

Lotes Económicos de Produção

# Lot-Sizing Lotes Económicos de Produção

**Maria Antónia Carravilla**

**Agosto 1996**

## Lotes Económicos de Produção

1. LOTES ECONÓMICOS DE PRODUÇÃO (LOT-SIZING) .....	1
2. LOTEAMENTO POR QUANTIDADE E PERIODICIDADE ECONÓMICAS .....	2
2.1 <i>Quantidade económica</i> .....	2
2.2 <i>Periodicidade económica</i> .....	3
3. LOTEAMENTO POR MENOR CUSTO UNITÁRIO .....	4
4. LOTEAMENTO POR MENOR CUSTO TOTAL .....	6
5. HEURÍSTICA DE SILVER-MEAL.....	10

# 1. LOTES ECONÓMICOS DE PRODUÇÃO (LOT-SIZING)

A definição de lotes económicos de produção (ou de encomenda) consiste em fixar as quantidades a produzir (ou encomendar) em cada momento, recorrendo a critérios que podem ser justificados por razões de ordem prática ou, quando tal é possível, por razões de ordem económica.

## EXEMPLO

Produto X Prazo entrega =0	Semana												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Necessidades Líquidas	40	0	70	20	0	0	50	30	10	100	80	65	70
Ordens Programadas													
<b>caso 1</b>	40		70	20			50	30	10	100	80	65	70
<b>caso 2</b>	110			20			90			245			70
<b>caso 3</b>	50		60	50			50		50	60	80	65	70

**caso 1** ordens emitidas período a período, nas quantidades necessárias;

**caso 2** quantidades para cobrir os n períodos seguintes imediatos;

**caso 3** fixar uma quantidade mínima, e encomendar um montante para satisfazer o menor número de períodos consecutivos.

Quando se procuram critérios de ordem económica para fixação dos lotes económicos de produção, procura-se, sempre que possível, minimizar os custos globais num dado horizonte de planeamento. Estes custos estão associados ao lançamento de Ordens de Fabrico ou Encomenda, Armazenamento, Deterioração, etc.).

O cálculo dos valores óptimos só é possível através de procedimentos relativamente pouco eficientes (recorrendo por exemplo à programação dinâmica, como no caso do algoritmo de Wagner-Whitin). Na prática usam-se, por isso, algoritmos heurísticos (isto é, conjuntos de regras “inteligentes”) que, com um esforço computacional reduzido, produzem em geral soluções consideradas satisfatórias.

## 2. LOTEAMENTO POR QUANTIDADE E PERIODICIDADE ECONÓMICAS

### 2.1 Quantidade económica

A definição de lotes a partir da quantidade económica de encomenda baseia-se no modelo de Wilson, e considera o consumo médio por unidade de tempo

$$QE = \sqrt{\frac{2Ad}{c_2}}$$

onde:

$A$  - custo fixo de encomenda;

$d$  - taxa de procura (média);

$c_2$  - custo de posse por unidade de artigo e unidade de tempo.

#### EXEMPLO (cont.)

Considere-se um produto X, com uma taxa de procura média de 2000 unidades por ano, com um preço unitário de 500\$00, com um custo de posse por unidade de artigo e unidade de tempo ( $c_2$ ) de 125\$00. Considere-se ainda que a taxa de posse é de 25% ao ano e que o custo fixo de encomenda ( $A$ ) é de 900\$00.

Com os dados apresentados, obtém-se uma quantidade económica de encomenda  $QE = 170$ .

Observação: Nos períodos 4 a 7 verifica-se um excedente (desnecessário) de 40 unidades ( $170 - 40 - 70 - 20 = 40$ ). Esse facto indicia que este método apresenta grandes ineficiências quando a procura é irregular.

## 2.2 Periodicidade económica

Outro critério relacionado com este consiste em considerar a periodicidade económica, correspondente ao intervalo que, em média, é necessário para consumir a  $QE$ , isto é,

$$\frac{QE}{d}.$$

**No Exemplo:**

$$PE = \frac{170}{2000} = 0.085anos = 4.42 \text{ períodos (1ano=52 semanas)}$$

Cada ordem preenche as necessidades de um número inteiro de períodos próximo de  $PE$ , sendo menos gravosa a aproximação por excesso.

Não há, neste caso, lugar à ocorrência de excedentes, quando da chegada das novas ordens.

Produto X Prazo entrega =0	Semana												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Necessidades Líquidas	40	0	70	20	0	0	50	30	10	100	80	65	70
<b>QE</b>	170						170				170		170
<b>PE</b>	130						190				215		

### 3. LOTEAMENTO POR MENOR CUSTO UNITÁRIO

Em cada ordem de fabrico, procura-se minimizar os custos de lançamento e de posse (armazenamento) por unidade do artigo.

#### EXEMPLO (cont.)

Considere-se que o produto X tem um custo de posse por unidade e semana:

$$c_2 = \frac{125}{52} = 2\$40$$

Hipótese 1:

$Q_1$  cobre as necessidades do período 1, ( $Q_1=40$ ). Nesse caso o custo de lançamento por unidade será:

$$\text{Custo unitário de lançamento: } I = \frac{A}{Q_1} = \frac{900\$00}{40} = 22\$50$$

$$\text{Custo unitário de posse: } p = 0$$

$$\text{Custo unitário total: } I + p = 22\$50$$

Hipótese 2:

$Q_1$  cobre as necessidades dos períodos 1, 2 e 3, ( $Q_1=110$ ). Nesse caso o custo de lançamento por unidade será:

$$\text{Custo unitário de lançamento: } I = \frac{A}{Q_1} = \frac{900\$00}{110} = 8\$18$$

$$\text{Custo unitário de posse: } p = \frac{(110-40) \times 2 \times 2\$40}{110} = \frac{336}{110} = 3\$05$$

$$\text{Custo unitário total: } I + p = 11\$20$$

E analisando, de igual forma, as hipóteses de  $Q_1$  cobrir as semanas 1 a 4 e 1 a 7, obtêm-se os valores apresentados na tabela seguinte, onde o valor  $Q_1=130$ , que corresponde a  $Q_1$  cobrir as necessidades das semanas 1 a 4, dá origem ao menor custo (10\$60)

	Q <sub>1</sub>	l	p	l+p
1-1	40	22\$50	0	22\$50
1-3	110	8\$20	3\$10	11\$20
1-4	130	6\$90	3\$70	10\$60
1-7	180	5\$00	6\$70	11\$70

Usando o mesmo tipo de argumento para as semanas 7 a 11, obtêm-se os resultados apresentados na tabela seguinte, onde o valor  $Q_7=190$ , que corresponde a  $Q_7$  cobrir as necessidades das semanas 7 a 10, dá origem ao menor custo (9\$10)

	Q <sub>7</sub>	l	p	l+p
7-7	50	18\$00	0	18\$00
7-8	80	11\$30	0\$90	12\$20
7-9	90	10\$00	1\$30	11\$30
7-10	190	4\$70	4\$40	9\$10
7-11	270	3\$30	6\$00	9\$30

Finalmente, e efectuando cálculos semelhantes, obtém-se:  $Q_{11}=215$ .

Produto X Prazo entrega =0	Semana												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Necessidades Líquidas	40	0	70	20	0	0	50	30	10	100	80	65	70
<b>MCU</b>	130						190				215		

## 4. LOTEAMENTO POR MENOR CUSTO TOTAL

Procura-se, com este critério, minimizar os custos totais durante o horizonte de planeamento, tentando que cada lote seja tal que se verifique uma igualdade entre os custos de lançamento e os custos de posse (à semelhança do que acontece no óptimo do modelo de Wilson).

Para tal, determina-se o número económico de artigos-período  $n_e$  (isto é, o número de artigos a partir do qual vale a pena fazer uma encomenda no fim do período):

$$n_e = \frac{A}{c_2}$$

### EXEMPLO (cont.)

$$n_e = \frac{A}{c_2} = \frac{900}{125} = 7.2 \text{ peças ano} = 374 \text{ peças semana}$$

Deve procurar-se então que o trânsito de peças, em cada lote, perfaça, tanto quanto possível, 374 peças·semana.

Na tabela seguinte pode-se seguir o método de cálculo de  $Q_1$  (quantidade a encomendar no período 1):

Semana	Necessidades líquidas	Tempo de armazenamento			peças x semana	Acumulado
1	40	x	0	=	0	0
3	70	x	2	=	140	140
4	20	x	3	=	60	200
						(374)
7	50	x	6	=	300	500

$Q_1=180$  (cobrindo as semanas 1-7) conduz ao valor mais próximo do número económico de peças·semana (ainda que relativamente afastado deste valor).

Cálculo de  $Q_8$  (2º lote a chegar):



Semana	Necessidades líquidas	Tempo de armazenamento			peças x semana	Acumulado
8	30	x	0	=	0	0
9	10	x	1	=	10	10
10	100	x	2	=	200	210
						<b>(374)</b>
11	80	x	3	=	240	450

$$Q_8=220$$

Finalmente, obtém-se  $Q_{12}=135$  (nitidamente abaixo de  $n_e$ ).

Note-se que, segundo este procedimento, se fixa cada lote individualmente, sem ter em atenção o que se passa com lotes consecutivos. Este critério pode, por isso mesmo, ser melhorado através de “ajustamentos pontuais”, como se indica de seguida, no loteamento por “Menor Custo Total Ajustado” (MCTA).

#### EXEMPLO (cont.)

Considere-se, de novo, a solução obtida pelo método do Menor Custo Total (MCT):

$Q_1=180$ , que satisfaz o número de peças necessárias nos períodos 1 a 7.

$Q_8=220$ , que satisfaz o número de peças necessárias nos períodos 8 a 11.

As 50 unidades necessárias no período 7 são satisfeitas por  $Q_1$ , o que corresponde a um agravamento de  $50 \times 6 = 300$  peças·semana. Uma alternativa passaria por antecipar a ordem  $Q_8$  para o período 7.

$$Q_7=50+220=270 \text{ (em vez de } Q_8=220)$$

Esta antecipação corresponde por um lado a um agravamento de 220 peças·semana, mas por outro lado a um ganho de 300 peças·semana (50 unidades em  $Q_1$ )

Faz-se, portanto  $Q_1 = 130$  ao qual corresponde  $n_1 = 200$  e recomeça-se o processo relativamente a  $Q_7$  tal como se encontra representado na tabela seguinte:

Semana	Necessidades líquidas	Tempo de armazenamento			peças x semana	Acumulado
7	50	x	0	=	0	0
8	30	x	1	=	30	30
9	10	x	2	=	20	50
10	100	x	3	=	300	350

$Q_7=190$

Sendo, neste caso,  $n_7=350$ , valor que é bastante próximo do óptimo  $n_e=374$ .

Este tipo de análise seria prosseguido para os períodos seguintes, tentando a realização de transferências de quantidades num e noutro sentido.

Por exemplo, na semana 11, haveria vantagem em englobar as 80 unidades em  $Q_7$ ?

Uma tal transferência corresponde por um lado a um agravamento de  $4 \times 80 = 320$  peças·semana em  $Q_7$ , mas por outro lado a um ganho de 135 peças semana em  $Q_{11}$ , e torna-se por isso desinteressante.

Pelo contrário, retirar a semana 10 de  $Q_7$ , passando as 100 unidades para o lote seguinte ( $Q_{10}$ ) implica por um lado um agravamento de  $3 \times 100 = 300$  peças·semana em  $Q_7$ ·mas por outro lado corresponde a um ganho de 215 peças·semana em  $Q_{10}$ , tratando-se portanto de uma troca com saldo favorável.

Assim, o programa final: seria:  $Q_1=130$ ,  $Q_7=90$  e  $Q_{10}=315$  a que correspondem  $200+50+420=670$  peças·semana em oposição às 1020 peças·semana, com 3 ordens obtidas com o método do Menor Custo Total.

Na tabela seguinte apresentam-se as duas soluções (ignora-se aqui o que se passa para além do horizonte).

Produto X Prazo entrega =0	Semana												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Necessidades Líquidas	40	0	70	20	0	0	50	30	10	100	80	65	70

Lotes Económicos de Produção

<b>MCT</b>	180	220	135
<b>MCTA</b>	130	90	315

## 5. HEURÍSTICA DE SILVER-MEAL

O algoritmo heurístico de SILVER-MEAL selecciona a quantidade a produzir com base no custo global dividido pelo período ao qual se refere essa quantidade. Considera, por isso, a seguinte função (que se pretende minimizar) do custo total por unidade de tempo:

$$TRCUT(T) = \frac{(\text{custo de encomenda}) + (\text{custos de posse até ao fim do período } T)}{T}$$

onde T representa o número de períodos de tempo nos quais será utilizada a quantidade encomendada.

O pressuposto fundamental da heurística é que a função TRCUT(T) é bem comportada, no sentido em que, ao serem percorridos os diferentes valores de T, se se observar um crescimento no valor da função, então os valores seguintes deverão continuar a crescer. Isto é, uma tal situação corresponderá a ter sido atingido o mínimo da função TRCUT(T), ou seja, a ter sido definido um valor para o lote de produção [a prática demonstra que esta hipótese é razoável].

### EXEMPLO (cont.)

Apresenta-se a seguir o cálculo de  $Q_1$  (quantidade a encomendar no período 1):

T=1	$Q_1=40$	$TRCUT(1)=(900\$00+0\$00)/1$	=900\$00
T=3	$Q_1=110$	$TRCUT(3)=(900\$00+(2 \times 70) \times 2\$40)/3$	=412\$00
T=4	$Q_1=130$	$TRCUT(4)=(900\$00+(2 \times 70+3 \times 20) \times 2\$40)/4$	=345\$00
T=7	$Q_1=180$	$TRCUT(7)=(900\$00+(2 \times 70+3 \times 20+6 \times 50) \times 2\$40)/7$	=300\$00
T=8	$Q_1=210$	$TRCUT(8)=(900\$00+(2 \times 70+3 \times 20+6 \times 50+7 \times 30) \times 2\$40)/8$	=325\$50

Pelo que se selecciona o valor T=7, correspondente a  $Q_1=180$ .

Para ilustrar como se efectuaram estes cálculos, considere-se T=4:

Ao custo de encomenda (900\$00), são acrescentados custos de posse referentes a 70 unidades do produto, que permanecem 2 semanas em stock (até serem consumidas na semana 3), e a 20 unidades que permanecem 3 semanas em stock (até serem consumidas na semana 4) dividindo-se o resultado pelo número de semanas considerado, isto é 4.

Cálculo de Q<sub>8</sub> (quantidade a encomendar no período 8):

T=1	Q <sub>8</sub> =30	TRCUT(1)=(900\$00+0)/1	=900\$00
T=2	Q <sub>8</sub> =40	TRCUT(2)=(900\$00+ (1x10)x2\$40)/2	=462\$00
T=3	Q <sub>8</sub> =140	TRCUT(3)=(900\$00+(1x10+2x100)x2\$40)/3	=468\$00

Pelo que se selecciona o valor T=2, correspondente a Q<sub>8</sub> = 40.

Cálculo de Q<sub>10</sub> (quantidade a encomendar no período 10):

T=1	Q <sub>10</sub> =100	TRCUT(1)=(900+0)/1	=900\$00
T=2	Q <sub>10</sub> =180	TRCUT(2)=(900+(1x80)x2\$40)/2	=546\$00
T=3	Q <sub>10</sub> =245	TRCUT(3)=(900+(1x80+2x65)x 2\$40)/3	=468\$00
T=4	Q <sub>10</sub> =315	TRCUT(4)=(900+(1x80+2x65+3x70)x2\$40)/4	=477\$00

Pelo que se selecciona o valor T=3, correspondente a Q<sub>10</sub>=245.

E, finalmente, será Q<sub>13</sub>=70.

Produto X Prazo entrega =0	Semana												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Necessidades Líquidas	40	0	70	20	0	0	50	30	10	100	80	65	70
<b>Silver Meal</b>	180							40		245			70