U.PORTO
FEP FACULDADE DE ECONOMIA
UNIVERSIDADE DO PORTO

APLICAÇÃO DA LEI DE BENFORD AO VOLUME DE NEGÓCIOS NA INDÚSTRIA TRANSFORMADORA PORTUGUESA

por

Carla Isabel Silva Sousa Dincă

Dissertação de Mestrado em Contabilidade e Controlo de Gestão

Orientada por:

Professora Doutora Catarina Judite Morais Delgado (Orientadora)

Professor Doutor Manuel Emílio Almeida Castelo Branco (Coorientador)

2015

Nota Biográfica

Carla Isabel da Silva e Sousa Dincã nasceu a 16 de setembro de 1974 no Porto.

Licenciou-se em junho de 1999, em Gestão de empresas na Universidade Católica Portuguesa, Faculdade de Economia e Gestão, do Porto, com a classificação final de 12 valores.

Em 2003 regressou à mesma Faculdade e concluiu a pós-graduação em Auditoria e Controlo de Gestão, com classificação final de 14 valores.

De setembro de 1999 a outubro de 2001 trabalhou como consultora Sap, na empresa Sapi2.

Desde novembro de 2001 até à presente data exerce funções de Inspetora Principal no Instituto da Segurança Social, I.P., no Núcleo de Fiscalização de Equipamentos Sociais.

Entre 2012 e 2014 frequentou e concluiu com êxito a parte curricular do Mestrado em Contabilidade e Controlo de Gestão na Faculdade de Economia do Porto, no âmbito do qual é apresentada a presente dissertação.

Agradecimentos

À minha Mãe, que é um exemplo de força e perseverança e sempre me fez acreditar que o trabalho com honestidade é recompensado.

Ao meu maravilhoso Pai, que me ensinou a ser honesta, humilde, trabalhadora e solidária. Como eu adorava ainda usufruir da sua companhia…

Ao meu Irmão, pelas suas palavras motivadoras e encorajadoras.

Ao meu querido e amado Marido que sempre me apoiou incondicionalmente e esforçou-se incrivelmente para compensar as nossas Filhas das minhas inúmeras ausências.

Às minhas Filhas, porque foram muitos os dias e horas que sacrifiquei do nosso precioso e escasso tempo em família, para estudar e trabalhar para o mestrado.

À minha Amiga Catarina Ribeiro que nunca me deixou desistir, pelas suas encorajadoras palavras, e por ter estado sempre ao meu lado desde do primeiro dia do Mestrado.

Aos meus Orientadores, Catarina Delgado e Manuel Castelo Branco, pelo tempo que dedicaram a ajudar-me.

Resumo

Sendo um dos principais objetivos do Auditor, de acordo com a *Internacional Standard on Auditing* (ISA) 240, identificar e avaliar sobre o risco das demonstrações financeiras conterem distorções materialmente relevantes devido à fraude, entende-se ser importante divulgar uma ferramenta analítica designada de Lei de Benford, que permitirá auxiliar os Auditores a serem mais eficazes e eficientes nas suas árduas tarefas profissionais.

Baseada na premissa que certos dígitos aparecem com mais frequência que outros, por exemplo, mais de 30% dos números começam com o número um, a Lei de Benford permite aos auditores analisar uma enorme quantidade de dados e focarem-se apenas nos registos que têm indícios de fraude.

É então objetivo da presente dissertação demonstrar a utilidade e vantagens da Lei de Benford na auditoria, como ferramenta analítica para deteção de fraude. Para isso utilizou-se um estudo de caso, onde se identificaram os desvios ocorridos entre as frequências dos dígitos da rubrica *turnover* (volume de negócios) do exercício de 2013, das empresas que compõem a Indústria Transformadora Portuguesa e as frequências esperadas segundo a Lei de Benford.

Foi possível concluir que a rubrica *turnover* apresenta de uma forma global (qui-quadrado e desvio absoluto médio), conformidade com a Lei de Benford. Todavia quando a mesma foi testada de uma forma individualizada (estatística de teste Z), verificaram-se dígitos com uma frequência observada significativamente diferente da esperada, em determinados grupos de empresas, nomeadamente o CAE da Indústria Alimentar e Bebidas, e o CAE da Indústria de Equipamentos Informáticos, Elétrico, Fabricação de Máquinas e Equipamentos e Automóveis. Isto poderá ser um indício de fraude, requerendo uma análise seguinte mais aprofundada ao conjunto de empresas com esses CAEs (por exemplo, fazendo uma segmentação de acordo com outras variáveis/ características e repetindo análise até identificar o subconjunto de empresas com indícios de possível fraude).

Palavras-chave: Lei de Benford; Auditoria; Fraude

Abstract

One of the main objectives of the Auditor, in accordance with the International Standard on Auditing (ISA) 240 is to identify and assess the risk of the financial statements contain material misstatements due to fraud.

It is understood to be important to disclose an analytical tool called Benford's Law, which will help auditors to be more effective and efficient in their arduous professional tasks.

Based on the premise that certain numbers appear more often than others, for example, more than 30% of numbers beginning with the number one, Benford's Law allows auditors to analyze a huge amount of data and focus only on those records that have evidence of fraud.

It is therefore aim of this dissertation demonstrate the utility and advantages of Benford's Law in the audit, as an analytical tool for fraud detection.

For this we used a case study, which identified the deviations occurred between the frequencies of the digits of the turnover line (sales) of financial year 2013, the companies that make up the Industry Portuguese Manufacturing and expected frequencies according to Law Benford.

It was concluded that the turnover caption is made in a comprehensive way (chi-square test and mean absolute deviation test), according to Benford's Law. However when it was tested in an individualized form (Z-statistic), digits there have been observed with a frequency significantly different from the expected, in certain groups of companies, including the CAE Food and Drink Industry, and the CAE Industry Computer Equipment, Electrical, Machinery Manufacturing and Equipment and Automobiles.

This may be an evidence of fraud, requiring a subsequent analysis further to enterprises with these CAE (Portuguese Classification of Economic Activities) code (for example, by a segmentation according to other variables / characteristics and repeating analysis to identify the subset of companies with possible fraud evidence).

Keywords: Benford’s Law, fraud, audit.

Índice

Índice de Tabelas

Índice de Gráficos

Abreviaturas

AICPA – American Institute of Certified Public Accountants

CAE – Classificação Atividades Económicas

ISA – International Standards on Auditing

LB – Lei de Benford

MAD – Desvio absoluto médio

SAS – Statement on Auditing Standard

IPO – Initial Public Offering

1. Introdução

A Lei de Benford é um teorema matemático, simples de entender e de utilizar. A referida Lei resultou da observação de que em qualquer conjunto de dados, os dígitos mais pequenos (tais como os número 1 ou 2) ocorrerem com mais frequência na primeira posição do que os dígitos maiores (tais como os números 8 ou 9), sendo, por esta razão, considerada como uma anomalia da teoria das probalidades (Dos Santos *et al*. 2005). Por exemplo, numa distribuição de números, de tamanho razoável, observa-se que mais de 30% dos números apresentam-se com o algarismo um (Durtschi *et al*. 2004).

Através da Lei de Benford é possível identificar possíveis irregularidades e desvios nas demonstrações financeiras que poderão ser indiciadores de fraudes ou de erros contabilísticos. É defendido por Nigrini *et al*. (1997) que a Lei de Benford é uma nova abordagem da Análise Digital que pode ser muito útil quando utilizada como procedimento analítico, uma vez que alerta os Auditores para as discrepâncias verificadas entre as frequências observadas e as frequências esperadas de um determinado conjunto de dados, permitindo aos mesmos focarem-se nos dados com discrepâncias.

Tendo como ponto de partida a proposta de "investigação futura" do trabalho realizado por Ferreira (2013), pretende-se com a presente dissertação investigar se existem desvios significativos entre a distribuição da rubrica volume de negócios do ano de 2013, e a distribuição-padrão da Lei de Benford nas empresas que compõem a Indústria Transformadora.

A escolha dos referidos anos está relacionada com o seguinte: o ano de 2011 foi o ano de referência/estudo de Ferreira (2013); o ano de 2013 é o último ano fiscal disponível ao público em abril de 2015 e é ainda o ano a partir do qual as empresas passaram a ter de comunicar obrigatoriamente à Administração Fiscal as suas faturações (cfr. Decreto-Lei n.º 198/2012, de 24 de agosto).

Partindo, então, do objetivo geral, que consiste em evidenciar as vantagens da aplicabilidade da Lei de Benford, procuraremos aplicar esta Lei aos valores da rubrica volume de negócios, referentes ao ano de 2013, das empresas que compõem o CAE da

Indústria Transformadora em Portugal. Para obter estes valores, recorreu-se à base de dados SABI e aos dados cedidos pela empresa Informa D&B.

Para verificarmos se os registos de faturação das referidas empresas estão em conformidade com a distribuição de Benford, utilizaremos três estatísticas de teste: a estatística de teste Z, o qui-quadrado (χ^2) e o desvio absoluto médio ("*Mean Absolute Deviation*", ou MAD), para identificar e mensurar as não conformidades com a Lei de Benford.

Com o presente trabalho, pretende-se também determinar, com base em dados reais, até que ponto a Lei de Benford será útil na seleção de empresas para a realização de auditorias.

Auditores externos, como, por exemplo, Inspetores Tributários, poderão encontrar vantagens na utilização da Lei de Benford. No caso dos primeiros dígitos das empresas selecionadas não seguirem a frequência esperada da Lei de Benford, poderão essas empresas ser consideradas como entidades a fiscalizar ou auditar, na medida em que as suas demonstrações financeiras poderão incluir indícios de erros, fraudes fiscais e/ou contabilísticas.

Cremos que a utilização da Lei de Benford como procedimento analítico a ser utilizado no início do trabalho dos Auditores poderá trazer inúmeras vantagens aos mesmos, porque, se devidamente aplicado, permite reduzir a amostra a auditar, selecionar as contas que poderão ter indícios de erro ou fraude contabilística e, com isto, "*ganhar*" tempo no trabalho/planeamento de auditoria, permitindo assim a realização de auditorias eficazes e eficientes.

As mesmas vantagens são corroboradas por Nigrini (1999) e Santos (2009). Contudo, devemos estar conscientes que, se a análise à rubrica volume de negócios não estiver em conformidade com a distribuição esperada da Lei de Benford, é apenas um indício de manipulação de resultados ou de erros e não uma prova de que tal aconteceu.

De acordo com Nigrini (1999) e Santos (2009), há várias entidades governamentais nacionais, tais como as Neozelandesa e a Alemã, e alguns Estados Federais, como o da Califórnia, que já utilizam a Lei de Benford para combate à fraude fiscal. De acordo com

Buescu (2003), o sistema proposto por Nigrini (1992) encontra-se em vigor nos EUA desde 1998, não se sabendo, todavia, se em Portugal se encontra a ser utilizado pela Administração Fiscal.

Por todas as razões atrás expostas, pretende esta dissertação ser também um instrumento de divulgação das vantagens da Lei de Benford que, como defende Buescu (2003), pode ser determinante no combate à evasão fiscal, sendo o seu custo "*virtualmente*" zero.

2. Revisão da literatura

2.1. O que é a Lei de Benford?

A Lei de Benford foi descoberta no final do século XIX pelo matemático e astrónomo, Simon Newcomb, que constatou em 1881 que as primeiras páginas das tábuas de logaritmos eram mais manuseadas que as últimas páginas. A conclusão que Newcomb extraiu das suas observações foi a de que existem mais números que começam com o número um, do que com números maiores, tais como os números oito ou nove (Durtschi *et al*. 2004).

Em 1881, Simon Newcomb publicou um artigo no American Journal of Mathematics, onde descreve que os dez dígitos de um número não ocorrem com a mesma frequência, e que o número um observa-se como primeiro dígito mais vezes (30%) que o número nove (4,58%) (Newcomb, 1881).

Mais tarde, em 1938, o físico Frank Benford estudou mais pormenorizadamente a descoberta de Newcomb e publicou um artigo intitulado de "*The Law of anomalous numbers*", tendo recolhido dados de diversas fontes (sem ligação entre si) com o intituito de ter uma amostra com a maior variedade possível. Com este objetivo, analisou vinte conjuntos diferentes de números (áreas de rios, população, números de jornais, números de casas de uma determinada rua, pesos atómicos, áreas de rios, números que constavam nas revistas da *Reader´s Digest*, taxa de mortalidade, peso meloculares, etc) que resultaram em 20 229 observações.

Tabela 1- Percentagem de ocorrência dos dígitos colocados na primeira posição

Group	Title	First Digit									Count
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	
A	Rivers, Area	31.0	16.4	10.7	11.3	7.2	8.6	5.5	4.2	5.1	335
B	Population	33.9	20.4	14.2	8.1	7.2	6.2	4.1	3.7	2.2	3259
C	Constants	41.3	14.4	4.8	8.6	10.6	5.8	1.0	2.9	10.6	104
D	Newspapers	30.0	18.0	12.0	10.0	8.0	6.0	6.0	5.0	5.0	100
E	Spec. Heat	24.0	18.4	16.2	14.6	10.6	4.1	3.2	4.8	4.1	1389
F	Pressure	29.6	18.3	12.8	9.8	8.3	6.4	5.7	4.4	4.7	703
G	H.P. Lost	30.0	18.4	11.9	10.8	8.1	7.0	5.1	5.1	3.6	690
H	Mol. Wgt.	26.7	25.2	15.4	10.8	6.7	5.1	4.1	2.8	3.2	1800
I	Drainage	27.1	23.9	13.8	12.6	8.2	5.0	5.0	2.5	1.9	159
J	Atomic Wgt.	47.2	18.7	5.5	4.4	6.6	4.4	3.3	4.4	5.5	91
K	$n^{-1}, \sqrt{n}, \cdots$	25.7	20.3	9.7	6.8	6.6	6.8	7.2	8.0	8.9	5000
L	Design	26.8	14.8	14.3	7.5	8.3	8.4	7.0	7.3	5.6	560
M	*Digest*	33.4	18.5	12.4	7.5	7.1	6.5	5.5	4.9	4.2	308
N	Cost Data	32.4	18.8	10.1	10.1	9.8	5.5	4.7	5.5	3.1	741
O	X-Ray Volts	27.9	17.5	14.4	9.0	8.1	7.4	5.1	5.8	4.8	707
P	Am. League	32.7	17.6	12.6	9.8	7.4	6.4	4.9	5.6	3.0	1458
Q	Black Body	31.0	17.3	14.1	8.7	6.6	7.0	5.2	4.7	5.4	1165
R	Addresses	28.9	19.2	12.6	8.8	8.5	6.4	5.6	5.0	5.0	342
S	$n^1, n^2 \cdots n!$	25.3	16.0	12.0	10.0	8.5	8.8	6.8	7.1	5.5	900
T	Death Rate	27.0	18.6	15.7	9.4	6.7	6.5	7.2	4.8	4.1	418
Average.......		30.6	18.5	12.4	9.4	8.0	6.4	5.1	4.9	4.7	1011
Probable Error		±0.8	±0.4	±0.4	±0.3	±0.2	±0.2	±0.2	±0.2	±0.3	—

Fonte: Benford (1938)

Benford (1938) chegou então à conclusão que, independentemente da natureza dos dados, a distribuição era sempre a mesma. Constatou ainda que, se somasse todos os dados recolhidos, obteria o conjunto de 20 229 observações que seguiam a Lei quase na perfeição, melhor ainda que os vinte tipos de números isoladamente (Nigrini *et al*. 1997).

Na literatura académica existem vários exemplos para ilustrar a facilidade com que se pode constatar a Lei de Benford, nomeadamente em Drake *et al*. (2000) e Buescu (2003). Optando pelo exemplo deste último autor, começamos por imaginar que se faz um depósito de 1 000€ e o banco remunera este depósito, isento de impostos, a 20% ao ano. Com esta taxa de juro, o depositante vai precisar de esperar quatro anos para que o seu capital cresça 100%, até aos 2 000€. Conforme se verifica, durante quatro anos, o primeiro dígito será o número um.

O depositante terá durante menos tempo (ao fim de pouco mais de dois anos) o número dois como o primeiro algarismo do seu capital, uma vez que o crescimento do capital de 2 000€ para 3 000€ é apenas de 50%.

No final do oitavo ano, o depositante terá 5 000€. Para chegar aos 6 000€, apenas precisará de um ano e, quando chegar aos 9 000€, precisará apenas de um crescimento de 11% para atingir 10 000€, algo que conseguirá em sete meses.

Como se constata, o primeiro dígito volta a ser um, e toda a sucessão de primeiros dígitos recomeça. Buescu (2003) conclui que "*a proporção de tempo que o primeiro algarismo passa em cada valor segue a Lei de Benford*".

2.2.Características da Lei de Benford

A Lei de Newcomb-Benford, ou a Lei do Dígito Significativo (Hill, 1995), é considerada como uma anomalia da teoria das probabilidades, pois revela que os dígitos 1, 2 e 3 são mais comuns que os dígitos 4, 5, 6, 7, 8 e 9 como primeiro dígito de uma distribuição de números de tamanho razoável, isto é, os dez dígitos não ocorrem com a mesma frequência (Newcomb, 1881).

Conforme escreveu Newcomb (1881), "*the law of probability of the occurrence of numbers is such that all mantissae of their logarithms are equally probable*". A probabilidade de um número ter sido tirado ao acaso e o primeiro dígito significativo ser 1 ou 2 ou 3 é aproximadamente 60,2% e não, como seria de esperar, de 11,1%, isto é, os primeiros dígitos não surgem com igual frequência, ou seja, 1/9 (Buescu, 2003).

Benford (1938), através do uso de cálculos integrais, concebeu uma fórmula para as frequências esperadas dos primeiros, segundos e combinação dos dois primeiros dígitos, para um "*qualquer*" conjunto de números (Nigrini *et al*. 1997).

De acordo com Hill T. (1995) a fórmula geral da Lei de Benford é:

Prob $(D_1=d_1,\ldots,D_k=d_k)$ =

$$\log_{10}\left[1+\left(\sum_{i=1}^{k} d_i.10^{k-i}\right)^{-1}\right] \qquad (1)$$

Para $k \in N$, $D_1 \in \{1,2, \ldots, 9\}$ e $D_j \in \{0,1,2, \ldots, 9\}$; $j=2,\ldots,k$

A Lei de Benford permite concluir que os dados quando ocorrem naturalmente e quando ordenados devem seguir uma sequência geométrica (Nigrini *et al*. 1997).

Ao longo de mais de 90 anos, foram vários os matemáticos e especialistas em estatística que se propuseram dar várias explicações e caracterizar a designada Lei de Benford. Os trabalhos de Pinkham (1961) e Hill (1995) são considerados os trabalhos matemáticos, relacionados com a Lei de Benford, mais avançados, desde do artigo original de Benford (Nigrini, 2012).

Pinkham (1961) demonstrou que a Lei de Benford é invariante da escala ("*invariance property*"), querendo com isto dizer que a percentagem de cada dígito não se altera quando se multiplicam todos os elementos por uma constante diferente de zero, isto é, se um grupo de dados numa determinada unidade de medida segue a Lei de Benford, mesmo que esse grupo seja multiplicado por uma constante diferente de zero, seguirá igualmente a Lei de Benford.

Também Hill (1995) demonstrou que a Lei do Dígito Significativo é invariante da escala Hill (1995a) e invariante da base Hill (1995b), significando este último teorema que, caso os números de uma amostra aleatória sigam a distribuição esperada segundo a Lei de Benford, esses mesmos números continuarão a obedecer à referida Lei mesmo que seja alterada a sua base.

Após o trabalho de Hill (1995), foram vários os autores que destacaram e valorizaram o contributo académico de Hill (1995), nomeadamente Durtschi *et al*. (2004). Estes autores destacaram o facto de o matemático ter conseguido provar e demonstrar que a Lei de Benford é aplicável ao mercado de capitais, a censos e a determinados dados contabilísticos, sendo uma distribuição normal e empiricamente observável; bem como que o conjunto de números que está em conformidade com a distribuição de Benford é a segunda geração de distribuição, isto é, combinações de outras distribuições.

Hill (1995) justificou que se as distribuições forem selecionadas ao acaso e forem retiradas amostras aleatórias dessas distribuições, então as frequências dos dígitos significativos das amostras combinadas convergirão para a distribuição de Benford, apesar das distribuições individuais poderem não acompanhar a respetiva Lei, sendo o "*segredo*" a combinação de números de várias fontes (Durtschi *et al.,* 2004).

No seguimento das conclusões de Hill (1995) sustentaram-se Nigrini *et al*. (1997) quando afirmaram que a Lei de Benford é uma distribuição logarítmica (os dígitos mais significativos não são uniformente distribuídos) nos primeiros números quando estes são compostos por mais de quatro dígitos, independentemente da natureza da fonte dos dados.

Na esteira de Hill (1995) está também Buescu (2003), quando afirma que não existe "*magia no fenómeno do primeiro algarismo*" e ainda que, mesmo que cada distribuição não siga individualmente a Lei o conjunto de todas as distribuições segue, porque a Lei de Benford é um teorema matemático uma vez que é a única distribuição de probabilidade invariante de base.

Também Silva *et al*. (2013) evocam o trabalho de Hill (1995) no que se refere à distribuição logarítmica, argumentando que, se as distribuições forem selecionadas aleatoriamente e amostras aleatórias forem retiradas dessas distribuições, então os dígitos relevantes/significantes das amostras combinadas convergirão para uma distribuição logarítmica, o que significa que a Lei de Benford pode ser considerada como a verdadeira lei da aleatoriedade dos números.

2.3. Frequências esperadas segundo a Lei de Benford

Benford (1938) concluiu que os dados quando ocorrem naturalmente e quando ordenados, devem seguir uma sequência geométrica. Através do uso de cálculos integrais, Benford (1938) concebeu uma fórmula para as frequências esperadas dos primeiros, segundos e combinação dos dois primeiros dígitos, para um "*qualquer*" conjunto de números (Nigrini *et al*. 1997).

As fórmulas para as frequências do primeiro dígito, segundo dígito e combinação dos dois primeiros dígitos foram representadas por Benford (1938) de acordo as fórmulas abaixo expostas, usando o logaritmo de base 10 (Nigrini *et al*. 1997) e (Durtschi *et al*. 2004):

A letra **P** indica a probabilidade de ocorrência do dígito **d** num número qualquer.

A letra **d** corresponde ao primeiro dígito pertencente ao conjunto dos números inteiros entre 1 e 9.

- **Probabilidade de ocorrência do primeiro dígito:**

$$\mathbf{P(D_1=d_1) = log(1+(1/d_1));\ d_1 \in \{1, 2, \ldots, 9\}} \quad (2)$$

A probabilidade de ocorrência do primeiro dígito ser o número um é: $P(1) = \log_{10}(1+1/1)=0,301\ldots$

A probabilidade de ocorrência do primeiro dígito ser o número dois é: $P(2) = \log_{10}(1+1/2)=0,176\ldots$

A probabilidade de ocorrência do primeiro dígito ser o número nove é: $P(9) = \log_{10}(1+1/9)=0,046\ldots$

Por exemplo, a probabilidade do primeiro dígito (D1) ser um 6 é (Drake *et al*. 2000):

$P(D_1=6) = \log(1+(1/6)=0.0669$ ou 6.69%

- **Probabilidade de ocorrência do segundo dígito:**

$$\mathbf{P(D2=d2) = \sum log(1+ (1/\ d_1d_2))} \quad (3)$$

$d_1=1$

$d_2 \in \{0,1, \ldots ,9\}$

Por exemplo, a probabilidade do segundo dígito (D2) ser um 4 é (Drake *et al*. 2000):

$P(D_2=4)=\log(1+(1/14)+\log(1+(1/24)+\log(1+(1/34)+\ldots+\log(1+(1/94)=0.0300+0.0177+0.0126+\ldots+0.0046$

$=0.1003$ ou 10.03%

- **Probabilidade de ocorrência da combinação dos dois dígitos:**

$$\mathbf{P(D_1D_2 = d_1d_2)=\log(1+(1/\ d_1d_2))} \quad (4)$$

$d_1d_2 \in \{10,11,\ldots,99\}$

D_1 representa o primeiro dígito de um número

D_2 representa o segundo dígito de um número

Tabela 2-Frequência esperada dos algarismos colocados nas duas primeiras posições

Digito	1º digito	2º digito
0		0,11968
1	0,30103	0,11389
2	0,17609	0,19882
3	0,12494	0,10433
4	0,096691	0,10031
5	0,07918	0,09668
6	0,06695	0,09337
7	0,05799	0,09035
8	0,05115	0,08757
9	0,04576	0,08500

Fonte: (Nigrini 1996)

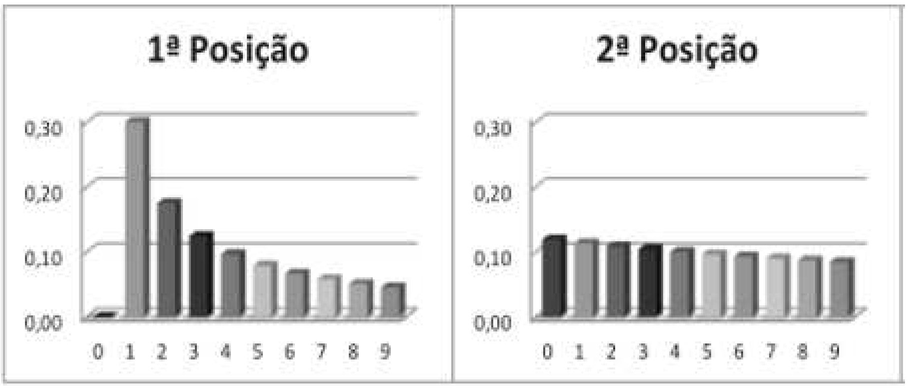

Gráfico 1- Probabilidade de ocorrência dos algarismos para as duas primeiras posições

Fonte: (Costa *et al*., 2012)

Tabela 3-Frequência esperada dos dois primeiros dígitos

Digts.	Probab.	Digts.	Probab.	Digts.	Probab.	Digts.	Probab.	Digts.	Probab.
10	0,041393	20	0,021189	30	0,014240	40	0,010724	50	0,008600
11	0,037789	21	0,020203	31	0,013788	41	0,010465	51	0,008433
12	0,034762	22	0,019305	32	0,013364	42	0,010219	52	0,008273
13	0,032185	23	0,018483	33	0,012965	43	0,009984	53	0,008118
14	0,029963	24	0,017729	34	0,012589	44	0,009760	54	0,007969
15	0,028029	25	0,017033	35	0,012234	45	0,009545	55	0,007825
16	0,026329	26	0,016390	36	0,011899	46	0,009340	56	0,007687
17	0,024824	27	0,015794	37	0,011582	47	0,009143	57	0,007553
18	0,023481	28	0,015240	38	0,011281	48	0,008955	58	0,007424
19	0,022276	29	0,014723	39	0,010995	49	0,008774	59	0,007299

Fonte: (Costa *et al*., 2012)

Tabela 4-Frequência esperada dos dois primeiros dígitos

Digts.	Probab.	Digts.	Probab.	Digts.	Probab.	Digts.	Probab.
60	0,007179	70	0,006160	80	0,005395	90	0,004799
61	0,007062	71	0,006074	81	0,005329	91	0,004746
62	0,006949	72	0,005990	82	0,005264	92	0,004695
63	0,006839	73	0,005909	83	0,005201	93	0,004645
64	0,006733	74	0,005830	84	0,005140	94	0,004596
65	0,006631	75	0,005752	85	0,005080	95	0,004548
66	0,006531	76	0,005677	86	0,005021	96	0,004501
67	0,006434	77	0,005604	87	0,004963	97	0,004454
68	0,006340	78	0,005532	88	0,004907	98	0,004409
69	0,006249	79	0,005463	89	0,004853	99	0,004365

Fonte: (Costa *et al*., 2012)

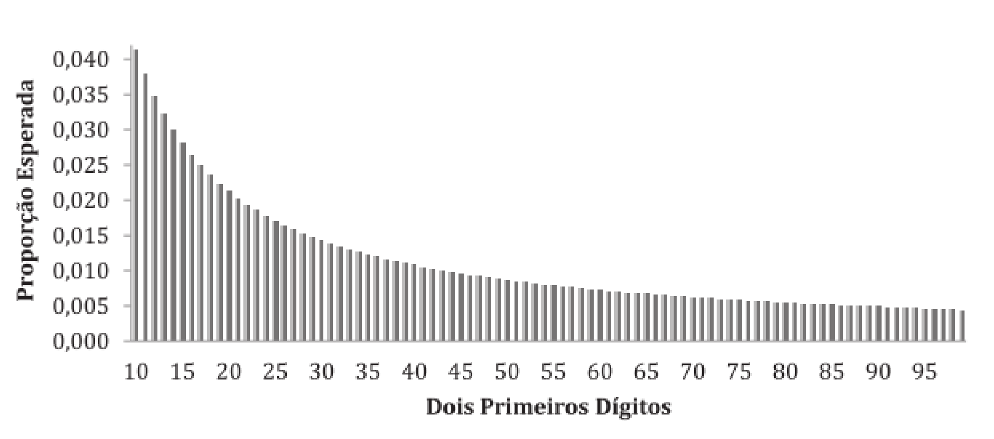

Gráfico 2-Probabilidade de ocorrência dos dois primeiros dígitos.

Fonte: (Costa *et al*., 2012)

2.4.Principais estudos sobre a Lei de Benford

Da pesquisa efetuada no Google Scholar às publicações com citações relacionadas com a Lei de Benford, constatou-se que, entre 1881 e 1976, destacam-se quatro importantes trabalhos relacionados com a Lei de Benford, com 135 citações. Somente a partir da década de 90 é que começaram a surgir mais trabalhos científicos. O interesse (número de citações) por estes trabalhos, por parte da população académica, surgiu principalmente a partir do período compreendido entre 2001 e 2005, pelo que presumimos que este aumento poderá estar relacionado com a escandalosa falência da empresa Enron em 2001.

Tabela 5-Principais trabalhos académicos realizados entre 1881 e 1999 e respetivas citações

	Número de citações			
Trabalhos Cientificos	até 1990	entre 1991 até 2006	entre 2007 até 2011	entre 2012 até 2015
Newcomb, S. (1881).	25	110	203	192
Benford, F. (1938).	57	210	333	368
Pinkham, R. S. (1961).	37	43	65	72
Raimi, R. A. (1976).	11	85	91	70
Hill, T. P. (1995).	0	109	175	162
Nigrini, M. J. (1996).	0	46	98	107
Nigrini, M. J., & Mittermaier, L. J. (1997).	0	40	88	92
Carslaw, C. A. (1988).	4	51	84	87
Hill, T. P. (1988).	0	18	15	15
Thomas, J. K. (1989).	0	41	60	71
Hill, T. P. (1998).	1	65	90	71
De Ceuster, M. J., Dhaene, G., & Schatteman, T. (1998).	0	22	21	17
Nigrini, M. J. (1999).	0	25	56	61

Fonte: Elaboração própria

Tabela 6-Principais trabalhos académicos realizados realizados entre 2000 e julho de 2015 e respetivas citações

	Número de citações		
Trabalho Cientifico	entre 2000 até 2006	entre 2007 até 2011	entre 2012 até 2015
Nigrini, M. J. (2000).	2	4	9
Drake, P. D., & Nigrini, M. J. (2000).	6	22	18
Durtschi, C., Hillison, W., & Pacini, C. (2004).	6	82	115
Skousen, C. J., Guan, L., & Wetzel, T. S. (2004).	2	31	30
Van Caneghem*, T. (2004).	2	16	13
Geyer, C. L., & Williamson, P. P. (2004).	3	17	18
Johnson, P. (2005).	0	2	3
Cleary, R., & Thibodeau, J. C. (2005).	1	15	21
Nigrini, M. J. (2005).	1	8	21
Quick, R., & Wolz, M. (2005).	0	4	4
Saville, A. D. (2006).	0	1	12
Guan, L., He, D., & Yang, D. (2006).	0	12	24
Diekmann, A. (2007).	0	31	46
Watrin, C., Struffert, R., & Ullmann, R. (2008).	0	9	19
Nigrini, M. J., & Miller, S. J. (2009).	0	4	14
Tödter, K. H. (2009).	0	9	20
Judge, G., & Schechter, L. (2009).	0	25	43
Santos, J. D., Ribeiro Filho, J. F., Lagioia, U., Alves Filho, B. F., & Araújo, I. J. C. D. (2009).	0	1	4
Johnson, G. C. (2009).	0	0	6
Diekmann, A., & Jann, B. (2010).	0	6	18
Jordan, C. E., Clark, S. J., & Hames, C. (2011).	0	0	5
Nigrini, M. (2012).	0	0	45

Fonte: Elaboração Própria

Tabela 7-Evolução do número de citações dos principais trabalhos académicos realizados até julho de 2015

Total de citações dos principais trabalhos cientificos			
até 1990	entre 1991 até 2006	entre 2007 até 2011	entre 2012 até 2015
135	888	1678	1893

Fonte: Elaboração Própria

2.5. A aplicação/utilidade da Lei de Newcomb-Benford na auditoria

De acordo com o SAS (Statement on Auditing Standard) n.º 82 – "*Consideration of fraud in a financial statement audit*", os profissionais de auditoria têm como responsabilidade a deteção de fraudes, tendo de emitir uma opinião sobre as demonstrações financeiras de uma entidade no que se refere ao facto de as mesmas refletirem, ou não, uma imagem verdadeira e apropriada da situação financeira, dos resultados das suas operações e outros aspetos, de acordo com os normativos contabilísticos aplicáveis (AICPA 2015, AU-C Section 200).

Assim sendo, entre as principais consequências do trabalho dos Auditores conta-se a constatação de fraudes e erros nas demonstrações financeiras das entidades lucrativas ou não lucrativas, o que permite dar confiança aos utilizadores das demonstrações financeiras que as mesmas estão em conformidade legal.

Para que os Auditores alcancem os seus objetivos, a SAS n.º 99 "*Consideration of Fraud in a Financial Statement Audit*" determina, no seu §28, que os Auditores utilizem procedimentos analíticos na fase do planeamento da auditoria com o objetivo de identificar a existência de transações ou eventos anormais.

Recomenda também a SAS n.º 56 que os Auditores utilizem os procedimentos analíticos para a definição da natureza, profundidade e extensão dos outros procedimentos de auditoria ainda que utilizem os procedimentos analíticos como testes substantivos com o objetivo de obter evidência dos saldos contabilísticos ou das classes de transações (AICPA 2015).

Os procedimentos analíticos estão definidos pela ISA 520, no § 4, como "*…apreciações da informação financeira através da análise de relações plausíveis… entre dados financeiros como também não-financeiros…para a deteção de distorções nas demonstrações financeiras provenientes de fraudes*" (Macedo *et al*. 2013).

Informa ainda a SAS n.º 99 que os procedimentos analíticos geralmente agregam dados num elevado nível e, por essa razão, os resultados gerados pelos procedimentos analíticos poderão apenas indiciar que existem distorções relevantes nas demonstrações financeiras, pelo que os referidos procedimentos analíticos deverão ser utilizados em conjunto com outras informações recolhidas pelo Auditor.

Com o objetivo de verificar se existem distorções relevantes nas demonstrações financeiras, Macedo *et al*. (2013) defendem, citando Hogan *et al*. (2008), que a Lei de Benford é uma importante ferramenta analítica que permite "*identificar o potencial de fraude … e investigar eventuais desvios*" porque, ao "*não agregar dados…utiliza para contas específicas todos os dados disponíveis*", que podem ser úteis "*...para posterior análise e investigação*".

Os referidos autores mencionam ainda Busta e Weinberg (1998) para valorizarem a Lei de Benford, referindo que se trata de uma ferramenta útil na deteção inicial da fraude porque não está dependente da "*magnitude do erro e não necessita de relações entre contas*". Na verdade, a Lei de Benford permite efetuar a deteção de desvios aos padrões contabilísticos (erro ou fraude), na medida que trabalha a "*população como um todo e não apenas com sua amostra*" (Lagioia *et al*. 2011).

Também Nigrini *et al*. (1997) consideram a Lei de Benford um poderoso instrumento para deteção de fraude que pode ser utilizado como um procedimento analítico e um ponto de referência válido, na medida em que excessos de qualquer dígito específico e ou combinações de dígitos, pode indiciar fraude ou viés nos números, como nos casos em que existem transações duplicadas, apesar da existência de controlo interno (Drake *et al*. 2000).

Assim, sendo a Lei de Benford um procedimento analítico, permite aos Auditores utilizar a análise digital para investigar "*flutuações ou relações identificadas que sejam inconsistentes com outra informação relevante ou que difiram de valores esperados numa quantia significativa*" (ISA 520, §4).

Deverão então os Auditores utilizar a análise digital para avaliar a probabilidade de fraude, identificando os dados cujos dígitos não seguem a frequência esperada, podendo assim direcionar os seus esforços para áreas de alto risco (Drake *et al*. 2000).

Análise digital é o nome dado ao estudo dos padrões dos dígitos e dos números com o objetivo de detetar repetições anormais de dígitos, combinações de dígitos e de números específicos. Através da análise digital comparam-se as frequências dos dígitos e dos números com a Lei de Benford, existindo todavia, também análises digitais que incluem a comparação dos padrões dos dígitos com outras distribuições esperadas, tais como as distribuições históricas do conjunto de dados a auditar (Nigrini *et al*. 1997).

Um teste analítico pode também ser uma comparação aos saldos das contas do ano corrente com anos anteriores. Todavia essas comparações podem não ser muito úteis se, por exemplo, o cliente tiver tido um crescimento "explosivo" ou adquirido um grande negócio. Um teste aos padrões dos dígitos dos saldos contabilísticos, nestas situações, é muito importante, porque, mesmo em circunstâncias anormais, os padrões dos dígitos devem seguir o preconizado segundo a Lei de Benford (Drake *et al*. 2000).

Informa ainda Hill (1995) que a maioria dos dados contabilísticos é passível de estar em conformidade com a distribuição de Benford.

Antes de serem aplicados os testes de análise digital aos dados de uma entidade empresarial, deverão ser ponderadas as seguintes especificidades dos dados a analisar (Drake *et al*. 2000):

- Os dados devem ser de períodos específicos (por exemplo, mensais, trimestrais ou anuais);
- Os dados devem ser uma entidade (empresarial) identificável;
- Se os dados de uma ou mais divisões não relacionadas forem combinados, os dígitos anormais e os números duplicados de uma dessas divisões deverão ficar eliminados quando forem fundidos com os dados de uma outra divisão. Quer isto significar que, dados combinados deverão estar em conformidade com a Lei de Benford mesmo que os dados individualmente demonstrem uma fraca ou ausência de conformidade com a Lei;
- Os dados deverão ser analisados o mais aprofundadamente possível. Por exemplo, fatura a fatura, linha a linha. Se números a analisar estiverem agregados, o Auditor corre o risco de não detetar padrões estranhos de números fictícios, como por exemplo, se apenas totais de determinada despesa são analisados, estes podem esconder números arredondados;

- Números menores que \$10 deverão ser eliminados dos procedimentos analíticos porque são imateriais. O que se pretende é realizar um teste com um elevado nível de razoabilidade;
- Números negativos, ou menores que \$10, deverão ser igualmente separados da análise digital, porque eles podem ser objeto de outros tipos de erros ou distorções.

Devem ainda os números positivos ser analisados separadamente, porque os incentivos para os manipular são contrários. Por exemplo, os gestores tendem a manipular os ganhos quando estes são positivos, mas esforçam-se para os manter perto do zero quando os ganhos são negativos (Nigrini 2012). Outro exemplo é o dos contribuintes, que se esforçam por reduzir os seus números de rendimentos e aumentar os números das deduções fiscais para minimizar os seus impostos (Nigrini 2012).

Durtschi *et al*. (2004) defendem que a Lei de Benford permite sinalizar as contas com indícios de fraude e deste modo auditá-las com maior profundidade. Segundo os referidos autores, a Lei de Benford é apenas uma forma mais complexa da análise digital. Desde há muito tempo os Auditores utilizam várias formas de análise digital quando realizam procedimentos analíticos, como, por exemplo, quando analisam a conta de pagamentos para verificar se há pagamentos em duplicado.

Exemplificam ainda os autores Drake e Nigrini (2000) que se o saldo da conta a receber apresentar desvios significativos face à Lei de Benford o auditor pode aumentar o nível de confirmações, analisar as transações e examinar até os documentos de suporte das vendas a crédito.

A análise de acordo a Lei de Benford é mais confiável se uma conta inteira é analisada em vez de uma amostra dessa conta, isto porque, quanto maior o número de transações ou itens num conjunto de dados, mais fiáveis são as conclusões da análise (Durtschi *et al*. 2004).

E, na verdade, os números contabíliticos e financeiros constituem um conjunto de dados apropriados para serem confrontados com a Lei de Benford, porque a maioria são resultados de operações com números de diferentes distribuições, como, por exemplo, quantidades multiplicadas por preços, lucros líquidos, rendimentos tributáveis, preço das ações, volumes de quantidade (Silva *et al*., 2013).

Importa, todavia, salientar que a Lei de Benford não se aplica a números que tenham estabelecido mínimos ou máximos, números arbitrários, números definidos por humanos, tais como preços de supermercado, levantamentos de dinheiro por multibanco, números de telefone, números da lotaria ou bingo. Pelo contrário, é verificada em diversas listas de números, tais como: cotações de ações, lucros de empresas, volume de transações diárias da Bolsa, como, por exemplo, na Bolsa de Nova Iorque, populações de cidades ou países (Nigrini *et al*. 1997).

Durtschi *et al*. (2004) resumem uma série de exemplos de conjunto de dados que são, à partida, susceptíveis, ou não, de seguir a Lei de Benford:

Tabela 8- Quando é que a análise de Benford é provavelmente útil

Conjunto de dados onde provalmente pode ser aplicada a lei de Benford	Exemplos
Conjunto de números que resultam de combinações matemáticas- Resultados resultam de 2 distribuições	Contas a receber= quantidades vendidas*preço Contas a pagar=quantidades compradas*preço
Nível de transação de dados- Não há necessidade de provar	Pagamentos, vendas, despesas
Grandes conjuntos de dados- Quantas mais observações, melhor	Transações de um ano inteiro
Contas onde à partida estão em conformidade com a Lei de Benford: Quando a média de conjunto de números é maior do que a mediana e aassimetria é positiva	Maioria dos números contabilisticos

Conjunto de dados onde provalmente não pode ser aplicada a lei de Benford	Exemplos
Conjunto de dados constituído por números atribuídos	Números de cheques, números de faturas, códigos postais
Números que são atribuídos por pensamentos humanos	Preços atribuídos por barreiras psicológicas, como por exemplo, $1,99; Levantamentos por multibanco
Contas com um grande número de numeros de empresas especificas	Um conta criada especialmente para registar o reembolso de $100
Contas com um minimo e um máximo	Conjunto de ativos que devem cumprir com um limite para serem registados
Onde não há transações registadas	Furtos, subornos

Fonte: Durtschi *et al.* (2004)

Para além de tudo atrás mencionado, um Auditor quando decide utilizar a análise digital, concretamente a Lei de Benford, para detetar fraude, deve saber (Durtschi *et al*. 2004):

- Selecionar as contas que são efetivamente passíveis de seguirem a frequência esperada segundo a Lei de Benford;
- Selecionar os testes estatísticos que devem ser executados para apurar os desvios;
- Interpretar adequadamente os resultados dos testes estatísticos.

Isto, porque os falsos positivos (identificar fraude quando a mesma é inexistente) e/ou falsos negativos (não identificação de fraude quando esta existe) têm custos asssociados muito elevados (Durtschi *et al*. 2004).

Apesar das limitações inerentes à utilização da Lei de Benford como ferramenta analítica, nomeadamente o facto de poder ser falível na deteção de fraude e de ter apenas, aplicabilidade nas rubricas contabilísticas que seguem a distribuição de Benford, esta Lei auxila os Auditores na fase de planeamento do trabalho. Isto porque, não usando dados agregados, mas sendo aplicável em rubricas específicas, utiliza todos os dados disponíveis que poderão ser úteis para posterior análise e investigação (Durtschi *et al*. 2004).

2.6.Principais conclusões dos trabalhos científicos

Entre 1994 e 2004 surgiram vários artigos relacionados com a Lei de Benford que não só divulgaram as vantagens do estudo dos dígitos (análise digital) como uma forma dos Auditores identificarem discrepâncias operacionais, mas também como uma ferramenta útil para deteção de fraudes nos números contabilísticos (Durtschi *et al*. 2004).

O primeiro trabalho realizado com a aplicação da Lei de Benford na contabilidade foi concretizado por Carslaw (1988) (Nigrini *et al*. 1997). Carslaw (1988), no seu trabalho denominado de "*Anomalies in income numbers: Evidence of goal oriented behavior*", analisou a frequência dos segundos dígitos nos lucros de 220 empresas neozelandesas, entre 1 janeiro de 1981 e 31 dezembro de 1985. Concluiu que, globalmente, os dados contabilísticos das 220 empresas seguiam as frequências esperadas, segundo a Lei de Benford, para os dígitos na primeira posição. Todavia, apresentavam um desvio para determinados dígitos na segunda posição, isto porque o número zero constava em excesso como segundo dígito e o número nove constava menos vezes do que seria expectável. Através destas constatações, Carslaw (1988) concluiu que as empresas analisadas pretendiam exibir uma boa situação financeira aos utilizadores das suas demonstrações financeiras e que, para isso, arredondavam para cima os seus registos contabilísticos, por exemplo, quando uma empresa tinha ganhos de $1,900,000, os seus gestores arredondavam para $2,000,000 (Durtschi *et al*. 2004). Esta conclusão permitiu ficar com a noção que as empresas têm números chave ou pontos de referência cognitiva, para passar uma melhor imagem da situação financeira aos leitores das suas demonstrações financeiras. Isto porque se se observar, por exemplo, os números 5 984 ou 6 020, a tendência é para os aproximar para o número 6 000 (Carslaw 1988).

Mais tarde, em 1989, surgiu um novo *paper* de Thomas (1989) que pretendeu verificar se os lucros líquidos trimestrais das empresas norte americanas seguiam os mesmos desvios detetados por Carslaw (1988) nas empresas neozelandesas. Thomas (1989) concluiu que as empresas apresentavam um excesso do número zero como segundo dígito nos lucros trimestrais das empresas analisadas (isto é, nas empresas que apresentavam resultados positivos os números representativos dos lucros apresentavam o zero mais vezes do que seria expectável) e uma escassez do número nove, como segundo dígito. Relativamente às empresas que apresentavam resultados negativos, Thomas (1989), constatou exatamente o contrário, ou seja, um excesso no número nove e uma escassez do número zero. Com a sua pesquisa, Thomas (1989) concluiu que as empresas analisadas evidenciavam indícios de arredondamentos nos seus registos de ganhos e perdas, nomeadamente sobrevalorizavam os ganhos e subvalorizavam as perdas. Conseguiu concluir ainda que os números dos lucros por ação eram múltiplos de cinco mais vezes do que seria expectável, bem como o número nove que constava como último dígito também mais vezes do que o esperado (Nigrini *et al*. 1997).

No seguimento das conclusões dos trabalhos Carslaw e Thomas, Jordan *et al*. (2009) verificaram também, com base numa grande amostra de empresas com ações admitidas a cotação em bolsa de valores norte americanas que os números das receitas tendiam a ter como segundo dígito o número zero. De acordo com os referidos autores, os gestores das empresas manipulam resultados porque com isso obtêm vantagens (Jordan *et al*. 2011).

Conclusões similares chegaram Das and Zhang (2003), Van Caneghem (2004), Johnson (2009) e Jordan and Clark (2011), que analisaram o "*comportamento*" de arrendondamento nos ganhos no que refere aos primeiros e segundos dígitos, principalmente nas empresas cujas ações são vendidas ao público em geral pela primeira vez (IPO), que tem índicios de "*insider trading*" ou têm baixa capitalização bolsista (Alali *et al*. 2013).

Todavia, quem mais se destaca pelo elevado número de publicações e número de citações é o autor Nigrini (Costa *et al*. 2012). Nigrini começou por se interessar pela área da manipulação de resultados, tendo iniciado as suas pesquisas com a sua tese (não publicada) de Doutoramento "*The detection of income tax evasion through na analysis of digital distributions*" onde utilizou a análise da distribuição dos dígitos para deteção da evasão fiscal (Durtschi *et al*. 2004).

Em 1994, Nigrini realizou um estudo baseado no pressuposto de que, quando os números são inventados, não seguem as frequências digitais esperadas. Para provar isso utilizou os números de uma folha de pagamentos fraudulenta e comparou a frequência dos primeiros dois dígitos com a frequência esperada segundo a Lei de Benford, para um período de dez anos. Conseguiu concluir que as frequências dos números fraudulentos apresentavam um desvio significativo relativamente à Lei de Benford, residindo a razão no facto dos números terem sido repetidamente usados. Nigrini (1994) dividiu os dados em dois períodos distintos, primeiros cinco anos e últimos cinco e constatou que no último período os desvios, relativamente à Lei de Benford, eram maiores porque quem inventava os números entrou numa rotina e utilizava constantemente determinados números.

Este pressuposto foi também ratificado por Watrin *et al*. (2008) que concluiu que as pessoas não são suficientemente capazes de se adaptar à Lei de Benford quando inventam números, mesmo quando são instruídas para tal.

As demonstrações financeiras de 2002, da (falida) empresa Enron foram submetidas à análise digital por Nigrini (2005), que consegiu constatar que os números relacionados com receitas e ganhos continham mais zeros nos segundos e últimos dígitos, o que leva a crer um comportamento de arredondamentos.

Mais tarde, Nigrini (1996), com base numa amostra de 200.000 declarações fiscais, compilou a frequência dos primeiros e segundos dígitos, tanto das declarações que resultaram em impostos a pagar como impostos a receber. Foi possível verificar que os dados estavam em conformidade com a Lei de Benford mas que existia um viés relacionado com um excesso de dígitos baixos para as declarações que resultaram em impostos a receber e um excesso de dígitos altos nas declarações que resultaram em impostos a pagar. Nigrini (1996) concluiu que os contribuintes de baixos rendimentos eram mais propensos a inventar números nas suas declarações fiscais (Nigrini *et al*. 1997). Neste seu trabalho, Nigrini (1996) propôs um modelo designado de Fator de Distorção, que assume que dados autênticos e não manipulados estão em conformidade com a Lei de Benford. O modelo desenvolvido por Nigrini (1996) permitiu ainda quantificar em percentagem a intensidade do desvio detetado.

Em 1997, Nigrini e Mittermaier (1997) publicaram um artigo onde descrevem como os profissionais de auditoria podem utilizar testes/aplicações de análises digitais, nomeadamente em computadores, como um procedimento analítico, com o intuito de cumprirem com as suas obrigações relacionadas com a deteção de fraudes e irregularidades. Sabendo que os Auditores trabalham com uma enorme quantidade de dados, os testes de análise digital (primeiros dígitos, segundo dígitos, primeiros dois dígitos, duplicações de números, arrendondamentos e últimos dois dígitos) são susceptíveis de tornar o trabalho de auditoria praticável e economicamente viável (Nigrini e Mittermaier 1997). Concluem ainda Nigrini e Mittermaier (1997) que os Auditores devem procurar desenvolver procedimentos simples e eficazes e os testes de análise digital por eles apresentados são bastante úteis, principalmente se as transações contabilísticas estiverem gravadas num formato eletrónico.

Nigrini não parou de escrever sobre as vantagens da Lei de Benford. Em 1999, com o seu trabalho "*I´ve got your number*", pretendeu demonstrar, novamente aos Contabilistas e Auditores, as vantagens da referida Lei, que, em conjunto com outras técnicas de auditoria, é eficaz na deteção de possíveis erros, fraudes, desvios manipulativos ou ineficiência de processamento (Nigrini 1999).

Também Durtschi *et al*. (2004) concluíram que são vários os *softwares* de auditoria que têm incorporado testes de análise digital baseados na Lei de Benford e que estes testes "*conduzem*" os Auditores para a análise de contas específicas usando todos os dados disponíveis. Com a aplicação da análise digital (Lei de Benford), Durtschi *et al*. (2004) analisaram duas contas (material de escritório e reembolsos às seguradoras) de um grande Centro Médico dos EUA. Concluíram que a conta de material de escritório apresentava os dígitos dois e sete com uma distribuição diferente da esperada, mas o desvio global da conta estava em conformidade com a Lei de Benford. Relativamente à conta de reembolsos às seguradoras, os testes de análise digital concluíram que tinham sido efetuados mais reembolsos de $1 000 quando comparados com o período anterior, que tinham sido maioritariamente de $100. QuestionadA a diretora financeira sobre este facto, a mesma esclareceu que acumulava vários reembolsos para poupar no número de cheques. Todavia, uma análise mais aprofundada à conta permitiu concluir que a diretora tinha criado em seu nome falsas empresas de seguros, tendo muitos dos cheques sido emitidos em nome dessas empresas.

Santos *et al*. (2009) propuseram-se analisar as vantagens da aplicação da Lei de Benford para as auditorias externas ao "*Imposto sobre prestação de Serviços de qualquer natureza*" (Santos *et al*. 2009, p.2). Para isso, decidiram verificar se os valores das 1 958 declarações fiscais enviadas por uma empresa da área da publicidade, para o Fisco Brasileiro, estavam em conformidade com a Lei de Benford. Concluíram que deveriam ser investigadas as declarações fiscais cujo primeiro dígito começava pelo número 2, uma vez que a sua frequência era superior à esperada, bem como as declarações com os primeiros dígitos de 7 e 8 porque apresentavam uma frequência inferior ao esperado. Confrontaram os resultados da aplicação da Lei de Benford com os resultados da auditoria efetuada às mesmas declarações fiscais e no mesmo período e, concluíram que a Lei pode ser incorporada nos processos de auditoria tributária.

3. Metodologia

De acordo com Durtschi *et al*. (2004), a rubrica volume de negócios pelas suas características (que resultam da multiplicação entre o preço de venda e as quantidades vendidas) preenche os requisitos necessários para estar em conformidade com a Lei de Benford. Com base neste pressuposto, pretendemos concluir se a referida rubrica das empresas pertencentes ao CAE da Indústria Transformadora, no exercício de 2013, segue a distribuição logarítmica prevista pela Lei de Benford

Importa lembrar que fazem parte do volume de negócios as Vendas e as Prestações de Serviços.

3.1.Dados

Para a realização do presente estudo foram tidas em consideração várias informações sobre as empresas portuguesas que compõem o CAE da Indústria Transformadora, as quais foram retiradas da base de dados "*Sabi*" e cedidas pela empresa Informa D&B.
Foi selecionada uma amostra composta por 26 142 empresas e optou-se por não identificar o nome das mesmas. Para a elaboração das análises foram selecionados da rubrica volume de negócios, todos os valores não nulos do exercício de 2013, com o fundamento de que todas as observações tenham um primeiro dígito, passando deste modo, a amostra a ser composta por 25 792 empresas.

3.2.Inferência Estatistica em análises de frequências de dígitos

Tendo em conta que a análise digital é considerada um teste estatístico, o que se pretende com a sua utilização é comparar os items de números observados com os esperados e calcular os respetivos desvios (Durtschi *et al*., 2004).

Sabendo que nenhum conjunto de dados pode estar em total conformidade com a Lei de Benford, qual deverá ser o desvio para o auditor considerar que está perante uma amostra com indícios de fraude (Durtschi *et al*. 2004)?

Por esta razão a análise estatística tem como objetivo estabelecer se os desvios obtidos são estatísticamente significativos, de acordo com limites pré-determinados e com isto concluir sobre o que se pretende (Lagioia *et al.*, 2011).

Cleary e Thibodeau (2005) argumentam que, apesar dos testes estatísticos serem muito eficientes para identificar áreas suspeitas de fraude, o utilizador dos mesmos deverá ter sempre em consideração que existe o risco de serem identificados indícios de fraude quando a mesma é inexistente (erro tipo I) ou não serem indentificados indícios quando na realidade existem (erro tipo II).

Na presente dissertação utilizar-se-ão as seguintes estatísticas: Z [utilizado, por exemplo, por Carslaw (1988)], χ^2 [utilizado, por exemplo, por Thomas (1989)] e a MAD [utilizada por Nigrini e Mittermaier (1997)].

Consideraremos o limite de 5% de probabilidade de erro, que deverá ser estabelecido a priori, para não se correr o risco de rejeitar uma hipótese verdadeira ou de aceitar uma hipótese falsa (Lagioia *et al*. 2011).

3.2.1. Estatística de Teste Z

A estatística de teste Z, pode ser útil para se concluir se determinada proporção de um dígito de um conjunto de dados pode, ou não, ser considerada suspeita (Durtschi et al. 2004). De acordo com Durtschi et al. (2004) está também Costa et al. (2012), o qual argumenta que o teste Z é um teste de dígitos que apresenta os desvios com maior exatidão de ocorrência, sendo, por este motivo, muito útil na seleção dos dados que constituirão a amostra a ser auditada. É também eficaz para se retirar conclusões do teste aos dois primeiros dígitos e é considerado como um teste adequado para verificar se as proporções dos dígitos observadas diferem significativamente das esperadas (Nigrini 2012). A fórmula do teste Z tem ainda em total consideração a distância entre o observado e o esperado, o tamanho da base de dados e a proporção esperada (Nigrini 2012).

Conforme Santos *et al.* (2005, p.4) "*o Z-Teste é utilizado para medir o grau de significância entre as diferenças po – pe*".

A equação utilizada por Carslaw (1988) que representa o teste Z é:

$$Z = \frac{|p_o - p_e| - \frac{1}{2n}}{\sqrt{\frac{p_e(1-p_e)}{n}}} \tag{5}$$

No teste Z (Durtschi *et al.*, 2004):

- "n" é o número de observações(população);
- $\frac{1}{2n}$ é o termo de correção de continuidade e só será usado quando é menor que $|$po-pe$|$;
- p_o é a proporção observada para o dígito;
- p_e é a proporção esperada baseada na Lei de Benford;
- $\sqrt{\frac{p_e(1-p_e)}{n}}$ é o desvio standard de um dígito em particular.

Segundo Nigrini (2012), para um nível de significância de α = 0,05 (95% de confiança), rejeitar-se-á a H_o (inexistência de desvios significativos) se o teste Z for diferente do $Z_{crítico}$, pelo que as hipóteses a testar são:

- H_o– Não existe diferença estatísticamente significativa entre distribuições de probabilidades observadas (po) e esperadas (pe);
- H_1– Existe diferença estatísticamente significativa entre distribuições de probabilidades observadas (po) e esperadas (pe).

A estatística de teste Z de 1,96 indicará um α de 0,05 (95% de confiança), isto porque se for utilizado um nível de confiança menor, o Auditor corre o risco de verificar falsos positivos, isto é, detetar indícios da presença de fraude quando ela pode ser inexistente. Por exemplo, numa conta que contem 10.000 registos, se o nível de confiança for de 80% (teste Z de 1.28) serão apenas necessárias 58 transações desviantes para sinalizar a possibilidade de fraude. Deverá, então, existir um "*tradeoff*", isto porque quanto mais discriminatório o teste for, menor é a possibilidade da fraude ser detetada mesmo estando presente e, quanto menos discriminatório o teste, maior é a hipótese do teste Z devolver falsos positivos, indicando fraude quando a mesma não existe (Durtschi *et al*. 2004, p.26).

3.2.2. Teste Qui-quadrado χ2

O teste Qui-Quadrado (χ2) deve ser combinado com o teste Z e deve ser usado para comparar um conjunto de resultados observados com os resultados esperados (Nigrini 2012).

Enquanto o teste Z identifica desvios nos dígitos individualmente, o teste χ^2 é um teste que evidencia os desvios existentes em todos os dígitos da amostra, desvios esses que devem ser somados para compor o seu valor crítico (Costa *et al*. 2012).

O teste χ^2 é um "*teste de posição*" que permite identificar "*desvios de uma forma global para o conjunto de dígitos de uma posição isolada ou sequência de posições*" e com isso selecionar a amostra a auditar, isto é, aquela que apresenta o maior desvio de conformidade (Costa *et al*. 2012, p. 95).

De acordo com Santos (2013), a equação do teste χ^2 deve ser calculada de acordo com a equação (6):

$$X^2 = N \sum \frac{(p_e - p_o)^2}{p_o} \tag{6}$$

As varíaveis contidas na equação (6) representam o seguinte:

- p_e frequências observadas;
- p_o frequências esperadas;
- N, tamanho da amostra

O resultado obtido deve ser confrontado com o valor crítico de χ^2 com K-1 graus de liberdade, o que significa que para os dois primeiros dígitos, o teste é avaliado usando 89 graus de liberdade (Nigrini 2012).

Geralmente, valores altos no teste χ^2 para os vários dígitos estão relacionados com valores elevados do teste Z, bem como valores baixos de χ^2 estão associados com valores baixos do teste Z.

Quanto maior o χ^2, maiores são os desvios relativamente à Lei de Benford (Nigrini 2012).

O nível de significância adotado é de $\alpha = 0,05$ e o valor crítico de χ^2 para o primeiro dígito é de 15,507, para o segundo dígito é de 16,919 e para os dois primeiros dígitos é de 112,022. Quando o valor do teste χ^2 for superior ao χ^2 crítico rejeitamos a $H_{0,}$ significando isto que os dados em análise não estão conformes a Lei de Benford.

3.2.3. Desvio absoluto médio (MAD)

O desvio absoluto médio (*mean absolute deviation*, ou MAD) deverá ser calculado pela divisão do somatório dos desvios absolutos entre as frequências observadas de cada dígito e as frequências esperadas. (McClave *et al.*, 2005).a

Conforme proposto por Nigrini *et al*. (1997), o desvio absoluto médio é calculado pela divisão da soma dos desvios absolutos por 9, para o teste do primeiro dígito (o primeiro dígito pode variar entre 1 e 9). Para o teste do segundo dígito, o somatório dos desvios absolutos é dividido por 10 (o segundo dígito pode assumir os valores de 0 a 9). Por fim, para se efetuar o teste dos dois primeiros dígitos divide-se por 90 o somatório dos desvios absolutos (os dois primeiros dígitos podem assumir valores entre 10 e 99).

A estatística MAD, para o teste do primeiro dígito, segundo dígito e dois primeiros dígitos, pode ser descrita pelas fórmula apresentadas em (6), (7) e (8):

$$MAD = \sum_{d=1}^{9} \frac{|po_d - pe_d|}{9} 100 \tag{7}$$

$$MAD = \sum_{d=0}^{9} \frac{|po_d - pe_d|}{10} 100 \tag{8}$$

$$\boldsymbol{MAD} = \sum_{d=10}^{99} \frac{|po-pe|}{90} \tag{9}$$

A grande vantagem do cálculo da estatística MAD em relação às estatísticas Z e χ^2 é que aquele ignora o número de dados da amostra (Nigrini 2012).

Todavia, a MAD não tem limites ou intervalos, como as estatísticas Z e χ^2, nos quais o auditor se possa basear para afirmar que um desvio é ou não significativo, no entanto Nigrini (2012) construiu uma tabela onde apresenta um valor crítico para a MAD de 0,015 para o primeiro dígito, de 0,012 para o segundo dígito e de 0,0022 para os dois primeiros dígitos, isto é, se a MAD calculada for superior ao valor crítico, rejeitamos H0.

Tabela 9-Valores críticos e conclusões a retirar do desvio absoluto médio

Intervalos de conformidades para a média dos desvios absolutos (MAD)				
Posição dos dígitos	Conformidade total	Conformidade aceitável	Conformidade marginalmente aceitável	Não conformidade
Primeiro dígito	0,000 - 0,006	0,006-0,012	0,012-0,015	>0,015
Segundo dígito	0,000-0,008	0,008-0,010	0,010-0,012	>0,012
Primeiros dois dígitos	0,0000-0,012	0,0012-0,0018	0,0018-0,0022	>0,0022

Fonte: Ferreira (2013)

3.3.Hipóteses a testar

As hipóteses a testar serão:

- H_0 – Não existe diferença estatísticamente significativa entre as distribuições observadas e a distribuição de Benford.
- H_1 – Existe diferença estatísticamente significativa entre as distribuições observadas e a distribuição de Benford

Conforme atrás mencionado, utilizar-se-á um nível de significância de 5% (95% de confiança) e a H_0 será rejeitada quando o valor de Z ou χ^2ou MAD, obtido dos testes ao primeiro dígito, segundo dígito e primeiros dois dígitos for superior aos respetivo valor crítico para o nível de significância definido.

Importa, porém alertar que os testes estatísticos Z e χ^2 são influenciados pelo tamanho da amostra, sendo este constrangimento denominado de "*excesso de poder*", significando isto que, à medida que o tamanho da amostra aumenta, são cada vez menos tolerados desvios (rejeição da hipótese de conformidade da amostra) por mais pequenos que eles sejam (Nigrini 2012).

3.4.Principais testes da Lei de Benford

- **Teste ao primeiro dígito**

O teste ao primeiro dígito é considerado como um teste de razoabilidade e não tem como principal objetivo selecionar amostras para serem auditadas, nem ser utilizado como um alerta para sinalizar duplicações irregulares, isto porque uma auditoria a todos os números que se iniciam com um determinado dígito resultaria numa enorme amostra (Nigrini *et al*. 1997).

Uma fraca conformidade do teste ao primeiro dígito à Lei de Benford é normalmente sinal que o conjunto de dados a auditar contem duplicações anormais e anomalias. Todavia este teste apresenta um problema que está relacionado com o facto dos primeiros dígitos poderem exibir um padrão de conformidade quando na realidade os seus dados têm problemas sérios e contrário ao espirito da Lei de Benford (Nigrini 2012).

- **Teste ao segundo dígito**

Tal como o teste ao primeiro dígito, o teste ao segundo dígito deve ser encarado como um teste de razoabilidade, mas de segundo nível. Não é um teste eficiente para os Auditores selecionarem uma amostra, isto porque os dados a auditar seriam imensos, (Nigrini *et al*. 1997).

Para auditar pagamentos ou outros dados relacionados com preços, o teste ao segundo dígito é aconselhável porque deteta excessos do número zero e cinco, por causa dos arredondamentos (por exemplo, 75, 100, 250).

O teste ao segundo dígito é também útil quando o Auditor pretende detetar viés nos dados, como, por exemplo, quando os supermercados colocam os preços a terminar em nove, para serem percecionados pelos clientes como mais baratos (Nigrini 2012).

Deverá também ser efetuado o teste ao segundo dígito para serem confirmados comportamentos de arredondamentos (para cima) nos lucros reportados pelas empresas. Conforme refere Nigrini (2012; 2005), o auditor pode constatar este facto caso verifique um excesso do número zero e escassos números nove como segundos dígitos, conforme se verifica, por exemplo, ao arredondar o valor de $994 000 para $1 006 000.

- **Teste aos dois primeiros dígitos**

O teste aos dois primeiros dígitos é mais "*focado*" que o teste ao primeiro e segundo dígitos, permitindo detetar duplicações anormais de dígitos, arredondamentos e possíveis enviesamentos nos dados (Nigrini, 2012).

Exemplificam Drake et. al. (2000) dizendo que valores tais como $500, $1 000, $5 000, $10 000 e $100 000 são normalmente usados como "*fronteiras*" psicológicas, pelo que encontrar excessos dos números 48, 49, 98 e 99 poderá indicar que os gestores estão a utilizar intencionalmente números abaixo das referidas "*fronteiras*" porque acreditam que os números acima ou iguais às mesmas podem ser objeto de auditoria.

4. Resultados

4.1. Execução do teste ao primeiro dígito

A nossa amostra é constituída por 26 142 empresas. Todavia, 350 empresas apresentam valores nulos na rubrica volume de negócios, pelo que a aplicação da Lei de Benford e dos testes estatísticos ao primeiro dígito foi executada a 25 792 empresas.

Com o objetivo de averiguar as diferenças entre Po (probabilidade observada) e Pe (probabilidade esperada) para cada um dos dígitos de 1 a 9, determinou-se, de forma individualizada, o valor de Z (cálculo do teste Z a um dígito e posição), o qual foi comparado em seguida com o valor do Z_c (valor crítico).

Analisou-se ainda se a distribuição de probabilidade observada (p_o) estava em conformidade com a esperada (p_e), segundo a Lei de Benford, através da aplicação do teste Qui-quadrado (χ^2).

Por fim, confrontou-se o valor da MAD da nossa amostra com o valor crítico para o primeiro dígito, proposto por Nigrini (2012).

Os resultados dos testes estatísticos estão apresentados na tabela abaixo indicada.

Tabela 10 - Resultados dos testes Z, χ^2 e MAD para o teste ao 1.º dígito

Primeiro dígito	Frequência Observada	Frequência Esperada	Proporção Observada (Po)	Proporção esperada Lei de Benford (Pe)	Desvio (Po-Pe)	Valor Z observado	X^2 observado	MAD observado
1	7719	7764	29,93%	30,10%	-0,18%	0,6105	0,000010	0,000195
2	4561	4542	17,68%	17,61%	0,07%	0,3088	0,000003	0,000083
3	3219	3222	12,48%	12,49%	-0,01%	0,0555	0,000000	0,000015
4	**2383**	**2500**	**9,24%**	**9,69%**	**-0,45%**	**2,4583**	0,000211	0,000502
5	1980	2042	7,68%	7,92%	-0,24%	1,4336	0,000074	0,000268
6	1742	1727	6,75%	6,69%	0,06%	0,3716	0,000005	0,000066
7	1478	1496	5,73%	5,80%	-0,07%	0,4623	0,000008	0,000076
8	**1432**	**1319**	**5,55%**	**5,12%**	**0,44%**	**3,1921**	0,000373	0,000485
9	**1278**	**1180**	**4,96%**	**4,58%**	**0,38%**	**2,9199**	0,000314	0,000421
Total	25792	25792	100,00%	100,00%			0,0010	0,0021
Valor crítico						**1,96**	**15,507**	**0,012**

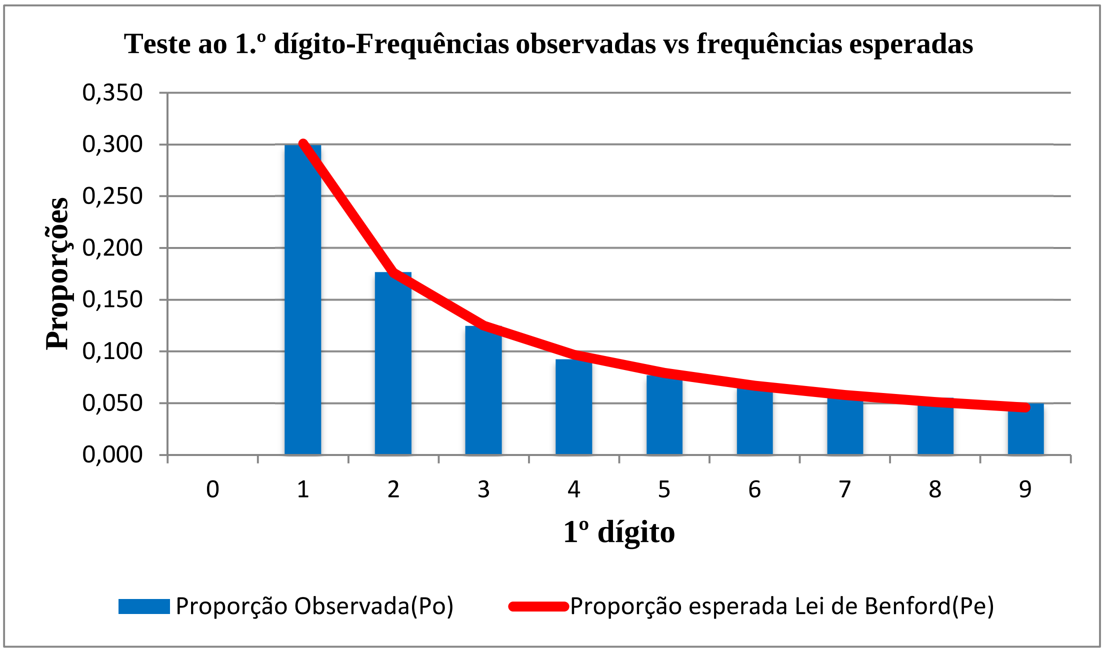

Gráfico 3-Teste ao 1.º dígito-Frequências observadas vs frequências esperadas

Os resultados do teste χ^2 aplicado à análise global dos desvios de todos os dígitos têm um valor 0,001, bastante inferior ao χ^2_c (valor crítico) de 15,507, o que leva à aceitação da hipótese nula, Ho, para um nível de significância de 5%

Também na MAD se verifica um valor de 0,002, estando este valor, segundo Nigrini (2012) perto da conformidade total com a Lei de Benford.

Relativamente aos resultados individualmente observados, constata-se que os valores da estatística Z, para todos os dígitos de 1 a 7, são inferiores ao valor crítico de Z de 1,96507.

Todavia, para os dígitos 4, 8 e 9, os valores de Z apresentam-se superiores ao Z_c (valor crítico), isto é, constata-se que os resultados mostram que existe uma escassez do primeiro dígito 4 e um excesso dos primeiros dígitos 8 e 9.

4.2.Execução do teste ao segundo dígito

Concluiu-se dos testes estatísticos Z, χ^2 e MAD que o segundo dígito da nossa amostra revela conformidade com a Lei de Benford, pelo que se aceita a H_0 para um nível de significância de 5%.

Tabela 11-Resultados das estatísticas Z, χ^2 e MAD para o teste ao 2.º dígito

Segundo dígito	Frequência Observada	Frequência Esperada	Proporção Observada (Po)	Proporção esperada Lei de Benford (Pe)	Desvio (Po-Pe)	Valor Z	X^2	MAD
0	3038	3076	11,82%	11,97%	-0,15%	0,7292	0,000018	0,000148
1	2895	2927	11,26%	11,39%	-0,13%	0,6302	0,000014	0,000126
2	2821	2797	10,98%	10,88%	0,09%	0,4741	0,000008	0,000093
3	2655	2682	10,33%	10,43%	-0,10%	0,5369	0,000010	0,000103
4	2631	2578	10,24%	10,03%	0,21%	1,0949	0,000042	0,000205
5	2551	2485	9,92%	9,67%	0,26%	1,3967	0,000068	0,000257
6	2430	2400	9,45%	9,34%	0,12%	0,6377	0,000015	0,000117
7	2317	2322	9,01%	9,04%	-0,02%	0,1059	0,000000	0,000021
8	2223	2251	8,65%	8,76%	-0,11%	0,6080	0,000013	0,000108
9	2142	2185	8,33%	8,50%	-0,17%	0,9518	0,000032	0,00016608
Total	25703	25703	100,00%	100,00%			0,00022	0,00134
Valor crítico						1,96	16,919	0,012

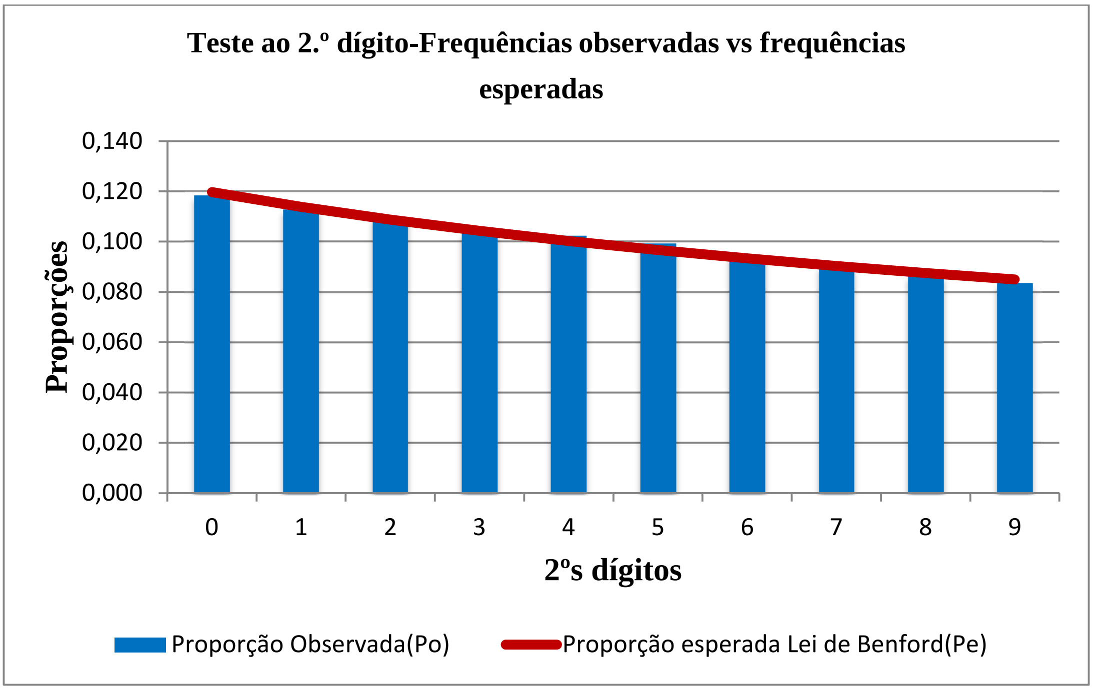

Gráfico 4 - Teste ao 2.º dígito-Frequências observadas vs frequências esperadas

4.3.Execução do teste aos dois primeiros dígitos

Comparando os dois primeiros dígitos da nossa amostra com a distribuição esperada de Benford e aplicando aos respetivos dígitos as estatísticas acima descritas, construiu-se a tabela 12.

Tabela 12 - Resultados das estatísticas Z, χ^2 e MAD para os 2 primeiros dígitos

Dois primeiros dígitos	Frequência Observada	Frequência Esperada	Proporção Observada (Po)	Proporção esperada Lei de Benford (Pe)	Desvio (Po-Pe)	Valor Z	χ^2 observado	MAD
10	991	1064	3,86%	4,14%	-0,28%	2,287122484		
...	...	...	...	...	...	...		
15	779	720	3,03%	2,80%	0,23%	2,213754893		
...	...	...	...	...	...	...		
19	527	573	2,05%	2,23%	-0,18%	1,921432863		
...	...	...	...	...	...	...		
41	220	269	0,86%	1,05%	-0,19%	2,998099947		
...	...	...	...	...	...	...		
45	210	245	0,82%	0,95%	-0,14%	2,254743196		
...	...	...	...	...	...	...		
61	219	182	0,85%	0,71%	0,15%	2,779316984		
...	...	...	...	...	...	...		
75	172	148	0,67%	0,58%	0,09%	1,96771875		
...	...	...	...	...	...	...		
86	156	129	0,61%	0,50%	0,10%	2,354838921		
...	...	...	...	...	...	...		
99	156	112	0,61%	0,44%	0,17%	4,133705196		
Total	25703	25703	100,00%	100,00%			0,0047	0,0006
Valor crítico						1,96	112,0220	0,0022

Do teste aos dois primeiros dígitos efetuado individualmente (teste Z) resulta que os valores 10, 15, 41, 45, 61, 75, 86, 99 apresentam valor Z superior ao valor crítico de Z.

Relativamente aos testes estatísticos globais verificamos que os valores obtidos são inferiores aos valores críticos e, portanto, tal como verificado anteriormente, podemos afirmar que, para um nível de significância de 5%, não rejeitamos H_0, não excluindo a hipótese dos dados serem compatíveis com a distribuição de Benford.

4.4.Resumos das conclusões retiradas dos principais testes

Da tabela 13 resulta a informação que, para a estatística Z, os dígitos 4, 8, 9 apresentam um valor de Z superior ao valor crítico de 1,96, ou seja, para um nível de significância de 5%, rejeitamos H0, excluindo a hipótese das frequências dos referidos dígitos serem compatíveis com a distribuição de Benford, no que se refere ao 1.º dígito.

Igual conclusão retiramos para os dígitos 10, 15, 41, 45, 61, 75, 86, 99, para os dois primeiros dígitos.

Posto isto, podemos afirmar que o teste Z, sendo um teste de dígitos, tem a vantagem de indicar os desvios com maior precisão de ocorrência e, por esta razão, permite ao Auditor selecionar os dados que farão parte da amostra a auditar (Santos, 2013).

Quanto aos testes χ^2 e MAD, que são testes "*para posições conjuntas*" que "*permitem uma maior abrangência dos dígitos testados e uma maior sensibilidade na deteção de desvios*", aceitaremos a H_0, querendo com isto dizer que não excluímos a hipótese dos dados serem compatíveis com a Lei de Benford (Santos, 2013).

Tabela 13- Dígitos que se apresentam não conformes com a Lei de Benford

	Testes estatísticos		
Teste	Teste Z	X2	MAD
1.º dígito	4, 8 ,9	conformidade com Lei de benford	conformidade com Lei de benford
2.º dígito	conformidade com Lei de benford	conformidade com Lei de benford	conformidade com Lei de benford
Dois primeiros dígitos	10, 15,19, 41, 45, 61, 75, 86, 99	conformidade com Lei de benford	conformidade com Lei de benford

De acordo com os resultados dos testes estatísticos, poderíamos selecionar para auditar 5 093 empresas, uma vez que estas apresentam na rubrica volume de negócios, como primeiro dígito, os números 4, 8 e 9, em não conformidade com a lei de Benford. Em consequência do teste aos dois primeiros dígitos, selecionaríamos 3 430 empresas para averiguação do facto dos seus dois primeiros dígitos estarem com uma frequência observada não conforme com a Lei de Benford, para um nível de significância de 5%.

4.5. Análise ao primeiro, segundo e dois primeiros dígitos por Grupo

Costa *et al*. (2012) citam Krakar e Zgela (2009) para justificar que quando o Auditor está perante uma grande amostra, deverá dividi-la em grupos mais pequenos para obter melhores resultados. Neste seguimento, pretendemos aprofundar a nossa análise e destacar da nossa amostra quais os grupos de empresas que apresentam mais ou menos inconformidades em relação à Lei de Benford. Para isso agrupámos a nossa amostra, seguindo o critério proposto por Ferreira (2013) e elaboramos a tabela 14.

Tabela 14-Totais de empresas por Grupos

Grupo	Descritivo- Indústria Transformadora	N.º Empresas
1	CAE 10 e 11- Indústria Alimentar e Bebidas	4.129
2	CAE 13, 14 e 15- Indústria Têxtil, Vestuário, Couro e Produtos de Couro	5.518
3	CAE 24 e 25 Indústria Metalurgica, Produtos Metálicos	4.825
4	CAE 26, 27, 28, 29, 30 e 33- Indústria de Equipamentos Informátios, Equipamento Eletrico, Fabricação de Máquinas e Equipamentos, Automóveis, entre outros	3.051
5	CAE 12,16,17,18,19,20,21,22,23,31,32- Indústria Tabaco, Madeira e Cortiça, Fabricação de Papel, Impressão de suportes gravados, Fabricação de Coque, entre outros	8.619
Total		26.142

Fonte: Elaboração própria adaptado de Ferreira (2013)

Nos próximos capítulos averiguaremos, nos cinco grupos que constituem a Indústria Transformadora, os desvios que existem relativamente à Lei de Benford, com o objectivo de destacar o sector de actividade onde as não conformidades sejam mais significativas.

4.5.1. Grupo 1

O Grupo 1 contempla 4 129 empresas da indústria alimentar e bebidas, não apresentando todavia 76 qualquer valor na rubrica volume de negócios, pelo que a nossa amostra é de 4 053 empresas para o teste ao primeiro dígito. A amostra para o teste ao segundo dígito é constituída por 4 052 porque 76 empresas têm valor nulo e 1 empresa apresenta apenas um dígito na sua rubrica volume de negócios.

Do teste ao dígito colocado na primeira posição resulta, para um nível de significância de 5%, que os dígitos 1, 2, 4, 5, 6, 7 e 9 apresentam desvios estatísticamente relevantes, uma vez que os valores de Z são bastante superiores ao valor crítico de 1,96.

Isto é, os dígitos 1, 2 e 9 apresentam uma frequência observada superior à esperada e os dígitos 4, 5, 6 e 7 uma frequência inferior.

No entanto, a estatística χ^2 obtida do teste ao primeiro dígito não apresenta inconformidades relativamente à Lei de Benford e a MAD apresenta-se dentro do intervalo da "*conformidade aceitável*".

Relativamente às conclusões retiradas do teste ao dígito colocado na segunda posição, constata-se que os dígitos 1, 2, 3, 4, 6, 8 e 9 contêm desvios estatísticamente significativos, onde os números 1, 3 e 9 apresentam uma frequência inferior à esperada e os dígitos 2, 4, 6 e 8 uma frequência superior.

Porém, ao nível dos testes estatísticos χ^2e MAD, não constam valores superiores aos valores críticos, levando a concluir que os segundos dígitos do Grupo 1 estão conformes a Lei de Benford.

Tabela 15-Grupo 1: Resultados das estatísticas Z, χ^2 e MAD para o 1.ºe 2.º dígitos

	Frequência observada vs esperada				Proporção observada vs esperada				Valor Z	
Dígito	Primeiro Dígito Frequência Observada	Primeiro Dígito Frequência Esperada	Segundo Dígito Frequência Observada	Segundo Dígito Frequência Esperada	Primeiro Dígito Proporção Observada	Primeiro Dígito Proporção Esperada	Segundo Dígito Proporção Observada	Segundo Dígito Proporção Esperada	Primeiro Dígito	Segundo Dígito
0			490	485			12,09%	11,97%		0,612467172
1	1.280	1.220	443	461	31,58%	30,10%	10,93%	11,39%	**5,204842889**	**2,311818333**
2	779	714	465	441	19,22%	17,61%	11,48%	10,88%	**6,831181514**	**3,072340528**
3	499	506	404	423	12,31%	12,49%	9,97%	10,43%	0,880641449	**2,436523409**
4	343	393	423	406	8,46%	9,69%	10,44%	10,03%	**6,701755017**	**2,188139893**
5	266	321	402	392	6,56%	7,92%	9,92%	9,67%	**8,102597102**	1,3754176
6	248	271	394	378	6,12%	6,69%	9,72%	9,34%	**3,712305531**	**2,135040732**
7	219	235	353	366	5,40%	5,80%	8,71%	9,04%	**2,724702399**	1,813416362
8	217	207	370	355	5,35%	5,12%	9,13%	8,76%	1,738567085	**2,12996556**
9	202	185	308	344	4,98%	4,58%	7,60%	8,50%	**3,143812338**	**5,1984355**
Total	**4.053**	**4.053**	**4.052**	**4.052**	**100,00%**	**100,00%**	**100,00%**	**100,00%**		
Valor crítico									**1,96**	

Tabela 16-Grupo 1: Testes Qui-quadrado e MAD

Qui-quadrado	1ºdígito	2º dígito
Qui-quadrado obtido	0,007343	0,0023427
Qui-quadrado crítico	15,5073	16,919

MAD	1ºdígito	2º dígito
MAD obtido	0,0083	0,0043
MAD crítico	0,0150	0,0120

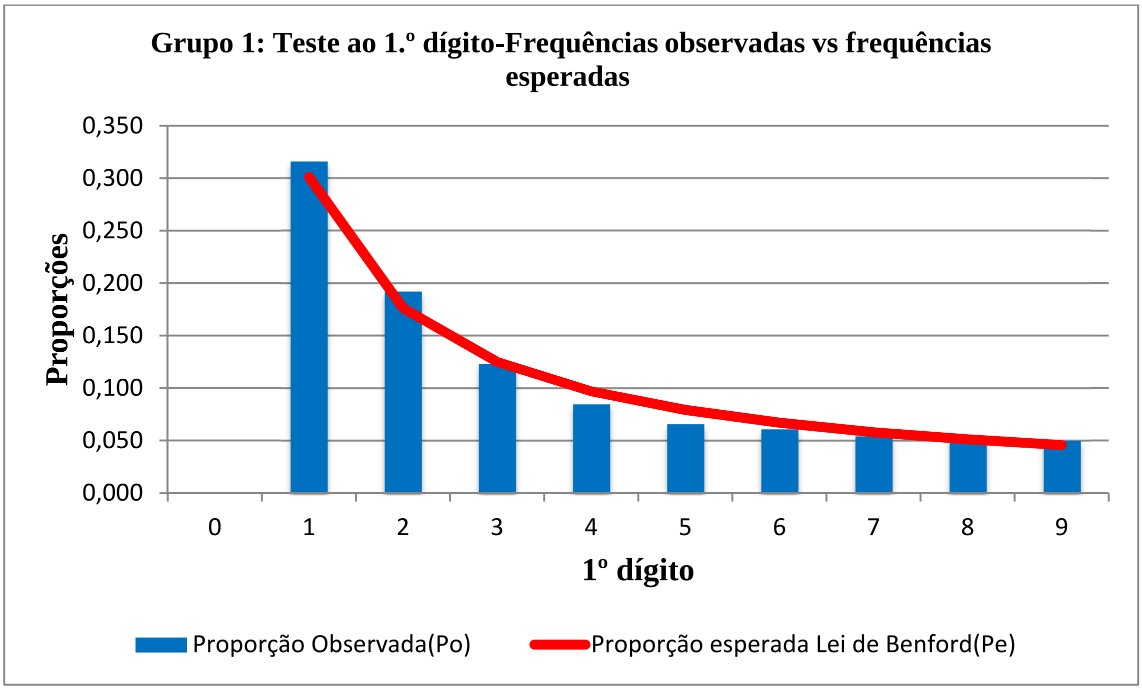

Gráfico 5-Grupo 1:Teste ao 1.º dígito-Frequências observadas vs frequências esperadas

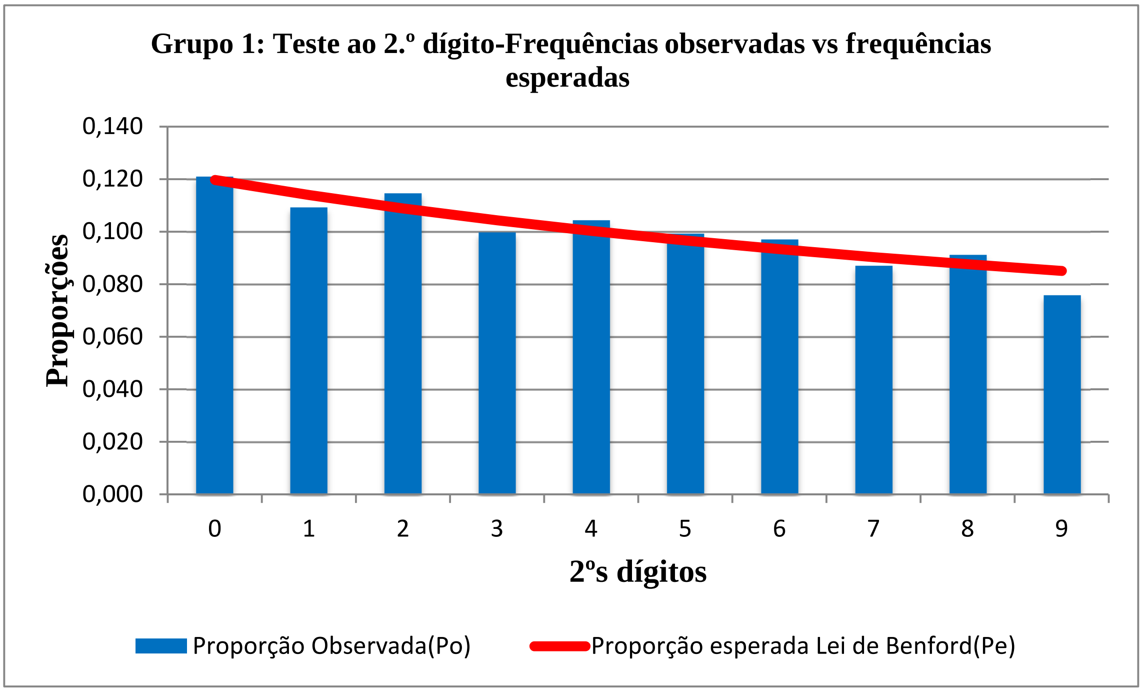

Gráfico 6-Grupo 1- Teste ao 2.º dígito-Frequências observadas vs frequências esperadas

4.5.2. Grupo 2

O Grupo 2 contempla a Indústria Têxtil, Vestuário e Produtos de Couro e é constituído por 5 518 empresas. Todavia, 54 empresas não apresentam valores na rubrica volume de negócios e por este motivo as empresas submetidas ao teste do primeiro dígito são 5464.

Relativamente às empresas sujeitas ao teste do segundo dígito foram 5 462, porque 2 empresas apresentam a sua rubrica volume de negócios apenas com um dígito e 54 não têm qualquer valor.

Para o nível de significância de 5%, observa-se que o grupo 2 apresenta a frequência dos dígitos 1 e 6, como primeiro dígito, inferior à respectiva frequência esperada, segundo a Lei de Benford. O inverso verifica-se com os dígitos 2, 3 e 8, uma vez que as frequências observadas são superiores às frequências esperadas para os mesmos dígitos.

Quanto ao dígito colocado na segunda posição, constata-se pela estatística de teste Z que os dígitos 2 apresentam uma frequência superior à esperada e os dígitos 0 e 4 inferior.

Todavia, ao nível χ^2 e MAD não constam valores superiores aos valores críticos pelo que se pode concluir que os dígitos da conta Volume de Negócios, colocados na primeira e segunda posição do Grupo 2, poderão estar conformes a Lei de Benford, ao nível dos testes globais.

Tabela 17 - Grupo 2: Resultados das estatísticas Z para o 1.º e 2.º dígitos

	Frequência observada vs esperada				Proporção observada vs esperada				Valor Z	
Dígito	Primeiro Dígito Frequência Observada	Primeiro Dígito Frequência Esperada	Segundo Dígito Frequência Observada	Segundo Dígito Frequência Esperada	Primeiro Dígito Proporção Observada	Primeiro Dígito Proporção Esperada	Segundo Dígito Proporção Observada	Segundo Dígito Proporção Esperada	Primeiro Dígito	Segundo Dígito
0			631	654			11,55%	11,97%		**2,059599715**
1	**1540**	**1645**	614	622	**28,18%**	30,10%	11,24%	11,39%	**6,755667274**	0,74203218
2	**1029**	**962**	**623**	**594**	**18,83%**	**17,61%**	**11,41%**	**10,88%**	**5,184298046**	**2,710275094**
3	**721**	**683**	580	570	**13,20%**	12,49%	10,62%	10,43%	**3,421353278**	0,972964055
4	534	530	**518**	**548**	9,77%	9,69%	**9,48%**	**10,03%**	0,438028074	**2,934348799**
5	419	433	534	528	7,67%	7,92%	9,78%	9,67%	1,48401257	0,585435783
6	**347**	**366**	519	510	**6,35%**	6,69%	9,50%	9,34%	**2,213165461**	0,903723003
7	322	317	499	494	5,89%	5,80%	9,14%	9,04%	0,636501245	0,556852151
8	**296**	**279**	471	478	**5,42%**	5,12%	8,62%	8,76%	**2,202524816**	0,754333654
9	256	250	473	464	4,69%	4,58%	8,66%	8,50%	0,832188692	0,917101354
Total	5 464	5 464	5 462	5 462	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%		
Valor crítico									**1,96**	

Tabela 18-Grupo 2: Testes Qui-quadrado e MAD

Qui-quadrado	1ºdígito	2º dígito
Qui-quadrado obtido	0,002949	0,0008502
Qui-quadrado crítico	15,5073	16,919

MAD	1ºdígito	2º dígito
MAD obtido	0,005583	0,002488
MAD crítico	0,015	0,012

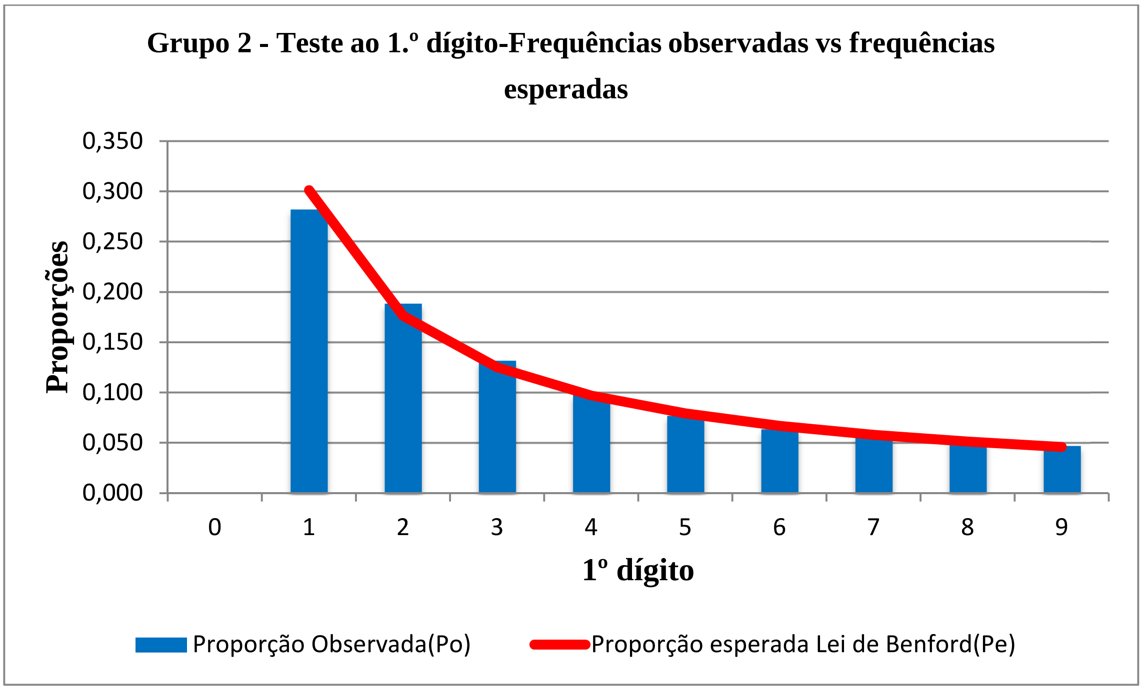

Gráfico 7-Grupo 2- Teste ao 1.º dígito-Frequências observadas vs frequências esperadas

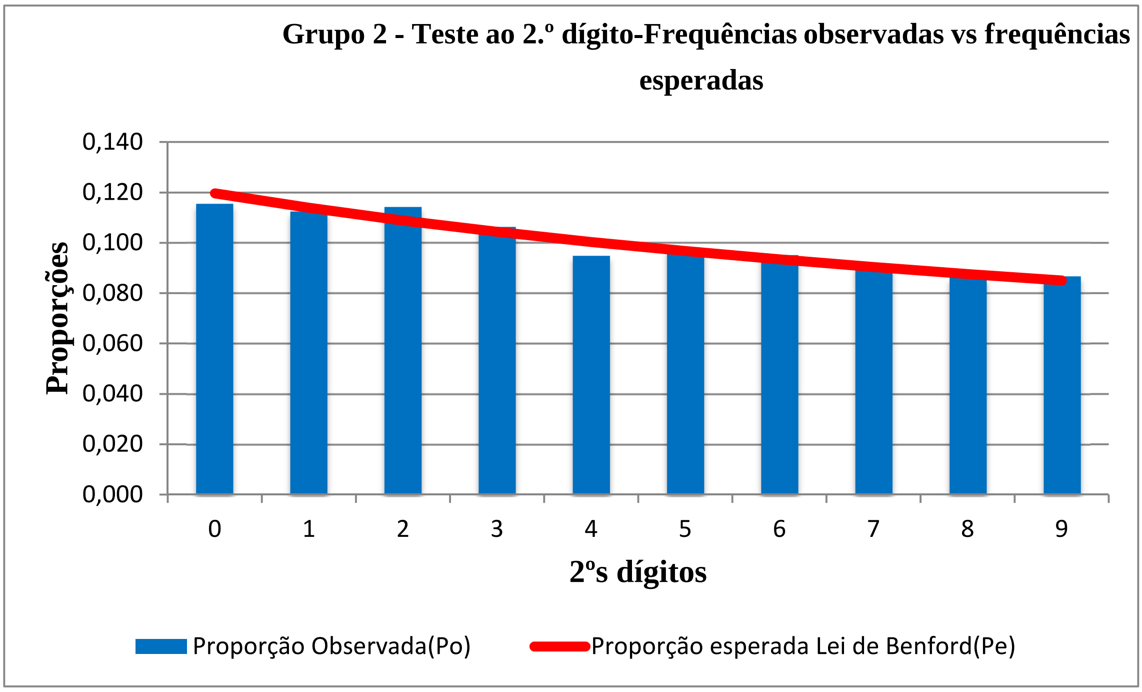

Gráfico 8-Grupo 2- Teste ao 2.º dígito-Frequências observadas vs frequências esperadas

4.5.3. Grupo 3

No grupo 3, referente à Indústria Metalurgica e Produtos Metálicos, não se detectaram desvios significativos, ao nível da análise global (testes χ^2e MAD), pelo que se aceita a hipótese de as frequências com que ocorrem os dígitos 1 a 9, seguirem a Lei de Benford, tanto no teste ao primeiro dígito como no teste ao segundo dígito.

Todavia, pela estatística Z, verifica-se que os números 1, 2, 4 e 7 constam menos vezes do que o esperado como primeiro dígito e, os dígitos 8 e 9, mais vezes. Quanto ao teste ao segundo dígito, observou-se que os números 2, 4 e 7 têm uma frequência inferior à esperada e os dígitos 8 e 9 superior.

Tabela 19- Grupo 3: Resultados das estatísticas Z para o 1.º e 2.º dígitos

	Frequência observada vs esperada				Proporção observada vs esperada				Valor Z	
Dígito	Primeiro Dígito Frequência Observada	Primeiro Dígito Frequência Esperada	Segundo Dígito Frequência Observada	Segundo Dígito Frequência Esperada	Primeiro Dígito Proporção Observada	Primeiro Dígito Proporção Esperada	Segundo Dígito Proporção Observada	Segundo Dígito Proporção Esperada	Primeiro Dígito	Segundo Dígito
0			573	571			12,01%	0,1196793		0,200352842
1	**1405**	**1437**	559	543	**29,44%**	**30,10%**	11,72%	0,1138901	**2,342846286**	1,657670028
2	**812**	**840**	**498**	**519**	**17,01%**	**17,61%**	**10,44%**	**0,1088215**	**2,52504971**	**2,295740924**
3	605	596	486	498	12,68%	12,49%	10,19%	0,1043296	0,87861993	1,293212548
4	**442**	**463**	**459**	**479**	**9,26%**	**9,69%**	**9,62%**	**0,1003082**	**2,342815307**	**2,197432717**
5	389	378	477	461	8,15%	7,92%	10,00%	0,0966772	1,377046053	**1,79603208**
6	334	320	453	445	7,00%	6,69%	9,49%	0,0933747	1,947903881	**0,863995384**
7	**262**	**277**	**448**	**431**	**5,49%**	**5,80%**	**9,39%**	**0,090352**	**2,13113213**	**1,990587399**
8	**279**	**244**	**398**	**418**	**5,85%**	**5,12%**	**8,34%**	**0,0875701**	**5,344382412**	**2,362486315**
9	**245**	**218**	420	406	**5,13%**	**4,58%**	8,80%	0,0849974	**4,297321597**	1,74822648
Total	4 773	4 773	4771	4771	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%		
Valor crítico									**1,96**	

Tabela 20-Grupo 3: Testes Qui-quadrado e MAD

Qui-quadrado	1ºdígito	2º dígito
Qui-quadrado obtido	0,00266	0,0010865
Qui-quadrado crítico	15,5073	16,919

MAD	1ºdígito	2º dígito
MAD obtido	0,004453	0,003031
MAD crítico	0,0150	0,0120

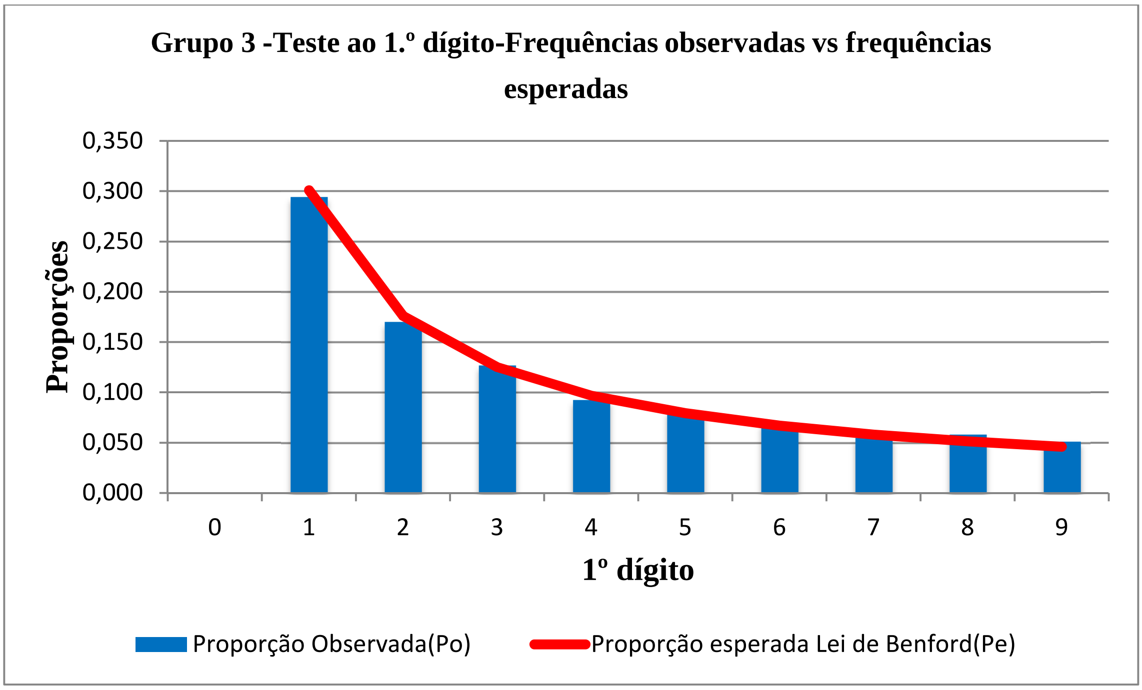

Gráfico 9-Grupo 3: Teste ao 1.º dígito-Frequências observadas vs frequências esperadas

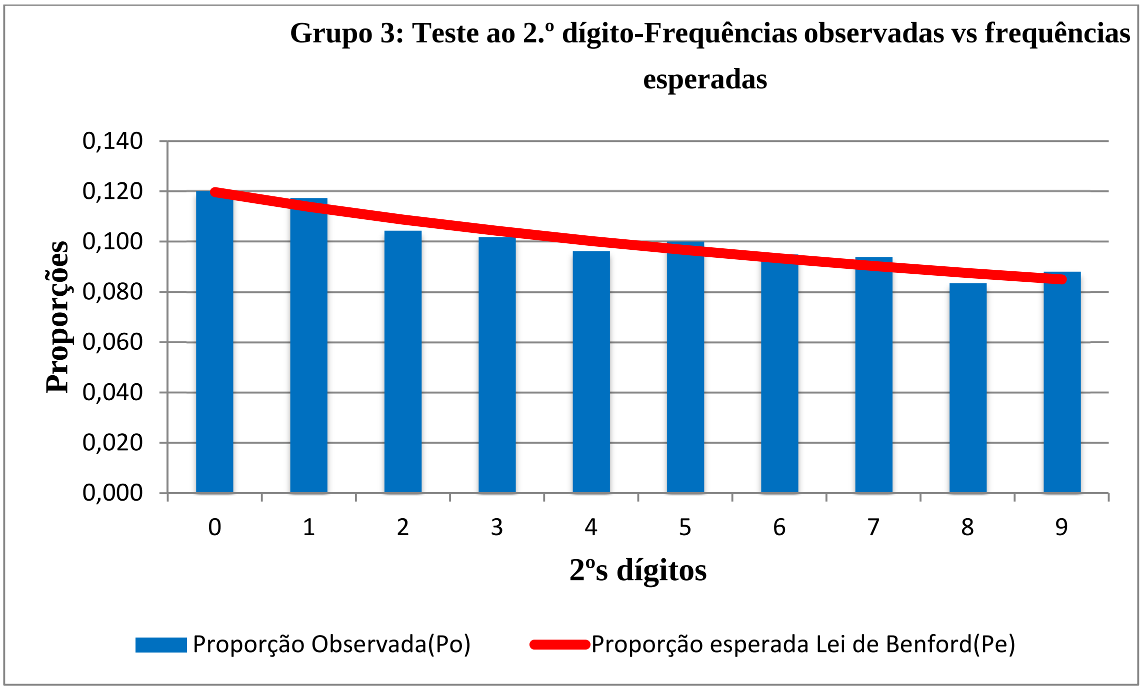

Gráfico 10-Grupo 3: Teste ao 2.º dígito-Frequências observadas vs frequências esperadas

4.5.4. Grupo 4

Para o teste individual Z, no grupo 4- Indústria de Equipamentos Informáticos, Eletrico, entre outros, encontram-se desvios significativos para um nível de significância de 5%, nos dígitos 1, 3, 4, 5, 6, 9, onde os dígitos 1, 5 e 6 constam mais vezes do que o expectável e os dígitos 3, 4 e 9 menos vezes do que seria de esperar, de acordo a Lei de Benford, no que ao teste ao primeiro dígito diz respeito.

Quanto ao teste ao segundo dígito, observa-se que os dígitos 2 e 4 têm uma frequência superior à indicada por Benford e os dígitos 1 e 6 uma frequência inferior.

Relativamente aos testes estatísticos χ^2 e MAD, verifica-se que os valores obtidos são inferiores aos respetivos valores críticos pelo que se aceita a hipótese de os dígitos seguirem a Lei de Benford

Tabela 21- Grupo 4: Resultados das estatísticas Z para o 1.º e 2.º dígito

	Frequência observada vs esperada				Proporção observada vs esperada				Valor Z	
Dígito	Primeiro Dígito Frequência Observada	Primeiro Dígito Frequência Esperada	Segundo Dígito Frequência Observada	Segundo Dígito Frequência Esperada	Primeiro Dígito Proporção Observada	Primeiro Dígito Proporção Esperada	Segundo Dígito Proporção Observada	Segundo Dígito Proporção Esperada	Primeiro Dígito	Segundo Dígito
0	0		352	350			12,02%	11,97%		0,2591175
1	**931**	**906**	**305**	**333**	**30,94%**	**30,10%**	**10,42%**	**11,39%**	**2,945326693**	**4,93909408**
2	516	530	**343**	**319**	17,15%	17,61%	**11,71%**	**10,88%**	**1,946932126**	**4,31148259**
3	**360**	**376**	310	305	**11,96%**	**12,49%**	10,59%	10,43%	**2,581159874**	0,80693942
4	**274**	**292**	**315**	294	**9,11%**	**9,69%**	10,76%	10,03%	**3,18671175**	**3,90454188**
5	**250**	**238**	291	283	**8,31%**	**7,92%**	9,94%	9,67%	**2,325507866**	**1,47115302**
6	**223**	**201**	**251**	**273**	**7,41%**	**6,69%**	**8,57%**	**9,34%**	**4,62230591**	**4,24086506**
7	167	174	268	265	5,55%	5,80%	9,15%	9,04%	1,71049453	0,65361869
8	159	154	247	256	5,28%	5,12%	8,44%	8,76%	1,225488119	1,82638051
9	**129**	**138**	246	249	**4,29%**	**4,58%**	8,40%	8,50%	**2,218366755**	0,55764125
Total	3 009	3 009	2928	2928	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%		
Valor crítico									**1,96**	

Tabela 22-Grupo 4: Testes Qui-quadrado e MAD

Qui-quadrado	1ºdígito	2º dígito
Qui-quadrado obtido	0,002235	0,0028667
Qui-quadrado crítico	15,5073	16,919

MAD	1ºdígito	2º dígito
MAD obtido	0,004696	0,004313
MAD crítico	0,0150	0,0120

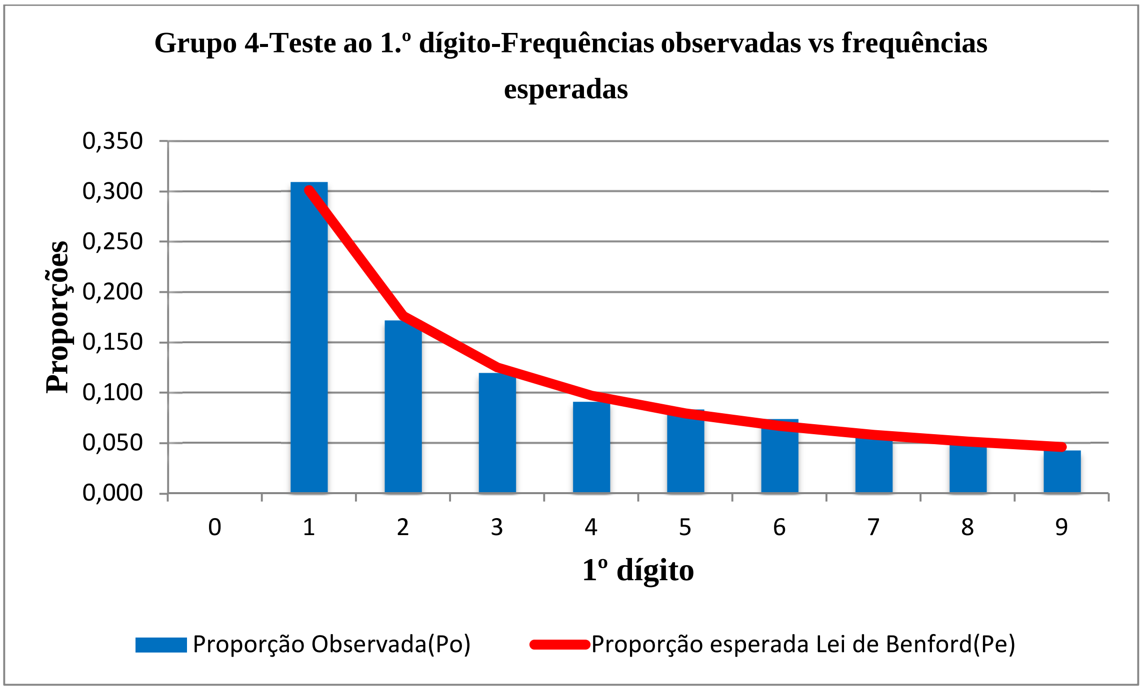

Gráfico 11 - Grupo 4: Teste ao 1.º dígito-Frequências observadas vs frequências esperadas

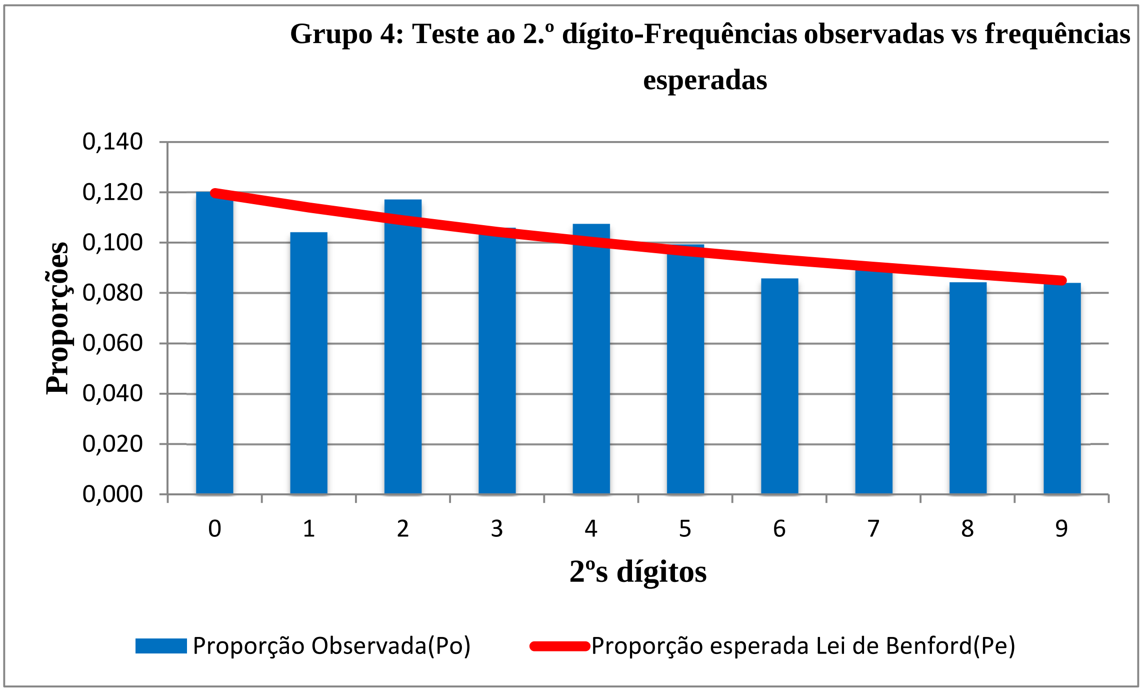

Gráfico 12-Grupo 4: Teste ao 2.º dígito-Frequências observadas vs frequências esperadas

4.5.5. Grupo 5

Do grupo 5 fazem parte empresas da indústria do tabaco, madeira, cortiça, fabricação de papel, entre outras. Neste grupo existem 126 empresas com volume de negócios igual a zero e 3 empresas com volume de negócios de apenas 1 dígito, daí que o número de empresas em análise seja de 8 493 e 8 490, para o teste ao primeiro e segundo dígitos, respetivamente.

Pela análise das tabelas 23 e 24 e dos gráficos 13 e 14, encontram-se inconformidades no teste da Estatística Z, nos números 2, 4, 8 e 9 do primeiro dígito e no número 4 como dígito colocado na segunda posição, para um nível de significância de 5%, o leva a rejeitar H_0 nestes dígitos.

Tabela 23- Grupo 5: Resultados das estatísticas Z para o 1.º e 2.º dígitos

	Frequência observada vs esperada				Proporção observada vs esperada				Valor Z	
Dígito	Primeiro Dígito Frequência Observada	Primeiro Dígito Frequência Esperada	Segundo Dígito Frequência Observada	Segundo Dígito Frequência Esperada	Primeiro Dígito Proporção Observada	Primeiro Dígito Proporção Esperada	Segundo Dígito Proporção Observada	Segundo Dígito Proporção Esperada	Primeiro Dígito	Segundo Dígito
0	0		992	1016	0,00%		11,68%	11,97%		1,4031208
1	2563	2557	974	967	30,18%	30,10%	11,47%	11,39%	0,2568924	0,4142792
2	**1425**	**1496**	892	924	**16,78%**	**17,61%**	10,51%	10,88%	**3,5176525**	1,9405348
3	1034	1061	875	886	12,17%	12,49%	10,31%	10,43%	1,5512235	0,6600986
4	**790**	**823**	**916**	**852**	**9,30%**	**9,69%**	**10,79%**	**10,03%**	**2,1167965**	**4,0712103**
5	656	672	847	821	7,72%	7,92%	9,98%	9,67%	1,1508892	1,6786131
6	590	569	813	793	6,95%	6,69%	9,58%	9,34%	1,6192814	1,314707
7	508	493	749	767	5,98%	5,80%	8,82%	9,04%	1,247176	1,1908024
8	**481**	**434**	737	743	**5,66%**	**5,12%**	8,68%	8,76%	**4,0094696**	0,4249449
9	**446**	**389**	695	722	**5,25%**	**4,58%**	8,19%	8,50%	**5,2130217**	1,8072656
Total	8 493	8 493	8490	8490	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%		
Valor crítico									**1,96**	

Tabela 24-Grupo 5: Testes Qui-quadrado e MAD

Qui-quadrado	1ºdígito	2º dígito
Qui-quadrado obtido	0,002417	0,0011238
Qui-quadrado crítico	15,5073	16,919

MAD	1ºdígito	2º dígito
MAD obtido	0,003851	0,002778
MAD crítico	0,015	0,012

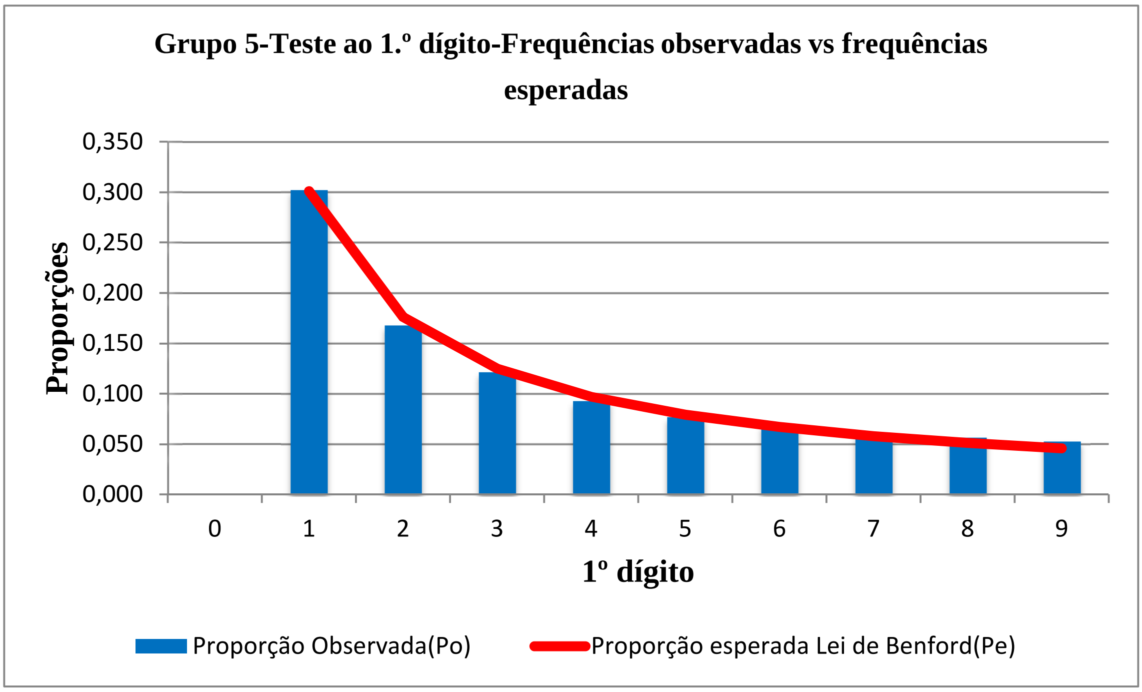

Gráfico 13 - Grupo 5: Teste ao 1.º dígito-Frequências observadas vs frequências esperadas

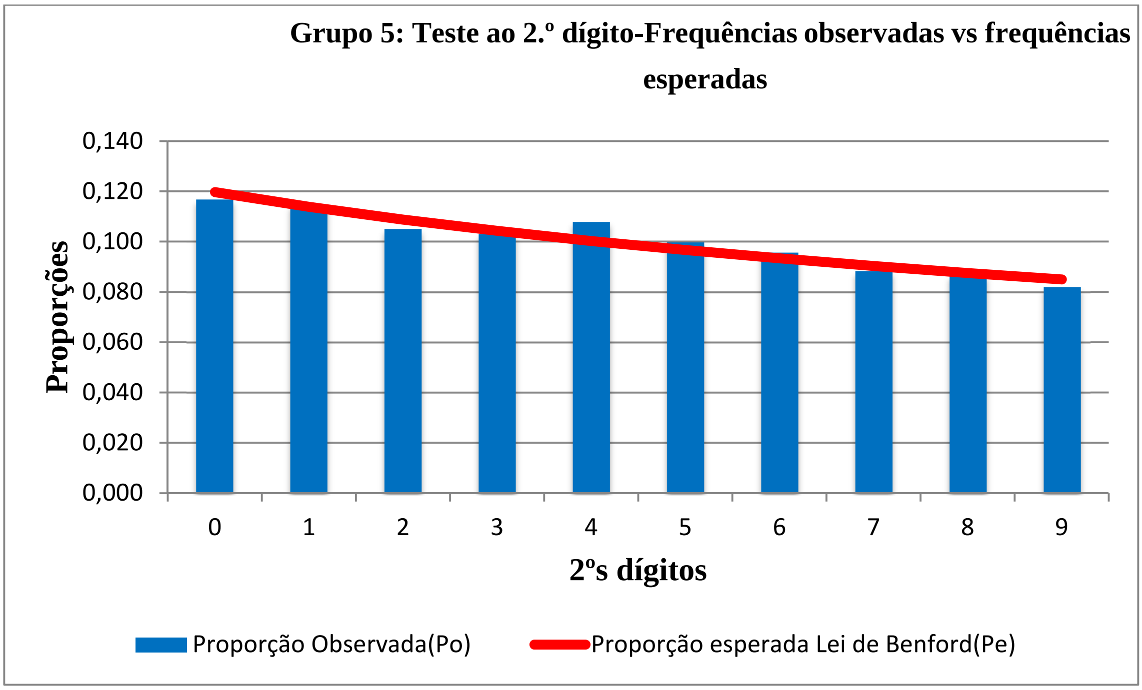

Gráfico 14- Grupo 5: Teste ao 2.º dígito-Frequências observadas vs frequências esperadas

4.5.6. Resumo dos testes estatísticos efetuados ao primeiro e segundos dígitos

Do teste ao primeiro dígito efetuado à totalidade da amostra resultaram desvios nos números 4, 8 e 9. Todavia, quando se dividiu a referida amostra em 5 grupos, mais dígitos foram destacados como não estando em conformidade com a Lei de Benford, de acordo com o teste Z.

Foi igualmente verificado, no teste ao segundo dígito que todos os números estavam em conformidade com a frequência esperada de Benford. Quando realizado, porém, o mesmo teste para os 5 grupos da amostra, a estatística de teste Z sinalizou vários dígitos como não conformes, para o nível de significância de 5%.

No entanto, pelos testes χ^2 e MAD, que são considerados testes globais a todos os dígitos, os valores apurados são inferiores aos valores críticos, levando à aceitação da conformidade dos dados do volume de Negócios com a Lei de Benford, em todos os grupos da Indústria Transformadora Portuguesa.

Tabela 25-Resumo dos testes estatísticos efetuados ao primeiro e segundo dígitos

Empresas	Estatísticas					
	1.º Dígito			2.º Dígito		
	Valores Críticos			Valores Críticos		
	Z	Qui-quadrado	MAD	Z	Qui-quadrado	MAD
	1,96	15,51	0,012	1,96	16,92	0,016
Indústria Transformadora	4, 8 ,9 Dígitos não conforme LB	0,001 Conformidade com LB	0,002 Conformidade total com LB	todos os dígitos em conformidade com LB	0,0002 Conformidade com LB	0,001 Conformidade total com LB
Grupo 1- Indústria Alimentar e Bebidas	1, 2, 4, 5, 6, 7, 9 Dígitos não conforme LB	0,007 Conformidade com LB	0,008 Conformidade aceitável com LB	1, 2, 4, 6 ,7, 9 Dígitos não conforme LB	0,002 Conformidade com LB	0,004 Conformidade total com LB
Grupo 2 - Indústria Têxtil, Vestuário, Couro e Produtos de Couro	1, 2, 3, 6, 8 Dígitos não conforme LB	0,003 Conformidade com LB	0,006 Conformidade total com LB	4 Dígito não conforme LB	0,0009 Conformidade com LB	0,002 Conformidade total com LB
Grupo 3 - Indústria Metalurgica, Produtos Metálicos	1,2,4,7,8,9 Dígitos não conforme LB	0,003 Conformidade com LB	0,004 Conformidade total com LB	2, 4, 7, 8 Dígitos não conforme LB	0,001 Conformidade com LB	0,003 Conformidade total com LB
Grupo 4 - Indústria de Equipamentos Informátios, Equipamento Eletrico, Fabricação de Máquinas e Equipamentos, Automóveis, entre outros	1, 3, 4, 5, 6, 9 Dígitos não conforme LB	0,002 Conformidade com LB	0,005 Conformidade total com LB	1, 2, 4, 6, 8 Dígitos não conforme LB	0,003 Conformidade com LB	0,004 Conformidade total com LB
Grupo 5 - Indústria Tabaco, Madeira e Cortiça, Fabricação de Papel, Impressão de suportes gravados, Fabricação de Coque, entre outros	1, 4, 8, 9 Dígitos não conforme LB	0,002 Conformidade com LB	0,004 Conformidade total com LB	4 Dígito não conforme LB	0,001 Conformidade com LB	0,003 Conformidade total com LB

Nos testes ao primeiro e segundo dígitos, o grupo 1 – Indústria Alimentar e Bebidas consta como o grupo com mais dígitos não conformes com a Lei de Benford.

Os dígitos na primeira posição que mais se destacam pelo facto de constarem em mais grupos, pela sua frequência superior ou inferior à esperada, foram:

- número 4, como primeiro dígito, aparece menos vezes do que seria expectável, nos grupos 1, 3, 4 e 5, bem como na amostra global;
- número 8 consta com uma frequência superior na amostra global e nos grupos 2, 3 e 5;
- número 9 consta com uma frequência superior na amostra global e grupos 1, 3 e 5.

Tabela 26 - Resumo dos testes estatísticos efetuados à frequência do 1.º dígito

Digito não conforme	Frequência superior	Frequência inferior
1	Grupos 1 e 4	Grupos 2 e 3
2	Grupos 1 e 2	Grupos 3, 4 e 5
3	Grupo 2	Grupo 4
4	-	Industria transformadora; Grupos 1, 3, 4 e 5
5	Grupo 4	Grupo 1
6	Grupo 4	Grupos 1 e 2
7	-	Grupos 1 e 3
8	Industria transformadora; Grupos 2, 3, 5	-
9	Industria transformadora; Grupos 1,3 e 5	Grupo 4

No que se refere ao teste ao dígito colocado na segunda posição, apesar de nenhuma inconformidade ter sido detetada na amostra global, o mesmo não aconteceu nos grupos. Os números que mais se destacaram pelo facto das suas frequências não estarem conformes a Lei de Benford foram:

- número 2, foram verificadas frequências superiores ao previsto nos grupos 1, 2 e 4;
- número 4, apresenta uma frequência inferior ao esperado, nos grupos 2,3 e 4.

Tabela 27 - Resumo dos testes estatísticos efetuados à frequência do segundo dígito

Digito não conforme	Frequência superior	Frequência inferior
0	Grupo 4	Grupo 2
1	-	Grupos 1 e 4
2	Grupos 1, 2 e 4	Grupo 3
3	-	Grupo 1
4	Grupos 1 e 5	Grupos 2, 3 e 4
5	-	-
6	Grupo 1	Grupo 4
7	Grupo 3	Grupo 1
8	Grupo 1	Grupo 3
9	-	Grupo 1

4.5.7. Testes estatísticos efetuados aos dois primeiros dígitos

Conforme Nigrini (2012), o teste aos dois primeiros dígitos permite identificar duplicações, arredondamentos, números inventados e enviesamentos de dados. Neste pressuposto, a utilidade deste teste para os Auditores é indiscutível. Foi possível concluir que, numa primeira fase, apenas 8 números (10;15; 41;45;61;75;86 e 99) constavam como não conformes à Lei de Benford, após a aplicação do teste Z aos dois primeiros dígitos.

Contudo, após divisão da amostra em grupos, visualiza-se que são vários os dígitos que se apresentam com valores de Z superiores ao Z crítico. A título de exemplo, refira-se que o número 15 consta mais vezes, com uma frequência superior à esperada uma vez que aparece na amostra global e nos grupos 1, 4 e 5. O número 41, por sua vez, apresenta-se com uma frequência inferior à esperada na amostra global e nos grupos 1, 2, 3 e 4. No entanto, as conclusões dos testes globais, χ^2 e MAD, não se alteram pelo facto de dividirmos a amostra em grupos, pelo que, pelos referidos testes estatísticos, dever-se-á aceitar a H_0, isto é, não excluímos a hipótese dos dados serem compatíveis com a distribuição de Benford.

O grupo 4 -Indústria de Equipamentos Informátios, Equipamento Eletrico, Fabricação de Máquinas e Equipamentos, Automóveis, entre outros e o grupo 1- Indústria Alimentar e Bebidas, foram os grupos que mais dígitos não conformes a Lei de Benford.

Tabela 28 -Testes estatísticos efetuados aos dois primeiros dígitos

Empresas	Testes aos dois primeiros dígitos		
	Valores Críticos		
	Z	Qui-quadrado	MAD
	1,96	112,02	0,0018
CAE-Indústria Transformadora	10,15,41, 45, 61, 75, 86,99 Dígitos não conforme LB	0,005 Conformidade com LB	0,001 Conformidade total com LB
Grupo 1	12,14,15,18,20,22,23,24,27,28,32, 35,39,41,43,45,47,49,50,51,52,55, 57,59,60,61,62,63,64,66,68,69,73, 77,80,83,84,85,86,87,88,92,96 Dígitos não conforme LB	0,024 Conformidade com LB	0,001 Conformidade total com LB
Grupo 2	10,14,15,18,19,22,23,27,28,34,36,39, 41,44,47,49,54,64,65,66,71,72,75,81, 82,84,91,92,94,95,99 Dígitos não conforme LB	0,014 Conformidade com LB	0,001 Conformidade total com LB
Grupo 3	10,11,13,14,16,20,21,26,31,35,38,39,40, 41,44,47,51,52,56,57,61,62,63,66,70,74, 48,79,81,85,87,89,92,93,97,98,99 Dígitos não conforme LB	0,019 Conformidade com LB	0,001 Conformidade total com LB
Grupo 4	10,12,14,15,17,22,23,24,25,27,28,29, 31,32,35,36,37,39,41,43,44,45,46,47, 49,50,52,54,55,56,60,65,67,68,71,75, 77,78,81,86,89,91,92,93,94,98 Dígitos não conforme LB	0,033 Conformidade com LB	0,001 Conformidade total com LB
Grupo 5	14,15,17,19,23,29,40,45,49,52,54, 57,61,64,65,70,75,82,83,84,86,96, 97,98,99 Dígitos não conforme LB	0,013 Conformidade com LB	0,001 Conformidade total com LB

Teste aos 2 primeiros dígitos		
Digito que constam mais vezes como não conforme na totalidade da amostra e nos grupos	Frequência superior	Frequência inferior
14	Grupo 1; 4; 5	Grupo 2 e 3
15	Ind. Transf.; Grupo 1, 4 e 5	Grupo 2
41	-	Ind. Transf.; Grupo 1; 2, 3 e 4

Tabela 29- Primeiros 2 dígitos que constam mais vezes como não conformes com a Lei de Benford

5. Conclusões

5.1. Principais conclusões

A Lei de Benford, como ferramenta de análise digital, permite aos Auditores "*economizar*" tempo para cumprirem com a sua responsabilidade de verificar se as demonstrações financeiras estão isentas de erros e/ou fraudes. A presente dissertação pretendeu, para além de divulgar as vantagens da Lei de Benford para o trabalho dos Auditores, aplicar a referida Lei à rubrica Volume de Negócios, do exercício de 2013, das empresas que constituem a Indústria Transformadora Portuguesa.

Após a aplicação dos testes estatísticos, Qui-quadrado (χ^2) e MAD, concluímos que a rubrica Volume de Negócios está em conformidade com a Lei de Benford. No entanto, ao nível da estatística de teste Z, foram encontrados dígitos com desvios em relação à Lei de Benford, quando considerado um nível de significância de 5%.

No que se refere aos resultados do teste Z à rubrica Volume de Negócios, das 26 142 empresas (amostra global), o dígito 4 consta menos vezes do que o esperado e os dígitos 8 e 9 mais vezes, no que se refere ao teste do primeiro dígito. Quanto ao teste aos dois primeiros dígitos foram verificados desvios significativos nos dígitos 15, 61, 75, 86, 99, que se apresentam com uma frequência superior à esperada e os dígitos 10, 41 e 45, com uma frequência inferior.

Relativamente à divisão da totalidade da amostra global em 5 grupos (por CAE), resultaram dos testes ao primeiro e segundo dígito que o grupo 1 – Indústria Alimentar e Bebidas, consta como o grupo com mais dígitos não conformes com a Lei de Benford. No que se refere ao teste aos dois primeiros dígitos, destaca-se pelo número de dígitos não conformes com a Lei de Benford, o grupo 4 – Indústria de Equipamentos Informáticos, Equipamento Elétrico, Fabricação de Máquinas e Equipamentos, Automóveis, seguido do grupo 1 – Indústria Alimentar e Bebidas.

Para entendermos as verdadeiras causas dos dígitos não estarem em conformidade com a Lei de Benford (como resultado da aplicação da estatística de teste Z), precisaríamos de efetuar uma análise ao nível das transações da rubrica Volume de negócios, ou, até mesmo, confrontar os valores com os documentos contabilísticos. Com esta análise poderia ser possível averiguar se as diferenças constatadas nos dígitos, entre as frequências observadas e as frequências esperadas, resultaram de erro, duplicação de registos, arredondamentos, ou fraude. Todavia, tais informações não estão disponíveis ao público, pelo que a presente dissertação poderá ser entendida como um ponto de partida para os Auditores selecionarem, numa primeira abordagem, as empresas alvo de auditoria.

5.2.Limitações

A Lei de Benford é de indiscutível utilidade como análise dígital para o trabalho dos Auditores. No entanto, apresenta alguns contrangimentos que deverão ser tidos em conta, aquando da sua escolha como ferramenta analítica. Conforme argumentam Nigrini *et al*. (1997) e Durtschi *et al*. (2004), apesar da Lei ser aplicável a diversos conjuntos de dados, tanto contabílisticos como financeiros, não deve ser utilizada em amostras que incluam números com mínimos e/ou máximos, números manipulados ou influenciados por humanos ou números fixos.

Apesar de serem muito eficientes os métodos estatísticos quando utilizados com a aplicação da Lei de Benford, assinalam, por vezes, áreas suspeitas de fraude, quando, na realidade, estão isentas ou não sinalizam indícios de fraude, quando os mesmos estão presentes (Durtschi *et al*. 2004).

No presente trabalho, as limitações poderão também estar relacionadas com o facto de não termos tido acesso aos dados detalhados das rubricas Volume de Negócios das empresas que apresentam maiores desvios em relação à Lei de Benford. Isto é, teria sido interessante aplicar a Lei de Benford aos registos mensais da rubrica Volume de Negócios, por empresa, e desta análise mais pormenorizada, concluir se as empresas continuavam a apresentar inconformidades.

Todavia, para podermos concluir sobre o motivo (erros, arredondamentos, duplicações ou fraude, etc) dos desvios teríamos de ter acesso, necessariamente, às transações e registos contabilisticos das empresas em análise, acesso esse reservados aos Audiores e Contabilistas das referidas empresas e aos Inspetores Tributários.

5.3.Sugestão de estudos futuros

Na presente dissertação concluímos que determinadas empresas pertencentes a diferentes grupos (CAE´s) da Indústria Transformadora apresentam, na sua rubrica Volume de Negócios de 2013, dígitos que não seguem a Lei de Benford, quando aplicado a estatística de teste Z.

Para dar continuidade ao estudo, sugere-se a desagregação da amostra, tendo em conta outras variáveis que permitam fazer a distinção entre perfis diferentes de empresas (dimensão, idade, localização, estrutura de governo, etc.).

Num outro possível estudo, seria interessante selecionar do ficheiro denominado SAFT-PT (obrigatório com a publicação do Decreto-Lei nº 198/2012, publicado a 24 de Agosto) as empresas indiciadas no presente trabalho e analisar se as respetivas faturações mensais (Volume de Negócios) de 2013, seguem, ou não, a Lei de Benford. Caso não sigam, tal reforça a indicação de que uma análise mais detalhada às contas e à realidade dessas empresas se impõe.

6. Referências Bibliográficas

American Institute of Certified Public Accounts (2015), Statement on Auditing Standards N.º 99, e N.º 56, "Considerations of Fraud in a Financial Statement Audit" e "AnalyticalProcedures",http://www.aicpa.org/research/standards/auditattest/pages/sas.aspx, acedido a 01 de setembro de 2015.

Asllani, A., & Naco, M. (2014) "Using Benford's Law for Fraud Detection in Accounting Practices ", *Journal of Social Science Studies,* Vol. 1, N 2, pp.129-143.

Benford, F. (1938), "The law of anomalous numbers", *Proceedings of the American Philosophical Society*, Vol. 78, N 4, pp. 551-572.

Boyle, J. (1994), "An application of Fourier series to the most significant digit problem", American Mathematical Monthly, Vol. 101, N 9, pp. 879-886.

Buescu, J. (2003), "A magia do primeiro algarismo", http://www.thinkfn.com/wikibolsa/A_magia_do_primeiro_algarismo, acedido a 09 de maio de 2015.

Carslaw, C. A. (1988), "Anomalies in income numbers: Evidence of goal oriented behavior", *Accounting Review,* Vol. 63, N 24, pp. 321-327.

Coderre, D. (1999), "Fraud Detection Using Digital Analysis", Vol. 27, N 3, pp. , 1-8.

Coderre, D. (2009), "*Fraud analysis techniques using ACL", John Wiley & Sons.*

Costa, J. I. D. F., & Santos, J. D. O. (2012), *Desenvolvimento de metodologias contabilométricas aplicadas a auditoria contábil digital: uma proposta de análise da lei de Newcomb-Benford para os Tribunais de Contas,* Dissertação, Universidade Federal de Pernambuco.

Das, S., & Zhang, H. (2003), "Rounding-up in reported EPS, behavioral thresholds, and earnings management", *Journal of Accounting and Economics*, Vol. 35, N 1, pp. 31-50.

Dos Santos, J., Diniz, J. A., & Corrar, L. J. (2005), "O Foco é a Teoria Amostral nos Campos da Auditoria Contábil Tradicional e da Auditoria Digital: testando a Lei de Newcomb-Benford para o primeiro dígito nas contas públicas", *BBR-Brazilian Business Review*, Vol. 2, N 1, pp. 71-89.

Drake, P. D., & Nigrini, M. J. (2000), "Computer assisted analytical procedures using Benford's law", *Journal of Accounting Education*, Vol. 28, N 2, pp. 127-146.

Durtschi, C., Hillison, W., & Pacini, C. (2004), "The effective use of Benford's law to assist in detecting fraud in accounting data", *Journal of forensic accounting*, Vol. 5, N 1, pp. 17-34.

Ferreira, M. J. M. (2013), *Lei de Benford e detecção de fraude contabilística: aplicação à indústria transformadora em Portugal*, Dissertação, Instituto Superior de Economia e Gestão.

Hill, T. P. (1995), "Base-invariance implies Benford's law", *Proceedings of the American Mathematical Society*, Vol. 123, N 3, pp. 887-895.

Internacional Federation of Accountants (2009), "Internacional Standard On Auditing 240, "The Auditor's Responsibilities Relating To Fraud In An Audit Of Financial Statements", http://www.ifac.org/system/files/downloads/a012-2010-iaasb-handbook-isa-240.pdf, acedido em 16 de agosto de 2015.

Internacional Federation of Accountants (2009), "Internacional Standard On Auditing 200, Overall Objectives Of The Independent Auditor And The Conduct Of An Audit In Accordance With International Standards On Auditing", http://www.ifac.org/system/files/downloads/a008-2010-iaasb-handbook-isa-200.pdf, acedido em 16 de agosto de 2015.

Internacional Federation of Accountants (2009), "Internacional Standard On Auditing 520, Analytical Procedures", http://www.ifac.org/system/files/downloads/a026-2010-iaasb-handbook-isa-520.pdf, acedido em 16 de agosto de 2015.

Johnson, G. C. (2009), "Using Benford's Law to Determine if Selected Company Characteristics are Red Flags for Earnings Management", *Journal of Forensic Studies in Accounting & Business*, Vol.1, Nº 2, pp. 39-65.

Jordan, C. E., Clark, S. J., & Hames, C. (2009), "Manipulating sales revenue to achieve cognitive reference points: An examination of large US public companies", *Journal of Applied Business Research* , Vol.25, Nº 2, pp.95-104).

Lagioia, U. C. T., de Araújo, I. J. C., de Figueiredo Alves Filho, B., Barros, M. A. B., & de Almeida Santos, S. G. O. (2011), "Aplicabilidade da Lei de Newcomb-Benford nas fiscalizações do imposto sobre serviços-ISS", *Revista Contabilidade & Finanças,* Vol.22, Nº 56, pp. 203-224.

Macedo, P. e Coelho, H. (2013), "A utilização de procedimentos analíticos na deteção de distorções das demonstrações financeiras provenientes de fraudes", http://www.otoc.pt/news/comcontabaudit/pdf/65.pdf, acedido a 05 de maio de 2015.

McClave, J., Benson, P. e Sincich, T. (2005), "Statistics for Business and Economics", Prentice Hall.

Nascimento, T. D., de Souza Filho, E. M., & Buscacio L. (2014), "Detecção de fraudes: o uso da lei de benford para avaliar dados educacionais e financeiros", XLVI Simpósio Brasileiro de pesquisa Operacional.

Newcomb, S. (1881), "Note on the frequency of use of the different digits in natural numbers", *American Journal of Mathematics*, Vol.4, Nº 1, pp. 39-40.

Nigrini, M. (2012), *Benford's Law: Applications for forensic accounting, auditing, and fraud detection,* John Wiley & Sons.

Nigrini, M. J. (1996), "A taxpayer compliance application of Benford's law", *The Journal of the American Taxation Association*, Vol.18, Nº 1,pp. 72.

Nigrini, M. J. (1999), "I've got your number", Journal of Accountancy, Vol.187, N.º 5, pp. 79-83.

Nigrini, M. J., & Mittermaier, L. J. (1997), "The use of Benford's law as an aid in analytical procedures", *Auditing*, Vol.16, N.º 2, pp. 52-67.

Normas Internacionais de Auditoria (ISAS) do International Auditing and Assurance Standards Board.

Santos, C. C. D. (2013), *Aplicação da Lei de Benford na auditoria: estudo de caso,* Dissertação, Escola Superior de Tecnologia e Gestão, Instituto Técnico de Leiria.

Santos, J. D., Ribeiro Filho, J. F., Lagioia, U., Alves Filho, B. F., & Araújo, I. J. C. D. (2009), "Aplicações da lei de Newcomb-Benford na auditoria tributária do imposto sobre serviços de qualquer natureza (ISS)", *Revista Contabilidade & Finanças*, Vol.20, N.º 49, pp. 63-78.

Silverstein S. (2014), "How Forensic Accountants Use Benford's Law To Detect Fraud", http://www.businessinsider.com/benfords-law-to-detect-financial-fraud-2014-12, acedido a 05 de maio de 2015.

Thomas, J. K. (1989), "Unusual patterns in reported earnings", *Accounting Review*, Vol.64, N.º 4, pp.773-787.

Van Caneghem, T. (2004), "The impact of audit quality on earnings rounding-up behaviour: some UK evidence", *European Accounting Review*, Vol. 13, N.º 4, pp. 771-786.

Watrin, C., Struffert, R., & Ullmann, R. (2008), "Benford's Law: an instrument for selecting tax audit targets?", *Review of managerial science*, Vol.2, N.º 3, pp. 219-237.