

## SEGUIMENTO DE TRAJECTÓRIAS EM ROBOTS OMNI-DIRECCIONAIS COM RESTRICÇÕES NA VELOCIDADE DOS MOTORES

André Gustavo Scolari Conceição <sup>\*,1</sup>  
Paulo José Cerqueira Gomes da Costa <sup>\*</sup>  
António Paulo Gomes Mendes Moreira <sup>\*</sup>

<sup>\*</sup> Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto,  
Portugal

Resumo: Devido ao limite de velocidade dos motores, trajectórias impostas ao robot podem não ser executadas correctamente se não se tiver em conta essas limitações. A partir do modelo do robot e do limite de velocidade dos seus motores, este trabalho tem o objectivo de formular um procedimento para verificar e redimensionar as velocidades impostas ao robot de forma a tornar-se uma trajectória possível de ser seguida.

Keywords: Robot móvel, modelo cinemático, trajectórias.

### 1. INTRODUÇÃO

A motivação deste trabalho vem da necessidade de robots móveis realizarem trajectórias de forma correcta e o mais rápido possível. Para que isso aconteça, é preciso ter em conta aspectos como limites de velocidade dos motores do robot e suas restrições não-holonômicas de movimento (Yun and Yamamoto, 1993) (Neimark and Fufaev, 1972). Com um mapeamento preciso das limitações do robot e a partir do seu modelo cinemático, é possível mapear as limitações de velocidades nas direcções de movimentação do robot, e redimensionar as velocidades de referência de forma a obter o melhor desempenho, sempre levando em conta o objectivo de seguir a trajectória (Koh and Cho, 1999) (Choi and Kim, 2001). O robot utilizado neste artigo pertence à equipa da Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto "5DPO" de robots fute-

bolistas da liga média da Federação RoboCup, de que os autores fazem parte (Costa *et al.*, 1999). Trata-se de um robot omni-direccional de 4 rodas, portanto sem restrições não-holonômicas, que para esta aplicação precisa executar trajectórias de forma rápida, com um perfeito posicionamento ao objectivo, como por exemplo, um posicionamento até a bola, ou para a baliza, ou desvio de obstáculos.

É fácil em robots omni-direccionais impor velocidades impossíveis de serem atingidas, pois trabalha-se com velocidades lineares ( $V(t)$  e  $Vn(t)$ ) e angular ( $W(t)$ ) do robot, que só depois são convertidas para as velocidades das rodas  $v1(t)$ ,  $v2(t)$ ,  $v3(t)$  e  $v4(t)$  no presente robot, conforme (Kalmar-Nagy *et al.*, 2003) temos as equações (1...4).

$$v1(t) = Vn(t) + fW(t) \quad (1)$$

$$v2(t) = -V(t) + gW(t) \quad (2)$$

$$v3(t) = -Vn(t) + fW(t) \quad (3)$$

$$v4(t) = V(t) + gW(t) \quad (4)$$

<sup>1</sup> Com o apoio do Programa Alban, Programa de bolsas de alto nível da União Europeia para América Latina, bolsa nº E04D028256BR.

onde, conforme a figura 2:

- $f$  é a distância entre o ponto C e as rodas dos motores M1 e M3;
- $g$  é a distância entre o ponto C e as rodas dos motores M2 e M4.

O diagrama da figura 1 demonstra o *loop* de controlo das trajectórias para o robot, inserindo o redimensionamento das velocidades, evita-se que sejam impostas velocidades que o robot não possa realizar.

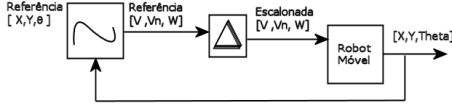


Figura 1. Diagrama - *loop* de controlo da trajectória.

Na secção 2 serão apresentadas as equações de movimento do robot e o procedimento para redimensionar as velocidades de referência. A geração de trajectórias para o robot será apresentada na secção 3. Na secção 4 são apresentados resultados experimentais e por fim na secção 5 as conclusões.

## 2. MODELIZAÇÃO DAS VELOCIDADES DO ROBOT MÓVEL

A partir da figura 2, é possível retirar as equações de movimento do robot levando em conta as velocidades lineares das rodas do robot e as velocidades lineares ( $V(t)$  e  $Vn(t)$ ) e angular ( $W(t)$ ) do robot,

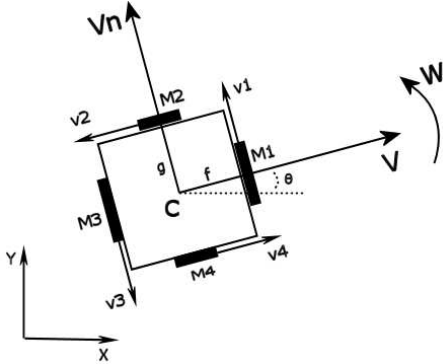


Figura 2. Representação do Robot Móvel no plano XY.

$$V(t) = \frac{1}{2}(-v2(t) + v4(t)) \quad (5)$$

$$Vn(t) = \frac{1}{2}(v1(t) - v3(t)) \quad (6)$$

$$W(t) = \frac{1}{2f}(v1(t) + v3(t)) \quad (7)$$

$$W(t) = \frac{1}{2g}(v2(t) + v4(t)) \quad (8)$$

onde:

- $V(t)$  e  $Vn(t)$  são velocidades lineares do ponto C;
- $W(t)$  é a velocidade angular do robot;
- $v1(t), v2(t), v3(t)$  e  $v4(t)$  são as velocidades lineares das rodas do robot;
- $\theta(t)$  é a atitude do robot;
- $M1, M2, M3$  e  $M4$  são os motores relativos a cada roda do robot.

A formulação consiste em calcular as velocidades de referência  $V(t), Vn(t)$  e  $W(t)$  máximas levando em conta as velocidades máximas dos motores do robot. Então, formulou-se as equações de  $V(t)$  e  $Vn(t)$  em relação a  $W(t)$  e as velocidades lineares das rodas do robot  $v1(t), v2(t), v3(t)$  e  $v4(t)$ .

Sendo assim, para uma determinada velocidade  $W$ , temos para o motor M1, a partir da equação 7:

$$v3 = 2fW - v1 \quad (9)$$

$$v1 \in [-v1_{max}, v1_{max}]$$

Substituindo 9 em 6,

$$Vn = \frac{1}{2}(v1 - 2fW + v1)$$

$$= v1 - fW \quad (10)$$

donde para  $v1 = v1_{max}$  e  $v1 = -v1_{max}$ , teremos para este valor de  $W(t) = W$  os limites máximos positivo e negativo de  $Vn(t)$ .

Identicamente tendo em conta as limitações dos motores restantes:

$$V = -v2 + gW \quad (11)$$

$$v2 \in [-v2_{max}, v2_{max}]$$

$$Vn = -v3 + fW \quad (12)$$

$$v3 \in [-v3_{max}, v3_{max}]$$

$$V = v4 - gW \quad (13)$$

$$v4 \in [-v4_{max}, v4_{max}]$$

As equações (10...13) podem ser analisadas como equações de um plano (Anton and Rorres, 2000),

$$ax + by + cz + d = 0 \quad (14)$$

Substituindo o sistema de coordenadas  $x, y$  e  $z$  por  $V, Vn$  e  $W$  respectivamente, temos

$$aV + bVn + cW + v_i = 0 \quad (15)$$

com  $v_i$  sendo as velocidades lineares das rodas do robot, para  $i = 1, 2, 3, 4$ . Reorganizando as

equações, temos as equações de oito planos, considerando  $W$  positivo ou negativo,

$$Vn + fW - v1 = 0 \quad (16)$$

$$V - gW + v2 = 0 \quad (17)$$

$$Vn - fW + v3 = 0 \quad (18)$$

$$V + gW - v4 = 0 \quad (19)$$

$$Vn - fW - v1 = 0 \quad (20)$$

$$V + gW + v2 = 0 \quad (21)$$

$$Vn + fW + v3 = 0 \quad (22)$$

$$V - gW - v4 = 0 \quad (23)$$

A figura 3 mostra os oito planos com os seguintes limites de velocidades para as rodas do robot:  $v1 = v3 = 1(m/s)$  e  $v2 = v4 = 1.5(m/s)$ . Os limites de velocidade para  $v1$  e  $v3$  são menores pois o raio das rodas dos motores  $M1$  e  $M3$  são menores que o raio das rodas dos motores  $M2$  e  $M4$ . Gerou-se a figura com velocidades  $W$  positivas e negativas, até o instante em que a velocidade  $Vn$  chegou a zero ( $Vn = 0$ ).

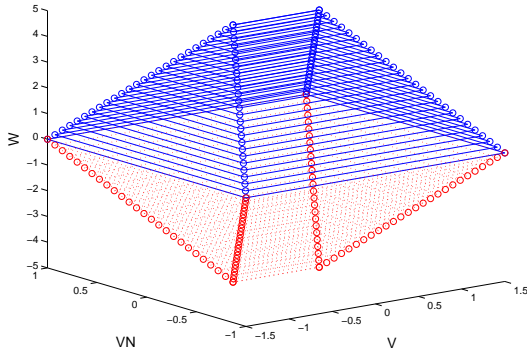


Figura 3. Planos das velocidades do Robot nos eixos  $V, Vn, W$ .

Observando a figura 3, verificamos que todas as velocidades impostas ao robot devem estar dentro do sólido cujas faces são os planos referidos. Para dimensionar correctamente um determinado conjunto de velocidades de referência  $V_{ref}, Vn_{ref}, W_{ref}$  que ultrapassa os limites referidos, deve-se traçar uma recta da origem até o ponto da velocidade pretendida. O ponto de intersecção desta recta com um dos planos dará a velocidade máxima possível, mantendo a direcção do deslocamento e respeitando os limites dos motores do robot.

Considere-se então, um ponto  $P_{ref} = (V_{ref}, Vn_{ref}, W_{ref})$ , que representa uma referência de velocidades para o robot, impossível de se atingir. Inicialmente, é traçada uma recta da origem do plano  $V, Vn, W$  até o ponto  $P_{ref}$ , depois calcula-se o ponto de intersecção ( $\bar{P}_{ref}$ ) entre esta recta e um dos planos, conforme a formulação:

- $G = aV + bVn + cW + v_n = 0$ , equação do plano;
- $P_{ref} = (V_{ref}, Vn_{ref}, W_{ref})$ , o ponto de velocidades de referência  $V, Vn, W$  original;
- $\bar{P}_{ref} = \alpha P_{ref}$ , o ponto de velocidades redimensionadas;
- $\alpha$ , o factor de redimensionamento.

Então,

$$\alpha P_{ref} = (\alpha V_{ref}, \alpha Vn_{ref}, \alpha W_{ref}) \quad (24)$$

$$\alpha P_{ref} \in G$$

substituindo  $\alpha P_{ref}$  na equação do plano,

$$a\alpha V_{ref} + b\alpha Vn_{ref} + c\alpha W_{ref} + v_i = 0,$$

$$\alpha(aV_{ref} + bVn_{ref} + cW_{ref}) + v_i = 0,$$

$$\alpha = \frac{-v_i}{aV_{ref} + bVn_{ref} + cW_{ref}} \quad (25)$$

assim determina-se o valor de  $\alpha$ . Por exemplo para o plano da equação 16, temos os seguintes valores,

- $v_i = -v1$ ,
- $a = 0$ ,
- $b = 1$ ,
- $c = f$ .

A seguir apresenta-se um exemplo com o ponto  $P_{ref} = (1, -1.2, 2)$ , representando as velocidades  $V, Vn$  e  $W$  respectivamente, com os seguintes valores,

- $v1 = v3 = 1(m/s)$ ,
- $v2 = v4 = 1.5(m/s)$ ,
- $f = g = 0.2(m)$ .

O ponto  $P_{ref} = (1, -1.2, 2)$  ultrapassou os limites de velocidades, conforme as figuras 4 e 5, após redimensionar as velocidades, obteve-se o ponto redimensionado  $\bar{P}_{ref} = (0.625, -0.75, 1.25)$ , que é o ponto de intersecção da recta com o plano, e o  $\alpha = 0.625$ .

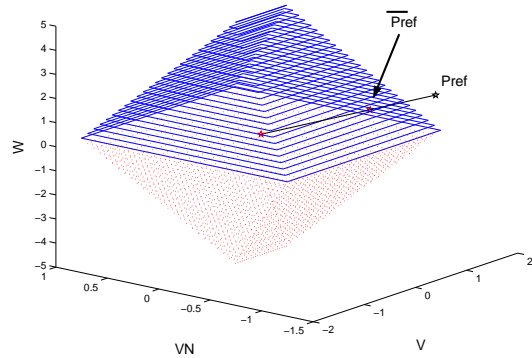


Figura 4. Eixos  $V, Vn, W$  e os pontos  $P_{ref}, \bar{P}_{ref}$ .

A figura 5 mostra o plano  $Vn, W$  onde se pode ver de forma mais clara o ponto de intersecção da recta com o plano.

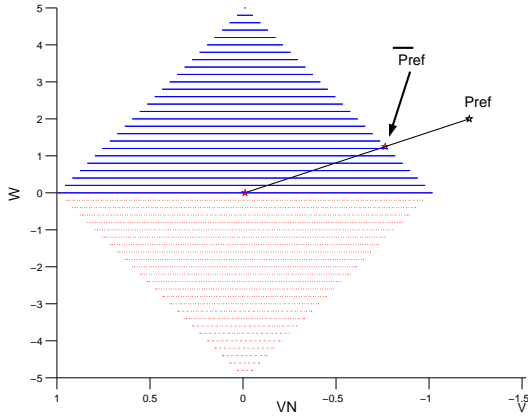


Figura 5. Eixos  $Vn, W$  e os pontos  $P_{ref}, \bar{P}_{ref}$ .

### 3. GERAÇÃO DE TRAJECTÓRIAS PARA O ROBOT

O sistema de visão e localização do robot fornece-nos dados como a sua posição, a posição dos obstáculos, da bola, e a partir destes é calculada a próxima posição desejada. Mas isso não é suficiente para o robot chegar ao destino desejado, pois estas informações fornecem-nos posições a partir das quais é necessário obter-se uma trajectória completa. Entre vários métodos testados para a obtenção de trajectórias, podemos citar (Laumond *et al.*, 1994), (Reeds and Shepp, 1990), (Eren *et al.*, 1999), (Komoriya and Tanie, 1989).

Os robots da equipa 5DPO utilizam para a geração de trajectórias polinómios cúbicos Splines que foram implementados conforme descrito em (Anton and Rorres, 2000).

Sendo  $n$  pontos  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$  com  $x_{i+1} - x_i = h, i = 1, 2, \dots, n-1$ , a spline cúbica,

$$S(x) = \begin{cases} a_1(x - x_1)^3 + b_1(x - x_1)^2 + \dots \\ c_1(x - x_1) + d_1, & x_1 \leq x \leq x_2 \\ a_2(x - x_2)^3 + b_2(x - x_2)^2 + \dots \\ c_2(x - x_2) + d_2, & x_2 \leq x \leq x_3 \\ \vdots \\ a_{n-1}(x - x_{n-1})^3 + \dots \\ b_{n-1}(x - x_{n-1})^2 + c_{n-1}(x - x_{n-1}) + \dots \\ d_{n-1}, & x_{n-1} \leq x \leq x_n \end{cases} \quad (26)$$

que para interpolar os pontos tem os coeficientes dados por

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{(L_{i+1} - L_i)}{6h} \\ b_i &= \frac{L_i}{2} \\ c_i &= \frac{(y_{i+1} - y_i)}{h - [(L_{i+1} + 2L_i)h/6]} \\ d_i &= y_i \end{aligned} \quad (27)$$

para  $i = 1, 2, \dots, n-1$ , onde  $L_1, L_2, \dots, L_n$ ,

$$\begin{aligned} L_1 + 4L_2 + L_3 &= 6(y_1 - 2y_2 + y_3)/h^2 \\ L_2 + 4L_3 + L_4 &= 6(y_2 - 2y_3 + y_4)/h^2 \\ &\vdots \\ L_{n-2} + 4L_{n-1} + L_n &= 6(y_{n-2} - 2y_{n-1} + y_n)/h^2. \end{aligned} \quad (28)$$

Para a geração das trajectórias dos robots são utilizados os polinómios cúbicos splines em 3 dimensões, para os planos  $x, y$  e mais a atitude do robot  $\theta$ . Desta forma as trajectórias além de fazer a interpolação entre as posições no ambiente, também determinam as atitudes do robot para cada posições desejada.

Através das equações da cinemática do robot, temos a relação entre as velocidades de referência impostas ao robot  $V(t), Vn(t)$  e  $W(t)$ , e o posicionamento do robot no ambiente, conforme (Kalmar-Nagy *et al.*, 2003),

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= V(t)\cos(\theta(t)) - Vn(t)\sen(\theta(t)) \\ \dot{y}(t) &= V(t)\sen(\theta(t)) + Vn(t)\cos(\theta(t)) \\ \dot{\theta}(t) &= W(t) \end{aligned} \quad (29)$$

Em que  $x(t)$  e  $y(t)$  representam a posição do ponto C no ambiente, conforme a figura 2, e  $\theta(t)$  a atitude do robot.

O robot possui uma estrutura de controlo e comunicação com seus periféricos conforme o esquema da figura 6.

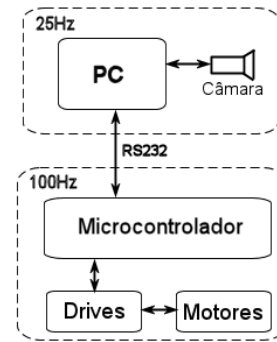


Figura 6. Arquitectura de controlo e comunicação.

O computador (PC) controla todas as acções do robot. A comunicação com o microcontrolador é feita através da porta série (RS232), que gera os sinais de controlo dos motores. O software de controlo no PC, trabalha em uma cadência baseada na frequência da câmara,  $25Hz$ , resultando num período de tempo para o processamento das tarefas do robot de  $40ms$ . As trajectórias de referência do robot a cada amostragem são recalculadas, baseadas na posição actual do robot e na posição de destino desejada (Sousa *et al.*, 2004). Sendo assim, é importante que a cada amostragem o robot tenha velocidades de referência que o conduzam para a direcção correcta.

#### 4. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Para testar o algoritmo desenvolvido para seguimento das trajectórias, utilizamos a trajectória mostrada na figura 7. O robot está inicialmente na posição  $X = 0$  e  $Y = 0$  com ângulo  $\theta = 0$  e com a posição de destino em  $X = -2$ ,  $Y = 0$  com ângulo  $\theta = \pi$ .

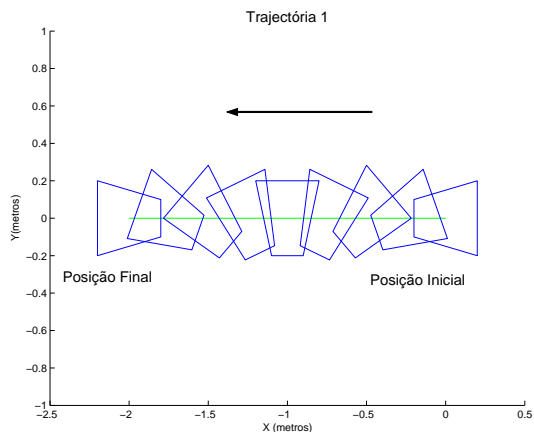


Figura 7. Plano XY - trajectória para teste.

Nesta experiência foram testados 3 casos de seguimento da trajectória: com um modelo ideal do robot, com o modelo real do robot sem o redimensionamento das velocidades de referência e com o modelo real do robot com o redimensionamento das velocidades de referência.

A figura 8, mostra as velocidades executadas com o modelo ideal do robot omni-direccional de 4 rodas, sendo assim não possui restrições de velocidade. Verifica-se que a trajectória foi seguida correctamente, como era de esperar, gerando-se velocidades de referência ( $V_{ref}, Vn_{ref}, W_{ref}$ ) altas, conforme a figura 11.

Na figura 9, estão as velocidades executadas com o modelo real do robot, que leva em conta as limitações nas velocidades dos motores, mas sem redimensionar as velocidades de referência. Isso resulta que as velocidades dos motores  $M1$  e  $M3$  vão saturar antes que as velocidades dos motores  $M2$  e  $M4$ , pois possuem rodas menores. Este fenómeno provoca desvios no seguimento da trajectória, conforme ilustrado na figura 11.

Na figura 10, a simulação foi realizada com o modelo real do robot, mas agora utilizando o algoritmo de redimensionando das velocidades, tendo em conta as limitações nas velocidades dos motores. Verifica-se que as velocidades executadas pelo robot  $V, Vn$  e  $W$  nunca ultrapassam os limites, fazendo com que o robot sempre siga a trajectória correctamente, conforme a figura 11.

Na figura 11 ilustra-se o robot executando a trajectória com um modelo ideal do robot, com o modelo real do robot e com o modelo real do

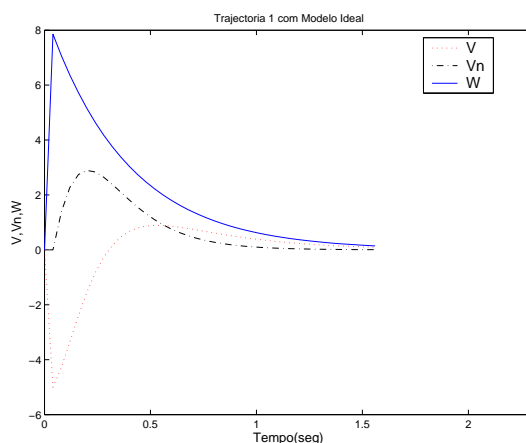


Figura 8. Modelo ideal do robot.

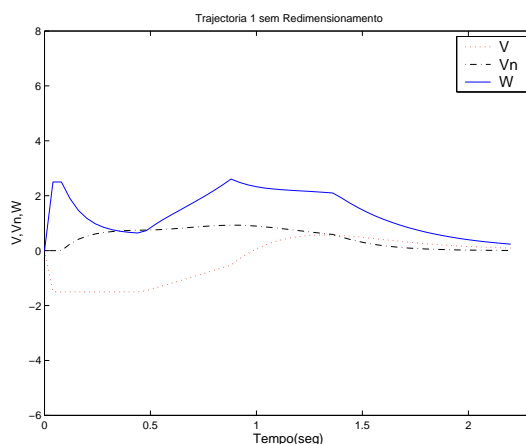


Figura 9. Modelo real do robot, sem redimensionamento da referencia.

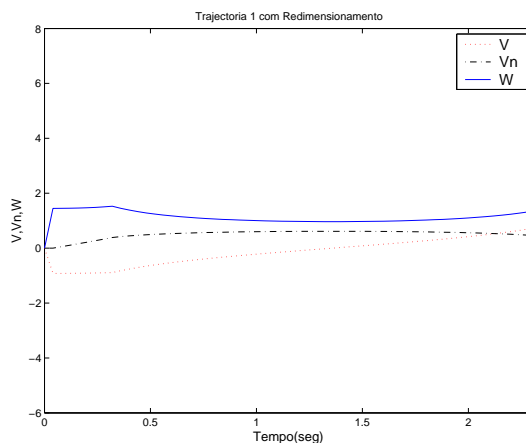


Figura 10. Modelo real do robot, com redimensionamento da referencia.

robot mais o algoritmo de redimensionamento das velocidades de referência  $V, Vn$  e  $W$ .

#### 5. CONCLUSÃO

Este artigo tem como objectivo formular um procedimento para se redimensionar as velocidades impostas ao robot de forma a tornar-se uma

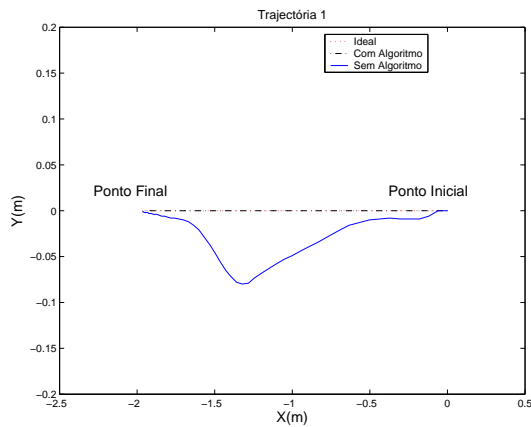


Figura 11. Trajetória executada para os 3 casos. trajetória possível de ser seguida. Este procedimento será útil em várias aplicações onde seja prioritário o exacto seguimento de uma trajetória. No caso do futebol robótico onde as trajetórias estão sempre a mudar devido à bola estar quase sempre em movimento, necessita-se de trajetórias e posicionamentos precisos. O procedimento apresentado neste artigo está implementado na equipa da Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto "5DPO" de robots futebolistas da liga média da Federação RoboCup. Idêntico procedimento pode ser deduzido para o Robots omni-direccionais com diferentes configurações, nomeadamente com 3 rodas.

## REFERÊNCIAS

- Anton, Howard and Chris Rorres (2000). *Elementary Linear Algebra - Applications version*. John Wiley Sons, Inc.
- Choi, Jong-Suk and Byung Kook Kim (2001). Near-time-optimal trajectory planning for wheeled mobile robots with translational and rotational sections. In: *IEEE Transactions on Robotics and Automation*. pp. 85–90.
- Costa, Paulo, António Moreira, Armando Sousa, Paulo Marques, Pedro Costa and Aníbal Matos (1999). 5dpo team description robocup. In: *Robot World Cup Soccer Games and Conference*. Stockolm, Sweeden. pp. 85–89.
- Eren, H., C. C. Fung and J. Evans (1999). Implementation of the spline method for mobile robot path control. In: *Instrumentation and Measurement Technology Conference*. pp. 739–744.
- Kalmar-Nagy, Tamas, Raffaello D Andrea and Pritam Ganguly (2003). Near-optimal dynamic trajectory generation and control of an omnidirectional vehicle. In: *Journal of Robotics and Autonomous Systems*. by Elsevier B.V.. pp. 47–64.
- Koh, K.C. and H.S. Cho (1999). A smooth path tracking algorithm for wheeled mobile robots with dynamic constraints. In: *Journal of Intelligent and Robotic Systems*. Kluwer Academic Publishers. pp. 367–385.
- Komoriya, K. and K. Tanie (1989). Trajectory design and control of a wheel-type mobile robot using b-spline curve. In: *Int. Workshop on Intelligent Robots and Systems*. pp. 398–405.
- Laumond, J., P. Jacobs, M. Taix and R. Murray (1994). A motion planner for nonholonomic mobile robots. In: *IEEE Transactions on Robotics and Automation*.
- Neimark, Ju. I. and N. A. Fufaev (1972). *Dynamics of Nonholonomic Systems*. American Mathematical Society.
- Reeds, J. and L. Shepp (1990). Optimal paths for a car that foes both forwards and backwards. In: *Pacific Journal of Mathematics*. p. 145(2).
- Sousa, Armando, Paulo Costa and António Paulo Moreira (2004). Sistema de localização de robôs móveis baseado em filtro de kalman extendido. In: *Proceedings of the Scientific Meeting of the Portuguese Robotics Open*. Porto, Portugal. pp. 83–88.
- Yun, Xiaoping and Yoshio Yamamoto (1993). Internal dynamics of a wheeled mobile robot. In: *Proceedings of the International Conference on Intelligent Robots and Systems*. p. 1288.