Modelação tridimensional de dados geofísicos

Andreia Filipa Dinis Ferreira de Sousa

Mestrado em Engenharia Geográfica

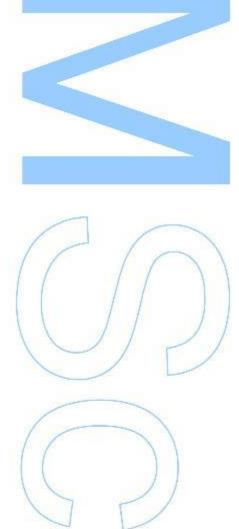
Departamento de Geociências, Ambiente e Ordenamento do Território 2016

Orientador

José Alberto Álvares Pereira Gonçalves, Professor Auxiliar, Faculdade de Ciências da Universidade do Porto

Coorientador

Bruno Sameiro Pereira, Sinergeo – Soluções Aplicadas em Geologia, Hidrogeologia e Ambiente, LDA.

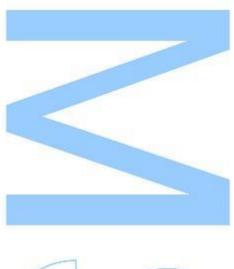


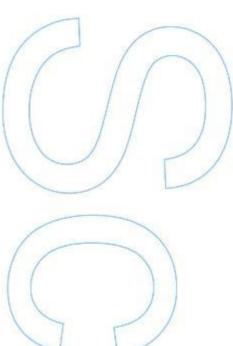




Todas as correções determinadas pelo júri, e só essas, foram efetuadas. O Presidente do Júri,

Porto, ____/___/___





Agradecimentos

Não poderia concluir esta etapa sem antes expressar a minha gratidão a todos os que me acompanharam e me apoiaram.

As minhas primeiras palavras de agradecimento vão para o meu orientador, Professor Doutor José Alberto Gonçalves, por todo o acompanhamento e disponibilidade prestada ao longo destes meses.

À Sinergeo pela oportunidade que me concedeu oferecendo um estágio e contacto com o mundo empresarial.

Ao meu co-orientador, Mestre Bruno Sameiro Pereira, pelo constante apoio e passagem de conhecimentos.

A toda a equipa Sinergeo e à Unidade de Arqueologia da Universidade do Minho na pessoa da Mestre Mafalda Alves pelo acolhimento e ensinamentos.

Aos meus pais pelo apoio incondicional ao longo da vida e por todas as oportunidades que me concederam.

Ao Bruno por toda a paciência, motivação e carinho com que sempre me presenteou.

Aos meus amigos e familiares que sempre me apoiaram e sem os quais a minha vida seria muito menos interessante.

A todos, o meu muito obrigada.

Resumo

O presente relatório descreve o estágio desenvolvido em ambiente empresarial na empresa Sinergeo - Soluções Aplicadas em Geologia, Hidrogeologia e Ambiente Lda, no âmbito no Mestrado em Engenharia Geográfica e teve como principal objetivo a estudar e implementar as mais adequadas metodologias de modelação tridimensional de dados geofísicos adquiridos nos trabalhos desenvolvidos na empresa.

Inicialmente foram realizados levantamentos topográficos nas áreas de interesse de forma a ser possível cartografar corretamente todas as anomalias detetadas.

Posteriormente, foram executadas campanhas de geofísica. A prospeção geofísica baseia-se na medição de propriedades físicas dos materiais que constituem a Terra. É caracterizado como um método indireto uma vez que permite a obtenção de informação do subsolo sem que seja necessário proceder a trabalhos de escavação. Para este trabalho foram utilizados dois tipos de prospeção: elétrica e eletromagnética (GPR).

Por último, sucedeu-se a modelação tridimensional dos dados com recurso ao software Voxler. No entanto para isto ser possível, foi necessário proceder a uma inversão geofísica dos dados adquiridos e criar uma base de dados. Esta base de dados é composta por quatro variáveis, XYZ+C, onde XYZ representa as coordenadas espaciais dos dados, e C no atributo em cada ponto. A partir dessa base de dados foram gerados modelos tridimensionais através da interpolação dos dados.

O relatório descreve, para além de alguns conceitos envolvidos, todo o trabalho de aquisição, processamento e análise de dados. Foram cumpridos os objetivos previstos para o trabalho, resultando num melhor conhecimento dos processos a seguir em trabalhos futuros.

Abstract

This report describes the internship developed in a business environment in the company "Sinergeo - Soluções Aplicadas em Geologia, Hidrogeologia e Ambiente Lda.", within the Master's degree in Surveying Engineering. The main aim was the three-dimensional modelling of geophysical data.

Initially, land surveys were carried out in the areas of interest in order to be able to correctly map all detected anomalies.

Secondly, geophysical campaigns were executed. The geophysical prospection relies on the measurement of physical properties of the materials comprising the earth. It is characterized as an indirect method because it allows obtaining subsurface information without being necessary to carry out excavation work. For this work we used two types of exploration: electrical and electromagnetic (GPR).

Finally, the three-dimensional modelling of the data was done using the Voxler software. However for this to be possible, it was necessary to conduct a geophysical inversion of the data acquired and creating a database. This database is composed of four variables C + XYZ, where XYZ is the spatial coordinates of the data, the attribute and C at each point. From this database three-dimensional models were generated by interpolation of data.

Índice

Agrade	cimentos	iii
Resum	o	iv
Abstrac	zt	V
Índice		vi
Lista de	e Figuras	viii
Lista de	e tabelas	x
Acrónin	nos/ Siglas	x
Introdu	ção	1
1.1.	Enquadramento Empresarial	1
1.2.	Objetivo	1
1.3.	Estrutura do relatório	3
Prospe	ção Geofísica	4
2.1. F	Resistividade elétrica	5
2.1	.1. Arranjos Geométricos	8
2	2.1.1.1. Arranjo de Wenner	8
2	2.1.1.2. Arranjo de Schlumberger	9
2	2.1.1.3. Arranjo Dipolo-dipolo	10
2.2. 0	Georadar (GPR)	11
2.2	2.1. O Eletromagnetismo	11
2.2	2.2. O Georadar	12
2	2.2.2.1. Composição de um sistema GPR	14
Metodo	ologias de Georreferenciação	15
3.1. 0	GPS	15
3.1	.1. Segmentos do GPS	17
3	3.1.1.1 Segmento Espacial	17
3	3.1.1.2. Segmento de Controlo	17
3	3.1.1.3. Segmento do utilizador	18
3.1	.2. Sinais emitidos pelos satélites	18
3	3.1.2.1. Código C\A	18
3	3.1.2.2. Código P	18
3	3.1.2.3. Mensagem de navegação	19
3.1	.3. Rede Nacional de Estações Permanentes (ReNEP)	19
3.2. 7	Topografia clássica	20

3.2.1. Estabelecimento de uma poligonal	20
3.2.2. Transformação a 7 parâmetros	22
3.3. Softwares utilizados	23
3.3.1. RadExPro	23
3.3.2. Res2Dinv	23
3.3.3. Voxler	24
3.3.3.1. Interpoladores	24
Estudos de caso	26
4.1. Seminário Conciliar de São Pedro e São Paulo	26
4.1.1. Enquadramento histórico	26
4.1.2. Enquadramento Geográfico	27
4.1.3. Estratégia dos trabalhos de campo	28
4.1.4. Levantamento Topográfico	28
4.1.5. Aquisição de dados Geofísicos	30
4.1.5.1. Eletrorresistividade	30
4.1.5.2. GPR	31
4.1.6. Tratamento dos dados	32
4.1.6.1. De resistividade	32
4.1.6.2. De GPR	41
4.1.7. Visualização dos dados modelados e respetivos resultados	42
4.1.7.1. Por eletrorresistividade	42
4.1.7.2. Por GPR	53
4.2. Melgaço	59
4.2.1. Enquadramento Geográfico	59
4.2.2. Execução dos trabalhos de campo	59
4.3. Sepeda	68
4.3.1. Enquadramento Geográfico	68
4.3.2. Execução dos trabalhos de campo	68
Conclusão	75
Bibliografia	76
Anexo	77

Lista de Figuras

Figura 1: Encadeamento das várias tarefas a realizar	2
Figura 2: Relação entre a resistência, a resistividade, o comprimento e a área da	
secção transversal (Guerreiro, 2014)	6
Figura 3: Resistividade de vários tipos de materiais (Borges, 2007)	7
Figura 4: Arranjo de Wenner	8
Figura 5: Arranjo de Schlumberger	9
Figura 6: Arranjo Dipolo-dipolo	.10
Figura 7: Equações de Maxwell (Fonte: Apontamentos Eletromagnetismo)	.11
Figura 8: Propagação da Radiação Eletromagnética	.12
Figura 9: Espetro Eletromagnético (apontamentos de eletromagnetismo)	.12
Figura 10: Trilateração	
Figura 11: Segmentos GPS	. 17
Figura 12: Rede Nacional de Estações Permanentes	. 20
Figura 13: Poligonal fechada sobre si mesma	.21
Figura 14: Poligonal de enlace	. 22
Figura 15: Transformação de Helmert (Jekeli, 2012)	. 23
Figura 16: Mapa de Braga em 1594	. 26
Figura 17: Localização do Seminário Conciliar de São Pedro e São Paulo	. 27
Figura 18: Áreas dos estudos geofísicos	. 28
Figura 19: Levantamento Topográfico	. 30
Figura 20: O georadar	
Figura 21: Relação entre as áreas amostradas e o espaçamento entre perfis (Dean	
Goodman, 2009)	. 32
Figura 22: Histograma da variável resistividade para a área D	
Figura 23: Histograma dos valores estimados pelo inverso do quadrado da distância	
da variável resistividade para a área D	
Figura 24: Histograma dos valores estimados pela média da variável resistividade p	
a área D	
Figura 25: Histograma da variável resistividade para a área C	
Figura 26: Histograma dos valores estimados pelo inverso do quadrado da distância	
da variável resistividade para a área C	
Figura 27: Histograma dos valores estimados pela média da variável resistividade p	
a área C	. 40
Figura 28: Histograma dos valores estimados pelo local polinomial da variável	
resistividade para a área C	
Figura 29: Secção à superfície e a 0.5 metros de profundidade	
Figura 30: Secção 1 e 1.5 metros de profundidade	
Figura 31: Secção 2 e 2.5 metros de profundidade	
Figura 32: Secção 3 e 3.5 metros de profundidade	
Figura 33: Secção a 4 metros de profundidade	
Figura 34: Secção à superfície e a 0.5 metros de profundidade	
Figura 35: Secção a 1 e a 1.5 metros de profundidade	. 45

Figura 36: Secção a 2 e a 2.5	metros de profundidade	45
Figura 37: Secção a 3 e a 3.5	metros de profundidade	45
Figura 38: Secção a 4 metros	de profundidade	46
Figura 39: possíveis estruturas	enterradas na área C	46
Figura 40: possíveis estruturas	enterradas na área D	47
	ns realizadas	
Figura 42: Sondagens no Jard	im do Museu Pio XII – Área C	48
Figura 43: Sondagens Área D.		49
Figura 44: Resultado da sonda	gem 7	50
Figura 45: Resultado da sonda	gem 6	51
•	gem 2	
Figura 47: Resultado da sonda	gem 2	52
Figura 48: Resultado da sonda	gem 8	53
Figura 49: Secção a 0.25 e 0.5	metros de profundidade	54
Figura 50: Secção a 0.75 e 1 r	netro de profundidade	54
•	os de profundidade	
Figura 52: Secção a 0.25 e 0.5	metros de profundidade	55
Figura 53: Secção a 0.75 e 1 r	netro de profundidade	56
Figura 54: Secção a 1.25 metr	os de profundidade	56
Figura 55: Secção a 0.25 e 0.5	metros de profundidade	56
Figura 56: Secção a 0.75 e 1 r	netro de profundidade	57
Figura 57: Secção a 1.25 metr	os de profundidade	57
•	s aos 25 cm de profundidade	
Figura 59: Localização da área	de interesse	59
•	de e polarização induzida em Mouros	
	nentos, compartimentos, e perfis geofísicos	
	al do Perfil 1	
Figura 63: Modelo bidimension	al do Perfil 2	63
Figura 64: Perfil 1 de Polarizaç	ão Induzida	64
Figura 65: Perfil 1 de Resistivio	dade elétrica	64
Figura 66: Perfil 2 de Polarizaç	ão Induzida	65
•	dade elétrica	
_	de sobre imagem do Google Earth	
S .	de sobre os lineamentos	
Figura 70: Perfis de polarizaçã	o induzida sobre os lineamentos	67
Figura 71: Localização da área	a em estudo	68
. , , .	rfis de resistividade	
Figura 73: Resistividade e pola	ırização induzida do perfil A	70
-	rização induzida do perfil B	
	rização induzida do perfil C	
	a malha de magnetometria	
Figura 77: Resultado tridimens	ional da prospeção magnética	74

Lista de tabelas

Tabela 1:Métodos geofísicos (Philip Kearey, 2002)	5
Tabela 2: Penetração máxima de acordo com a frequência das antenas	
(http://www.geophysical.com/antennas.htm, s.d.)	13
Tabela 3: Caraterísticas do sistema de referência ETRS89	15
Tabela 4: Análise estatística descritiva da variável resistividade para a área D	33
Tabela 5: Análise estatística descritiva dos valores estimados pelo inverso do	
quadrado da distância da variável resistividade para a área D	34
Tabela 6: Análise estatística descritiva dos valores estimados pela média da variável	
resistividade para a área D	35
Tabela 7: Análise estatística descritiva dos valores estimados pelo local polinomial	da
variável resistividade para a área D	36
Tabela 8: Histograma dos valores estimados pelo local polinomial da variável	
resistividade para a área D	37
Tabela 9: Análise estatística descritiva da variável resistividade para a área C	38
Tabela 10: Análise estatística descritiva dos valores estimados pelo inverso do quadrado da	а
distância da variável resistividade para a área C	39
Tabela 11: Análise estatística descritiva dos valores estimados pela média da variável	
resistividade para a área C	39
Tabela 12: Análise estatística descritiva dos valores estimados pelo local polinomial da vari	ável
resistividade para a área C	40

Acrónimos/ Siglas

DGT – Direção Geral do Território

GNSS - Global Navigation Satellite System

GPR – Ground Penetrating Radar

GPS - Global Positioning System

MDT – Modelo Digital de Terreno

ReNEP - Rede Nacional de Estações Permanentes

RTK - Real Time Kinematic

SI - Sistema Internacional



1.Introdução

No presente capítulo faz-se uma breve apresentação da empresa hospedeira. Depois de introduzir a empresa são referidos quais os objetivos e, por último, é descrita a estrutura do relatório.

1.1. Enquadramento Empresarial

O presente trabalho, intitulado de "Modelação tridimensional de dados geofísicos", está inserido no estágio do Mestrado em Engenharia Geográfica da Faculdade de Ciências da Universidade do Porto. Este realizou-se na empresa Sinergeo – Soluções Aplicadas em Geologia, Hidrogeologia e Ambiente Lda, situada no concelho de Braga, fundada em 2006. Esta empresa, é constituída por profissionais da área da Geologia, cujos serviços prestados vão desde a consultoria à execução de projetos nas áreas da geologia, hidrogeologia, geofísica e geotecnia. É uma empresa que aposta na inovação e na qualidade de forma a reforçar a imagem de empresa de referência no mercado.

1.2. Objetivo

A geofísica é, em termos gerais, uma ciência que aplica os princípios físicos ao estudo da Terra. Faz uso de instrumentos de medição de diferentes variáveis físicas, e através da análise desses dados é possível detetar anomalias no solo, servindo como uma técnica complementar de elevada fiabilidade e utilidade em diversas áreas.

Os dados utilizados para o estudo, foram obtidos com recurso a três técnicas geofísicas: resistividade elétrica, georadar (GPR) e magnetometria.

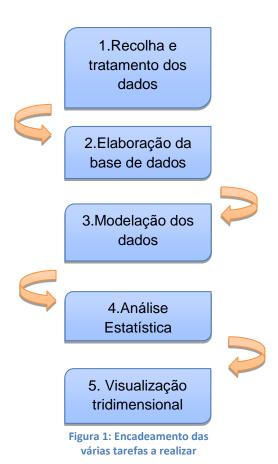
O método de resistividade elétrica é um dos métodos geofísicos mais antigos. O objetivo das campanhas de resistividade elétrica passa pela determinação da distribuição da resistividade elétrica no subsolo, através da realização, na generalidade dos casos, de medidas sobre a superfície do solo. Destas medições



obtêm-se dados de potencial normalizados à corrente injetada no terreno que permitem obter modelos por interpretação direta ou inversa. A resistividade do solo relaciona-se com vários parâmetros geológicos como o tipo de minerais presentes e a presença de fluídos, porosidade e grau de saturação do solo e rocha. (FEUP, 2013)

O Radar de Prospeção Geotécnica (GPR) é uma técnica de inspeção não destrutiva, baseada na emissão de radiação eletromagnética, com a finalidade de detetar objetos e camadas de materiais distintos, através do contraste entre as propriedades dielétricas desses materiais. (Jol, 2009)

O principal objetivo deste estágio foi a modelação de dados geofísicos a três dimensões com recurso ao software Voxler. Para isso foi necessário estabelecer uma ordem dos trabalhos a realizar.



No primeiro ponto, é realizado um levantamento topográfico da área a sondar, com o auxílio de uma estação total ou um recetor GPS, dependendo dos casos. Com o levantamento concluído é possível proceder à marcação dos perfis, e respetiva recolha com resistivímetro ou georadar, dependendo do tipo de trabalho pretendido.



De forma a dar seguimento ao esquema supramencionado, os dados são sujeitos a uma inversão geofísica (explicado mais à frente) através do software Res2Inv, e posteriormente coletados numa folha de cálculo.

A modelação dos dados é realizada no software Voxler, onde os dados sofrem processos de interpolação de forma a ser possível ter dados em zonas onde não foi feita a sua recolha. Com os valores interpolados é exequível a criação de volumes para uma melhor interpretação dos dados recolhidos.

Para um melhor ajuste dos dados, estes foram interpolados usando diferentes métodos, e posteriormente realizada uma análise estatística para ver qual teria um menor erro associado.

1.3. Estrutura do relatório

Serve o presente tópico para descrever de forma concisa o conteúdo de cada capítulo deste relatório, de modo a facilitar a sua leitura.

No primeiro capítulo é apresentado o enquadramento do estágio, bem como os seus objetivos e a estrutura do trabalho escrito.

O segundo capítulo expõe determinados conceitos teóricos relativos à geologia, mais concretamente noções e métodos geofísicos.

No terceiro são abordados conceitos teóricos de diferentes técnicas de georreferenciação pertinentes para a execução prática do trabalho.

Serve o quarto capítulo para apresentar a área em estudo, os métodos utilizados para a aquisição dos dados, processamento dos mesmos bem como a interpretação dos resultados obtidos.

Por último, no quinto capítulo, são expostas considerações finais sobre o trabalho realizado, bem como uma avaliação global do projeto e respetivo contributo para a empresa acolhedora.



2. Prospeção Geofísica

O estudo da Terra usando medições à superfície de parâmetros físicos é designado por Geofísica. Os métodos geofísicos estão enquadrados nas técnicas indiretas que possibilitam a avaliação das condições geológicas locais através da variação das propriedades físicas dos materiais geológicos.

Os métodos geofísicos encontram-se divididos em dois grupos: passivos e ativos. Os métodos passivos consistem na medição de campos ou propriedade naturais do terreno. Estes dividem-se em três grupos: gravimétricos, magnéticos e radiométricos. Os métodos gravimétricos apoiam-se na medição da variação do campo gravitacional terrestre no local de interesse. Os processos magnéticos medem as variações do campo magnético no local em estudo. Os métodos radiométricos medem as propriedades radioativas do terreno.

Já os ativos consistem na medição da resposta do terreno a um tipo de sinal emitido. Estes podem ser elétricos e sísmicos. Os métodos elétricos englobam processos de resistividade, polarização induzida, eletromagnético e georadar. Estes métodos têm bastante adesão devido ao seu baixo custo e por não alterarem os locais investigados, ao contrário dos métodos invasivos (escavações, perfurações) que podem potenciar a contaminação. (H. Robert Burger, 2006)

O quadro seguinte descreve de forma sucinta inúmeros métodos geofísicos existentes, bem como a propriedade física à qual o método é percetível.



Método	Parâmetro Medido	Propriedades Físicas
		Densidade e módulo
	Tempo de trajeto da	elástico, os quais
Sísmico	reflexão/refração de ondas	determinam a velocidade
	sísmicas	de propagação de ondas
		sísmicas
	Variação espacial da força	
Gravimétrico	do campo magnético da	Densidade
	Terra	
Magnético	Variação espacial da força	Suscetibilidade magnética
Magnetico	do campo geomagnético	Ouscelibilidade magnetica
Resistividade Elétrica	Resistividade da Terra	Condutividade elétrica
	Voltagens de polarização	
Polarização Induzida	ou resistência dependente	Cargabilidade elétrica
	da frequência do solo	
Potencial Espontâneo	Potencial elétrico	Condutividade elétrica
Eletromagnético	Resposta à radiação	Condutividade e indutância
Eletromagnetico	eletromagnética	elétrica
	Tempo de viagem de	
Radar	impulsos de radar	Constante dielétrica
	refletidos	

Tabela 1:Métodos geofísicos (Philip Kearey, 2002)

2.1. Resistividade elétrica

A resistividade elétrica é uma propriedade física, e também uma técnica geofísica, baseado na determinação da resistividade dos materiais. A resistividade refere-se à maior ou menor dificuldade que um determinado material impõe à passagem da corrente elétrica e constitui uma propriedade física das mais variáveis.

A Lei de Ohm permite calcular a resistência elétrica (R) de um condutor através da razão entre a diferença de potencial (ΔV) aplicada aos terminais do condutor e a intensidade de corrente (I) que o percorre.



$$R = \frac{\Delta V}{I}$$

No método de resistividade, é injetada corrente elétrica no terreno através de um par de elétrodos (A e B – elétrodos de corrente) e é medida a diferença de potencial resultante entre outro par de elétrodos (M e N – elétrodos de potencial). A resistividade do terreno é então calculada a partir das distâncias entre os elétrodos, corrente aplicada e diferença de potencial medida, com base na Lei de Ohm.

Matematicamente, a resistividade de um material pode ser calculada a partir da seguinte equação:

$$\rho = R \; \frac{A}{L}$$

Onde L é o comprimento do material, R a resistência do material e A a área da secção transversal.

É possível entender que a resistividade é diretamente proporcional à resistência que o material apresenta e inversamente proporcional ao seu comprimento. A unidade de resistividade no Sistema Internacional de Unidades (SI) é o ohm vezes metro (Ω.m).

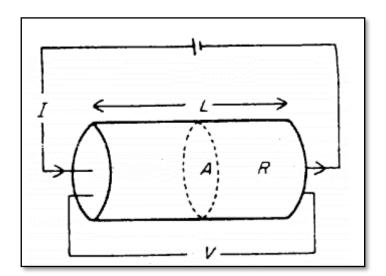


Figura 2: Relação entre a resistência, a resistividade, o comprimento e a área da secção transversal (Guerreiro, 2014)

Na Figura 2 estão presentes as gamas de valores de resistividade das rochas e de materiais do solo mais comuns. As rochas ígneas e metamórficas geralmente possuem valores de resistividade mais elevados, sendo estes valores dependentes do



grau de fracturação, e da percentagem de fraturas preenchidas com água. Por essa razão, não é de estranhar que não exista um só valor global para um determinado tipo de rocha ou solo, sendo os valores de resistividade dados em forma de uma gama de valores, dependendo do grau de saturação do material. As rochas sedimentares, que são normalmente mais porosas e possuem um conteúdo de água mais elevado, têm usualmente um valor de resistividade mais reduzido quando comparado com os valores associados às rochas ígneas e metamórficas. Sedimentos não consolidados possuem um valor de resistividade ainda mais reduzido, valores estes associados à porosidade (assumindo que todos os poros se encontram saturados), assim como à presença de argilas. Uma vez que a resistividade tem em conta a presença de água, a porosidade e a concentração de sais dissolvidos, é possível encontrar argilas duras, com um conteúdo reduzido de água, com valores de resistividade superiores às dos aluviões.

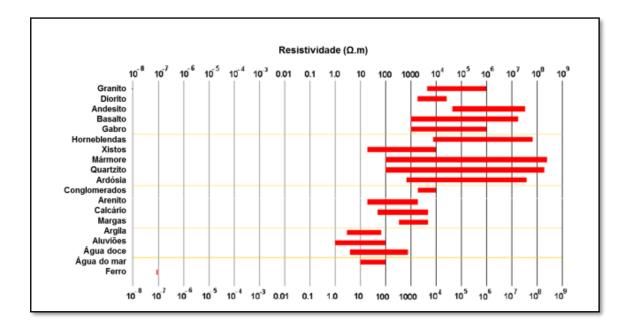


Figura 3: Resistividade de vários tipos de materiais (Borges, 2007)

A interpretação de dados de resistividade elétrica poderá ser um processo de difícil compreensão. O seu objetivo é identificar anomalias de resistividade cuja escala e distribuição espacial façam sentido para a área prospetada.

O levantamento por resistividade elétrica é, por norma, realizado através da execução de medições em grelhas de pontos de forma a construir um mapa de anomalias.



Durante o levantamento, o espaçamento entre os perfis convém ser equidistante de forma a não ocorrer variação na profundidade de investigação. A profundidade de investigação depende do tipo de arranjo, do espaçamento entre elétrodos e da densidade de dados. Apesar de existirem vários fatores determinantes, a profundidade de investigação é por norma o atributo que tem maior influência, variando com o espaçamento entre os elétrodos. Ao aumentar este espaçamento, o comprimento total do perfil (o conjunto de elétrodos dispostos segundo um arranjo) irá aumentar.

2.1.1. Arranjos Geométricos

O método de prospeção geofísica por resistividade elétrica baseia-se na avaliação da distribuição da corrente elétrica no subsolo, que é executada pela medição de diferenças de potencial elétrico entre os elétrodos.

Os resultados das medições de resistividade dependem das condições e características do meio condutor, mas também da configuração geométrica dos elétrodos.

2.1.1.1. Arranjo de Wenner

Na configuração de Wenner são colocados 4 elétrodos à mesma profundidade e igualmente espaçados em linha reta. Nesses quatro elétrodos, dois são de potencial (M e N) e dois de corrente (A e B).

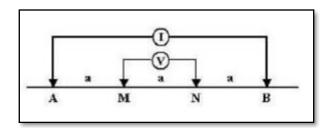


Figura 4: Arranjo de Wenner



A medição resume-se a injetar uma corrente contínua nos elétrodos de corrente, que irá percorrer o solo, e será medida com a ajuda dos elétrodos de potencial, onde será medida a diferença de potencial.

Para o cálculo da resistividade é utilizada a seguinte fórmula, onde a é a distância entre os elétrodos.

$$\rho_a = 2\pi a \left(\frac{\Delta V}{I}\right)$$

Este arranjo é sensível a alterações verticais na resistividade por baixo do centro eletródico, mas menos sensível às alterações horizontais. A profundidade atingida por este dispositivo é de aproximadamente 0.5 vezes o valor de *a*.

2.1.1.2. Arranjo de Schlumberger

Neste arranjo os quatro elétrodos estão dispostos em linha reta, sendo assim simétricos em relação ao centro da configuração. Os dois elétrodos exteriores são os elétrodos de corrente, a fonte da corrente, e os dois elétrodos internos são os elétrodos de potencial, os recetores. Os dois elétrodos de corrente são dispostos num ponto equidistante a uma certa distância b de um ponto, por outro lado os elétrodos de potencial também serão equidistantes do referido ponto mas a uma distância menor que b, como podemos constatar no esquema abaixo.

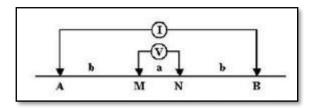


Figura 5: Arranjo de Schlumberger

Desta forma, e dada a configuração geométrica deste arranjo, a resistividade é dado por:



$$\rho_a = \frac{\Delta V}{I} \pi \frac{(b+a)}{a}$$

2.1.1.3. Arranjo Dipolo-dipolo

O espaçamento entre os elétrodos de corrente, A e B, e os elétrodos de potencial, M e N, é dado por a. É considerado um fator de distância 'na' entre os dipolos de corrente e os de potencial. O espaçamento entre elétrodos é mantido inicialmente constante. Para aumentar a profundidade de investigação o espaçamento é aumentado de um fator n, que não deve ultrapassar o valor de 8.

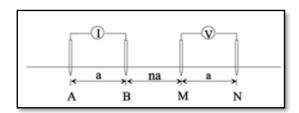


Figura 6: Arranjo Dipolo-dipolo

Dada a configuração geométrica deste arranjo, o cálculo da resistividade é dado por:

$$\rho_a = \pi a n (n+1)(n+2) \frac{\Delta V}{I}$$

É importante perceber que a escolha do arranjo está inerente ao objetivo do trabalho, profundidade de investigação, e cobertura horizontal. Só assim é possível fazer uma escolha adequada do tipo de arranjo a adotar. Uma das caraterísticas determinantes para a escolha dos arranjos é a profundidade de investigação. No entanto isto é quase impossível de definir antes de se conhecer o meio, uma vez que, a profundidade à qual uma dada parte da corrente penetra, depende da disposição dos elétrodos e da sua separação entre si. Num meio homogéneo a profundidade de penetração da corrente aumenta à medida que o espaçamento entre os elétrodos de corrente aumenta. (FEUP, 2013)



2.2. Georadar (GPR)

2.2.1. O Eletromagnetismo

James Clerk Maxwell foi um físico e matemático escocês, que ficou célebre pela sua teoria do electromagnetismo. Em 1983 este senhor escreveu quatro equações, denominadas de equações de Maxwell, que são a base do electromagnetismo.

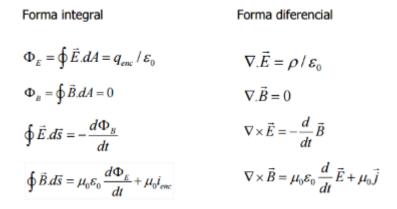


Figura 7: Equações de Maxwell (Fonte: Apontamentos Eletromagnetismo)

As ondas eletromagnéticas são constituídas por dois campos de forças, em elétrico e um magnético, ortogonais entre si, e ambos perpendiculares à direção de movimento da onda. Como é possível ver na Figura 7, o campo magnético (\vec{B}) propaga-se na direção do z, o campo eléctrico (\vec{E}) na direção do y, e a onda no sentido do x, sendo todas perpendiculares entre si.



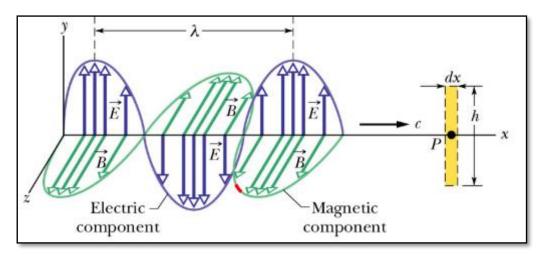


Figura 8: Propagação da Radiação Eletromagnética

Uma das principais contribuições de Maxwell foi a de que a velocidade das ondas eletromagnéticas no vácuo era igual a 3.108 m/s, ou seja, igual à velocidade da luz. Desta forma, Maxwell concluiu que a luz é um tipo de onda eletromagnética. (Guerreiro, 2014)

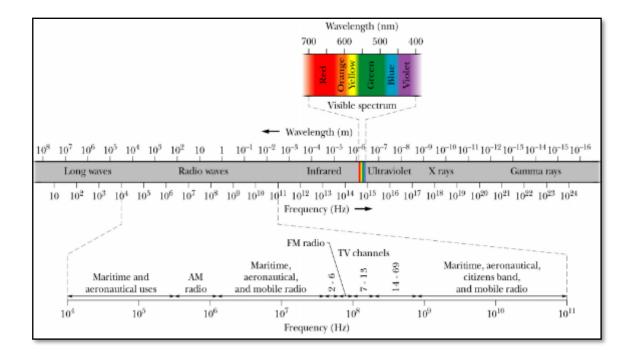


Figura 9: Espetro Eletromagnético (apontamentos de eletromagnetismo)

2.2.2. O Georadar



Os fundamentos teóricos do georadar ou GPR (*Ground Penetrating Radar*) são sustentados pelas equações de Maxwell. O georadar é uma técnica de inspeção geofísica que usa energia eletromagnética para mapear o subsolo. A energia eletromagnética do georadar é transmitida para o subsolo, sendo modificada, e parcialmente refletida, pelos contrastes entre as interfaces entre diferentes materiais presentes no subsolo. Esse contraste depende das propriedades desses materiais, nomeadamente, a condutividade elétrica, a permeabilidade magnética, e a permitividade relativa, cujos valores modificam a amplitude e a velocidade de propagação das ondas emitidas.

O georadar é constituído por duas antenas, uma que emite a onda eletromagnética, e outra que tem a capacidade de detetar os ecos eletromagnéticos provenientes das reflexões e difrações no terreno. (Jol, 2009)

A penetração no solo das ondas eletromagnéticas é, principalmente, condicionada pela frequência da onda. Assim quanto maior é a frequência da onda eletromagnética menor é a penetração desta no solo. Na Tabela 1 é apresentado um exemplo da penetração máxima de antenas de georadar de acordo com a frequência das antenas.

Frequência da antena	Penetração máxima (m)		
(MHz)			
2600	0.4		
1600	0.5		
900	1		
400	4		
270	6		
200	9		
100	15		
16	50		
A profundidade de penetração está condicionada às			
condições do solo			

Tabela 2: Penetração máxima de acordo com a frequência das antenas (http://www.geophysical.com/antennas.htm, s.d.)



2.2.2.1. Composição de um sistema GPR

O sistema GPR é composto por três unidades: unidade de controlo, unidade de armazenamento de dados, e unidade de visualização. A unidade de controlo é constituída por antenas, uma emissora e outra recetora. No mercado existem inúmeras antenas com frequência compreendidas entre os 10 MHz e os 3 GHz. A escolha da antena para o tipo de trabalho a realizar é crucial, uma vez que a frequência está relacionada com a profundidade máxima como também a dimensão mínima do objeto a detetar.



3. Metodologias de Georreferenciação

3.1. ETRS89

O ETRS89 é um sistema global de referência proposto pela EUREF (European Reference Frame) em 1990. Com base em campanhas internacionais realizadas em 1980, 1995 e 1997 cujo objetivo era fazer a ligação entre a rede portuguesa e a rede europeia, foi possível definir o datum ETRS89 em Portugal Continental. Nos anos seguintes, foi reobservada toda a rede geodésica de 1ª e 2ª ordem com GPS. Posto isto, é então definido a projeção PT-TM06, que não utiliza translação de origem.

Elipsoide de referência	GRS80	a = 6378737 m (semieixo maior) f = 1/298,257222101 (achatamento)
Projeção Cartográfica	Transversa de Mercator	
Latitude da origem das coordenadas retangulares	39° 40' 05",73 N	
Longitude da origem das coordenadas retangulares	08° 07' 59",19 W	
Falsa origem das coordenadas retangulares	Em M (distância à Meridiana): 0 m Em P (distância à Perpendicular): 0 m	
Coeficiente de redução de escala no meridiano central	1	

Tabela 3: Caraterísticas do sistema de referência ETRS89

Dado que todos os outros sistemas existentes são considerados obsoletos, para o trabalho em questão todas as coordenadas finais são apresentadas em ETRS89. (território, 2016)

3.1. **GPS**

O Sistema de Posicionamento Global, ou em inglês Global Positioning System (GPS), é um sistema de radionavegação desenvolvido pelo Ministério da Defesa dos Estados Unidos. Inicialmente foi desenvolvido exclusivamente para fins militares, no entanto foi



posteriormente disponibilizado para uso civil com uma precisão inferior. Os Sistemas Globais de Navegação por Satélite (GNSS) permitem determinar posições tridimensionais à escala global através de uma constelação de satélites artificiais, sendo, por isso, de grande utilidade para a representação da Terra. O GPS é um sistema global de navegação por satélite (GNSS), existindo outros análogos que foram desenvolvidos por outras entidades, como sejam o caso do GLONASS, GALILEO, COMPASS, QZSS, e IRNSS.

O sistema global de posicionamento é formado por uma constelação de satélites, com cobertura global, que envia sinais para um recetor localizado na superfície da Terra, permitindo que este possa calcular a sua localização. Desta forma, o recetor necessita de receber sinais de quatro satélites, para assim determinar as três coordenadas espaciais e uma outra respeitante ao tempo. O método de cálculo utilizado neste sistema denomina-se por trilateração, uma vez que este processo consiste em medir a distância entre o recetor e os diferentes satélites.

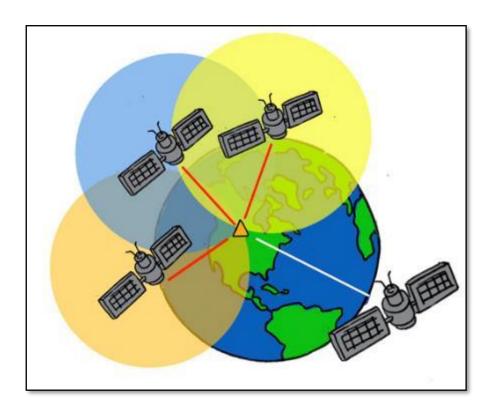


Figura 10: Trilateração



3.1.1. Segmentos do GPS

O GPS está dividido em três segmentos: o segmento espacial, o segmento de controlo e o segmento de utilizador.

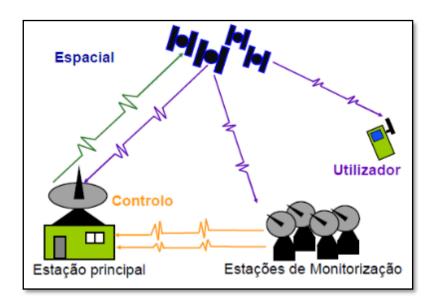


Figura 11: Segmentos GPS

3.1.1.1 Segmento Espacial

O segmento espacial é constituído por uma constelação de vinte e quatro satélites que se movem a 4 km/s, a cerca 20200 km de altitude e distribuídos por seis planos orbitais com inclinação de 55° em relação ao equador. Cada satélite tem um período orbital de 12 horas, ou seja, isto implica que cada satélite descreve duas revoluções em 24 horas. A sua função é transmitir os sinais GPS.

3.1.1.2. Segmento de Controlo

O segmento de controlo é constituído por uma estação de controlo principal, localizada no Colorado, e por várias estações de rastreio estrategicamente posicionadas. As



estações de rasteio têm a função de captar os sinais enviados pelos satélites, processá-los e enviá-los para a estação de controlo. Por sua vez, estas ocupam-se do envio periódico de informação para cada satélite, sobre as posições que deverá ocupar nas próximas horas. Este segmento é ainda responsável por manter o sincronismo entre os relógios dos satélites, corrigindo-os periodicamente.

3.1.1.3. Segmento do utilizador

O segmento do utilizador é composto pelo conjunto de indivíduos que tem em sua posse recetores GPS.

3.1.2. Sinais emitidos pelos satélites

Os satélites GPS geram dois tipos de ondas, L1 e L2. As L1 têm uma frequência de 1575.42 MHz e um comprimento de onda de 19 cm, enquanto que as L2 têm uma frequência de 1227.6 MHz e 24 cm de comprimento de onda.

3.1.2.1. Código C\A

O código C\A é vulgarmente conhecido por código civil, que modela a onda portadora L1, cuja frequência é de 1575.42 MHz. No entanto poderão ter erros posicionais por não ser possível proceder a correções do atraso ionosférico apenas com uma frequência.

3.1.2.2. Código P

O código P, *Precise Code*, é somente utilizado pelo GPS militar. Este código é emitido em simultâneo na frequência L1 e L2, ao contrário do código C\A que só é transportado em L1.



3.1.2.3. Mensagem de navegação

A mensagem de navegação é transmitida tanto em L1 como em L2, fornecendo as seguintes informações:

- A hora do satélite e a respetiva correção
- Efemérides do satélite (posição do satélite)
- Almanaque da constelação (posição aproximada dos satélites GPS)
- Atrasos atmosféricos

3.1.3. Rede Nacional de Estações Permanentes (ReNEP)

A ReNEP é um serviço público concedido pela Direção Geral do Território (DGT) cujos objetivos são a manutenção dos referenciais geodésicos nacionais e a disponibilização de dados para posicionamento. Estes são de acesso gratuito e a sua difusão é em tempo real. A ReNEP oferece uma precisão planimétrica melhor que 5 cm para um posicionamento em RTK.

A primeira estação permanente GNSS foi instalada em 1997 em Cascais, de carácter experimental. A partir do ano 2000 foram introduzidas várias estações. A rede é formada por estações GPS, de observação contínua, que difundem observações nos Sistemas de Referência ETRS89 (continente) e ITRF93 (regiões autónomas), para posicionamento em tempo-real, utilizando a técnica RTK.

Atualmente a rede é composta por 48 estações, das quais 42 são em Portugal Continental, 4 na Região Autónoma dos Açores, e 2 na Região Autónoma da Madeira. Destas, 43 pertencem à DGT e 5 a parceiros. Todas elas recolhem dados GPS e GLONASS. (Vasconcelos, 2009)



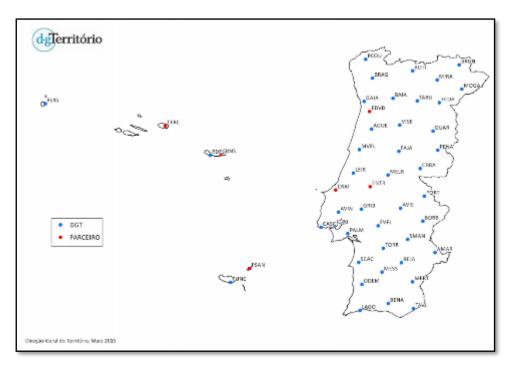


Figura 12: Rede Nacional de Estações Permanentes

3.2. Topografia clássica

Frequentemente deparamo-nos com situações em que os obstáculos existentes no terreno não nos permitem usar o GPS para recolher coordenadas rigorosas. Nesse caso recorre-se a métodos topográficos, que continuam a ser muito comum na produção de plantas topográficas.

A recolha de informação necessária para a elaboração de uma planta topográfica é designada por levantamento topográfico. Para a realização de um levantamento, recorre-se a métodos clássicos, que se baseiam na medição de ângulos e distâncias recorrendo a instrumentos como teodolitos ou estações totais, níveis e distanciómetros.

3.2.1. Estabelecimento de uma poligonal

Durante um levantamento topográfico, normalmente são necessários pontos de apoio, e a partir destes, são levantados outros pontos que permitem representar a área a



levantar e calcular coordenadas. Normalmente recorre-se ao apoio de marcos geodésicos, mas quando não é possível torna-se necessário aplicar outros métodos que permitam a coordenação de pontos. Um desses métodos é o transporte de coordenadas usando uma poligonal. Esta só se verifica quando os pontos de pormenor a levantar não são visíveis a partir de uma única estação, tornando-se necessário estacionar em mais do que um ponto, para que seja possível criar no final uma representação de uma só planta topográfica. A sucessão de estações utilizadas num levantamento constitui uma poligonal. Uma poligonal consiste numa série de linhas consecutivas onde são conhecidas os comprimentos e direções obtidos através de medições feitas em campo. O levantamento de uma poligonal é realizado percorrendo-se um itinerário definido por uma série de pontos, medindo-se todos os ângulos, lados e uma orientação inicial. A partir destes dados e de um ponto de coordenadas conhecidas, é possível calcular as coordenadas de todos os pontos.

As poligonais podem ser classificadas como:

- Abertas: quando têm início num ponto de coordenadas conhecidas e terminam num ponto de coordenadas desconhecidas, não havendo possibilidade de controlar as observações visto não haver pontos de ligação;
- Fechadas: tem como objetivo controlar as observações calculadas. Estas podem ser:
 - fechadas sobre si mesma: acabam e começam no mesmo ponto de coordenadas conhecidas:

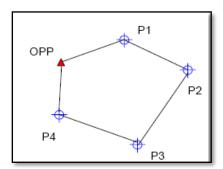


Figura 13: Poligonal fechada sobre si mesma

enlace: começam e acabam em pontos diferentes, mas de coordenadas conhecidas;



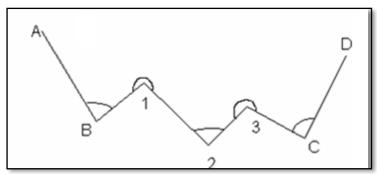


Figura 14: Poligonal de enlace

As poligonais podem ser:

- Principais: quando se apoiam em vértices de triangulação, estas poligonais são de precisão;
- Secundarias: quando se apoiam, em parte, em vértices de poligonais principais, logo, são de pouca precisão. (Teodoro, 2010)

3.2.2. Transformação a 7 parâmetros

Uma transformação de *datum* é o método através do qual as coordenadas de um ponto num determinado *datum* são determinadas para um outro diferente. Uma das transformações possíveis usando coordenadas cartesianas, e é transformação a 7 parâmetros ou transformação de Helmert.

- 3 parâmetros de traslação entre os dois sistemas, ou seja, a diferença entre as origens dos mesmos (Tx, Ty, Tz);
- 3 parâmetros de rotação (ω₁, ω₂, ω₃);
- 1 fator de escala (D).

Assim, para a sua determinação é necessário proceder aos seguintes cálculos:

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}_{to} = \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}_{from} + \begin{pmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{pmatrix} + D. \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}_{from} + \begin{pmatrix} 0 & -\omega_3 & \omega_2 \\ \omega_3 & 0 & -\omega_1 \\ -\omega_2 & \omega_1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}_{from}$$



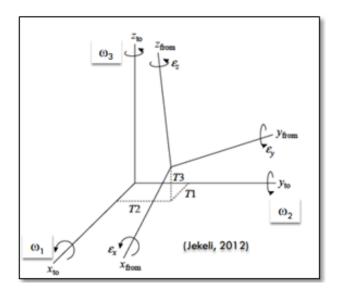


Figura 15: Transformação de Helmert (Jekeli, 2012)

3.3. Softwares utilizados

Para a realização dos estudos de caso inseridos no presente relatório foi necessário trabalhar com três programas. O RadExPro para a visualização e exportação dos dados de GPR, o RES2DINV para a inversão geofísica dos dados de resistividade elétrica, e o Voxler para a modelação tridimensional.

3.3.1. RadExPro

O RadExPro é uma ferramenta de processamento de dados sísmicos provenientes de campanhas de sísmica 2D em terra e mar, VSP (Vertical Seismic Profiling) e GPR (Ground Penetrating Radar)

3.3.2. Res2Dinv



Res2Inv é um software de modelação de resistividade proprietário da Geotomo Software. Este programa modela a duas dimensões a resistividade aparente do subsolo. A inversão dos dados de resistividade é feita através do método dos mínimos quadrados. É possível manipular inúmeros arranjos tais como Wenner, Schlumberger, pólo-pólo e dipolo-pólo. (SOFTWARE, 2010)

3.3.3. Voxler

A Golden Software nasceu na cidade de Golden no estado do Colorado nos Estados Unidos. A empresa foi fundada em 1983 por um aluno de Engenharia de Minas e um professor de Ciência de Computadores. Desde essa altura até então têm desenvolvido vários programas, nomeadamente o Surfer, embora só em 2006 tenha sido criado o Voxler. O *software* Voxler tem como principal objetivo a modelação de dados tridimensionais. Os elementos são exibidos num referencial XYZC, onde XYZ corresponde à sua localização, e C é o atributo. Estes podem ser apresentados de inúmeras formas tais como volumes, isosuperfícies, pontos, entre outras. Uma vez que se trata de um programa com um ambiente interativo e visual e com imensas potencialidades, cativou pessoas de diferentes áreas. (htt2)

3.3.3.1. Interpoladores

A interpolação espacial é uma técnica utilizada para estimar o valor de um atributo em locais não amostrados, a partir de pontos amostrados na mesma área. A interpolação espacial converte dados de observações pontuais em campos contínuos, produzindo padrões espaciais que podem ser comparados com outras entidades espaciais contínuas. O raciocínio que está na base da interpolação é que, em média, os valores do atributo tendem a ser similares em locais mais próximos do que em locais mais afastados.

O interpolador inverso da distância estima os valores de um atributo em pontos não amostrados. O seu modo de operação baseia-se na dependência espacial, ou seja, quanto mais próximo os pontos estiverem, maior é a sua correlação. Desta foram, os pontos mais próximos terão um maior peso que as mais afastadas. O peso é dado



pelo inverso da distância, elevada a uma potência definida pelo utilizador (frequentemente o valor 2). Neste interpolador, o fator que tem maior influência é a potência. Quanto maior for o seu valor, maior será a influência dos pontos mais próximos, e com isso terão maior influência no resultado da interpolação.

A interpolação polinomial, como o próprio nome indica, utiliza funções polinomiais para a determinação de novos valores. É necessário ter em consideração a escolha do número de nós ou seja, o número de condições impostas que deverá ser igual ao número de parâmetros, ou seja, aos coeficientes. Quanto maior for a ordem, mais complexa será a equação. Ao invés da interpolação polinomial global, que ajusta um polinómio para toda a superfície, o polinomial local pode ajustar vários polinómios.



4. Estudos de caso

4.1. Seminário Conciliar de São Pedro e São Paulo

4.1.1. Enquadramento histórico

A obra do seminário Conciliar de São Pedro e São Paulo é idealizada no início do século XVI, pela mão do arcebispo D. Diogo de Sousa. Em 1505 ergue-se o edifício dos Estudos Públicos do Colégio de São Paulo que viria a funcionar até 1532. (Soares, 2011) Nessa altura o arcebispo D. Henrique continuou até 1538 a obra do colégio. Em 1560 o arcebispo D. Frei Bartolomeu dos Mártires dou-a o colégio aos padres da Companhia de Jesus. Só a 31 de outubro de 1567 é que é dado inicio à construção da igreja de São Paulo e esta é interrompida a 9 de dezembro sendo apenas retomados os trabalhos em 1579. Em 1594, surge um mapa da cidade de Braga com a igreja e o colégio de São Paulo, a porta de Santiago e a muralha fernandina.

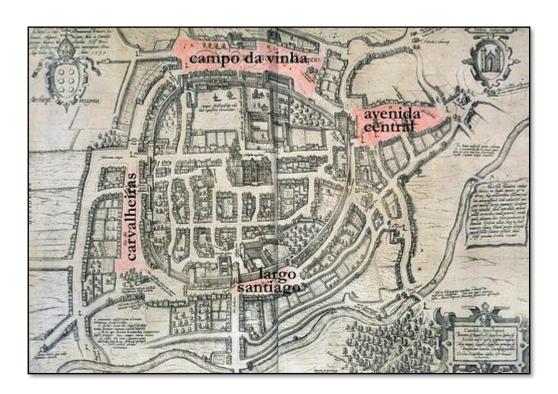


Figura 16: Mapa de Braga em 1594 (Braun, 1594)



A 23 de junho de 1759 as escolas jesuítas são extintas e em 1785 o edifício passa a ser um colégio feminino tutelado pela Ordem das Ursulinas. (Sabrina Guerreiro, 2011) Após inúmeros trabalhos de transformação, em 1880, o colégio de São Pedro é transferido para o mesmo edifício do colégio de São Paulo adotando o nome de Seminário Conciliar de São Pedro e São Paulo. (Costa, 1984) Em 1910 a igreja é encerrada para poder albergar um quartel e só em 1919 é que foi reaberta ao culto. Em 1957 o cónego Luciano dos Santos, reitor do Seminário, funda o Museu Pio XII cuja finalidade são os estudos arqueológicos. Em 1968 o fundador do museu dá inicio a um projeto de sondagens arqueológicas no claustro do Seminário, onde viria a encontrar edificações romanas. (Martins, et al., 2016)

Grande parte deste enquadramento pode ser consultada em (Alves, 2016).

4.1.2. Enquadramento Geográfico

O Seminário Conciliar de São Pedro e São Paulo encontra-se em pleno coração da cidade de Braga, na união de freguesias de Maximinos, Sé e Cividade.

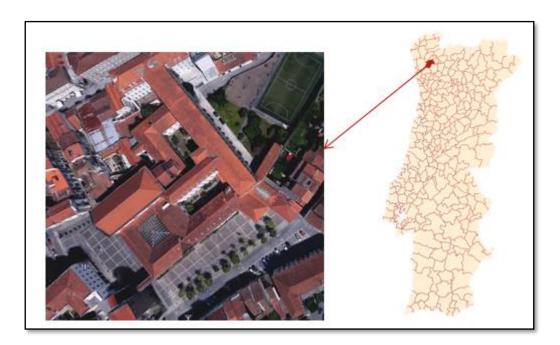


Figura 17: Localização do Seminário Conciliar de São Pedro e São Paulo



4.1.3. Estratégia dos trabalhos de campo

Os dados dos levantamentos geofísicos realizados no Claustro do Seminário (área A) e na Igreja de São Paulo e respetiva sacristia (área B) foram recolhidos com georadar. Já os trabalhos executados no jardim do Museu Pio XII (área C) e no jardim do Seminário (área D) os dados foram adquiridos pelo método da resistividade elétrica. Os mapas gerados pela campanha geofísica foram utilizados para planificar as escavações arqueológicas.

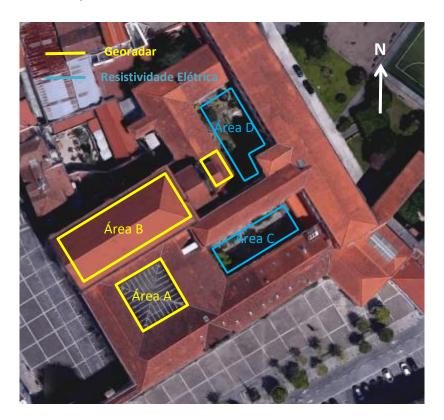


Figura 18: Áreas dos estudos geofísicos

4.1.4. Levantamento Topográfico

Antes de serem realizados os trabalhos geofísicos, foi imprescindível proceder ao levantamento topográfico do local de interesse, para uma localização precisa dos dados adquiridos. Foram usados dois aparelhos: um recetor GPS e uma estação total. O recetor usado faz posicionamento através do método Real Time Kinematic (RTK). Esta técnica conduz a uma mais valia proporcionando um aumento na precisão dos dados obtidos. O RTK usa medições de fase da onda portadora e apoia-se numa estação de referência para fornecer correções em tempo real. Este tipo de técnica é



tão eficiente que permite precisões ao nível do centímetro, e desta forma um posicionamento bastante preciso. A Estação Total é, também, um método de posicionamento preciso, e é uma excelente solução quando não é possível a utilização do GPS. Este procedimento é vantajoso relativamente ao GPS uma vez que é possível fazer a recolha de dados em espaços com pouca ou mesmo inexistente cobertura de satélites, como é o caso de interior de edifícios ou lugares de vegetação muito densa.

Foi utilizado um sistema de georreferenciação direta com recurso a um recetor GPS usando como referência estações da RENEP no datum ETRS89, e foram identificados três pontos na praça confinante ao edifício. Um destes pontos serviu para colocar a estação total num ponto de coordenadas conhecidas, e visar outros dois também de coordenadas conhecidas. Assim, foi então possível fazer o transporte de coordenadas para o interior do edifício de forma a ser possível cartografar corretamente as estruturas e planear de forma adequada as escavações.

O posicionamento dos dados geofísicos obtém-se a partir do conhecimento da posição do ponto inicial e do ponto final de cada perfil, embora seja necessário ter todos os pontos devidamente referenciados. Isto não se deve só ao facto de localizar de forma exata as reflexões do sinal, mas também para ser possível realizar uma correta interpolação dos dados adquiridos. Na Figura 15 é possível ver todos os pontos levantados no sistema de coordenadas adotado em Portugal (ETRS89/PT-TM06).



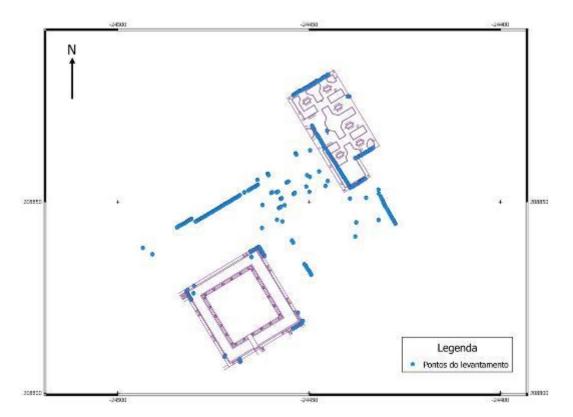


Figura 19: Levantamento Topográfico

Posteriormente, e de forma a facilitar o trabalho em campo, foi estabelecido um sistema de coordenadas relativas, sendo a origem o canto inferior esquerdo da grelha. Já em gabinete foram transformadas todas as coordenadas relativas em absolutas com apoio no levantamento topográfico.

4.1.5. Aquisição de dados Geofísicos

Como é possível visualizar na Figura 14 esta campanha foi realizada com recurso a dois métodos de prospeção geofísica indiretos.

4.1.5.1. Eletrorresistividade



A campanha de eletrorresistividade foi realizada através da técnica de tomografia elétrica de superfície. Desta forma é possível ter uma leitura das medições de resistividade aparente, sendo assim exequível expor todas as medições realizadas num perfil que seja representativo do subsolo.

Foram implantados 18 perfis na área C e 21 na área D sobre pontos de coordenadas conhecidas, previamente recolhidos com recurso a uma estação total Leica Viva. O resistivímetro utilizado foi o modelo SYSCAL R1 PLUS da IRIS Instruments, num sistema multieletródico de espaçamento 0.5 metros e arranjo geométrico Wenner-Schlumberger. Assim, foi possível obter informação a partir dos 0.25 metros até aos 4.5 metros de profundidade.

Para o tratamento dos dados foram utilizados dois softwares. A inversão geofísica foi realizada com recurso ao programa RES2DINV, e a modelação tridimensional foi executada com o software Voxler.

4.1.5.2. GPR

Um dos principais focos do Georadar é na prospeção arqueológica, cujo objetivo é detetar e identificar estruturas enterradas. Esta técnica revolucionária permite a deteção das estruturas arqueológicas, a aquisição de informação relativa às estruturas e geometrias das estruturas, possibilitando o seu mapeamento e interpretação. Desta forma é então possível delinear um plano para efetuar as escavações de forma a minimizar os custos aquando da intervenção da arqueologia clássica.

Para as áreas A e B foi usado o sistema Mala ProEx equipado com uma antena de 500 MHz. O equipamento está integrado num carrinho de forma a facilitar o uso do mesmo. Os perfis de georadar foram adquiridos em forma de grelha, definida previamente com base na área a prospetar, com um espaçamento de 0.5 metros. Este valor é superior ao imposto pela condição de Nyquist, mas como o



Figura 20: O georadar

prazo era apertado esta foi a medida adotada de modo a não perder muita informação. Na prática, o critério de Nyquist pode ser alargado dependendo do objetivo da prospeção. (Novo, 2009) Se as estruturas arqueológicas estiverem a uma maior



profundidade é possível aplicar um maior espaçamento entre perfis, sem deteriorar a qualidade final da imagem. Por sua vez, se as estruturas estiverem muito à superfície poderão não ser descobertas. A Figura 17 ilustra a relação entre os perfis e as áreas a prospetar. Quanto menos for o espaçamento entre perfis mais fácil é de detetar estruturas mais à superfície.

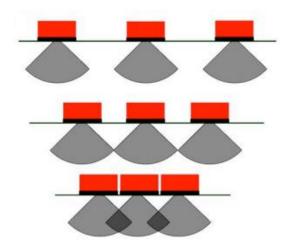


Figura 21: Relação entre as áreas amostradas e o espaçamento entre perfis (Dean Goodman, 2009)

Como existem áreas que não foram cobertas com o georadar, é necessário recorrer a técnicas de interpolação para colmatar a inexistência de informação. A modelação tridimensional dos dados de georadar foi feita com auxilio do software Voxler. Os dados provenientes de cada um dos perfis foram agrupados numa base de dados para assim ser possível avaliar o impacto das diferentes amplitudes de sinal.

4.1.6. Tratamento dos dados

4.1.6.1. De resistividade

Após a recolha dos dados, foi necessário proceder ao seu tratamento de forma a ser possível proceder à devida interpretação.

Primeiramente foi necessário realizar a correta georreferenciação dos dados. A informação adquirida por eletrorresistividade foi alvo de uma georreferenciação direta, ou seja, os perfis foram implementados sobre coordenadas conhecidas recolhidas com



a estação total. Após a conclusão da georreferenciação seguiu-se o tratamento dos dados geofísicos. Estes foram alvos de uma inversão geofísica executado através do software RES2DINV aplicando o algoritmo do método dos mínimos quadrados. Os resultados da inversão geofísica foram compilados numa tabela de base de dados XYZ+C, onde XYZ são as coordenadas espaciais e C é o atributo resistividade. Com a base de dados tridimensional concluída é então exequível a modelação dos dados. Esta foi realizada com recurso ao software Voxler.

Para uma correta modelação dos dados 3D é indispensável interpolar os valores provenientes da base de dados. Desta forma, este processo foi realizado com três estimadores diferentes, de forma a tentar perceber qual obteria resultados mais satisfatórios. Dado que o Voxler tem um leque pouco extenso de interpoladores, foram apenas realizados testes com o inverso do quadrado da distância, com a média e com o polinómio local de grau 1, sendo todos interpoladores de cariz determinístico.

A análise estatística aqui apresentada foi desenvolvida no *software* SPSS. Esta análise incidiu sobre uma análise exploratória dos dados originais e interpolados, bem como a criação de histogramas.

A tabela seguinte mostra as estatísticas básicas da variável original resistividade.

N	7565
Média	1297,5579
Mediana	634,5900
Desvio Padrão	3774,34238
Variância	14245660,382
Assimetria	12,206
Erro de assimetria padrão	0,028
Curtose	199,796
Erro de Curtose padrão	0,056

Tabela 4: Análise estatística descritiva da variável resistividade para a área D

Observando as estatísticas acima mencionadas, é possível ver que o valor da média é superior ao valor da mediana, indicando que estamos na presença de uma assimetria positiva, sendo que quanto mais próximos forem estes valores mais se assemelha a uma distribuição normal. (QUARTEZANI, 2012) Na figura seguinte é possível ver o histograma com a distribuição de frequência da variável resistividade.



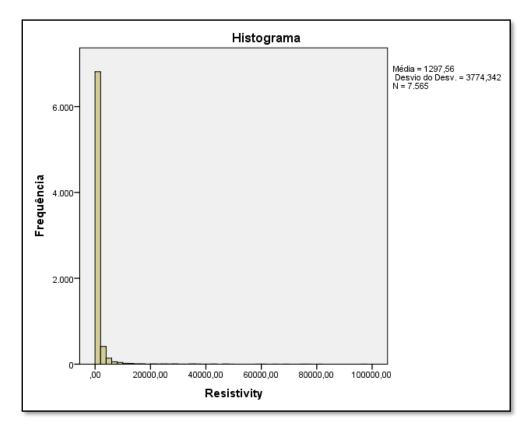


Figura 22: Histograma da variável resistividade para a área D

A fase seguinte consistiu na interpolação dos dados originais no Voxler, que foram posteriormente exportados para uma base de dados onde foram alvos do mesmo tratamento estatístico que os dados originais.

N	125000
Média	511,747
Mediana	0,000
Desvio Padrão	1704,802
Variância	2906349,309
Assimetria	10,457
Erro de assimetria padrão	0,007
Curtose	152,617
Erro de Curtose padrão	0,014

Tabela 5: Análise estatística descritiva dos valores estimados pelo inverso do quadrado da distância da variável resistividade para a área D



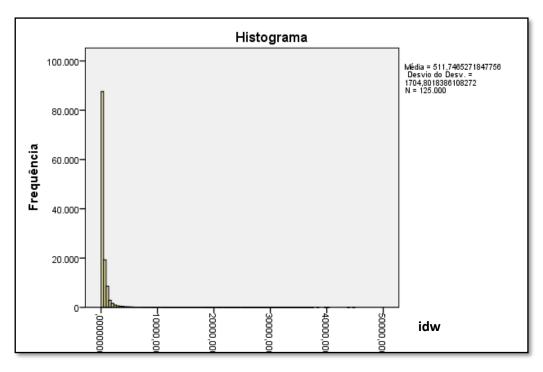


Figura 23: Histograma dos valores estimados pelo inverso do quadrado da distância da variável resistividade para a área D

N	125000
Média	518,057
Mediana	0,000
Desvio Padrão	1560,525
Variância	2435237,374
Assimetria	8,767
Erro de assimetria padrão	0,007
Curtose	111,679
Erro de Curtose padrão	0,014

Tabela 6: Análise estatística descritiva dos valores estimados pela média da variável resistividade para a área D



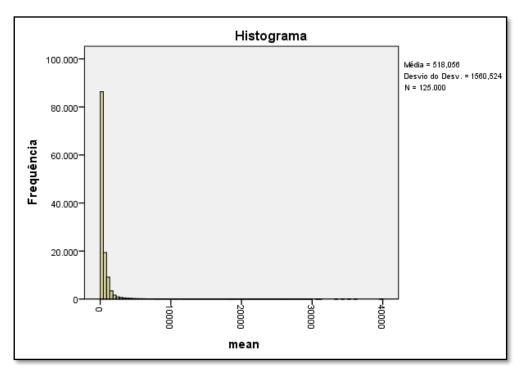


Figura 24: Histograma dos valores estimados pela média da variável resistividade para a área D

N	117300
Média	226.807
Mediana	0,000
Desvio Padrão	2074.758
Variância	4304620.817
Assimetria	0.037
Erro de assimetria padrão	0,007
Curtose	44.466
Erro de Curtose padrão	0,014

Tabela 7: Análise estatística descritiva dos valores estimados pelo polinómio local da variável resistividade para a área D



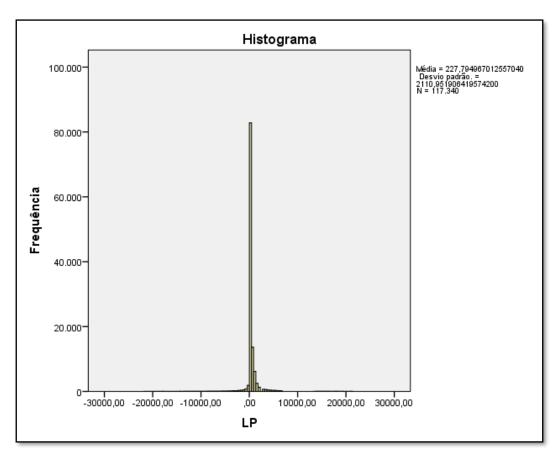


Tabela 8: Histograma dos valores estimados pelo polinómio local da variável resistividade para a área D

Após interpretar os histogramas acima, é possível ver que o referente ao interpolador polinomial local apresenta uma forma muito diferente do histograma dos dados originais ficando, portanto excluído. O histograma que mais se assemelha aos valores originais é o do interpolador da média.

Foi efetuado o mesmo processo para a área C, de forma a escolher o interpolador com um melhor ajuste. Inicialmente, também, foram processadas as estatísticas descritivas dos dados originais, bem como o histograma, seguindo-se da mesma análise para os vários interpoladores.

N	5967
Média	415,371
Mediana	376,980
Desvio Padrão	232,216
Variância	53924,168
Assimetria	4,618
Erro de assimetria padrão	0,032
Curtose	48,801
Erro de Curtose padrão	0,063



Mínimo	2,69
Máximo	4487,30

Tabela 9: Análise estatística descritiva da variável resistividade para a área C

Também neste caso a média apresenta maior valor que a mediana, indicando, portanto, uma assimetria positiva. No entanto estes valores não são muito próximos, consequentemente não pode ser caracterizada como uma distribuição normal.

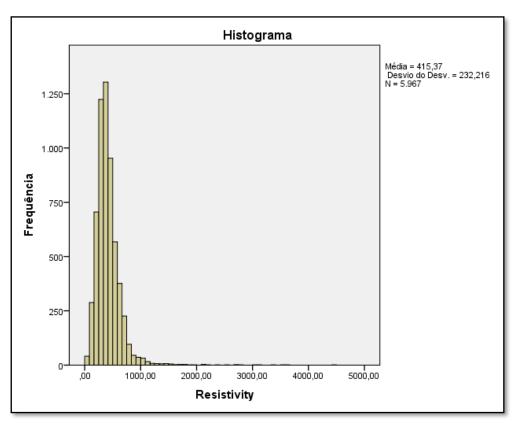


Figura 25: Histograma da variável resistividade para a área C

N	5967
Média	415,371
Mediana	376,980
Desvio Padrão	232,216
Variância	53924,168
Assimetria	4,618
Erro de assimetria padrão	0,032
Curtose	48,801
Erro de Curtose padrão	0,063
Mínimo	2,69
Máximo	4487,30



Tabela 10: Análise estatística descritiva dos valores estimados pelo inverso do quadrado da distância da variável resistividade para a área C

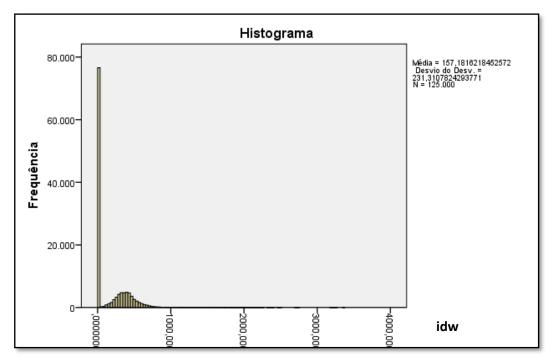


Figura 26: Histograma dos valores estimados pelo inverso do quadrado da distância da variável resistividade para a área C

N	125000
Média	157,486
Mediana	0,000
Desvio Padrão	226,008
Variância	51079,669
Assimetria	1,581
Erro de assimetria padrão	0,007
Curtose	5,039
Erro de Curtose padrão	0,014

Tabela 11: Análise estatística descritiva dos valores estimados pela média da variável resistividade para a área C



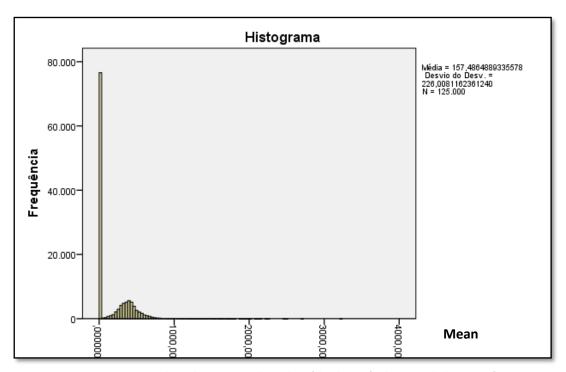


Figura 27: Histograma dos valores estimados pela média da variável resistividade para a área C

N	117300
Média	129,781
Mediana	0,000
Desvio Padrão	304,570
Variância	92763,206
Assimetria	0,403
Erro de assimetria padrão	0,007
Curtose	10,097
Erro de Curtose padrão	0,014

Tabela 12: Análise estatística descritiva dos valores estimados pelo local polinomial da variável resistividade para a área C



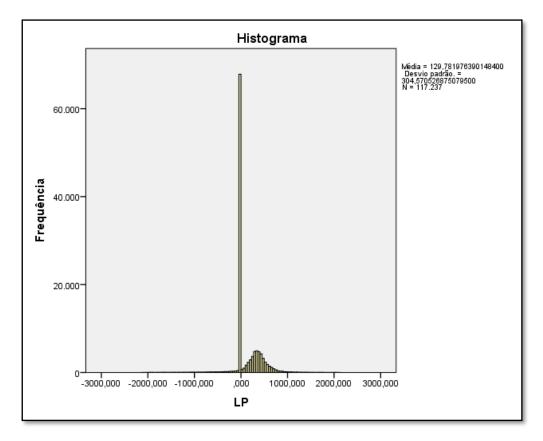


Figura 28: Histograma dos valores estimados pelo local polinomial da variável resistividade para a área C

Após uma breve análise visual, é possível ver que o método que descreve um histograma mais aproximado aos dados originais é o inverso do quadrado da distância.

Uma vez estabelecida a escolha deste interpolador foi possível realizar a modelação tridimensional dos dados. Os valores do atributo, ou seja, da resistividade variavam entre os 44 Ω .m e os 77604 Ω .m. No entanto era impraticável utilizar toda a gama de valores. Como tal, foram excluídos valores acima dos 6000 Ω .m, sendo estes pouco representativos para o caso em estudo. Posto isto, foi então atribuída uma escala de cores a este intervalo de valores de forma a ser possível percecionar anomalias e consequentemente detetar estruturas enterradas.

4.1.6.2. De GPR

Os dados de georadar não foram alvo do mesmo procedimento de georreferenciação utilizado no levantamento por eletrorresistividade. Uma vez que não foi possível realizar a aquisição da informação sobre coordenadas conhecidas, foi necessário



estabelecer um sistema de coordenadas local. Posto isto, foram retirados alguns pontos com coordenadas absolutas e posteriormente, em gabinete, foi feita a transformação das coordenadas para o sistema pretendido. Este calculo foi executado com base na transformação de Helmert, ou transformação a 7 parâmetros, que está descrito teoricamente no capítulo 3. Conhecidos 4 pontos nos dois sistemas de coordenadas é possível determinar quais os parâmetros de transformação entres os *Data*. Tendo conhecimento dos parâmetros de rotação, translação e escala é então possível converter todo o levantamento e assim ter todos os perfis devidamente georreferenciados.

O tratamento dos dados geofísicos por técnicas de GPR consistiu na reunião de todos os radargramas numa única base de dados, semelhante ao que aconteceu com os dados de resistividade elétrica. Esta é, também, composta por quatro componentes, XYZ+C, onde XYZ são as coordenadas e C o valor da amplitude da onda eletromagnética. Só assim é então possível ter uma visualização tridimensional das anomalias encontradas.

4.1.7. Visualização dos dados modelados e respetivos resultados

4.1.7.1. Por eletrorresistividade

As anomalias detetadas devem ser enquadradas no contexto em que se insere o estudo. Desta forma, a visualização que se segue foi feita segundo uma orientação do plano axial (XY) de forma a existir relação entre a planta topográfica e a deteção de anomalias. As Secção de resistividade apresentadas vão desde a superfície até aos 4 metros de profundidade com intervalo de 0.5 metros.



Jardim do Seminário Conciliar – Área D

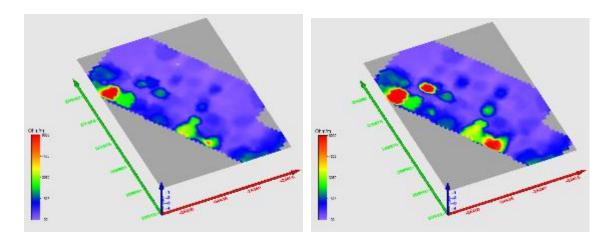


Figura 29: Secção à superfície e a 0.5 metros de profundidade

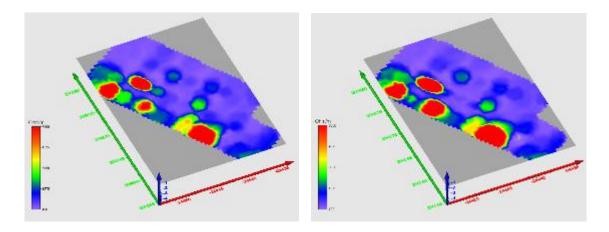


Figura 30: Secção 1 e 1.5 metros de profundidade

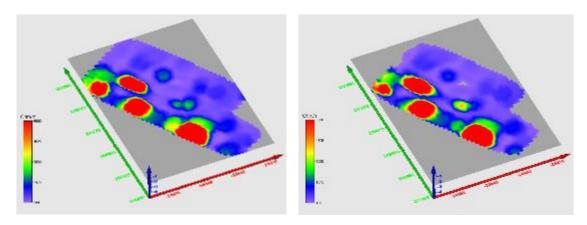


Figura 31: Secção 2 e 2.5 metros de profundidade



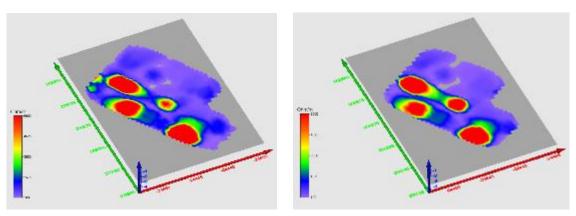


Figura 32: Secção 3 e 3.5 metros de profundidade

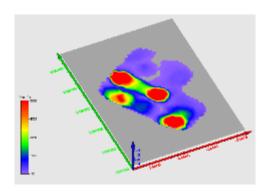


Figura 33: Secção a 4 metros de profundidade

• Jardim do Museu Pio XII – Área C

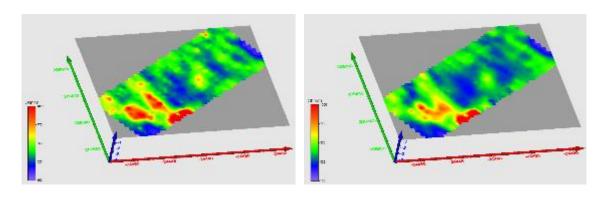


Figura 34: Secção à superfície e a 0.5 metros de profundidade



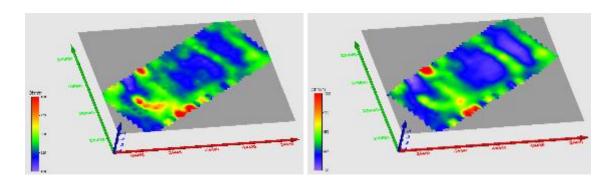


Figura 35: Secção a 1 e a 1.5 metros de profundidade

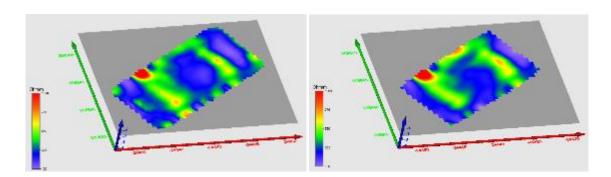


Figura 36: Secção a 2 e a 2.5 metros de profundidade

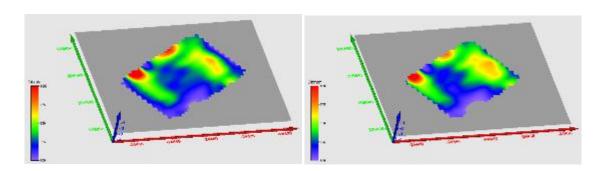


Figura 37: Secção a 3 e a 3.5 metros de profundidade



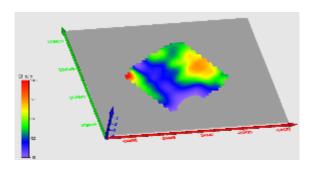


Figura 38: Secção a 4 metros de profundidade

Após as observações das secções acima ilustradas, estas levam-nos a duas possíveis estruturas retilíneas com uma direção NW-SE, relativamente à área C. É também identificada uma possível estrutura com uma forma diferente das anteriores, algo mais curvilíneo.

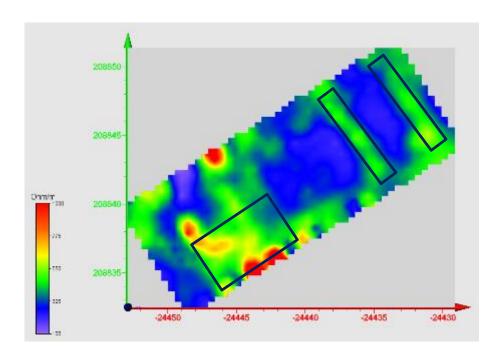


Figura 39: possíveis estruturas enterradas na área C

Relativamente à área D, são detetadas umas possíveis estruturas, mas desta vez numa direção NE-SW.



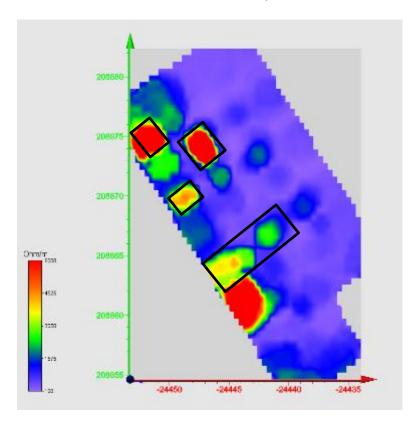


Figura 40: possíveis estruturas enterradas na área D

Devido a este prévio estudo, seguiu-se uma campanha de sondagens. Estas foram realizadas em locais de potencial interesse.



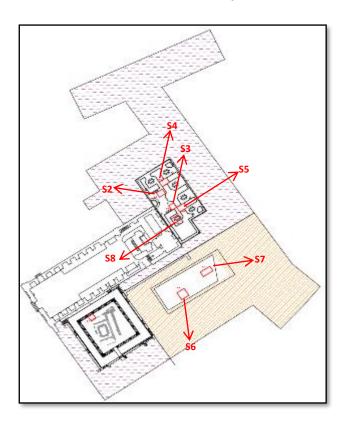


Figura 41: Planta das sondagens realizadas (UAUM, 2016)

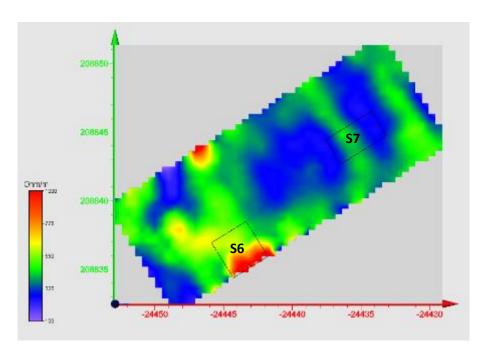


Figura 42: Sondagens no Jardim do Museu Pio XII – Área C



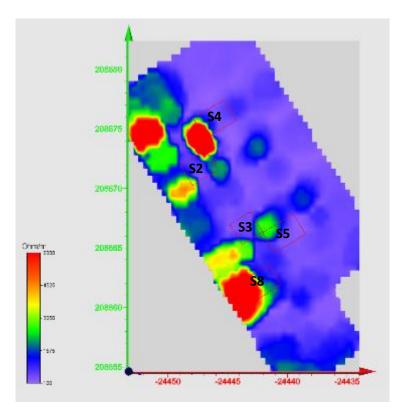


Figura 43: Sondagens Área D

4.1.7.1.1. Resultados das escavações

Após a realização das escavações foi possível avaliar a qualidade do método utilizado. Na área D as estruturas encontradas são semelhantes às anomalias identificadas anteriormente.

Na escavações 7 foram encontradas duas calçadas coincidentes com a direção da anomalia detetada para o mesmo local.



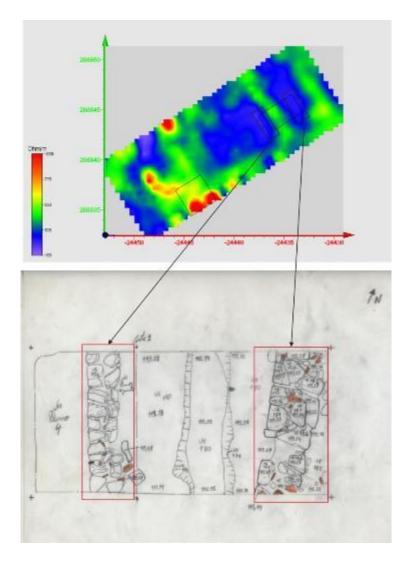


Figura 44: Resultado da escavação 7 (UAUM, 2016)

Na escavação 6 foi descoberta uma parede. Após a modelação dos dados, seria espectável que a partir da parede encontrada derivasse uma outra estrutura, que acabou por não se verificar. Para essa anomalia, os arqueólogos apenas se depararam com uma vala de entulho.



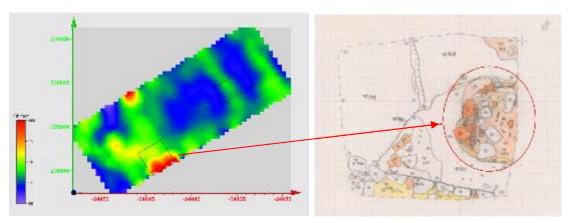


Figura 45: Resultado da escavação 6 (UAUM, 2016)

Para o jardim do Seminário o trabalho realizado não se verificou ser muito fiável. As anomalias detetadas não estavam de acordo com aquilo que foi encontrado após as escavações. Com esta vantagem, foi então possível reverter o processo, e refinar o método. O interpolador usado foi o mesmo, mas a gama de valores foi alterada, tendo sindo truncado o valor a $1000~\Omega$.m.

Para a escavação 3 foi encontrada uma calçada a cerca de meio metro de profundidade. Talvez por essa razão não tenha sido percetível no modelo inicial uma estrutura com essa forma.

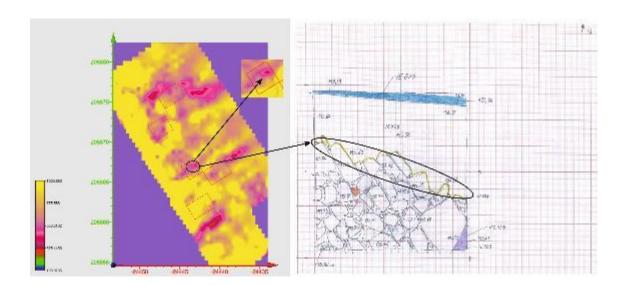


Figura 46: Resultado da escavação 2 (UAUM, 2016)

Na escavação 2 foi descoberto um muro que também é visível na modelação tridimensional.

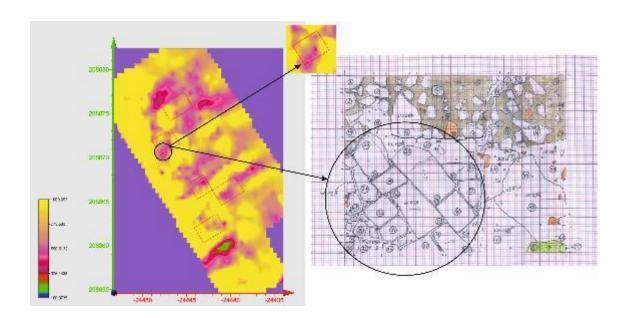


Figura 47: Resultado da escavação 2 (UAUM, 2016)

Realizada a sondagem 8, foi percecionada a existência de um muro com orientação NE-SW. Analisando o modelo 3D é possível observar a existência de uma anomalia que se aproxima ao formato da estrutura encontrada.



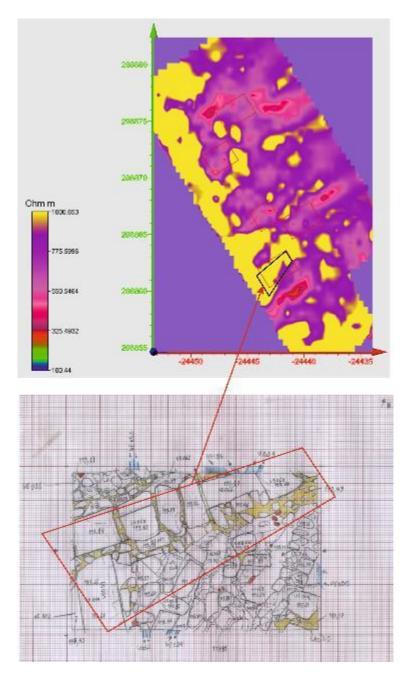


Figura 48: Resultado da escavação 8 (UAUM, 2016)

4.1.7.2. Por GPR

Os resultado obtidos são apresentados, tal como anteriormente, através do corte em planta. Segundo a informação proveniente dos geólogos, esta é a melhor forma para



detetar anomalias de amplitude do sinal que indiciem a presença de estruturas em profundidade.

• Igreja de São Paulo

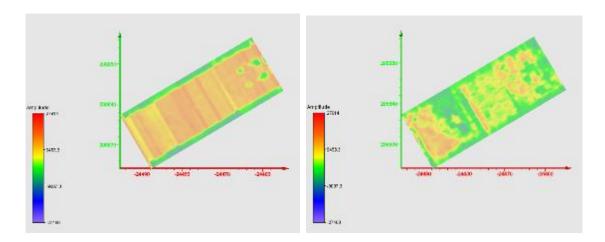


Figura 49: Secção a 0.25 e 0.5 metros de profundidade

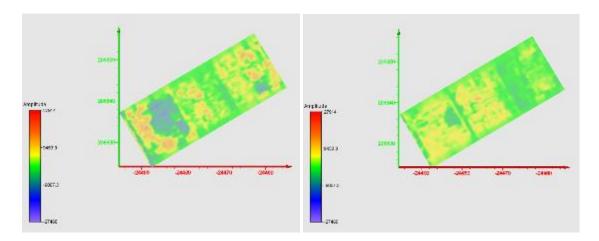


Figura 50: Secção a 0.75 e 1 metro de profundidade



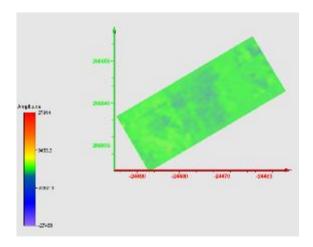


Figura 51: Secção a 1.25 metros de profundidade

• Sacristia

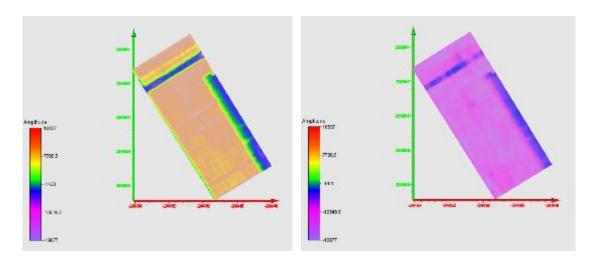


Figura 52: Secção a 0.25 e 0.5 metros de profundidade



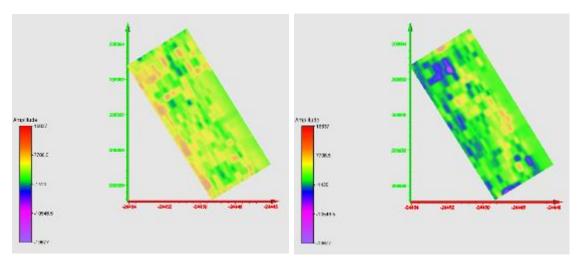


Figura 53: Secção a 0.75 e 1 metro de profundidade

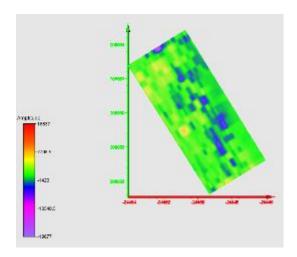


Figura 54: Secção a 1.25 metros de profundidade

Anexo

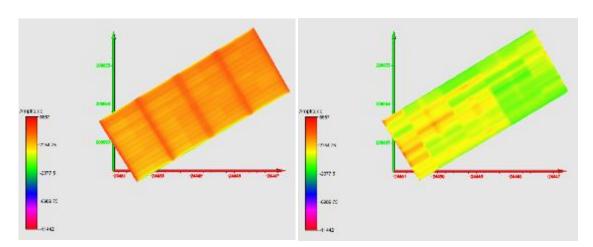


Figura 55: Secção a 0.25 e 0.5 metros de profundidade



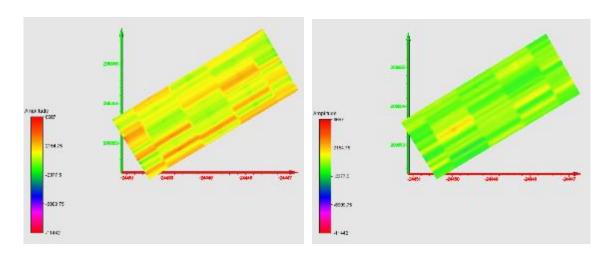


Figura 56: Secção a 0.75 e 1 metro de profundidade

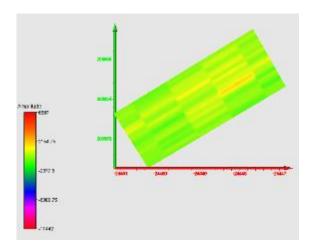


Figura 57: Secção a 1.25 metros de profundidade

Aos 25 cm de profundidade, na área B, Igreja de São Paulo, são visíveis estruturas que correspondem à base do pavimento da igreja, mas também é possível observar os pilares. Na figura abaixo estes encontram-se dentro da caixa vermelha.



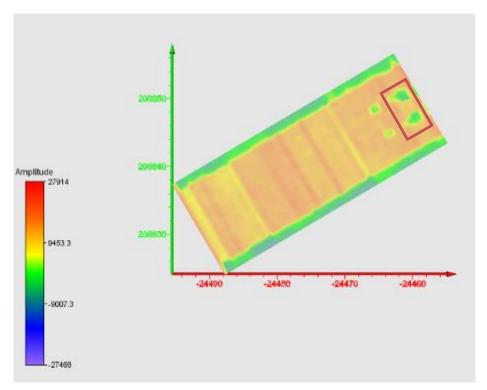


Figura 58: Estruturas detetadas aos 25 cm de profundidade

A partir de um metro de profundidade, os valores da amplitude de sinal começam a decair.

Uma vez que para as áreas A e B não foi realizada até ao momento nenhuma campanha de sondagens, não é possível verificar a qualidade do método.



4.2. Melgaço

4.2.1. Enquadramento Geográfico

O presente estudo está inserido no norte de Portugal, distrito de Viana do Castelo, no concelho de Melgaço. O objetivo é a prospeção mineira.



Figura 59: Localização da área de interesse

4.2.2. Execução dos trabalhos de campo

Foi executada uma campanha geofísica cujo objetivo era a deteção de anomalias que indiciassem a presença de minerais. Para tal, foram realizados dois perfis de resistividade elétrica e polarização induzida em Mouros.



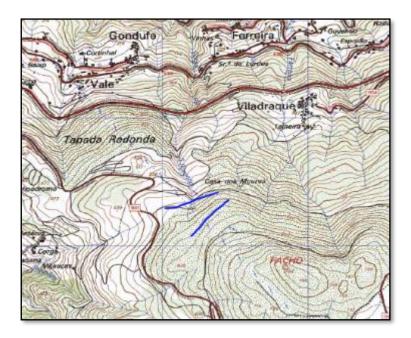


Figura 60: Perfis de resistividade e polarização induzida em Mouros

Recorrendo a um modelo digital de terreno (MDT), foi possível detetar lineamentos de cisalhamento, bem como compartimentos. Estes são um indício de existência de estruturas mineralizadas. Na figura 30 é possível ver os lineamentos a cor de laranja, e os compartimentos, orientados na direção NW-SE, a vermelho.

Foram realizados dois perfis de resistividade elétrica cujo objetivo era confirmar a existência de minerais.



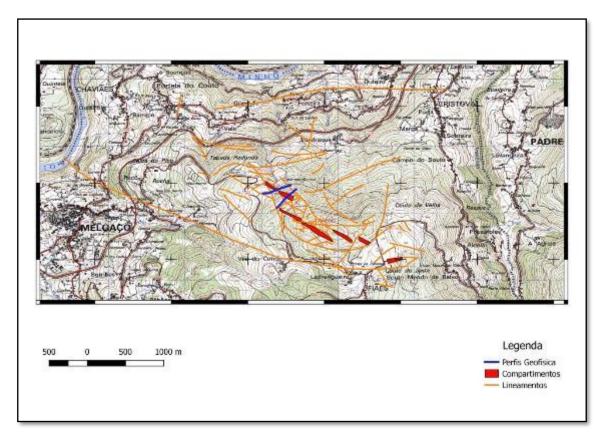


Figura 61: Mapa com os lineamentos, compartimentos, e perfis geofísicos

O arranjo utilizado foi dipolo-dipolo, com espaçamento de 25 metros entre elétrodos. Os dados recolhidos no terreno foram sujeitos a uma inversão geofísica com recurso ao software Res2dinv. As Figuras 30 e 31 representam os modelos bidimensionais adquiridos, bem como a sua topografia.



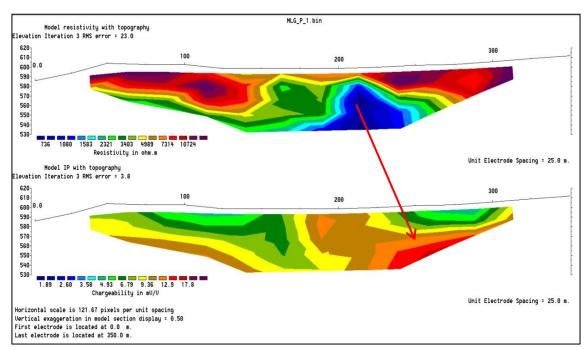


Figura 62: Modelo bidimensional do Perfil 1

Como é possível ver na figura supramencionada, é possível observar para o mesmo local uma anomalia de baixa resistividade e baixa polarização induzida.

Na figura 31, abaixo apresentada, é possível encontrar anomalias de baixa resistividade e elevada polarização para o mesmo local.



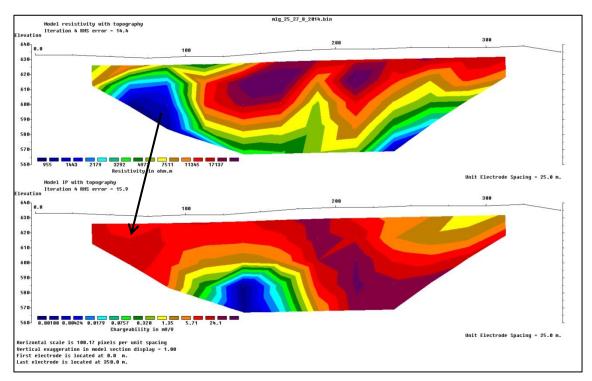


Figura 63: Modelo bidimensional do Perfil 2

Posteriormente à inversão geofísica, os perfis foram importados para o Voxler para serem modelados tridimensionalmente. Os dados resultantes da inversão geofísica foram reunidos numa base de dados XYZ+C, onde XYZ são as coordenadas e C é o valor da resistividade ou da polarização induzida em cada ponto. O modelo tridimensional foi gerado a partir dessa base de dados recorrendo ao interpolador inverso do quadrado da distância.

Uma vez que a base de dados estava num sistema de coordenadas locais, foi necessário proceder à devida georreferenciação. A solução adotada foi a transformação de Helmert, ou transformação a 7 parâmetros, onde 3 parâmetros são de rotação, 3 de translação e um fator de escala. O cálculo destes fatores foi realizado com recurso ao Matlab, e posteriormente estes valores foram inseridos no modelo computacional de transformação do Voxler.

Para o perfil 1, os valores de polarização encontram-se entre 5 e 16 mV/V, enquanto que os valores de resistividade estão compreendidos entre 850 e 17260 Ohm/m. Como é possível ver nas figuras abaixo, quanto maior é o valor da polarização, menor é o valor da resistividade, e vice-versa. É então possível afirmar que estas duas grandezas são inversamente proporcionais. Recorrendo ao software Surfer, foi



possível calcular a correlação entre estas duas variáveis, cujo valor foi de -0.420. Desta forma, é possível concluir que estamos na presença de uma correlação fraca.

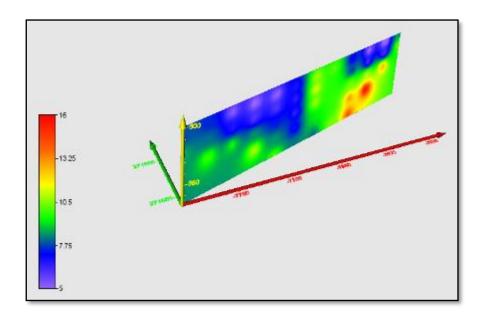


Figura 64: Perfil 1 de Polarização Induzida

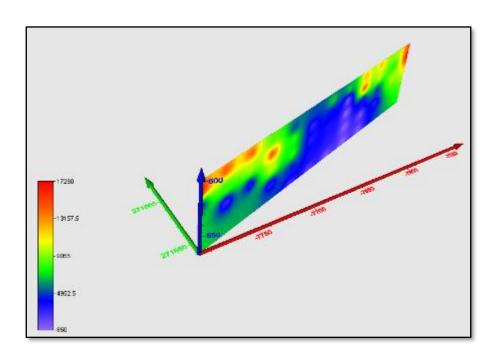


Figura 65: Perfil 1 de Resistividade elétrica



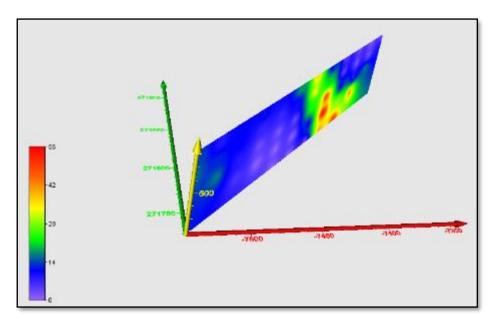


Figura 66: Perfil 2 de Polarização Induzida

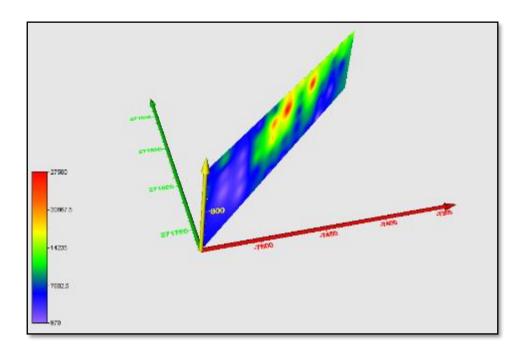


Figura 67: Perfil 2 de Resistividade elétrica



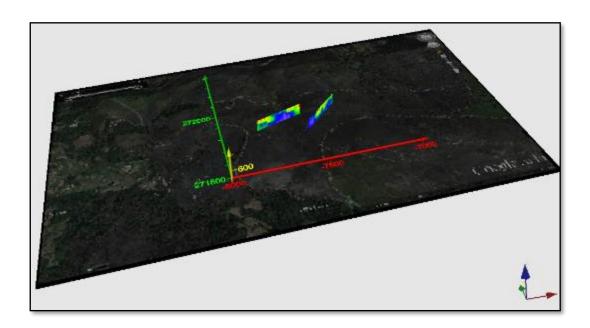


Figura 68: Perfis de resistividade sobre imagem do Google Earth

Como é possível ver nas figuras que se seguem, existe uma relação espacial que relaciona as anomalias detetadas através dos perfis de resistividade e polarização induzida com os lineamentos identificados através do MDT.

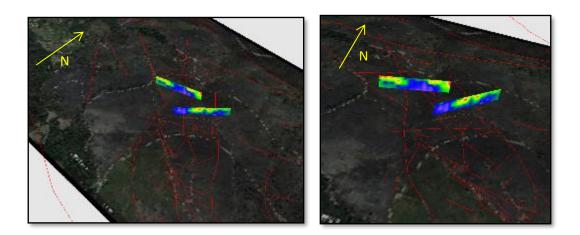


Figura 69: Perfis de resistividade sobre os lineamentos



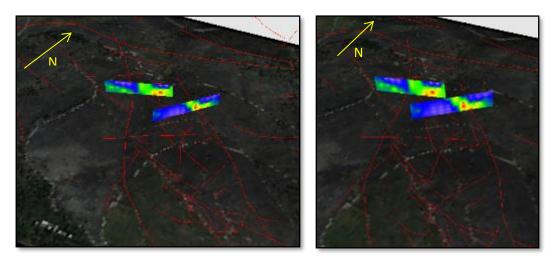


Figura 70: Perfis de polarização induzida sobre os lineamentos



4.3. Sepeda

4.3.1. Enquadramento Geográfico

Sepeda é uma aldeia da freguesia de Sarraquinhos, concelho de Montalegre. Esta localidade está inserida no norte de Portugal, mais concretamente no distrito de Vila Real.

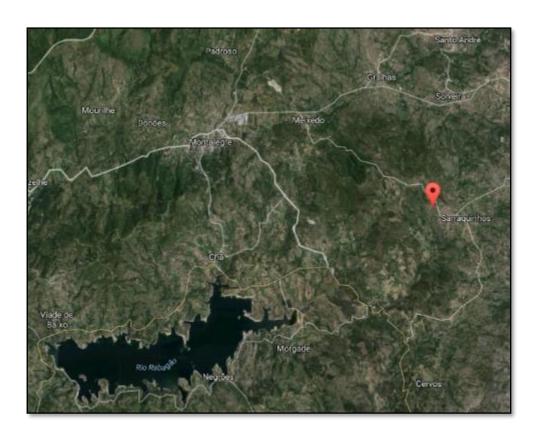


Figura 71: Localização da área em estudo

4.3.2. Execução dos trabalhos de campo

Para a recolha dos dados de resistividade elétrica em Sepeda foram implementados três perfis, cada um com 15 elétrodos e espaçados 25 metros entre si, e foi escolhido o arranjo dipolo-dipolo.



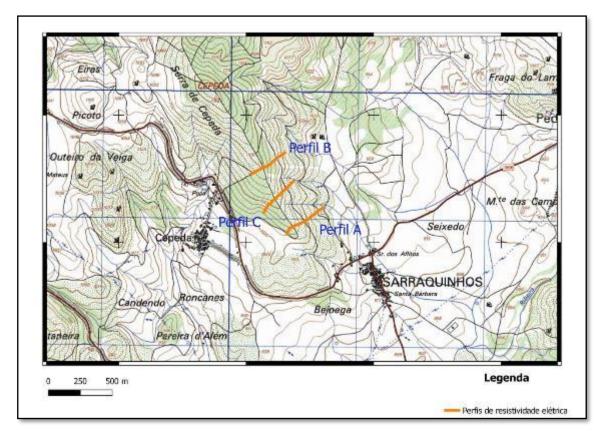


Figura 72: Implantação dos perfis de resistividade

Os dados obtidos foram importados para o software Res2Dinv e tratados através do método dos mínimos quadrados. Desta forma, foi possível proceder à exportação de um ficheiro dos dados com as coordenadas tridimensionais e os respetivos valores de resistividade e polarização induzida. Posteriormente estes dados foram importados para o software Voxler e interpolados usando o inverso do quadrado da distância. Nas figuras abaixo é então possível observar-se a modelação dos dados. Nos perfis é percetível a existência de uma sobreposição espacial entre anomalias de baixa resistividade e elevada cargabilidade.



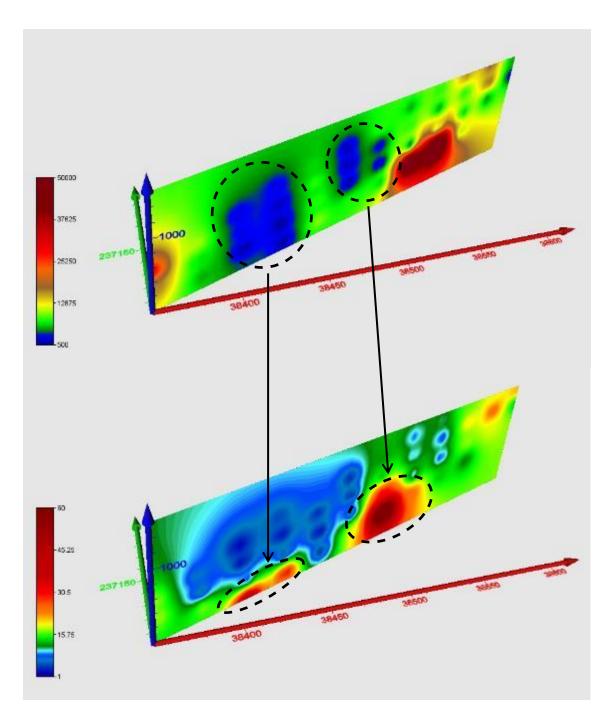


Figura 73: Resistividade e polarização induzida do perfil A



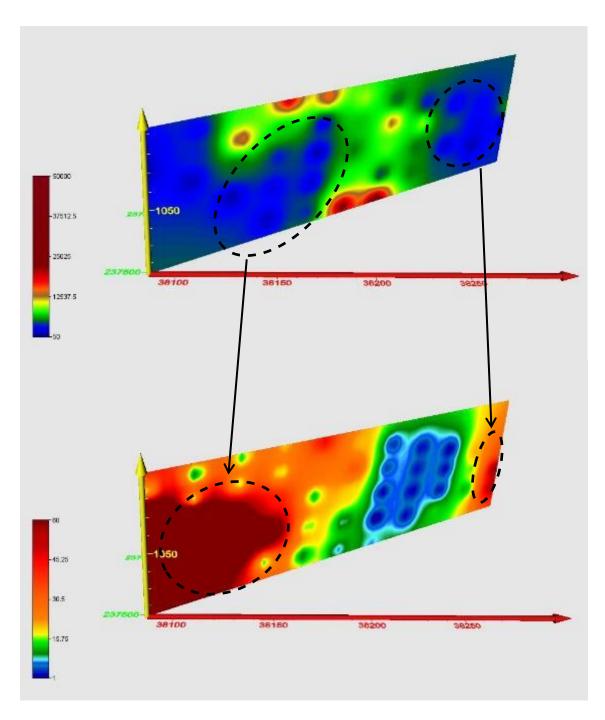


Figura 74: Resistividade e polarização induzida do perfil B



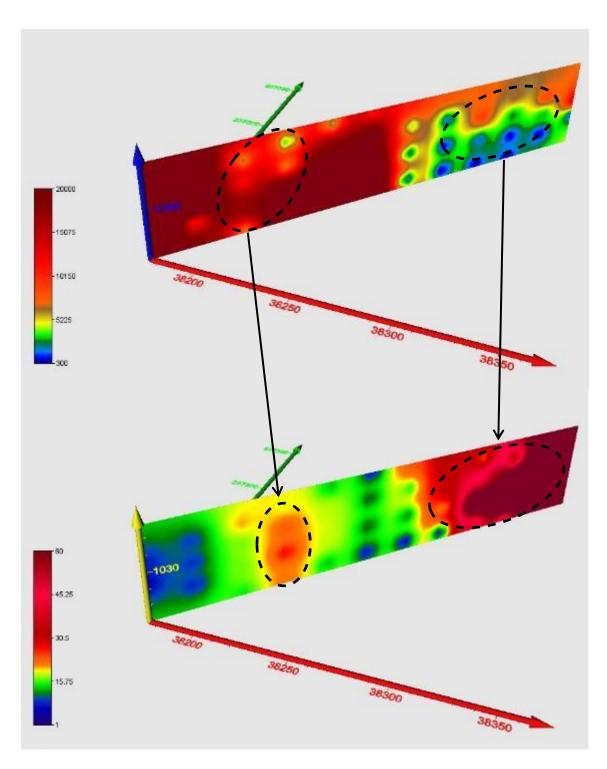


Figura 75: Resistividade e polarização induzida do perfil C



Os resultados prévios permitiram a definição de uma anomalia de baixa resistividade e alta cargabilidade atribuível à presença de sulfuretos disseminados. No seguimento da definição desta anomalia foi projetada e executada uma campanha de prospeção geofísica por magnetometria. Foram cobertos por magnetometria cerca de 3 km², cuja malha está representada na Figura 76.

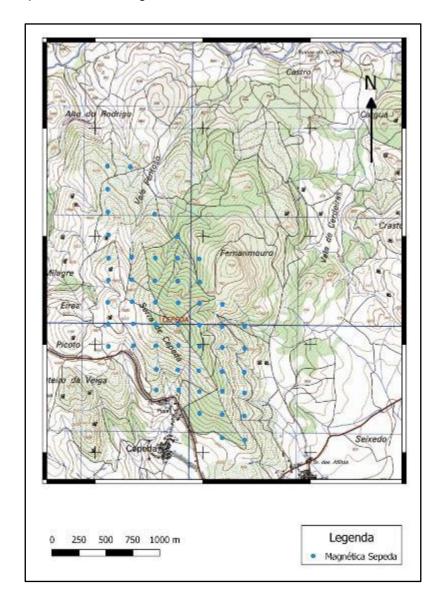


Figura 76: Implantação de uma malha de magnetometria



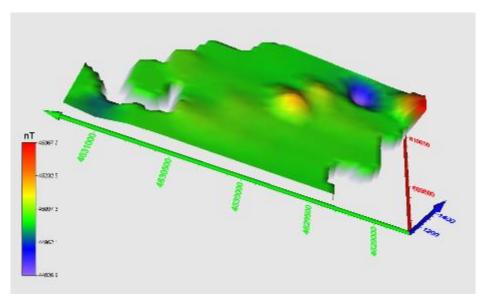


Figura 77: Resultado tridimensional da prospeção magnética



5. Conclusão

A Geofísica poderá ser uma excelente ferramenta como técnica complementar em diversas áreas, quer na arqueologia quer na pesquisa de minerais. É então desta forma que contribui para o conhecimento do subsolo sem afetar as condições iniciais sendo, portanto, uma técnica não destrutiva. Tanto a técnica de resistividade elétrica como o georadar são metodologias emergentes com as quais se verificaram resultados satisfatórios. No entanto, isto só se demonstra se for aplicada uma correta metodologia. É necessário considerar as caraterísticas do subsolo, o tipo de arranjo a utilizar e a correta georreferenciação. Só assim é possível cartografar de forma precisa as estruturas e consequentemente uma correta escavação, no caso da arqueologia.

Foi possível aferir que o método de interpolação usado pode ditar a qualidade do projeto. Foi então constatado que nem sempre o inverso do quadrado da distância se mostrou o melhor método. É através do preenchimento dos espaços vazios que é concebível a visualização dos dados, sendo que esta é uma parte crucial dos projetos. Neste ponto, a interpretação dos resultados com recurso a imagens tridimensionais beneficiou de uma melhor interpretação e enquadramento espacial.

Os resultados obtidos e a experiência adquirida no processamento dos dados tridimensionais poderão ser uma mais valia para futuros trabalhos neste âmbito.



6. Bibliografia

- (s.d.). Obtido de http://www.goldensoftware.com/
- Alves, M. (2016). Da utilização e análise de dados de Geofísica em contextos arqueológicos: o Castro de Sapelos (Boticas) e o Seminário Conciliar de São Pedro e São Paulo (Braga).

 Braga.
- Borges, W. R. (2007). Caracterização Geofísica de Alvos Rasos com Aplicações no Planejamento.
- Braun, G. (1594). "Nova Bracarae Augustae descriptio", Civitates orbis terrarum, Liber 5. Coloniae Agrippinae.
- Costa, P. A. (1984). Dicionário de História da Igreja.
- Dean Goodman, S. P. (2009). *GPR Archaeometry. In: Ground Penetrating Radar: Theory and Applications.* Elsevier.
- FEUP. (2013). Obtido de http://paginas.fe.up.pt/~geng/ge/apontamentos/Cap_8_GE.pdf
- Guerreiro, A. (2014). Apontamentos de Eletrecidade e Magnetismo.
- H. Robert Burger, C. H. (2006). Introduction to Applied Geophysics: Exploring The Shallow.
- http://www.geophysical.com/antennas.htm. (s.d.).
- Jekeli, C. (2012). Geometric Reference Systems in Geodesy.
- Jol, H. M. (2009). *Ground Penetrating Radar Theory and Applications*. Elsevier.
- Martins, M. F. (2016). Salvamento de Bracara Augusta: Projeto de reabilitação do claustro e da domus romana no Seminário Conciliar de S. Pedro e S. Paulo. .
- Novo, A. (2009). 3D GPR Imaging for archaeological prospection. Vigo, Espanha.
- Philip Kearey, M. B. (2002). An Introduction to Geophysical Exploration. Blackwell.
- QUARTEZANI, W. Z. (2012). GEOESTATÍSTICA, SIMULAÇÃO ESTOCÁSTICA E SENSORIAMENTO REMOTO NA ESTIMATIVA DE PRODUÇÃO DO CAFÉ CONILON. São Paulo.
- Sabrina Guerreiro, L. P. (2011). A Igreja de São Paulo Braga.
- Sinergeo Soluções Aplicadas em Geologia, Hidrogeologia e Ambiente Lda. (2016). Obtido de http://www.sinergeo.pt/
- Soares, N. N. (2011). O Arcebispo de Braga D. Diogo de Sousa "Pricipe Umanizzato" do Renascimento.



```
SOFTWARE, G. (2010). Geoelectrical Imaging 2D & 3D. Malásia.

Teodoro, A. (2010). Apontamentos de Topografia.

território, D. g. (2016).

UAUM. (2016).

Vasconcelos, M. (2009). Rede Nacional de Estações Permanentes GNSS. Lisboa.
```

7. Anexo

```
Function
[tp,rc,ac,tr]=helmert3d(datum1,datum2,Type,WithOutScale,Approx,NameToSave)
if nargin<6
  NameToSave=[];
else
  NameToSave=strtrim(NameToSave);
  if strcmp(NameToSave,'#o')
    NameToSave=[];
  end
end
if nargin<5 || isempty(Approx)
  Approx=[0\ 0\ 0];
elseif numel(Approx)~=3
  error('ApproxRot needs to be a 3-element vector.')
else
  Approx=Approx(:)';
```



end if nargin<4 || isempty(WithOutScale)</pre> WithOutScale=0; end if nargin<3 || ~ischar(Type) || isempty(Type) Type='7p'; end % Load input file if specified if ischar(datum1) datum1=load(datum1); end if ischar(datum2) datum2=load(datum2); end if $(size(datum1,1)==3)&&(size(datum1,2)\sim=3)$ datum1=datum1'; end if $(size(datum2,1)==3)&&(size(datum2,2)\sim=3)$ datum2=datum2'; end s1=size(datum1); s2=size(datum2); if any($s1 \sim = s2$) error('The datum sets are not of equal size')



```
elseif any([s1(2) s2(2)]~=[3 3])
          error('At least one of the datum sets is not 3D')
elseif any([s1(1) s2(1)]<3)
          error('At least 3 points in each datum are necessary for calculating')
end
switch Type
          case '7p'
                    rc=[0 0 0];
          case '10p'
                    rc=mean(datum1);
          otherwise
                    error ('Transformation type needs to be "7p" or "10p".')
end
%% Approximation values
naeh=[mean(datum2)-mean(datum1) Approx 1];
if all(Approx==[0\ 0\ 0]) && s1(1)>3
          try
                    x0=helmertaffine3d(datum1,datum2);
s=(sqrt(x0(4)^2+x0(5)^2+x0(6)^2)+sqrt(x0(7)^2+x0(8)^2+x0(9)^2)+sqrt(x0(10)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11)^2+x0(11
)^2+x0(12)^2))/3;
                    if abs(x0(11))<1e-6 && abs(x0(12))<1e-6
                              if x0(10) < 0
                                        ey=3*pi/2;
                              else
                                        ey=pi/2;
```



end

```
warning('Helmert3D:Ambiguous_rotations','Y-rotation is close to a multiple of
pi/2. X- and Z-rotation therefore cannot be approximated.')
       ex=0;
       ez=0;
     else
       ex=atan2(-x0(11),x0(12));
       ey=atan2(x0(10), sqrt((x0(4))^2+(x0(7))^2));
       ez=atan2(-x0(7),x0(4));
     end
  catch
     ex=0;
     ey=0;
     ez=0;
     s=1;
  end
   if (any(isnan(x0)))
     naeh=[0 0 0 0 0 0 1];
  else
     naeh=[0 0 0 ex ey ez s];
  end
end
if WithOutScale
  naeh(7)=WithOutScale;
```



end WertA=[1e-5 1e-8]; zaehl=0; x0=naeh(1);y0=naeh(2); z0=naeh(3); ex=naeh(4); ey=naeh(5); ez=naeh(6); m=naeh(7); tp=[x0 y0 z0 ex ey ez m]; Qbb=eye(3*s1(1)); %% Adjustment SuppressSingularMatrixWarning=0; while(1) A=zeros(3*s1(1),7);w=zeros(3*s1(1),1); for i=1:s1(1)A(i*3-2,1)=-1;A(i*3-1,2)=-1;A(i*3,3)=-1;A(i*3-2,4)=-m*((cos(ex)*sin(ey)*cos(ez)-sin(ex)*sin(ez))*(datum1(i,2)-in(ex)*sin(ex)rc(2))+(sin(ex)*sin(ey)*cos(ez)+cos(ex)*sin(ey))*(datum1(i,3)-rc(3)));



```
A(i*3-2,5)=-m*((-sin(ey)*cos(ez))*(datum1(i,1)-
 rc(1))+(sin(ex)*cos(ey)*cos(ez))*(datum1(i,2)-rc(2))+(-
 cos(ex)*cos(ey)*cos(ez))*(datum1(i,3)-rc(3)));
                                      A(i*3-2,6)=-m*((-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ex)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ex)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ex)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ex)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ex)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ex)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ex)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ex)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ex)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ex)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ex)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ex)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ex)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))*(datum1(i,1)-rc(1))*(datum1(i,1)-rc(1))*(datum1(i,1)-rc(1))*(datum1(i,1)-rc(1))*(datum1(i,1)-rc(1))*(datum1(i,1)-rc(1))*(datum1(i,1)-rc(1))*(datum1(i,1)-rc(1))*(datum1(i,1)-rc(1))*(datum1(i,1)-rc(
sin(ex)*sin(ey)*sin(ez)+cos(ex)*cos(ez))*(datum1(i,2)-
 rc(2)+(+cos(ex)*sin(ey)*sin(ez)+sin(ex)*cos(ex))*(datum1(i,3)-rc(3)));
                                      A(i*3-2,7)=-((cos(ey)*cos(ez))*(datum1(i,1)-
 rc(1)+(sin(ex)*sin(ey)*cos(ez)+cos(ex)*sin(ez))*(datum1(i,2)-rc(2))+(-
 cos(ex)*sin(ey)*cos(ez)+sin(ex)*sin(ez))*(datum1(i,3)-rc(3)));
                                      A(i*3-1,4)=-m*((-cos(ex)*sin(ey)*sin(ez)-sin(ex)*cos(ez))*(datum1(i,2)-rc(2))+(-cos(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(ex)*sin(
\sin(ex)*\sin(ey)*\sin(ez)+\cos(ex)*\cos(ez))*(datum1(i,3)-rc(3)));
                                      A(i*3-1,5)=-m*((sin(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-
 sin(ex)*cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,2)-rc(2))+(cos(ex)*cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,3)-
rc(3)));
                                      A(i*3-1,6)=-m*((-cos(ey)*cos(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-sin(ex)*sin(ey)*cos(ez)-
cos(ex)*sin(ez))*(datum1(i,2)-
 rc(2))+(cos(ex)*sin(ey)*cos(ez)+sin(ex)*sin(ez))*(datum1(i,3)-rc(3)));
                                      A(i*3-1,7)=-((-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez)*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez)*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez)*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez)*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez)*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez)*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez)*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez)*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez)*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez)*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez)*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez)*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez)*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez)*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez)*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ex)*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ex)*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ex)*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ex)*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ex)*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ex)*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ex)*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ex)*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ex)*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(
sin(ex)*sin(ey)*sin(ez)+cos(ex)*cos(ez))*(datum1(i,2)-
 rc(2))+(cos(ex)*sin(ey)*sin(ez)+sin(ex)*cos(ez))*(datum1(i,3)-rc(3)));
                                      sin(ex)*cos(ey))*(datum1(i,3)-rc(3)));
                                      A(i*3,5)=-m*((cos(ey))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-sin(ex)*(-sin(ey)))*(datum1(i,2)-in(ex)*(-sin(ex)))*(datum1(i,2)-in(ex)*(-sin(ex)))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(datum1(i,2)-in(ex))*(dat
 rc(2)+(-cos(ex)*sin(ey))*(datum1(i,3)-rc(3)));
                                      A(i*3,6)=0;
                                      A(i*3,7)=-((sin(ey))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-sin(ex)*cos(ey))*(datum1(i,2)-rc(1))+(-sin(ex)*cos(ey))*(datum1(i,2)-rc(1))+(-sin(ex)*cos(ey))*(datum1(i,2)-rc(1))+(-sin(ex)*cos(ey))*(datum1(i,2)-rc(1))+(-sin(ex)*cos(ey))*(datum1(i,2)-rc(1))+(-sin(ex)*cos(ey))*(datum1(i,2)-rc(1))+(-sin(ex)*cos(ey))*(datum1(i,2)-rc(1))+(-sin(ex)*cos(ey))*(datum1(i,2)-rc(1))+(-sin(ex)*cos(ey))*(datum1(i,2)-rc(1))+(-sin(ex)*cos(ey))*(datum1(i,2)-rc(1))+(-sin(ex)*cos(ey))*(datum1(i,2)-rc(1))+(-sin(ex)*cos(ey))*(datum1(i,2)-rc(1))+(-sin(ex)*cos(ey))*(datum1(i,2)-rc(1))+(-sin(ex)*cos(ey))*(datum1(i,2)-rc(1))+(-sin(ex)*cos(ey))*(datum1(i,2)-rc(1))+(-sin(ex)*cos(ey))*(datum1(i,2)-rc(1))+(-sin(ex)*cos(ey))*(datum1(i,2)-rc(1))+(-sin(ex)*cos(ey))*(datum1(i,2)-rc(1))+(-sin(ex)*cos(ey))*(datum1(i,2)-rc(1))+(-sin(ex)*cos(ey))*(datum1(i,2)-rc(1))+(-sin(ex)*cos(ex)*cos(ex)*(datum1(i,2)-rc(1))+(-sin(ex)*cos(ex)*(datum1(i,2)-rc(1))+(-sin(ex)*cos(ex)*(datum1(i,2)-rc(1))+(-sin(ex)*cos(ex)*(datum1(i,2)-rc(1))+(-sin(ex)*cos(ex)*(datum1(i,2)-rc(1))+(-sin(ex)*cos(ex)*(datum1(i,2)-rc(1))+(-sin(ex)*cos(ex)*(datum1(i,2)-rc(1))+(-sin(ex)*cos(ex)*(datum1(i,2)-rc(1))+(-sin(ex)*cos(ex)*(datum1(i,2)-rc(1))+(-sin(ex)*cos(ex)*(datum1(i,2)-rc(1))+(-sin(ex)*cos(ex)*(datum1(i,2)-rc(1))+(-sin(ex)*cos(ex)*(datum1(i,2)-rc(1))+(-sin(ex)*cos(ex)*(datum1(i,2)-rc(1))+(-sin(ex)*cos(ex)*(datum1(i,2)-rc(1))+(-sin(ex)*cos(ex)*(datum1(i,2)-rc(1))+(-sin(ex)*cos(ex)*(datum1(i,2)-rc(1))+(-sin(ex)*(datum1(i,2)-rc(1))+(-sin(ex)*(datum1(i,2)-rc(1))+(-sin(ex)*(datum1(i,2)-rc(1))+(-sin(ex)*(datum1(i,2)-rc(1))+(-sin(ex)*(datum1(i,2)-rc(1))+(-sin(ex)*(datum1(i,2)-rc(1))+(-sin(ex)*(datum1(i,2)-rc(1))+(-sin(ex)*(datum1(i,2)-rc(1))+(-sin(ex)*(datum1(i,2)-rc(1))+(-sin(ex)*(datum1(i,2)-rc(1))+(-sin(ex)*(datum1(i,2)-rc(1))+(-sin(ex)*(datum1(i,2)-rc(1))+(-sin(ex)*(datum1(i,2)-rc(1))+(-sin(ex)*(datum1(i,2)-rc(1))+(-sin(ex)*(datum1(i,2)-rc(1))+(-sin(ex)*(datum1(i,2)-rc(1))+(-sin(ex)*(datum1(i,2)-rc(1))+(-sin(ex)*(datum1(i,2)-rc(1))+(-sin(ex)*(datum1(i,2)-rc(1))+(-sin(ex)*(datum1(i,2)-rc(1))+(-sin(e
rc(2))+(cos(ex)*cos(ey))*(datum1(i,3)-rc(3)));
```



```
w(i*3-2,1)=-rc(1)+datum2(i,1)-x0-m*((cos(ey)*cos(ez))*(datum1(i,1)-
rc(1))+(sin(ex)*sin(ey)*cos(ez)+cos(ex)*sin(ez))*(datum1(i,2)-rc(2))+(-i)
cos(ex)*sin(ey)*cos(ez)+sin(ex)*sin(ez))*(datum1(i,3)-rc(3)));
               w(i*3-1,1)=-rc(2)+datum2(i,2)-y0-m*((-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ey)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ex)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ex)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ex)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ex)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ex)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ex)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ex)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ex)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ex)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ex)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ex)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ex)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ex)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ex)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(ex)*sin(ez))*(datum1(i,1)-rc(1))*(datum1(i,1)-rc(1))*(datum1(i,1)-rc(1))*(datum1(i,1)-rc(1))*(datum1(i,1)-rc(1))*(datum1(i,1)-rc(1))*(datum1(i,1)-rc(1))*(datum1(i,1)-rc(
sin(ex)*sin(ey)*sin(ez)+cos(ex)*cos(ez))*(datum1(i,2)-
rc(2))+(cos(ex)*sin(ey)*sin(ez)+sin(ex)*cos(ez))*(datum1(i,3)-rc(3)));
               w(i*3,1)=-rc(3)+datum2(i,3)-z0-m*((sin(ey))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-i)
\sin(ex)^*\cos(ey)^*(datum1(i,2)-rc(2))+(\cos(ex)^*\cos(ey))^*(datum1(i,3)-rc(3)));
       end
       if WithOutScale
               A=A(:,1:6);
       end
       lastwarn(");
       warning('off','MATLAB:nearlySingularMatrix');
       w=-1*w;
       r=size(A,1)-size(A,2);
        Pbb=inv(Qbb);
       deltax=(A'*Pbb*A)\setminus(A'*Pbb*w);
       v=A*deltax-w;
       sig0p=sqrt((v'*Pbb*v)/r);
       Qxxda=inv(A'*Pbb*A);
        Kxxda=sig0p^2*Qxxda;
       ac=sqrt(diag(Kxxda));
       warning('on','MATLAB:nearlySingularMatrix');
       % Test for warning
       [WarnMessages,WarnID]=lastwarn;
```



```
if SuppressSingularMatrixWarning == 0 && strcmp(WarnID,'MATLAB:nearlySingularMatrix')
```

WarnMessages=[WarnMessages '\nThis does not necessarily mean that results are inaccurate, but sometimes they may be.'];

```
if strcmp(Type,'7p')
```

m=m+deltax(7);

WarnMessages=[WarnMessages '\nConsider changing the transformation type to 10 parameters to overcome this.'];

else

WarnMessages=[WarnMessages '\nPlease check whether your input data is sufficient for computing (also geometrical point distribution).'];

```
end
    warning('Helmert3D:NearlySingularMatrix',WarnMessages);
    SuppressSingularMatrixWarning = 1;
  end
  testv = sqrt((deltax(1)^2 + deltax(2)^2 + deltax(3)^2)/3);
  testd=sqrt((deltax(4)^2+deltax(5)^2+deltax(6)^2)/3);
  zaehl=zaehl+1;
  x0=x0+deltax(1);
  y0=y0+deltax(2);
  z0=z0+deltax(3);
  ex=ex+deltax(4);
  ey=ey+deltax(5);
  ez=ez+deltax(6);
  if ~WithOutScale && (m+deltax(7))>1e-15 % This condition is to prevent
numerical problems with m-->0
```



```
end
            tp=[x0 y0 z0 ex ey ez m]';
            if abs(testv) < WertA(1) && abs(testd) < WertA(2)
                        break;
             elseif zaehl>1000
                        warning('Helmert3D:Too_many_iterations','Calculation not converging after 1000
iterations. I am aborting. Results may be inaccurate.')
                        break;
            end
end
if any (abs(tp(4:6))>2*pi)
           warning('Helmert3D:Unsufficient_approximation_values','Rotation angles seem to be
big. A better approximation is regarded. Results will be inaccurate.')
end
%% Transformation residuals
idz=zeros(s1);
for i=1:s1(1)
            idz(i,2)=rc(2)+tp(2)+tp(7)*((-cos(tp(5))*sin(tp(6)))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(tp(5))*sin(tp(6)))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(tp(5))*sin(tp(6)))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(tp(5))*sin(tp(6)))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(tp(5))*sin(tp(6)))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(tp(5))*sin(tp(6)))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(tp(5)))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(tp(5)))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(tp(5)))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(tp(5)))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(tp(5)))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(tp(5)))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(tp(5)))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(tp(5)))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(tp(5)))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(tp(5)))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(tp(5)))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(tp(5)))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(tp(5)))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(tp(5)))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(tp(5)))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(tp(5)))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(tp(5)))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(tp(5)))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(tp(5)))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(tp(5)))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(tp(5)))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(tp(5)))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(tp(5)))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(tp(5)))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(tp(5)))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(tp(5)))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(tp(5)))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(tp(5)))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(tp(5)))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(tp(5)))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(tp(5)))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(tp(5)))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(tp(5)))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(tp(5)))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(tp(5)))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(tp(5)))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(tp(5)))*(datum1(i,1)-rc(1))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(tp(5)))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(tp(5)))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(tp(5)))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(tp(5)))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(tp(5)))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(tp(5)))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-cos(tp(5)))*(datum1(i,1)-rc(1))*(datum1(i,1)-rc(1))*(datum1(i,1)-rc(1))*(datum1(i,1)-rc(1))*(datum1(i,1)-rc(1))*(datum1(i,1)-rc(1))*(datum1(i,1)-rc(1))*(datum1(i,1)-rc(1))*(datum1(i,1)-rc(1))*(datum1(i,1)-rc(1))*(datum1(i,1)-rc(1))*(datum1(i,1)-rc(1))*(datum1(i,
\sin(tp(4))*\sin(tp(5))*\sin(tp(6))+\cos(tp(4))*\cos(tp(6)))*(datum1(i,2)-
rc(2))+(cos(tp(4))*sin(tp(5))*sin(tp(6))+sin(tp(4))*cos(tp(6)))*(datum1(i,3)-rc(3)));
            idz(i,1)=rc(1)+tp(1)+tp(7)*((cos(tp(5))*cos(tp(6)))*(datum1(i,1)-tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1))*(cos(tp(5))*cos(tp(6)))*(datum1(i,1)-tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)*(cos(tp(5))*cos(tp(6)))*(datum1(i,1)-tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)*(cos(tp(5))*cos(tp(6)))*(datum1(i,1)-tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)*(cos(tp(5))*cos(tp(6)))*(datum1(i,1)-tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+tp(1)+
rc(1))+(sin(tp(4))*sin(tp(5))*cos(tp(6))+cos(tp(4))*sin(tp(6)))*(datum1(i,2)-rc(2))+(-i)
cos(tp(4))*sin(tp(5))*cos(tp(6))+sin(tp(4))*sin(tp(6)))*(datum1(i,3)-rc(3)));
            idz(i,3)=rc(3)+tp(3)+tp(7)*((sin(tp(5)))*(datum1(i,1)-rc(1))+(-1)
\sin(tp(4))*\cos(tp(5)))*(datum1(i,2)-rc(2))+(\cos(tp(4))*\cos(tp(5)))*(datum1(i,3)-rc(3)));
end
```



```
tr=datum2-idz;
%% Store data
if ~isempty(NameToSave)
  load Transformations;
  if zaehl>1000
    warning('Helmert3D:Results_too_inaccurate_to_save','Results may be inaccurate
and do not get stored.')
  elseif exist(NameToSave,'var') && length(NameToSave)>=2 &&
~strcmp(NameToSave(end-1:end),'#o')
    warning('Helmert3D:Parameter_already_exists',['Parameter set ',NameToSave,'
already exists and therefore is not stored.'])
  else
    if strcmp(NameToSave(end-1:end),'#o')
       NameToSave=NameToSave(1:end-2);
    end
    if any(regexp(NameToSave,'\W')) || any(regexp(NameToSave(1),'\d'))
       warning('Helmert3D:Parameter_name_invalid',['Name ',NameToSave,' contains
invalid characters and therefore is not stored.'])
    else
       eval([NameToSave,'=[',num2str(tp'),' ',num2str(rc),'];']);
       save('Transformations.mat',NameToSave,'-append');
    end
  end
end
```