

Caracterización de la fractura de juntas adhesivas en modo mixto I+II utilizando un aparato para mezcla de modos.

Mixed-Mode I+II Fracture Characterization Of Bonded Joints Using A Multi-Mode Apparatus

F.J.P. Chaves ¹, L.F.M. da Silva ², M.F.M. de Moura ² and D. Dillard³

¹ IDMEC- Pólo FEUP, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Rua Dr. Roberto Frias, 4200-465 Porto, Portugal chaves.filipe@fe.up.pt

² DEMec, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Rua Dr. Roberto Frias, 4200-465 Porto, Portugal, lucas@fe.up.pt, mfmoura@fe.up.pt

³ Engineering Science and Mechanics Department, Virginia Tech, Blacksburg, VA 24061 dillard@vt.edu

Abstract (Resumen).

The present work is dedicated to the development and design of a load jig inspired in the proposed solution by Fernlund and Spelt in order to characterize fracture of bonded joints under mixed-mode I+II loading. The jig allows for easy alteration of the mode-mixity and permits covering the full range of mixed-mode I+II combinations. A data reduction scheme based on specimen compliance, beam theory and crack equivalent concept is proposed to overcome several difficulties inherent to the test analysis. The development was based in a design methodology using numerical validation based on experimental data obtained with a Dual Loading Frame from Virginia Tech. This methodology is presented and then validated with the experimental application of the jig.

Este trabajo está dedicado a la elaboración y diseño de un aparato inspirado en la solución propuesta por Fernlund y Spelt para caracterizar la fractura de las uniones adhesivas bajo aplicaciones de cargas en modo mixto I + II . El aparato permite una fácil variación del modo de mezcla y cubre todo el rango de combinaciones posibles (I y II).

Además, se propone un procedimiento para tratamiento de datos en función del tamaño de grieta, basado en la teoría de la viga y el concepto de grieta equivalente, superando varias dificultades inherentes a los ensayos realizados. El desarrollo se basa en una metodología de diseño mediante la validación numérica basada en datos experimentales obtenidos con un equipo de ensayo de doble acción en Virginia Tech. Esta metodología se presenta a continuación, y está validada con la aplicación experimental del aparato.

INTRODUCCIÓN

Las uniones adhesivas se están aplicando cada vez más en las estructuras de riesgo, como es el caso de las industrias de construcción, automoción, aeronáutica entre otras. La predicción de la fuerza basada en análisis del estrés no es adecuado en la presencia de singularidades, porque estas se producen con frecuencia en las uniones adhesivas. Como resultado, el desarrollo de criterios de diseño sofisticados, incluyendo el análisis del daño progresivo, es de importancia fundamental. En este contexto, la modelación con elementos cohesivos combinando criterios de estrés para simular la iniciación del daño y fractura adquiere especial relevancia [1-5]. Estos criterios (basados en la mecánica de la fractura) requieren caracterización previa de las ligaciones bajo cargas de modo mixto, ya que las uniones adhesivas en aplicaciones reales a menudo experimentan estas situaciones. El objetivo de este trabajo es desarrollar un nuevo aparato para modo mixto inspirado en el aparato desarrollado por Fernlund y Spelt [6].

METODOLOGÍA

Fue implementada una metodología de diseño basada en la simulación del esquema de aplicación de cargas del aparato comparando con los datos obtenidos experimentalmente. El aparato es compuesto principalmente por dos vigas rígidas conectadas entre sí y a la muestra, así como a una placa base (Figura 1). Las diferentes geometrías del aparato pueden lograrse mediante la alteración de las cuatro distancias, S1 - S4, variando de este modo la mixicidad de la carga inducida [6].

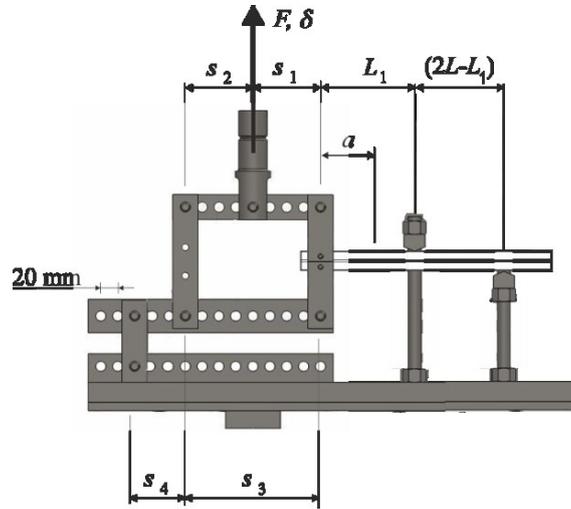


Figura 1. Aparato para experimentos en modo mixto.

Esto se puede explicar porque cambiando las distancias mencionadas (S1 - S4) se obtendrá diferentes cargas, F1 y F2, aplicadas a los brazos superior e inferior, respectivamente. La Figura 2 muestra las probetas sometidas a este ensayo asociadas con el punto de aplicación de la carga (F1 y F2). El aparato también permite la realización de pruebas de modos puros, es decir, *Doble Cantilever Beam* (DCB) para el modo I y la flexión con *End-Notched Flexure* (ENF) para el modo II. Creando así una herramienta versátil para la completa caracterización de la fractura.

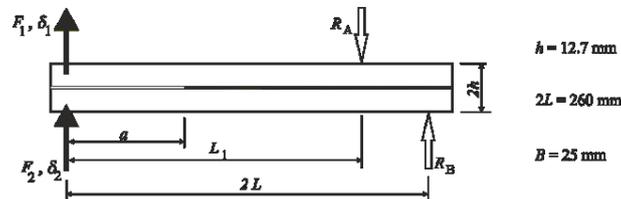


Figura 2. Representación de la muestra con dimensiones (B es la anchura)

Las diferentes piezas fueron modeladas y ensambladas utilizando SolidWorks®, que proporciona un primer enfoque de simulación usando los resortes y los conectores para emular el adhesivo. Esta simulación fue comparada con los resultados obtenidos utilizando elementos cohesivos dentro de ABAQUS®. Finalmente, la combinación de estos resultados ha sido comparada con los resultados experimentales obtenidos anteriormente, tal como se muestra en la Figura 3. En otras palabras, fueron comparados las piezas y ensamblajes con el tratamiento de datos y resultados experimentales apoyados por la simulación.

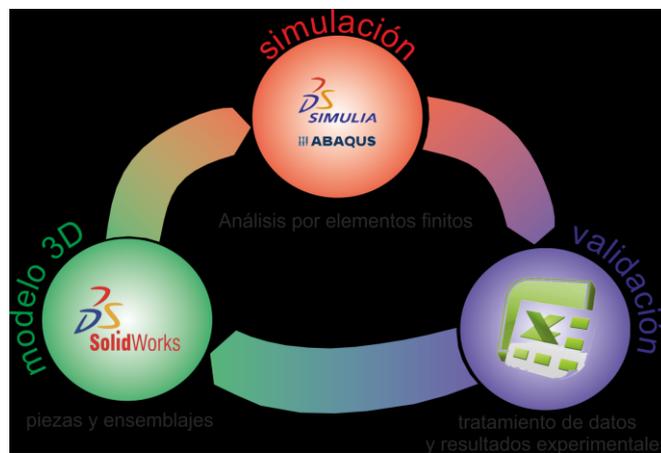


Figura 3. Metodología de diseño.

SIMULACIÓN DEL ADHESIVO

SolidWorks® y ABAQUS® fueron utilizados para simular el aparato de carga y el comportamiento adhesivo de la probeta. El aparato fue modelado en Solidworks®, ya que permite un trabajo más fácil en el diseño de piezas y ensamblajes 3D. Además, este software no requiere hardware de alto nivel y permite tiempos de procesamiento rápidos. Sin embargo, el complemento de simulación para SolidWorks® no contempla elementos cohesivos, preferidos para simular numéricamente el comportamiento adhesivo. En su lugar, se utilizan elementos de resorte para simular el comportamiento adhesivo. Para determinar la constante del resorte [k] las simulaciones hechas con elementos cohesivos de ABAQUS® se compararon con resortes modelados

en SolidWorks[®], obteniendo el comportamiento perfecto como se muestra en la Figura 4.

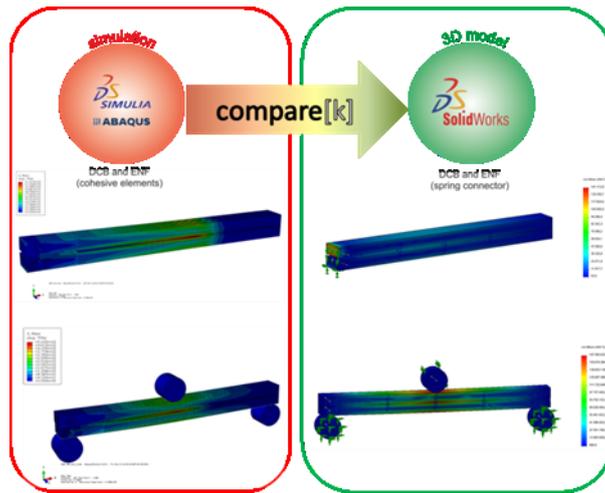


Figura 4. Comparación entre los modelos de ABAQUS[®] y SolidWorks[®].

En las simulaciones de SolidWorks[®] fueron utilizados elementos tetraédricos parabólicos 3D con 4 puntos de Gauss. La malla se perfecciona con la proporción y el número de puntos de Gauss y es optimizada con elementos tetraédricos uniformes con bordes iguales. SolidWorks[®] verifica la proporción perfecta de cada elemento garantizando la calidad de la malla. La Tabla 1 muestra las características de malla para simulaciones de SolidWorks[®].

Tabla 1. Características de la malla de Solidworks[®]

Mesh type	Solid Mesh
Mesher Used:	Curvature based mesh
Jacobian points	4 Points
Max. element size	7.21293 mm
Min. element size	1.44259 mm

Mesh Quality	High
--------------	------

El tamaño del problema en Solidworks[®] se muestra en la tabla 2 para el DCB y la tabla 3 para ENF.

Tabla 2. Simulación DCB en Solidworks[®].

Total Nodes	24264
Total Elements	14980
Maximum Aspect Ratio	4.1124
% of elements with Aspect Ratio < 3	99.4
% of elements with Aspect Ratio > 10	0
% of distorted elements (Jacobian)	0

Tabla 3. Simulación ENF en Solidworks[®].

Total Nodes	17909
Total Elements	10478
Maximum Aspect Ratio	4.0217
% of elements with Aspect Ratio < 3	97.7
% of elements with Aspect Ratio > 10	0
% of distorted elements (Jacobian)	0

El comportamiento del adhesivo se simuló con ABAQUS[®] utilizando elementos C3D8R para los adherentes y COH3D8 para los elementos cohesivos. C3D8R es un elemento lineal de integración reducida apropiado para los materiales de comportamiento elástico lineales, tales como el acero. Para obtener una previsión sobre cómo se propagan las grietas de una malla fina, el elemento de cohesión (COH3D8) es uno de los más adecuados. Este elemento de cohesión se gobierna por una ley de separación de tracción bi-lineal, como se muestra en la figura 5 con los parámetros de daño definidos para Araldite[®] 2015 en la Tabla 4. El tamaño del problema en ABAQUS[®] se

muestra en la tabla 5 para el DCB y la tabla 6 para los ENF. La simulación de ENF requiere más nodos, ya que define el contacto con los rodillos de carga.

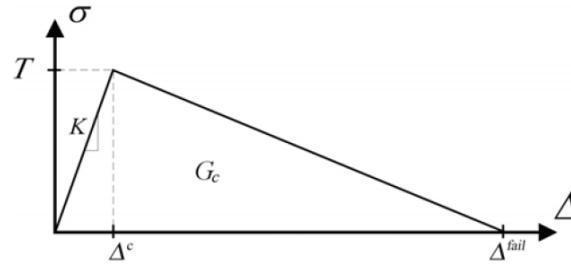


Figura 5. Ley de separación de tracción bi-lineal.

Tabla 4. Parametros de la ley cohesiva.

<i>Quads Damage</i>	
Nominal Stress Normal-tension	21.64 Mpa
Nominal Stress 1 st direction	17.9 MPa
Nominal Stress 2 nd direction	17.9 MPa
<i>Damage Evolution</i>	
Normal Fracture Energy	0.43 N/m
Shear Fract. Energy 1 st Direction	4.7 N/m
Shear Fract. Energy 2 nd Direction	4.7 N/m

Tabla 5. Simulación DCB en ABAQUS® .

Número de nodos	100624
Número de nodos definidos por el usuario	100624
Número de elementos	87750
Número de elementos definidos por el usuario	87750
Número de variables en el modelo	301872

Tabla 6. Simulación ENF en ABAQUS® .

Número de nodos	92199
Número de nodos definidos por el usuario	86547
Número de elementos	79380
Número de elementos definidos por el usuario	76551
Nodos internos generados por el programa	5652
Elem. internos generados para el contacto	2826
Número de variables en el modelo	268128

El material para los sustratos utilizados en SolidWorks® y ABAQUS® es un acero de alta calidad con propiedades tal como se definen en la tabla 7.

Tabla 7. Propiedades del acero utilizado en los sustratos y base del aparato.

<i>AISI P20</i>	
Hardness (HB)	290/330
Yield Stress (MPa)	640
Ultimate Fracture Stress (MPa)	993
<i>DIN CK 45</i>	
Hardness (HB)	170
Yield Stress (MPa)	323
Ultimate Fracture Stress (MPa)	578

Los resultados obtenidos a partir de simulaciones en ABAQUS® ya se han comparado y validado con los resultados experimentales en un trabajo previo realizado por Da Silva et al. [7]. Utilizando estos resultados, se ajustó la constante del resorte [k] por comparación con una simulación de DCB y

otra de ENF como se ve en la Figura 6 con una rigidez normal de 400 N/m, la rigidez tangencial de 4,000 N/m y una fuerza de tensión de pre-carga de 300 N.

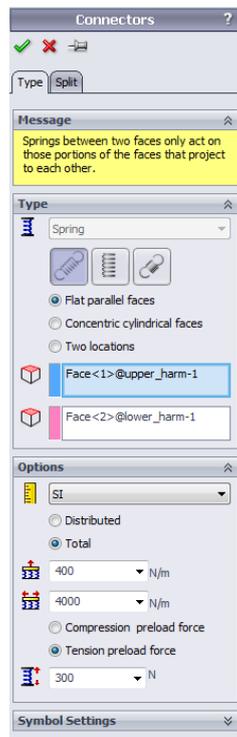


Figura 6. Definición de los conectores de resorte (spring connector) en SolidWorks®.

ANÁLISIS NUMÉRICO

Muestras DCB y ENF se utilizaron dentro del aparato ensamblado en SolidWorks® para optimizar el diseño de los diferentes componentes mecánicos, teniendo en cuenta las diferentes condiciones de carga y respetando los valores máximos del criterio de Von Mises para las tensiones resultantes.

Algunos ejemplos de este trabajo se pueden ver en las figuras 7 y 8. La figura 7 muestra el conector al equipo de ensayo con el grafico de los resultados de tensiones (izquierda) y desplazamientos (derecha).

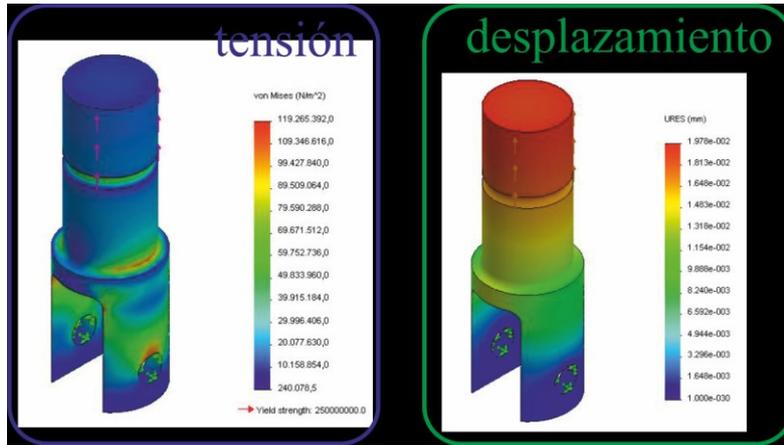


Figura 7. Tensión y desplazamiento para el conector al equipo de ensayo.

La base del aparato que soporta el peso del dispositivo se muestra en la Figura 8.

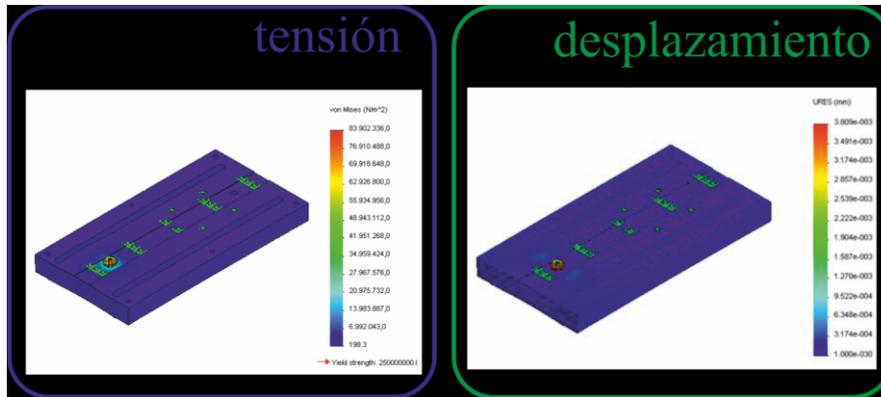


Figura 8. Tensión y desplazamiento para la base del aparato.

Mediante el análisis de la tensión y desplazamiento de los valores obtenidos, cada componente se ha optimizado en términos de geometría y material, tratando de obtener la solución menos costosa sin comprometer la rigidez

del conjunto y evitando la plasticidad. Por ejemplo, la base fue fabricada con un acero menos dispendioso (DIN CK 45) para reducir los costes de producción y de material, mientras que el conector a la máquina universal se optimizó geométricamente utilizando un acero de alto grado y más oneroso (AISI P20) con propiedades definidas en la Tabla 7. Cada parte se simuló individualmente y luego dentro del conjunto para validar los resultados globales utilizando un método iterativo como se muestra en la Figura 3.

METODOLOGIA PARA TRATAMIENTO DE DATOS

Después de la fase de optimización del diseño con la geometría del aparato totalmente definido, fue posible simular el comportamiento utilizando diferentes leyes cohesivas para obtener una envolvente de fractura numérica que permita comparar con los resultados de los experimentos. Una metodología para el tratamiento de datos también fue desarrollada para mejorar el procedimiento de los experimentos. Los métodos clásicos para tratamiento de datos son basados en la calibración de la rigidez y las teorías de la ménsula. En general se basan en la medida de la grieta durante su propagación. Sin embargo, existen dos limitaciones relacionadas con este aspecto. Primero esta tarea no es fácil de llevar a cabo con la precisión requerida, en especial en los casos en que predomina el modo II, ya que las superficies de cada viga permanecen en contacto durante su propagación. La segunda limitación se refiere a la disipación de energía en la zona de proceso de fractura (FPZ) por delante de la punta de la grieta, que puede ser no despreciable como es el caso en los adhesivos con un comportamiento inelástico.

Un procedimiento alternativo basado en un concepto de grieta equivalente se puede utilizar con ventajas notables [4]. El método propuesto se basa en la teoría de vigas de Timoshenko y utiliza el ancho de la muestra actual para estimar una grieta equivalente durante el ensayo. Este método se basa en las cargas F_1 , F_2 calculadas a partir de la célula de carga como se explica por Fernlund [6] y los desplazamientos δ_1 , δ_2 obtenidos a partir de dos LVDT (Transformador Diferencial Variable Lineal) como se muestra en la Figura 2 y se explica en la Figura 9 en detalle.

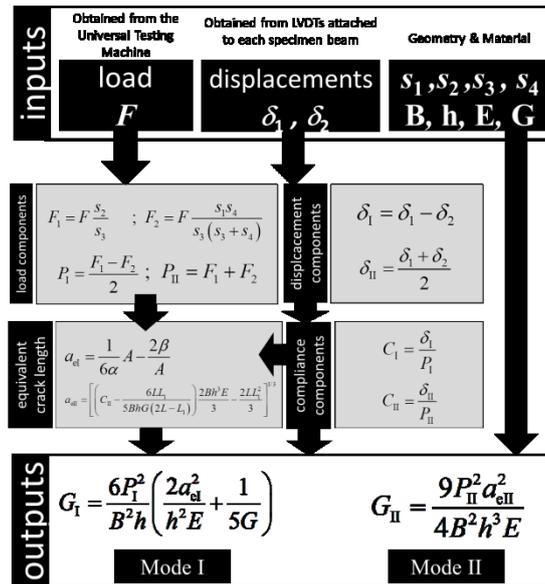


Figura 9. Metodología para el tratamiento de datos.

Para validar la metodología propuesta, siete escenarios se consideraron en el rango G_I - G_{II} , incluidos los casos de modo puro. La mezcla de modos (I+II) entre diferentes escenarios (Tabla 8) se cambió mediante la variación de las distancias s_1 - s_4 (tal como se define en la Figura 1).

Tabla 8. Diferentes escenarios para el cálculo de la envolvente de fractura.

Escenarios	geometría del aparato (s_1 - s_4)			
	s_1 (mm)	s_2 (mm)	s_3 (mm)	s_4 (mm)
P1	100	40	140	-60
P2	120	40	160	-120
P3	40	120	160	40
P4	60	80	140	60
P5	60	80	140	120
P6	40	40	80	100
P7	100	40	140	80

El método clásico de calibración de la rigidez (Compliance Calibration Method - CCM) también se aplicó a los resultados numéricos para validar el método propuesto (Compliance Based Beam Method - CBBM). Este método es fácil de aplicar numéricamente, ya que el tamaño de la grieta puede ser monitoreada numéricamente con facilidad al contrario de lo experimental. Utilizando la ecuación de Irwin-Kies, G_T será:

$$G_T = \frac{F_1^2}{2B} \frac{dC_1}{da} + \frac{F_2^2}{2B} \frac{dC_2}{da} \quad (1)$$

Las diferentes leyes cohesivas utilizadas para las simulaciones fueron la ley lineal definida en la ecuación 2 y la ley cuadrática definida por la ecuación 3

$$\left(\frac{G_I}{G_{Ic}} \right) + \left(\frac{G_{II}}{G_{IIc}} \right) = 1 \quad (2)$$

$$\left(\frac{G_I}{G_{Ic}} \right)^2 + \left(\frac{G_{II}}{G_{IIc}} \right)^2 = 1 \quad (3)$$

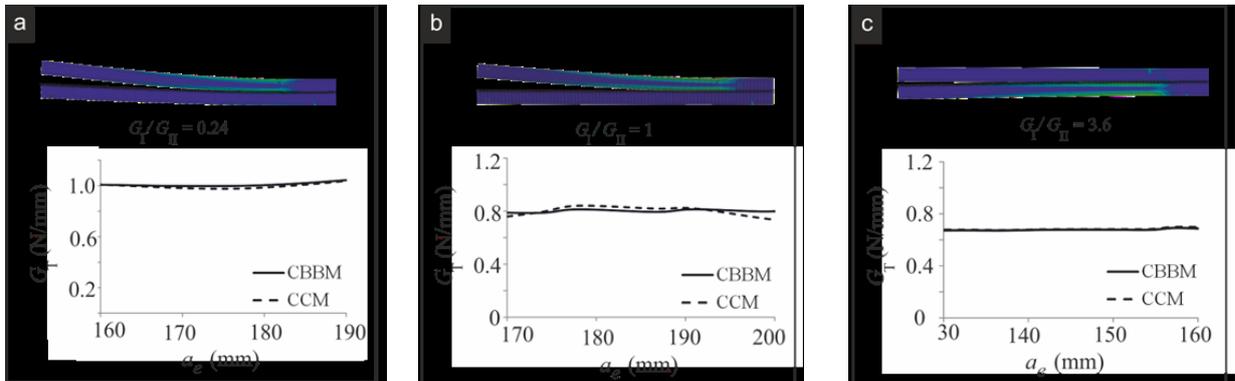


Figura 10. Gráficos de $G_T = f(a_e)$ curvas obtenidas con el CCM y con el CBBM para $G_I/G_{II}=0.24$ (escenario P7) ; $G_I/G_{II}=1$ (escenario P4) and $G_I/G_{II}=3.6$ (escenario P1).

Las curvas de $G_T = f(a_e)$ obtenidas por el CCM y el CBBM se representan gráficamente en la Figura 10, teniendo en cuenta los tres casos representativos de mezcla de modos (modo I + modo II), para la longitud de grieta equivalente. Aunque el CCM es una función de a , se utilizó el a_e para proporcionar una mejor comparación entre los dos métodos. Se puede concluir que ambos métodos proporcionan resultados que congruentes validando la metodología propuesta (CBBM). Las curvas R se obtuvieron también para las combinaciones de modo mixto restantes. El principal objetivo fue verificar si el criterio energético lineal considerado en las simulaciones numéricas se reproduce fielmente al aplicar el esquema propuesto de tratamiento de datos, es decir, la carga aplicada P y los desplazamientos resultantes de cada brazo, δ_1 y δ_2 . Con este objetivo, los valores del “plateau” de las curvas R están presentados en el gráfico de la envolvente G_I-G_{II} (Figura 11) y se compararon con la línea recta que representa el criterio de energía lineal (ecuación 2). Un procedimiento similar fue seguido utilizando el criterio cuadrático (ecuación 3) y teniendo en cuenta los mismos siete escenarios (Tabla 8). La buena concordancia obtenida para ambos criterios demuestra que el modelo propuesto puede ser aplicado con éxito y el método de tratamiento de datos es sencillo para la caracterización de la fractura en modo mixto (I + II).

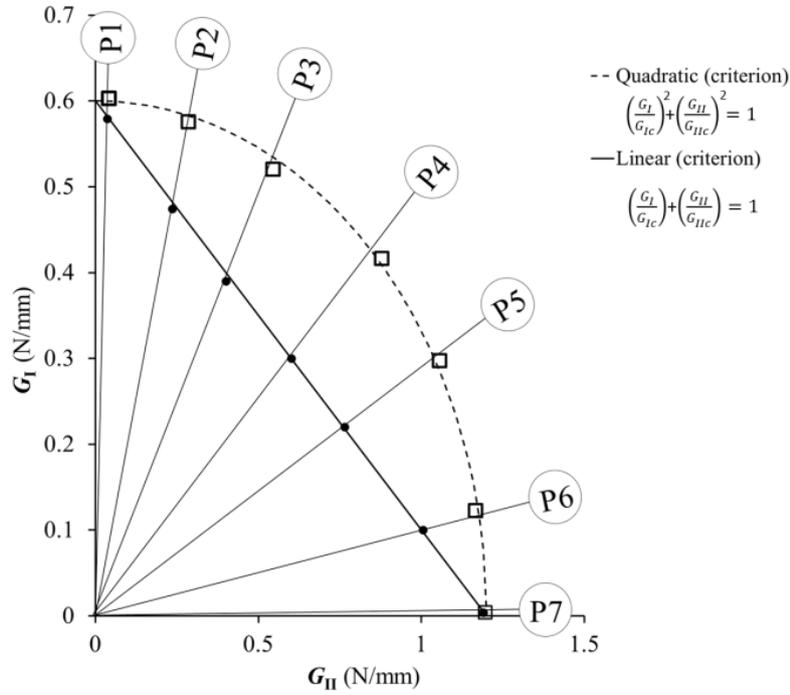


Figura 11. Envoltura de fractura para los siete escenarios considerando el criterio lineal (●) y cuadrático (◻).

Para calcular estas simulaciones se usó un adhesivo con propiedades distintas, que se muestran en la Tabla 9 .

Tabla 9. Propiedades del adhesivo.

<i>Propiedades del adhesivo</i>	
Normal Fracture Energy	0.6 N/m
Shear Fract. Energy 1 st Direction	1.2 N/m
Shear Fract. Energy 2 nd Direction	1.2 N/m

RESULTADOS DE LOS EXPERIMENTOS

Después de acoplar el aparato en el equipo de ensayo, fue posible realizar varios ensayos para validar el diseño y el método de tratamiento de datos.

Tres combinaciones para las dimensiones s_1 - s_4 se ensayaron. La primera fue para obtener modo I, $s_1 = 40$ mm, $s_2 = 120$ mm, $s_3 = 160$ mm y $s_4 = -120$ mm, y la otra combinación fue definida para obtener predominantemente modo I, $s_1 = 60$ mm, $s_2 = 100$ mm, $s_3 = 160$ mm y $s_4 = 80$ mm con $\psi = 20^\circ$ y la tercera configuración para obtener un modo II predominante con $\psi = 85^\circ$, $s_1 = 80$ mm, $s_2 = 60$ mm, $s_3 = 140$ mm y $s_4 = 100$ mm. El ángulo de fase nominal ψ , tal como se define por Fernlund y Spelt [6] es también un valor importante y ayuda a discriminar cada caso de aplicación de la carga. Este es definido por:

$$\psi = \arctan\left(\sqrt{G_{II}/G_I}\right); \quad \psi = \arctan\left[\frac{\sqrt{3}\left(\frac{F_1}{F_2}+1\right)}{2\left(\frac{F_1}{F_2}-1\right)}\right] \quad (16)$$

La curva carga vs. desplazamiento (F- δ) obtenida a partir del equipo de ensayo universal y también los desplazamientos (δ_1 y δ_2) registrados por los LVDT en la primera configuración ($S_1 = 40$ mm, $S_2 = 120$ mm, $s_3 = 160$ mm y $s_4 = -120$ mm) se muestran en el gráfico de la Figura 11. Usando estos datos para calcular la tasa de liberación de energía, posibilita el cálculo de la curva-R para este caso de carga como se muestra en la Figura 12. El ángulo de fase nominal de carga ψ para este caso es 0° .

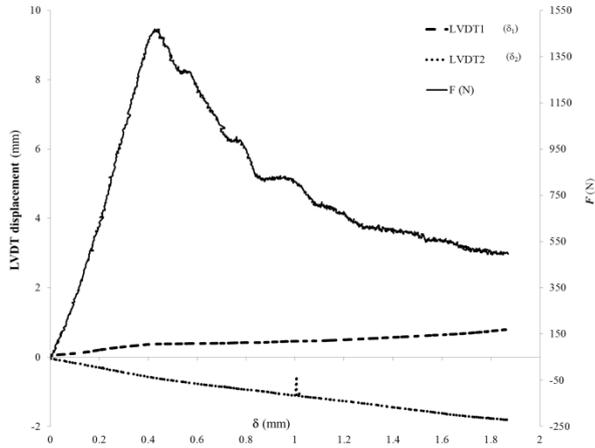


Figura 11. Curva de carga vs. desplazamiento y desplazamiento de los LVDT para la combinación del modo I puro ($s_1=40$ mm , $s_2=120$ mm , $s_3=160$ mm and $s_4 = -120$ mm), $\psi = 0^\circ$.

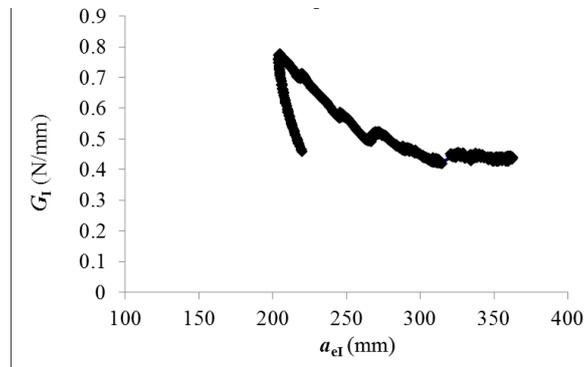


Figura 12. Curva de tasa de liberación de energía de fractura R para la primera combinación (modo I puro, $s_1=40$ mm , $s_2=120$ mm , $s_3=160$ mm and $s_4 = -120$ mm).

La tasa de liberación de energía calculada para este experimento está representada en la figura 12 y muestra un efecto contundente causado por la punta redonda de la fisura inicial, y luego se estabiliza en un “plateau” cerca de 0.438 N / mm para la tasa de liberación de energía en modo I, G_I . Este valor coincide con trabajos publicados anteriormente por da Silva et al. [7] y Campilho, Moura et al. [5].

La curva de carga vs. desplazamiento (F - δ) para la segunda combinación, ($s_1 = 60$ mm, $s_2 = 100$ mm, $s_3 = 160$ mm y $s_4 = 80$ mm) y los desplazamientos (δ_1 y δ_2) registrados por los LVDT se muestran en la Figura 13. El ángulo de fase nominal de carga ψ para este caso es de 20° .

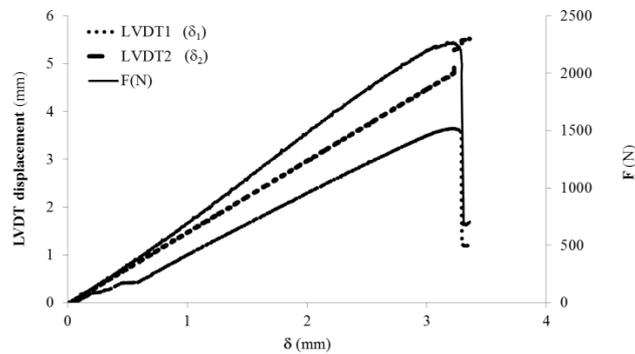


Figura 13. Curva de carga vs. desplazamiento y desplazamiento de los LVDT para la segunda combinación ($s_1=60$ mm , $s_2 =100$ mm , $s_3=160$ mm and $s_4 = 80$ mm), $\psi = 20^\circ$.

Las curvas R resultantes para el modo I y modo II se representan gráficamente en la Figura 14.

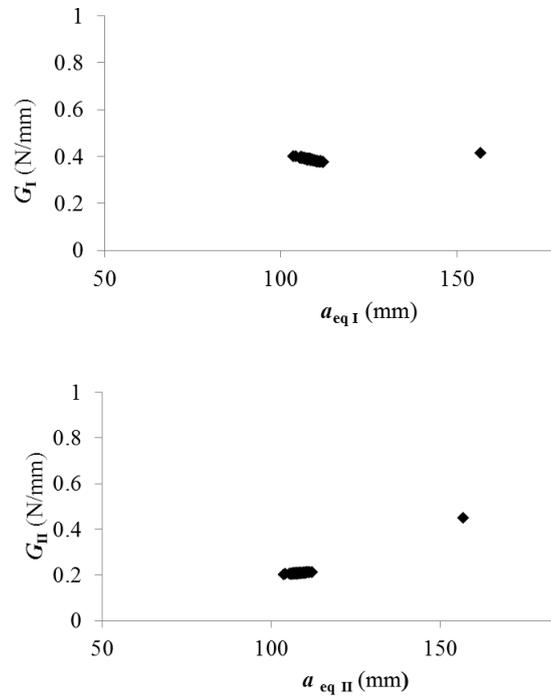


Figura 14. Curva de tasa de liberación de energía de fractura R para la segunda combinación, modo I (por encima) y modo II (abajo) ($s_1=60$ mm , $s_2=100$ mm , $s_3=160$ mm and $s_4=80$ mm).

La figura 14 (en la parte superior) muestra un “plateau” cerca de 0.382 N / mm para la tasa de liberación de energía en modo I, G_I y otro “plateau” cerca de 0,22 N / mm para la tasa de liberación de energía en modo II, G_{II} (abajo). Esto está de acuerdo con un modo I predominante.

Para la tercera combinación ($s_1=80$ mm, $s_2=60$ mm, $s_3=140$ mm y $s_4=100$ mm), la curva de carga vs. desplazamiento ($F-\delta$) y los desplazamientos (δ_1 y δ_2) registrados por los LVDTs, se muestran en la Figura 15. El ángulo de fase nominal de carga ψ para este caso es 85 °.

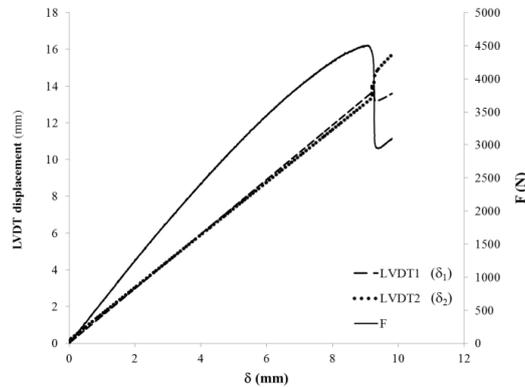


Figura 15. Curva de carga vs. desplazamiento y desplazamiento de los LVDT para la tercera combinación ($s_1=80$ mm , $s_2=60$ mm , $s_3=140$ mm and $s_4=100$ mm), $\psi = 85^\circ$.

Calculando estos datos con el método propuesto para el tratamiento de datos, nos permite obtener las curvas R para el modo I y modo II que se representan gráficamente como se muestra en la Figura 16.

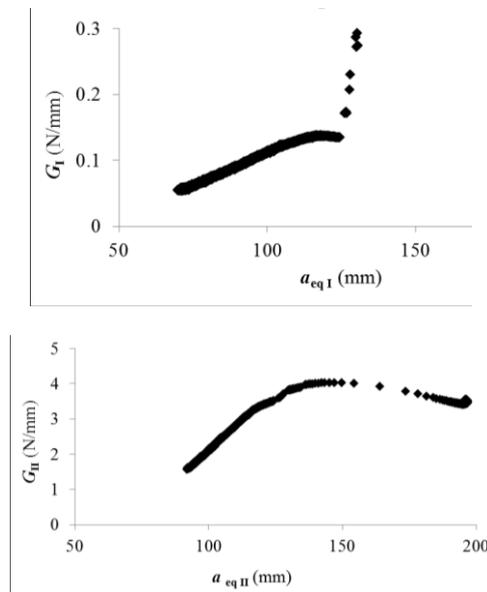


Figura 16. Curva de tasa de liberación de energía de fractura, R para la tercera combinación, modo I (por encima) y modo II (abajo) ($s_1=80$ mm , $s_2=60$ mm , $s_3=140$ mm and $s_4=100$ mm).

La figura 16 (en la parte superior) muestra un “plateau” cerca de 0,13 N/mm para tasa de liberación de energía del modo I, G_I , y otro “plateau” cerca de 3,42 N/mm para la tasa de liberación de energía de modo II, G_{II} (abajo). El valor más elevado para G_{II} está de acuerdo con un modo II predominante como se esperaba.

Utilizando la información anterior, es posible obtener una envolvente de fractura con estos tres puntos de la tasa de liberación de energía en modo I (G_I) y modo II (G_{II}) para cada combinación, como demostrado en la Figura 19.

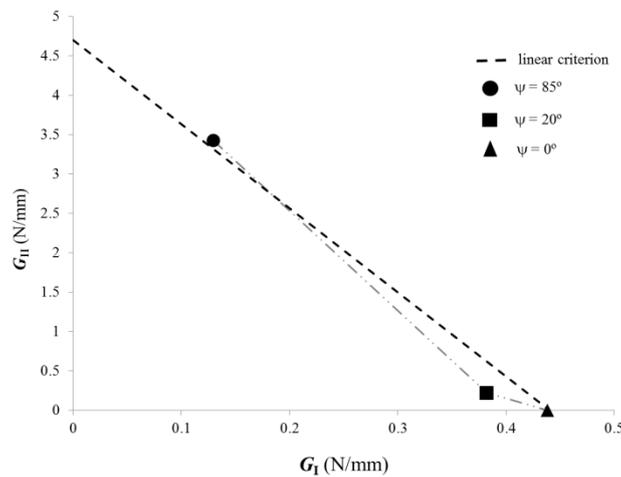


Figura 17. Envolvente de fractura para las tres combinaciones ($\psi = 85^\circ$, $\psi = 20^\circ$ and $\psi = 0^\circ$).

Esta envolvente de fractura muestra un posicionamiento relativo correcto para cada experimento y una correspondencia moderada con el criterio lineal como definido en la ecuación 2.

CONCLUSIONES

El desarrollo del aparato de prueba para la evaluación de la fractura en modo mixto I + II de las uniones adhesivas ha beneficiado de una metodología de diseño basada en simulación numérica usando análisis de

elementos finitos. Esta metodología permite la validación antes de la fabricación, evitando errores y también permite la optimización de los materiales y la geometría de las piezas.

Mientras recorría la etapa de simulación también se ha desarrollado un esquema para tratamiento de datos que mejora la eficiencia del experimento, beneficiando de la misma metodología de diseño. Este esquema de tratamiento de datos primero se validó con los resultados numéricos y después con los resultados experimentales, reportando buenos resultados.

El aparato fue fabricado y utilizado para obtener resultados experimentales que confirman su idoneidad y su novedad para la evaluación de modo mixto de las uniones adhesivas. Esto permitió validar el sistema de tratamiento de datos y obtener una envolvente de fractura completa.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer a la "Fundação Luso-Americana para o Desenvolvimento" (FLAD) por el apoyo a través del proyecto 314/06, 2007 y el Instituto de Ingeniería Mecánica (IDMEC).

BIBLIOGRAFÍA

1. Yang, Q.D. and M.D. Thouless, Mixed-mode fracture analyses of plastically-deforming adhesive joints. *International Journal of Fracture*, 2001. 110(2): p. 175-187.
2. Blackman, B.R.K., et al., The use of a cohesive zone model to study the fracture of fibre composites and adhesively-bonded joints. *International Journal of Fracture*, 2003. 119(1): p. 25-46.
3. Andersson, T. and U. Stigh, The stress-elongation relation for an adhesive layer loaded in peel using equilibrium of energetic forces. *International Journal of Solids and Structures*, 2004. 41(2): p. 413-434.

4. de Moura, M.F.S.F. and J.A.G. Chousal, Cohesive and continuum damage models applied to fracture characterization of bonded joints. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2006. 48(5): p. 493-503.

5. Campilho, R.D.S.G., et al., Obtaining the cohesive laws of a trapezoidal mixed-mode damage model using an inverse method. *Ciência & Tecnologia dos Materiais*, 2008. 20: p. 81-86.

6. Fernlund, G. and J.K. Spelt, Mixed-mode fracture characterization of adhesive joints. *Composites Science and Technology*, 1994. 50(4): p. 441-449.

7. da Silva, L.F.M., V.H.C. Esteves, and F.J.P. Chaves, Fracture toughness of a structural adhesive under mixed mode loadings

Bruchzähigkeit eines Strukturklebstoffs bei Mixed-Mode Belastung. *Materialwissenschaft und Werkstofftechnik*, 2011. 42(5): p. 460-470.