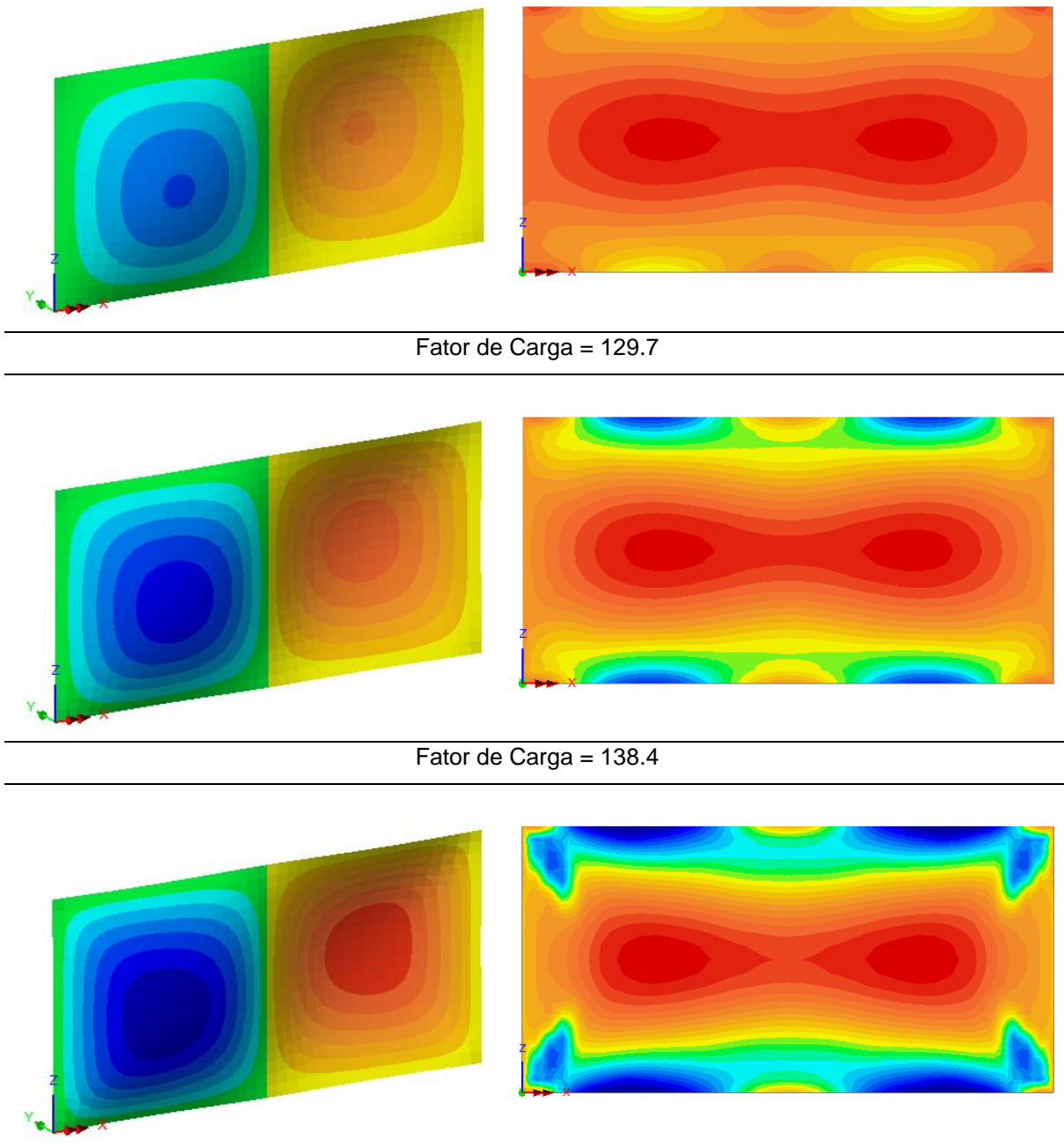


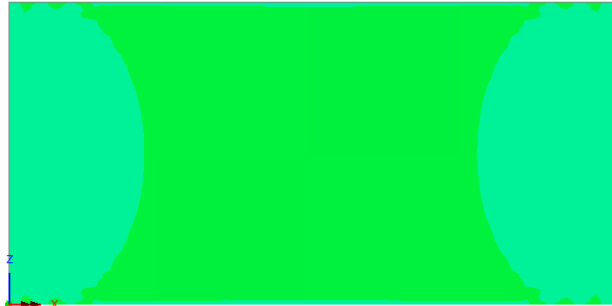
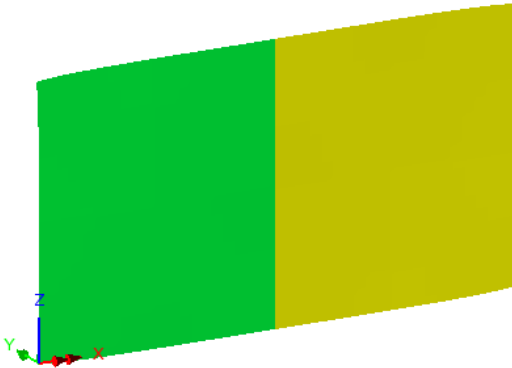
Fig. 2.37 – Evolução das tensões em  $x$  de um painel para diferentes fatores de carga



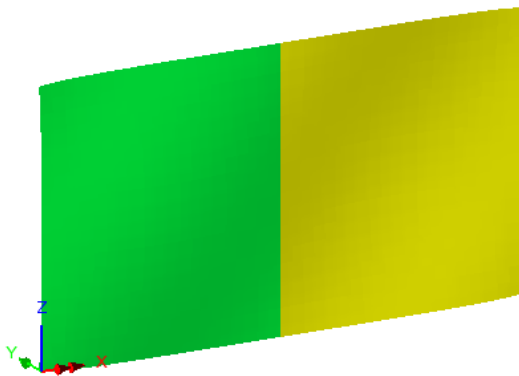
Deslocamentos em  $Y$

$\sigma_z$

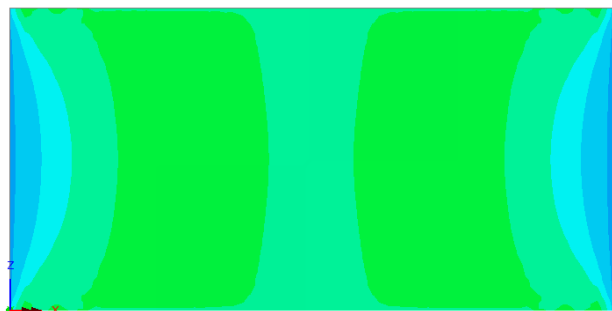
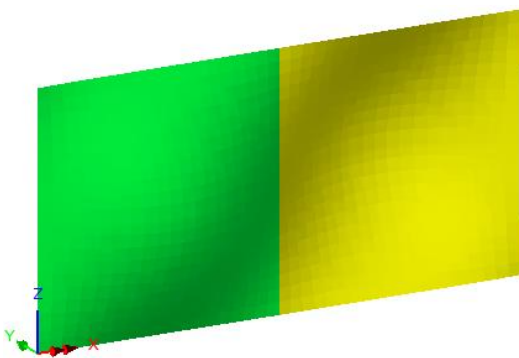
Fator de Carga = 5



Fator de Carga = 70



Fator de Carga = 75



Fator de Carga = 104.8

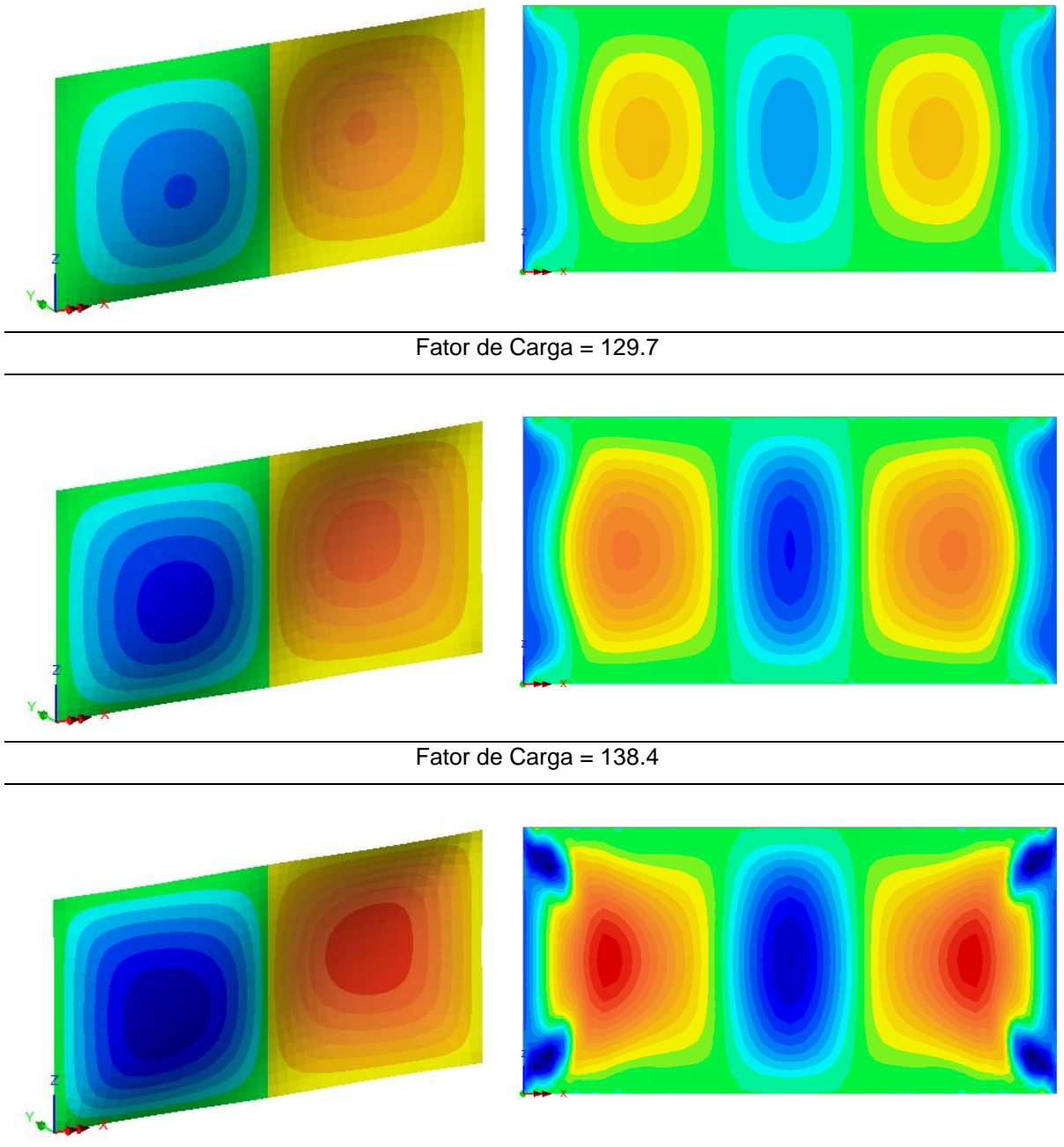


Fig. 2.38 – Evolução das tensões em z de um painel para diferentes fatores de carga









# 3

## DIMENSIONAMENTO DE PLACAS METÁLICAS ESBELTAS DE ACORDO COM A EN 1993-1-5

### 3.1. CLASSIFICAÇÃO DAS SECÇÕES TRANSVERSAIS (EN 1993-1-1)

Devido ao fenómeno complexo da encurvadura foi necessário encontrar um mecanismo que tornasse seguro e, ao mesmo tempo, viável do ponto de vista económico o dimensionamento de estruturas metálicas. A EN 1993-1-1 §5.5 introduz o conceito de classificação de secções que constitui uma ferramenta bastante útil porque procura prever com algum rigor a resistência de uma secção tendo em conta o fenómeno de encurvadura local. Para isso, as secções transversais podem ser classificadas numa escala de 1 a 4 tendo em conta a sua esbelteza, que é avaliada através do rácio entre a largura do elemento e a sua espessura ( $c/t$ ) de todas as placas que constituem a secção e baseando-se, também, na tensão de cedência bem como na distribuição de tensões para o estado limite último de todos os elementos (Sétra, 2007; EN 1993-1-1).

- **Classe 1:** Secção transversal capaz de atingir a sua resistência plástica sem encurvar sendo capaz de formar uma rótula plástica, uma vez que tem um comportamento plástico suficiente para tal, e com capacidade rotacional para se proceder a uma análise plástica global da estrutura.
- **Classe 2:** Secção transversal capaz de atingir o seu momento plástico resistente sem encurvar sendo capaz de formar uma rótula plástica, mas com capacidade de rotação limitada impedindo que esta rótula plástica seja introduzida numa análise plástica global da estrutura.
- **Classe 3:** Secção transversal capaz de atingir a sua resistência elástica (com possibilidade de as tensões na fibra extrema serem iguais à tensão de cedência do material), mas sem capacidade de alcançar o seu momento plástico resistente devido a problemas de encurvadura.
- **Classe 4:** Secção transversal com elementos esbeltos sujeitos a compressão sem capacidade de atingirem a sua resistência elástica devido a fenómenos de encurvadura.

A Fig. 3.1 resume o comportamento de cada classe de uma secção transversal sujeita a flexão simples.

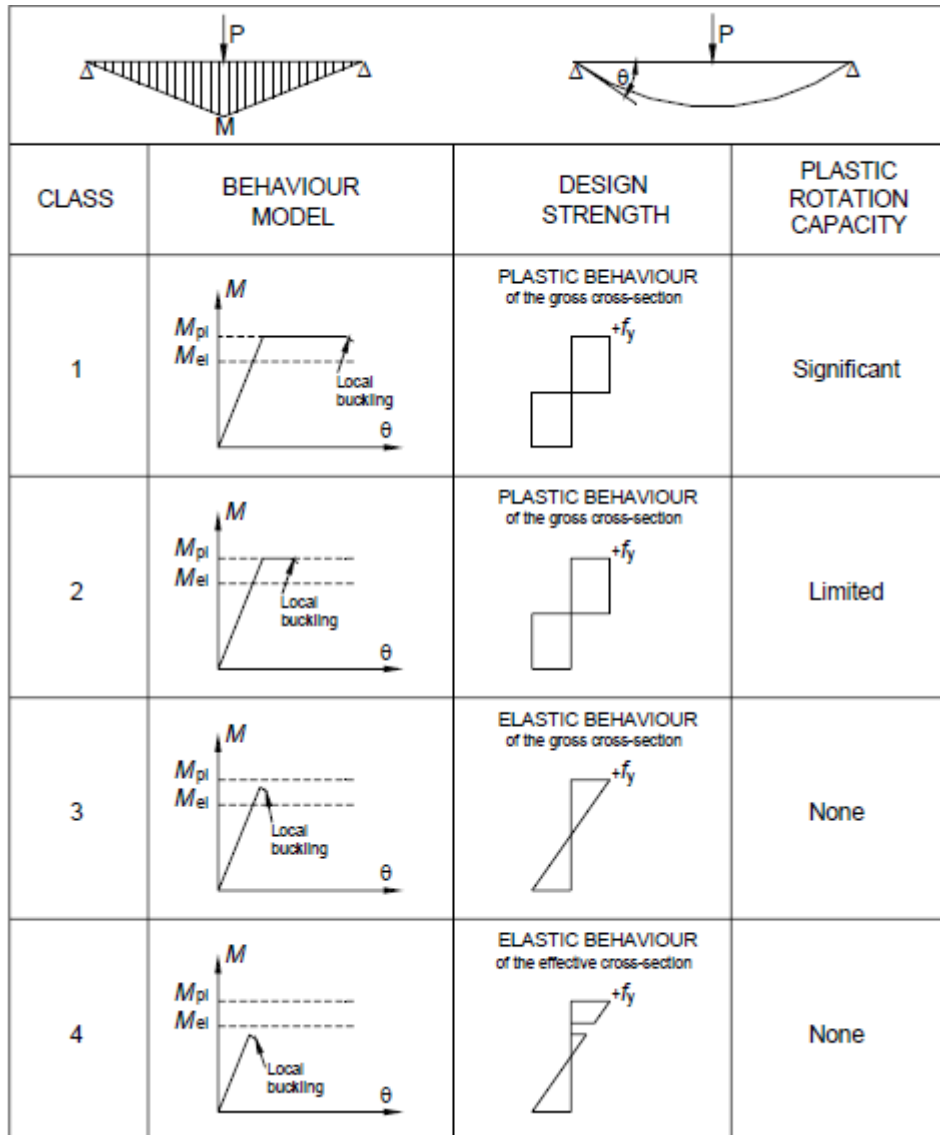


Fig. 3.1 – Princípio da classificação de uma secção transversal sujeita a flexão pura (Sétra 2007)

O dimensionamento de estruturas com secções transversais de classe 4 apresenta uma complexidade adicional relativamente às secções de classes 1 a 3 por ocorrer encurvadura local da secção antes de esta atingir a tensão de cedência na fibra mais comprimida. Para avaliar se uma secção transversal tem capacidade resistente para atingir o seu limite elástico, a EN 1993-1-1 fornece um conjunto de tabelas havendo uma distinção para casos de elementos internos comprimidos como almas de perfis reconstituídos soldados ou perfis I de banzos paralelos (Fig. 3.2) e para casos de elementos externos comprimidos como banzos de perfis reconstituídos soldados ou perfis I de banzos paralelos (Fig. 3.3). De forma a simplificar o dimensionamento deste tipo de estruturas a EN 1993-1-5 fornece dois métodos. O método da secção efetiva que subtrai uma parte da secção que irá instabilizar, aquela que irá sofrer maiores deslocamentos transversais, e o método da tensão reduzida que limita a tensão resistente sendo que a sua tensão última será sempre inferior ao limite elástico  $f_y$  (Beg et al, 2010).

Internal compression parts						
						Axis of bending
						Axis of bending
Class	Part subject to bending	Part subject to compression	Part subject to bending and compression			
Stress distr. in parts (compression positive)						
3	$b/t \leq 124\epsilon$	$b/t \leq 42\epsilon$	when $\psi > -1$ : $\frac{b}{t} \leq \frac{42\epsilon}{0.67 + 0.33\psi}$ when $\psi \leq -1$ : $\frac{b}{t} \leq \left[ \frac{62\epsilon(1-\psi)}{\sqrt{-\psi}} \right]$			
$\epsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y \text{ (N/mm}^2\text{)}}}$	$f_y$	235	275	355	420	460
	$\epsilon$	1.00	0.92	0.81	0.75	0.71

Fig. 3.2 – Limites de esbelteza entre sec es de classe 3 e classe 4 para elementos internos (EN1993-1-5)

Outstand flanges			
Rolled sections		Welded sections	
Class	Part subject to compression	Part subject to bending and compression	
		Tip in compression	Tip in tension
Stress distr. in parts (compression positive)			
3	$b/t \leq 14\epsilon$	$b/t \leq 21\epsilon\sqrt{k_\sigma}$ For $k_\sigma$ see EN 1993-1-5	

Fig. 3.3 – Limites de esbelteza entre sec es de classe 3 e classe 4 para elementos externos (EN1993-1-5)

### 3.2. MÉTODO DA SECÇÃO EFETIVA

Tal como referido em capítulos anteriores, a análise não linear geométrica e/ou material implica que o projetista possua o nível adequado de conhecimentos. Apesar das suas potencialidades, por enquanto, esta análise é feita apenas para verificar resultados ou para contribuir para o estudo de certos conceitos de índole mais teórica, ou seja, não é economicamente viável usar um método de análise tão sofisticado para dimensionar estruturas correntes. Por isso mesmo, foram desenvolvidos dois métodos práticos de dimensionamento de placas metálicas esbeltas que contemplam o problema da instabilidade local. A EN 1993-1-5 aborda estes dois métodos conjuntamente com algumas regras. Normas como os Eurocódigos não têm como objetivo fornecer a teoria e os conceitos de forma a entender o fenómeno em específico. Pelo contrário, parte-se do princípio que o projetista, antes de aplicar a norma, esteja familiarizado com a abordagem e os pressupostos fundamentais. Desta forma, esta dissertação tentará contribuir para clarificar dúvidas que surjam aquando da leitura da norma fornecendo, um suporte teórico e uma organização adequada sobre como aplicar ambos os métodos.

Após definida a classe da secção transversal e caso esta seja de classe 4, significa que a tensão instalada no elemento nunca atingirá a tensão de cedência do material sem que antes ocorram fenómenos de instabilização local. Tal como já foi referido nos subcapítulos anteriores, as tensões longitudinais deixam de ser uniformes no comportamento pós-crítico. Devido aos excessivos deslocamentos transversais nas fibras intermédias a tensão resistente reduzir-se-á e concentrar-se-á nos bordos onde a tensão resistente será máxima e igual à tensão de cedência do material  $f_y$ . É precisamente pela reduzida capacidade resistente da zona central da parte comprimida que se subtrai, não sendo contabilizada para a resistência total do elemento (Fig. 3.4) (Dubas and Gehri, 1986).

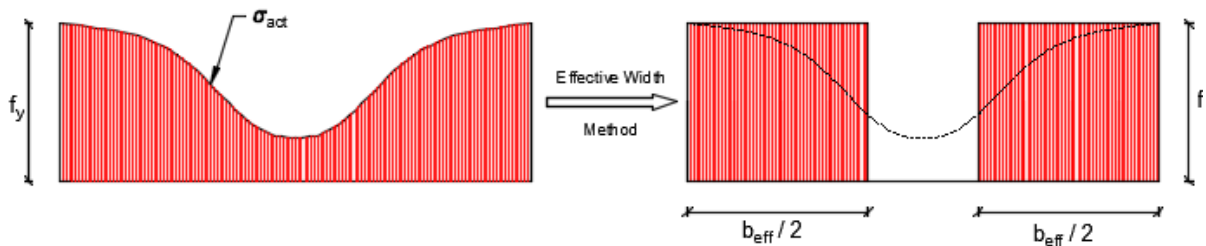


Fig. 3.4 – Princípio do método da secção efetiva aplicado no comportamento pós-crítico

Assim sendo, em vez de se trabalhar com uma largura bruta, esta será substituída por uma largura efetiva sendo a tensão instalada constante com valor igual à tensão de cedência característica do material da placa. Ou seja, as áreas das duas figuras terão de ser equivalentes (Fig. 3.4).

$$P_{ult} = \int_0^b \sigma_{act} dx = 2 \left( \frac{b_{eff}}{2} f_y \right) = b_{eff} f_y = \rho b f_y \quad (3.1)$$

em que  $\rho$  é o fator redutor de encurvadura ( $\rho = b_{eff}/b$ )

Os limites de validade para a aplicação do método da secção efetiva são:

- Os painéis e os subpainéis têm de ser retangulares ou aproximadamente retangulares em que o ângulo que o banzo faz com a horizontal não pode exceder os  $10^\circ$  (Fig. 3.5).

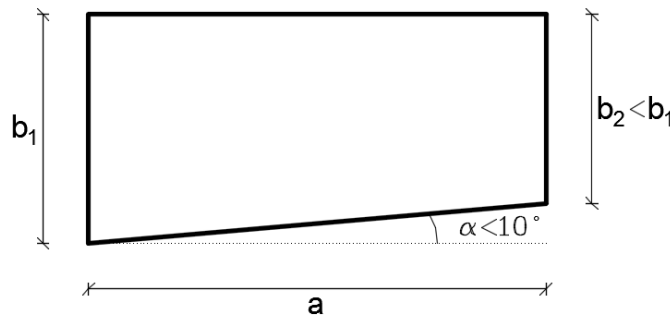


Fig. 3.5 – Painel nominal uniforme

Caso  $\alpha > 10^\circ$  então o painel terá de ser conservativamente tratado como retangular com a sua largura igual ao maior valor (Fig.3.6).

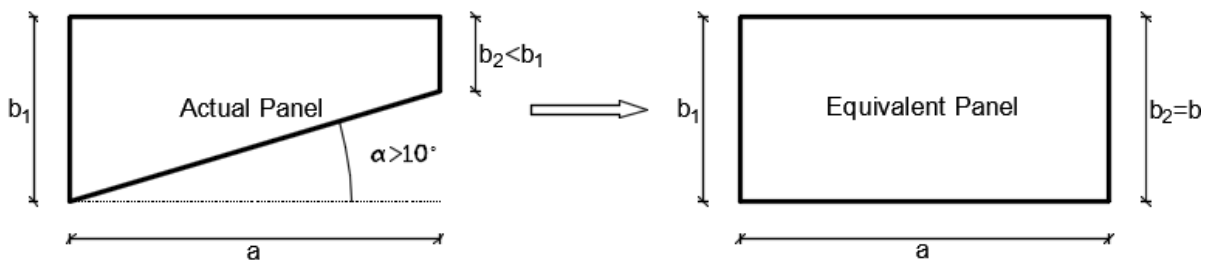


Fig. 3.6 – Painel não uniforme transformado num painel equivalente uniforme

- Os painéis podem ser rigidificados ou não com nervuras longitudinais ou transversais numa ou em ambas as direções.
- Aberturas que não sejam reforçadas devem ser de pequena dimensão, com diâmetros que não excedam  $0.05b$ , em que  $b$  representa a largura do elemento a analisar. Aberturas devidamente reforçadas poderão ser maiores. No entanto, a EN 1993-1-5 não fornece quaisquer regras de dimensionamento a este respeito.
- Todos os elementos são provenientes de secções uniformes. Quando a espessura do painel não for constante, uma espessura equivalente deverá ser adotada e deverá ser igual à menor de todas.
- A possibilidade de um banzo provocar instabilidade da alma é prevenida pela escolha de uma esbelteza adequada (Beg et al, 2010).

Para determinar a resistência de secções de classe 4 sujeitas a tensões normais é necessário calcular as secções reduzidas de cada painel sujeito a uma tensão de compressão de forma individual. Baseado nestas secções efetivas (após redução da secção) serão calculadas áreas efetivas,  $A_{eff}$ , momento de inércia efetivo,  $I_{eff}$ , e módulo de flexão efetivo  $W_{eff}$ . Apesar de a dissertação não abordar o efeito de “shear lag”, para aplicar o método da secção efetiva, é necessário verificar se ele é relevante e caso o seja é necessário incluí-lo. Para elementos em compressão as larguras efetivas são determinadas tendo em conta o efeito combinado entre o “shear lag” e a encurvadura de placas. Para elementos em tração

pode haver necessidade de reduzir a secção apenas por efeitos de “shear lag”. Caso este efeito seja desprezável então trabalhar-se-á com a secção bruta. Assim sendo, a secção efetiva será agora trabalhada como uma secção equivalente de classe 3 assumindo uma distribuição linear elástica de tensões ao longo da secção reduzida. A resistência última será atingida quando a fibra mais afastada em relação ao centro de gravidade da secção efetiva atingir a tensão de cedência  $f_y$ . Esta tensão máxima deve ser calculada no plano médio do painel crítico, por exemplo no plano médio do banzo para o caso de tabuleiros em caixão (Fig. 3.9) (Beg et al, 2010).

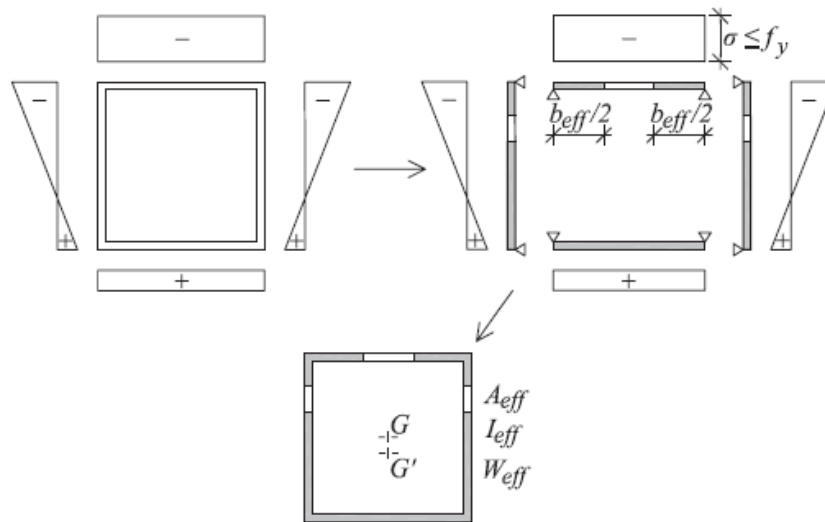


Fig. 3.7 – Secção transversal efetiva (Beg et al, 2010)

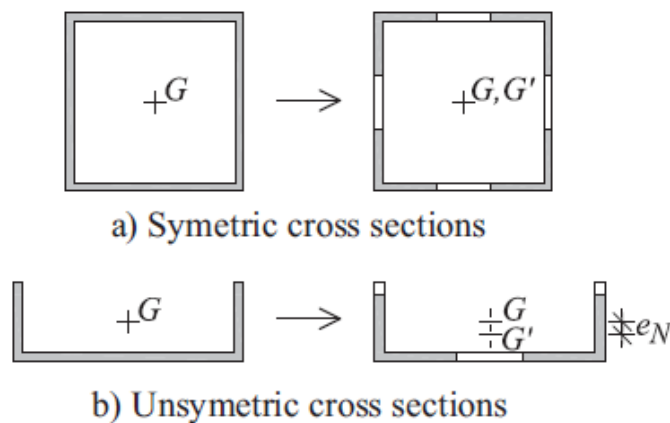


Fig. 3.8 – Secções efetivas simétricas e não simétricas (Beg et al, 2010)

A EN 1993-1-5 §4.3 (3) recomenda que a  $A_{eff}$  seja calculada assumindo que a secção está sujeita apenas a compressão uniforme. No caso de secções transversais não simétricas, a redução da secção irá provocar um deslocamento do centro de gravidade da secção  $e_N$  (Fig. 3.8) induzindo um momento adicional que deverá ser tido em conta na verificação da resistência da secção (eq. 3.2) que pode ser encontrada na EN

1993-1-5 §4.6 (1). A norma recomenda ainda que o módulo de flexão efetivo  $W_{eff}$  seja determinado assumindo que a secção está sujeita apenas a tensões devido a flexão.

$$\eta_1 = \frac{N_{Ed}}{\frac{f_y A_{eff}}{\gamma_{M0}}} + \frac{M_{Ed} + N_{Ed} e_N}{\frac{f_y W_{eff}}{\gamma_{M0}}} \leq 1,0 \quad (3.2)$$

onde

$A_{eff}$  é a área efetiva da secção transversal;

$e_N$  é o deslocamento em relação à posição do eixo neutro;

$M_{Ed}$  é o momento fletor atuante;

$N_{Ed}$  é o esforço axial de dimensionamento;

$W_{eff}$  é o módulo de flexão elástico efetivo;

$\gamma_{M0}$  é o fator parcial para a resistência de secções.

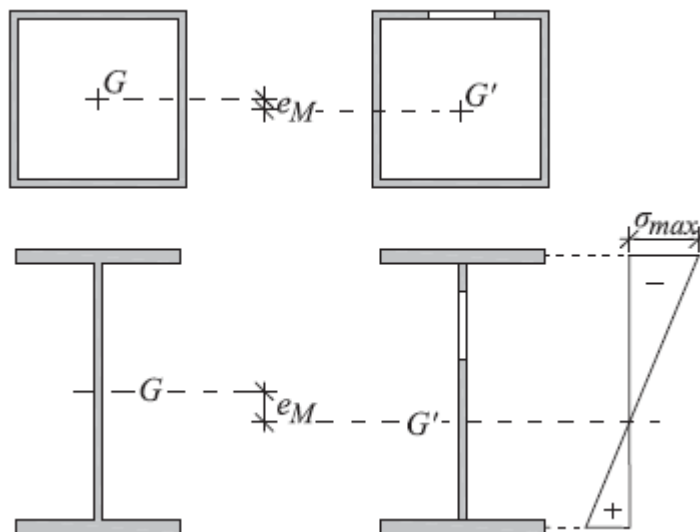


Fig. 3.9 – Secção de classe 4 sujeita a flexão pura (Beg et al, 2010)

No caso de haver flexão composta, isto é, esforço axial e momento fletor a atuarem simultaneamente, o cálculo das larguras efetivas deve ser feito usando a distribuição de tensões resultante. A EN 1993-1-5 permite o uso de uma abordagem simplificada em que a  $A_{eff}$  é calculada apenas para as tensões resultantes devido a compressão pura e o  $W_{eff}$  para tensões devido apenas a flexão pura.

Mais uma vez, para secções transversais não simétricas sujeitas a um esforço axial, surge uma excentricidade adicional  $e_N$  devido à alteração do centro de gravidade da secção (centroide  $G'$  correspondente à  $A_{eff}$  relativamente ao centro de gravidade da secção bruta  $G$ , Fig. 3.8). Esta excentricidade resulta num momento adicional  $\Delta M = e_N N_{Ed}$  que deverá ser tido em conta na verificação da secção transversal (eq 3.2). De acordo com a EN1993-1-5 §4.3 (3) a excentricidade  $e_M$  (Fig. 3.9) do



centro de gravidade devido à flexão pura pode ser desprezado no cálculo do  $\Delta M$  mesmo que a secção esteja sujeita a flexão composta (Beg et al, 2010).

Geralmente o cálculo das larguras efetivas requer um processo iterativo (Fig. 3.10) que termina apenas quando a diferença entre duas iterações é suficientemente pequena. A primeira iteração começa com a distribuição de tensões correspondente à secção bruta  $A_{G1}$ . A área efetiva da segunda iteração  $A_{eff2}$  é calculada através desta distribuição de tensões (a da primeira iteração) e a área efetiva da terceira iteração  $A_{eff3}$  através da distribuição de tensões correspondente a  $A_{eff2}$ .

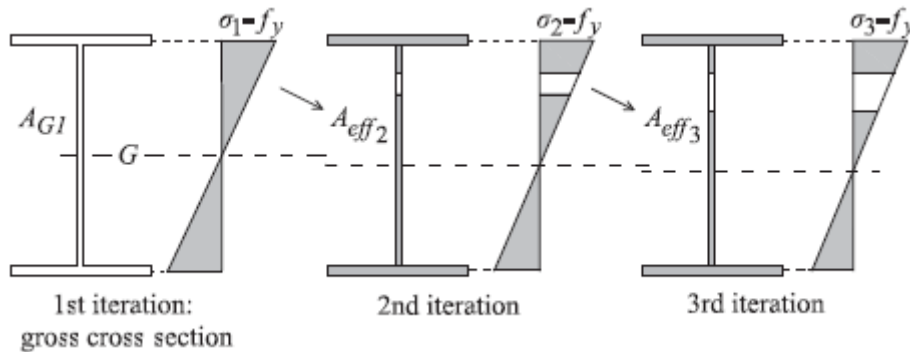


Fig. 3.10 – Determinação da área efetiva segundo um processo iterativo (Beg et al, 2010)

Para secções em I e para secções fechadas em flexão, a EN 1993-1-5 permite recorrer a uma aproximação resolvendo o processo iterativo em apenas 2 duas iterações. Na primeira iteração as larguras efetivas dos banzos (caso sejam de classe 4) são determinadas através da distribuição de tensões da secção bruta. Na segunda iteração as tensões são determinadas através de uma secção transversal composta pela área efetiva dos banzos em compressão e das áreas brutas das almas bem como os banzos em tração. A largura efetiva da alma é calculada precisamente com esta distribuição de tensões e o processo iterativo termina. (Beg et al, 2010).

Quando diferentes processos construtivos têm de ser considerados, o que é normal no caso de dimensionamento de pontes mistas, uma abordagem simplificada é proposta pela EN 1993-1-5 §4.4 (3) como forma de “nota”: “Se a distribuição de tensões resultar da sobreposição de tensões em diferentes secções ao longo das diferentes fases da construção (betonagem da laje ou mesmo o normal uso da ponte), as tensões destas várias fases devem ser primeiro calculadas através de uma secção transversal que consiste em banzos efetivos e almas brutas sendo estas tensões somadas conjuntamente. Esta distribuição de tensões resultante determina uma secção com uma alma efetiva que pode ser usada para qualquer fase construtiva de forma a calcular uma distribuição de tensões final para uma análise de tensões” (EN 1993-1-5).

### 3.2.1. PROCESSO DE CÁLCULO PARA PLACAS NÃO NERVURADAS

A largura efetiva  $b_{eff}$  e a área efetiva  $A_{eff}$  de um painel esbelto com elementos em compressão são obtidos através do coeficiente redutor de encurvadura de placas,  $\rho$ :

$$\begin{cases} b_{eff} = \rho b \\ A_{eff} = \rho A \end{cases}$$

A largura efetiva  $b_{eff}$  de um elemento comprimido de um painel não nervurado é uma proporção  $\rho$  da real largura geométrica  $b$  da zona em compressão que constitui o painel. Esta proporção é vista como um fator de redução que depende da distribuição de tensões longitudinal  $\psi$  ao longo de toda a largura  $b$  do elemento e das condições de apoio ao longo dos bordos longitudinais (Johansson et al, 2007).

Tabela 3.1 – Cálculo de coeficiente de redução de acordo com a EN 1993-1-5

Para elementos internos de placas em compressão (os dois bordos longitudinais apoiados)	
$\rho = \frac{\bar{\lambda}_p - 0.055(3 + \psi)}{\bar{\lambda}_p^2} \leq 1.0$	para $\bar{\lambda}_p > 0,5 + \sqrt{0.085 - 0.055\psi}$
$\rho = 1.0$	para $\bar{\lambda}_p \leq 0,5 + \sqrt{0.085 - 0.055\psi}$
Para elementos externos de placas em compressão (um bordo longitudinal apoiado e o outro livre)	
$\rho = \frac{\bar{\lambda}_p - 0.188}{\bar{\lambda}_p^2} \leq 1.0$	para $\bar{\lambda}_p > 0.748$
$\rho = 1.0$	para $\bar{\lambda}_p \leq 0.748$

Em ambas as expressões usadas para calcular o coeficiente redutor de encurvadura de placas o primeiro termo  $1/\bar{\lambda}_p$  representa a já conhecida contribuição de Von Karman que, contemplando a reserva pós crítica, procura ilustrar o comportamento de painel elástico ideal sem quaisquer imperfeições. O segundo termo representa uma penalização que foi calibrada através de testes experimentais de forma a introduzir o efeito das imperfeições para fora do plano da placa, as tensões residuais e a interação entre a cedência do material e a encurvadura de placas (Johansson et al, 2007).

Tendo em conta que a tensão crítica elástica de encurvadura de uma placa  $\sigma_{cr}$  é dada por (EN 1993-1-5 Anexo A.1):

$$\sigma_{cr} = k_\sigma \sigma_E = k_\sigma \frac{\pi^2 E}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 \tag{3.3}$$

onde

$k_\sigma$  é o coeficiente de encurvadura

$E = 210000 \text{ N/mm}^2$

$\nu = 0.3$

$b$  é a largura da placa definida na Fig. 2.27

$t$  é a espessura da placa

Para além disso a esbelteza normalizada que é dada pela equação 3.4 pode ser expressa através da equação 3.5:

$$\bar{\lambda}_p = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr}}} \tag{3.4}$$

Sabendo que:

$$\begin{cases} \varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}} \Leftrightarrow f_y = \frac{235}{\varepsilon^2} \\ \sigma_{cr} = k_\sigma \cdot 189800 \left(\frac{t}{b}\right)^2 \end{cases} \Rightarrow \bar{\lambda}_p = \sqrt{\frac{\frac{235}{\varepsilon^2}}{k_\sigma \cdot 189800 \left(\frac{t}{b}\right)^2}} = \frac{b/t}{28.419\varepsilon\sqrt{k_\sigma}}$$

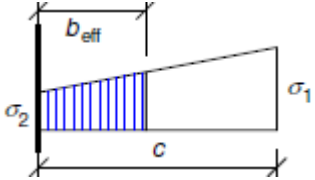
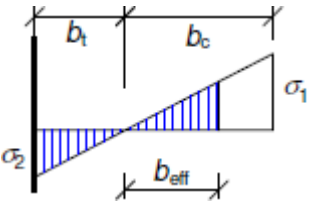
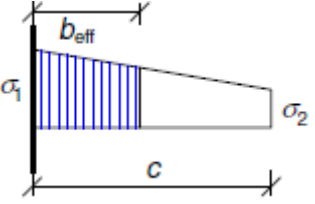
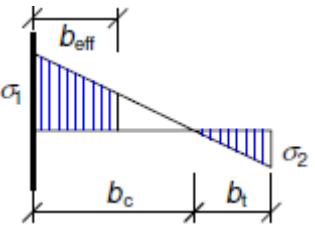
$$\bar{\lambda}_p = \frac{b/t}{28.419\varepsilon\sqrt{k_\sigma}} \tag{3.5}$$

Para elementos comprimidos de painéis não nervurados simplesmente apoiados sujeitos a uma distribuição linear de tensões, a norma fornece duas tabelas (Tabelas 3.2 e 3.3) que permite calcular o coeficiente de encurvadura  $k_\sigma$ .

Tabela 3.2 – Elementos internos em compressão (EN 1993-1-5)

Distribuição de Tensões (compressão positiva)	Largura Efetiva $b_{eff}$
	<p><b><math>\psi = 1</math>:</b></p> <p><math>b_{eff} = \rho \bar{b}</math></p> <p><math>b_{e1} = 0.5b_{eff} ; b_{e2} = 0.5b_{eff}</math></p>
	<p><b><math>0 \leq \psi &lt; 1</math>:</b></p> <p><math>b_{eff} = \rho \bar{b}</math></p> <p><math>b_{e1} = \frac{2}{5-\psi} b_{eff} ; b_{e2} = b_{eff} - b_{e1}</math></p>
	<p><b><math>\psi &lt; 0</math>:</b></p> <p><math>b_{eff} = \rho b_c = \rho \frac{\bar{b}}{(1-\psi)}</math></p> <p><math>b_{e1} = 0.4b_{eff} ; b_{e2} = 0.6b_{eff}</math></p>
<p><math>\psi = \sigma_2/\sigma_1</math></p>	<p>1      <math>1 &gt; \psi &gt; 0</math>      0      <math>0 &gt; \psi &gt; -1</math>      -1      <math>-1 &gt; \psi &gt; -3</math></p>
<p>Coeficiente de encurvadura <math>k_\sigma</math></p>	<p>4.0    <math>8.2/(1.05 + \psi)</math>    7.81    <math>7.81 - 6.29\psi + 9.78\psi^2</math>    23.9    <math>5.98(1 - \psi)^2</math></p>

Tabela 3.3 – Elementos externos em compressão (EN 1993-1-5)

Distribuição de Tensões (compressão positiva)	Largura Efetiva $b_{eff}$				
	<b><math>0 \leq \psi &lt; 1:</math></b>				
	$b_{eff} = \rho c$				
	<b><math>\psi &lt; 0:</math></b>				
	$b_{eff} = \rho b_c = \rho \frac{c}{(1 - \psi)}$				
$\psi = \sigma_2/\sigma_1$	1	0	-1	$1 \geq \psi \geq -3$	
Coeficiente de encurvadura $k_\sigma$	0.43	0.57	0.85	$0.57 - 0.21\psi + 0.07\psi^2$	
	<b><math>0 &lt; \psi &lt; 1:</math></b>				
	$b_{eff} = \rho c$				
	<b><math>\psi &lt; 0:</math></b>				
	$b_{eff} = \rho b_c = \rho \frac{c}{(1 - \psi)}$				
$\psi = \sigma_2/\sigma_1$	1	$1 > \psi > 0$	0	$0 > \psi > -1$	-1
Coeficiente de encurvadura $k_\sigma$	0.43	$0.578/(\psi + 0.34)$	1.70	$1.7 - 5\psi + 17.1\psi^2$	23.8

De forma a sintetizar todo o processo de cálculo para aplicação do método da secção efetiva, sugere-se um fluxograma (Fig.3.11).

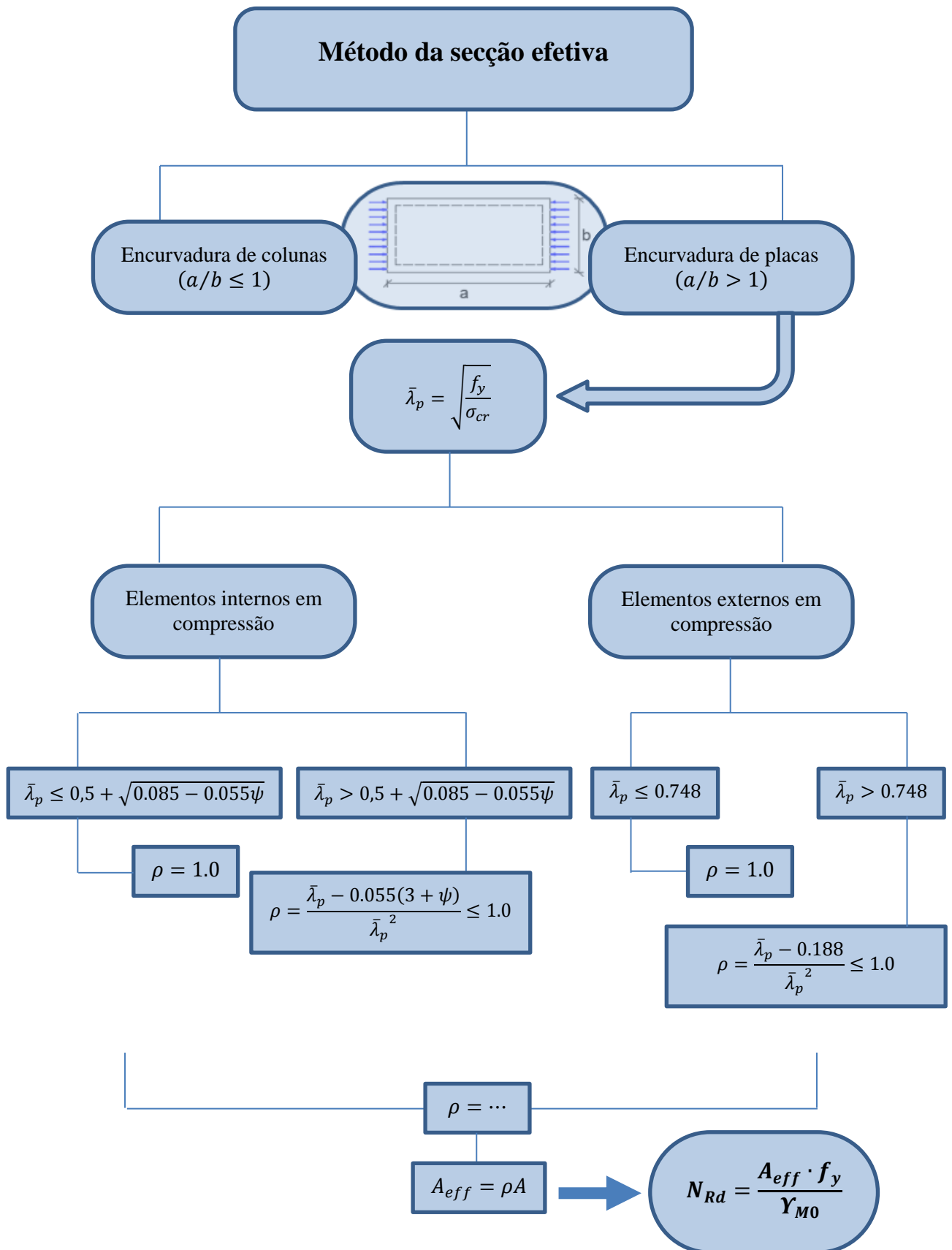


Fig. 3.11 – Fluxograma para aplicação do método da secção efetiva

### 3.3. MÉTODO DA TENSÃO REDUZIDA

Para além do método da secção efetiva, a EN 1993-1-5 permite, na Secção 10, a utilização do método da tensão reduzida. Este método pode ser aplicado não só para as secções transversais de placas metálicas mais comuns como vigas de alma cheia ou em caixão, mas também para secções com banzos que não sejam paralelos, almas com aberturas e ainda para nervuras não ortogonais.

Este método diferencia-se do já apresentado por assumir uma distribuição linear de tensões em toda a secção transversal, sem fazer qualquer redução de secção, limitando a sua tensão máxima (Fig. 3.12) à tensão última do elemento que irá instabilizar em primeiro lugar o que poderá ser bastante conservativo porque em termos práticos assume-se que a resistência de uma secção transversal é equivalente à tensão última da placa com menor resistência. Assim sendo, até se atingir a tensão limite, a secção é toda efetiva. Em suma, secções transversais analisadas através da Secção 10 da EN 1993-1-5 podem ser classificadas como classe 3 assumindo que não há redistribuição de tensões entre os elementos da secção (Beg et al, 2010).

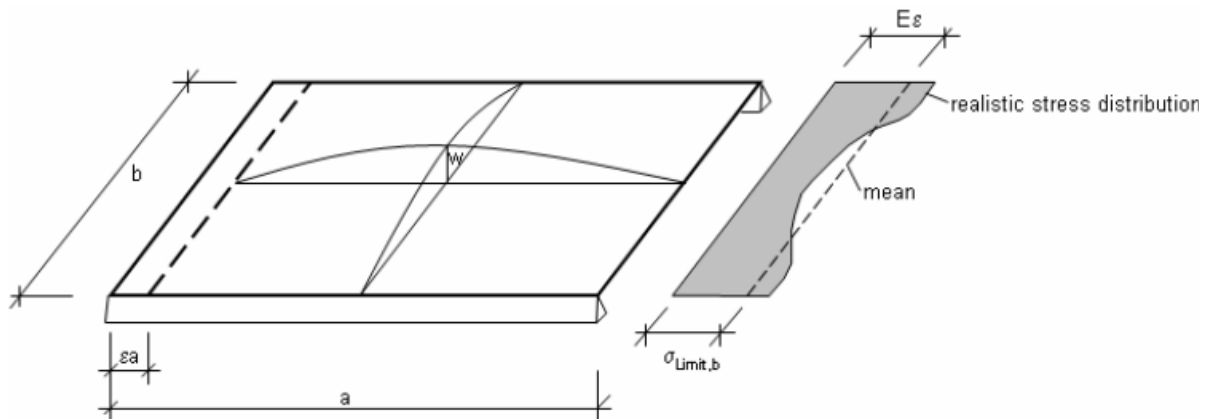


Fig. 3.12 – Princípio do método da tensão reduzida (Johansson et al, 2007)

O método da tensão reduzida recorre ao critério de Von Mises de forma a poder ter em conta a interação de diferentes tipos de tensões. Não é necessária uma verificação para cada tipo de carga seguida de uma combinação das mesmas tal como acontece no método da secção efetiva. Pelo contrário, a resistência é determinada somente num passo. A verificação de um painel sujeito a um campo de tensões combinado é dada por:

$$\sqrt{\left(\frac{\sigma_{x,Ed}}{\rho_x f_y / \gamma_{M1}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{z,Ed}}{\rho_z f_y / \gamma_{M1}}\right)^2 - \left(\frac{\sigma_{x,Ed}}{\rho_x f_y / \gamma_{M1}}\right)\left(\frac{\sigma_{z,Ed}}{\rho_z f_y / \gamma_{M1}}\right) + 3\left(\frac{\tau_{Ed}}{\chi_w f_y / \gamma_{M1}}\right)^2} \leq 1 \quad (3.6)$$

em que:

$\sigma_{x,Ed}$  ;  $\sigma_{z,Ed}$  ;  $\tau_{Ed}$  representam as tensões de cálculo (carga)

$f_y$  representa a tensão de cedência (resistência)

$\rho_x$  ;  $\rho_z$  ;  $\chi_w$  representam os fatores de redução

$\gamma_{M1}$  representa o fator de segurança parcial

Conservativamente, pode-se assumir que o fator de redução é equivalente ao mínimo dos fatores de redução,  $\min\{\rho_x; \rho_z; \chi_w\}$ , e a equação 3.6 poderá ser escrita como:

$$\sqrt{\left(\frac{\sigma_{x,Ed}}{f_y/\gamma_{M1}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{z,Ed}}{f_y/\gamma_{M1}}\right)^2 - \left(\frac{\sigma_{x,Ed}}{f_y/\gamma_{M1}}\right)\left(\frac{\sigma_{z,Ed}}{f_y/\gamma_{M1}}\right) + 3\left(\frac{\tau_{Ed}}{f_y/\gamma_{M1}}\right)^2} \leq \rho \quad (3.7)$$

Os fatores de redução são determinados apenas para uma esbelteza específica de uma placa  $\bar{\lambda}_p$  de acordo com a equação 3.8. A interação entre o comportamento placa e coluna terá de ser sempre considerada quando relevante ( $a/b \leq 1$ ).

$$\bar{\lambda}_p = \sqrt{\frac{\alpha_{ult,k}}{\alpha_{cr}}} \quad (3.8)$$

onde:

$\alpha_{ult,k}$  – é o mínimo amplificador de carga para uma determinada placa atingir a sua resistência característica sem ter em conta a instabilidade para fora do plano.

$\alpha_{cr}$  – é o mínimo amplificador das cargas de dimensionamento para uma determinada placa atingir a sua tensão crítica (Johansson et al, 2007).

$$\begin{cases} \alpha_{cr} = \frac{\sigma_{cr}}{\sigma_{x,Ed}} \\ \alpha_{ult,k} = \frac{f_y}{\sigma_{x,Ed}} \end{cases} \Rightarrow \bar{\lambda}_p = \sqrt{\frac{\alpha_{ult,k}}{\alpha_{cr}}} = \sqrt{\frac{f_y/\sigma_{x,Ed}}{\sigma_{cr}/\sigma_{x,Ed}}} = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr}}} \quad (3.9)$$

Através desta apresentação (equação 3.9) conclui-se que, apesar das expressões das esbeltezas para cada um dos métodos serem apresentadas de formas distintas, elas representam exatamente o mesmo.

Na prática, os fatores de carga,  $\alpha_{cr}$  e  $\alpha_{ult,k}$ , são calculados com recurso ao uso de *software*, o que expedita a sua aplicação. Permite, assim, analisar a secção com as suas propriedades elásticas com a resistência limitada a uma tensão última inferior à tensão de cedência. É útil quando a secção transversal tem uma forma complexa e/ou variável ao longo do comprimento da barra. Para o uso do método dos elementos finitos, a EN 1993-1-5 no Anexo C fornece algumas recomendações para o cálculo de  $\alpha_{cr}$  e  $\alpha_{ult,k}$ . Caso o uso dos métodos numéricos não seja possível a alternativa será o cálculo manual. Os mínimos amplificadores de carga poderão ser determinados através das tensões de cálculo  $\sigma_{x,Ed}$ ,  $\sigma_{z,Ed}$  e  $\tau_{Ed}$  bem como as tensões críticas elásticas  $\sigma_{cr,x}$ ,  $\sigma_{cr,z}$  e  $\tau_x$  de acordo com as equações a seguir apresentadas (equações 3.10 e 3.11) sendo que foram ligeiramente modificadas das que constam no documento (Beg et al, 2010) de forma a que os mínimos amplificadores de carga fossem apresentados como termos independentes:

$$\alpha_{ult,k} = \frac{f_y}{\sigma_{x,Ed}} + \frac{f_y}{\sigma_{z,Ed}} - \sqrt{\left(\frac{f_y}{\sigma_{x,Ed}}\right)\left(\frac{f_y}{\sigma_{z,Ed}}\right)} + \frac{f_y}{\sqrt{3}\tau_{Ed}} \quad (3.10)$$

$$\alpha_{cr} = \frac{1}{\frac{1+\psi_x}{4\alpha_{cr,x}} + \frac{1+\psi_z}{4\alpha_{cr,z}} + \sqrt{\left(\frac{1+\psi_x}{4\alpha_{cr,x}} + \frac{1+\psi_z}{4\alpha_{cr,z}}\right)^2 + \frac{1-\psi_x}{2\alpha_{cr,x}^2} + \frac{1-\psi_z}{2\alpha_{cr,z}^2} + \frac{1}{\alpha_{cr,\tau}^2}}} \quad (3.11)$$

onde:

$\alpha_{cr,x}$  ;  $\alpha_{cr,z}$  ;  $\tau_{cr}$  são as tensões críticas elásticas de encurvadura

$\psi_x$  ;  $\psi_z$  é o rácio das tensões segundo os bordos longitudinais e transversais respetivamente

$\sigma_{eq,cr}$  é a tensão crítica elástica equivalente

Para determinar os fatores de redução deverão seguir-se as Secções 4 e 5 e ainda o Anexo B da EN 1993-1-5. Os fatores de redução de acordo com as Secções 4 e 5 tentam ao máximo tirar proveito da reserva pós-crítica o que não acontece caso seja adotada a metodologia de cálculo do Anexo B baseada nas curvas de encurvadura (Beg et al, 2010). De acordo com as Secções 4 e 5 os fatores de redução são diferentes para cada tipo de carregamento, isto é, tensões longitudinais, transversais ou de corte. A EN 1993-1-5 aconselha que o fator de redução  $\rho_z$ , para as tensões transversais, a atuar parcialmente ao longo do banzo seja calculado pela cláusula 4.5.4(1). No entanto, a aplicação desta cláusula bem como a interpolação entre o comportamento placa e coluna poderá originar resultados inseguros porque a transferência do fator de redução  $\rho_x$  para a direção transversal não está totalmente comprovada. Por isso mesmo, na terceira edição da German DIN-Fachbericht 103, o processo de cálculo do fator de redução  $\rho_z$  foi alterado passando a usar-se o Anexo B.1(3) da EN 1993-1-5 sendo também recomendado por (Beg et al, 2010).

A aplicação do Anexo B.1 baseia-se na seguinte equação:

$$\rho_z = \frac{1}{\Phi_p + \sqrt{\Phi_p^2 - \bar{\lambda}_p}} \quad (3.12)$$

onde:

$$\Phi_p = 0.5(1 + \alpha_p(\bar{\lambda}_p - \bar{\lambda}_{p0}) + \bar{\lambda}_p)$$

$$\bar{\lambda}_p = \sqrt{\frac{\alpha_{ult,k}}{\alpha_{cr}}}$$

Este procedimento é aplicável a  $\rho_x$ ,  $\rho_z$  e  $\chi_w$ . Os valores de  $\alpha_p$  e  $\bar{\lambda}_{p0}$  são fornecidos na Tabela 3.4. Estes valores foram calibrados tendo em conta as curvas de encurvadura de placas das Secções 4 e 5 da norma dando uma correlação direta para determinar a imperfeição geométrica equivalente:

Tabela 3.4 – Valores de  $\alpha_p$  e  $\bar{\lambda}_{p0}$  (EN 1993-1-5)

Processo de fabrico	Modo de encurvadura predominante	$\alpha_p$	$\bar{\lambda}_{p0}$
Soldadura	tensões normais para $\psi \geq 0$	0.34	0.70
	tensões normais para $\psi < 0$		0.80
	corte		
	tensões transversais		



Para determinar o último fator de redução relativo ao esforço transversal,  $\chi_w$ , entendeu-se que era necessário aprofundar ligeiramente o tema recorrendo aos conceitos teóricos de forma a facilitar a compreensão do fenómeno bem como a aplicação da norma.

O comportamento de placas sujeitas a esforço transversal provoca dois tipos de fenómenos: um estado puro de tensão de corte (Fig. 3.13) e um campo de trações. Antes do elemento instabilizar, a placa irá desenvolver um estado puro de tensões de corte. Caso estas tensões  $\tau$  sejam transformadas em tensões principais, estas corresponderão a tensões principais de tração  $\sigma_1$  e tensões principais de compressão  $\sigma_2$ , de grandezas idênticas e inclinadas de  $45^\circ$  em relação aos eixos longitudinais da viga (Fig. 3.14). Tensões de corte constante apenas poderão ocorrer junto aos bordos.

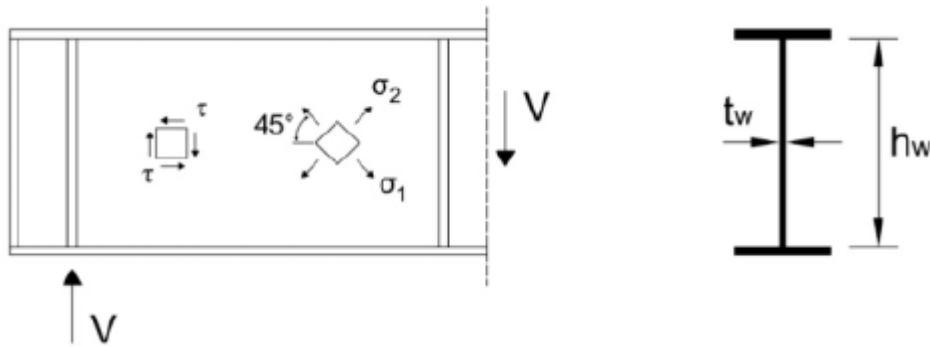


Fig. 3.13 – Estado puro de tensão de corte (Beg et al, 2010)

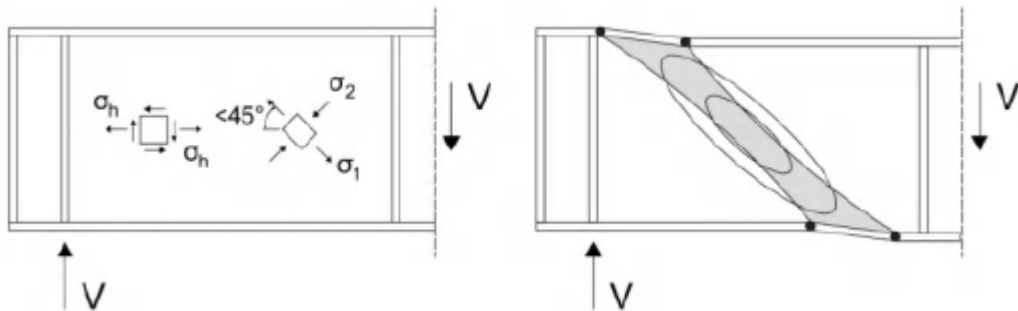


Fig. 3.14 – Funcionamento do campo de trações e formação de rótulas plásticas no banzo criando um mecanismo (Beg et al, 2010)

Tal como numa placa sujeita a tensões normais de compressão, uma placa esbelta sujeita a tensões de corte também possui reserva pós-crítica. Depois de encurvar, a placa irá desenvolver um estado de tensões pós-críticas enquanto uma deformada devido ao corte formar-se-á segundo a direção das tensões principais de tração  $\sigma_1$ . Devido a fenómenos de instabilidade, praticamente não há aumento das tensões segundo as tensões principais de compressão  $\sigma_2$  enquanto as tensões principais na direção contrária podem continuar a aumentar. Por esta razão, os valores de tensão instalados irão ser de grandezas distintas (trações superiores às compressões) que irá provocar uma rotação do campo de tensões devido à necessidade de manter o equilíbrio sendo denominado de campo de trações (Fig. 3.14). O desenvolvimento destas forças de tração é possível apenas se os bordos do elemento fornecerem ancoragem suficiente às tensões longitudinais de tração. O máximo esforço axial que a placa poderá desenvolver depende da capacidade de deformação das nervuras e da rigidez à flexão dos elementos que constituem os bordos. Após atingir-se a carga última, irão desenvolver-se rótulas plásticas nos banzos até se formar um mecanismo provocando o colapso da placa (Beg et al, 2010).

Existem diversos modelos (modelo de Cardiff, modelo de Dubas, modelo de Höglund) para descrever a resistência última de placas sujeitas a esforço transversal, sendo aprofundado em (Johansson et al, 2007) e (Silva, 2007). No caso da EN 1993-1-5, esta adotou o método do campo de tensões rodado proposta por Höglund (1981). O principal pressuposto desta teoria é a inexistência de tensões de membrana na direção transversal da alma o que apenas é verdade para almas de vigas longas sem nervuras transversais localizadas fora da zona dos apoios (Johansson et al, 2007). O uso deste método foi facilmente aceite por chegar-se a resultados adequados independentemente da razão geométrica  $a/b$  da placa. Assim sendo, a resistência ao esforço transversal  $V_{b,Rd}$  será a contribuição dada pela alma  $V_{bw,Rd}$  e pelo banzo  $V_{bf,Rd}$  (equação 3.13). Além disso, a resistência total ao esforço transversal  $V_{b,Rd}$  nunca poderá ser superior à resistência plástica ao esforço transversal de uma alma isolada (Beg et al, 2010).

$$V_{b,Rd} = V_{bw,Rd} + V_{bf,Rd} \leq h_w t_w \frac{\eta f_{yw}}{\sqrt{3} Y_{M1}} \quad (3.13)$$

onde:

$V_{bw,Rd}$  é a resistência da alma de acordo com a equação 3.16

$V_{bf,Rd}$  é a resistência dos banzos de acordo com a equação 3.28

$h_w$  é a altura da alma

$t_w$  é a espessura da alma

$\eta$  é o fator que depende da classe do aço de acordo com a equação 3.17

$f_{yw}$  é a tensão de cedência da alma

$Y_{M1}$  é o coeficiente parcial de segurança

As razões para que o valor de  $\eta$  possa ser superior à unidade serão abordadas ainda neste parágrafo. Em testes feitos a vigas com almas robustas, a resistência última ao corte chega a ser da ordem de 0.7 a 0.8 vezes da tensão de cedência  $f_y$ . Este comportamento pode ser observado na Figura 3.15, onde, no eixo das ordenadas é representado o rácio entre a tensão de corte e a tensão de cedência, enquanto que, no eixo das abcissas as extensões devido ao esforço transversal foram normalizadas  $YG/f_y$ . Assim sendo, uma das razões que explica o valor de  $\eta$  estará no endurecimento do aço, sendo razoável a sua utilização pois não provoca deformações excessivas. Para além disso, é provável que os banzos contribuam para este fenómeno. Contudo, as respetivas contribuições do endurecimento e dos banzos não são fáceis de separar e, para além disso, ainda não foram desenvolvidos estudos detalhados sobre este assunto. Por esta razão, o aumento da resistência não deve ser contabilizado para placas isoladas sujeitas ao corte, placas que não estejam ligadas aos banzos de forma a formar um perfil I por exemplo. Até ao momento não existem resultados experimentais que suportem este aumento da resistência para classes de aço superiores a S460. Noutros casos, um aumento da resistência é admitido desde que não ultrapasse os 20% (Johansson et al, 2007).

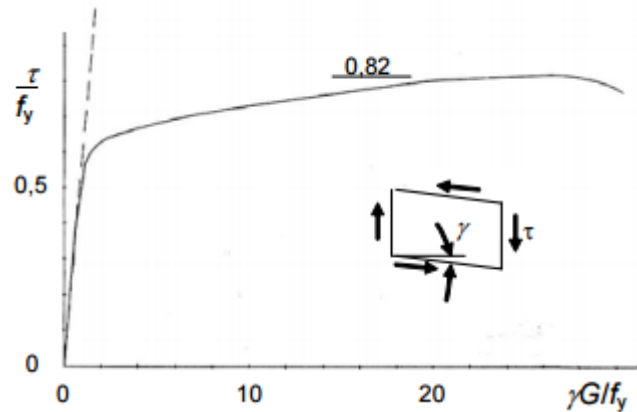


Fig. 3.15 – Média da tensão de corte em função da média da extensão por corte de testes feitos a um HEA 240 (Johansson et al, 2007)

A resistência de encurvadura devido ao esforço transversal terá de ser verificada sempre que a razão entre a altura da alma  $h_w$  e a sua espessura  $t_w$  for superior aos seguintes valores:

- Para almas não nervuradas

$$\frac{h_w}{t_w} > 72 \frac{\varepsilon}{\eta} \quad (3.14)$$

- Para almas nervuradas

$$\frac{h_w}{t_w} > 31 \frac{\varepsilon}{\eta} \sqrt{k_\tau} \quad (3.15)$$

onde  $k_\tau$  é coeficiente de encurvadura devido ao esforço transversal e  $\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y [N/mm^2]}}$

Caso estes limites sejam excedidos, a viga deverá ser dimensionada com nervuras transversais (Beg et al, 2010).

### Contribuição da alma

A contribuição da alma é determinada de acordo com a seguinte equação:

$$V_{bw,Rd} = \chi_w h_w t_w \frac{f_{yw}}{\sqrt{3} \gamma_{M1}} \quad (3.16)$$

onde  $\chi_w$  é o coeficiente de redução de encurvadura devido ao esforço transversal

O fator de redução,  $\chi_w$ , considera componentes em corte puro e o efeito de membrana através da ancoragem das nervuras transversais devido ao campo de trações. Sabendo que a rigidez ao esforço axial e à flexão das nervuras transversais de extremidade influenciam a reserva pós-crítica, a Tabela 3.5 e a Figura 3.16 fazem a distinção entre nervuras de extremidade rígidas e não rígidas com vista à determinação do fator de redução  $\chi_w$  (Beg et al, 2010).

Tabela 3.5 – Contribuição da alma  $\chi_w$  para a resistência de encurvadura devido a corte (EN 1993-1-5)

	Apoio de extremidade rígido	Apoio de extremidade flexível
$\bar{\lambda}_w < 0.83/\eta$	$\eta$	$\eta$
$0.83/\eta \leq \bar{\lambda}_w < 1.08$	$0.83/\bar{\lambda}_w$	$0.83/\bar{\lambda}_w$
$\bar{\lambda}_w \geq 1.08$	$1.37/(0.7 + \bar{\lambda}_w)$	$0.83/\bar{\lambda}_w$

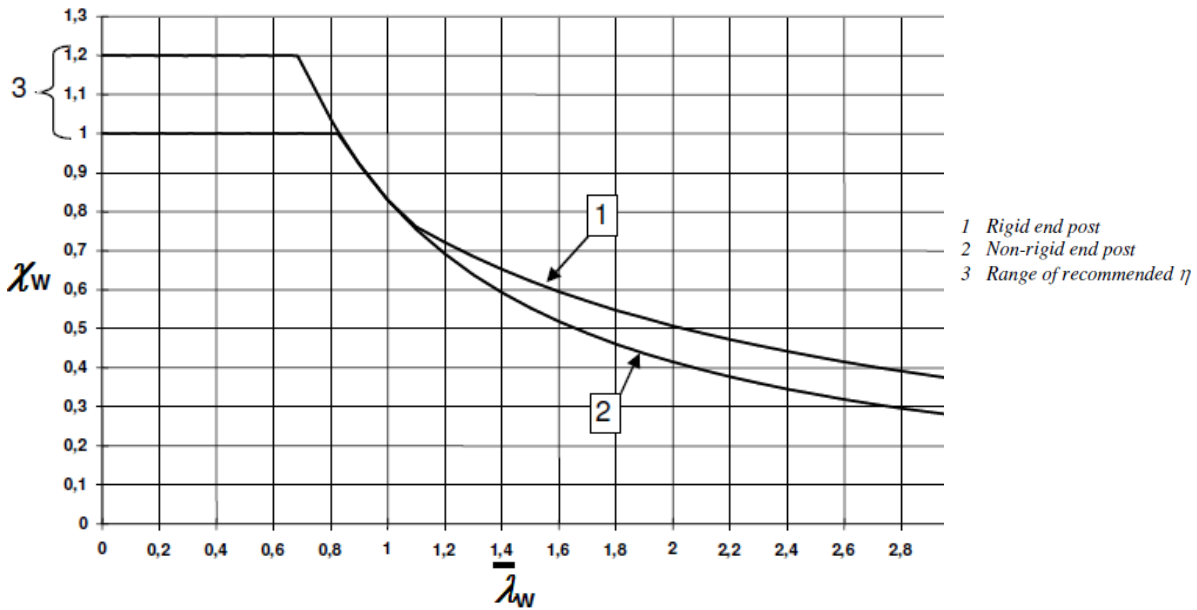


Fig. 3.16 – Fator de encurvadura devido ao corte  $\chi_w$  (EN 1993-1-5)

Os valores recomendados para  $\eta$  de acordo com a EN1993-1-5 são:

$$\text{para } f_y \leq 460 \text{ N/mm}^2 : \eta = 1.2 \tag{3.17}$$

$$\text{para } f_y > 460 \text{ N/mm}^2 : \eta = 1.0$$

$\chi_w$  baseia-se no método do campo de tensões rodado, mas finalmente foi definido através de ensaios de forma a fornecer uma margem de segurança adequada e de forma a incluir as nervuras sobre o apoio extremo que têm de ser capazes de ancorar o campo de tensões. Estas nervuras atuam praticamente como uma viga vertical entre os banzos (Johansson et al, 2007). Assim sendo,  $\chi_w$  pode ser definido como:

$$\chi_w = \frac{\tau_u}{f_{yw}/\sqrt{3}} \tag{3.18}$$

Para o parâmetro da esbelteza  $\bar{\lambda}_w$ , a definição corrente é a seguinte:

$$\bar{\lambda}_w = \sqrt{\frac{f_{yw}}{\sqrt{3}\tau_{cr}}} = 0.76 \sqrt{\frac{f_{yw}}{\tau_{cr}}} \tag{3.19}$$

onde

$$\tau_{cr} = k_{\tau} \sigma_E = k_{\tau} \frac{\pi^2 E}{12(1 - \nu^2)} \left( \frac{t_w}{h_w} \right)^2 \quad (3.20)$$

Introduzindo 3.20 em 3.19, a esbelteza  $\bar{\lambda}_w$  pode ser reescrita como:

$$\bar{\lambda}_w = \frac{h_w}{37.4 t \varepsilon \sqrt{k_{\tau}}} \quad (3.21)$$

Como o foco desta dissertação é a análise da encurvadura de painéis sem nervuras longitudinais, apenas com nervuras transversais, irá apresentar-se exclusivamente o menor valor que o coeficiente pode tomar (para painéis não nervurados) do coeficiente de encurvadura devido ao esforço transversal  $k_{\tau}$  (Fig. 3.17) remetendo-se a leitura de (Johansson et al, 2007) e da EN1993-1-5 Anexo A.3 para outros valores de  $k_{\tau}$ .

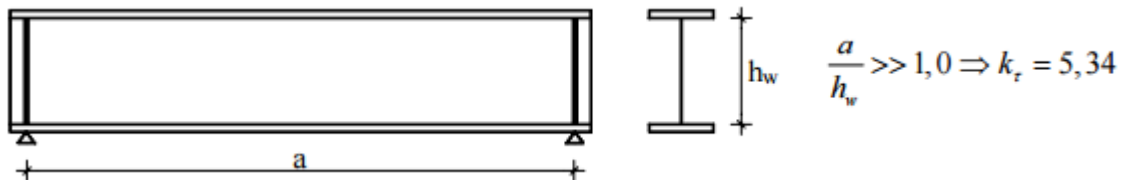


Fig. 3.17 – Alma de um painel não nervurado (Johansson et al, 2007)

A determinação do fator de encurvadura  $\chi_w$  termina aqui, isto é, apenas se contabiliza a contribuição da alma. No entanto, para a análise da resistência ao esforço transversal não ficar incompleta achou-se interessante aprofundar um pouco mais, nomeadamente analisar a contribuição dos banzos de forma a permitir fazer a verificação final de uma secção transversal sujeita exclusivamente ao corte.

### Contribuição dos banzos

Testes efetuados em painéis de almas sujeitas a esforço transversal mostram que, em estado limite último, se forma algo parecido com um mecanismo plástico com origem junto aos banzos (rótulas plásticas E, H, G e K na Fig. 3.18), causado pelo campo de trações entre eles. Continuando a assumir que o campo de trações não influencia a resistência da alma obtida com base no método do campo de tensões rodado (Fig. 3.18a), a resistência ao corte dos banzos pode ser adicionada à contribuição da alma. Na prática corrente de projeto, não é habitualmente considerada. Pode ser útil na avaliação de estruturas existentes em que seja necessário fazer uso de toda a resistência possível (Johansson et al, 2007).

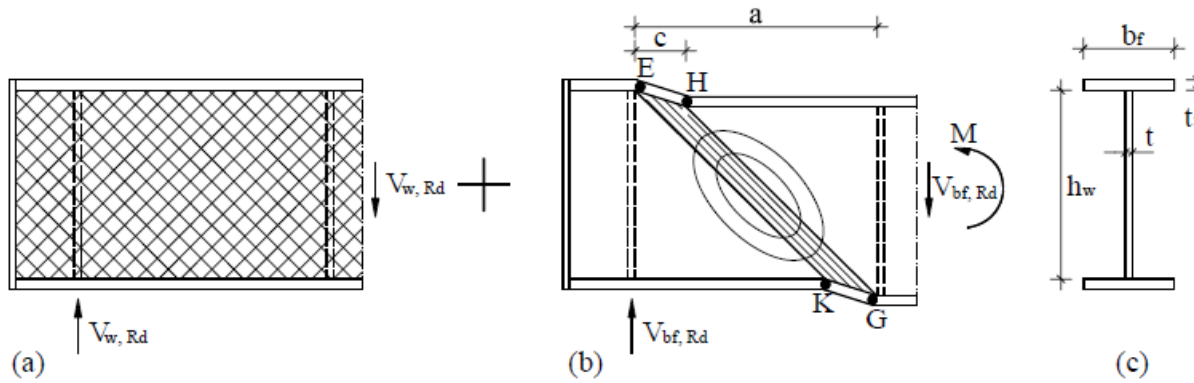


Fig. 3.18 – Campo de trações suportado pela resistência ao momento fletor dos banzos (Johansson et al, 2007)

Testes levados a cabo por Skaloud (1971) e por Rockey and Skaloud (1969) revelaram que a distância  $c$  entre as rótulas plásticas varia entre 0.16 a 0.75 vezes o comprimento  $a$  do painel. De acordo com Höglund, e relembre-se que é esta a metodologia adotada pela EN 1993-1-5 para lidar com este fenómeno, a distância  $c$  para placas metálicas de “girders” pode ser calculada de forma aproximada:

$$c = a \left( 0.25 + 1.6 \frac{M_{pl,f}}{M_{pl,w}} \right) = a \left( 0.25 + \frac{1.6 b_f t_f^2 f_{yf}}{t h_w^2 f_{yw}} \right) \quad (3.22)$$

onde  $M_{pl,f}$  e  $M_{pl,w}$  são os momentos plásticos resistentes dos banzos e da alma respetivamente:

$$M_{pl,f} = \frac{b_f t_f^2 f_{yf}}{4} \quad (3.23)$$

$$M_{pl,w} = \frac{t h_w^2 f_{yw}}{4} \quad (3.24)$$

e onde  $f_{yf}$ ,  $f_{yw}$  são as tensões de cedência dos banzos e da alma respetivamente.

Curiosamente, o valor de  $c$ , calculado segundo a equação 3.22, é geralmente inferior aos valores observados em ensaios experimentais. A explicação para tal poderá estar no facto de que, na realidade, o mecanismo plástico formado a partir dos banzos (Fig. 3.18) não se desenvolve livremente, isto é, há uma resistência adicional devido às condições de apoio presentes, nomeadamente da alma. Assim sendo, as contribuições dos banzos e da alma não podem ser separadas completamente (Johansson et al, 2007).

A resistência ao esforço transversal transmitida pelos banzos  $V_{bf,Rd}$  pode ser calculada através da formação das rótulas plásticas que originaram o mecanismo de colapso da placa (Fig. 3.18):

$$V_{bf,Rd} = \frac{4M_{pl,f,Rd}}{c} = \frac{b_f t_f^2 f_{yf}}{c \gamma_{M1}} \quad (3.25)$$

A contribuição dos banzos pode ser adicionada à resistência ao corte em painéis de alma, apenas quando estes não esgotarem a sua capacidade resistente ao momento fletor:

$$M_{Ed} \leq M_{f,Rd} \quad (3.26)$$

onde:

$$M_{f,Rd} = \frac{M_{f,k}}{\gamma_{M0}}$$

$M_{f,Rd}$  é o momento resistente de cálculo da secção transversal constituída apenas pelos banzos efetivos (Fig. 3.19).

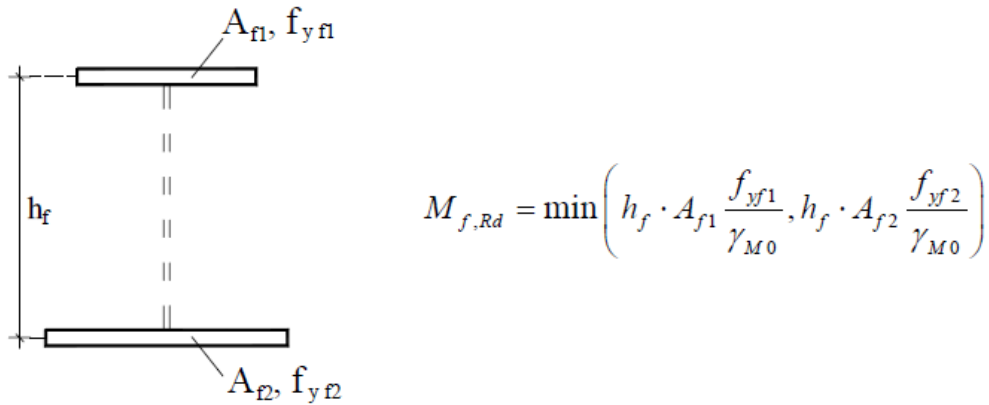


Fig. 3.19 – Definição de  $M_{f,Rd}$  (Johansson et al, 2007)

Assumindo que o momento fletor de cálculo  $M_{Ed}$  é resistido apenas pelos banzos sendo equivalente a ter forças axiais a atuar nestes, é possível contabilizar esta ação sob a forma de um fator redutor:

$$\left( 1 - \left( \frac{M_{Ed}}{M_{f,Rd}} \right)^2 \right) \quad (3.27)$$

Combinando (3.25) com o fator de redução dado em (3.27), a contribuição  $V_{bf,Rd}$  dos banzos é obtida:

$$V_{bf,Rd} = \frac{b_f t_f^2 f_{yf}}{c \gamma_{M1}} \left( 1 - \left( \frac{M_{Ed}}{M_{f,Rd}} \right)^2 \right) \quad (3.28)$$

No caso da presença de esforço axial  $N_{Ed}$ , considerando mais uma vez que será suportado apenas pelos banzos,  $M_{f,Rd}$  deverá ser reduzido de acordo com o seguinte fator:

$$\left( 1 - \frac{N_{Ed}}{(A_{f1} + A_{f2}) f_{yf} / \gamma_{M0}} \right) \quad (3.29)$$

Normalmente a contribuição dos banzos é pequena sendo possível desprezá-la. Esta contribuição é importante quando se utilizam banzos com área bruta elevada onde, uma vez mais, a sua capacidade resistente ao momento fletor não é totalmente utilizada o que acontece, por vezes, nos apoios de extremidade.

### Verificação da resistência ao corte

A verificação de uma viga sujeita a esforço transversal deve ser efetuada da seguinte forma:

$$\eta_3 = \frac{V_{Ed}}{V_{b,Rd}} \leq 1.0 \quad (3.30)$$

onde:

$V_{Ed}$  é o esforço transversal de cálculo

$V_{b,Rd}$  é a resistência de cálculo ao esforço transversal de acordo com a equação 3.13

Em suma, a aplicação dos fatores de redução para o método da tensão reduzida poderá ser resumida em forma de tabela:

Tabela 3.6 – Aplicação dos fatores de redução usando a secção 10 da EN 1993-1-5 (Beg et al, 2010)

Tipo de Carregamento	Fator de Redução
Tensões Normais	$\rho_x$ de acordo com 4.5.4(1), EN 1993-1-5 necessidade de ter em conta o comportamento coluna-pilar quando relevante
Tensões de Corte	$\chi_w$ de acordo com 5.3(1), EN 1993-1-5
Tensões Transversais	$\rho_z$ de acordo com B.1(3), EN 1993-1-5 necessidade de ter em conta o comportamento coluna-pilar quando relevante

De forma a sintetizar todo o processo de cálculo para aplicação do método da tensão reduzida, sugere-se um fluxograma (Fig. 3.20).



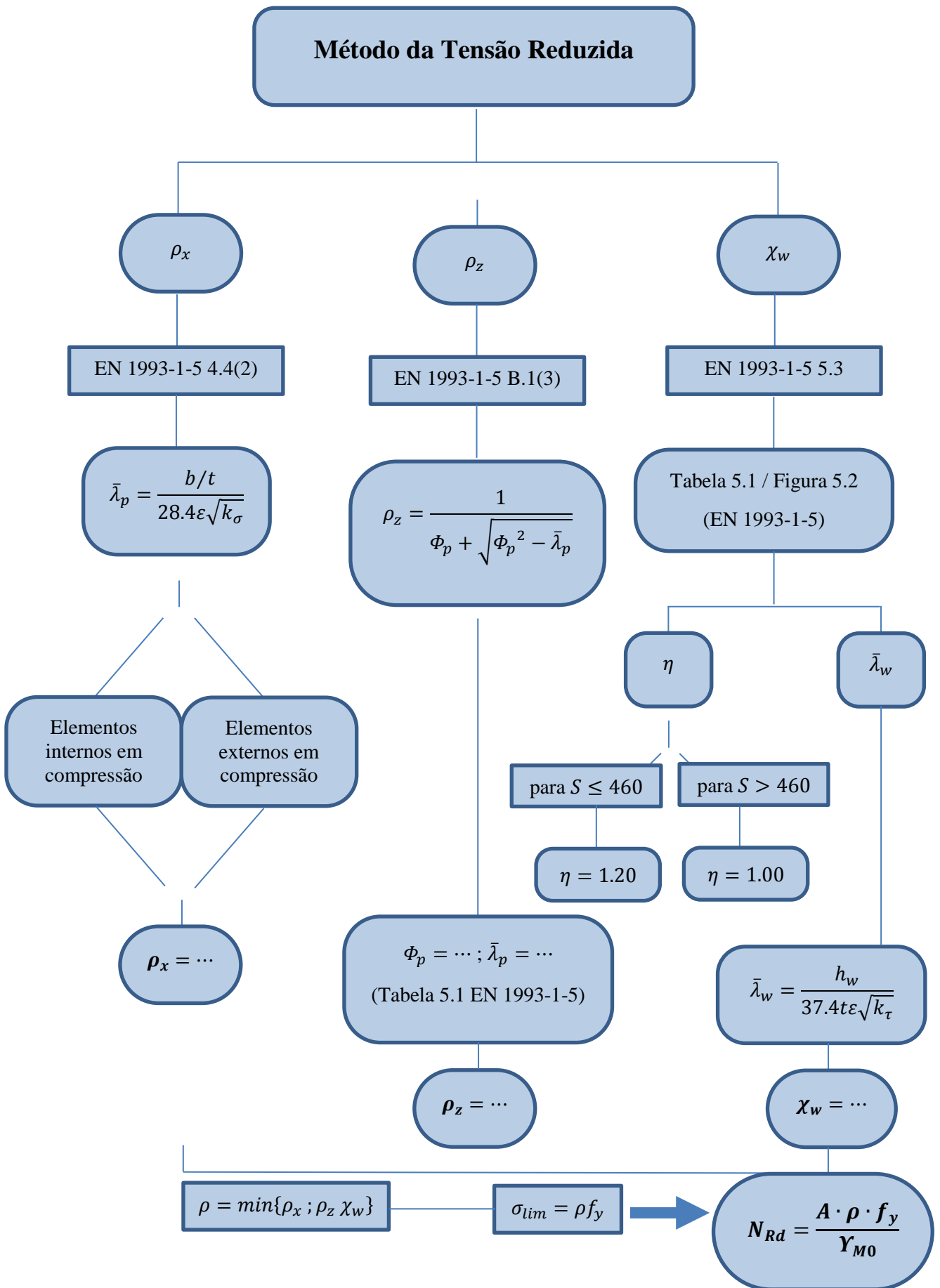


Fig. 3.20 – Fluxograma para aplicação do método da tensão reduzida

### 3.4. MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Nos últimos trinta anos, na análise de estruturas em geral (edifícios e pontes) o recurso a programas de análise que utilizam o método dos elementos finitos tornou-se generalizado deixando de ser uma análise restrita a pesquisas e a estudos de índole mais teórica passando a ser utilizado na maioria das empresas que lidam com dimensionamento de estruturas. De forma a acompanhar esta tendência o Anexo C da EN 1993-1-5 propõe algumas recomendações para uma “boa análise” através de elementos finitos de estruturas metálicas constituídas por placas. Para além da norma, outro documento está a ser preparado, nomeadamente um manual de dimensionamento da ECCS que irá lidar exclusivamente com o MEF, e que tentará explorar a fundo a sua aplicação a estruturas metálicas (vigas, pórticos, placas, modelos de casca e modelos sólidos) (Beg et al, 2010). Assim sendo, este subcapítulo estará um pouco limitado devido à escassez de normas regulamentares pelo que a informação que será fornecida andará sempre à volta do Anexo C da EN 1993-1-5. O leitor deverá estar consciente que estas normas são uma primeira abordagem para lidar com a aplicação do método dos elementos finitos em fase de dimensionamento e que o nível de pesquisa e análise está muito longe daquele que foi feito para escrever o texto principal (restantes normas presentes no Eurocódigo). É por isso relevante, que a aplicação do Anexo C seja complementada com a experiência e bom senso do projetista (Johansson et al, 2007).

Os pressupostos subjacentes aos diferentes tipos de análise bem como exemplos da sua utilização, são apresentados na Tabela 3.7. A análise mais comum é a análise elástica linear (Tabela 3.7) e geralmente a análise elástica não linear geométrica de pórticos. Todas estas análises fornecem efeitos resultantes do carregamento que, em conjunto com os critérios de verificação de segurança provenientes das normas, formam um método de dimensionamento para estruturas. As imperfeições necessárias para uma análise não linear são imperfeições locais e globais (Tabela 3.8). Caso se pretenda analisar um problema de encurvadura de placas, a estrutura terá de ser modelada com elementos de casca ou como sólidos de forma a obter um modelo com um número de graus de liberdade bastante superior caso se tivesse optado pelo modelo de barras. Análises não lineares através de elementos finitos (caso 5 da Tabela 3.7) normalmente são necessárias para descrever o comportamento da estrutura em estado limite último. (Johansson et al, 2007).

Tabela 3.7 – Seleção do tipo de análise (EN 1993-1-5)

Comportamento do material	Comportamento geométrico	Imperfeições	Exemplos de utilização
linear	linear	não	efeitos de “shear lag” elástico, resistência elástica
não linear	linear	não	resistência elástica para ELU
linear	não linear	não	carga crítica de encurvadura em modo placa
linear	não linear	sim	resistência elástica à encurvadura de uma placa
não linear	não linear	sim	resistência elasto-plástica para ELU

Tabela 3.8 – Imperfeições geométricas equivalentes  $e_0/L$  em elementos (EN 1993-1-1)

Curva de encurvadura de acordo com o Quadro 6.2 da EN1993-1-1	Análise elástica	Análise plástica
	$e_0/L$	$e_0/L$
a <sub>0</sub>	1/350	1/300
a	1/300	1/250
b	1/250	1/200
c	1/200	1/150
d	1/150	1/100

### 3.4.1. MODELAÇÃO DE ESTRUTURAS PELO MEF

O número de graus de liberdade a adotar na resolução de um problema pelo método dos elementos finitos é frequentemente alvo de alguma discussão tornando, por vezes, complicada a sua decisão até porque tem interesse limitar o nível de complexidade do modelo. Uma forma para que este problema não seja tão expressivo seria modelar apenas uma parte da estrutura descrevendo rigorosamente as condições de apoio. Caso o comportamento que se espera for simétrico facilmente se conclui que basta modelar metade da estrutura usando as condições de simetria. Para o caso de placas que formam um perfil e que são analisadas independentemente, é comum assumir-se que os bordos que ligam as várias placas estão simplesmente apoiados. Para fazer uso deste pressuposto é necessário garantir que a placa não apresente deformações excessivas no seu plano (Johansson et al, 2007).

Outro aspeto importante e que é essencial para a dimensão do modelo, é o refinamento. Uma malha pouco refinada pode levar a resultados pouco conservativos, especialmente quando o fenómeno mais expressivo é a encurvadura local. A forma mais comum, caso não se tenha experiência em estruturas semelhantes, é refinar sucessivamente a malha até os resultados estabilizarem. Relembre-se que uma malha bastante refinada não significa aproximar o modelo da perfeição. Antes pelo contrário, uma malha muito refinada poderá contribuir para aumentar o número de erros numéricos pelo que há limites no refinamento (Johansson et al, 2007).

Quando se pretendem modelar estruturas constituídas por placas, os elementos de casca são os mais habituais. Caso a estrutura esteja bem modelada os elementos em casca fornecem resultados suficientemente precisos. Por outro lado, quando houver o interesse em analisar, por exemplo, o efeito de uma carga concentrada aplicada num banzo, deverá ser usado um modelo de sólidos (Johansson et al, 2007).

É essencial que qualquer modelo seja devidamente caracterizado. Uma boa prática será fornecer toda a informação necessária para que o modelo possa ser reproduzido por terceiros. É aconselhável uma revisão, da simulação feita, por parte de outro projetista de forma a torná-la consistente. Por último, deve-se comparar os resultados com métodos analíticos aproximados de forma a limitar inferior e superiormente as soluções obtidas (Johansson et al, 2007).

### 3.4.2. USO DAS IMPERFEIÇÕES NA MODELAÇÃO

As imperfeições são inevitáveis. Elas podem ser de natureza geométrica resultantes das tolerâncias de fabrico e ainda sob a forma de tensões residuais provocadas pelo processo de laminagem e/ou devido à soldadura dos vários elementos que formam a secção transversal (Beg et al, 2010).

Quanto às imperfeições geométricas, estas são modeladas através de uma deformada inicial que é introduzida na estrutura “idealizada” original. Esta deformada inicial deverá ter como base a forma dos diferentes modos de encurvadura e a sua amplitude deverá ser igual a 80% das tolerâncias de fabrico (EN 1993-1-5). Este valor tem origem apenas na experiência adquirida ao longo dos anos. Algumas justificações podem ser encontradas num estudo onde a resistência de placas, sujeitas a uma carga uniforme de compressão e simplesmente apoiadas em todos os seus bordos recorrendo à fórmula de Winter foi comparada com simulações computacionais. Este estudo revelou que, precisamente estas simulações, com imperfeições geométricas iguais à tolerância de  $b/250$  e tensões residuais de compressão iguais a  $0.2f_y$ , conduziram a uma resistência final de 15% menor que a que se obteria com a fórmula de Winter. De forma a obter resistências semelhantes por ambas as vias, as imperfeições tiveram que ser reduzidas. Experimentou-se vários conjuntos de imperfeições como: imperfeições geométricas iguais à tolerância de  $b/420$  e sem tensões residuais; outra hipótese foi introduzir uma imperfeição geométrica de  $b/500$  e tensões residuais de compressão  $0.1f_y$ . Estas hipóteses são mais razoáveis das apresentadas na EN 1993-1-5. Contudo, este estudo foi feito para um simples caso e para poder ser usado na norma teria que ser generalizado. Há, por isso, a necessidade de aprofundar este tema com mais estudos com vista a fornecer recomendações mais realistas (Johansson et al, 2007).

As tensões residuais são mais complicadas de quantificar porque variam de forma sistemática e de forma aleatória. Por exemplo, a temperatura usada durante a soldadura ou até mesmo o tamanho da solda são fatores que contribuem para esta dispersão. A norma recomenda que as tensões residuais sejam contabilizadas através de uma deformação inicial fictícia sugerida nas Tabelas 3.9 e 3.10. Esta via que foi desenvolvida comporta-se bastante bem para encurvadura induzida por flexão de uma coluna. No entanto, para encurvadura de placas os resultados são muito conservadores porque as imperfeições equivalentes fornecidas pela norma foram escolhidas para cobrir o pior caso de encurvadura de placas. É possível incluir as tensões residuais no modelo de elementos finitos. Aliás esta é a forma mais adequada para obter resultados mais realistas apesar de, em alguns casos, o efeito das tensões residuais poderem ser desprezáveis para painéis esbeltos (Johansson et al, 2007).

Tabela 3.9 – Imperfeições geométricas equivalentes (EN 1993-1-5)

Tipo de imperfeição	Componente	Forma	Amplitude
global	elemento de comprimento $l$	“bow”	Ver EN 1993-1-1, Quadro 5.1
global	reforço longitudinal de comprimento $a$	“bow”	$\min(a/400, b/400)$
local	painel ou sub-painel de vão curto $a$ ou $b$	modo de encurvadura	$\min(a/200, b/200)$
local	reforço ou banzo sujeito a torção	“bow twist”	1/50

A norma sueca apresenta distribuições de tensões residuais para perfis laminados ou soldados (Fig. 3.21). Para secções soldadas assume-se que, junto às soldaduras, a tensão residual toma o valor de  $f_y$ , sendo a grandeza do valor da tensão de compressão tal que se garanta uma distribuição auto-equilibrada de tensões. Estudos recentes revelaram que ao assumir-se que as tensões de tração são equivalentes à tensão de cedência, as tensões residuais tendem a ser sobrestimadas. Nenhuma conclusão rigorosa foi alcançada, mas como uma recomendação temporária, é sugerido usar-se uma tensão com um limite máximo de 500 MPa mesmo que a tensão de cedência seja superior (Johansson et al, 2007).

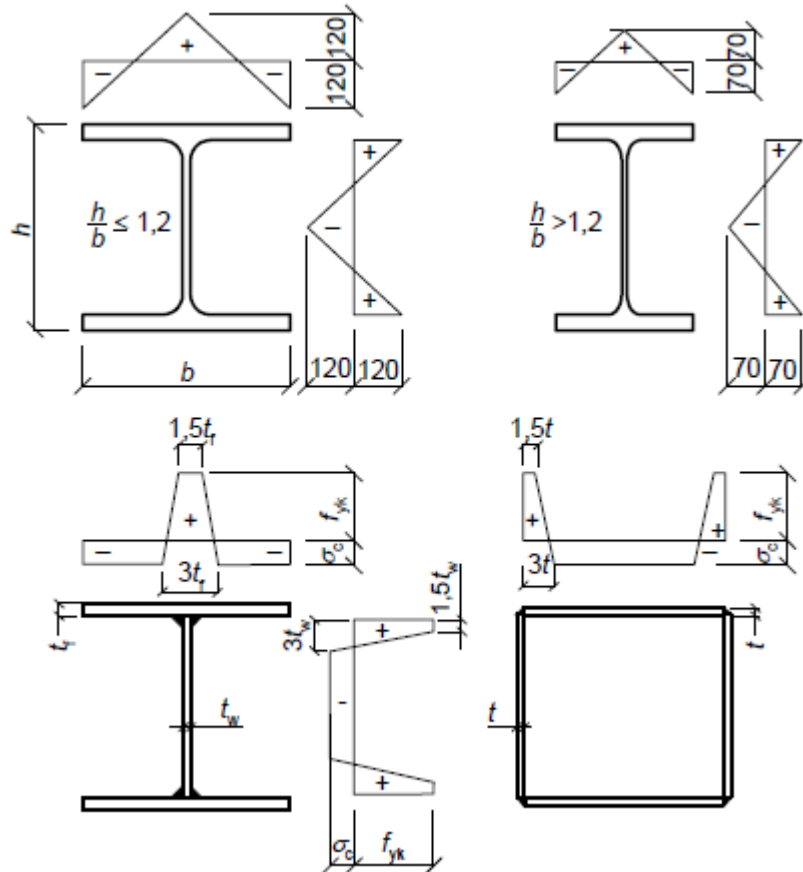
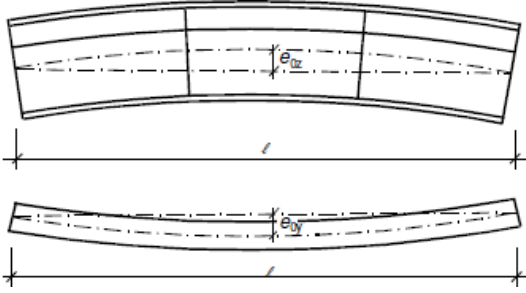
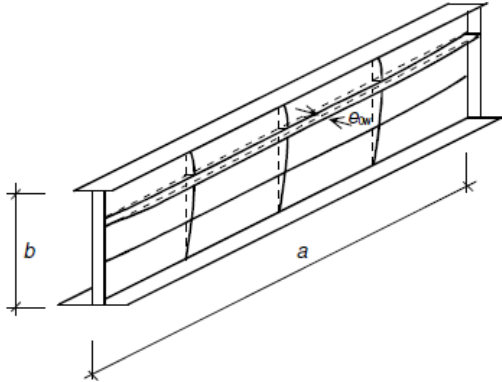
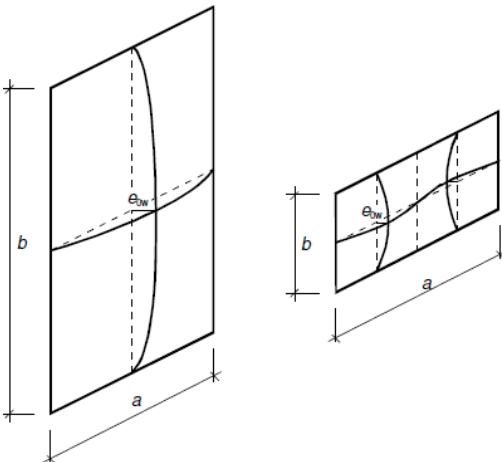
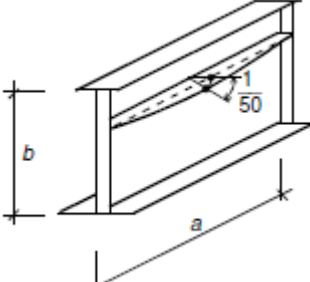


Fig. 3.21 – Distribuição das tensões Residuais adaptado do código Sueco BSK (Johansson et al, 2007)

Tabela 3.10 – Modelação das imperfeições geométricas equivalentes (EN1993-1-5)

Tipo de imperfeição	Elemento
<p>elemento global de comprimento <math>l</math></p>	
<p>reforço longitudinal global de comprimento <math>a</math></p>	
<p>painel local ou sub-painel</p>	
<p>reforço local ou banzo sujeito a torção</p>	

### 3.4.3. COMBINAÇÃO DAS IMPERFEIÇÕES

Ao assumir-se a amplitude das imperfeições igual às tolerâncias de fabrico, levará a resistências características muito reduzidas. Este efeito é agravado quando há a necessidade de se estudar a interação de várias imperfeições. Esta combinação deverá ser feita através da via probabilística. Assim sendo, o método que é sugerido em Johansson et al, 2007, é precisamente o da EN 1993-1-5 (Johansson et al, 2007). Esta recomendação é uma primeira tentativa de se aproximar à metodologia usada para a combinação de cargas aconselhando que se adote uma imperfeição base usando o seu valor total enquanto que para todas as outras imperfeições se deva usar apenas 70% do seu valor (EN 1993-1-5). Este processo conduz a um número de combinações elevado e cada uma delas terá de ser verificada de forma a chegar a um valor conservativo, isto é, ao mínimo valor resistente da estrutura. Apesar de ser uma solução para lidar com o problema das imperfeições, continua a ser muito trabalhosa já que exige a análise de um elevado número de casos (Beg et al, 2010).

### 3.4.4. PROPRIEDADES DOS MATERIAIS

Qualquer elemento estrutural sujeito a cargas de compressão irá desenvolver, inevitavelmente, encurvadura local quer seja em regime linear elástico ou em regime não-linear em termos de comportamento do material. Se a análise mostrar que a encurvadura ocorre para tensões superiores à tensão de cedência, significa que a peça atinge a sua resistência elástica (pelo menos) e que esta não é limitada por fenómenos de encurvadura. De forma a elaborar um modelo que contemple os casos de painéis esbeltos e compactos, as propriedades materiais terão de ser modeladas com algum rigor. O modelo mais comum baseia-se na teoria incremental de plasticidade e endurecimento isotrópico. O único parâmetro necessário introduzir de forma a ter em conta o material é a relação uniaxial da tensão-extensão (Johansson et al, 2007).

A EN 1993-1-5, no seu Anexo C, fornece alguns exemplos de curvas uniaxiais de tensão-extensão (Tabela 3.11). A alternativa a), comportamento elasto-plástico perfeito, frequentemente usada em estudos de vertente mais teórica em estruturas metálicas. Pode ser usada para analisar o fenómeno de encurvadura de uma coluna onde as tensões principais e secundárias, devido precisamente a problemas de instabilidade, têm a mesma direção e onde as extensões últimas são pequenas. O patamar horizontal pode causar problemas numéricos ao usar-se simulações com elementos finitos. A alternativa b), com uma inclinação nominal do patamar de cedência, vem colmatar esta lacuna (Johansson et al, 2007).

Nos modelos a) e b) o patamar de cedência é modelado tendo em conta extensões lineares. No entanto, o comportamento real apresenta descontinuidades sendo que o patamar de cedência gerado é causado pela propagação através do material de estreitas bandas de Lüders onde ocorre deformação plástica. O material está então ou em regime elástico ou em regime elasto-plástico com endurecimento. Tal não é relevante quando as tensões devidas a efeitos de 2ª ordem da encurvadura têm a mesma direção das tensões linear elásticas, mas pode ter implicações para a encurvadura de placas. No caso de encurvadura de placas as tensões de 2ª ordem geradas pela encurvadura incluem tensões de flexão em ambas as direções da placa e tensões de corte. O estado de tensão é então biaxial e as extensões de Lüders ocorrem maioritariamente na direção das tensões de 1ª ordem.

A consequência da modelação do patamar de cedência como contínuo é que a placa perde demasiada rigidez de flexão assim que se instala a cedência devido às tensões de 1ª ordem, do que resultará uma estimativa prematura da ocorrência da encurvadura local. Uma vez que não existem modelos do

comportamento material disponíveis que contabilizem as descontinuidades na cedência do material são necessários alguns artifícios.

Um destes artifícios é desprezar por completo o patamar de cedência como no caso do modelo c), o que ajuda a prever corretamente a resistência, mas ignora alguma da capacidade de deformação. Se a redistribuição de momentos para outras partes da estrutura tem relevância poderá ser necessário adicionar artificialmente alguma capacidade de deformação.

No entanto, não existe ainda um método estabelecido para este efeito. Não há problema caso este problema seja ignorado já que os resultados serão conservativos. A inclinação do patamar de cedência com endurecimento de  $E/100$  é razoável para todas as classes de aço para extensões moderadas, diga-se menores do que 5%.

Na maioria dos casos esta abordagem será suficiente para que se atinja a carga de última quando a instabilidade é a forma de colapso governante. Uma precaução de modo a evitar resultados não-conservativos poderá consistir em estender a aplicação da limitação das extensões sugerida de 5% às extensões de tração. Outra solução passaria por utilizar a curva tensão-extensão real de acordo com a alternativa d) (Tabela 3.11) (Johansson et al, 2007).

Tabela 3.11 – Modelação das propriedades materiais do aço (EN1993-1-5)

Modelo		
com patamar de cedência	<p>a)</p>	<p>b) <math>1 - \tan^{-1}(E/10000)</math> (ou outro valor igualmente pequeno)</p>
	com endurecimento	<p>c)</p>



### 3.4.5. CARGAS

Se a modelação que se pretende efetuar tiver como objetivo simular o comportamento de uma parte da estrutura ou até mesmo a sua totalidade, as cargas usadas deverão ser as de cálculo e devem incluir fatores de carga bem como fatores de combinação das cargas. Este conjunto de cargas é posteriormente amplificado através de um multiplicador de carga  $\alpha$  por passos até a estrutura atingir a rotura. O uso de apenas um multiplicador de carga constitui uma simplificação já que diferentes tipos de carga apresentam diferentes probabilidades de ocorrência para uma gama de valores mais elevados o que levaria à aplicação de multiplicadores de carga distintos. No entanto, não há métodos que resolvam este problema, sendo que o uso de um multiplicador de carga é consistente e representa a forma mais comum de resolver este problema quando se está perante um processo de dimensionamento (Johansson et al, 2007; EN 1993-1-5).

### 3.4.6. CRITÉRIO DOS ESTADOS LIMITES

O critério de estado limite último a adotar será:

- Para estruturas suscetíveis de sofrer instabilidade:  
o valor máximo da curva deslocamento vs carga;
- Há regiões sujeitas a tensões de tração:  
limitar as extensões a 5%. De outro modo, quando o material plastificasse deformar-se-ia indefinidamente.

### 3.4.7. FATORES PARCIAIS

O fator de amplificação da carga  $\alpha_u$  em estado limite último deve ser suficiente para garantir a fiabilidade dos resultados. Este fator é obtido através da combinação de outros dois fatores:

- $\alpha_1$  que cobre as incertezas associadas ao modelo de elementos finitos usado para calcular  $\alpha_{ult,k}$  e  $\alpha_{crit}$ . Deverá ser obtido analisando os resultados de testes (ver Anexo D da EN 1990)
- $\alpha_2$  que cobre a dispersão das cargas e do modelo quando comparado com os resultados experimentais. Deverá ser igualado a  $Y_{M1}$  caso a instabilidade governe e a  $Y_{M2}$  se a fratura for preponderante. Relembre-se que, para obter os valores de  $Y_{M1}$  e  $Y_{M2}$  o Anexo Nacional deverá ser consultado. No entanto, os seguintes valores são recomendados:  $Y_{M1} = 1.00$  e  $Y_{M2} = 1.25$  (EN1993-1-1).

Por último, deverá ser verificada a seguinte condição:  $\alpha_u > \alpha_1 \alpha_2$  (Johansson et al, 2007; EN 1993-1-5).

## 3.5. COMPARAÇÃO/COMENTÁRIO DOS DOIS MÉTODOS DE DIMENSIONAMENTO

Todo este capítulo teve como objetivo a exposição de forma sequencial e organizada da informação presente na literatura referente aos dois métodos de dimensionamento mais comuns para placas metálicas esbeltas. Desta forma, e para concluir, entendeu-se conveniente recolher, uma vez mais da literatura, informação sobre as diferenças nos resultados que provavelmente existem, vantagens e desvantagens na aplicação de cada um dos métodos, lacunas ou inconvenientes, etc.

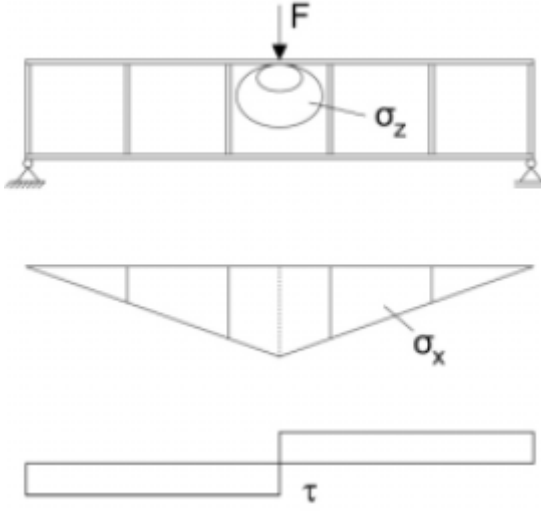
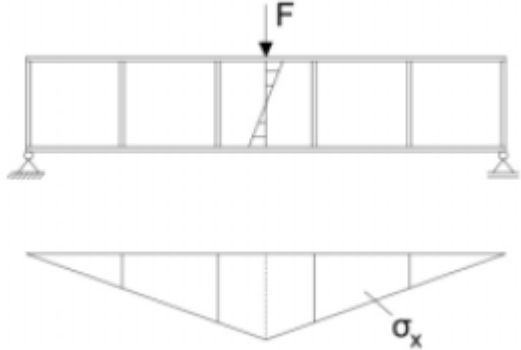
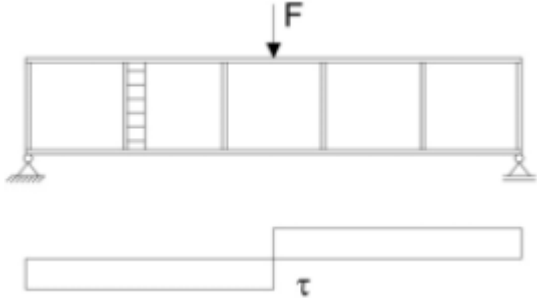
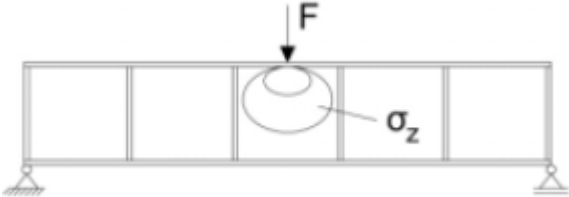
Recorde-se que o método da secção efetiva recorre a uma redução da secção transversal, nomeadamente do elemento que irá instabilizar. Este elemento, durante o seu comportamento pós-crítico apresenta uma

distribuição de tensões na direção longitudinal que não é uniforme, isto é, as tensões nas fibras intermédias serão menores que as tensões nos bordos que estão apoiados pois a zona central apresenta deformações superiores para fora do plano. Assim sendo, não se contabilizará a resistência desta zona central (a resistência não é nula, mas é bastante reduzida) por subtração da mesma. Trabalha-se, então, com larguras efetivas onde a distribuição de tensões na secção efetiva é linear sendo a tensão limite, a tensão de cedência. Por outro lado, o método da tensão reduzida ao invés de reduzir a secção, limita a tensão resistente de toda a secção transversal a uma tensão última inferior à tensão de cedência. Este limite é retirado do elemento mais fraco, isto é, aquele que irá instabilizar primeiro e que, como tal, irá governar a resistência de toda a secção.

Ao utilizar-se o método da secção efetiva, uma verificação para cada tipo de carregamento terá de ser feita enquanto que o método da tensão reduzida, que é baseado no critério de Von Mises, contempla já uma interação de todo o tipo de tensões que possam estar presentes (Tabela 3.11). Algumas das vantagens deste método, são a sua aplicação mais apropriada para situações como secções transversais não uniformes, estados de tensão complexos, diferentes fases construtivas, etc. Contudo, e uma vez que o elemento mais fraco governa o dimensionamento, este método poderá subestimar os esforços resistentes. Para além disso, não contabiliza no seu cálculo qualquer redistribuição de esforços entre os elementos que constituem a secção. É por esta razão que a esbelteza de cada placa deve ser criteriosamente escolhida de forma a que a resistência à encurvadura se aproxime da sua tensão de cedência. Este efeito pode ser alcançado reforçando a placa com nervuras longitudinais o que, no entanto, aumentará os custos de fabrico. Esta situação é recorrente em vigas de alma cheia de grande altura (a partir dos 4m) com almas esbeltas sujeitas à flexão. Quanto ao método da secção efetiva, é bastante eficaz para geometrias correntes já que tem conta não só o comportamento pós-crítico de um painel isolado, mas também a redistribuição de esforços entre os vários elementos que constituem a secção transversal (Beg et al, 2010).

Acredita-se que a norma tenha introduzido o método da tensão reduzida porque o método da secção efetiva não é aplicável à análise do estado de tensão no caso de grandes pontes em caixão construídas por lançamento incremental. É um método mais conservador, em que se considera a secção original e onde a distribuição de tensões é sempre linear (Rueda e Salcedo, 2009)

Tabela 3.12 – Comparação entre o método da tensão reduzida e o método da secção efetiva (Beg et al 2010)

Método da tensão reduzida	Método da secção efetiva
<p data-bbox="379 331 687 365">Campo de tensões global</p> 	<p data-bbox="847 331 1278 365">1 – Tensões normais (longitudinais)</p>  <hr/> <p data-bbox="847 808 1102 842">2 – Tensões de corte</p> 
	<p data-bbox="847 1205 1150 1238">3 – Tensões transversais</p> 
	<p data-bbox="847 1491 1134 1525">4 – Critério de interação</p>

# 4

## RESISTÊNCIA DE PLACAS METÁLICAS SEGUNDO A NORMA EN 1993-1-5

### 4.1. INTRODUÇÃO

Nos capítulos anteriores foi apresentada a revisão da literatura existente relativa a encurvadura de placas bem como o seu enquadramento regulamentar pela EN 1993-1-5. O capítulo anterior terminou com a exposição do trabalho presente na literatura, que foi feito até ao momento relativamente à comparação dos dois métodos de dimensionamento para placas metálicas esbeltas. No presente capítulo, pretende-se proceder à comparação da eficiência dos dois métodos através da determinação da resistência de placas esbeltas para três casos de carga distintos. O primeiro aborda o caso de uma placa sujeita apenas a compressão pura. No segundo caso, a placa é sujeita a flexão pura e, finalmente, o terceiro caso consiste num caso geral, onde compressão e flexão atuam simultaneamente. Tentar-se-á, se possível, contribuir com resultados sob a forma de gráficos, tabelas e expressões com vista a chegar a uma conclusão clara sobre, qual dos dois métodos é mais eficiente na avaliação da capacidade resistente de placas metálicas. Aliás, foi a procura desta resposta que motivou todo este trabalho.

Antes de se começar a desenvolver os três subcapítulos será apresentado um breve resumo de todo o trabalho efetuado à priori e que serviu de base à metodologia encontrada pelo autor.

Relembre-se que os fenómenos que irão ser tratados apenas fazem sentido para secções transversais classificadas como classe 4. A EN 1993-1-5 estabelece os seus limites (Fig. 3.2 e Fig. 3.3) para elementos comprimidos internos ou externos. Irão adotar-se os limites de esbelteza para elementos internos comprimidos (Fig.3.2) pois tem vindo a ser este o caso a abordar. Foi nestas condições que se fez a modelação da placa no Capítulo 2 procedendo-se, posteriormente, a uma análise não linear. Para além disso, já foi referido que, quando todos os bordos se encontram simplesmente apoiados, o comportamento pós-crítico e todos os fenómenos que daí advêm têm maior expressão do que no caso de haver um bordo livre. Assim sendo, para diferentes distribuições de tensões possíveis, os limites de esbelteza ( $c/t$ ) que determinam a classificação de uma secção como classe 4 são os seguintes:

- Para flexão pura:  $c/t > 124\varepsilon$ ;
- Para compressão pura:  $c/t > 42\varepsilon$ ;
- Para flexão composta:  $c/t > \frac{42\varepsilon}{0.67+0.33\psi}$  quando  $\psi > -1$ .

Caso a secção transversal seja classificada como classe 4, as suas capacidades resistentes terão de ser reduzidas através de um coeficiente redutor  $\rho$  tal como é aconselhado na Secção 4.4 da EN 1993-1-5:

O coeficiente redutor  $\rho$  vem em função da esbelteza normalizada  $\bar{\lambda}_p$  e do rácio de tensões  $\psi$  (Tabela 4.1).

Tabela 4.1 – Cálculo do coeficiente redutor para elementos internos comprimidos

$\rho = 1.0$	para $\bar{\lambda}_p \leq 0.5 + \sqrt{0.085 - 0.055\psi}$
$\rho = \frac{\bar{\lambda}_p - 0.055(3 + \psi)}{\bar{\lambda}_p^2}$	para $\bar{\lambda}_p > 0.5 + \sqrt{0.085 - 0.055\psi}$

A esbelteza normalizada é determinada através da seguinte expressão:

$$\bar{\lambda}_p = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr}}} = \frac{\bar{b}/t}{28.4\epsilon\sqrt{k_\sigma}} \quad (4.1)$$

onde

$\bar{b}$  – largura do elemento

$\psi$  – rácio de tensões

$k_\sigma$  – fator de instabilidade

$t$  – espessura da placa

$\sigma_{cr}$  – tensão crítica da placa

De seguida proceder-se-á à caracterização de todos estes parâmetros:

$$\psi = \frac{\sigma_2}{\sigma_1}$$

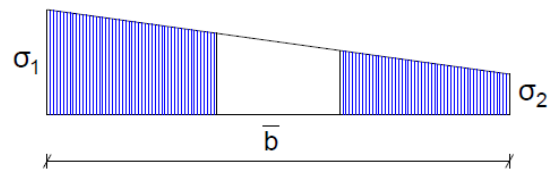


Fig. 4.1 – Caracterização do  $\psi$

A tensão crítica de uma placa,  $\sigma_{cr}$ , que pode ser encontrada no Anexo A.1 da EN 1993-1-5 é dada por:

$$\sigma_{cr,p} = k_\sigma \sigma_E = k_\sigma \frac{\pi^2 E}{12(1 - \nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 = k_\sigma * 190000 \left(\frac{t}{b}\right)^2 [MPa] \quad (4.2)$$

O fator de instabilidade,  $k_\sigma$ , que pode ser encontrado na Tabela 4.1 da EN 1993-1-5 e resumido da seguinte forma:

$$k_{\sigma} = \begin{cases} 8.2/(1.05 + \psi), & 1 \geq \psi \geq 0 \text{ (} k_{\sigma} = 4 \text{ para } \psi = 1 \text{ e } k_{\sigma} = 7.81 \text{ para } \psi = 0 \text{)} \\ 7.81 - 6.29\psi + 9.78\psi^2, & 0 > \psi \geq -1 \text{ (} k_{\sigma} = 23.9 \text{ para } \psi = -1 \text{)} \\ 5.98 * (1 - \psi)^2, & -1 > \psi \geq -3 \end{cases} \quad (4.3)$$

Definidos todos os parâmetros, ficam reunidas todas as condições para determinar o coeficiente de redução  $\rho$ . Apesar de ser o mesmo para ambos os métodos, este coeficiente de redução apresenta diferentes abordagens consoante o método a usar.

Para o método da secção efetiva negligenciar-se-á a parte da zona comprimida do elemento que terá sofrido instabilidade local através de:

$$A_{c,eff} = \rho A_c \quad (4.4)$$

A norma EN 1993-1-5 obriga a verificar a existência de interação de instabilidade entre placa e coluna (Fig. 4.2):

$$\rho_c = (\rho_x - \chi_c)\xi(2 - \xi) + \chi_c \quad (4.5)$$

Caso seja necessário contabilizar esta interação, o coeficiente redutor  $\rho$  toma valores mais baixos o que significa que a redução da capacidade resistente da secção será maior. No entanto, como o fenómeno que se está a analisar ocorre em placas esbeltas onde  $a/b > 1$ , esta interação nunca estará presente. A sua justificação é apresentada de seguida:

$$\xi = \frac{\sigma_{cr,p}}{\sigma_{cr,c}} - 1 \text{ sendo que } 0 \leq \xi \leq 1$$

Como  $\sigma_{cr,p} \gg \sigma_{cr,c} \Rightarrow \xi \gg 1$ . Então  $\xi$  toma sempre o valor de 1 o que levará a:

$$\rho_c = \rho_x - \chi_c + \chi_c = \rho_x \Rightarrow \rho_c = \rho_x$$

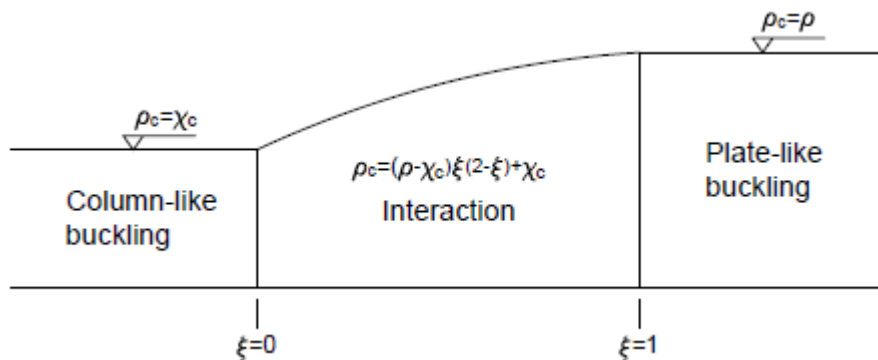


Fig. 4.2 – Interpolação entre o comportamento à encurvadura de placa-coluna (Beg et al, 2010)

Quanto ao método da tensão reduzida, é adotada uma tensão limite teórica igual à tensão crítica da placa mais esbelta.

$$\frac{1}{\alpha_{ult,k}^2} = \left(\frac{\sigma_{x,Ed}}{f_y}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{z,Ed}}{f_y}\right)^2 - \left(\frac{\sigma_{x,Ed}}{f_y}\right)\left(\frac{\sigma_{z,Ed}}{f_y}\right) + 3\left(\frac{\tau_{Ed}}{f_y}\right)^2 \quad (4.6)$$

No exemplo que se tem vindo a trabalhar apenas as tensões longitudinais foram abordadas sendo o caso mais corrente. Assim sendo, a equação 4.6 pode ser simplificada da seguinte forma:

$$\frac{1}{\alpha_{ult,k}^2} = \left( \frac{\sigma_{x,Ed}}{f_y} \right)^2 \Leftrightarrow \alpha_{ult,k} = \frac{f_y}{\sigma_{x,Ed}} \quad (4.7)$$

A esbelteza normalizada é dada por:

$$\bar{\lambda}_p = \sqrt{\frac{\alpha_{ult,k}}{\alpha_{cr}}} \quad (4.8)$$

Desenvolvendo-a:

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_{ult,k} = \frac{f_y}{\sigma_{x,Ed}} \\ \alpha_{cr} = \frac{\sigma_{cr}}{\sigma_{x,Ed}} \end{array} \right. \Rightarrow \bar{\lambda}_p = \sqrt{\frac{\alpha_{ult,k}}{\alpha_{cr}}} = \sqrt{\frac{f_y/\sigma_{x,Ed}}{\sigma_{cr}/\sigma_{x,Ed}}} = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr}}} \quad (4.9)$$

Ou seja, apesar de a esbelteza normalizada ser apresentada de duas maneiras diferentes consoante o método que se está a aplicar, verificou-se que, após serem trabalhadas, as expressões são equivalentes.

Quanto à interação de instabilidade entre placa e coluna, a conclusão é semelhante à do método da secção efetiva, ou seja, não há interação sendo  $\rho_c = \rho$ .

Pelo que foi exposto, conclui-se que os métodos partem dos mesmos pressupostos, ainda que nada se pode concluir sobre os resultados. O coeficiente redutor  $\rho$  é calculado através das mesmas expressões (EN 1993-1-5 secção 4.4), a esbelteza normalizada chegou-se à conclusão que é igual para ambos os métodos. Apesar destas semelhanças, os resultados obtidos irão ser diferentes e a resposta poderá ser encontrada escrutinando os fundamentos do método da secção efetiva. Foi precisamente este o trabalho que foi feito e que será apresentado nos subcapítulos seguintes.

#### 4.2. COMPRESSÃO PURA ( $\psi = 1$ )

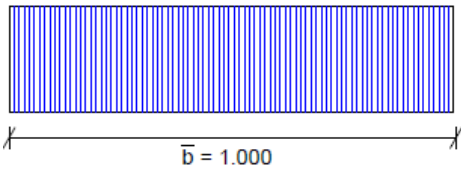
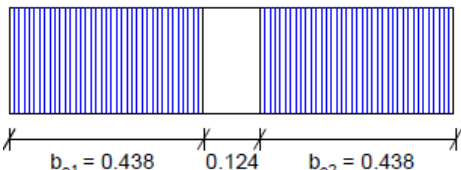
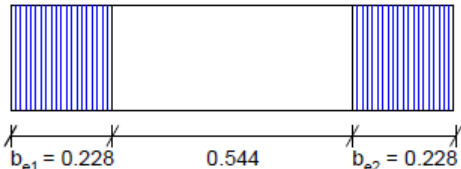
Recordando que o método da secção efetiva reduz a capacidade resistente de um elemento subtraindo uma parte da sua secção e que o método da tensão reduzida reduz a tensão última de toda a secção:

$$\bar{\lambda}_p \Rightarrow \rho \Rightarrow A_{eff} = \rho A$$

$$A_{eff} f_y = A \sigma_u \Leftrightarrow \rho A f_y = A \sigma_u \Leftrightarrow \rho = \frac{\sigma_u}{f_y}$$

A conclusão mais importante a retirar deste raciocínio é que a  $A_{eff}$  varia linearmente com o coeficiente de redução  $\rho$  (tabela 4.2). Assim sendo, se ambos os métodos dependem linearmente do mesmo coeficiente de redução facilmente se conclui que se irão obter os mesmos resultados independentemente do método que se use.

Tabela 4.2 – Evolução da redução produzida na secção com o aumento da esbelteza para compressão pura

$A_{eff} = \rho A$	
$\bar{\lambda}_p = 0.584$  <p style="text-align: center;"><math>\bar{b} = 1.000</math></p>	$A_{eff} = 1.0A$ $(\rho = 1.0)$
$\bar{\lambda}_p = 0.843$  <p style="text-align: center;"><math>b_{e1} = 0.438</math>    <math>0.124</math>    <math>b_{e2} = 0.438</math></p>	$A_{eff} = 2 * 0.438A$ $(\rho = 0.876)$
$\bar{\lambda}_p = 1.946$  <p style="text-align: center;"><math>b_{e1} = 0.228</math>    <math>0.544</math>    <math>b_{e2} = 0.228</math></p>	$A_{eff} = 2 * 0.228A$ $(\rho = 0.456)$

Outra forma de visualizar este raciocínio é sob a forma de gráfico (Fig. 4.3). A curva  $\rho$  representa o comportamento de uma placa quando se utiliza o método da tensão reduzida enquanto que a curva  $\rho'$



representa o rácio entre a área efetiva e a área bruta de modo a caracterizar um fator de redução de resistência equivalente para o método da secção efetiva. Como se pode observar, as duas curvas são coincidentes o que significa que, quando uma placa esbelta isolada é sujeita a compressão pura ao longo dos bordos de menor dimensão, a evolução do coeficiente de redução  $\rho$  é independente do método de dimensionamento. Esta conclusão interessante pode ser encontrada na literatura tal como já foi referenciado no início do presente capítulo (Beg et al, 2010).

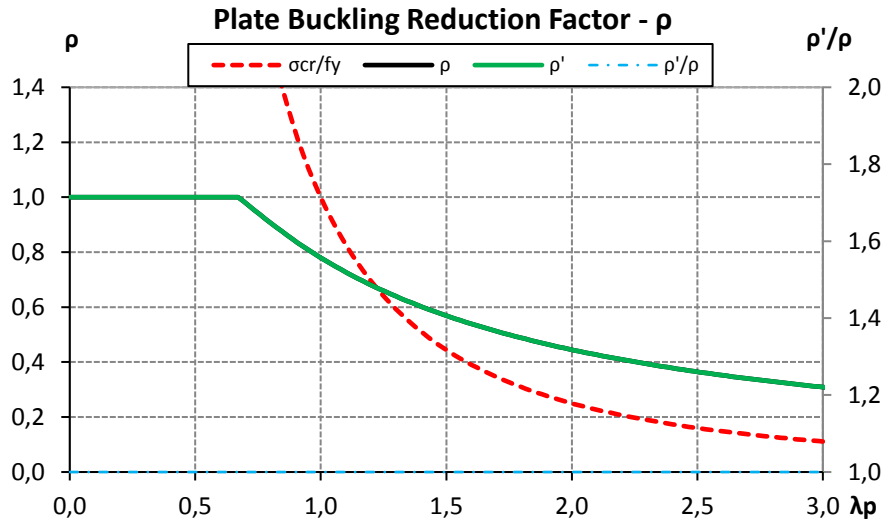


Fig. 4.3 – Evolução dos coeficientes de redução para ambos os métodos

### 4.3. FLEXÃO PURA ( $\psi = -1$ )

$$\bar{\lambda}_p \Rightarrow \rho \Rightarrow A_{eff} = \rho A$$

$$W_{eff} f_y = W \sigma_u \Leftrightarrow \rho W f_y = W \sigma_u \Leftrightarrow \rho = \frac{\sigma_u}{f_y}$$

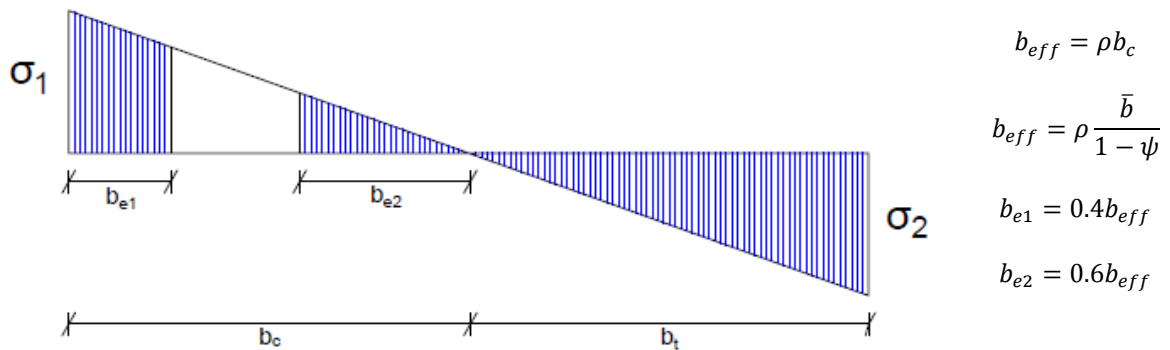


Fig. 4.4 – Definição da geometria após aplicação do coeficiente redutor para o caso de flexão pura

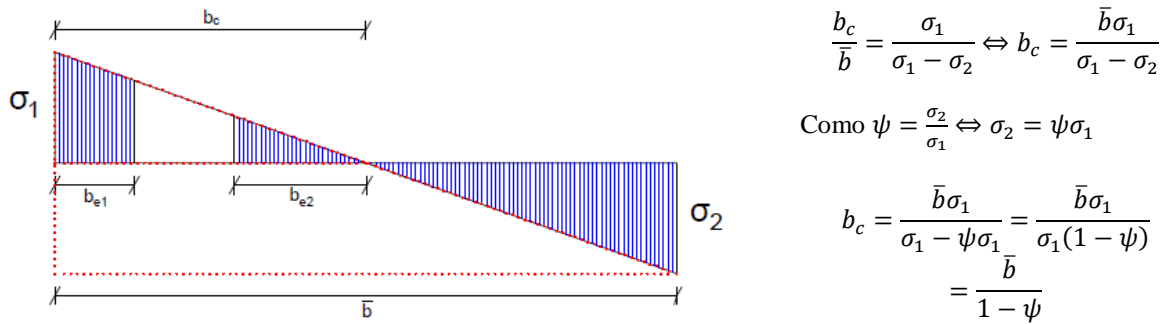


Fig. 4.5 – Uso da semelhança de triângulos para determinar o valor de  $b_c$

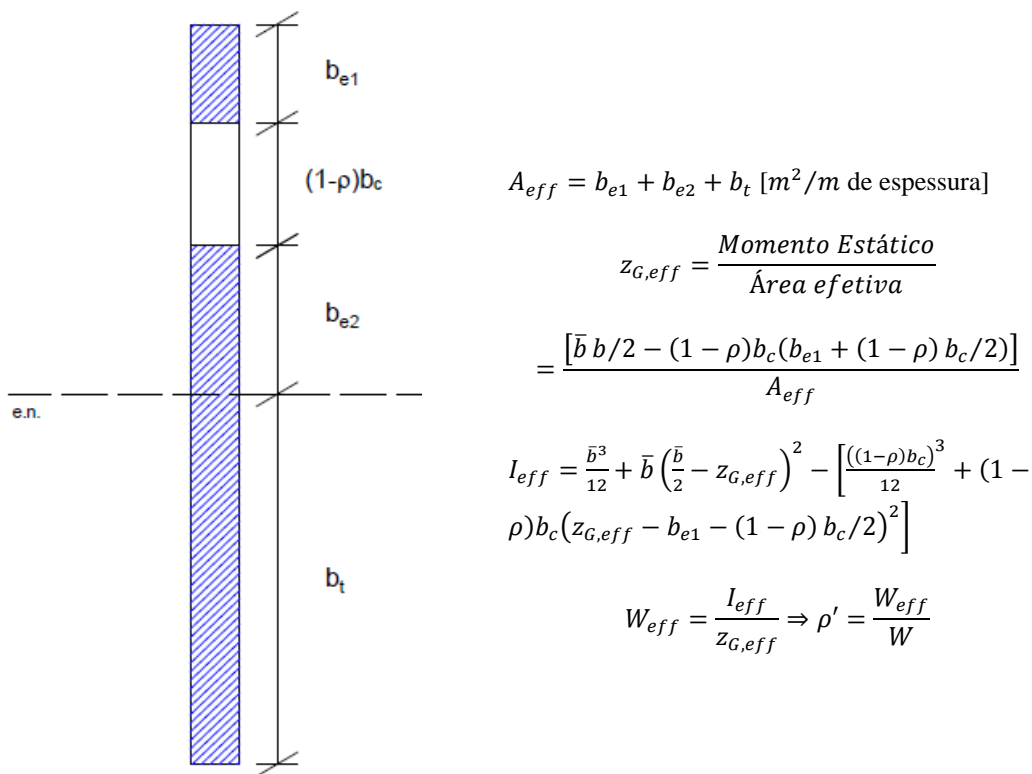


Fig. 4.6 – Procedimento usado para determinar o coeficiente reductor do método da secção efetiva

Quando uma placa esbelta é isolada e sujeita a flexão pura constata-se que o rácio entre o módulo de flexão efetivo e o módulo de flexão da secção bruta obtido pelo método da secção efetiva e o coeficiente de redução  $\rho$  já não são diretamente proporcionais (Fig. 4.6). Assim, quando uma placa é sujeita a flexão, os resultados que ambos os métodos fornecem, começam a divergir. Ou seja, no método da tensão reduzida, o coeficiente de redução  $\rho$  continua a ser diretamente proporcional utilizando as equações da Secção 4. Para o método da secção efetiva, o coeficiente de redução da resistência equivalente,  $\rho'$ , (decidiu-se considerar uma notação diferente) é dado pela expressão  $W_{eff}/W$ .

Para ilustrar este raciocínio (Fig. 4.4 e 4.6) avaliou-se a evolução de ambos os coeficientes de redução com o aumento da esbelteza da placa que pode ser observada no gráfico da Fig. 4.7. Os resultados

obtidos mostram que, para o caso de flexão pura, e para uma esbelteza normalizada de 3.0, a redução de resistência, caso seja utilizado o método da tensão reduzida, é cerca de 28% superior quando comparado com o método da secção efetiva.

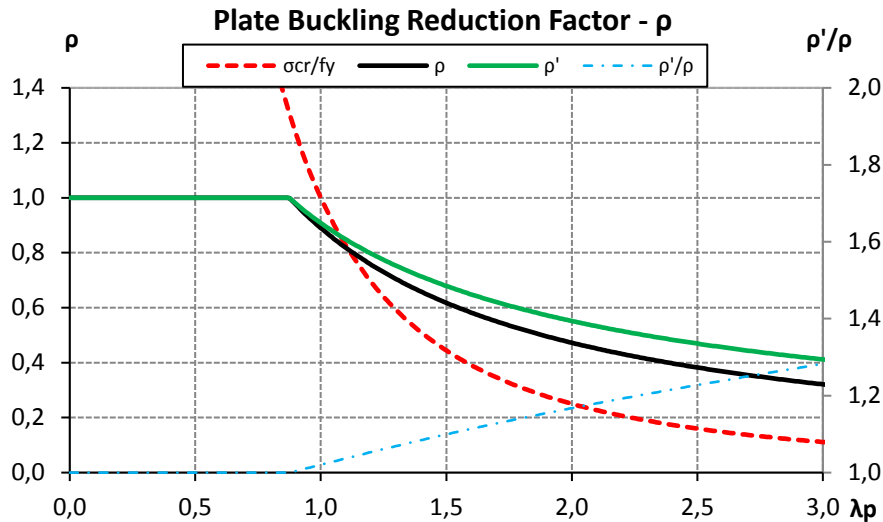


Fig. 4.7 – Evolução dos coeficientes de redução para ambos os métodos

#### 4.4. FLEXÃO COMPOSTA ( $-3 < \psi < 1$ )

Para o caso geral como o da flexão composta, a obtenção de resultados é a mais complexa. O raciocínio adotado foi que qualquer distribuição linear de tensões pode ser obtida por combinação linear de um esforço de compressão puro com um esforço de flexão puro (Fig. 4.8).

$$\begin{cases} \sigma_1 \\ \sigma_2 = \psi\sigma_1 \end{cases} \Rightarrow \sigma_N = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2}; \sigma_M = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}$$

Os parâmetros resistentes da placa devem ser tratados em termos de rácios de utilização:

- Rácio de utilização para a secção bruta:  $\frac{E_d}{R_d} = \frac{\sigma_N}{f_y} + \frac{\sigma_M}{f_y} \leq 1$ ;
- Rácio de utilização para a secção efetiva:  $\left(\frac{E_d}{R_d}\right)_{eff} = \frac{\sigma_N \cdot A}{f_y \cdot A_{eff}} + \frac{\sigma_M \cdot W}{f_y \cdot W_{eff}} \leq 1$ .

Desta forma o coeficiente de redução equivalente para o método da secção efetiva,  $\rho'$ , é definido como:

$$\rho' = \left(\frac{E_d}{R_d}\right)_{eff} / \left(\frac{E_d}{R_d}\right)$$

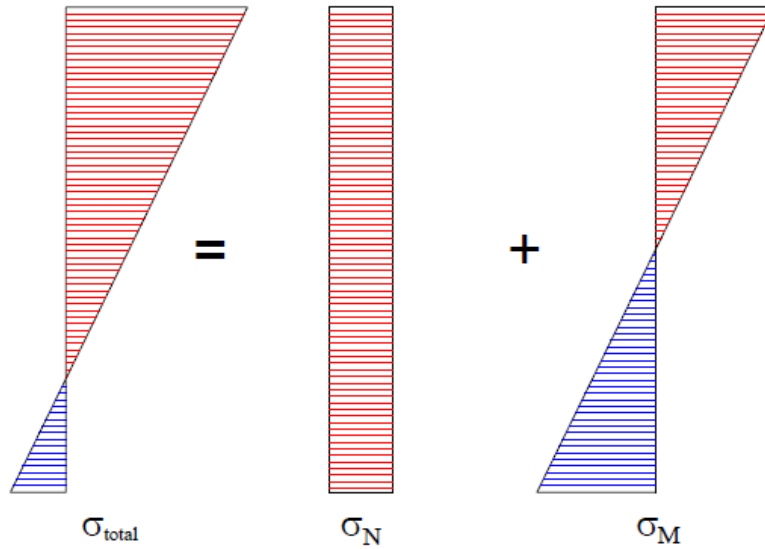


Fig. 4.8 – Decomposição do caso Flexão Composta

Foi com esta abordagem, através dos rácios de utilização, que se tornou possível relacionar e obter resultados comparativos de ambos os métodos para o caso geral em que, a compressão e a flexão, atuam em simultâneo. Analogamente aos dois casos anteriores, foi analisada a evolução dos coeficientes de redução de resistência com a esbelteza da placa de modo a obter gráficos que ilustrem as diferenças nas reduções feitas em ambos os métodos. Escolheu-se o gráfico correspondente a um valor  $\psi = -0.2$  onde a diferença de resultados é expressiva (Fig. 4.9). Note-se que, a curva  $\rho'/\rho$ , exprime a razão entre os coeficientes de redução obtidos pelos dois métodos.

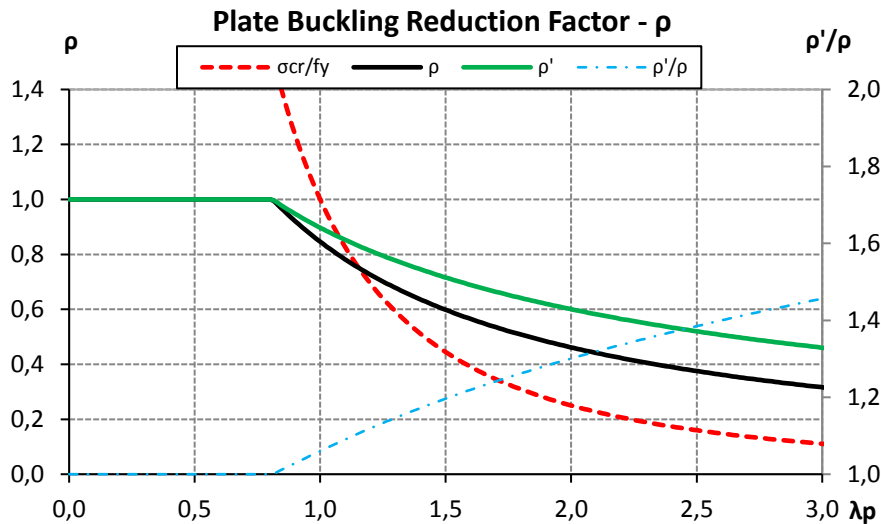


Fig. 4.9 – Evolução dos coeficientes de redução para ambos os métodos e para um  $\psi = -0.2$

Desta forma, continua-se a verificar que a aplicação do método da secção efetiva resulta em reduções menores quando comparado com o método da tensão reduzida sendo que esta diferença, que pode ser

visualizada na curva  $\rho'/\rho$ , é crescente com o aumento da esbelteza da placa em causa (Fig. 4.9). No entanto, com esta abordagem, seriam necessários inúmeros gráficos para analisar todas as distribuições lineares de tensões possíveis caracterizadas pelo rácio  $\psi$ . Por esta razão construíram-se duas tabelas (Tabelas 4.3 e 4.4) de forma a alargar a comparação da redução produzida para ambos os métodos.

Como seria de esperar, a redução feita para o caso de compressão pura é máxima pois corresponde ao caso mais gravoso onde todo o elemento está sujeito a tensões de compressão. Para além disso, constata-se que, para  $-1 \leq \psi \leq 0$ , a divergência entre os resultados dos dois métodos é mais pronunciada. Será nesta gama que se encontrarão as maiores diferenças e onde o método da secção efetiva se mostra mais eficiente.

Por último, há que referir que, apesar de a diferença dos resultados entre os dois métodos ainda ser considerável para  $-2 \leq \psi \leq -3$ , não se irá dar demasiada relevância já que correspondem a esbeltezas muito elevadas que dificilmente são usadas na prática e, para além disso, a profundidade do eixo será tal que a zona comprimida será muito reduzida. Como forma de corroborar esta ideia atente-se no seguinte exemplo retirado da Tabela 4.3. Para uma esbelteza normalizada  $\bar{\lambda}_p = 3.0$  e um valor  $\psi = -3$  a largura efetiva do elemento na parte comprimida é de apenas 0.083m (note-se que, nesta abordagem criada para comparar ambos os métodos, se considerou uma largura total  $\bar{b} = 1.0m$ ). É por esta razão que a atenção deverá cingir-se aos casos em que elemento é sujeito a compressão pura até ao caso da flexão pura, ou seja,  $-1 \leq \psi \leq 1$ . Ainda numa tentativa de clarificação apresenta-se um gráfico que procura ilustrar a dispersão dos resultados para esbeltezas elevadas, superiores a 3.0 (Fig. 4.10).

Tabela 4.3 – Evolução dos parâmetros de redução de ambos os métodos para uma  $\bar{\lambda}_p = 2.0$

$\psi$	1	0	-0,5	-1	-2	-3
$k_\sigma$	4.0	7,8	13,4	23,9	53,8	95,7
$b_{e1}$	0.223	0,184	0,124	0,095	0,065	0,050
$(1-\rho)b_c$	0.555	0.541	0.356	0.264	0.171	0.125
$b_{e2}$	0.223	0.275	0.186	0.142	0.097	0.075
$b_{eff}$	0.445	0.459	0.310	0.236	0.162	0.125
$\rho$	0,445	0,459	0,466	0,473	0,486	0,500
$\rho'$	0,445	0,564	0,587	0,552	0,533	0,539
<b><math>\rho'/\rho</math></b>	<b>1,000</b>	<b>1,230</b>	<b>1,260</b>	<b>1,170</b>	<b>1,100</b>	<b>1,080</b>

Tabela 4.4 – Evolução dos parâmetros de redução de ambos os métodos para uma  $\bar{\lambda}_p = 3.0$

$\psi$	1	0	-0,5	-1	-2	-3
$k_\sigma$	4,0	7,8	13,4	23,9	53,8	95,7
$b_{e1}$	0,154	0,126	0,085	0,064	0,044	0,033
$(1-\rho)b_c$	0.691	0.685	0.455	0.339	0.224	0.167
$b_{e2}$	0.154	0.189	0.127	0.096	0.065	0.050
$b_{eff}$	0.309	0.315	0.212	0.161	0.109	0.083
$\rho$	0,309	0,315	0,318	0,321	0,327	0,333
$\rho'$	0,309	0,407	0,447	0,412	0,405	0,419
$\rho'/\rho$	<b>1,000</b>	<b>1,290</b>	<b>1,400</b>	<b>1,280</b>	<b>1,240</b>	<b>1,260</b>

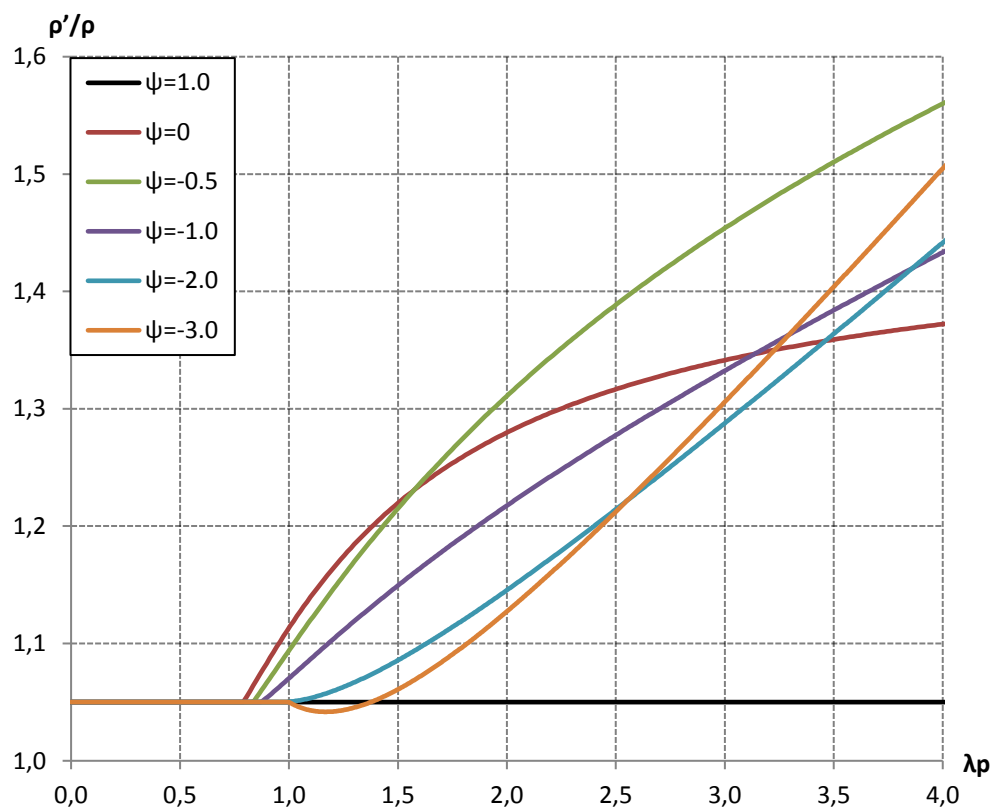


Fig. 4.10 – Evolução da eficiência relativa entre os dois métodos para diferentes rácios de tensão

#### 4.5. METODOLOGIA DAS CURVAS DE INTERAÇÃO

Os resultados expostos até ao momento sustentam a maior eficiência do método da secção efetiva. No entanto, estes resultados avaliaram a eficiência relativa dos dois métodos apenas para uma gama discreta de distribuição de tensões caracterizada pelo rácio de tensões  $\psi$ . Com o intuito de estender as conclusões a toda a gama possível de distribuições de tensões decorrentes de uma solicitação em flexão composta para uma dada esbelteza adimensional  $\bar{\lambda}_p$ , introduziu-se o conceito de curvas de interação de forma a

comparar ambos os métodos. Antes de se apresentarem os resultados obtidos proceder-se-á à exposição do raciocínio que levou à obtenção das curvas de interação.

$$\bar{\lambda}_p = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr}}} \Leftrightarrow \bar{\lambda}_p^2 = \frac{f_y}{\sigma_{cr}} \Leftrightarrow \sigma_{cr} = \frac{f_y}{\bar{\lambda}_p^2} \quad (4.10)$$

$$\sigma_{cr} = k_\sigma \sigma_E \Leftrightarrow \sigma_{cr} = 190000 k_\sigma \left(\frac{t}{b}\right)^2 = 190000 k_\sigma \frac{1}{(b/t)^2} \Leftrightarrow \left(\frac{b}{t}\right)^2 = \frac{190000 k_\sigma}{\sigma_{cr}} \quad (4.11)$$

Combinando as equações 4.10 e 4.11 obtém-se:

$$\left(\frac{b}{t}\right)^2 = \frac{190000 k_\sigma}{f_y / \bar{\lambda}_p^2} \Leftrightarrow \frac{b}{t} = \bar{\lambda}_p \sqrt{\frac{190000 k_\sigma}{f_y}} \quad (4.12)$$

Para além disso, sabe-se que para a seguinte distribuição de tensões:

$$-1 \leq \psi \leq 1 \Rightarrow \begin{cases} \sigma_1 = f_y = 355 \text{MPa} \\ \sigma_2 = \psi f_y \end{cases}$$

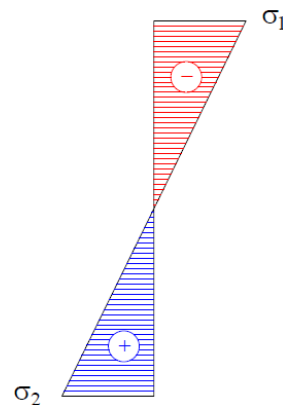


Fig. 4.11 – Definição de  $\sigma_1$  e  $\sigma_2$

Qualquer distribuição linear de tensões pode ser decomposta numa combinação de compressão pura somada de uma distribuição característica de flexão pura:

$$\begin{cases} \sigma_N = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \\ \sigma_M = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N_{Rd,eff} = \sigma_N A_{eff} \\ M_{Rd,eff} = \sigma_M W_{eff} \end{cases} \quad (4.13)$$

De forma a normalizar as resistências efetivas, os valores acima (eq. 4.13) foram divididos pela resistência elástica da própria placa:

$$\begin{cases} N_{el,Rd} = A f_y \Rightarrow N_{Rd,eff} / N_{el,Rd} = \sigma_N A_{eff} / (A f_y) \\ M_{el,Rd} = W_{el} f_y \Rightarrow M_{Rd,eff} / M_{el,Rd} = \sigma_M W_{eff} / (W_{el} f_y) \end{cases}$$

Foi este o racioc nio que serviu de base para a elabora o das curvas de intera o cujo objetivo principal continua a ser a compara o da efici ncia de ambos os m todos, mas de outra perspetiva, de uma forma mais geral tal como ir  ser demonstrado de seguida.

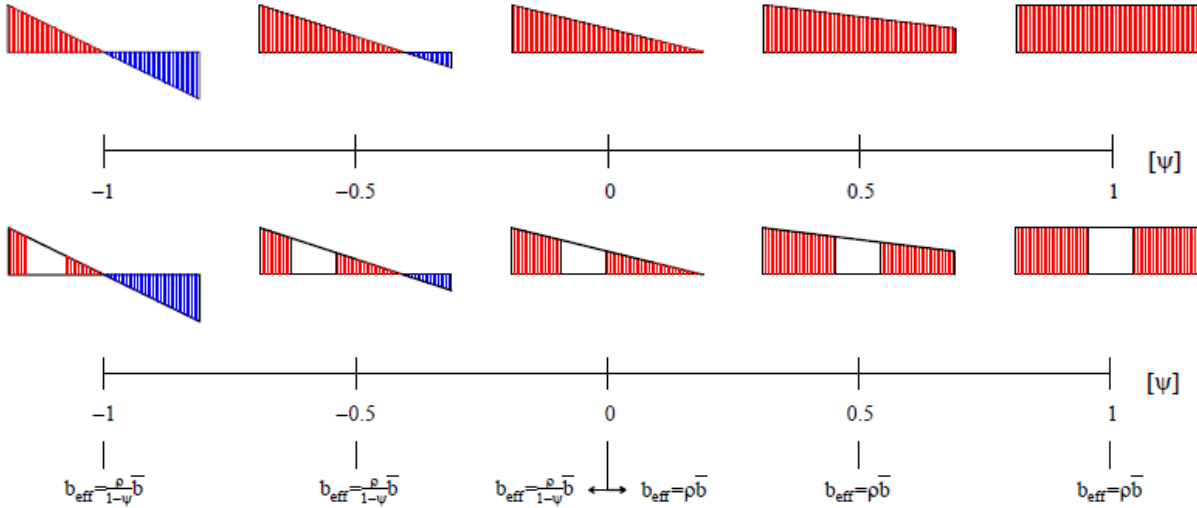


Fig. 4.12 – Representa o gr fica da evolu o do  $\psi$  e da respetiva evolu o da largura efetiva

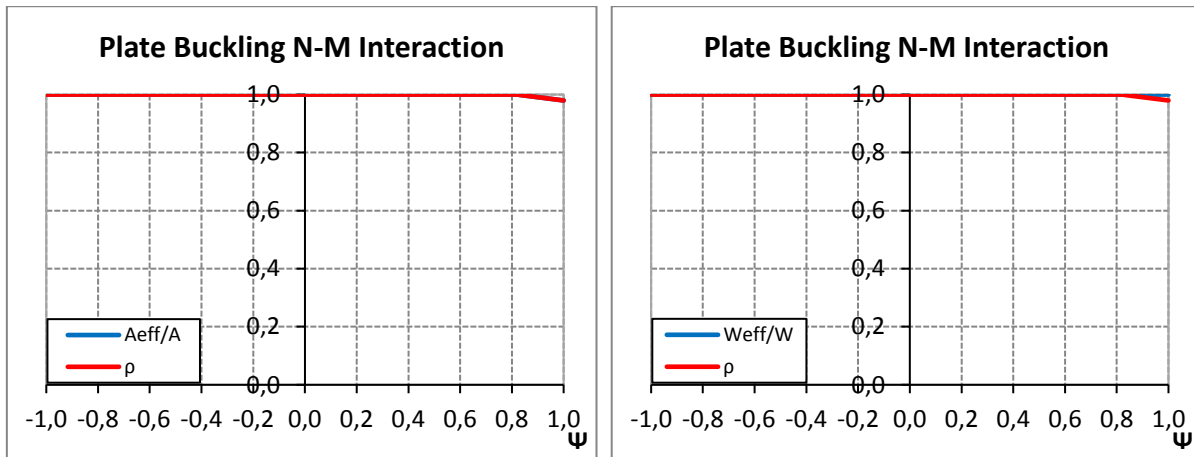


Fig. 4.13 – Evolu o dos par metros  $A_{eff}/A$  e  $W_{eff}/W$  para  $\bar{\lambda}_p = 0.7$



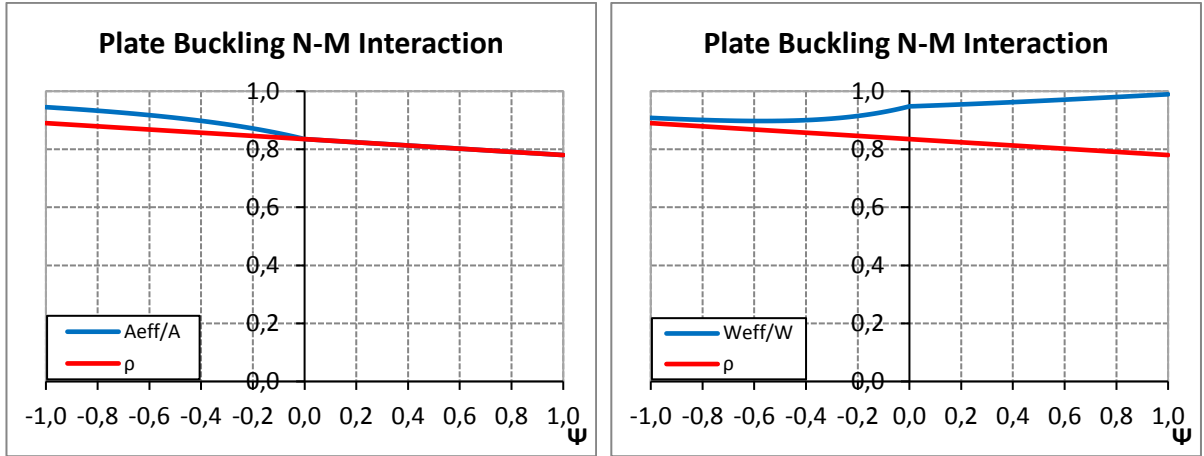


Fig. 4.14 – Evolução dos parâmetros  $A_{eff}/A$  e  $W_{eff}/W$  para  $\bar{\lambda}_p = 1.0$

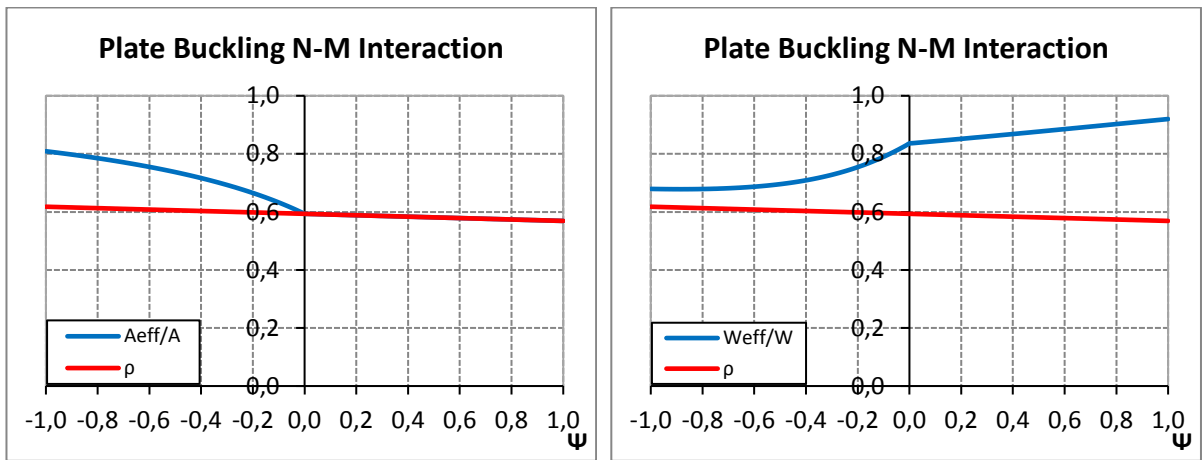


Fig. 4.15 – Evolução dos parâmetros  $A_{eff}/A$  e  $W_{eff}/W$  para  $\bar{\lambda}_p = 1.5$

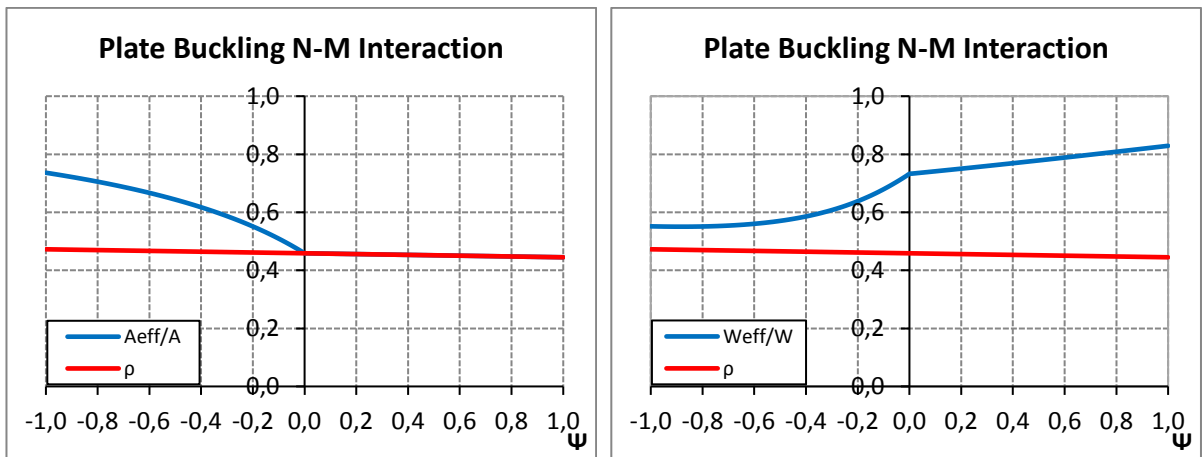


Fig. 4.16 – Evolução dos parâmetros  $A_{eff}/A$  e  $W_{eff}/W$  para  $\bar{\lambda}_p = 2.0$

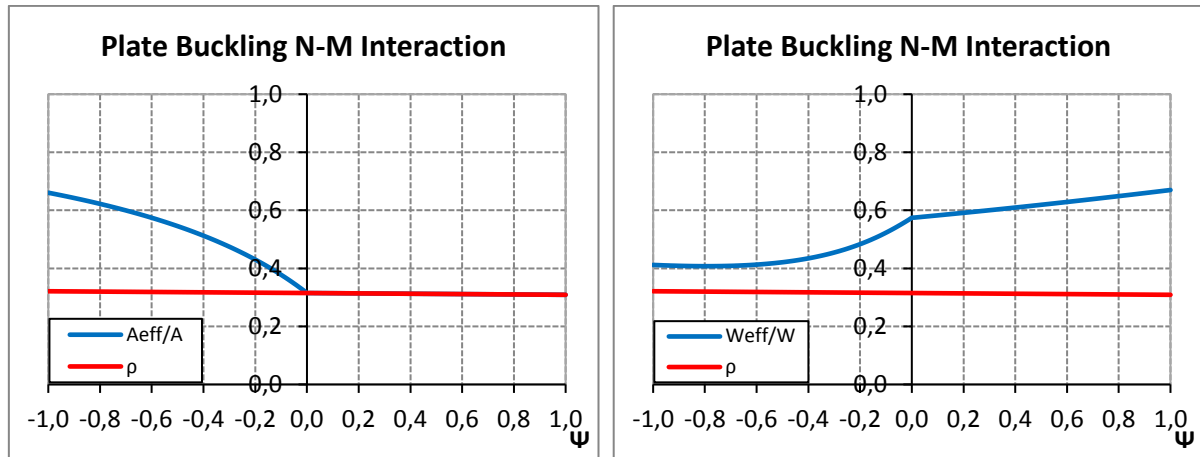


Fig. 4.17 – Evolução dos parâmetros  $A_{eff}/A$  e  $W_{eff}/W$  para  $\bar{\lambda}_p = 3.0$

Tabela 4.5 – Valores representativos da evolução de ambos os métodos para esbeltezas crescentes

$\bar{\lambda}_p$	$\psi$	$\bar{\lambda}_p$ (classe 3)	$\rho$	$b_{e1}$	$(1 - \rho)b_c$	$b_{e2}$	$b_t$
0.70	-1	0.87	1.000	0.200	0.000	0.300	0.500
	-0.5	0.84	1.000	0.267	0.000	0.400	0.333
	0	0.79	1.000	0.400	0.000	0.600	0.000
	0.5	0.74	1.000	0.444	0.000	0.556	0.000
	1.0	0.67	0.980	0.490	0.020	0.490	0.000
1.00	-1	0.87	0.890	0.178	0.055	0.267	0.500
	-0.5	0.84	0.863	0.230	0.092	0.345	0.333
	0	0.79	0.835	0.334	0.165	0.501	0.000
	0.5	0.74	0.808	0.359	0.193	0.449	0.000
	1.0	0.67	0.780	0.390	0.220	0.390	0.000
1.50	-1	0.87	0.618	0.124	0.191	0.185	0.500
	-0.5	0.84	0.606	0.161	0.263	0.242	0.333
	0	0.79	0.593	0.237	0.407	0.356	0.000
	0.5	0.74	0.581	0.258	0.419	0.323	0.000
	1.0	0.67	0.569	0.284	0.431	0.284	0.000
2.00	-1	0.87	0.473	0.095	0.264	0.142	0.500
	-0.5	0.84	0.466	0.124	0.356	0.186	0.333
	0	0.79	0.459	0.184	0.541	0.275	0.000
	0.5	0.74	0.452	0.201	0.548	0.251	0.000
	1.0	0.67	0.445	0.223	0.555	0.223	0.000
3.00	-1	0.87	0.321	0.064	0.339	0.096	0.500
	-0.5	0.84	0.318	0.085	0.455	0.127	0.333
	0	0.79	0.315	0.126	0.685	0.189	0.000
	0.5	0.74	0.312	0.139	0.688	0.173	0.000
	1.0	0.67	0.309	0.154	0.691	0.154	0.000

Analisando apenas os gráficos referentes à evolução do parâmetro  $A_{eff}/A$ :

- Para  $\psi \geq 0$ ,  $A_{eff}/A$  é equivalente a  $\rho$  porque a relação entre a redução que é feita pelo método da secção efetiva e o coeficiente reductor é diretamente proporcional,  $b_{eff} = \rho \bar{b}$ .

Nota:  $\frac{b_{eff}}{\bar{b}} = \frac{A_{eff}}{A}$

Relembrando que o coeficiente redutor, para o método da tensão reduzida, também é caracterizado pelo parâmetro  $\rho$  (calculado de acordo com a Secção 4), conclui-se que o valor de  $N_{Rd}$  é igual para ambos os métodos (apenas para  $\psi \geq 0$ );

- Para  $\psi < 0$ ,  $A_{eff}/A$  afasta-se da curva  $\rho$  à medida que a esbelteza normalizada aumenta. Este comportamento é explicado pelo fim da proporcionalidade direta entre a redução feita pelo método da secção efetiva ( $A_{eff}/A$ ) e a redução feita pelo próprio coeficiente redutor ( $\rho$ ) usado no método da tensão reduzida. A relação passou a ser:  $b_{eff} = \frac{\rho}{1-\psi} \bar{b}$ . Assim sendo, conclui-se que ao aplicar-se o método da secção efetiva, o valor de  $N_{Rd}$  obtido será superior já que a redução que é feita à secção é menor do que quando se aplica o método da tensão reduzida ( $\rho$ ) (Fig. 4.18 a 4.22).

Analisando apenas os gráficos referentes à evolução do parâmetro  $W_{eff}/W$ :

- Qualquer que seja a distribuição de tensões  $\psi$ , o método da secção efetiva resultará em reduções menores (coeficiente redutor =  $W_{eff}/W$ ) quando comparado com o método da tensão reduzida (coeficiente redutor =  $\rho$ ). Se a redução produzida na secção é menor, usando o método da secção efetiva, significa que, este conduzirá sempre a maiores resistências quando comparado com o método da tensão reduzida (Fig. 4.18 a 4.22).

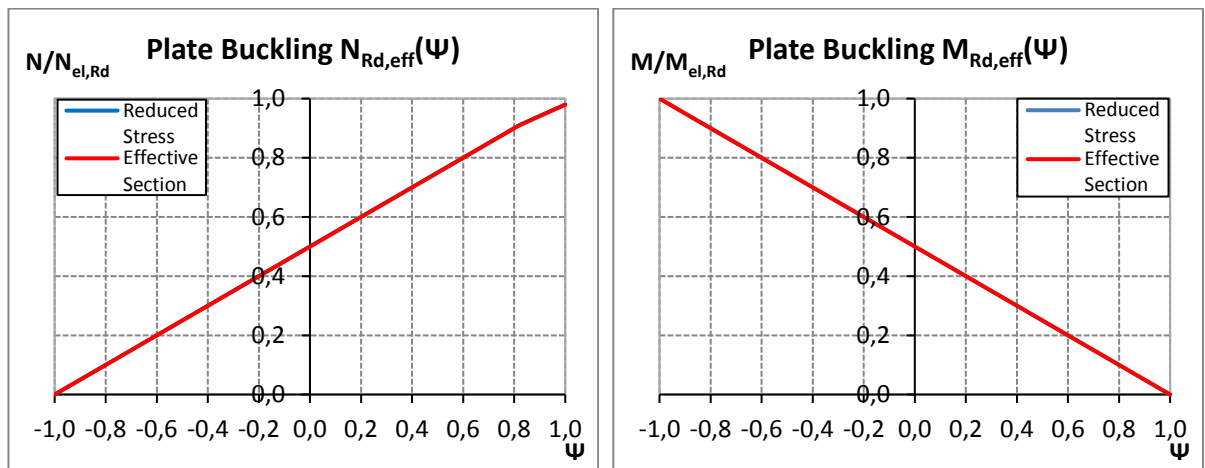


Fig. 4.18 – Evolução dos parâmetros resistentes  $N_{Rd,eff}/N_{el,Rd}$  e  $M_{Rd,eff}/M_{el,Rd}$  para  $\bar{\lambda}_p = 0.7$

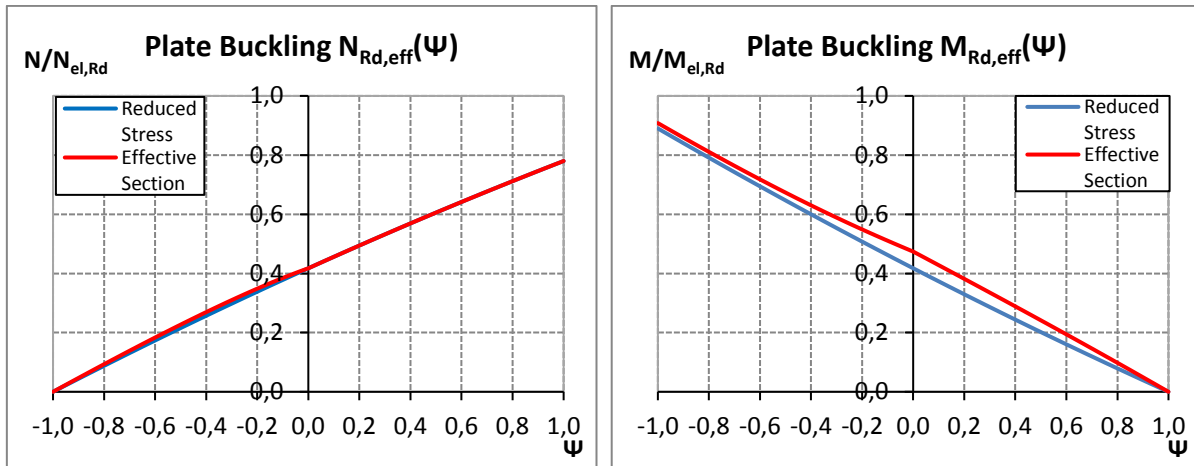


Fig. 4.19 – Evolu o dos par metros resistentes  $N_{Rd,eff}/N_{el,Rd}$  e  $M_{Rd,eff}/M_{el,Rd}$  para  $\bar{\lambda}_p = 1,0$

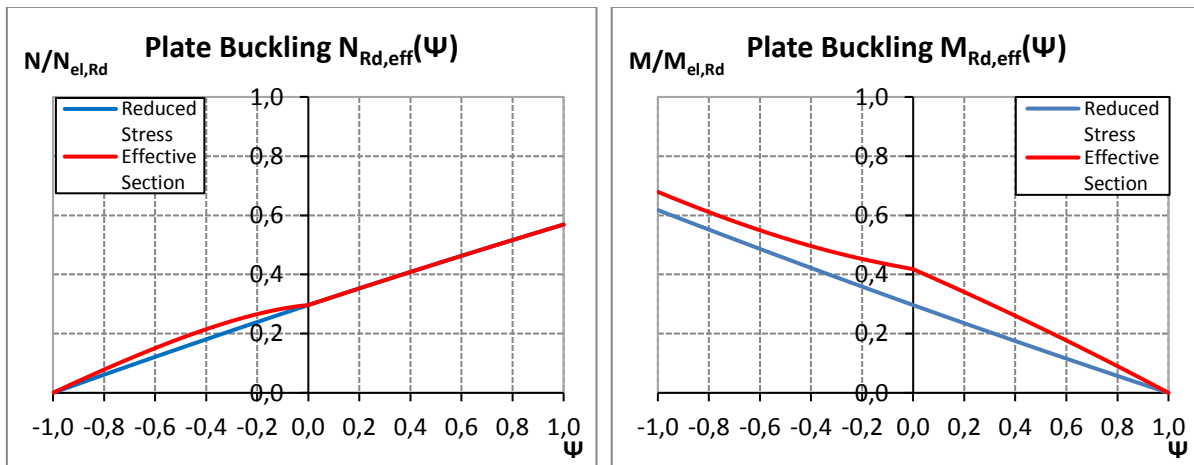


Fig. 4.20 – Evolu o dos par metros resistentes  $N_{Rd,eff}/N_{el,Rd}$  e  $M_{Rd,eff}/M_{el,Rd}$  para  $\bar{\lambda}_p = 1,5$

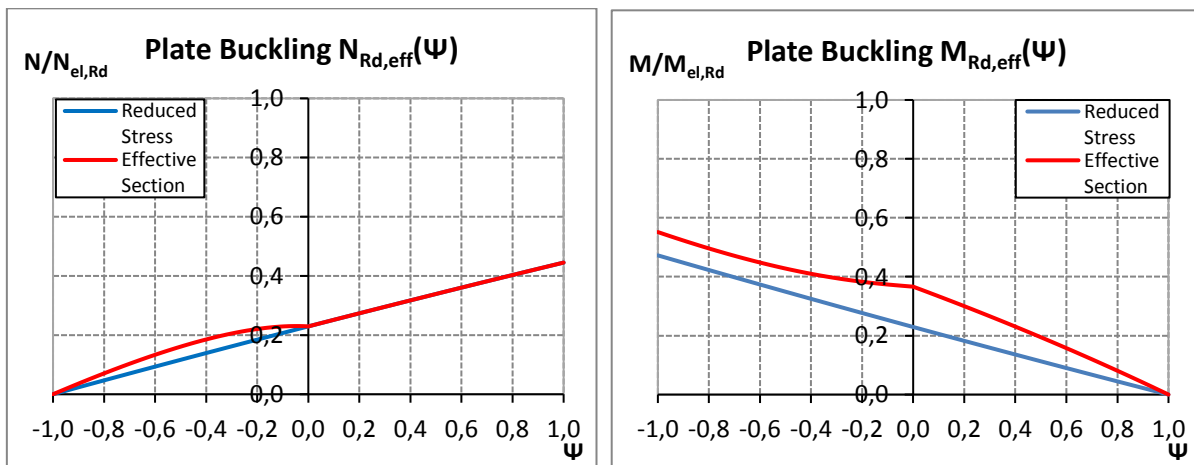


Fig. 4.21 – Evolução dos parâmetros resistentes  $N_{Rd,eff}/N_{el,Rd}$  e  $M_{Rd,eff}/M_{el,Rd}$  para  $\bar{\lambda}_p = 2.0$

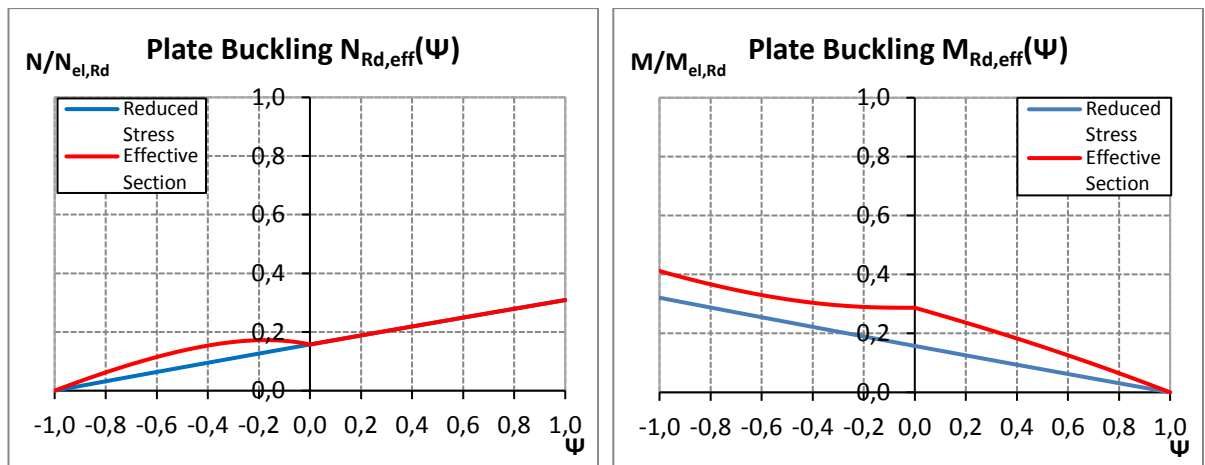


Fig. 4.22 – Evolução dos parâmetros resistentes  $N_{Rd,eff}/N_{el,Rd}$  e  $M_{Rd,eff}/M_{el,Rd}$  para  $\bar{\lambda}_p = 3.0$

Para obter uma conclusão geral, gerou-se um gráfico em que a ordenada representa resistência a esforços de compressão e a abcissa, a resistência a momentos flectores. Representou-se a evolução destas resistências com o aumento da esbelteza (Fig. 4.23 a 4.27).

Para uma esbelteza normalizada de 0.7, isto é, muito próxima do limite para uma secção ser classificada como classe 4, não é possível retirar conclusões porque a redução da secção é praticamente inexistente uma vez que, a mesma, só passa a ser classificada como classe 4 para  $\psi$  muito próximos da unidade (Tabela 4.5). Com o aumento da esbelteza confirmam-se, uma vez mais, os resultados que têm vindo a ser apresentados e que apontam o método da secção efetiva como sendo mais eficiente.

Para esbeltezas crescentes, a redução feita à secção aumenta, ao mesmo tempo que diminui a resistência global da secção, o que pode ser observado na sucessiva diminuição dos extremos das curvas que representam os dois métodos. Pode verificar-se que, ao utilizar-se o método da secção efetiva obtêm-se sempre resistências superiores quando comparado com o método da tensão reduzida (Fig. 4.23 a 4.27).

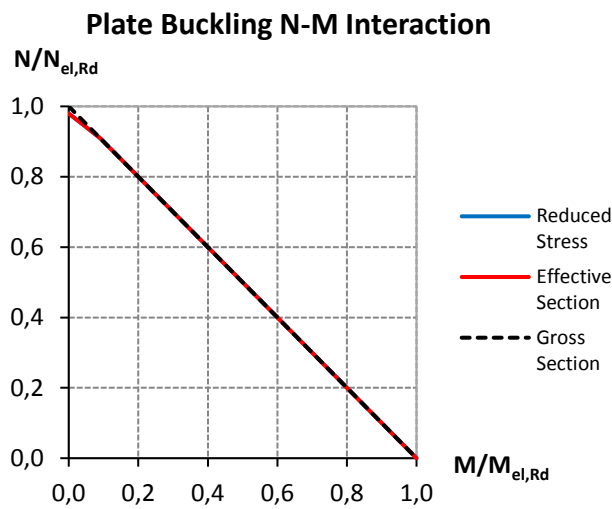


Fig. 4.23 – Curva de interação para  $\bar{\lambda}_p = 0.7$

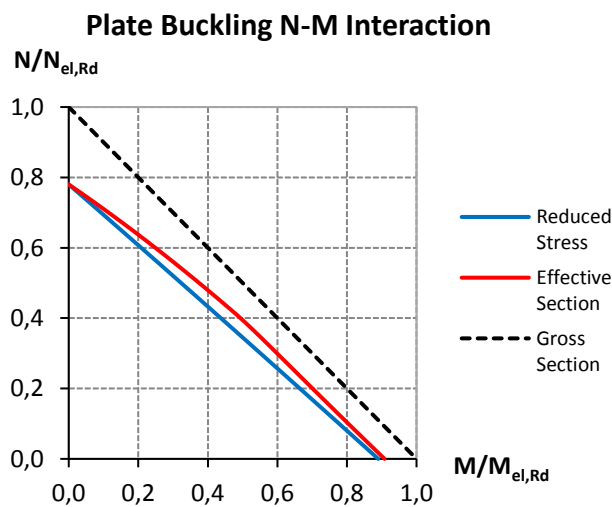
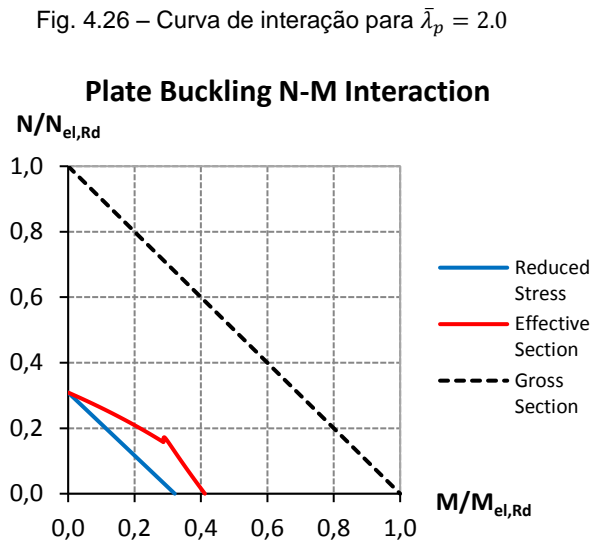
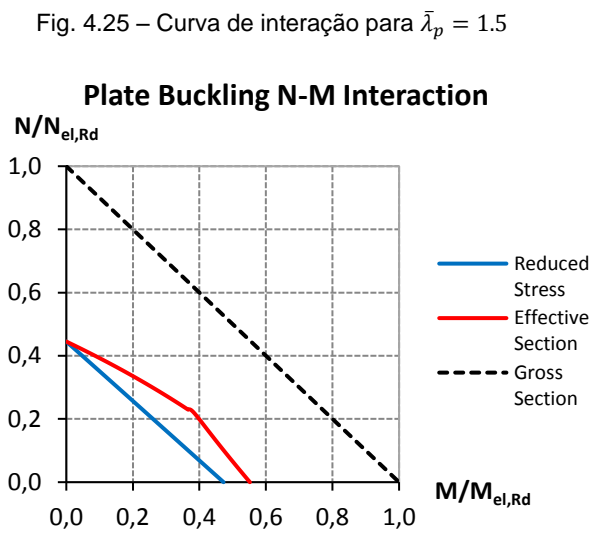
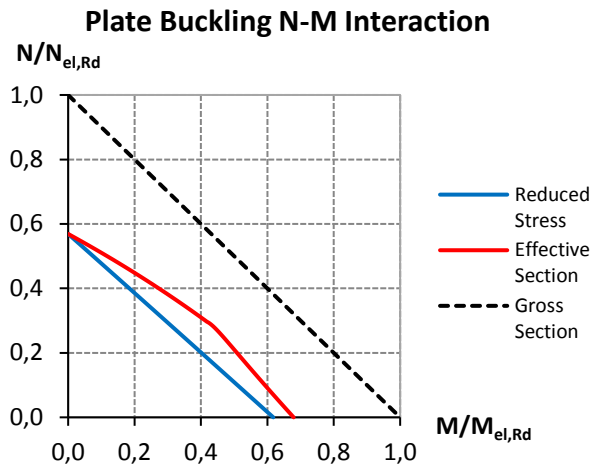


Fig. 4.24 – Curva de interação para  $\bar{\lambda}_p = 1.0$



# 5

## **CASO DE ESTUDO – APLICAÇÃO A VIGAS BISSIMÉTRICAS DE BANZOS PARALELOS**

### **5.1. INTRODUÇÃO**

Após toda a informação que foi desenvolvida até ao momento na presente dissertação, bem como todas as conclusões que foram possíveis retirar destacando-se a mais recente, que o método da secção efetiva aparenta ser mais eficiente conduzindo a resistências superiores quando comparado com o método da tensão reduzida, o autor achou que seria uma mais valia para o documento a introdução deste capítulo no qual se apresenta uma aplicação prática dos dois métodos de verificação da resistência de um perfil reconstituído soldado quando um dos seus elementos não tem capacidade para atingir a sua resistência elástica devido ao fenómeno de encurvadura local.

### **5.2. METODOLOGIA DE CÁLCULO**

Escolheu-se um perfil I, simétrico, sujeito a flexão pura, cujas dimensões foram obtidas através de um pré dimensionamento. Considerou-se um vão de 25m, uma razão de  $L/h = 20$  originando uma altura total do perfil de  $h = 1250mm$ . Com o apoio de Hayward, 2002, retiraram-se as dimensões dos banzos e a espessura da alma (Fig. 6.1).



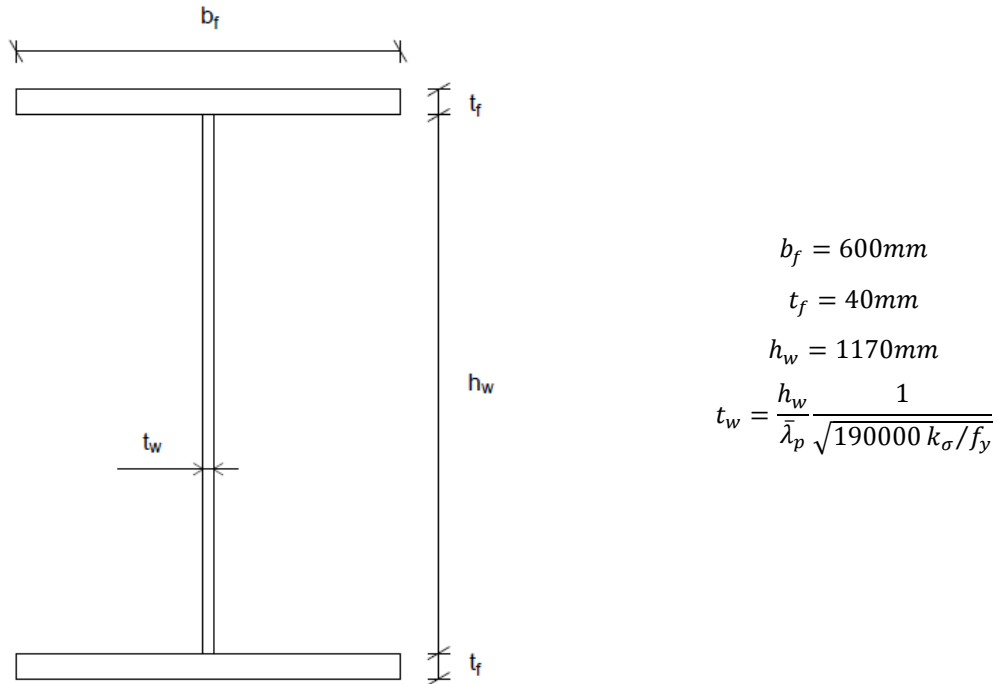
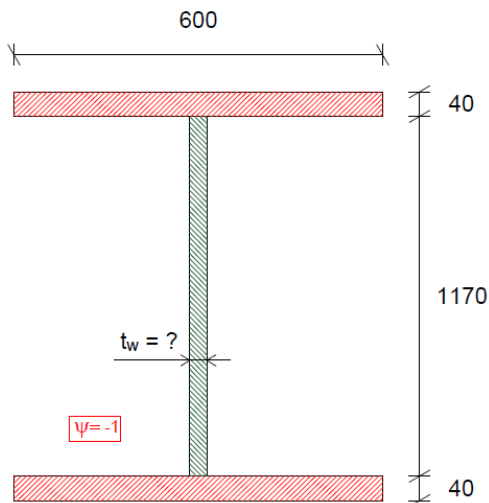


Fig. 6.1 – Geometria do Perfil I que será alvo de análise

Já se pôde observar que a espessura da alma varia com a esbelteza normalizada, para além das restantes constantes (Fig. 6.1). Desta forma, analisar-se-ão 5 casos, um para cada esbelteza onde  $\bar{\lambda}_p = \{0.66; 1.0; 1.5; 2.0; 3.0\}$ .

5.2.1. ESBELTEZA NORMALIZADA  $\bar{\lambda}_p = 0.66$



Banzo inferior:

É classificado como classe 1 por estar em tração.

Banzo superior:

$$\frac{c_f}{t_f} = \frac{600/2 - 15.7/2}{40} = 7.3 \leq 8.1 \text{ OK}$$

$\Rightarrow$  **Classe 2**

Alma:

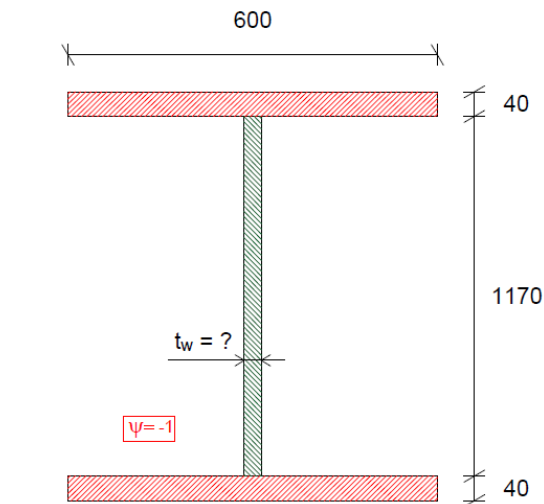
$$\frac{c_w}{t_w} = \frac{1170}{15.7} = 74.5 \leq 100.4 \text{ OK} \Rightarrow \text{Classe 3}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} f_y = 355 \text{ MPa} \\ \varepsilon = 0.81 \\ k_\sigma = 23.9 \end{array} \right. \Rightarrow t_w = \frac{h_w}{\bar{\lambda}_p} \sqrt{\frac{f_y}{190000 k_\sigma}} = 15.7 \text{ mm}$$

Fig. 6.2 – Determinação da espessura da alma e classificação de todos os elementos para  $\bar{\lambda}_p = 0.66$

Verifica-se, portanto, que para uma esbelteza normalizada de 0.66, nenhum elemento é classificado como classe 4. Desta forma, a aplicação do método da secção efetiva e do método da tensão reduzida não faz sentido já que é possível explorar a capacidade resistente elástica da secção bruta.

### 5.2.2. ESBELTEZA NORMALIZADA $\bar{\lambda}_p = 1.0$



$$\begin{cases} f_y = 355 \text{ MPa} \\ \varepsilon = 0.81 \\ k_\sigma = 23.9 \end{cases} \Rightarrow t_w = \frac{h_w}{\bar{\lambda}_p} \sqrt{\frac{f_y}{190000 k_\sigma}} = 10.3 \text{ mm}$$

Banzo inferior:

É classificado como classe 1 por estar em tração.

Banzo superior:

$$\frac{c_f}{t_f} = \frac{600/2 - 10.3/2}{40} = 7.4 \leq 8.1 \text{ OK} \\ \Rightarrow \text{Classe 2}$$

Alma:

$$\frac{c_w}{t_w} = \frac{1170}{10.3} = 113.6 \leq 100.4 \text{ KO} \Rightarrow \text{Classe 4}$$

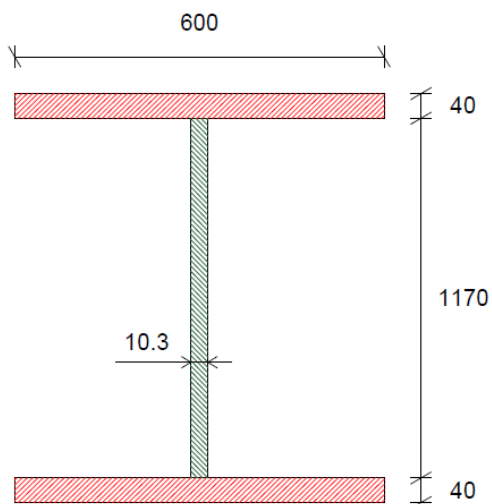
Fig. 6.3 – Determinação da espessura da alma e classificação de todos os elementos para  $\bar{\lambda}_p 1.0$

Com o aumento da esbelteza normalizada para o valor de 1.0, verifica-se que a alma passa a ser classificada como classe 4. Só agora faz sentido a aplicação dos dois métodos uma vez que a alma do perfil é suscetível de sofrer instabilidade local. A metodologia de cálculo aplicada é exposta nos parágrafos seguintes.

Coefficiente de redução calculado de acordo com a Secção 4.4 da EN 1993-1-5:

$$\rho = \frac{\bar{\lambda}_p - 0.055(3 + \psi)}{\bar{\lambda}_p^2} = 0.890$$

### 5.2.2.1. Método da Tensão Reduzida



$$A = 600 * 40 * 2 + 1170 * 10.3 = 60051 \text{mm}^2$$

$$z_G = \frac{1170}{2} + 40 = 625 \text{mm}$$

$$I_{total} = \left[ \frac{600 * 40^3}{12} + 600 * 40 * \left[ \left( 40 + 1170 + \frac{40}{2} \right) - 625 \right]^2 \right] * 2 + \frac{10.3 * 1170^3}{12} = 0.01895 \text{m}^4$$

$$W_{el} = \frac{0.01895}{0.625} = 0.03032 \text{m}^3$$

Fig. 6.4 – Dimensões do perfil para  $\bar{\lambda}_p = 1.0$

Para além do cálculo da resistência através de ambos os métodos e que é dada pelo módulo de flexão,  $W$ , irá, adicionalmente, calcular-se a contribuição da alma para cada caso de forma a retirar mais conclusões no final. Assim sendo, o módulo de flexão da alma,  $W_{el,web}$ , é dado por:

$$A = 10.3 * 1170 = 12051 \text{mm}^2$$

$$z_G = 625 \text{mm}$$

$$I_{web} = \frac{10.3 * 1170^3}{12} = 0.001375 \text{m}^4$$

$$W_{el,web} = \frac{0.001375}{0.625} = 0.0022 \text{m}^3$$

### 5.2.2.2. Método da Secção Efetiva

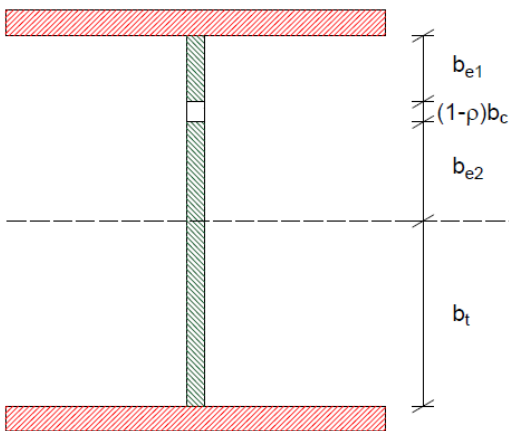


Fig. 6.5 – Cálculo da largura efetiva pela Tabela 4.1 da EN 1993-1-5

$$\psi = -1 \text{ (Tabela 4.1 da EN1993-1-5)}$$

$$b_{eff} = \rho b_c = \rho \frac{\bar{b}}{1 - \psi} = 0.890 * \frac{1.170}{1 + 1} = 0.521m$$

$$b_{e1} = 0.4b_{eff} = 0.208m$$

$$b_{e2} = 0.6b_{eff} = 0.312m$$

$$(1 - \rho)b_c = (1 - 0.890) * \frac{1.170}{2} = 0.064m$$

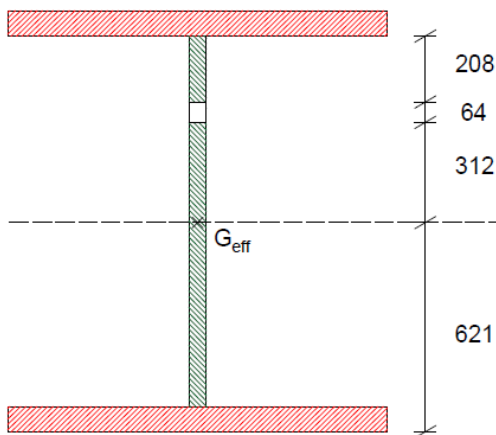


Fig. 6.6 – Determinação dos parâmetros resistentes do perfil para  $\bar{\lambda}_p = 1.0$

$$A_{eff} = 600 * 40 * 2 + 1170 * 10.3 - 64 * 10.3 = 59392mm^2$$

$$z_{G,eff} = \left[ 600 * 40 * (40 + 1170 + 20) + 0.208 * 10^3 * 10.3 * \left( 40 + 1170 - \frac{208}{2} \right) + 312 * 10.3 * \left( 40 + \frac{1170}{2} + \frac{312}{2} \right) + \frac{1170}{2} * 10.3 * \left( 40 + \frac{1170}{2} * 0.5 \right) + 600 * 40 * \left( \frac{40}{2} \right) \right] / A_{eff} = 621mm$$

$$I_{eff} = \left[ \frac{600*40^3}{12} + 600 * 40 * \left( 40 + 1170 + \frac{40}{2} - 621 \right)^2 \right] + \left[ \frac{10.3*208^3}{12} + 10.3 * 208 * \left( 312 + 64 + \frac{208}{2} \right)^2 \right] + \left[ \frac{10.3*312^3}{12} + 312 * 10.3 * \left( \frac{312}{2} \right)^2 \right] + \left[ \frac{10.3*(621-40)^3}{12} + (621 - 40) * 10.3 * \left( \frac{621-40}{2} \right)^2 \right] + \left[ \frac{600*40^3}{12} + 600 * 40 * (621 - 20)^2 \right] = 0.018855m^4$$

$$W_{eff} = \frac{0.018855}{(1170+2*40-621)*10^{-3}} = 0.029976m^3$$

Tal como foi feito para o método da tensão reduzida, irá calcular-se a contribuição da alma já reduzida e compará-la com a resistência total da secção. Assim sendo, o módulo de flexão efetivo da alma,  $W_{eff,web}$ , é dado por:

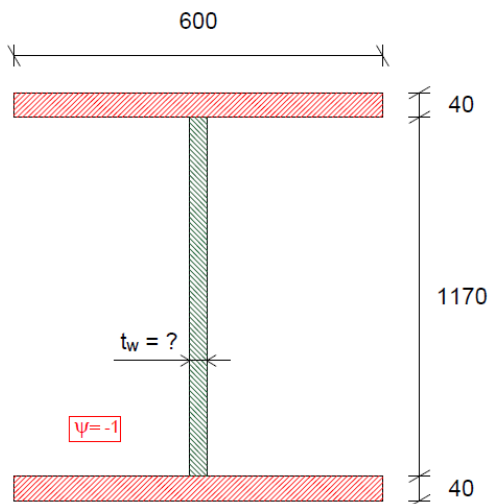
$$A_{eff} = 10.3 * 1170 - 10.3 * 64 = 11392mm^2$$

$$z_{G,eff,web} = 621mm$$

$$I_{eff,web} = \left[ \frac{10.3 * 208^3}{12} + 10.3 * 208 * \left( 312 + 64 + \frac{208}{2} \right)^2 \right] + \left[ \frac{10.3 * 312^3}{12} + 10.3 * 312 * \left( \frac{312}{2} \right)^2 \right] + \left[ \frac{10.3 * (621 - 40)^3}{12} + 10.3 * (621 - 40) * \left( \frac{621 - 40}{2} \right)^2 \right] = 0.001279m^4$$

$$W_{eff,web} = \frac{0.001279}{(1170 + 2 * 40 - 621) * 10^{-3}} = 0.002033m^3$$

### 5.2.3. ESBELTEZA NORMALIZADA $\bar{\lambda}_p = 1.5$



Banzo inferior:

É classificado como classe 1 por estar em tração.

Banzo superior:

$$\frac{c_f}{t_f} = \frac{600/2 - 6.9/2}{40} = 7.4 \leq 8.1 \text{ OK} \Rightarrow \text{Classe 2}$$

Alma:

$$\frac{c_w}{t_w} = \frac{1170}{6.9} = 169.6 \leq 100.4 \text{ KO} \Rightarrow \text{Classe 4}$$

$$\begin{cases} f_y = 355MPa \\ \varepsilon = 0.81 \\ k_\sigma = 23.9 \end{cases} \Rightarrow t_w = \frac{h_w}{\bar{\lambda}_p} \sqrt{\frac{f_y}{190000k_\sigma}} = 6.9mm$$

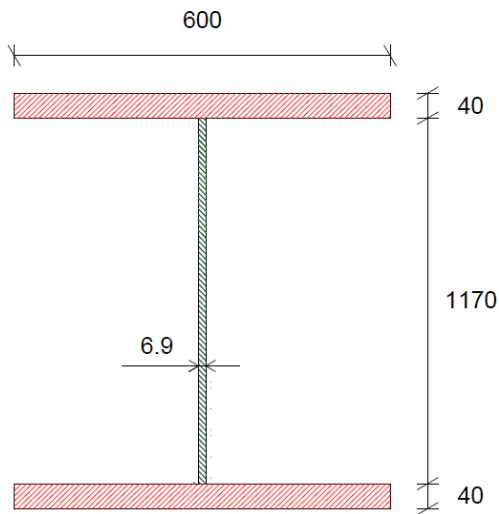
Fig. 6.7 – Determinação da espessura da alma e classificação de todos os elementos para  $\bar{\lambda}_p = 1.5$

Continuou-se a aumentar a esbelteza normalizada progressivamente. Neste caso, a classificação de cada elemento mantém-se em relação à esbelteza calculada anteriormente sendo que os cálculos serão semelhantes.

Coefficiente de redução calculado pela secção 4.4 da EN 1993-1-5:

$$\rho = \frac{\bar{\lambda}_p - 0.055(3 + \psi)}{\bar{\lambda}_p^2} = 0.618$$

### 5.2.3.1. Método da Tensão Reduzida



$$A = 600 * 40 * 2 + 1170 * 6.9 = 56073 \text{mm}^2$$

$$z_G = \frac{1170}{2} + 40 = 625 \text{mm}$$

$$I_{total} = \left[ \frac{600 * 40^3}{12} + 600 * 40 * \left[ \left( 40 + 1170 + \frac{40}{2} \right) - 625 \right]^2 \right] * 2 + \frac{6.9 * 1170^3}{12} = 0.018497 \text{m}^4$$

$$W_{el} = \frac{0.018497}{0.625} = 0.029595 \text{m}^3$$

Fig. 6.8 – Dimensões do perfil para  $\bar{\lambda}_p = 1.5$

A contribuição da alma para a resistência total da secção,  $W_{el,web}$ , é calculada da seguinte forma:

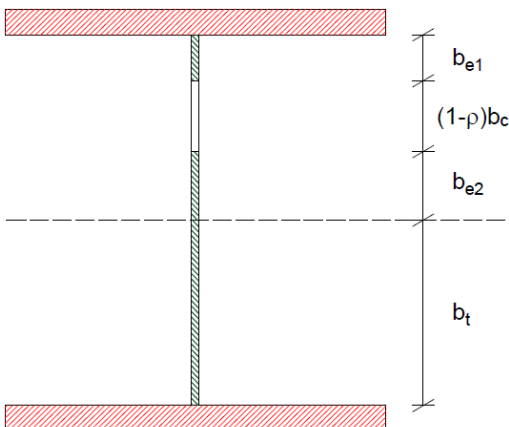
$$A = 6.9 * 1170 = 8073 \text{mm}^2$$

$$z_G = 625 \text{mm}$$

$$I_{web} = \frac{6.9 * 1170^3}{12} = 0.000921 \text{m}^4$$

$$W_{el,web} = \frac{0.000921}{0.625} = 0.001474 \text{m}^3$$

### 5.2.3.2. Método da Secção Efetiva



$$\psi = -1 \text{ (tabela 4.1 da EN 1993-1-5)}$$

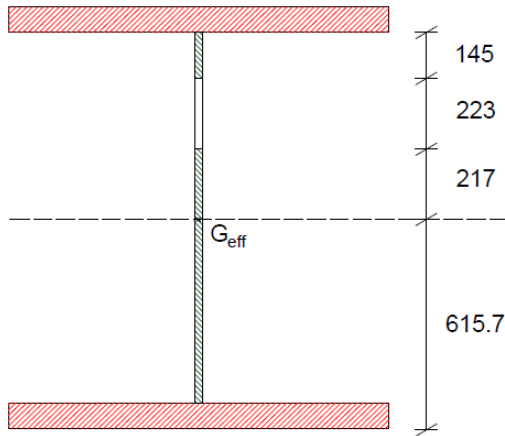
$$b_{eff} = \rho b_c = \rho \frac{\bar{b}}{1 - \psi} = 0.618 * \frac{1.170}{1 + 1} = 0.362 \text{m}$$

$$b_{e1} = 0.4 b_{eff} = 0.145 \text{m}$$

$$b_{e2} = 0.6 b_{eff} = 0.217 \text{m}$$

$$(1 - \rho) b_c = (1 - 0.618) * \frac{1.170}{2} = 0.223 \text{m}$$

Fig. 6.9 – Cálculo da largura efetiva pela Tabela 4.1 da EN 1993-1-5



$$A_{eff} = 600 * 40 * 2 + 1170 * 6.9 - 223 * 10.3 = 54534 \text{mm}^2$$

$$z_{G,eff} = \left[ 600 * 40 * (40 + 1170 + 20) + 145 * 6.9 * \left( 40 + 1170 - \frac{145}{2} \right) + 217 * 6.9 * \left( 40 + \frac{1170}{2} + \frac{217}{2} \right) + \frac{1170}{2} * 6.9 * \left( 40 + \frac{1170}{2} * 0.5 \right) + 600 * 40 * \left( \frac{40}{2} \right) \right] / A_{eff} = 615.7 \text{mm}$$

$$I_{eff} = \left[ \frac{600 * 40^3}{12} + 600 * 40 * \left( 40 + 1170 + \frac{40}{2} - 615.7 \right)^2 \right] + \left[ \frac{6.9 * 145^3}{12} + 6.9 * 145 * \left( 217 + 223 + \frac{145}{2} \right)^2 \right] + \left[ \frac{6.9 * 217^3}{12} + 6.9 * 217 * \left( \frac{217}{2} \right)^2 \right] + \left[ \frac{6.9 * (615.7 - 40)^3}{12} + (615.7 - 40) * 6.9 * \left( \frac{615.7 - 40}{2} \right)^2 \right] + \left[ \frac{600 * 40^3}{12} + 600 * 40 * (615.7 - 20)^2 \right] = 0.018307 \text{m}^4$$

$$W_{eff} = \frac{0.018307}{(1170 + 2 * 40 - 615.7) * 10^{-3}} = 0.028863 \text{m}^3$$

Fig. 6.10 – Determinação dos parâmetros resistentes do perfil para  $\bar{\lambda}_p = 1.5$

Uma vez mais, a contribuição da alma para a resistência total da secção é dada por  $W_{eff,web}$  e é determinada da seguinte forma:

$$A_{eff} = 6.9 * 1170 - 6.9 * 223 = 6534 \text{mm}^2$$

$$z_{G,eff,web} = 615.7 \text{mm}$$

$$I_{eff,web} = \left[ \frac{6.9 * 145^3}{12} + 6.9 * 145 * \left( 217 + 223 + \frac{145}{2} \right)^2 \right] + \left[ \frac{6.9 * 217^3}{12} + 6.9 * 217 * \left( \frac{217}{2} \right)^2 \right] + \left[ \frac{6.9 * (615.7 - 40)^3}{12} + 6.9 * (615.7 - 40) * \left( \frac{615.7 - 40}{2} \right)^2 \right] = 0.000727 \text{m}^4$$

$$W_{eff,web} = \frac{0.000727}{(1170 + 2 * 40 - 615.7) * 10^{-3}} = 0.001181 \text{m}^3$$

#### 5.2.4. RESTANTES ESBELTEZAS NORMALIZADAS ( $\bar{\lambda}_p = 2.0$ ; $\bar{\lambda}_p = 3.0$ )

O processo de cálculo para o perfil alvo de estudo é muito semelhante caso a sua esbelteza normalizada continue a aumentar. Apenas a espessura da alma irá variar e, conseqüentemente, os resultados que advirão irão sofrer um decréscimo das suas capacidades resistentes devido ao aumento sucessivo da

redução a efetuar à secção. Desta forma, optou-se por suspender a exposição do cálculo e apresentar apenas os resultados e conclusões obtidos por via de uma análise feita em Excel.

Iniciando a discussão dos resultados pelas resistências elásticas do perfil, isto é, analisando a secção bruta sem quaisquer coeficientes de redução chega-se aos valores apresentados na Tabela 6.1. Os valores de esbelteza das almas de perfis correntes, em geral, não se afastam do intervalo  $100 < \frac{h_w}{t_w} < 300$  (Dubas and Gehri, 1986).

Tabela 5.1 – Evolução das resistências elásticas do perfil

$\lambda_p$	$t_w$ (mm)	$c/t$ (web)	$Z_G$ (mm)	$I_{el}$ (cm <sup>4</sup> )	$W_{el}$ (cm <sup>3</sup> )	$W_{el,web}$ (cm <sup>3</sup> )	$W_{el,web}/W_{el}$
0,66	15,7	74,6	625	1966758	31468	3347	0,11
1,00	10,3	113,1	625	1895630	30330	2209	0,07
1,50	6,9	169,6	625	1849607	29594	1473	0,05
2,00	5,2	226,2	625	1826595	29226	1105	0,04
3,00	3,4	339,3	625	1803583	28857	736	0,03

Progredindo a análise para a aplicação dos dois métodos, gerou-se a Tabela 6.2 onde se procurou caracterizar o próprio coeficiente de redução  $\rho$  (caracteriza o método da tensão reduzida) e os passos necessários para efetuar a redução da secção (caracteriza o método da secção efetiva) que irá sofrer instabilidade local bem como as suas capacidades resistentes ( $W_{eff}$ ) para diferentes esbeltezas.

Tabela 5.2 – Evolução dos parâmetros redutores provenientes da aplicação dos dois métodos

$\lambda_p$	$\rho$	$b_{e1}$ (m)	$(1-\rho)b_c$ (m)	$b_{e2}$ (m)	$A_{eff}$ (m <sup>2</sup> )	$Z_{Geff}$ (mm)	$I_{eff}$ (cm <sup>4</sup> )	$W_{eff}$ (cm <sup>3</sup> )	$W_{eff}/W_{el}$
0,66	1,000	0,234	0,000	0,351	0,06634	625	1966758	31468	1,000
1,00	0,890	0,208	0,064	0,312	0,05944	621	1886418	29997	0,989
1,50	0,618	0,145	0,224	0,217	0,05453	616	1830565	28860	0,975
2,00	0,473	0,111	0,309	0,166	0,05246	615	1807729	28480	0,974
3,00	0,321	0,075	0,397	0,113	0,05067	617	1787874	28226	0,978

Finalmente, após todos estes resultados recolhidos, torna-se essencial a apresentação de gráficos que simplifiquem a perceção do fenómeno que está a ser envolvido, e qual dos dois métodos aparenta ser o mais eficiente. Para o presente caso, perfil I, simétrico e sujeito a flexão pura, torna-se mais que evidente a diferença entre a aplicação dos dois métodos.

Caso o método da secção efetiva seja aplicado, o impacto das reduções da secção que irão ser feitas nas resistências de cálculo serão bastante reduzidas (observar a coluna  $W_{eff}/W_{el}$  da Tabela 6.2 e Fig. 6.11). Por outro lado, caso o método da tensão reduzida seja aplicado, as reduções de resistência a diferença dos resultados obtidos para ambos os métodos.



A observação da distribuição de tensões na secção apresentada na Fig. 6.12 ajuda a compreender a razão pela qual os resultados são tão díspares. Quando o método da tensão reduzida é usado para calcular a resistência da secção, o coeficiente de redução a aplicar toma o valor do coeficiente mais baixo de entre os obtidos para os vários elementos que constituem a secção. No caso de perfis I, para os quais os banzos são habitualmente de Classe 1 ou 2, a alma será o elemento condicionante. Assim sendo, a tensão resistente dos banzos será reduzida com o mesmo valor do coeficiente de redução característico da alma (Fig. 6.12) apesar de ter sido comprovado que para qualquer esbelteza (daquelas que foram analisadas), os banzos nunca chegam a ser classe 4, logo a sua capacidade resistente não necessitaria de ser reduzida.

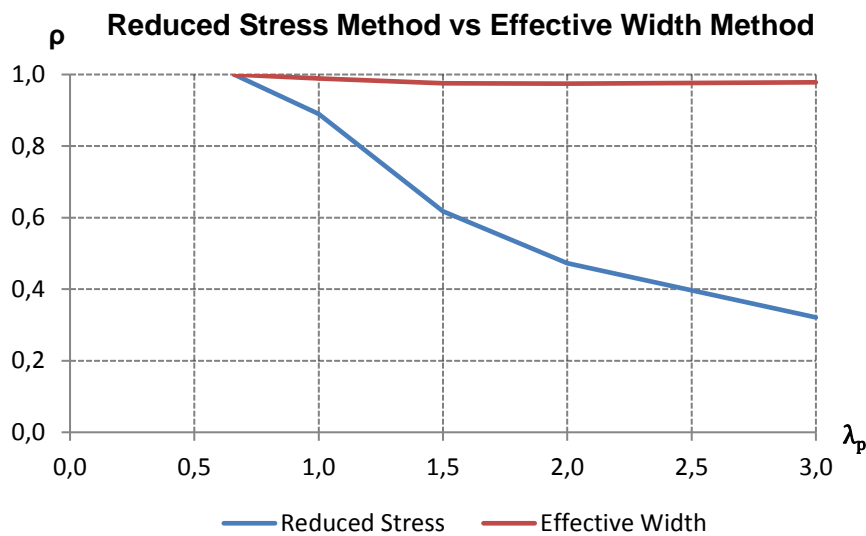


Fig. 6.11 – Comparação da redução feita quando se aplicam os dois métodos para banzos 600\*40

O método da secção efetiva reduz apenas as áreas dos elementos suscetíveis de instabilizar, e conseqüentemente a sua resistência. Em consequência as tensões nos elementos que não sofreram reduções de secção aumentarão, o que replica o processo de redistribuição de tensões entre os elementos que ocorre na realidade. Assim sendo, e para este caso, as secções dos banzos não foram reduzidas contribuindo, assim, totalmente para a capacidade resistente da secção. São estas as razões para os resultados serem tão distintos quando se aplica um método ao invés do outro.

Para além desta análise, procurou-se conhecer a contribuição da alma para a resistência total da secção aquando da aplicação de cada um dos métodos. Concluiu-se que, a contribuição da alma em relação ao total é constante para o método da tensão reduzida uma vez que as propriedades elásticas da secção se mantêm inalteradas. Quanto ao método da secção efetiva, a contribuição da alma é menor uma vez que o coeficiente de redução vem sob a forma de  $W_{eff}$  não reduzindo as capacidades resistentes dos banzos, apenas a da própria alma (Tabela 6.3).

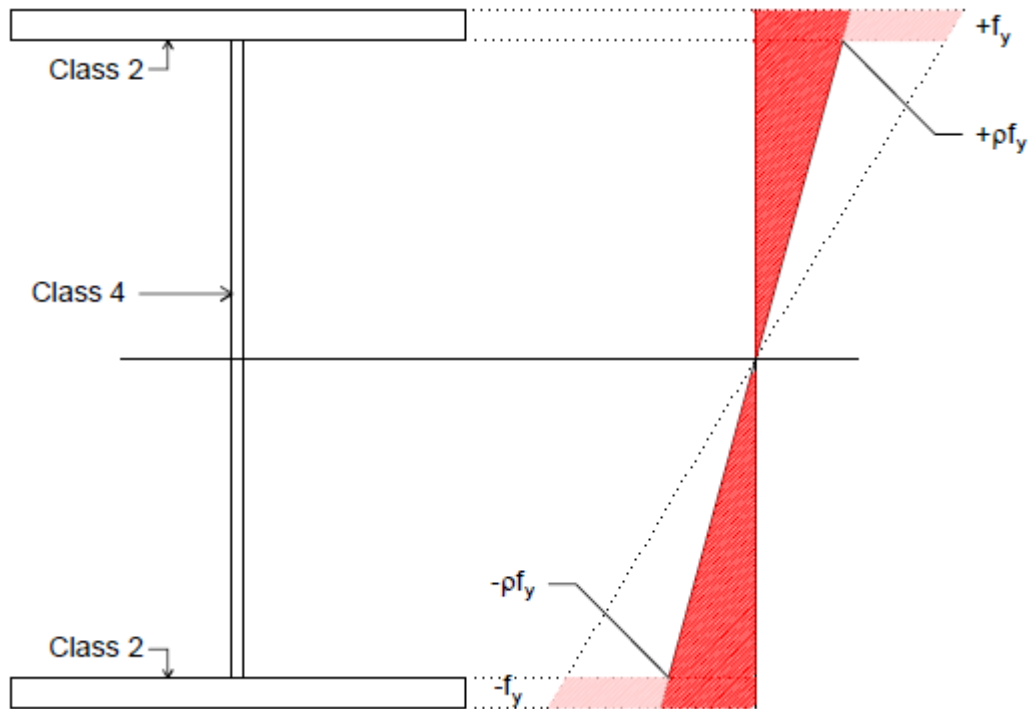


Fig. 6.12 – Redução das capacidades resistentes da secção quando o método da tensão reduzida é aplicado

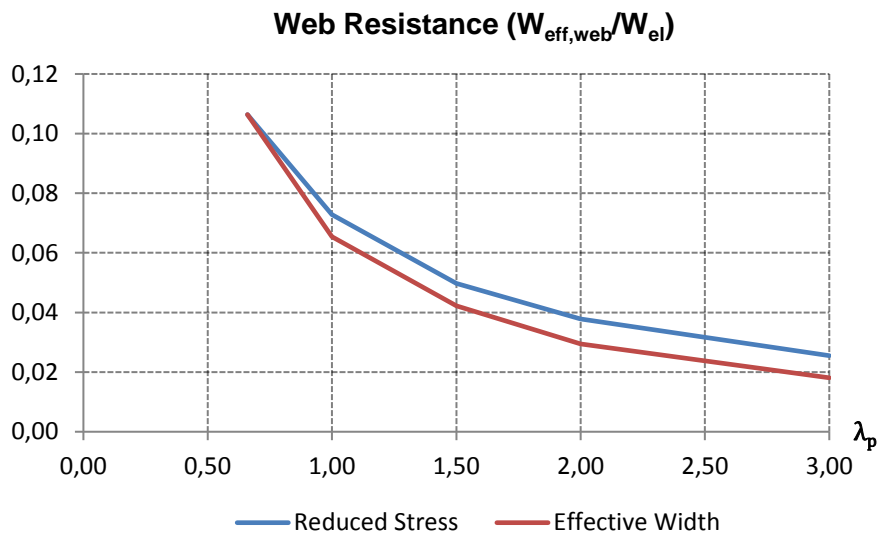


Fig. 6.13 – Contribuição da alma para a resistência total da secção pelos dois métodos e para banzos 600\*40

Tabela 5.3 – Comparação dos coeficientes de redução para cada um dos métodos

Método da Tensão Reduzida	Método da Secção Efetiva	Tensão Reduzida vs Secção efetiva
$M_{Rd} = \sigma_{Rd} W_{el} = \rho f_y W_{el}$	$M_{Rd} = f_y W_{eff}$	$\frac{M_{Rd,TR}}{M_{el,Rd}} = \frac{\rho f_y W_{el}}{f_y W_{el}} = \rho$
$M_{Rd,web} = \sigma_{Rd} W_{el,web}$ $= \rho f_y W_{el,web}$	$M_{Rd,web} = f_y W_{eff,web}$	_____
$\frac{R_{d,web}}{R_d} = \frac{W_{el,web}}{W_{el}}$ ⇒ independente de $\rho$	$\frac{R_{d,web}}{R_d} = \frac{W_{eff,web}}{W_{eff}}$	$\frac{M_{Rd,SE}}{M_{el,Rd}} = \frac{f_y W_{eff}}{f_y W_{el}} = \frac{W_{eff}}{W_{el}}$

Finalmente, procurou-se reduzir as dimensões dos banzos porque a sua contribuição para a resistência total é bastante expressiva como seria de esperar. Porém, os resultados obtidos não têm relevância pois as diferenças em termos de redução das capacidades resistentes para os dois métodos persistem em ser bastante diferentes (Fig. 6.14). No entanto, a contribuição da alma aumenta o que seria expectável uma vez que, agora, a área dos banzos é menor (Fig. 6.15).

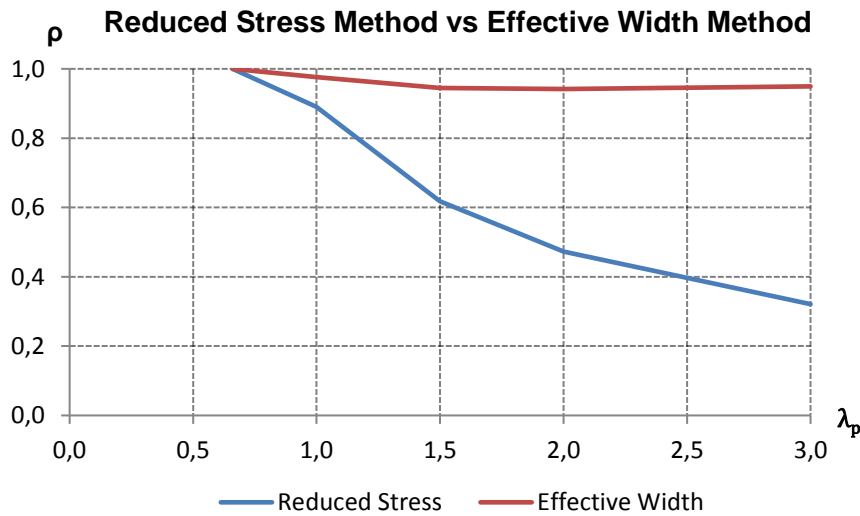


Fig. 6.14 – Comparação da redução feita quando se aplicam os dois métodos para banzos 400\*25

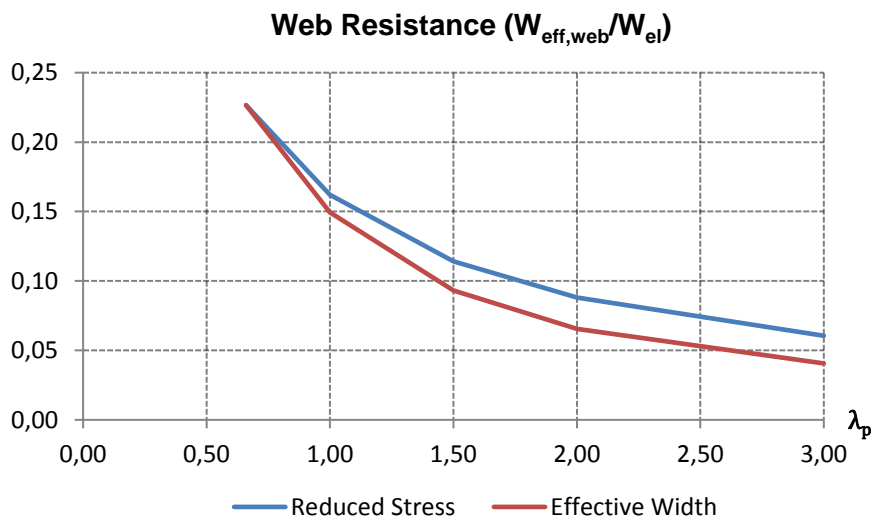


Fig. 6.15 – Contribuição da alma para a resistência total da secção pelos dois métodos e para banzos 400\*25

Em suma, a aplicação dos conceitos apresentados ao longo da dissertação a perfis de alma cheia de banzos paralelos compactos, reforçam a noção da maior eficiência do método da secção efetiva. Para estes casos, não há dúvidas que a aplicação do método da secção efetiva resulta em capacidades resistentes que podem ser largamente superiores aos obtidos pelo método da tensão reduzida.



# 6 CONCLUSÕES

## 6.1. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo principal desta dissertação foi a comparação entre os dois métodos de dimensionamento para placas metálicas esbeltas previstos na norma, EN 1993-1-5, assim como, extrair conclusões sobre a eficiência relativa de ambos os métodos. Refira-se que a informação acerca deste assunto é escassa e que estudos comparativos de ambos os métodos com o mesmo grau de envolvimento e pormenorizado como foi feito nesta dissertação são escassos.

Para atingir este objetivo base foi necessário abordar todo o contexto que envolve estes dois métodos. Foram incorporados no Eurocódigo 3, mas os estudos começaram anteriormente na sequência dos acidentes com pontes em caixão porque se descobriu que a filosofia e regras de dimensionamento para secções esbeltas usadas antes do colapso das 4 pontes em caixão, na década de 70, não eram apropriadas para abordar os fenómenos de instabilidade de placas. Vários grupos de trabalho foram criados para investigar, ao longo de vários anos, quer os desastres ocorridos quer o fenómeno da encurvadura local, fenómeno este que esteve envolvido nos referidos colapsos. Inúmeras equações foram desenvolvidas para explicar as teorias lineares e não lineares de encurvadura. Este é por isso, um tema vasto, envolvendo uma formulação matemática complexa.

O estudo do comportamento não linear de uma placa sujeito a um dado carregamento permitiu concluir sobre a reserva de resistência em regime pós-crítico. Quando se pensaria que a tensão crítica de uma placa, determinada através de uma análise linear, seria precisamente a sua tensão última, veio-se a concluir que, afinal, ela poderá desenvolver resistência adicional devido ao efeito de membrana que se desenvolve na direção transversal à solicitação. Este efeito só se manifesta após a placa atingir a sua tensão crítica. Adicionalmente, concluiu-se que as imperfeições influenciam este comportamento. Quanto maior elas forem, menor será a rigidez da placa atingindo, como consequência, uma tensão crítica menor. Para além disso, o comportamento pós-crítico verifica-se sempre não dependendo da imperfeição inicial da placa. No entanto, a transição entre os dois estados de equilíbrio é mais pronunciada quanto menor for a imperfeição. Sabe-se ainda que quanto maior a esbelteza de uma placa, maior será a sua reserva pós-crítica por comparação com a tensão crítica.

Foram estes os fenómenos que serviram como base para a criação dos dois métodos de dimensionamento preconizados na EN 1993-1-5. A análise não linear estudada nesta dissertação mostrou que, no comportamento pós-crítico, a distribuição de tensões na placa deixa de ser uniforme sendo mais reduzida nas fibras intermédias aproximando-se da tensão de cedência na zona dos bordos que estão simplesmente apoiados. Em correspondência estão os deslocamentos transversais que são elevados na zona central diminuindo à medida que se aproxima dos bordos. É por esta razão que, no método da secção efetiva,

se subtrai a parte central do elemento de forma a não contabilizá-la para a resistência. Por outro lado, no método da tensão reduzida, não se aplica nenhuma redução à secção, mas limita-se a resistência total da secção transversal à resistência do elemento que irá instabilizar em primeiro lugar.

Com base na fundamentação teórica de ambos os métodos, criou-se uma abordagem de forma a ser possível efetuar uma análise comparativa entre ambos, com base em conceitos da Resistência dos Materiais. Procurou mostrar-se que, tal como é referido na literatura, para o caso de compressão pura, ambos os métodos conduzem exatamente aos mesmos resultados. Contudo, quando a placa está sujeita a flexão composta, os resultados divergem. Concluiu-se que, para qualquer caso de distribuição de tensões normais nos bordos opostos da placa ( $-1 < \psi < 1$ ), o método da secção efetiva se apresenta como o mais eficiente, isto é, conduz a níveis de resistências superiores aos obtidos com o método da tensão reduzida.

O caso de estudo, onde a resistência de perfis de alma cheia foi analisada, mostrou que o método da secção efetiva conduz a reduções menores da capacidade resistente já que, a redução feita, é apenas ao nível do elemento classificado como sendo de Classe 4. Pelo contrário, quando se aplica o método da tensão reduzida, os elementos que não irão sofrer instabilidade, acabarão por sofrer também uma redução da sua capacidade resistente ditada pela instabilidade do elemento mais esbelto.

No entanto, caso a secção a analisar for composta por um grande número de elementos ou caso apresente uma geometria complexa ou peculiar com elementos de geometria variável, ou para estados de tensão complexos com a presença simultânea de tensões longitudinais, transversais e de corte por exemplo, a aplicação do método da tensão reduzida poderá revelar-se mais prático e mais adequado.

Apesar da análise comparativa entre os dois métodos depender de caso para caso, pode-se concluir que o método da secção efetiva é mais eficiente que o método da tensão reduzida para geometrias correntes solicitadas predominantemente por tensões longitudinais.

## **6.2. DESENVOLVIMENTOS FUTUROS**

As pontes metálicas e mistas em caixão são habitualmente utilizadas para a gama média-alta de vãos, onde o peso próprio da ponte é crucial que seja minimizado. Adicionalmente, são particularmente importantes pela sua resistência à torção no caso de tabuleiros curvos. Geralmente sem nervuras visíveis e devido à sua característica linear e simples, as pontes em caixão são consideradas esteticamente belas e atrativas para além da sua elevada durabilidade. Por isso mesmo, antecipa-se que, no futuro, este tipo de secção continue a ser utilizado pela comunidade de projetistas.

Com este trabalho chegou-se a conclusões importantes quanto à eficácia relativa de ambos os métodos. No entanto, futuramente, seria aconselhável estudar a aplicação dos conceitos apresentados e aplicá-los a um conjunto de secções em caixão constituídas por placas esbeltas bastante complexas de forma a extrair resultados aplicando quer o método da secção efetiva quer o método da tensão reduzida.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Beg, D., Kuhlmann U., Davaine L., Braun B. (2010). *Design of Plated Structures*. ECCS, ISBN 978-92-9147-100-3, Berlim

BSI (2005). *BS EN 1993-1-1:2005 Eurocode 3: Design of steel structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings*. BSI, Londres

BSI (2006) *BS EN 1993-1-5:2006 Eurocode 3 - Design of steel structures - Part 1-5: Plated structural elements*, BSI, Londres

Cantrell, S., Hodge, C., Mckeown, C., Weldon, P. *4A6(1) Disaster Report – Milford Haven Bridge*. Visitado a 10 de Maio de 2017

Coutinho, J. (2004). *Materiais de Construção 1 – História da produção do ferro e do aço*. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto

Davaine, L., Imberty F., Raoul J. (2007). *Guidance Book: Eurocodes 3 and 4 – Application to steel-concrete composite road bridges*. Sétra, França

Dubas, P., Maquoi, R., Massonnet C. (1985). *Behaviour and Design of Steel Plated Structures*. IABSE

Dubas, P., Gehri, E. (1986). *Behaviour and Design of Steel Plated Structures*. ECCS, Zurique

Fernandes, J. (2016). *Composite Plate Girder Bridges – A state of the art Report of UK Practice*. Dissertação de Mestrado, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto

Hayward, A. (2002). *Composite steel highway bridges*. Corus, Lincolnshire

Johansson, B., Maquoi, R., Sedlacek, G., Muller, C. and Beg, D. (2007). *Commentary and Worked Examples to EN1993-1-5 “Plated Structural Elements”*. JRC-ECCS, Luxemburgo

Larena, J. (2004) *Evolucion Tipologica y Estetica de los Puentes Mixtos en Europa*, Universidad Politecnica de Madrid, Madrid



MIT. *Introduction to Nonlinear Analysis*. <https://ocw.mit.edu/index.htm>. Visitado a 17 de Maio de 2017

Pacheco, P. (2016). *Pontes – Aulas teóricas*. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto

Rixon, C. (1971). *Report of Royal Commission into the Failure of West Gate Bridge*. Government Printer, Melbourne

Rueda, L., Salcedo J. (2009). *Proyecto y Construcción de Puentes Metálicos y Mixtos*. APTA, ISBN 978-84-692-3057-2, Madrid

Silva, L., Gervásio, H. (2007). *Manual de Dimensionamento de Estruturas Metálicas: Métodos Avançados*. CMM, ISBN 978-972-98376-8-5, Coimbra

Silva, V. (2006). *Mechanics and Strength of Materials*. Springer, ISBN 978-3-540-25131-6, Berlin

Trahair, N., Bradford M., Nethercot D., Gardner L. (2008). *The behaviour and design of steel structures to EC3*. Taylor&Francis, Abingdon

Weimar (2007) *IABSE Symposium. Adding confidence and reducing risk - the role of independent design checking in major projects*

## **WEBSITES**

Stonehenge

<http://www.english-heritage.org.uk/visit/places/stonehenge/history/>

[Visitado a 3 de Maio de 2017]

Pirâmides do Egipto

<http://www.history.com/topics/ancient-history/the-egyptian-pyramids>

[Visitado a 3 de Maio de 2017]

Pirâmide de Gizé

[https://en.wikipedia.org/wiki/Great\\_Pyramid\\_of\\_Giza](https://en.wikipedia.org/wiki/Great_Pyramid_of_Giza)

[Visitado a 3 de Maio de 2017]

Pontes – Feup

[www.sigarra.up.pt](http://www.sigarra.up.pt)

[Visitado a 3 de Maio de 2017]

Revolução Industrial

[www.history.com/topics/industrial-revolution](http://www.history.com/topics/industrial-revolution)

[Visitado a 3 de Maio de 2017]

Materiais de Construção 1 – Feup

[www.sigarra.up.pt](http://www.sigarra.up.pt)

[Visitado a 4 de Maio de 2017]

Processo de Bessemer

[http://www.wirralmodelengineeringsociety.co.uk/Articles/The\\_Bessemer\\_Process.pdf](http://www.wirralmodelengineeringsociety.co.uk/Articles/The_Bessemer_Process.pdf)

[Visitado a 4 de Maio de 2017]

Thomas Telford biography

<http://www.britainexpress.com/History/bio/telford.htm>

[Visitado a 4 de Maio de 2017]

Box Girder Bridges

[http://www.steelconstruction.info/Box\\_girder\\_bridges](http://www.steelconstruction.info/Box_girder_bridges)

[Visitado a 5 de Maio de 2017]

Box Girder Bridges and Foyle Bridge

<http://www.bridgesofdublin.ie/bridge-building/types/box-girder>

[Visitado a 5 de Maio de 2017]

West Gate Bridge Collapse

<http://www.engineersjournal.ie/2016/11/01/west-gate-bridge-collapse/>

[Visitado a 5 de Maio de 2017]