

# Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto



## Análise e tratamento numérico de problemas de Controlo Ótimo na gestão de energia hidroelétrica

António Alberto Assunção Araújo

VERSÃO FINAL

Dissertação realizada no âmbito do  
Mestrado Integrado em Engenharia Eletrotécnica e de Computadores  
Major Energia

Orientador: Professora Maria Margarida de Amorim Ferreira  
Co-orientador: Professor Fernando Arménio da Costa Castro e Fontes

Setembro 2013

©António Alberto Assunção Araújo, 2013

# Resumo

A energia é o que move o Mundo. Atualmente, as energias renováveis têm sido uma importante aposta para combater a larga dependência que a sociedade desenvolveu dos combustíveis fósseis, ao longo de muitos e muitos anos.

Durante as últimas décadas, o setor elétrico Português tem sofrido relevantes alterações e é atualmente um negócio aberto e descentralizado, regendo-se por leis de mercado.

Portugal é indubitavelmente um dos países mais prósperos da Europa em termos de recursos hídricos, mas em termos energéticos, é dos países com maior potencial hidroelétrico desaproveitado.

Assim sendo, esse setor elétrico deve ser valorizado e aproveitado ao máximo de forma a diminuir a enorme dependência elétrica que Portugal tem do estrangeiro, com todos os inconvenientes daí advindos.

Este documento incide sobre a análise e otimização na gestão de barragens em cascata. Analisa-se um problema particular de duas barragens em cascata e a otimização desse sistema, com o objetivo de obter o maior retorno financeiro possível.



# Abstract

The energy is what moves the World. Nowadays, renewable energies have been an important bet to fight the large dependence that society developed from fossil fuels, over many, many years.

During the last decades, the Portuguese electricity sector has suffered relevant changes and is currently an open and decentralized business, governed by the market laws.

Portugal is undoubtedly one of the most prosperous countries in Europe in what concerns water resources but, when it comes to energy, it is the country with the largest unused hydroelectric potential.

Thus, the power sector should be valued and used the most in order to reduce the massive electrical dependence that Portugal has from abroad, with all the disadvantages that stem from this.

This document focuses on the analysis and optimization in the management of dams in cascade analyzing a particular problem of two dams in cascade and the optimization of the system with the goal of making the biggest profit possible.



# Agradecimentos

Sendo a dissertação de mestrado um marco que encerra um percurso académico, não posso deixar de agradecer a todos os que contribuíram nesse percurso.

Aos meus pais que sempre estiveram presentes e sem os quais nada disto seria possível.

A todos os familiares e amigos que, de uma forma ou outra, me ajudaram ao longo destes últimos anos.

À Ana Filipa Ribeiro pela disponibilidade e conhecimento partilhado.

À Stephanie Romano pelas muitas horas de companhia e ajuda.

À professora Margarida Ferreira e ao professor Fernando Fontes por toda a ajuda e apoio no desenvolvimento deste projeto.





# Índice

Resumo .....	iii
Abstract.....	v
Agradecimentos .....	vii
Índice.....	ix
Lista de figuras .....	xi
Lista de tabelas .....	xiii
Abreviaturas e Símbolos .....	xiv
<b>Capítulo 1 .....</b>	<b>1</b>
Introdução.....	1
1.1- Enquadramento e Motivação.....	2
1.2 - Eletricidade como produto .....	4
1.4-Organização de conteúdos .....	6
<b>Capítulo 2 .....</b>	<b>7</b>
Contextualização .....	7
2.1.1 - Panorama Energético .....	7
2.1.2 - Energias renováveis em Portugal: presente e objetivos futuros .....	8
2.1.3 - Energia Hídrica .....	12
2.1.4 - Retrospectiva histórica da hidroeletricidade em Portugal.....	14
2.1.6 - Novas Barragens.....	21
2.2 - Otimização em Sistemas Hídricos .....	24
2.2.1 Considerações gerais.....	24
2.2.2 Programação Dinâmica .....	25
2.2.3 Programação Linear vs Não Linear.....	25
2.2.4 Meta-Heurísticas .....	27
<b>Capítulo 3 .....</b>	<b>29</b>
Problemas de Controlo Ótimo .....	29
3.1 - Controlo Ótimo.....	29
3.2 - Abordagem histórica .....	30
3.3- Formulação e exemplo .....	31
3.4 - Controlo ótimo linear .....	32
3.5 - Algoritmo de otimização da gestão de recursos hídricos .....	37
3.6 - Programação Matemática em matlab .....	38
Alguns tipos de Problemas de otimização.....	38
3.7- Funções de Otimização Toolbox Matlab .....	41
<b>Capítulo 4 .....</b>	<b>43</b>
Apresentação do problema em estudo.....	43
4.1 -Formulação matemática e considerações gerais .....	43
4.2- Modelo Simplificado .....	45

<b>Capítulo 5 .....</b>	<b>48</b>
Apresentação e discussão dos resultados obtidos .....	48
<b>5.1 - Problema .....</b>	<b>48</b>
<b>5.2 - Função Fmincon .....</b>	<b>49</b>
<b>5.3 - Avaliação e resolução do problema em diferentes cenários.....</b>	<b>51</b>
 <b>Capítulo 6 .....</b>	 <b>63</b>
Conclusões do estudo .....	63
<b>6.1 - Conclusões .....</b>	<b>63</b>
<b>6.2 - Propostas de desenvolvimentos futuros.....</b>	<b>64</b>
 <b>Referências .....</b>	 <b>65</b>
 <b>Anexos.....</b>	 <b>67</b>

# Lista de figuras

Figura 1 - Consumos de energia elétrica por tipo de consumo no ano de 2011 [16].....	8
Figura 2 - Produção de energia elétrica nos anos de 2009 e 2010, discretizada por fonte .....	9
Figura 3 - Consumo de energia primária por tipo de fonte no ano 2011 em Portugal [16] ....	10
Figura 4 - Localização geográfica dos aproveitamentos hidroelétricos existentes em Portugal [14] .....	18
Figura 5 - Evolução da potência hidroelétrica em Portugal [11] .....	18
Figura 6 - Produção de energia elétrica em Portugal em GWh (Gigawatt-hora) [16].....	19
Figura 7 - Evolução da quota de potência hidroelétrica no parque eletroprodutor [11].....	19
Figura 8 - Evolução da energia produzida em Portugal [13] .....	20
Figura 9 - Diagrama de cargas diário, em dia de verão (15-07-2013) [15].....	20
Figura 10 - Diagrama de cargas diário, em dia de inverno (14-12-2012) [15].....	21
Figura 11 - Listagem de barragens mais relevantes em construção em Portugal[17].....	22
Figura 12 - Comparação entre método de Pontos interiores e Simplex .....	26
Figura 13- trajetórias para diferentes controlos[18].....	33
Figura 14 - Problema da controlabilidade. [18] .....	33
Figura 15 - Problema do tempo mínimo [18].....	33
Figura 16 - Conjunto acessível [18].....	34
Figura 17 - Controlabilidade [18] .....	35
Figura 18 - Trajetória X para a qual T é mínimo [18] .....	36
Figura 19 -Tempo mínimo T.....	36
Figura 20 - Representação de sistema em cascata com duas barragens .....	45
Figura 21 - Preço de venda de energia por hora (Caso 1) .....	53
Figura 22 - Caudal e Volume para ambas as albufeiras (Caso 1) .....	53
Figura 23 - Lucro por hora (Caso 1).....	54
Figura 24 - Lucro acumulado (Caso 1).....	54
Figura 25 - Caudal e Volume para ambas as albufeiras (Caso 2) .....	55
Figura 26 - Lucro horário (Caso 2) .....	56

Figura 27 - Lucro acumulado (Caso 2).....	56
Figura 28 - Variação Preço (caso 3).....	57
Figura 29 - Caudal e Volume para ambas as albufeiras (Caso 3) .....	58
Figura 30 - Lucro acumulado (Caso 3).....	58
Figura 31 - Caudal e Volume para ambas as albufeiras (Caso 4 com restrição de igualdade aos 72).....	59
Figura 32 - Volumes e Caudais em intervalo de 72 horas sem restrição de igualdade .....	60
Figura 33 - Lucro com restrição de igualdade .....	61
Figura 34 - Lucro sem restrição de igualdade.....	61

# Lista de tabelas

Tabela 1 - Evolução da percentagem de produção de energia elétrica a partir de fontes renováveis [16]. .....	10
Tabela 2 - Aproveitamentos integrados no PNBEPH .....	11
Tabela 3 - Grandes aproveitamentos hidroelétricos realizados na década de 90 .....	16
Tabela 4 - Dados de obra na barragem de Foz Tua [17] .....	23
Tabela 5 - Características técnicas da barragem de Foz Tua [17] .....	23
Tabela 6 - Descrição das variáveis do sistema .....	45
Tabela 7 - Variáveis para caso 1 .....	51
Tabela 8 - Preço de venda (Tri horário) .....	52
Tabela 9 - Distribuição horária de preços .....	52
Tabela 10 - Variáveis para caso 2 .....	55
Tabela 11- Variáveis caso 3 .....	57
Tabela 12 - Variáveis caso 4 .....	59

# Abreviaturas e Símbolos

Lista de abreviaturas (ordenadas por ordem alfabética)

PNBEPH	Programa nacional de barragens de elevado potencial Hidroelétrico
SEP	Sistema Elétrico de Abastecimento Público
REN	Rede Elétrica Nacional
PRE	Produção Regime Especial
NPA	Nível Pleno Armazenamento
HP	HorsePower (Cavalo Vapor)
EDP	Energias de Portugal
PL	Programação Linear
PNL	Programação não linear
PSI	Programação semi infinita
MO	Otimização multi objetivos

# Capítulo 1

## Introdução

A eletricidade faz de tal forma parte das nossas vidas que nos é atualmente impossível imaginar viver sem ela. Começando na criação dos mais básicos bens que consideramos essenciais, até à sua influência em atividades de lazer, é simplesmente impensável na sociedade de hoje imaginar a nossa sobrevivência sem este bem fundamental.

Essa importância vital leva a que haja também uma responsabilidade acrescida na sua produção e distribuição, pois os utilizadores são extremamente exigentes e pretendem um serviço de qualidade. Assim sendo, o setor elétrico tem que proporcionar os seus serviços com eficácia, segurança, qualidade e eficiência [1].

Todas as decisões relevantes em termos de produção, transporte e distribuição têm que ser tomadas em concordância com os princípios anteriormente referidos, uma vez que, qualquer falha no sistema pode ter um enorme impacto económico e/ou social. É ainda necessário ter em conta que a eletricidade é um bem com propriedades especiais e únicas:

- Não pode ser armazenada diretamente em grandes quantidades e por isso é necessário haver uma ligação direta entre a origem e o destino final;
- O transporte da energia tem que respeitar certas leis físicas como por exemplo as leis de Kirchoff não podendo ser determinada por um agente externo;
- A procura de eletricidade varia consoante a hora, o que torna bastante mais complicado o cumprimento do primeiro ponto referido;
- São necessários mecanismos de controlo e de reservas com capacidade de entrar rapidamente em ação, de forma a responder adequadamente a possíveis falhas no sistema [2].

Considerando estas particularidades e o contexto social em que nos encontramos, assim como a constante evolução e aumento populacional, é fundamental que os líderes assumam a responsabilidade de explorar de forma cada vez mais eficiente as fontes de energia, de modo a satisfazer as necessidades da população e satisfazer, simultaneamente, o ambiente com recurso a fontes de energias renováveis [3].

## **1.1- Enquadramento e Motivação**

A utilização da água como uma das principais fontes de produção de energia elétrica surge em meados do século XIX, a nível mundial, e em Portugal no início do século XX.

Até meados dos anos 30 do século XX, a produção hidroelétrica limitava-se a satisfazer as necessidades dos consumos de pequenas localidades com a alimentação de instalações públicas de iluminação, assim como de pequenas empresas. A partir dessa década e devido ao crescimento industrial e económico sentido em Portugal, a energia hidroelétrica ganha uma dimensão nova principalmente na área industrial [23].

No entanto, só na década de 50 é que a energia hídrica começa a prosperar através da construção de grandes infraestruturas de aproveitamento hidroelétrico. Nas últimas décadas houve um desaceleramento no investimento deste tipo de infraestruturas e atualmente, Portugal é um dos países da União Europeia com mais elevado potencial hídrico desaproveitado, com um valor de cerca de 50% [23].

Os aproveitamentos hidroelétricos de grandes dimensões têm impactos variados quando comparados com os restantes tipos de energias renováveis, seja pela sua dimensão ou pela área de influência. De entre as muitas vantagens deste tipo de infraestruturas destacam-se as seguintes:

### **Setor Eléctrico**

- Contribuição para autonomia energética do exterior;
- Fonte de energia renovável e limpa, inesgotável e não poluente visto a água ser reutilizável para a produção de energia;
- Possibilidade de reserva de grandes quantidades de água em momentos estratégicos para produção de grandes quantidades de energia em horas de pico de consumo;
- Serviço dinâmico com possibilidade de resposta a variações instantâneas de procura e rápido ajuste de produção devido à grande flexibilidade de exploração;
- Níveis de fiabilidade e disponibilidade bastante elevados, para que seja possível uma intervenção rápida e eficaz em casos de problemas na rede de distribuição de energia, reduzindo as quebras de serviço na rede. As centrais hidroelétricas asseguram variações significativas de carga e são as únicas com capacidade de responder eficazmente à ocorrência accidental de redução de potência na rede;
- Contribuição para a qualidade e segurança no abastecimento energético, melhorando a integração de outras fontes de energias renováveis de geração aleatória como é o caso da energia eólica;
- Redução do impacto da variabilidade da produção eólica através do aumento ou redução rápida da potência disponível ou aumento do consumo (em centrais com bombagem) no caso de excesso de produção eólica. [23]

### **Ambiente:**

- Garantia de caudais em épocas críticas;
- Proteção contra a irregularidade climática prevista;



- Redução da emissão atmosférica de gases de efeito de estufa para reduzir os consumos de combustíveis fósseis e poluentes;
- Apoio em caso de catástrofes, como por exemplo incêndios, através da criação de reservas de alimentação de meios aéreos em caso de emergência [23].

**Sociedade:**

- Geração de condições que levam ao desenvolvimento de regiões, com a criação de infraestruturas aquando da construção de barragens, que tem um contributo importante para a fixação de populações nas zonas em redor das barragens;
- Controlo de caudais e cheias;
- Abastecimento de água para consumo industrial, humano e agro-pecuário;
- Turismo e lazer, com a criação de novos locais para atividades recreativas como desportos aquáticos, hotelaria e restauração;
- Criação de condições de navegabilidade [23].

Os aproveitamentos hidroelétricos também têm desvantagens, uma das quais proveniente do facto de a produção hidroelétrica ser dependente de fatores climatéricos, mais especificamente da pluviosidade.

Pode ainda ter influência em algumas atividades económicas uma vez que as áreas submersas podem danificar zonas de alta produtividade agrícola ou até mesmo levar à submersão de aldeias, sendo necessário deslocar as populações para novas zonas de habitação.

Além disso, a construção de barragens hidroelétricas, ao desenvolver a construção de uma estrutura transversal ao curso de água, com a subsequente divisão do habitat em duas áreas difentes, altera irreversivelmente as características ecológicas da secção da bacia hidrográfica onde a obra hidráulica se encontra.

Esta alteração ambiental e ecológica apresenta diversas desvantagens, das quais se destacam:

- efeito de barreira à atividade migratória dos peixes, que pode ser minimizado com a criação de eclusas para peixes;
- alteração do habitat devido à interrupção do fluxo unidirecional da água;
- mudanças no regime de escoamento que, sobretudo entre a captação e a restituição dos aproveitamentos, pode levar a que determinadas secções fiquem sem água ;
- alteração da qualidade e das propriedades físico-químicas da água, devido ao seu represamento que provoca a sedimentação de material sólido e mudanças ao nível da temperatura;
- retenção de água que pode aumentar a intrusão salina nas áreas próximas da foz [23].

Como é fácil observar, a energia é a verdadeira força motriz da nossa sociedade atual. É relevante considerar factos como as alterações climáticas e a crescente dependência de petróleo e de outros combustíveis fósseis, bem como o aumento dos custos da energia, que estão a obrigar-nos a repensar a forma como produzimos e consumimos essa energia.

Assim, as fontes de energia renováveis constituem uma parte relevante da solução para um futuro energético sustentável. Os recursos energéticos de origem natural são extremamente relevantes para a segurança do abastecimento energético, visto que a sua utilização não depende de fatores externos ao País, nomeadamente dos acordos internacionais e conseqüentes variações dos preços dos combustíveis fósseis. Portugal (um dos membros da União Europeia com maior dependência energética face ao exterior, com cerca de 80% de energia primária importada), tem vindo a desenvolver políticas com o intuito de promover a produção energética dominada pelas fontes energéticas renováveis, em detrimento dos combustíveis fósseis. Para além da vantagem económica, os recursos renováveis inesgotáveis e não poluentes são, sem dúvida, uma aposta ambiental contra as alterações climáticas, cada vez mais evidentes, diminuindo as emissões de gases prejudiciais para o efeito de estufa.

## 1.2 - Eletricidade como produto

A energia elétrica é sem dúvida um produto indispensável ao nosso dia a dia, estando presente nas nossas casas, hospitais, escolas, indústrias, ....

Conseqüentemente, a produção, o transporte e a distribuição de eletricidade constituem um dos serviços de maior importância para o nosso bem estar, tal como para o nosso desenvolvimento pessoal. É por isso exigido ao setor elétrico um elevado nível de segurança, qualidade e altos graus de fiabilidade, como consequência do impacto socio-económico na sociedade moderna.

A eletricidade é um produto com características únicas atendendo que:

- precisa, por vezes, de potência excedente para compensar os aumentos de procura assim como flutuações de produção;
- não pode ser armazenada diretamente, pelo que a oferta deve ser igual à procura em cada instante;
- não circula pelos percursos mais desejáveis, ao contrário de outros bens;

- a sua procura sofre variações diárias, semanais, mensais e até mesmo anuais, dependendo dos ciclos económicos e meteorológicos;
- a potência instalada, tanto na produção como na transmissão, que é precisa para fazer face aos períodos de ponta, fica desaproveitada nos períodos de vazio \ baixos consumos. Juntando ainda as restrições técnicas a este facto, é possível ter problemas de exploração;
- há a necessidade de serviços auxiliares no sistema para assegurar a regulação eficiente da frequência e controlo de tensões, assim como de vários níveis de reserva para garantir o funcionamento do sistema nas melhores condições.

### **1.3 -Motivação**

Devido a todas as razões referidas anteriormente, a otimização de um sistema eléctrico de energia, tal como o funcionamento de mercados de electricidade, tem propriedades bastante específicas e únicas que não podem ser esquecidas e ignoradas.

Foram diversas as motivações e interesses que fomentaram a escolha desta temática. Desde logo, o meu interesse pela energia e todas as temáticas na sua envolvência, destacando a produção hidroelétrica como forma de produção eléctrica de eleição, na minha opinião. É importante compreender e perceber o papel desempenhado pela hidroelectricidade no panorama energético nacional e a importância que pode vir a ter, se for devidamente aproveitada e explorada. Assim sendo, nunca é demais referir o facto de o sistema hídrico nacional ser bastante desaproveitado e que a sua importância vai muito além da produção de electricidade.

Numa fase em que o consumo abusivo e excessivo de combustíveis de origem fóssil é cada vez mais polémico, por razões óbvias e já referidas anteriormente, é fundamental aprofundar e melhorar o estudo relativo às energias renováveis, de forma a conseguir tirar o melhor partido de todas as suas potencialidades, com particular interesse para a otimização de sistemas de produção de energia hidroelétrica que, por vezes, são esquecidos.

## 1.4-Organização de conteúdos

Este documento está organizado em seis capítulos. Neste, Introdução, descrevem-se sucintamente as particularidades da relevância da energia, explicita-se a motivação e a estrutura da tese.

No segundo capítulo, Contextualização, transmite-se uma imagem do panorama atual quer a nível de energias renováveis em Portugal em geral, quer a nível da energia hidroelétrica em particular. Descreve-se o contexto do mercado energético Português, assim como as albufeiras mais relevantes.

No terceiro capítulo é apresentada uma ferramenta matemática utilizada no desenvolvimento de problemas de controlo ótimo, começando por uma abordagem histórica. São depois analisados alguns dos métodos de programação mais utilizados para a resolução de problemas de controlo ótimo.

No quarto capítulo, Apresentação do problema em estudo, é descrito o problema a ser resolvido e todas as componentes relevantes do mesmo.

No quinto capítulo, apresentam-se os resultados obtidos com a aplicação do algoritmo num caso de estudo com dois aproveitamentos hídricos ligados em cascata em diferentes cenários de teste.

Por último, o sexto capítulo, Conclusões, inclui as considerações finais acerca deste trabalho, bem como uma síntese das considerações obtidas aquando da realização deste. São ainda assinaladas algumas propostas de melhoria futuras, assim como principais direções de investigação possíveis na continuidade do trabalho iniciado.

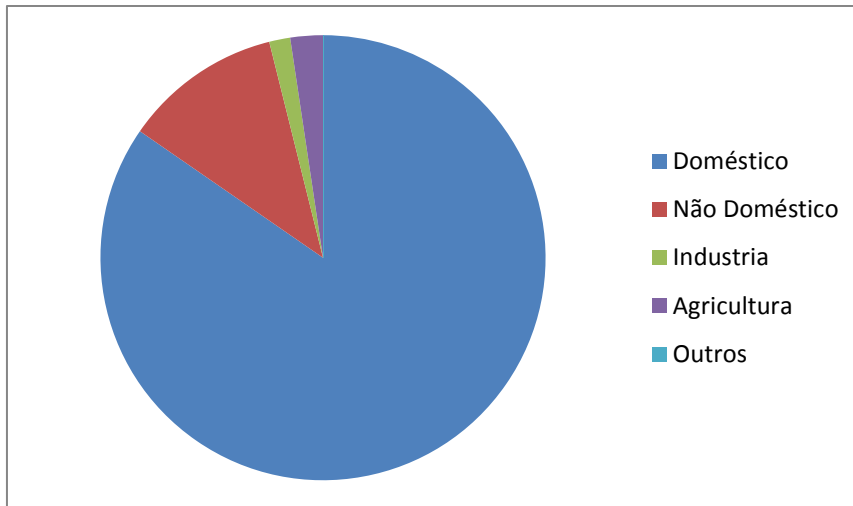
# Capítulo 2

## Contextualização

### 2.1.1 - Panorama Energético

Atualmente, aproximadamente 80% da energia é proveniente de fontes térmicas tais como o carvão ou o gás natural [19]. No entanto, são cada vez mais levantadas dúvidas quanto à sustentabilidade deste panorama, assim como do uso destas matérias primas a longo prazo. Tais dúvidas são bastante relevantes visto que estes recursos não são infinitos, o seu preço é variável e existe ainda uma crescente consciencialização sobre a importância da preservação e proteção do meio ambiente. Por outro lado, tendo em conta a dimensão dos desastres verificados nas últimas décadas, pode afirmar-se que a aposta em energias nucleares está em declínio. Todos estes fatores fizeram com que as energias renováveis fossem alvo de particular atenção.

Tal como aconteceu no resto do planeta, devido à pressão demográfica e às melhores condições de vida da população em geral, em Portugal, a procura de eletricidade tem aumentado consideravelmente na última década (cerca de 4,5% por ano, enquanto o PIB cresceu numa média de 2% por ano) [4].



**Figura 1-** Consumos de energia elétrica por tipo de consumo no ano de 2011 [16]

Em Portugal, a produção e o consumo de energia elétrica estão fortemente relacionados com as condições e restrições provocadas pelo clima, especialmente no Inverno [4].

Existem 2 regimes reguladores no que toca à produção de energia :

- regime ordinário, que se refere à produção a partir de fontes não renováveis, por exemplo o petróleo ou o carvão, ou em centrais hídricas com capacidade acima de 100 MW
- regime especial, referente ao uso de fontes energéticas renováveis e endógenas como por exemplo a energia eólica e a cogeração que consiste no aproveitamento local do calor residual, originado nos processos termodinâmicos de geração de energia elétrica que, de outra forma, seria desperdiçado [20].

## 2.1.2 - Energias renováveis em Portugal: presente e objetivos futuros

As energias renováveis são aquelas que podem ser reutilizadas durante o tempo de vida do homem, nomeadamente as energias hídrica, eólica, solar, geotérmica, da biomassa, das ondas e das marés [1].

Nos últimos anos o investimento em energias renováveis tem sido uma imagem de marca do Estado Português com uma política energética bastante vinculada no apoio a energias amigas do ambiente [4]. Segundo a Agencia Internacional de Energia, sendo Portugal uma nação dependente de combustíveis importados, é necessário fazer progressos consideráveis no aproveitamento e tirar o maior partido das fontes de energia renovável [4].

As energias renováveis contribuem com mais de 3 milhões de euros para o PIB nacional e empregam aproximadamente 50 mil pessoas.

Como podemos ver na figura seguinte no ano 2009 a parcela de energia produzida a partir de fontes renováveis era de 35% atingindo o valor de 52% em 2010 [5].

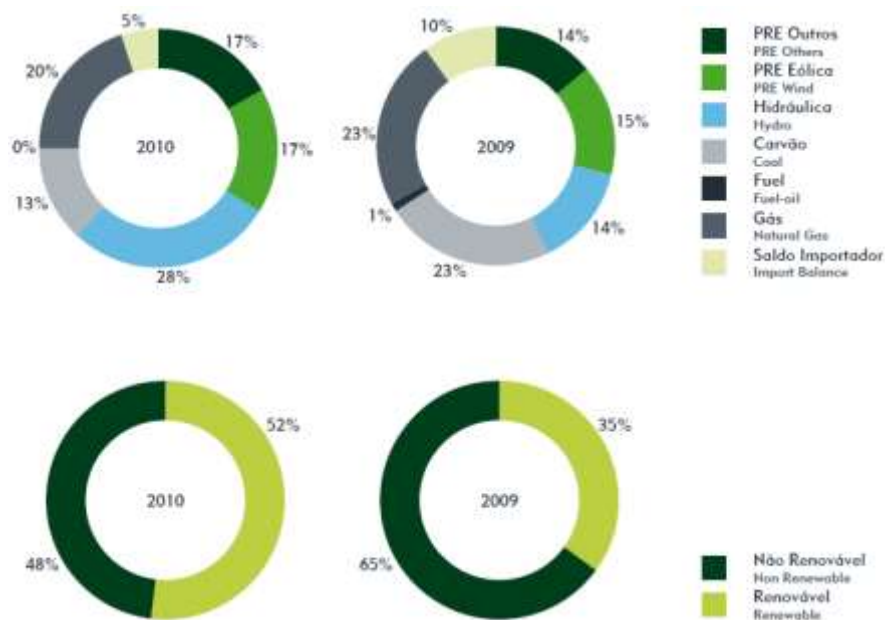
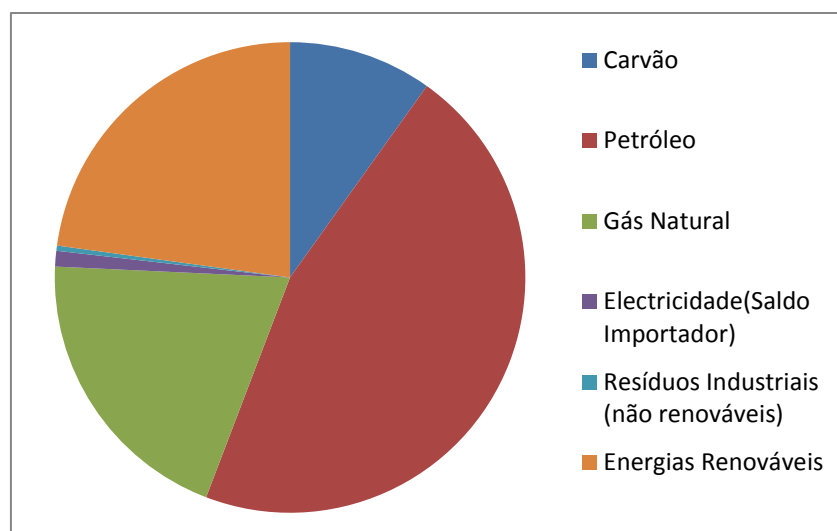


Figura 2 - Produção de energia elétrica nos anos de 2009 e 2010, discretizada por fonte

Um dado relevante a ser retirado do gráfico anteriormente apresentado é o facto de a água e o vento serem recursos considerados de maior valor. Estes recursos contribuem, de forma essencial, para alcançar as metas a nível nacional e Europeias no que diz respeito à redução da dependência energética, sustentabilidade a nível energético e ainda na redução das emissões poluentes.



**Figura 3** - Consumo de energia primária por tipo de fonte no ano 2011 em Portugal [16]

A partir do gráfico da figura 3, é possível observar que as energias renováveis têm um papel cada vez mais significativo como fonte primária para a produção de energia em Portugal. Na tabela seguinte, é possível analisar a evolução percentual da quantidade de energia elétrica produzida em Portugal a partir de todo o tipo de fontes renováveis.

**Tabela 1** - Evolução da percentagem de produção de energia elétrica a partir de fontes renováveis [16].

Ano	% produção de energia eléctrica a partir de fontes renováveis
1995	28,6
2000	30,9
2001	35,1
2002	22,7
2003	39,1
2004	28,5
2005	19,2
2006	33,6
2007	35,7
2008	33,5
2009	38,5
2010	54,7
2011	48,8



Pode verificar-se que a evolução não tem sido constante e que em 2005 houve um queda significativa do contributo das energias renováveis. No último ano analisado (2011) verificou-se ainda uma queda desse contributo, muito possivelmente relacionada com a crise em que o país se instalou, originando uma redução de investimentos nas áreas de produção renováveis. Relativamente à energia hídrica, o governo Português estabeleceu o objetivo de atingir uma capacidade instalada de 7000MW até ao ano de 2020 [4].

Para conseguir alcançar este objetivo foi posto em prática, desde 2007, o Programa Nacional de Barragens de Elevado Potencial Hidroelétrico [6].

Este programa identificou dez possíveis novos aproveitamentos de recursos hidroelétricos, que irão corresponder a um aumento na capacidade de produção na ordem dos 1100MW com um nível de produtividade média por ano de 1519GWh .

**Tabela 2 -Aproveitamentos integrados no PNBEPH**

Aproveitamento	Bacia Hidrográfica	Curso de água	Cota NPA referenciada (m)	Cota NPA Máxima (m)	Área da bacia ( $km^2$ )	Capacidade da albufeira ( $hm^3$ )	Potencia Instalada (MW)	Produtividade média anual (GWh)
Foz - Tua	Douro	Rio Tua	160	200	3822	310	234	340
Gouvães	Douro	Rio Torno	883,5	890	100	13	112	153
Padroselos	Douro	Rio Beça	450	450	315	147	113	102
Alto Tâmega	Douro	Rio Tâmega	312	322	1557	96	90	114
Daivões	Douro	Rio Tâmega	231	250	1984	66	109	148
Fridão	Douro	Rio Tâmega	160	180	2630	195	163	299
Pinhosão	Vouga	Rio Vouga	290	300	401	68	77	106
Girabolhos	Mondego	Rio Mondego	300	310	980	143	72	99
Alvito	Tejo	Rio Ocreza	200	240	968	209	48	62
Almourol	Tejo	Rio Tejo	24	25			36	96
Total							1054	1519

### 2.1.3 - Energia Hídrica

A construção e o desenvolvimento de uma infra-estrutura acarreta sempre um certo nível de mudanças. Construir uma albufeira e barragem para aproveitamento hidroelétrico levanta certas questões físicas e sociais como, por exemplo, o impacto ambiental e o deslocamento de populações para novos locais. Dá-se normalmente mais destaque aos aspetos negativos e pouca importância aos benefícios deste tipo de aproveitamentos, assim como à vontade de amenizar, antecipar e compensar os efeitos negativos [3].

De todas as energias renováveis, a hidroelétrica é a mais passível de ser produzida em grandes quantidades. Além disso, um aproveitamento hidroelétrico tem diversas finalidades, uma vez que após a sua criação, além da produção de eletricidade, as albufeiras podem contribuir para um conjunto alargado de benefícios sociais como a melhor captação de água para abastecimentos urbanos, agricultura ou fornecimentos industriais, possibilitando a regularização e redução de cheias, ajuda em combate a incêndios, fins lúdicos ou comerciais e para turismo [7].

É ainda um facto que dependendo da sua localização, em particular no caso de locais remotos e de difícil acessibilidade, a construção dos aproveitamentos hidroelétricos pode representar uma melhoria significativa nas condições de vida das populações da zona, nomeadamente através da criação de emprego e de vias de comunicação.

É importante notar que este tipo de energia já é utilizada há mais de cem anos e é altamente eficiente (rendimentos a rondar os 90%). Tem como principais vantagens a racionalização da matéria-prima, uma vez que se pode armazenar água e utilizá-la no melhor momento, o que não acontece com a energia eólica, por exemplo, onde só se pode produzir quando há vento; tem ainda uma resposta rápida, o que lhe permite responder às variações de procura; em comparação com outras opções de produção em grande escala, tem o mais baixo custo operacional e o maior tempo de vida - depois de efetuado o investimento inicial, o tempo de vida pode ser alargado com manutenção relativamente barata e periódica substituição do equipamento eletromecânico; além disso a matéria-prima utilizada, a água, não está sujeita a flutuações de mercado [3].

Por fim, há ainda que ter em conta os benefícios da utilização da energia hidroelétrica para o sistema elétrico de energia. A possibilidade de se armazenar energia a montante da barragem, assim como a possibilidade de esta energia acumulada poder ser rapidamente posta à disposição do sistema, faz com que estes aproveitamentos tenham um papel fundamental na prestação de serviços auxiliares (reserva e controlo) sem os quais o sistema não seria fiável nem seguro.

Um outro aspeto bastante relevante é a possibilidade de reversibilidade dos grupos hidroelétricos, uma vez que podem não só turbinar água fornecendo energia mas também bombear água gastando-a. Isto é importante em alturas em que o investimento em energia eólica é forte visto que se trata de um tipo de recurso com propriedades irregulares. Imagine-

se que nas horas de menor consumo, durante a noite, há uma grande quantidade de vento num parque eólico e no caso de todo esse vento ser utilizado para produzir energia, pode-se correr o risco de a oferta ser superior à procura. Há ainda a possibilidade de os geradores eólicos estarem desligados mas neste caso a matéria-prima estaria a ser desperdiçada. A melhor solução para este problema é produzir energia e acertar a oferta com os valores de procura colocando o aproveitamento hidroelétrico a funcionar bombando água de jusante para montante. Dessa maneira não há desperdícios de energia e permite o armazenamento de água para ser utilizada em horas de maior procura em que o preço da eletricidade é mais elevado.

As centrais hídricas podem ser classificadas segundo a sua capacidade de armazenamento e queda [8]:

- **Albufeira**- são centrais que permitem a regularização das aflúências naturais, podendo utilizar a água nos períodos mais rentáveis;
- **Fio de água** - são centrais hídricas com baixa capacidade de armazenamento, que aproveitam a aflúência natural dos cursos de água para produzir energia;
- **Centrais de Alta Queda** : para alturas de queda superiores a 200 metros;
- **Centrais de Média Queda** : para alturas de queda dos 20 aos 200 metros;
- **Centrais de Pequena Queda** : para alturas de queda inferiores a 20 metros.

O circuito hidráulico de uma central hidroelétrica é composto por:

- **Câmara de carga ou pressão** - Quando a diferença de cota entre a estrutura de captação de água e as turbinas é superior a 15m, convém que a entrada de água nas turbinas seja feita por meio de condutas forçadas e, nesse caso, deve ser prevista uma câmara de carga ou pressão entre o canal de adução e as condutas forçadas. Este elemento tem como funções conduzir a água às condutas forçadas, deter os últimos corpos flutuantes, impedir a entrada de pedras e areias nas condutas forçadas, criar ondas de translação no caso de fecho das turbinas e manter um volume suficiente para satisfazer solicitações rápidas;
- **Chaminé de equilíbrio** - depósito de compensação com a finalidade de evitar choques hidráulicos. Consiste num poço vertical ou inclinado aberto na parte superior e situado na conduta forçada o mais perto possível das turbinas;
- **Condutas forçadas**- canal que efetua a condução da água até às turbinas
- **Câmara das turbinas** - espaço destinado ao alojamento das turbinas hidráulicas. Pode ser aberta (para quedas até 15 metros) ou fechada (quedas maiores que 15 metros);
- **Tubo de aspiração ou difusor** - serve de ligação entre a turbina e o canal de descarga da água turbinada ;
- **Canal de descarga** - recolhe a água do tubo de aspiração e devolve-a ao rio a jusante em sítio conveniente;
- **Comportas e outros órgãos de obturação** - porta móvel que retém ou liberta água da barragem;

- **Central** - local onde se montam as turbinas e os geradores, assim como a restante maquinaria e os aparelhos auxiliares necessários ao seu funcionamento. As centrais podem ser a céu aberto, subterrâneas ou de cavernas;
- **Turbina** - Elemento primário de um sistema de produção de energia eléctrica que, junto com um gerador, utiliza a energia contida num fluído (neste caso a água).

As turbinas utilizadas podem ser de dois tipos diferentes:

a. **Turbinas de Ação** - neste tipo de turbina, a água incide sobre a roda móvel através de jatos individualizados. Não funcionam imersas na água turbinada nem possuem tubo de aspiração;

b. **Turbinas de Reação** - trabalham no meio do fluído turbinado com a água a penetrar na roda móvel por toda a máquina.

Podem ser do tipo:

i. **Turbina Francis** - neste caso a câmara de entrada (voluta em forma de espiral) direciona a água para o distribuidor, onde é orientada da periferia para o eixo da turbina, caindo, a seguir, sobre as pás da roda, dando origem à sua rotação por um fenómeno de reação (para casos de média ou baixa queda);

ii. **Turbina Kaplan** - consiste numa turbina de reação que se diferencia da Francis por apresentar menor número de pás, com inclinação regulável e em forma de hélice (usada em aproveitamentos de baixa queda e grande caudal como por exemplo no caso de aproveitamentos a fio de água);

iii. **Grupos bolbo** - constituídos por uma cuba em forma de bolbo, totalmente submersa na água, onde se aloja a turbina-tipo Kaplan de eixo horizontal e o alternador (são instalados muitas vezes em aproveitamentos de muito baixa queda).

#### ***2.1.4 - Retrospectiva histórica da hidroeletricidade em Portugal***

O uso de água como força motriz para produção de energia eléctrica inicia-se a nível mundial em meados do século XIX .

Em 1890, Leopoldo Augusto das Neves faz uma proposta à Câmara Municipal de Vila Real para que fosse efetuada a iluminação eléctrica da cidade.

Uma vez aprovada esta proposta, a gestão da mesma foi transferida para a Companhia Eléctrica e Industrial de Vila Real, empresa portuense criada por Leopoldo Neves, que propunha produzir energia recorrendo a uma central hidroeléctrica no rio Corgo, localizando-se no poço do Agueirinho.

As matérias primas necessárias foram encomendados a Emílio Biel, um alemão que habitava no Porto e que era representante de diversas empresas alemãs. Aquando da chegada do material a Portugal, a empresa que seria responsável pela construção da Central Hidroelétrica não tinha meios económicos para pagar o material, pelo que a concessão da obra foi vendida a Emílio Biel que levou o empreendimento avante, tornando-o possível a 13 de Julho de 1894, data da inauguração oficial da luz elétrica em Vila Real [5]. Nasce assim o primeiro aproveitamento de origem hidroelétrica em Portugal.

Este aproveitamento hidroelétrico possuía uma central equipada com uma turbina KNOP que, para um caudal de 645 l/s, fornecia uma potência de 120 kW para uma queda de cerca de 25 metros [8].

Aproximadamente dois anos mais tarde (1896), entrou em serviço a central de Furada, no rio Cávado, aproveitando uma queda de 4 metros e equipada com 3 turbinas (JONVAL/ESCHER WYSS) de 125 HP, acopladas a alternadores (OERLINKON) de 95 kVA[8].

O desenvolvimento deste projeto foi concedido à Sociedade de Eletricidade do Norte de Portugal e tinha como objetivo a exploração do serviço de iluminação de Braga.

Por volta desse mesmo ano, nos Açores, é iniciada a iluminação elétrica da cidade de Ponta Delgada na ilha de S. Miguel, graças ao Eng.º José Cordeiro. No ano de 1899 a Câmara de Vila Franca assinou contrato com o Eng.º José Cordeiro para a iluminação da Vila, a qual foi inaugurada a 18 de Março de 1900 quando foram acesas 162 lâmpadas, que recebiam a energia da central hidroelétrica da Vila, situada na Ribeira da Praia [9]. De seguida foram inauguradas mais quatro centrais: Salto do Cabrito (em 1902), Fábrica da Cidade (1904), Central de Tambores (em 1908) [6] e Central da Praia (em 1911) [10].

No início do século XX entraram em serviço a central de Riba Côa (em 1906), no rio Côa, a central de Caniços (em 1908), no rio Vizela, a central do Varosa (em 1909), no rio Varosa, e a central da Senhora do Desterro (em 1909), no rio Alva [10].

Entre 1910 e 1920 construíram-se diversos aproveitamentos com potência instalada na ordem das centenas de KW. Durante a primeira Guerra Mundial foram delineadas duas zonas distintas de eletrificação no país: a norte, a hidroelétrica maioritariamente espanhola e a sul a termoelétrica maioritariamente belga. Todas estas linhas eram esparsas, sem interligação, existindo apenas uma linha verdadeiramente de alta tensão: do Lindoso ao Porto (132kV).

No ano de 1922, nasce o primeiro grande aproveitamento hidroelétrico com uma potência instalada de 8750 kVA na zona do Lindoso.

No ano de 1926, é aprovada a Lei dos Aproveitamentos Hidráulicos, que estabelece, pela primeira vez em Portugal, o conceito de Rede Elétrica Nacional. Esta lei regulava a produção por via das centrais hidráulicas, o transporte e a distribuição da energia [6].

No início da década de 1930, a energia elétrica era gerada em 395 centrais, com uma potência total instalada de aproximadamente 150MW, das quais 75 hidráulicas com 36,6MW, equivalente a 24,3% da produção e 320 térmicas com 113,8MW (75,7%). De todas estas centrais, 358 tinham potência inferior a 0,5MW e apenas 5 delas ultrapassavam os 5MW.

É também nesta época que os Serviços Hidráulicos Portugueses iniciam estudos sistemáticos dos rios e da possibilidade de estes serem aproveitados para fins hidroelétricos, o que acabou por ser um passo importante sobre o aproveitamento dos rios Portugueses.

Os anos 50 são a década de ouro da área hidroelétrica Portuguesa. Foi nesta década que começaram a funcionar os primeiros grandes aproveitamentos hidroelétricos que viriam a

modificar completamente os aspetos da produção e consumo de energia elétrica e impulsionaram o desenvolvimento industrial do país.

No dia 21 de Janeiro de 1951, é inaugurado o aproveitamento hidroelétrico de Castelo de Bode com 139MW de potência instalada. Alguns meses depois, é inaugurado o aproveitamento hidroelétrico de Venda Nova com 81MW. Ainda nesse ano, entra em funcionamento o aproveitamento de Belver na zona do Tejo com 32MW de potência instalada [6] .

A construção destes aproveitamentos marcou a passagem dos aproveitamentos de fio-de-água (enorme capacidade de produção mas extremamente irregular) para os aproveitamentos de albufeira que são muito mais regulares e capazes de produzir durante uma grande parte do ano devido à energia armazenada, melhorando assim a qualidade do serviço disponibilizado.

Durante os anos seguintes foram criados diversos aproveitamentos deste género o que permitiu triplicar a potência instalada em Portugal e fez com que no ano de 1960, 80% da potência instalada e 95% da energia elétrica consumida fossem de origem hidroelétrica [13].

A década de 70 é marcada pelo início de funcionamento de várias centrais térmicas levando a uma mudança no sistema eletroprodutor português que vinha sendo, há mais de 2 décadas, dominado pela produção hidroelétrica.

A década de 80 começa com anos bastante secos e com a produção hidráulica a representar cerca de 30% do consumo total, levando à necessidade de importações significativas de França e Espanha.

Na década de 90 houve um grande abrandamento na construção de grandes aproveitamentos hidroelétricos, sendo apenas digno de registo o aproveitamento do Alto Lindoso, no rio Lima, inaugurado em 1992, com 630 MW de potência instalada.

Alguns outros aproveitamento menores entram em funcionamento e efetuaram-se reforços de potência em alguns aproveitamentos mais antigos.

**Tabela 3 - Grandes aproveitamentos hidroelétricos realizados na década de 90**

Ano	Nome do Rio	Potencia Instalada(MW)
1992	Alto Lindoso	634
1993	Touvedo - Lima	22
1993	Caldeirão - Mondego	32
1993	Pracana II - Tejo	26
1993	Sabugueiro II - Mondego	10
1995	Miranda do Douro	194

O abrandamento da construção de grandes aproveitamentos hidroelétricos deveu-se a uma redução significativa do valor da taxa anual de crescimento dos consumos e, principalmente, às questões ambientais que empreendimentos deste tipo provocam.

As preocupações de teor ambiental são integradas na legislação nacional, sendo os aproveitamentos hidroelétricos sujeitos a estudos de impacto ambiental muito rigorosos e a processos com tempos muito demorados, muitas das vezes praticamente incompatíveis com os prazos de construção destes empreendimentos e as necessidades de evolução do parque [11].

Foi também na década de 90, em 1991, que o Governo define as bases do SEP e liberaliza o uso de redes integradas no SEP, ambos em plena consonância com o defendido pela Comissão Europeia para a inicialização do Mercado Interno da Eletricidade. Em 1995, ficam completamente estabelecidas as funções que cabem a cada interveniente do setor elétrico, quer no Sistema Elétrico Público, quer no Sistema Elétrico Independente e Não Vinculado, dando origem ao SEN - Sistema Elétrico Nacional [12].

Em 1994 é criada a REN como subsidiária da EDP, alcançando a independência jurídica no ano 2000, através do Decreto-Lei nº 198/2000. Desta forma, foi criada uma separação entre as empresas responsáveis pela gestão da rede de transporte de energia e as empresas que desenvolvem atividades de distribuição ou produção de eletricidade.

No ano 2000, a potência total instalada em centrais pertencentes ao SEP era de 8758 MW e a energia produzida de 34489 GWh. A componente hidroelétrica representava cerca de 45% da potência total instalada (3903 MW) e contribuiu com 10227 GWh (30%) da emissão total de energia. A componente termoelétrica representava 55% da potência total instalada (4855 MW) e contribuiu com um total de 24262 GWh (70%) da emissão total de energia [6].

Entre 2000 e 2010 apenas entraram em serviço mais 500 MW hídricos, correspondentes essencialmente à central do Alqueva, no rio Guadiana, com uma potência instalada de 260 MW, e à central de Frades, que se encontra também no rio Guadiana, com uma potência instalada de 200 MW [13].

Nesse mesmo período foram colocados em serviço mais de 1650 MW térmicos, concentrados na central do Ribatejo (gás, ciclo combinado, 1180 MW) [13].

No final de 2006, a potência instalada no parque eletroprodutor do sistema elétrico nacional era superior a 13600 MW, dos quais cerca de 36% eram de fontes hidroelétricas (4580 MW nas médias e grandes hídricas e os restantes 370 MW nas pequenas centrais hidroelétricas).

## **2.1.5 - Situação Atual**

A maior parte da produção hidroelétrica pertence à EDP e encontra-se maioritariamente no Norte e centro de Portugal, como se pode observar na figura seguinte.

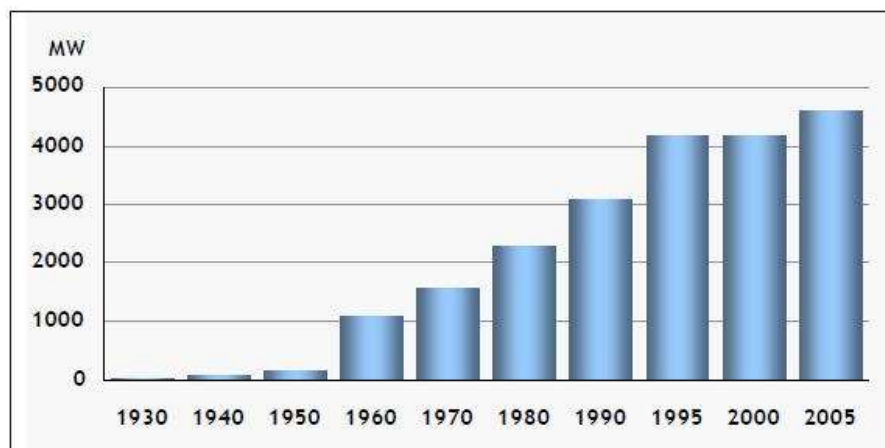


**Figura 4** - Localização geográfica dos aproveitamentos hidroelétricos existentes em Portugal [14]

Esta situação ocorre pelo facto de as bacias hidrográficas das regiões norte e centro do país oferecerem melhores condições de produção de energia elétrica do que as restantes, devido à maior pluviosidade nessas zonas.

Devido a isso, os primeiros empreendimentos foram realizados no norte e apenas algumas décadas mais tarde se começou a explorar o potencial hidroelétrico do sul do país, como se pode verificar na figura anterior.

Estes aproveitamentos foram sendo construídos ao longo do século XX, tal como já foi referido anteriormente, dando origem a cerca de 4400 MW de potência hidroelétrica instalada em Portugal no ano de 2010.

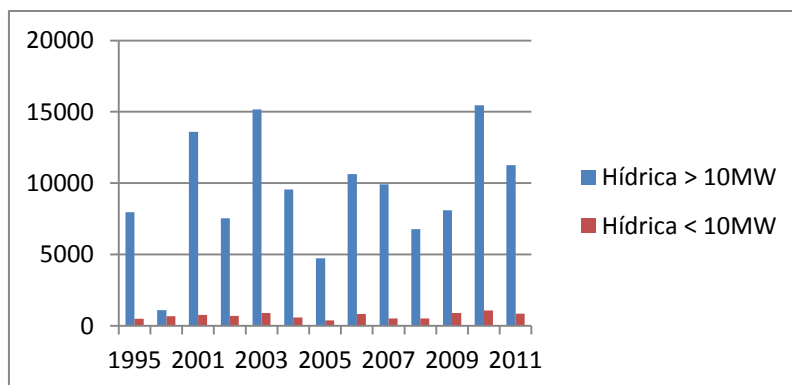


**Figura 5** - Evolução da potência hidroelétrica em Portugal [11]

Através do gráfico da Figura 5, pode verificar-se o grande aumento de potência hidroelétrica na década de 60, provocado pelo início da construção de grandes



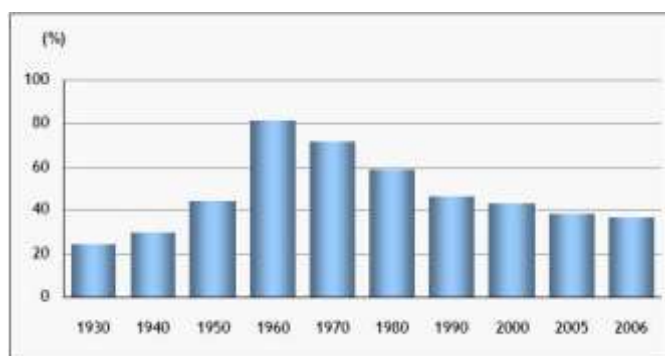
aproveitamentos hidroelétricos. Depois desta década a evolução da potência hidroelétrica aconteceu de uma forma mais constante até à década de 90. Desde o início da segunda metade da década de 90 que a potência hidroelétrica instalada em Portugal evoluiu muito pouco.



**Figura 6** - Produção de energia elétrica em Portugal em GWh (Gigawatt-hora) [16]

Na figura anterior, podemos observar mais detalhadamente a evolução da produção de energia elétrica em Portugal em produções hídricas de dois tipos (inferiores e superiores a 10MW) de onde se pode concluir que a produção hídrica para barragens acima de 10MW tem sofrido variações significativas não mantendo um padrão constante ou uma evolução previsível.

Na figura seguinte, é possível observar a evolução do peso da potência hidroelétrica no sistema eletroprodutor nacional.



**Figura 7** - Evolução da quota de potência hidroelétrica no parque eletroprodutor [11]

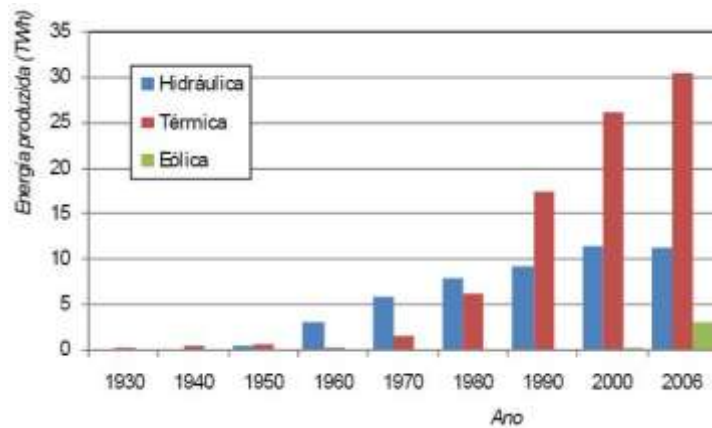


Figura 8 - Evolução da energia produzida em Portugal [13]

A partir do gráfico anterior, é possível constatar a predominância da componente térmica no sistema nacional, apenas contrariada entre as décadas de 60 a 80 em que a produção hídrica teve valores superiores.

É ainda interessante constatar que a energia de origem hidroelétrica produzida ao longo dos anos, exceto no já referido período entre as décadas de 60 e 80, foi sempre inferior à energia de origem térmica produzida.

É importante ressaltar que a produção de energia hidroelétrica depende bastante das condições meteorológicas verificadas ao longo do ano, nomeadamente da pluviosidade. A diferença verificada entre os períodos de verão e de inverno é também significativa, como se pode constatar pelos gráficos seguintes.

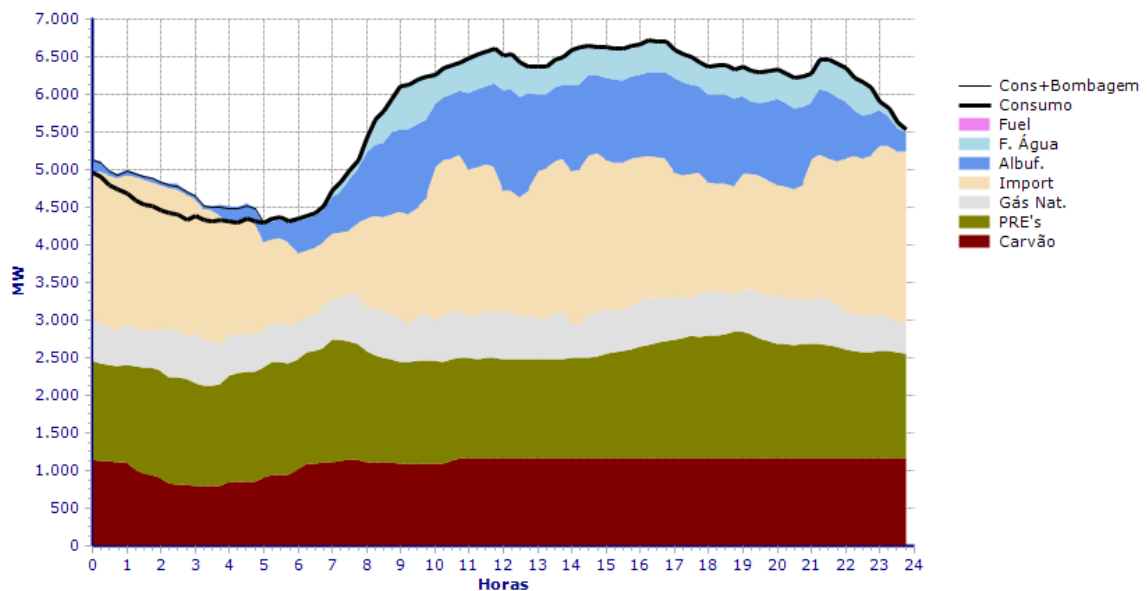
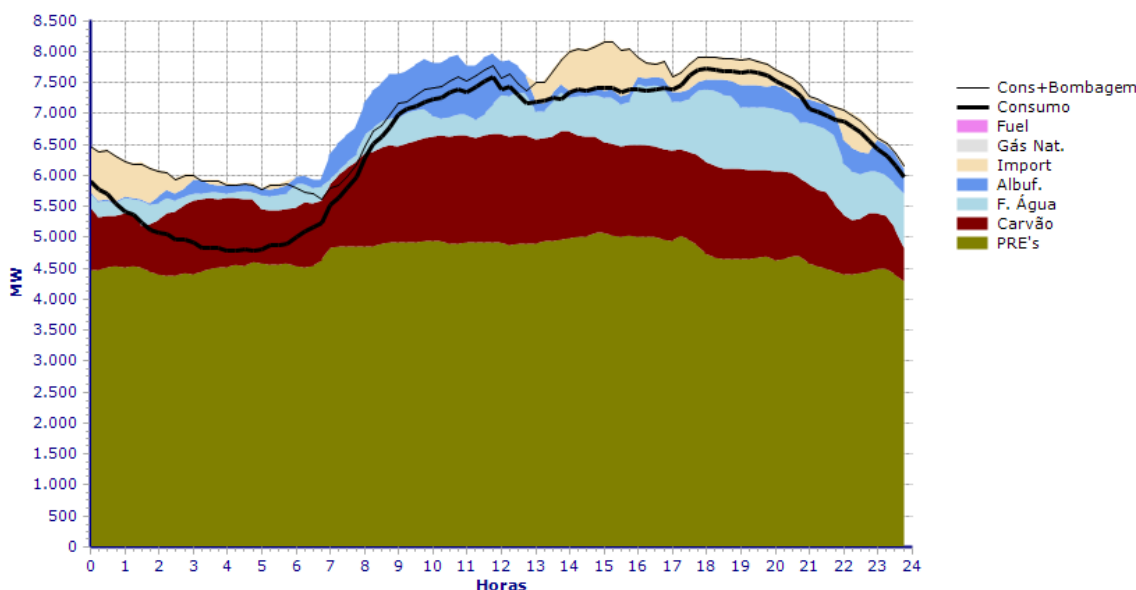


Figura 9 - Diagrama de cargas diário, em dia de verão (15-07-2013) [15]



**Figura 10 - Diagrama de cargas diário, em dia de inverno (14-12-2012) [15]**

Nestes gráficos, é visível que no período de inverno a água está muito mais disponível, permitindo que as centrais hidroelétricas funcionem durante todo o dia. Por outro lado, no Verão, a disponibilidade de água é bastante menor e as centrais térmicas asseguram a base do diagrama de cargas, enquanto as hídricas funcionam maioritariamente nas horas de cheias e pontas.

É ainda relevante constatar que, com um sistema eletroprodutor bastante complexo e com uma grande variedade de fontes de produção, algumas delas de caráter intermitente e imprevisível, as centrais hidroelétricas têm uma importância e utilidade que vai muito além da mera produção de energia elétrica. A enorme disponibilidade e flexibilidade das centrais hidroelétricas constituem uma mais-valia para o sistema. Em caso de uma ocorrência acidental, por exemplo um disparo de um grupo térmico, é possível colocar rapidamente na rede a potência disponível dos grupos que já estão em produção e arrancar rapidamente outros que estejam parados.

### 2.1.6 - Novas Barragens

De forma a combater a estagnação, a EDP tem apostado no desenvolvimento e construção de novas barragens no território nacional para diminuir a dependência do estrangeiro em matéria energética e garantir a autonomia. O objetivo é de elevar o aproveitamento hidroelétrico para cerca de 70% das necessidades do País e melhorar a capacidade hídrica até valores que rondam os 57% no mercado ibérico.

A integração destes projetos nas localidades onde ocorrem cria focos sinérgicos de elevada importância:

- Para o desenvolvimento rural, através da criação de programas com parceiros locais que geram condições de empregabilidade, fomentando a sustentabilidade dos negócios para além da fase de Aproveitamentos Hidroelétricos. Estabiliza-se um quadro de prioridade à contratação de mão-de-obra local através de empreiteiros.
- Na aproximação às comunidades, geram-se redes de contactos e desenvolvem-se aproximações a entidades e organizações regionais para criação de potenciais contactos.
- No âmbito de actuação da Fundação EDP, foram promovidas iniciativas inovadoras nas áreas de Empreendedorismo, Ciência & Educação e Solidariedade, Cultura, assim como ações concretas, realizadas a nível local, de forma a estimular a região para além do impacto direto do investimento nos projetos hídricos.

Em suma, o diálogo direto com as populações, conjuntamente com o poder local, permite soluções e compensações económicas, criativas e de maior valia para os interessados diretos. Toda esta dimensão está unida à relevância dos investimentos nas novas barragens [14].

Na figura seguinte podemos ver a listagem das novas barragens em desenvolvimento por parte da EDP

Novas Barragens		Início de construção	Entrada em serviço	Potência a instalar
<b>Baixo Sabor</b>	em construção	2008	2014	171 MW
<b>Ribeiradio Ermida</b>	em construção	2010	2014	81 MW
<b>Foz Tua</b>	em construção	2011	2016	252 MW
<b>Fridão</b>	em licenciamento	2013	2018	238 MW
<b>Alvito</b>	em reformulação	-	-	225 MW
<b>Carvão Ribeira</b>	em estudo	-	-	-

Figura 11 - Listagem de barragens mais relevantes em construção em Portugal[17]

De entre os aproveitamentos em construção destaca-se o aproveitamento em Foz do Tua por ser o que tem o maior valor de potência instalada.

O aproveitamento em Foz do Tua situa-se no rio Tua, que é um afluente da margem direita do rio Douro, a cerca de 1,1 km da confluência destes dois rios. A barragem está situada no concelho de Alijó - distrito de Vila Real (encontro da margem direita) e no concelho de Carrazeda de Ansiães, Distrito de Bragança (encontro da margem esquerda). A sua albufeira abrangerá ainda os concelhos de Murça, Vila Flor e Mirandela.

Este aproveitamento será composto por um só escalão com uma cota de exploração de 170 metros. Na central hidroelétrica está prevista a instalação de dois grupos reversíveis com uma potência total de 252 MW. O valor do investimento estimado para a construção da

central e das respetivas infra-estruturas hidráulicas é de aproximadamente 300 milhões de euros.

Na tabela seguinte são discriminadas algumas informações relativas aos dados da obra dando uma ideia das empresas ligadas ao projeto.

**Tabela 4 - Dados de obra na barragem de Foz Tua [17]**

<b>Início da obra</b>	2011
<b>Entrada em serviço</b>	2016
<b>Dono da obra</b>	EDP Produção
<b>Gestão do Projeto</b>	EDP Produção
<b>Projetista</b>	EDP Produção / COBA / QUADRANTE / Arq. Souto Moura
<b>Empreiteiro</b>	Barragem de Foz Tua A.C.E. (Mota-Engil/Somague/MSF)
<b>Fornecedor de Equipamentos</b>	ANDRITZ/EFACEC/SMM
<b>Fiscalização</b>	FASE/GIBB
<b>Coordenação de segurança em obra</b>	Tabique
<b>Coordenação e integração ambiental</b>	Profico Ambiente
<b>Número máximo de trabalhadores</b>	1000

Na tabela seguinte, podemos analisar as características técnicas dessa mesma barragem:

**Tabela 5 - Características técnicas da barragem de Foz Tua [17]**

<b>Investimento e Incorporação Nacional</b>	
Armazenamento útil	66 x 10e6 m3
Potência	2 x 126 MW
Produção média anual	585 GWh
Emissões CO2 evitadas/ano	470 kt
Investimento	300M
Incorporação nacional	80%

## 2.2 - Otimização em Sistemas Hídricos

### 2.2.1 Considerações gerais

Modelizar a produção de um sistema hidroelétrico traduz-se num problema bastante complexo, não convexo e não linear, cuja resolução vai muito além da capacidade do cálculo básico humano.

As principais razões para a complexidade destes problemas são:

- características não lineares da potência obtida a partir de um aproveitamento hidroelétrico;
- efeitos da propagação temporal das decisões tomadas num determinado instante;
- configuração e organização das possíveis centrais associadas ao sistema;
- incerteza relacionada a este tipo de problema;
- efeito de bombagem.

Os valores de potência retirados de um aproveitamento hidroelétrico dependem da queda, assim como do caudal que é turbinado, numa relação não linear. Os valores de caudais máximos turbinados dependem do valor da queda, numa relação igualmente não linear e o valor de queda varia com o volume de água que a albufeira armazena e que na maior parte dos casos apresenta propriedades também não lineares.

A água que neste caso constitui fonte de energia primária, é guardada em reservatórios com limites bem estabelecidos. Apesar de ser possível adotar estratégias em que a queda é considerada constante, há casos de aproveitamentos onde este tipo de estratégias pode induzir a erros elevados. É fundamental representar o mais aproximadamente da realidade a forma como um sistema hidroelétrico funciona, não desprezando todos os benefícios económicos que podemos obter, especialmente se forem considerados planeamentos de curto prazo. Ter em consideração o efeito da queda é um ponto fundamental para a correta caracterização de sistemas hidroelétricos.

A questão do efeito de propagação temporal faz com que os problemas de otimização de albufeiras sejam ainda mais complexos, pois leva a que a decisão tomada num determinado instante tenha consequências nas decisões a serem tomadas no futuro. Uma vez que a quantidade de água numa albufeira não é um recurso infinito, a decisão de guardar ou não a água, tem que ser pesada com cuidado de forma a maximizar os benefícios.

As incertezas associadas à procura de energia elétrica e às afluências naturais são fatores determinantes no aumento de complexidade de uma boa gestão de recursos.

Em muitos casos, os aproveitamentos hidroelétricos não estão isolados, mas sim integrados em cascatas como se analisará brevemente, e por vezes em concessões a empresas diferentes. Assim sendo, a gestão de uma determinada central hídrica tem influência nas restantes centrais a jusante dando uma nova dimensão ao problema.

Um outro fator que torna a otimização do sistema hídrico mais complicada é a bombagem. A potência de bombagem apresenta exatamente a mesma relação não linear relativamente à queda, e visto que representa um custo, é importante avaliar se a bombagem compensa ou não para o processo, e em que períodos deve ocorrer.

A dimensão do problema a resolver é proporcional ao horizonte temporal selecionado. Sendo assim, importa selecionar uma técnica que permita a resolução do problema num intervalo de tempo que não seja longo demais.

Todos os fatores referidos anteriormente fazem com que uma otimização de problemas como o apresentado no capítulo 4 seja bastante complexa e com diversos métodos para a resolução, dependendo do tipo de problema apresentado.

## 2.2.2 Programação Dinâmica

Os primeiros trabalhos feitos na área de otimização de sistemas hídricos utilizaram técnicas de programação dinâmica. A utilização de programação dinâmica em problemas como o que será abordado posteriormente permite reduzir muito o espaço de pesquisa, ao evitar repetições de cálculos que ocorrem normalmente na enumeração total de soluções (inclusive se limitada a soluções viáveis em cada intervalo considerado).

A aplicação do princípio da otimalidade, que constitui o princípio base da programação dinâmica, está implícita na sua forma de recorrência. Simplificadamente, dir-se-á que qualquer direção escolhida, candidata a ótima, que vá de um certo estado intermédio até ao final, terá que ter tido um percurso ótimo nos períodos percorridos anteriormente. Esta técnica tem enormes vantagens, visto que consegue solucionar problemas complexos com características discretas e não lineares. No entanto, importa salientar que, em sistemas de grande dimensão que incluam muitos períodos e muitos reservatórios, esta metodologia não é utilizada devido à dimensionalidade. Conforme a dimensão do problema aumentar, o gasto computacional, tanto a nível do tempo de execução como a nível de capacidade de memória cresce exponencialmente. A existência desta dificuldade não impede a utilização de programação dinâmica para resolver certos subproblemas em que a dimensão não seja um entrave para a sua resolução. É possível ainda combinar diversos métodos para que o problema da dimensionalidade seja ultrapassado.

## 2.2.3 Programação Linear vs Não Linear

A programação linear é uma técnica matemática com a qual é possível resolver problemas de alocação de variáveis limitadas e constitui um dos ramos da Investigação Operacional mais vastamente usados. O problema consiste em encontrar o valor das variáveis de decisão que garantem a maximização (ou minimização) duma função objetivo. As variáveis

de decisão estão normalmente sujeitas a algumas restrições (que podem ser equações ou inequações lineares) dependentes de determinados parâmetros. As relações matemáticas existentes entre estas variáveis são todas funções lineares.

As técnicas de resolução são vastamente estudadas e conhecidas, nomeadamente o algoritmo do Simplex que foi o padrão para estes problemas durante mais de quatro décadas. Mais recentemente, em meados dos anos 80, Narendra Karmarkar desenvolveu um novo algoritmo polinomial para a resolução de problemas de programação linear. Eram assim criados os chamados Métodos de Pontos Interiores. Estes métodos inovadores surpreenderam toda a comunidade científica da época por serem bastante mais rápidos que o Simplex convencional. O método tradicional do Simplex resolve um problema de programação linear começando num vértice ao longo do espaço de soluções, saltando sucessivamente para outro vértice quando este permita melhorar a função objectivo, parando finalmente num vértice ótimo (ponto  $x_0$  na figura seguinte).

O Método de Pontos Interiores raramente visa vértices antes que um ponto ótimo seja alcançado, pelo que a sucessão de pontos  $x_1, x_2, x_3$  e  $x_0$  é típica da aplicação deste método.

Assim, o Método de Pontos Interiores encontra soluções viáveis no interior do espaço de soluções, criando um caminho que permite alcançar o ótimo ao fim de poucas iterações evitando assim a necessidade de percorrer um número, que pode ser elevado, de vértices da região admissível.

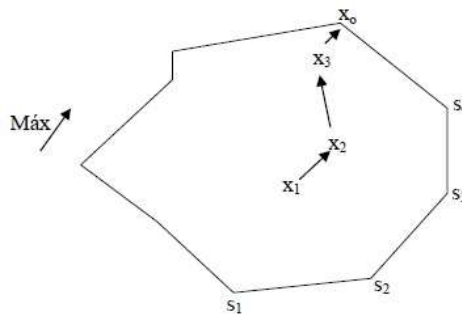


Figura 12 - Comparação entre método de Pontos interiores e Simplex

Modelos deste tipo são bastante robustos e eficazes, principalmente no que diz respeito a tempo de cálculo. Para ser possível resolver problemas de otimização de sistemas hidroelétricos com programação linear seria necessário negligenciar o efeito não linear da queda, considerando-a constante, o que pode resultar em erros relativamente elevados. Em Portugal, não é totalmente correto ignorar este efeito devido às características dos aproveitamentos existentes.

Existem otimizações resolvidas através de programação mista que tem como grande vantagem a possibilidade de tratar variáveis discretas, sendo, nesses casos, possível inserir variáveis como o custo de arranque.

Uma outra forma utilizada para a resolução de problemas de otimização de sistemas hídricos é a otimização não linear. Os métodos de otimização não linear solucionam o problema completo através de uma representação mais aproximada e fidedigna da realidade, mas têm a grande desvantagem de consumir mais recursos, tanto a nível de memória como a



nível de tempo de processamento. Uma vez que a capacidade de cálculo dos computadores tem vindo a aumentar exponencialmente, é atualmente possível usar ferramentas extremamente poderosas para a resolução de problemas não lineares. No entanto, também nestes casos se verifica o efeito da dimensionalidade, visto que conforme a dimensão e complexidade do problema aumentam, estes tipos de metodologias ficam também mais complexos. O recurso a este tipo de técnicas é usual para a resolução de problemas de otimização em sistemas hídricos.

## 2.2.4 Meta-Heurísticas

As Meta-Heurísticas são ferramentas computacionais baseadas em estratégias de pesquisa local integrando mecanismos que permitem abandonar zonas de ótimos locais, sendo assim possível cobrir todo o espaço de soluções. São métodos bastante usados na resolução de problemas de natureza discreta e combinatória e surgiram por volta dos anos 80 [2]. São alguns exemplos:

- Algoritmos Genéticos;
- Algoritmos Evolucionários;
- Redes Neurais;
- Tabu Search;
- Simulated Annealing.

Os três primeiros são baseados em processos naturais, como a transferência horizontal de genes e a endossimbiose, sendo os Algoritmos Genéticos e os Algoritmos Evolucionários inspirados em princípios de evolução natural.

O *Simulated Annealing* analisa uma possível analogia com a termodinâmica, enquanto os métodos de *Tabu Search* fazem uso de uma memória flexível para tornar o processo de pesquisa mais eficaz.

Todos estes métodos se tornam mais realistas após a união de conceitos na área de Otimização e Inteligência Artificial, viabilizando a construção das denominadas melhores estratégias ou dos métodos “*inteligentemente flexíveis*”, mais conhecidos como Meta-Heurísticas [2].

Estes métodos são caracterizados por:

- constituírem procedimentos com o objetivo de encontrar uma boa solução, possivelmente ótima, consistindo na aplicação, em cada passo, de uma heurística subordinada, que deve ser modelizada para cada problema específico;
- possuírem um caráter geral (podendo ser aplicadas em quaisquer tipos de problemas: combinatórios, discretos, lineares ou não lineares) e serem métodos muito fáceis e simples de programar;
- terem capacidade de escapar de ótimos locais com o objetivo de atingir ótimos globais;
- diferenciam-se entre si através das seguintes características: definição da vizinhança de uma solução, critério de escolha de uma solução inicial, método de seleção de uma solução vizinha no interior do espaço de soluções e critério de paragem.

Os métodos mais estudados a nível literário para a resolução de problemas de otimização de sistemas hidroelétricos são as Redes Neurais, Algoritmos Genéricos, Simulated Annealing e Tabu Search.

A maior desvantagem destes métodos é o facto de a otimalidade não poder ser garantida, ou ainda pior, não existir nenhuma indicação sobre a distância à solução ótima. Estas metodologias podem ser usadas para obter um bom ponto de partida para outros métodos. Contudo, trabalhos recentes mostram que a eficácia destes métodos tem vindo a aumentar.

## Capítulo 3

# Problemas de Controlo Ótimo

### 3.1 - Controlo Ótimo

A teoria de controlo ótimo tem como base a evolução de sistemas dinâmicos ao longo do tempo nos quais é possível atuar através de funções de controlo. Tais sistemas são designados por sistemas de controlo.

Os sistemas de controlo surgem em situações diversas, por exemplo, aplicação de comandos num computador, tecidos nervosos presentes numa rede de controlo cerebral responsáveis pela realização e conversão de estímulos externos ao organismo, um veículo sujeito a controlo por um pedal, etc [18].

A teoria de controlo tem como objetivo analisar as características destes sistemas quando passam de um determinado estado inicial para um final, satisfazendo certas restrições impostas.

Esse tipo de sistemas pode ter as mais diversas origens tais como mecânica, elétrica química ou económica. Em muitos casos, o objetivo é de alcançar a estabilidade no sistema, tornando-o insensível a determinadas perturbações ou alcançando as soluções ótimas referentes a um critério de otimização fornecido. É possível recorrer a integrais, equações diferenciais, equações às derivadas parciais, entre outros, para modelar os sistemas de controlo o que faz com que a teoria de controlo seja extremamente importante e com um contributo relevante em diversos domínios da matemática [18].

Um sistema de controlo tem uma estrutura fundamentada na interconexão de vários elementos simples que constituem os subsistemas dentro dos quais é transferida informação. Os sistemas sofrem transformações provenientes da dinâmica do mesmo, que podem ter origem temporal determinista ou aleatória. A estrutura e a dinâmica de um qualquer sistema pode ter funcionalidades e significados diversos.

Um conceito importante nos sistemas de controlo é o de controlabilidade. Os sistemas são classificados como controláveis se houver a possibilidade de os conduzir num intervalo de tempo finito, de um estado inicial até um estado final pré estabelecido.

Em 1949, Kalman deduziu uma condição que caracteriza os sistemas lineares controláveis de dimensão finita.

Uma vez garantida a propriedade de controlabilidade pode haver interesse em passar de um estado inicial a um final maximizando ou minimizando um critério específico. Teremos então um problema de controlo ótimo.

Considere-se um sistema de controlo em que o seu estado em cada instante é representado por um vetor. Os controlos são parâmetros ou funções com restrições que atuam no sistema como forças exteriores, potências elétricas, etc. e afetam a dinâmica do sistema.

Estas variáveis, de estado e controlo, aparecem usualmente relacionados através de equações diferenciais que vão modelizar a dinâmica do sistema.

Este sistema de equações diferenciais e outras características do problema vão criar os controlos necessários para alcançar um objetivo concreto.

Consideremos, como exemplo, um aluno que diariamente vai a pé para a escola. O aluno deve seguir determinadas regras e escolher entre diferentes caminhos para concretizar o seu percurso. É fixado um determinado critério para que seja possível quantificar a qualidade do rumo escolhido que é apresentado na maior parte dos casos na forma de uma funcional dependente dos controlos e do estado do sistema. Esta funcional é então otimizada, maximizada ou minimizada.

### **3.2 - Abordagem histórica**

Em meados do século XVII surgiu o cálculo das variações tendo como principais responsáveis pela sua origem Fermat, Bernoulli e Newton. Inumeros matemáticos afirmam que a origem do controlo ótimo se deu na mesma altura em que foi publicada a solução do problema de braquistócrona de Johann Bernoulli.

No ano de 1638, Galileu dedicou-se ao estudo do problema de determinação da forma da curva percorrida por uma pequena esfera quando rola sob o efeito da gravidade com velocidade inicial igual a zero e sem interferência de atrito, entre 2 pontos estabelecidos, com tempo de percurso mínimo. Este problema é conhecido como problema de braquistócrona. Galileu teve um raciocínio incorreto ao pensar que a curva procurada consistia num arco de círculo. No entanto, concluiu acertadamente que o segmento de linha reta não era o caminho mais curto.

No ano de 1669, alguns dos melhores matemáticos da época foram desafiados a resolver esse mesmo problema tendo alguns deles chegado à conclusão que a solução seria um arco de cicloide começando com a tangente vertical. Hoje em dia podemos constatar que as rampas para skates e diversas atracções em parques aquáticos têm a forma de cicloide.

Por volta do final da segunda guerra mundial a teoria de controlo ótimo teve um desenvolvimento substancial para dar resposta às imensas necessidades a nível de engenharia aeronáutica.

O desenvolvimento desta teoria levou ao aparecimento de diversas questões que conduziram à introdução de novos conceitos de soluções generalizadas na teoria das equações diferenciais assim como novos resultados de existência de trajetórias para essas equações diferenciais.

É usual considerar que a teoria do controlo ótimo teve o seu início em 1956, na antiga União Soviética, aquando da formulação e demonstração do princípio do Máximo de Pontryagin.

Pontryagin e restantes colaboradores generalizaram a teoria do cálculo das variações para curvas com valores em conjuntos fechados.

### 3.3- Formulação e exemplo

O controlo ótimo está associado a problemas de encontrar leis controladoras para um sistema dado de forma a que um determinado critério de otimização seja alcançado. Um problema de controlo ótimo inclui uma função custo que usualmente depende do estado do sistema e das variáveis de controlo. Um controlo ótimo é uma função ou funções, descrevendo a evolução das variáveis de controlo que otimizam o custo da função.

Formalmente, um problema de controlo ótimo pode tomar a seguinte forma (caso simples):

$$\text{Minimizar/Maximizar } \int_0^T L(t, x(t), u(t)) dt$$

Sujeito a

$$\dot{x}(t) = f(t, x(t), u(t)) \quad (3.1)$$

$$x(0) = X_0, x(T) \in C \quad (3.2)$$

$$u(t) \in \Omega, \forall t \in [0, T] \quad (3.3)$$

onde

$$L: [0, T] \times \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R},$$

$$f: [0, T] \times \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$$

são funções dadas,  $X_0 \in \mathbb{R}^n$  e  $\Omega \subseteq \mathbb{R}^m$ ,  $C \subset \mathbb{R}^n$ .

A função  $u(\cdot): [0, T] \rightarrow \Omega$  (variável de controlo) deve pertencer a um determinado espaço de funções que são consideradas admissíveis para o problema (contínuas, contínuas por bocados, mensuráveis, etc).

A variável  $x(\cdot): [0, T] \rightarrow \mathbb{R}^n$ , variável de estado, é determinada a partir de (3.1) e (3.2) e de  $u(t)$  e é muitas vezes designada por trajetória do sistema associado a  $u(\cdot)$ . Outro tipo de restrições relacionadas com  $x(\cdot)$  e  $u(\cdot)$  podem surgir.

Um exemplo simples de um problema deste tipo é o seguinte:

Considere-se um carro a viajar numa linha reta numa estrada montanhosa. Como deve o condutor controlar o acelerador de forma a minimizar o consumo de combustível?

Claramente neste exemplo, o termo lei de controlo refere-se especificamente à forma como o condutor pressiona o pedal do acelerador e efetua mudanças. O “sistema” é

constituído pelo carro e pela estrada, e o critério de otimização é a minimização do consumo de combustível.

Uma função de custo adequado é uma expressão matemática que dá o consumo de combustível, em função da velocidade e das condições iniciais do sistema. Para este caso, o problema poderia ser formulado da seguinte forma:

$$\text{Minimizar } \int_0^1 u^2(t)dt \quad (3.6)$$

Sujeito a

$$\dot{x}_1(t) = x_2(t)$$

$$\dot{x}_2(t) = u(t)$$

$$x(0) = A$$

$$x(1) = B$$

### 3.4 - Controlo ótimo linear

O controlo ótimo é bastante mais simples quando as restrições do sistema têm características lineares e a teoria linear é ainda hoje a mais utilizada nas mais diversas áreas de Engenharia e respetivas aplicações.

#### 3.4.1 -Principais considerações

Seja  $A \in M_n(\mathbb{R})$  (considera-se  $M_n(\mathbb{R})$  como o conjunto das matrizes de dimensão  $n \times n$  de entradas reais);

$B, X_0 \in M_{n,1}(\mathbb{R}) \approx \mathbb{R}^n$ ;  $I$  um intervalo de  $\mathbb{R}$ ;  $u : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  uma função mensurável tal que  $u(t) \in I, \forall t$ . [18]

O teorema de existência de solução para equações diferenciais garante a existência de uma única aplicação  $t \rightarrow X(t) \in \mathbb{R}^n$  contínua e derivável em quase todos os pontos  $t \in \mathbb{R}$ , tal que :

$$\begin{aligned} \dot{X}(t) &= AX(t) + Bu(t), \\ X(0) &= X_0. \end{aligned} \quad (3.7)$$

Esta aplicação depende do controlo  $u$ . Ao alterarmos a função  $u$  obtemos uma outra trajectória  $t \rightarrow X(t)$  em  $\mathbb{R}^n$ .

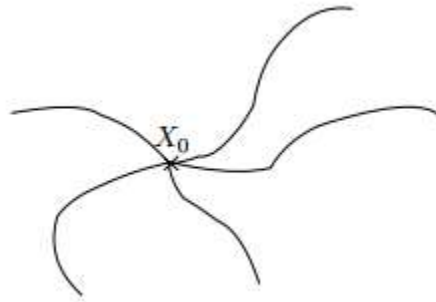


Figura 13- trajetórias para diferentes controles[18]

Neste contexto, são levantadas duas questões pertinentes:

- (i) Dado um ponto  $X_1 \in R^n$ , haverá um controle  $u$  de tal forma que a trajetória associada a esse controle liga  $X_0$  a  $X_1$  num intervalo de tempo finito  $T$ ? Este é o problema de controlabilidade.

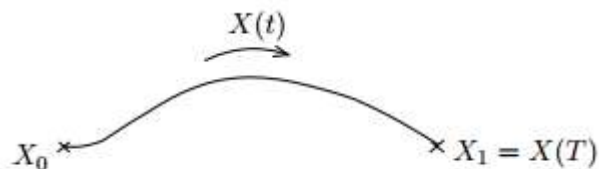


Figura 14 - Problema da controlabilidade. [18]

- (ii) Garantida a controlabilidade, existirá um controle com a capacidade de minimizar o tempo de percurso de  $X_0$  até  $X_1$ ? Temos então um problema de controle ótimo (de tempo mínimo).

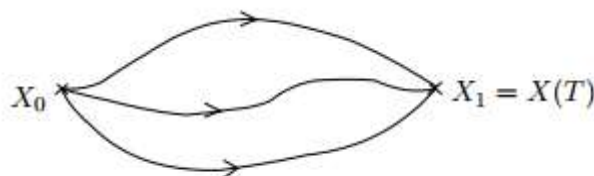


Figura 15 - Problema do tempo mínimo [18]

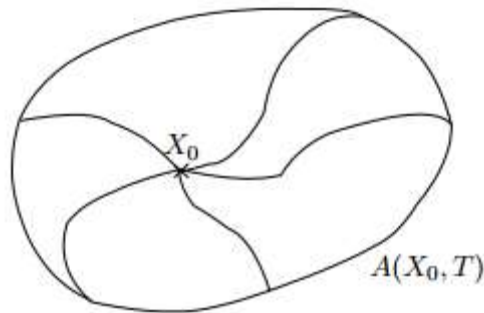
### 3.4.2 - Conjunto acessível

Tendo em conta o sistema linear de controle previamente descrito, introduz-se um conjunto de grande importância: o conjunto acessível.

**Definição:** O conjunto dos pontos acessíveis a partir de  $X_0$  no intervalo de tempo  $T > 0$ , que representamos por  $A(X_0, T)$  é definido por :

$$A(X_0, T) = \{X_1 \in R^n \mid \exists u : [0, T] \rightarrow I, \\ \exists X : [0, T] \rightarrow R^n \text{ com } X(0) = X_0, \\ \dot{X}(t) = AX(t) + Bu(t), X(T) = X_1\}.$$

Isto significa que  $A(X_0, T)$  é o conjunto das extremidades das soluções de (1) no intervalo de tempo  $[0, T]$ , quando a função de controlo  $u$  varia, como se pode observar na figura 16.



**Figura 16** - Conjunto acessível [18]

**Teorema 1 :** Sejam  $T > 0$ ,  $I$  compacto e  $X_0 \in R^n$ . Então para qualquer valor de  $t \in [0, T]$ ,  $A(X_0, t)$  é compacto, convexo e varia de forma contínua com  $t$  em  $[0, T]$ .

A solução de

$$\begin{cases} \dot{X}(t) = AX(t) + Bu(t) \\ X(0) = X_0 \end{cases} \quad (3.8)$$

é

$$X(t) = e^{At}X(0) + e^{At} \int_0^t e^{-sA} Bu(s) ds$$

Se  $X_0 = 0$ , ou seja, se a origem é o estado inicial, então a expressão de  $X(t)$  tem a forma simplificada:  $X(t) = e^{At} \int_0^t e^{-sA} Bu(s) ds$ , linear em  $u$ , que leva à proposição apresentada de seguida.

**Proposição :** Supondo que  $X_0 = 0$  e que  $I = R$  :

1.  $\forall T > 0$ ,  $A(0, T)$  é um sub-espaço vectorial de  $R^n$ .
2.  $0 < T_1 < T_2 \Rightarrow A(0, T_1) \subset A(0, T_2)$ .



**Definição :** O conjunto  $A(0) = \cup_t \geq A(0, t)$  é o conjunto dos pontos acessíveis a partir da origem, num qualquer intervalo de tempo.

**Corolário :** O conjunto  $A(0)$  é um sub-espço vectorial de  $R^n$ .

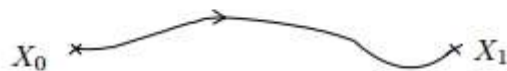
### 3.4.3 - Controlabilidade

O sistema de controlo  $\dot{X} = AX + Bu$  diz-se controlável se para todo o  $X_0, X_1 \in R^n$  existir um controlo  $u$  de forma a que a trajetória associada a  $u$  une  $X_0$  a  $X_1$  num intervalo de tempo finito  $T$ . Formalmente:

**Definição :** O sistema de controlo  $\dot{X} = AX + Bu$  diz-se controlável se:

$$\forall X_0, X_1 \in R^n \exists T > 0 \exists u : [0, T] \rightarrow I$$

$$\exists X : [0, T] \rightarrow R^n \text{ tal que } \begin{cases} \dot{X}(t) = AX(t) + Bu(t) \\ X(0) = X_0 \\ X(T) = X_1 \end{cases} \quad (3.9)$$



**Figura 17 - Controlabilidade [18]**

No teorema seguinte é estabelecida uma condição necessária e suficiente para controlabilidade (Condição de Kalman).

**Condição de Kalman (Teorema):** O sistema  $\dot{X} = AX + Bu$  é controlável se e somente se a matriz  $C = (B | AB | \dots | A^{n-1}B)$  tiver característica completa, isto é,  $\text{caraterística}(C) = n$  [18].

### 3.4.4 - Princípio do Máximo de Pontryagin no caso de problema de tempo mínimo

Começemos por formalizar, através da ajuda do conjunto acessível  $A(X_0, t)$ , a noção de tempo mínimo.

Sejam  $X_0, X_1 \in R^n$ . Consideremos que é possível aceder a  $X_1$  a partir de  $X_0$ , ou seja, supomos que existe pelo menos uma trajetória que liga  $X_0$  a  $X_1$ . De todas as trajetórias que ligam  $X_0$  a  $X_1$  como será aquela que o faz em tempo mínimo  $T$ ?

Sendo  $T$  o tempo mínimo, então para todo o  $t < T$ ,  $X_1 \notin A(X_0, t)$  (efetivamente, se assim não fosse  $X_1$  seria acessível a partir de  $X_0$  num tempo inferior a  $T$  e  $T$  não seria o tempo mínimo) [18].

Como consequência:

$$T = \inf\{t > 0 \mid X_1 \in A(X_0, t)\} \quad (3.10)$$

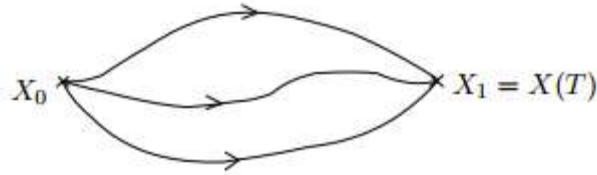


Figura 18 - Trajetória X para a qual T é mínimo [18]

O valor de T está bem definido visto que, considerando o teorema 1,  $A(X_0, t)$  varia continuamente com t, logo  $\{t > 0 \mid X_1 \in A(X_0, t)\}$  é fechado em  $\mathbb{R}$ . O ínfimo em (3.10) é mínimo. O tempo  $t = T$  é o primeiro instante para o qual  $A(X_0, t)$  contém  $X_1$ .

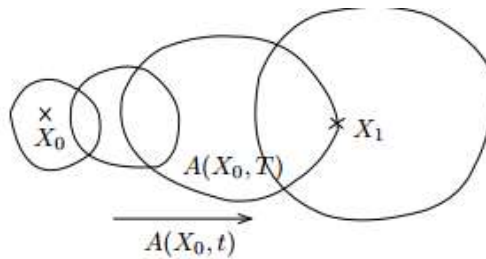


Figura 19 -Tempo mínimo T

O tempo mínimo T corresponde ao primeiro instante t para o qual  $A(X_0, t) \cap \{X_1\} \neq \emptyset$ . Por outro lado, tem-se obrigatoriamente:  $X_1 \in \text{Fr } A(X_0, T) \setminus \text{int } A(X_0, T)$  [18].

Se  $X_1$  pertencesse ao interior de  $A(X_0, T)$ , então para  $t < T$  próximo de T,  $X_1$  pertenceria ainda a  $A(X_0, t)$  porque  $A(X_0, t)$  varia com t. Isto vai contrariar o facto de T ser o tempo mínimo. [18] Estas observações dão uma perspetiva geométrica da ideia de tempo mínimo .

Considerar u como ótimo é dizer que a trajetória associada a u une  $X_0$  a  $X_1$  em tempo mínimo. O objetivo é determinar os controlos ótimos. O teorema seguinte dá uma condição necessária para otimalidade.

**Princípio do Máximo de Pontryagin - caso linear :** Considere-se o sistema de controlo

$$\begin{cases} \dot{X} = AX + Bu \\ X(0) = X_0 \end{cases} \quad (3.11)$$

Se  $u : [0, T] \rightarrow [-1, 1]$  é ótimo, então

$$u(t) = \text{sign} \langle \eta(t), B \rangle$$

onde  $\langle \cdot, \cdot \rangle$  é o produto interno em  $\mathbb{R}^n$  e  $\eta(t) \in \mathbb{R}^n$  é da equação  $\dot{\eta}^T = -\eta^T A$ .

Este resultado em conjunto com as condições do problema ajudam a identificar as soluções ótimas procuradas.

O princípio do máximo de Pontryagin estabelece condições necessárias a serem satisfeitas pela solução de um problema de controlo ótimo. Toma diversas formas, mais ou menos complexas, dependendo do tipo de problema, se é um problema de tempo mínimo ou não, se é ou não linear, etc., e das restrições que o problema envolve.

### **3.5 - Algoritmo de otimização da gestão de recursos hídricos**

Existem imensos obstáculos ao desenvolvimento de um modelo completo e eficiente que resolva o problema de otimização de recursos hídricos. É necessário ter em consideração um elevado número de restrições físicas assim como a interdependência temporal entre as variáveis e a interdependência dos aproveitamentos (por exemplo nos casos de albufeiras em cascata).

O ambiente de mercado atualmente em vigor leva a que as empresas procurem não só a redução de custos mas, acima de tudo, uma maximização do lucro. Tendo isso em conta, é necessário desenvolver uma estratégia a curto prazo, com horizonte temporal diário ou semanal, que permita à empresa uma utilização dos recursos ao seu dispor de forma eficaz e racional, tanto a nível de uso da matéria prima, água, quer a nível de infraestruturas.

Algumas das infraestruturas estão dotadas de grupos reversíveis que permitem efetuar bombagem. A estratégia base passa por turbinar água nas horas em que o preço é mais elevado e bombear nas horas de preço mais reduzido. É, no entanto, preciso ter em consideração que o custo de efetuar bombagem tem que ser pelo menos recuperado pela receita obtida através do turbinamento [2]. É ainda importante referir que esta estratégia está limitada pelo relacionamento não linear entre a potência, a queda e o caudal, a interdependência entre os vários aproveitamentos e a interdependência temporal entre as variáveis, condicionalismos operativos rígidos, assim como pela incerteza nos valores das afluições.

O tratamento numérico de um problema de controlo ótimo em que as variáveis são funções do tempo passa muitas vezes por uma discretização do modelo transformando-o num problema de programação matemática. A parte restante deste capítulo é dedicada a problemas desse tipo.

### 3.6 - Programação Matemática em matlab

Considerando o problema seguinte:

$$\begin{aligned} f(x) \rightarrow \min (\max) (A) \\ \text{sujeito a: } x \in M. \end{aligned}$$

A função  $f : R^n \rightarrow R$  é a função objetivo e o conjunto  $M \subset R^n$  é o conjunto admissível do problema (A) para a variável  $x$ .

Com base na função  $f$  e no conjunto  $M$ , o problema (A) pode ser classificado como linear, quadrático, não linear, semi infinito, semi definido, multi objetivos, problema de otimização discreta, etc.

#### *Alguns tipos de Problemas de otimização*

Nas secções seguintes  $A, B, Q$  representam matrizes de dimensões adequadas e  $a, b, c$  representam vetores colunas,  $c^T$  representa o transposto de  $c$  e  $l_b$  e  $u_b$  são números reais.

#### 3.6.1 - Programação Linear

Se a função objetivo  $f$  é linear e o conjunto  $M$  é definido em termos de funções lineares (igualdade e/ou desigualdade), então (A) será um problema de otimização linear.

Forma geral de um problema de programação linear:

$$\begin{aligned} c^T x \rightarrow \min (\max) \\ \text{sujeito a} \\ Ax = a \\ Bx \leq b \\ l_b \leq x \leq u_b; \end{aligned} \tag{3.12}$$

isto é:

$$f(x) = c^T x \text{ e } M = \{x \in R^n \mid Ax = a, Bx \leq b, l_b \leq x \leq u_b\}.$$

Exemplos clássicos de problemas deste tipo são por exemplo:

Aproximação linear discreta de Chebychev, problemas de transporte, problemas de fluxos de redes.

#### 3.6.2- Programação Quadrática

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} x^T Q x + Q^T x \rightarrow \min \\ \text{Sujeito a:} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \bullet Ax = a && \text{(PQ)} \\
 & \bullet Bx \leq b \\
 & \bullet x \geq l_b \\
 & \bullet x \leq u_b
 \end{aligned}$$

Aqui, a função objetivo  $f(x)$  é uma função quadrática, enquanto que o conjunto admissível  $M = \{x \in R^n \mid Ax = a, Bx \leq b, l_b \leq x \leq u_b\}$  é definido através de funções lineares.

O problema de mínimos quadrados, que tem aplicações nos mais variados campos da ciência, são exemplos deste tipo de problemas.

### 3.6.3- Problemas de programação não linear

A forma geral de um problema de programação não linear é:

$$\begin{aligned}
 & f(x) \rightarrow \min (\max) \\
 & \text{sujeito a:} \\
 & \bullet g_i(x) = 0, i \in \{1, 2, \dots, m\} && \text{(PNL)} \\
 & \bullet g_j(x) \leq 0, j \in \{m+1, m+2, \dots, m+p\} \\
 & \bullet u_k \leq x_k \leq v_k, k = 1, 2, \dots, n;
 \end{aligned}$$

Assume-se que todas as funções são "suaves", ou seja, as funções  $f, g_i: U \rightarrow R, i = 1, 2, \dots, m+p$  são diferenciáveis num conjunto aberto  $U$  de  $R^n$ .

O conjunto admissível de (PNL) é dado por :

$$M = \{x \in R^n \mid g_i(x) = 0, i = 1, 2, \dots, m; g_j(x) \leq 0, j = m+1, m+2, \dots, m+p\}, u_k \leq x_k \leq v_k, k = 1, 2, \dots, n.$$

É também possível escrever (PNL) em notação vetorial como

$$\begin{aligned}
 & f(x) \rightarrow \min (\max) \\
 & \text{sujeito a} \\
 & h(x) = 0 \\
 & g(x) \leq 0 \\
 & u \leq x \leq v.
 \end{aligned}$$

Problemas deste género aparecem frequentemente na resolução numérica de problemas de controlo, aproximações não lineares, engenharia de design, finanças e economia, processamento de sinal, etc.

### 3.6.4- Programação semi-infinita

$$\begin{aligned}
 & f(x) \rightarrow \min \\
 & \text{sujeito a:} \\
 & G(x, y) \leq 0, \forall y \in Y; \quad (\text{PSI}) \\
 & h_i(x) = 0, i = 1, \dots, p; \\
 & g_j(x) \leq 0, j = 1, \dots, q; \\
 & x \in R^n; \\
 & Y \subset R^m.
 \end{aligned}$$

Aqui,  $f, h_i, g_j: R^n \rightarrow R, i \in \{1, \dots, p\}, j \in \{1, \dots, q\}$  são funções diferenciáveis;  $G: R^n \times R^m \rightarrow R$  é tal que, para cada  $y$  fixo  $\in Y, G(\cdot, y): R^n \rightarrow R$  é suave e, para cada  $x$  fixo  $\in R^n, G(x, \cdot): R^m \rightarrow R$  é suave. Além disso,  $Y$  é um subconjunto compacto de  $R^m$ . Por vezes, o conjunto  $Y$  também pode ser dado como:

$$Y = \{y \in R^m \mid u_k(y) = 0, k = 1, \dots, s_1; v_l(y) \leq 0, l = 1, \dots, s_2\}$$

onde:

$$u_k, v_l: R^m \rightarrow R, k \in \{1, \dots, s_1\}, l \in \{1, \dots, s_2\}.$$

O problema (PSI) é chamado de semi-infinito, por ser um problema de otimização com número finito de variáveis ( $x \in R^n$ ) e um número infinito de restrições ( $G(x, y) \leq 0, \forall y \in Y$ ).

Um dos modelos práticos mais bem conhecidos de (PSI) representa o problema de aproximação contínuo de Chebychev.

Este problema surge na aproximação de funções por polinómios, na projeção de filtros para processamento de sinal digital ou aproximações de trajetória de robôs.

### 3.6.5 - Otimização multi objetivo

Este tipo de problemas tem a seguinte estrutura geral:

$$\min(f_1(x), f_2(x), \dots, m(x)) \quad (\text{MO})$$

Sujeito a

$$x \in M;$$

Onde as funções  $f_k: R^n \rightarrow R, k = 1, \dots, m$  são suaves e o conjunto admissível  $M$  é definido em termos de funções lineares ou não lineares.

É um tipo de problema de otimização com mais do que uma função objetivo (cada um desses objetivos é um critério).

Num problema da vida real podemos ter vários objetivos a atingir. No entanto, não podemos satisfazer todos os nossos objetivos otimamente em simultâneo. Assim sendo, temos que encontrar soluções de compromissos dentro dos objetivos a alcançar. Essa é a natureza de um problema de otimização múltipla. A minimização ou maximização de vários objetivos não pode ser realizada da forma clássica. São utilizados os denominados pontos de eficiência como solução do problema. Utilizando construções especiais envolvendo os objetivos, o problema pode ser reduzido a um problema com apenas uma função objetivo.

### 3.7- Funções de Otimização Toolbox Matlab

O Matlab é um software vastamente utilizado para a resolução de problemas de programação e otimização pois permite resolver uma grande variedade de problemas, dos mais simples aos mais complexos.

De seguida, são listadas as toolbox mais utilizadas para os diferentes tipos de problemas descritos anteriormente:

#### Problemas de minimização linear ou quadrática

- linprog - Programação linear
- quadprog - Programação Quadrática

#### Encontrar zero não linear (solver de equações)

- fzero - Escalar não linear (zeros)
- fsolve - Sistema de equações não lineares(Solver funções)

#### Minimos quadrados lineares (problemas com matrizes)

- lsqlin - minimos quadrados lineares com restrições lineares
- lsqnonneg - mínimos quadrados lineares com restrições não negativas lineares

#### Minimização não linear de funções

- fminbnd - minimização de função escalar limitada não-linear
- fmincon - Minimização não linear multidimensional com restrições
- fminsearch - Minimização não linear de funções multidimensionais sem restrições
- fminunc - Minimização multidimensional não linear sem restrições
- fseminf - Minimização multidimensional limitada, restrição semi infinita

#### Minimos quadrados não lineares de funções

- lsqcurvefit - Ajuste de curvas não linear através de mínimos (com limites).
- lsqnonlin - Mínimos quadrados não-lineares com limites superiores e inferiores.

**Minimização não-linear de funções multi-objetivos.**

- fgoalattain - otimização com objetivo multidimensional
- fminimax - Otimização minimax multidimensional



## Capítulo 4

### Apresentação do problema em estudo

Em [21] e [22] é apresentado um modelo matemático para um sistema hidroeléctrico de barragens em cascata onde algumas das centrais para além de turbinar podem bombear água de uma albufeira a jusante.

O problema considerado, sugerido pela REN, é formulado como um problema de controlo ótimo em que o objetivo é otimizar o lucro na venda de energia produzida. Usando valores reais para os parâmetros e dados do problema este é resolvido por processos numéricos.

Neste projeto é considerado um problema mais simples para um sistema de 2 barragens. Usando o Matlab são efetuados alguns testes com base no modelo considerado.

#### 4.1 -Formulação matemática e considerações gerais

Considere-se um sistema de barragens em cascata onde algumas das centrais existentes dispõem de turbinas reversíveis.

Nesse caso, será possível tanto turbinar água para produzir energia como bombear água de forma a aumentar o volume do reservatório.

A quantidade de água existente numa barragem depende de vários fatores dos quais se destacam as aflúncias à mesma e toda a água bombada ou turbinada nessa barragem. Assim sendo, os volumes de água existente em diferentes barragens são dependentes entre si. O facto de haver bombagem ou turbinagem de água numa barragem vai influenciar a quantidade de água existente na outra barragem a jusante ou montante nesse momento.

Neste trabalho tem-se como objetivo maximizar o retorno financeiro através da gestão dos recursos energéticos das barragens ao longo de um determinado intervalo de tempo tendo em conta a energia produzida e o custo da energia. Pretende-se obter o máximo lucro com a venda da energia produzida nas barragens do sistema tendo em consideração as perdas energéticas do mesmo.

Os preços em vigor são os definidos pelo mercado. A dimensão e a complexidade do problema conduzem a que sejam efetuadas algumas simplificações:

- o modelo é determinístico

- admite-se que as empresas que vendem a energia produzida nos aproveitamentos não têm capacidade para influenciar os preços do mercado;
- consideram-se os custos de arranque e paragem das centrais nulos;
- a perda de carga do circuito hidráulico é nula;
- o caudal descarregado e não utilizado para turbinagem ou bombagem por cada central é considerado nulo;
- considera-se nulo o tempo de reverter o grupo, ou seja, de passagem do modo de turbinamento para o modo de bombagem;

O modelo matemático que vamos descrever na secção seguinte contempla estas simplificações. É um caso particular, mais simples, do modelo considerado em [21] e [22].

Existem dois tipos de variáveis que devem integrar as equações do problema:

- as variáveis de controlo ou decisão denotadas aqui por  $q_i(t)$  que podem ser definidas pelo utilizador e influenciam a evolução do estado do sistema. Neste problema,  $q_i(t)$  representa o fluxo de água a turbinar ( $q_i(t) > 0$ ) ou bombear ( $q_i(t) < 0$ ) na barragem  $i$ .
- as variáveis de estado, designadas por  $V_i(t)$  que descrevem o sistema.

Outros parâmetros e variáveis vão estar presentes no problema.

### Especificação das variáveis e parâmetros

Para cada instante  $t$  considera-se o aproveitamento na barragem  $i$  caracterizado pelas variáveis e parâmetros seguintes :

- $Z_i(t)$  - níveis de água no reservatório  $i$
- $A_i(t)$  - afluência à albufeira  $i$  ( $hm^3$ )
- $V_i(t)$  - volume de água no reservatório  $i$  na hora  $t$  em  $hm^3$
- $r_i(t)$  - Potência fornecida ou consumida pela central  $i$
- $\Delta h_i(t)$  - função referente às diferenças de níveis de água
- $q_i(t)$  - caudal de água bombeada ou turbinada pela central do reservatório  $i$  na hora  $t$  em  $m^3/h$
- $Preco(t)$  - preço de energia [2]
- $V_i^0$  - volume de água presente em cada barragem num momento inicial ( $hm^3$ )
- $Z_i^0$  - nível de água acima do nível do mar em cada barragem num instante inicial (m)

## 4.2- Modelo Simplificado

Neste trabalho concreto é analisado o funcionamento de duas barragens em cascata de forma a otimizar o lucro de produção de energia.

A figura seguinte representa o esquema em estudo.

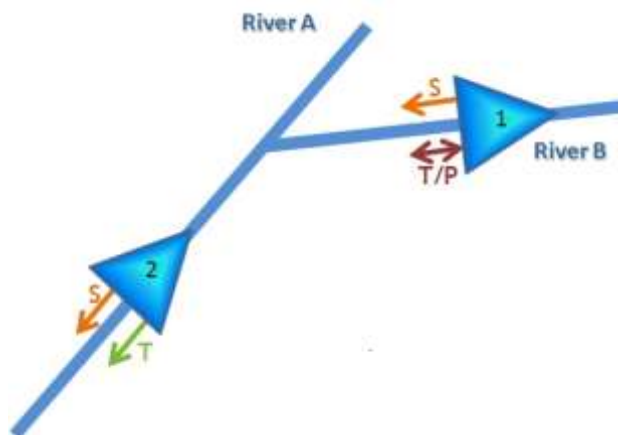


Figura 20 - Representação de sistema em cascata com duas barragens

Tabela 6 - Descrição das variáveis do sistema

Variável	Descrição
T	Turbinamento
S	Descarga
T/P	Turbinagem / Bombagem

O sistema é assim composto por duas barragens que estão marcadas com um número pelo qual serão denominadas no decorrer deste análise.

A barragem 2 recebe água a partir da afluência e caudal turbinado na barragem 1. O seu volume diminui quando efetua descargas e turbinamento. O seu volume irá também reduzir no caso de ocorrer bombagem.

O valor de S (descarga da barragem sem ocorrência de produção de energia) não foi considerado no desenvolvimento do problema como medida de simplificação do sistema.

Estas simplificações introduzidas têm impacto na modelização do problema, tornando-o menos complexo. Uma vez que se considera que a venda de energia elétrica resultante dos aproveitamentos em estudo não tem influência nos preços de mercado, é possível encarar os preços como dados de entrada com valores recolhidos ou com previsões externas ao modelo utilizado.

A barragem 1 do sistema em estudo pode turbinar água produzindo lucro ou bombear originando despesas que podem ser posteriormente convertidas em lucro. A partir da consideração de ambas as possibilidades obtemos a função  $R_i(t)$ .

A função objetivo descrita de seguida pretende medir o desempenho do sistema no intervalo de tempo considerado. Este intervalo de tempo é aqui tomado como um dia ou múltiplos de dias e o modelo considerado é discreto com intervalos de discretização de uma hora.

$$P(q_i, V_i(0)) = \sum_{t=1}^N \text{preco}(t) * \sum_{i=1}^2 r_i(t) \rightarrow \max \quad (4.1)$$

onde

$$r_i(t) = \begin{cases} 9,8 \times q_i(t) \times (h_i(t) - \Delta h_i^T(t)) \times \mu_i^T \times (1 - \phi_i) , & \text{para } q_i(t) \geq 0 \\ 9,8 \times q_i(t) \times (h_i(t) - \Delta h_i^P(t)) \times 1 / \mu_i^P \times (1 - \phi_i) , & \text{para } q_i(t) \leq 0 \end{cases} \quad (4.2)$$

Na expressão  $r_i(t)$  intervém o valor de  $\Delta h_i^T(t)$  que representa perda de carga nominal por fricção durante o turbinamento, assim como o de  $\Delta h_i^P(t)$  referente a perda de carga nominal por fricção durante a bombagem, com:

$$\Delta h_i^T(t) = \Delta h_i^{OT} * \left( \frac{q_i(t)}{q_i^{OT}} \right)^2 \quad \text{e} \quad \Delta h_i^P(t) = \Delta h_i^{OP} * \left( \frac{q_i(t)}{q_i^{OP}} \right)^2 \quad (4.3)$$

Onde  $\Delta h_i^{OT}$ ,  $\Delta h_i^{OP}$ ,  $q_i^{OT}$ ,  $q_i^{OP}$  são constantes características de cada uma das turbinas.

As quedas  $h_i(t)$  podem ser expressas como:

$$\begin{aligned} h_1(t) &= Z_1^0 + \alpha_1 * (V_1(t) - V_1^0)^{\beta_1} - \max\{Z_2^0 + \alpha_2 * (V_2(t) - V_2^0)^{\beta_2}, \xi_1\} \\ h_2(t) &= Z_2^0 + \alpha_2 * (V_2(t) - V_2^0)^{\beta_2} - \xi_2 \end{aligned} \quad (4.4)$$

onde  $\alpha_1$ ,  $\beta_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\beta_2$ ,  $\xi_1$ ,  $\xi_2$  são parâmetros positivos.

As constantes  $\mu_i^T$  e  $\mu_i^P$  caracterizam a eficiência das turbinas em modo de produção elétrica e em modo de bombagem respetivamente. O parâmetro  $\phi_i$  satisfaz  $0 \leq \phi_i \leq 1$ .

A função lucro a maximizar depende do custo da energia representada pela função Preço(t) em que, para os testes considerados neste trabalho, a cada hora do dia corresponde um diferente valor dependendo de ser considerada uma hora de ponta, pico ou vazio .

Como qualquer sistema, também os sistemas hidroelétricos têm limitações que conduzem a restrições sobre as variáveis do sistema.

A otimização deve ter em conta as restrições correspondentes a valores máximos e mínimos tanto para as variáveis de estado como para as de controlo de forma a garantir a consistência dos resultados.

É necessário garantir que as limitações das turbinas são respeitadas, o que implica que os caudais bombeados e turbinados estejam dentro duma gama previamente estabelecida.

Os caudais têm influência no volume das diferentes albufeiras, tendo por isso que estar devidamente limitados com valores relacionados com o controlo de cheias, mínimos técnicos para o funcionamento das máquinas ou volumes que devem ser respeitados e mantidos.

O volume de água armazenada em cada barragem deve estar compreendido entre um intervalo de segurança:

$$V_i^{min} \leq V_i(t) \leq V_i^{max}, i=1, 2 \quad (4.4)$$

Os valores de  $q_1$  e  $q_2$  representam os caudais turbinados ou bombeados nas centrais 1 e 2 respetivamente. No caso do valor de q ser maior que 0 a barragem encontra-se a turbinar enquanto que no caso de q ser negativo, encontra-se a bombear.

Para o problema que vamos considerar toma-se :

$$-0,35 \leq q_1(t) \leq 0,45 \quad (4.5)$$

$$0 \leq q_2(t) \leq 0,83 \quad (4.6)$$

Além dessas restrições o sistema deve ainda respeitar a seguinte restrição:

$$V_i(0) = V_i(N), i = 1, 2 \quad (4.7)$$

Esta restrição requer que o volume inicial de uma determinada barragem seja o mesmo que no final do intervalo de tempo considerado.

A restrição mais relevante para o funcionamento do sistema é a designada equação de balanço. Esta equação pretende garantir que o volume de água numa albufeira num determinado instante seja igual ao volume no instante anterior acrescido da variação ocorrida no intervalo decorrido.

$$V_1(t + 1) = V_1(t) + A1 - q_1(t) \quad (4.8)$$

$$V_2(t + 1) = V_2(t) + A2 + Q_1(t) - q_2(t) \quad (4.9)$$

A análise do sistema será efetuada em diferentes situações para que se possam obter diferentes perspetivas da evolução do sistema e da otimização em diferentes condições.

## Capítulo 5

# Apresentação e discussão dos resultados obtidos

### 5.1 - Problema

Relembrando a estrutura do problema a resolver:

$$\text{Maximizar } P(q_i, V_i(0)) = \sum_{t=1}^N \text{preco}(t) * \sum_{i=1}^2 r_i(t) \quad (5.1)$$

Sujeito a

$$V_1(t+1) = V_1(t) + A_1 - q_1(t)$$

$$V_2(t+1) = V_2(t) + A_2 + q_1(t) - q_2(t)$$

$$V_i(0) = V_i(N), i = 1, 2$$

$$-0,35 \leq q_1(t) \leq 0,45$$

$$0 \leq q_2(t) \leq 0,83$$

$$V_i^{min} \leq V_i(t) \leq V_i^{max}, i = 1, 2$$

onde

$$t=0, \dots, N$$

$$r_i(t) = \begin{cases} 9,8 \times q_i(t) \times (h_i(t) - \Delta h_i^T(t)) \times \mu_i^T \times (1 - \phi_i), & \text{para } q_i(t) \geq 0 \\ 9,8 \times q_i(t) \times (h_i(t) - \Delta h_i^P(t)) \times 1 / \mu_i^P \times (1 - \phi_i), & \text{para } q_i(t) \leq 0 \end{cases} \quad (5.2)$$

Trata-se de um problema de controlo ótimo em tempo discreto. Pode ser considerado como uma discretização do problema de controlo ótimo em tempo contínuo em que a função custo é definida como  $\int_0^N \text{preco}(t) * \sum_{i=1}^2 r_i(t) dt$ , com a dinâmica do sistema dada pelas equações diferenciais:

$$\dot{V}_1(t) = A_1 - q_1(t) \quad (5.3)$$

$$\dot{V}_2(t) = A_2 + q_1(t) - q_2(t)$$

e as restantes restrições do problema coincidentes.

Na resolução deste problema foi utilizada a função `fmincon` do software Matlab.

Uma vez que o programa para tratamento do problema foi desenvolvido em matlab de origem, é possível ter bastante mais flexibilidade em termos de controlo do problema e dos testes associados que se pretendem desenvolver.

Foram efetuados diferentes testes variando o intervalo de tempo considerado, o preço da energia horaria, assim como as afluências em ambas as barragens, de forma a analisar a influência dos diferentes fatores na otimização do problema.

Foram utilizados dados reais, obtido no trabalho descrito em [21] e [22], para os parâmetros associados às barragens.

## 5.2 - Função Fmincon

A função fmincon tem como objetivo encontrar o mínimo de funções não lineares sujeitas a restrições nas variáveis.

Mais precisamente, o objetivo é resolver um problema do tipo:

$$\min f(x) \text{ tal que } \begin{cases} c(x) \leq 0 \\ C_{eq}(x) = 0 \\ A \cdot x \leq B \\ A_{eq} \cdot x = B_{eq} \\ l_b \leq x \leq u_b \end{cases} \quad (5.4)$$

onde  $x \in R^n$ .  $B$ ,  $B_{eq}$ ,  $l_b$  e  $u_b$  são vetores bem definidos,  $A$  e  $A_{eq}$  são matrizes,  $c(x)$  e  $C_{eq}(x)$  são funções que retornam vetores.

O mínimo é procurado dentro dos limites definidos de uma função escalar com diversas variáveis a partir de um valor inicial estimado ou fornecido.

No caso particular do problema em estudo devem ser fornecidos como parâmetros de entrada valores estimados de  $q_1(0)$ ,  $q_2(0)$ ,  $V_1(0)$ ,  $V_2(0)$  caudais e volumes iniciais.

Apesar dos valores iniciais serem fornecidos, a função tem a possibilidade de escolher outros valores iniciais que ache mais apropriados para iniciar os ciclos iterativos.

A função fmincon adota a seguinte estrutura:

$$[Z,f] = \text{fmincon}(@\text{objfun},Z,[],[],[],[],LB,UB,@\text{confuneq}) ; \quad (5.5)$$

A saída da função representa os valores de  $q_1(t)$ ,  $q_2(t)$ ,  $V_1(t)$  e  $V_2(t)$  que otimizam a função objetivo. Assim, a função determina os valores de  $q$  e  $V$  para ambas as albufeiras em cada instante  $t$  de forma a que o retorno monetário seja o maior possível e não desrespeitando as restrições impostas.

Os parâmetros de entrada da função têm os seguintes significados e funções:

- **Objfun** - representa a função a otimizar que depende do valor horário do preço, assim como dos valores de  $r_i$  de ambas as barragens. No ciclo iterativo surge como:

$$f = f - (\text{preco}(t) \times r_1(t) + \text{preco}(t) \times r_2(t)); \quad (5.6)$$

A função **fmincon** é uma função que tem como objetivo encontrar o mínimo de uma função. Uma vez que se pretende maximizar uma função é necessário formular **Objfun** da forma apresentada anteriormente para que a função seja maximizada e não minimizada. Observe-se que  $\min f(x) = -\max(-f(x))$ .

- **Z** - representa um vetor que contém os valores iniciais de  $q_1$ ,  $q_2$ ,  $V_1$  e  $V_2$  concatenados de forma a que a função os possa utilizar a partir de um vetor único. Ao longo do processo iterativo estes valores vão sendo alterados até serem atingidos os valores ótimos pretendidos.

- **LB** - vetor que contém os limites inferiores das restrições referidas para as variáveis  $V_i(t)$  e  $q_i(t)$ ,  $i = 1, 2$   $t = 0, \dots, N$  (Lower Bounds)

- **UB** - vetor que contém os limites superiores das restrições para as variáveis  $V_i(t)$  e  $q_i(t)$ ,  $i = 1, 2$   $t = 0, \dots, N$  (Upper Bounds)

**Confuneq** - Nesta função são inicializadas e definidas todas as restrições de igualdade do problema. No problema em estudo, serão :

$$\begin{aligned} V_1(t+1) - V_1(t) - A_1 + q_1(t) &= 0, \quad t=0, \dots, N \\ V_2(t+1) - V_2(t) - A_2 - q_1(t) + q_2(t) &= 0, \quad t=0, \dots, N \\ V_i(0) - V_i(N) &= 0, \quad i = 1, 2 \end{aligned} \quad (5.7)$$

Em suma, o propósito da aplicação desenvolvida é, dado um sistema com duas albufeiras em que uma delas pode bombear e turbinar (albufeira 1) e outra pode apenas turbinar (albufeira 2), calcular a quantidade de água a turbinar e/ou bombear em ambas albufeiras para que o retorno financeiro seja o maior possível sabendo que ao turbinar se geram retornos e ao bombear se geram despesas (mas podendo gerar lucros futuros).

A maximização de lucro do sistema tem em consideração o preço de venda da energia e não deve ignorar as restrições impostas ao sistema.



## 5.3 - Avaliação e resolução do problema em diferentes cenários

### 5.3.1 - Caso 1

Neste primeiro teste foram utilizados valores de afluências constantes e de valor relativamente baixo que podem ser considerados associados a um dia quente, considerando-se um intervalo de estudo de 24 horas e um valor de preço variável para a venda e produção de energia.

Tabela 7 - Variáveis para caso 1

Variável	Valor
A1	0,351
A2	0,158
$V1_{inic}$	147
$V2_{inic}$	65
N	24

O valor do preço utilizado foi retirado dos valores da tarifa tri-horária praticados pela Agência Municipal de Energia do Seixal para o período de hora legal de Verão durante um dia da semana (de Segunda a Sexta Feira) relativamente ao ano de 2011.

Existem três preços diferentes para diferentes horários, distribuídos durante o dia podendo ser horas de ponta, horas de cheio ou horas de vazio.

Os valores do preço da energia para cada um dos tipos de horário podem ser consultados na seguinte tabela:

**Tabela 8 - Preço de venda (Tri horário)**

Tarifário	Preço
Horas de Ponta	0,1593 €/Kwh + iva
Horas de Cheias	0,1373 €/Kwh + iva
Horas de Vazio	0,0778 €/Kwh + iva

Neste exemplo, a distribuição do horário para um ciclo de 24 horas é a seguinte:

**Tabela 9 - Distribuição horária de preços**

Intervalo de tempo (em horas)	Tipo de periodo de faturação
00:00 até 06:00	Vazio
06:00 até 08:00	Cheio
08:00 até 11:00	Ponta
11:00 até 17:00	Cheio
17:00 até 20:00	Ponta
20:00 até 23:00	Cheio
23:00 até 00:00	Vazio

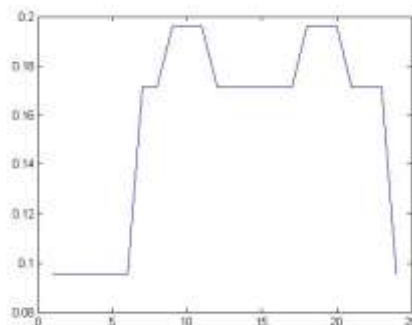


Figura 21 - Preço de venda de energia por hora (Caso 1)

Para estes parâmetros de entrada, foram obtidos os seguintes resultados:

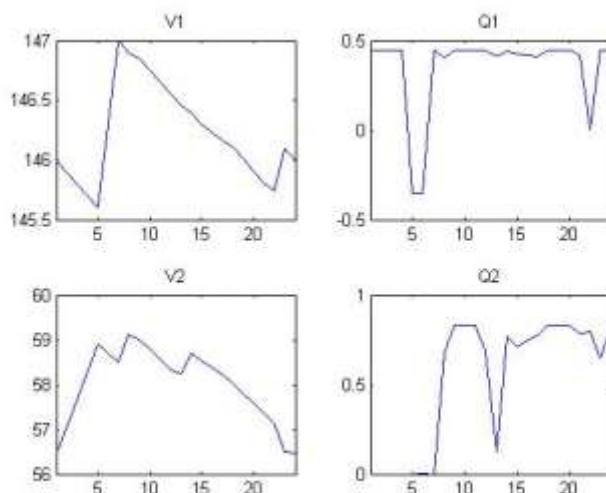
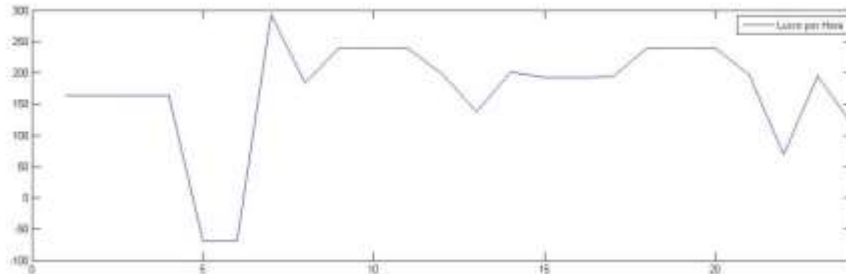


Figura 22 - Caudal e Volume para ambas as albufeiras (Caso 1)

Apesar de ter sido fornecido um valor inicial para  $V1(0)$  e  $V2(0)$ , a função de otimização optou por inicializar com outros valores.

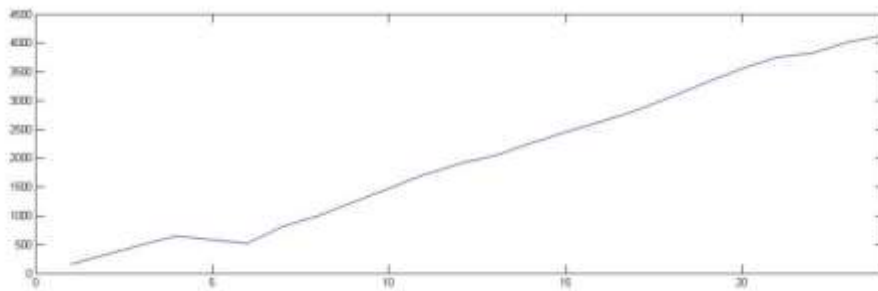
Na albufeira 1, o volume inicial foi de aproximadamente 146 e a barragem turbinou durante as primeiras 4 horas do intervalo. Entre os instantes 4 e 6 a barragem 1 está a bombear (valor do caudal  $q_1$  é inferior a 0) estando esta albufeira a receber água. A partir do instante 7 é possível verificar que a albufeira 1 turbinou de forma constante até perto do final do intervalo aproveitando dessa forma as horas em que o retorno financeiro é maior.

Na albufeira 2 podemos observar que não houve turbinagem até ao instante 7 o que demonstra que foi armazenada água nas horas de vazio para usufruir do maior retorno nas horas de ponta e cheio.



**Figura 23 - Lucro por hora (Caso 1)**

O lucro por hora manteve-se sempre positivo exceto no intervalo de tempo em que houve bombagem na barragem 1 ( a ser turbinada posteriormente).



**Figura 24 - Lucro acumulado (Caso 1)**

No gráfico anterior podemos observar a evolução do lucro horário acumulado. Teve uma evolução relativamente uniforme exceto no intervalo de tempo de 4 a 6 em que houve bombagem na barragem 1 como já tinha sido referido anteriormente.

### 5.3.2 - Caso 2 - Intervalo de 48 horas

Tabela 10 - Variáveis para caso 2

Variável	Valor
A1	0,351
A2	0,158
V1inic	147
V2inic	65
N	48

A restrição de igualdade entre o valor inicial e final do volume de cada uma das albufeiras foi também alterada para o intervalo em questão, não sendo necessário cumprir essa restrição ao fim de 24 horas mas apenas após 48 horas.

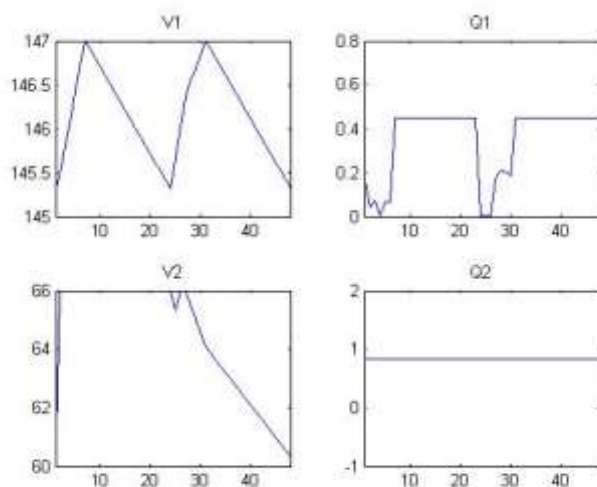


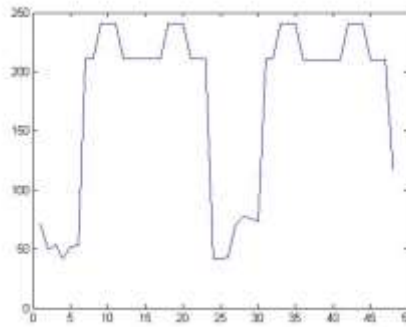
Figura 25 - Caudal e Volume para ambas as albufeiras (Caso 2)

Analisando os resultados obtidos para o intervalo de 48 horas podemos verificar que o volume da barragem 1 teve uma evolução periódica nos dois dias, mesmo não sendo imposta qualquer restrição a meio desse período .

O valor do caudal na albufeira 1 seguiu um padrão em que nas horas de vazio turbinou um caudal bastante reduzido, chegando mesmo a ter intervalos em que não turbinou.

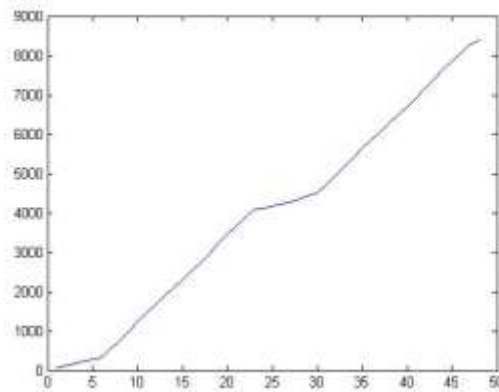
A barragem 2 esteve com o seu volume máximo praticamente durante as primeiras 24 horas e a partir daí descarregou de forma aproximadamente uniforme até ao final do intervalo e manteve o seu caudal no seu valor máximo durante todo o intervalo.

No primeiro intervalo de 24 horas o lucro acumulado foi de 4206,021 e no segundo dia foi de 4577,088, perfazendo um total de 8783,109 Euros.



**Figura 26 - Lucro horário (Caso 2)**

A partir do gráfico do lucro horário podemos concluir que, uma vez que a barragem 1 turbinou em maior quantidade nos instantes de cheio e ponta e a barragem 2 turbinou sempre o seu valor máximo, as horas de maior retorno financeiro foram as horas de cheio e ponta.



**Figura 27 - Lucro acumulado (Caso 2)**

A evolução do retorno no período de 48 horas foi constante, exceto na transição de um dia para o outro em que o crescimento do lucro abrandou devido ao início do dia estar associado a horas de vazio que levam a um menor retorno.

### 5.3.3- Caso 3 - Alteração do valor de Preço

Tabela 11- Variáveis caso 3

Variável	Valor
A1	0,351
A2	0,158
V1inic	147
V2inic	65
N	24
Preço	7 para $0 < N \leq 12$
Preço	9 para $12 < N \leq 24$

Neste teste o preço passa a tomar apenas dois valores diferentes cada um deles para um determinado intervalo de 12 horas seguidas.

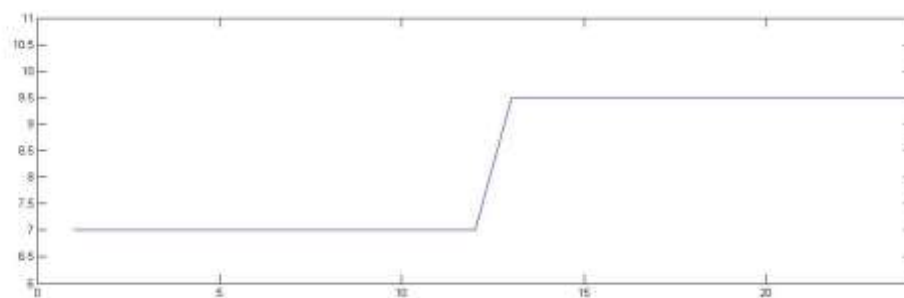
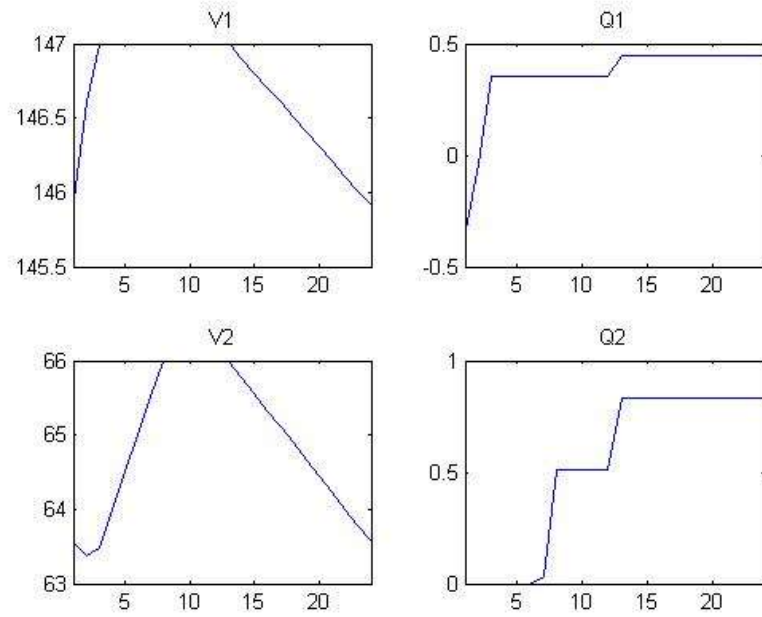


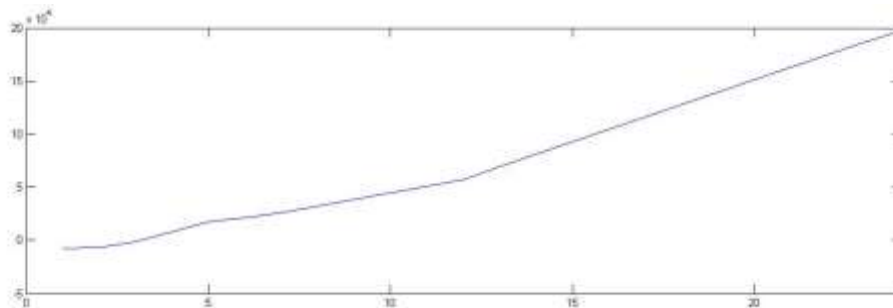
Figura 28 - Variação Preço (caso 3)

A evolução do preço ao longo de 24 horas tem a estrutura representada no gráfico anterior.



**Figura 29 - Caudal e Volume para ambas as albufeiras (Caso 3)**

A barragem 1 encheu e manteve-se no seu volume máximo, turbinando apenas a água que recebe de afluência, até ao momento em que o preço de venda aumentou. Nesse instante começou a turbinar o caudal máximo. O mesmo aconteceu com o volume da barragem 2 que apesar de uma pequena diminuição de volume inicial, aumenta nas primeiras 12 horas do dia até atingir o máximo volume da albufeira e na segunda parte do dia descarrega continuamente o máximo permitido. Os valores de ambos os caudais sobem nas primeiras horas do dia e mantêm-se nos seus valores máximos nas horas de maior retorno financeiro.



**Figura 30 - Lucro acumulado (Caso 3)**

O lucro teve também a evolução esperada ao evoluir moderadamente nas primeiras 12 horas, tendo depois um considerável aumento na segunda metade do dia.



### 5.3.4- Caso 4 - Período de 72 horas

Tabela 12 - Variáveis caso 4

Variável	Valor
A1	0,351
A2	0,158
V1inic	147
V2inic	65
N	72

Neste caso de estudo, o período em análise foi alargado para 72 horas de forma a ver a evolução do sistema em duas situações distintas. Uma em que a restrição de igualdade entre volumes no primeiro e no último instante era imposta e posteriormente essa restrição é retirada para analisar a evolução do sistema livremente ao longo de 72 horas (3 dias completos).

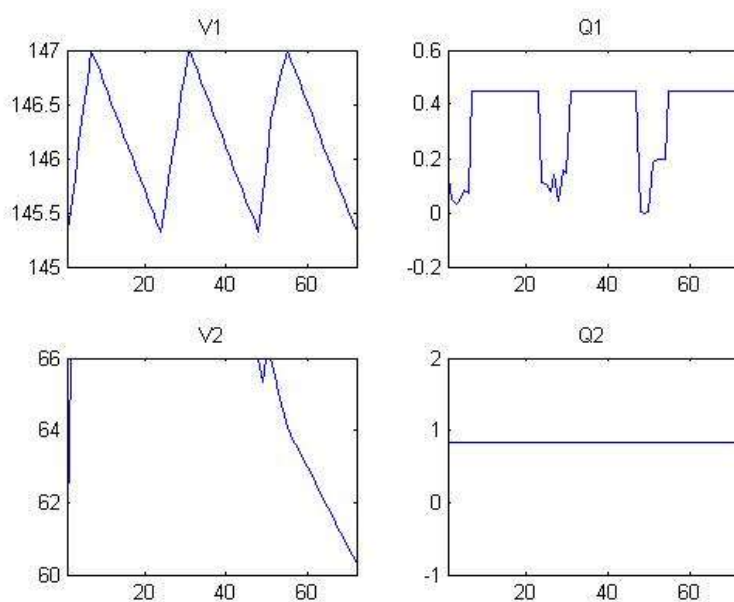
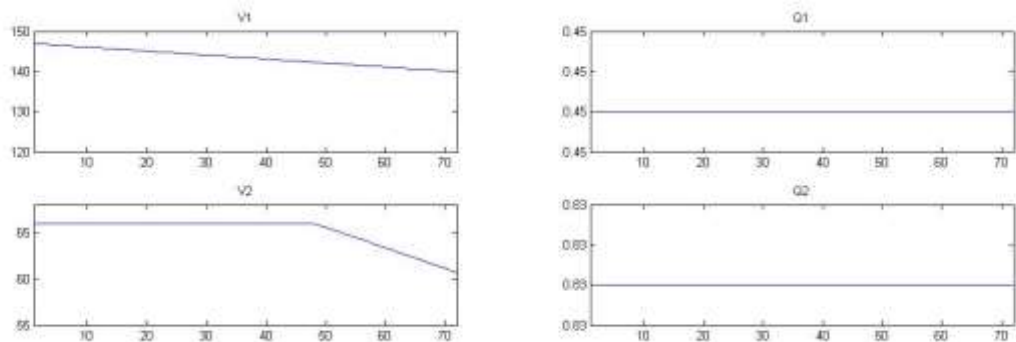


Figura 31 - Caudal e Volume para ambas as albufeiras (Caso 4 com restrição de igualdade aos 72)

O volume da barragem 1 evoluiu ao longo dos 3 dias de uma forma periódica, tendo a mesma evolução com o mesmo comportamento em cada um dos 3 dias. O caudal dessa barragem apresenta também uma evolução relativamente periódica tendo os valores mais baixos de caudal no início de cada um dos 3 dias e encontrando-se no valor máximo estabelecido de 0,45 nas horas de ponta e pico.

O volume da barragem 2 mantém-se no seu máximo durante praticamente os 2 primeiros dias e no último dia efetua apenas descarga de forma a poder respeitar a restrição de igualdade implementada para o volume final desse período de 3 dias. O caudal da barragem 2 mantém-se constante durante todo o intervalo de tempo no valor de 0,83 que é o caudal máximo admissível para essa barragem.

Para verificar a influência da restrição de igualdade dos volumes iniciais e finais de ambas as albufeiras, eliminou-se essa restrição obtendo-se os seguintes resultados gráficos:

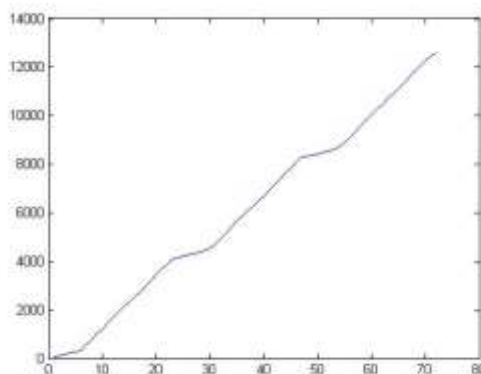


**Figura 32 - Volumes e Caudais em intervalo de 72 horas sem restrição de igualdade**

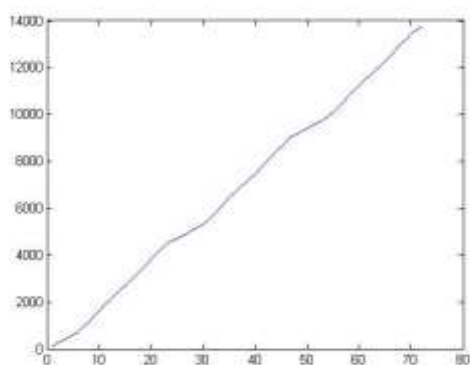
Retirando a restrição de igualdade podemos observar que a barragem 1 irá apenas descarregar o seu volume continuamente. No caso da barragem 2, o seu volume mantém-se constante durante os 2 primeiros dias e começa a descarregar a partir das 48 horas.

Os valores de caudal permanecem constantes e iguais aos valores máximos durante todo o intervalo.

Nos gráficos seguintes podemos observar o lucro total gerado por cada uma das variantes do problema analisadas anteriormente.



**Figura 33 - Lucro com restrição de igualdade**



**Figura 34 - Lucro sem restrição de igualdade**

É possível verificar que a evolução dos sistemas, com e sem a restrição de igualdade, levam a retornos financeiros que não são muito diferentes no final do período de 72 horas, sendo, no entanto, o retorno no caso sem restrição de igualdade superior ao do que tem restrição.

### **5.3.5 - Caso 5 - Teste com caudal elevado**

Para analisar o efeito de uma grande afluência foi definido o valor de afluência em ambas as barragens como um valor constante elevado.

A tentativa de resolver o problema através da ferramenta iterativa fmincon do Matlab deu erro por excesso de iterações sem convergir para um valor ótimo.

Através de uma análise analítica, foi possível concluir a não existência de qualquer solução admissível no caso considerado.

Analisando as seguintes equações do sistema e as restrições relativas aos valores máximos de volume para  $V_1$  e  $V_2$ , podemos concluir que o sistema não tem capacidade de escoar toda a água com afluências de grandes dimensões.

- $V_1(t+1) = V_1(t) + A_1 - q_1(t)$

- $V_2(t+1)=V_2(t)+A_2+q_1(t)-q_2(t)$ 
  - $V_1$  maximo = 147
  - $V_2$  maximo = 66

Para valores de afluência tomou-se 10 para ambas as barragens. Podemos observar a evolução calculada em Excel para teste de um período de 24 horas nos anexos 10 e 11.

Pode-se concluir que com um valor de afluência tão elevado em ambas as barragens, mesmo considerando valores mínimos para os volumes iniciais, o sistema não tem capacidade de escoamento e rapidamente ultrapassa os valores máximos permitidos para o volume da barragem, não tendo sequer a possibilidade de concluir um ciclo de testes iterativamente.

Assim, o Matlab não conseguiu calcular a solução ótima para este caso de estudo, pois o problema não tem soluções admissíveis e por isso também não existe solução ótima.

# Capítulo 6

## Conclusões do estudo

### 6.1 - Conclusões

A obtenção de energia elétrica a partir de fontes hidroelétricas é irrefutavelmente uma das mais vantajosas formas de obter energia de uma forma limpa, controlada e eficiente.

A competitividade entre empresas leva a que o estudo de formas de otimizar a exploração de albufeiras seja essencial.

Foi objetivo deste trabalho analisar a questão de aproveitamento hídrico, problemas de controlo ótimo e resolução de problemas de gestão e otimização em albufeiras, através do desenvolvimento de um modelo de otimização do retorno financeiro da produção hídrica de duas albufeiras em cascata.

Considerou-se um modelo matemático simples que foi analisado em diferentes cenários. A existência de um modelo que retenha as características principais do sistema real permitem-nos, através de simulações, perceber as relações entre as diversas variáveis do sistema.

Há ainda o interesse de analisar a viabilidade de bombagem entre albufeiras para a reutilização dos recursos hídricos, retirando o melhor partido possível dos momentos de maior rentabilidade e de necessidade de energia.

O desenvolvimento desta aplicação em Matlab dá ainda a possibilidade de acrescentar variáveis, assim como de aumentar e modificar o sistema em estudo para poder avaliar sistemas mais complexos.

Os diferentes casos testados deram uma perspetiva das inúmeras possibilidades de utilizar uma aplicação deste género para analisar a otimização e possível retorno financeiro de albufeiras já existentes, assim como o estudo da viabilidade financeira da criação de novas albufeiras, tendo em conta as condições ambientais do local em questão e do cálculo do possível retorno a médio e longo prazo. Os modelos matemáticos seriam naturalmente mais complexos.

Foi sobretudo importante verificar que a possibilidade de bombagem entre barragens pode ser bastante rentável através de uma boa gestão, tendo em conta os custos de bombagem, o retorno da produção de energia e as horas de maior retorno, assim como as horas de vazio em que há necessidade de menos quantidade de energia.

Em suma, o desenvolvimento deste projeto tem as seguintes contribuições:

- verificação da importância do reaproveitamento da água em barragens em cascata;

- desenvolvimento de uma aplicação em Matlab com a finalidade de otimizar a gestão de cascatas através do aproveitamento hidroelétrico para pequenos intervalos de tempo, considerando diferentes variáveis;
- estudo da importância da bombagem para sistemas realimentados em cascata;
- aprofundamento do estudo da aplicação de controlo ótimo para otimização de albufeiras.

## 6.2 - Propostas de desenvolvimentos futuros

A partir da realização deste trabalho, foi possível identificar possíveis desenvolvimentos a realizar no futuro.

Os mais relevantes são os seguintes:

- Desenvolvimento de aplicação para maior número de albufeiras e implementação de maior número de restrições
- Análise de diferentes ferramentas de otimização para possível comparação de resultados e de verificar qual a ferramenta com menor tempo de processamento computacional, principalmente para modelos mais complexos
- Inclusão de variáveis não consideradas para simplificação de cálculos para analisar a influência dos mesmos nos resultados obtidos
- Inclusão de preços de mercado atualizados, utilizando fontes dinâmicas para valores mais realistas.

## Referências

- [1] - J. P. S. Paiva, Redes de energia eléctrica uma análise sistémica. IST Press, Lisboa, 2005.
- [2] J. C. V. Sousa, "Estimativa da Remuneração de Centrais Hídricas em Mercados de Electricidade", Dissertação de Mestrado, FEUP, Porto, 2007.
- [3] I. E. A. Hydropower, "Hydropower and the World's Energy Future," International Energy Agency 2000.
- [4] I. E. Agency, "Energy Policies of IEA Countries - Portugal 2009 Review," International Energy Agency 2009.
- [5] Alençõo, A.M., M.E.P. Gomes, and A.C.d. Silva, Aproveitamentos hídricos em Vila Real: Um regresso ao passado, UTAD, Editor. 2006;
- [6] I. N. d. Água. (26/03/2011). Programa Nacional de Barragens de Elevado Potencial Hidroeléctrico.
- [7] REN, "Potencial Hidroeléctrico Nacional," REN - Divisão Planeamento de Centros Produtores 2006.
- [8] Madureira, C., Hidroelectricidade em Portugal memória e desafio. 2002, REN - Rede Eléctrica Nacional: Lisboa. 71 p.-71 p.
- [9]. Açoriano Oriental. 2008 17 de Dezembro de 2008 ;
- [10] Portugal. Ministério das Obras Públicas, C.d.F.d.O.d.G.A.H., 25 anos de construção de grandes aproveitamentos hidroeléctricos 1946-1971, Lisboa: MOP.34 p.-34 p.
- [11]. REN, Potencial Hidroeléctrico Nacional: Importância sócio-económica e ambiental do seu desenvolvimento. 2006;
- [12] Portugal, E.D.P.E.d., Luz própria 50 anos do Sistema Eléctrico Nacional 25 anos da EDP. 2002, EDP: Lisboa. 110 p-110 p.
- [13] COBA, et al., Programa Nacional de Barragens com Elevado Potencial Hidroeléctrico - Memória. 2007, INAG, DGEG, REN.
- [14] EDP. Centros Produtores - Mapa Produção Hidroeléctrica - 18 Julho 2013
- [15]REN. Estatística diária SEN. 2013 Disponível em:  
<http://www.centrodeinformacao.ren.pt/PT/InformacaoExploracao/Paginas/EstatisticaDiariaDiagrama.aspx>.
- [16] Base de dados Portugal Contemporaneo - DGEG/MEE, PORDATA - Actualizado em 2013-02-11
- [17] EDP . Centros Produtores e Novas Barragens 2013 Disponível em:  
[http://www.a-nossa-energia.edp.pt/centros\\_produtores/empreendimento\\_type.php?e\\_type=nb](http://www.a-nossa-energia.edp.pt/centros_produtores/empreendimento_type.php?e_type=nb)
- [18] Cristiana J. Silva, Delfim F. M. Torres e Emmanuel Trélat, O controlo óptimo e as suas múltiplas aplicações, Boletim da SPM 61, pp 11-37, Outubro 2009
- [19] International Energy Agency. Key World Energy Statistics, 2012 . Disponível em:  
<http://www.iea.org/publications/freepublications/publication/kwes.pdf>
- [20] Cogeração , Galp Energia, 2011. Disponível em:  
<http://www.galpenergia.com/PT/investidor/ConhecerGalpEnergia/Os-nossos-negocios/Gas-Power/Power/Cogeracao/Paginas/Definicao-de-cogeracao.aspx>

- [21] A. F. Ribeiro, M.C.M. Guedes, G. V. Smirnov, S. Vilela, "On the optimal control of a cascade of hidro-electric power stations", *Electric Power Systems Research*, 88 (2012)
- [22] A. F. Ribeiro, "Optimização da operação de um conjunto de aproveitamentos hidroeléctricos em cascata, em ambiente de mercado", Dissertação de Licenciatura, FCUP, Porto, 2010.
- [23] R. A. Moreira, "Potencial hidroeléctrico Português desaproveitado", Dissertação de Mestrado, FEUP , 2009



# Anexos

## ANEXO 1 : Valor de constantes utilizadas

Constants	Reservoir 1	Reservoir 2	Constants	Reservoir 1	Reservoir 2
$V_i^{max}$	147.000	66.000	$V_i^{min}$	86.700	48.300
$q_i^{inicial}$	0.047	0.416	$s_i^{inicial}$	0.000	0.000
$q_i^{0T}$	0.432	0.792	$q_i^{0P}$	0.3456	—
$V_i^0$	48.900	48.000	$Z_i^0$	420.000	226.000
$h_i^0$	211.000	66.000	$\xi_i$	226.100	158.100
$\Delta h_i^{0T}$	3.000	2.000	$\Delta h_i^{0P}$	1.900	—
$\alpha_i$	1.396	0.29931	$\beta_i$	0.669	0.975
$\zeta_i$	0.0009	—	$\Phi_i$	0.112	0.112
$\mu_i^T$	0.94	0.855	$\mu_i^P$	0.94	—
$A_i$	0.351	0.158			

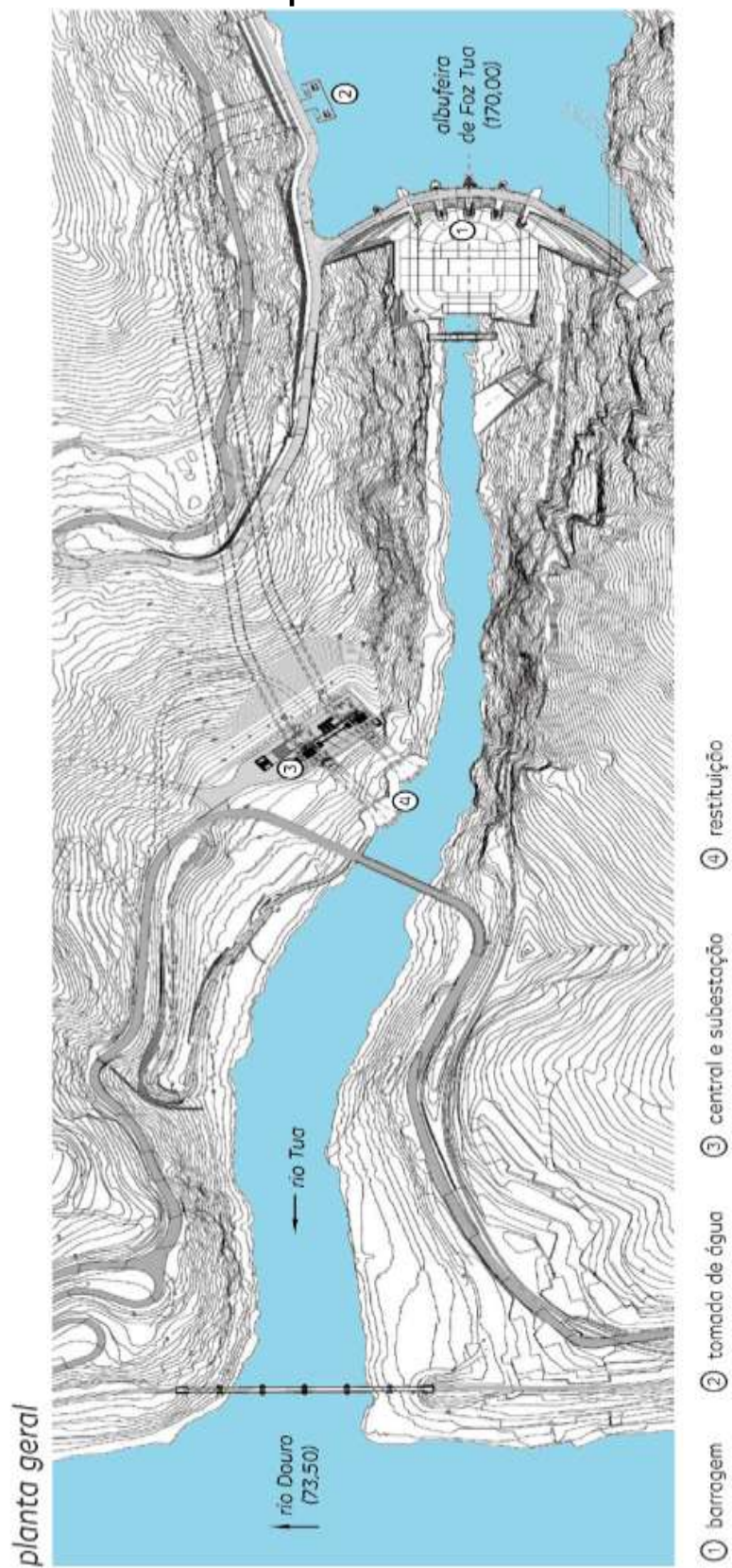
## Anexo 2 : Horário e Preço de venda de energia em tarifário tri-horário

Ao contrário da tarifa bi-horária, onde só existem dois períodos de faturação, a tarifa tri-horária é constituída por três períodos de faturação.

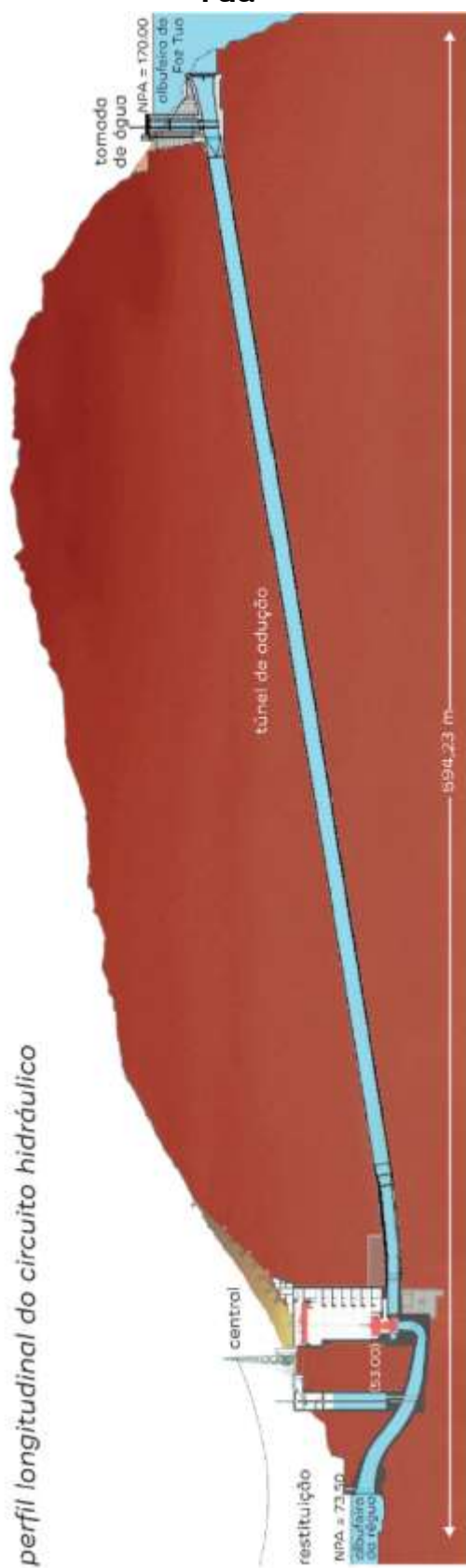
- Horas de ponta: 0,1593 €/kWh + IVA
- Horas de cheias: 0,1373 €/kWh + IVA
- Horas de vazio : 0,0778 €/kWh + IVA

Período de hora legal de inverno	Período de hora legal de verão
Horas de ponta: 09 h / 10.30 h 18 h / 20.30 h	Horas de ponta: 10.30 h / 13 h 19.30 h / 21 h
Horas de cheia: 08 h / 09 h 10.30 h / 18 h 20.30 h / 22 h	Horas de cheia: 08 h / 10.30 h 13 h / 19.30 h 21 h / 22 h
Horas de vazio: 22 h / 08 h	Horas de vazio: 22 h / 08 h

### Anexo 3: Planta Geral de aproveitamento da Foz do Tua



## Anexo 4 : Perfil longitudinal do circuito hidráulico de Foz do Tua



## Anexo 5 : Código base para 2 barragens (Main)

```

global N A1 A2
% A2= 0.158 ;
% A1=0.351;
A1=10.351;
A2=10.158;
N=24;
sym t;
Z=[];
Vlinic=146;
V2inic=65;

Q1 = ones(1,N)*0.351 ;
Q2 = ones(1,N)*0.509 ;
V1 = ones(1,N)*Vlinic;
V2 = ones(1,N)*V2inic;

for t=1 : N
    Z = [Z,V1(t), Q1(t), V2(t), Q2(t)] ;

end

LB=lowerB(N);
UB=UpperB(N);

[Z,f] = fmincon(@objfun,Z,[],[],[],[],LB,UB,@confuneq) ;

X1(1)=Z(1);
X2(1)=Z(2);
X3(1)=Z(3);
X4(1)=Z(4);

for t=2:N

    X1(t)=Z(4*t-3) ; %V1
    X2(t)=Z(3*t+(t-2)); %Q1
    X3(t)=Z(3*t+(t-1)); % V2
    X4(t)=Z(3*t+(t)); %Q2
end

lucrototal= lucro1(Z);
lucroR1= lucrodaR1(Z);
lucroR2= lucrodaR2(Z);
lucrototalacum= cumsum(lucrototal);

xx=0:23;

hsp1 = subplot(2,2,1); plot(X1)
title('V1')
hsp2 = subplot(2,2,2); plot(X2)
title('Q1')
hsp3 = subplot(2,2,3); plot(X3)
title('V2')
hsp4 = subplot(2,2,4); plot(X4)
title('Q2')

set(hsp1,'XLim',[1 N]) ;
set(hsp2,'XLim',[1 N]) ;
set(hsp3,'XLim',[1 N]) ;
set(hsp4,'XLim',[1 N]) ;

```

```
xlswrite('testel.xls', V1, 'page1', 'A1');  
xlswrite('testel.xls', V2, 'page1', 'A2');  
xlswrite('testel.xls', Q1, 'page1', 'A3');  
xlswrite('testel.xls', Q2, 'page1', 'A4');  
xlswrite('testel.xls', X1, 'page1', 'A6');  
xlswrite('testel.xls', X3, 'page1', 'A7');  
xlswrite('testel.xls', X2, 'page1', 'A8');  
xlswrite('testel.xls', X4, 'page1', 'A9');  
xlswrite('testel.xls', lucrototal, 'page1', 'A11');  
xlswrite('testel.xls', lucroR1, 'page1', 'A12');  
xlswrite('testel.xls', lucroR2, 'page1', 'A13');  
xlswrite('testel.xls', lucrototalacum, 'page1', 'A14');
```

## Anexo 6 : Código base para 2 barragens - Calculo de R

```

function R = calcularR(Z,N)

%% Calcular Delta H

dht1 = zeros(1,N);
dht2 = zeros(1,N);
dhp1 = zeros(1,N);

Q10t = 0.432;
Q20t = 0.792;
Q10p = 0.3456;
dht10 = 3;
dht20 = 2;
dhp10 = 1.9;

%%primeira

dht1(1) = dht10 * ( Z(2)/Q10t )^2 ; %% Q1

dht2(1) = dht20 * ( Z(4)/Q20t )^2 ; %% q2

dhp1(1) = dhp10 * ( Z(2)/Q10p )^2 ; %% Q1

dhp2(1) = 0 ; %% Q2

%%segunda

for t = 2:N

dht1(t) = dht10 * ( Z(3*t+(t-2))/Q10t )^2 ; %% Q1

dht2(t) = dht20 * ( Z(3*t+(t))/Q20t )^2 ; %% q2

dhp1(t) = dhp10 * ( Z(3*t+(t-2))/Q10p )^2 ; %% Q1

dhp2(t) = 0 ; %% q2

end

%% Fim Calcular Delta H

%% Calcular H's

Z10 = 420;
Z20 = 226;
alfa1 = 1.396;
alfa2 = 0.29931;
V1zero = 48.9000;
V2zero = 48;
beta1 = 0.669;
beta2 = 0.975;
csi1 = 226.1;
csi2 = 158.1;

H1 = zeros(1,N);
H2 = zeros(1,N);

```

```

%%H1(1) e H2(1)
H1(1)= (Z10 + alfa1*(Z(1)-V1zero)^beta1 - ...
        max( Z20 + alfa2*(Z(3)-V2zero)^beta2 , cs11 ));
H2(1)= (Z20 + alfa2*(Z(3)-V2zero)^beta2 - cs12);

for t=2:N

    H1(t)= (Z10 + alfa1*(Z(4*t-3)-V1zero)^beta1 - ...
            max( Z20 + alfa2*(Z(3*t+(t-1))-V2zero)^beta2 , cs11 ));

    H2(t)= (Z20 + alfa2*(Z(3*t+(t-1))-V2zero)^beta2 - cs12);

end

%% Fim Calcular Hs

%%Calcular R AQUI

niu1T = 0.94;
niu2T = 0.855;
Fi1 = 0.112;
Fi2 = 0.112;

%%Calcular R(1)

if (Z(2)>0) %%Q1
    R1(1) = 9.8 * Z(2) * ( H1(1) - dht1(1) ) * niu1T * (1 - Fi1);
else
    R1(1) = 9.8 * Z(2) * ( H1(t) - dhp1(1) ) * (1/niu1T) * (1 - Fi1);
end

if (Z(4)>0) %%Q2
    R2(1)= 9.8 * Z(4) * ( H2(1) - dht2(1) ) * niu2T * (1 - Fi2);
else
    R2(1) = 9.8 * Z(2) * ( H1(1) - dhp1(1) ) * (1/niu1T) * (1 - Fi1);
end

%%Calcular R(2) e seguintes

for t=2:N
if(Z(3*t+(t-2))>0) %%Q1
    R1(t) = 9.8 * Z(3*t+(t-2)) * ( H1(t) - dht1(t) ) * niu1T * (1 - Fi1);
else
    R1(t) = 9.8 * Z(3*t+(t-2)) * ( H1(t) - dhp1(t) ) * (1/niu1T) * (1 - Fi1);
end

if(Z(3*t+t)>0) %%Q2
    R2(t)= 9.8 * Z(3*t+t) * ( H2(t) - dht2(t) ) * niu2T * (1 - Fi2);
else
    R2(t) = 9.8 * Z(3*t+(t-2)) * ( H1(t) - dhp1(t) ) * (1/niu1T) * (1 - Fi1);
end

end

%% FIM Calcular R

end
R=[R1;R2];

```



## Anexo 7 : Código base para 2 barragens ( Restrições)

```

function [c,ceq]= confuneq(Z)
global N A1 A2

c=0;
%minhas restricoes
for t=1:N-1
%   ceq(t) = -Z(t+4) + Z(t)+A1+Z(t+1) ;%% restricao 1 para V1t+1
%   ceq(t+2) = -Z(t+6) + Z(t+2)+A2+Z(t+1)-Z(t+3); % restricao de V2+t

        ceq(t) = -Z(4*t+1) + Z(4*t-3)+A1- Z(3*t+(t-2)) ;%% restricao 1 para V1t+1
        ceq(t+24) = -Z(4*t+3) + Z(3*t+(t-1)) +A2+Z(3*t+(t-2)) - Z(3*t+(t)); % restricao de V2+t

end

% ceq(73)=Z(1)-Z(285); %% 72 horas
% ceq(74)=Z(3)-Z(287); %% 72 horas

ceq(49)=Z(1)-Z(93); %% 24 horas
ceq(50)=Z(3)-Z(95); %% 24 horas

%   ceq(49)=Z(1)-Z(189); %% 48 horas
%   ceq(50)=Z(3)-Z(191); %% 48 horas

end

```

## Anexo 8 : Código base para 2 barragens (Upper e Lower Bounds)

```
function LB=lowerB(N)

Q1min = -0.35;
Q2min = 0;
V1min = 86.7;
V2min = 48.3;
LB=[];

Q1B = ones(1,N)*Q1min;
Q2B = ones(1,N)*Q2min;
V1B = ones(1,N)*V1min;
V2B = ones(1,N)*V2min;

for t=1 : N
    LB = [LB,V1B(t), Q1B(t), V2B(t), Q2B(t)] ;
end

function UB=UpperB(N)

Q1max = 0.45;
Q2max = 0.83;
V1max = 147;
V2max = 66;
UB=[];

Q1BM = ones(1,N)*Q1max;
Q2BM = ones(1,N)*Q2max;
V1BM = ones(1,N)*V1max;
V2BM = ones(1,N)*V2max;

for t=1 : N
    UB = [UB,V1BM(t), Q1BM(t), V2BM(t), Q2BM(t)] ;
end
```

## Anexo 9 : Código base para 2 barragens (Função objetivo)

```
function f = objfun(Z,N)

global N A1 A2

preco = price1();

R = calcularR(Z,N) ;
R1 = R(1,:);
R2 = R(2,:);

f=0;
for t=1:N

    f = f - (preco(t) * R1(t) + preco(t) * R2(t));

end

end
```

**Anexo 10: Tabela com cálculos para 24 horas sem restrições para valor de afluência elevado para Barragem 1**

Hora	V1(t)	A1	Q1	V1(t+1)
0	86,7	10	0,45	96,25
1	96,25	10	0,45	105,8
2	105,8	10	0,45	115,35
3	115,35	10	0,45	124,9
4	124,9	10	0,45	134,45
5	134,45	10	0,45	144
6	144	10	0,45	153,55
7	153,55	10	0,45	163,1
8	163,1	10	0,45	172,65
9	172,65	10	0,45	182,2
10	182,2	10	0,45	191,75
11	191,75	10	0,45	201,3
12	201,3	10	0,45	210,85
13	210,85	10	0,45	220,4
14	220,4	10	0,45	229,95
15	229,95	10	0,45	239,5
16	239,5	10	0,45	249,05
17	249,05	10	0,45	258,6
18	258,6	10	0,45	268,15
19	268,15	10	0,45	277,7
20	277,7	10	0,45	287,25
21	287,25	10	0,45	296,8
22	296,8	10	0,45	306,35
23	306,35	10	0,45	315,9

**Anexo 11: Tabela com cálculos para 24 horas sem restrições para valor de afluência elevado para Barragem 1**

Hora	V2(t)	A2	Q1	Q2	V2(t+1)
0	48,3	10	0,45	0,83	57,92
1	57,92	10	0,45	0,83	67,54
2	67,54	10	0,45	0,83	77,16
3	77,16	10	0,45	0,83	86,78
4	86,78	10	0,45	0,83	96,4
5	96,4	10	0,45	0,83	106,02
6	106,02	10	0,45	0,83	115,64
7	115,64	10	0,45	0,83	125,26
8	125,26	10	0,45	0,83	134,88
9	134,88	10	0,45	0,83	144,5
10	144,5	10	0,45	0,83	154,12
11	154,12	10	0,45	0,83	163,74
12	163,74	10	0,45	0,83	173,36
13	173,36	10	0,45	0,83	182,98
14	182,98	10	0,45	0,83	192,6
15	192,6	10	0,45	0,83	202,22
16	202,22	10	0,45	0,83	211,84
17	211,84	10	0,45	0,83	221,46
18	221,46	10	0,45	0,83	231,08
19	231,08	10	0,45	0,83	240,7
20	240,7	10	0,45	0,83	250,32
21	250,32	10	0,45	0,83	259,94
22	259,94	10	0,45	0,83	269,56
23	269,56	10	0,45	0,83	279,18

## Anexo 12: Resultados para Caso 1

Hora	V1	V2	Q1	Q2	Lucro/Hora	Lucro R1	Lucro R2	Lucro Total
1	145,994	56,46325	0,45	-5,5E-18	163,8282	76,84576	86,98246	163,8282
2	145,895	57,07125	0,45	-8,3E-19	163,6867	76,77939	86,90735	327,515
3	145,796	57,67925	0,45	-1,7E-19	163,5455	76,71313	86,83236	491,0605
4	145,697	58,28725	0,45	-4,7E-18	163,4044	76,64695	86,75746	654,4649
5	145,598	58,89525	-0,35	1,69E-18	-67,8145	-67,8145	8,52E-17	586,6504
6	146,299	58,70325	-0,35	8,19E-07	-67,8754	-67,8755	4,14E-05	518,775
7	147	58,51125	0,45	-2,5E-19	292,8502	137,3652	155,485	811,6252
8	146,901	59,11925	0,402409	0,683383	183,6882	123,0999	60,58831	995,3134
9	146,8496	58,99628	0,45	0,83	240,2245	156,969	83,25558	1235,538
10	146,7506	58,77428	0,45	0,83	240,1801	156,9984	83,18173	1475,718
11	146,6516	58,55228	0,45	0,83	240,1356	157,0278	83,10784	1715,854
12	146,5526	58,33028	0,4499	0,686162	197,9433	137,309	60,63428	1913,797
13	146,4537	58,25201	0,413531	0,125185	137,793	126,5026	11,29039	2051,59
14	146,3912	58,69836	0,438991	0,771032	201,839	133,9931	67,84591	2253,429
15	146,3032	58,52432	0,424821	0,709331	192,4396	129,8029	62,63673	2445,869
16	146,2293	58,39781	0,416685	0,746864	193,1444	127,3925	65,75194	2639,013
17	146,1637	58,22563	0,409909	0,775316	193,4656	125,3921	68,07342	2832,479
18	146,1048	58,01822	0,45	0,83	239,9828	157,0529	82,92992	3072,461
19	146,0058	57,79622	0,45	0,83	239,9383	157,0824	82,8559	3312,4
20	145,9068	57,57422	0,45	0,83	239,8937	157,1119	82,78183	3552,293
21	145,8078	57,35222	0,416142	0,784486	195,9407	127,3486	68,59217	3748,234
22	145,7426	57,14188	0,000612	0,7955	69,62985	0,189789	69,44006	3817,864
23	146,093	56,50499	0,45	0,64974	194,7241	137,597	57,12709	4012,588
24	145,994	56,46325	0,45	0,83	117,0939	76,84576	40,24819	4129,682

### Anexo 13: Resultados para caso 2 (Intervalo de 48 horas)

Hora	V1	V2	Q1	Q2	Lucro/Hora	Lucro R1	Lucro R2	Lucro Total
1	145,317	66	0,039346	0,83	48,52475	6,733774	41,79097	48,52475
2	145,6287	66	0,051345	0,83	50,5802	8,78923	41,79097	99,10495
3	145,9283	66	0,069935	0,83	53,76391	11,97293	41,79097	152,8689
4	146,2094	66	0,078595	0,83	55,24879	13,45781	41,79097	208,1176
5	146,4818	66	0,088949	0,83	57,02368	15,23271	41,79097	265,1413
6	146,7438	66	0,094831	0,83	58,03357	16,2426	41,79097	323,1749
7	147	66	0,45	0,83	210,9012	136,075	74,82626	534,0761
8	146,901	66	0,45	0,83	210,8885	136,0622	74,82626	744,9646
9	146,802	66	0,45	0,83	241,1522	155,5827	85,56944	986,1168
10	146,703	66	0,45	0,83	241,1375	155,5681	85,56944	1227,254
11	146,604	66	0,45	0,83	241,1229	155,5535	85,56944	1468,377
12	146,505	66	0,45	0,83	210,8373	136,011	74,82626	1679,214
13	146,406	66	0,45	0,83	210,8245	135,9982	74,82626	1890,039
14	146,307	66	0,45	0,83	210,8117	135,9854	74,82626	2100,851
15	146,208	66	0,45	0,83	210,7989	135,9726	74,82626	2311,649
16	146,109	66	0,45	0,83	210,786	135,9598	74,82626	2522,436
17	146,01	66	0,45	0,83	210,7732	135,947	74,82626	2733,209
18	145,911	66	0,45	0,83	241,0203	155,4509	85,56944	2974,229
19	145,812	66	0,45	0,83	241,0057	155,4362	85,56944	3215,235
20	145,713	66	0,45	0,83	240,991	155,4215	85,56944	3456,226
21	145,614	66	0,45	0,83	210,7219	135,8956	74,82626	3666,948
22	145,515	66	0,45	0,83	210,7091	135,8828	74,82626	3877,657
23	145,416	66	0,45	0,83	210,6962	135,87	74,82626	4088,353
24	145,317	66	0,45	0,83	117,6681	75,87712	41,79097	4206,021
25	145,218	65,778	0,45	0,83	117,6465	75,89117	41,75535	4323,668
26	145,119	66	0,45	0,83	117,6537	75,86276	41,79097	4441,321
27	145,02	66	0,45	0,83	117,6465	75,85557	41,79097	4558,968
28	144,921	65,778	0,45	0,83	117,625	75,86962	41,75535	4676,593
29	144,822	65,556	0,45	0,83	117,6034	75,88367	41,71972	4794,196
30	144,723	65,334	0,45	0,83	117,5818	75,89772	41,68407	4911,778
31	144,624	65,112	0,45	0,83	210,4902	135,9192	74,571	5122,268
32	144,525	64,89	0,45	0,83	210,4515	135,9443	74,50714	5332,72
33	144,426	64,668	0,45	0,83	240,6228	155,4914	85,13145	5573,342
34	144,327	64,446	0,45	0,83	240,5785	155,5202	85,05836	5813,921
35	144,228	64,224	0,45	0,83	240,5343	155,549	84,98526	6054,455
36	144,129	64,002	0,45	0,83	210,2966	136,0452	74,25147	6264,752
37	144,03	63,78	0,45	0,83	210,2579	136,0704	74,1875	6475,01
38	143,931	63,558	0,45	0,83	210,2191	136,0956	74,1235	6685,229
39	143,832	63,336	0,45	0,83	210,1803	136,1208	74,05949	6895,409
40	143,733	63,114	0,45	0,83	210,1415	136,1461	73,99545	7105,551
41	143,634	62,892	0,45	0,83	210,1027	136,1714	73,93138	7315,653

42	143,535	62,67	0,45	0,83	240,2239	155,7511	84,47279	7555,877
43	143,436	62,448	0,45	0,83	240,1794	155,78	84,39948	7796,057
44	143,337	62,226	0,45	0,83	240,135	155,8089	84,32613	8036,192
45	143,238	62,004	0,45	0,83	209,9474	136,2725	73,67488	8246,139
46	143,139	61,782	0,45	0,83	209,9085	136,2978	73,6107	8456,048
47	143,04	61,56	0,45	0,83	209,8696	136,3231	73,54648	8665,917
48	142,941	61,338	0,45	0,83	117,1919	76,15155	41,04033	8783,109



### Anexo 14: Resultados para caso 3 (Alteração do Valor do Preço)

Hora	V1	V2	Q1	Q2	Lucro/Hora	Lucro R1	Lucro R2	Lucro Total
1	145,911	63,558	-0,35	3,67E-19	-49331,4	-49331,4	1,38E-14	-49331,4
2	146,612	63,366	-0,037	1,46E-34	-5265,94	-5265,94	5,47E-30	-54597,3
3	147	63,487	0,351	8,76E-35	43756,12	43756,12	3,3E-30	-10841,2
4	147	63,996	0,351	-1,3E-35	93221,7	43728,26	49493,44	82380,51
5	147	64,505	0,351	1,77E-34	43700,41	43700,41	6,7E-30	126080,9
6	147	65,014	0,351	3,47E-35	43672,59	43672,59	1,31E-30	169753,5
7	147	65,523	0,351	0,032	44857,78	43644,79	1212,999	214611,3
8	147	66	0,351	0,509	62729,23	43618,75	19110,48	277340,5
9	147	66	0,351	0,509	62729,23	43618,75	19110,48	340069,8
10	147	66	0,351	0,509	62729,23	43618,75	19110,48	402799
11	147	66	0,351	0,509	62729,23	43618,75	19110,48	465528,2
12	147	66	0,351	0,509	62729,23	43618,75	19110,48	528257,4
13	147	66	0,45	0,83	116935,5	75447,64	41487,89	645193
14	146,901	65,778	0,45	0,83	116914,2	75461,64	41452,53	762107,1
15	146,802	65,556	0,45	0,83	116892,8	75475,63	41417,15	878999,9
16	146,703	65,334	0,45	0,83	116871,4	75489,63	41381,77	995871,3
17	146,604	65,112	0,45	0,83	116850	75503,64	41346,37	1112721
18	146,505	64,89	0,45	0,83	116828,6	75517,65	41310,96	1229550
19	146,406	64,668	0,45	0,83	116807,2	75531,66	41275,54	1346357
20	146,307	64,446	0,45	0,83	116785,8	75545,68	41240,1	1463143
21	146,208	64,224	0,45	0,83	116764,4	75559,71	41204,66	1579907
22	146,109	64,002	0,45	0,83	116742,9	75573,74	41169,2	1696650
23	146,01	63,78	0,45	0,83	116721,5	75587,77	41133,73	1813372
24	145,911	63,558	0,45	0,83	116700,1	75601,81	41098,25	1930072

### Anexo 15: Resultados para caso 4 (Intervalo de 72 horas sem restrição)

Hora	V1	V2	Q1	Q2	Lucro/Hora	Lucro R1	Lucro R2	Lucro Total
1	147	66	0,45	0,83	117,7898	75,99881	41,79097	117,7898
2	146,901	66	0,45	0,83	117,7826	75,99167	41,79097	235,5724
3	146,802	66	0,45	0,83	117,7755	75,98453	41,79097	353,3479
4	146,703	66	0,45	0,83	117,7684	75,97739	41,79097	471,1163
5	146,604	66	0,45	0,83	117,7612	75,97024	41,79097	588,8775
6	146,505	66	0,45	0,83	117,7541	75,96309	41,79097	706,6316
7	146,406	66	0,45	0,83	210,8245	135,9982	74,82626	917,4561
8	146,307	66	0,45	0,83	210,8117	135,9854	74,82626	1128,268
9	146,208	66	0,45	0,83	241,0643	155,4949	85,56944	1369,332
10	146,109	66	0,45	0,83	241,0497	155,4802	85,56944	1610,382
11	146,01	66	0,45	0,83	241,035	155,4656	85,56944	1851,417
12	145,911	66	0,45	0,83	210,7604	135,9341	74,82626	2062,177
13	145,812	66	0,45	0,83	210,7476	135,9213	74,82626	2272,925
14	145,713	66	0,45	0,83	210,7347	135,9085	74,82626	2483,659
15	145,614	66	0,45	0,83	210,7219	135,8956	74,82626	2694,381
16	145,515	66	0,45	0,83	210,7091	135,8828	74,82626	2905,09
17	145,416	66	0,45	0,83	210,6962	135,87	74,82626	3115,787
18	145,317	66	0,45	0,83	240,9322	155,3628	85,56944	3356,719
19	145,218	66	0,45	0,83	240,9175	155,3481	85,56944	3597,636
20	145,119	66	0,45	0,83	240,9028	155,3334	85,56944	3838,539
21	145,02	66	0,45	0,83	210,6448	135,8185	74,82626	4049,184
22	144,921	66	0,45	0,83	210,6319	135,8057	74,82626	4259,816
23	144,822	66	0,45	0,83	210,619	135,7928	74,82626	4470,435
24	144,723	66	0,45	0,83	117,625	75,834	41,79097	4588,06
25	144,624	66	0,45	0,83	117,6178	75,82681	41,79097	4705,678
26	144,525	66	0,45	0,83	117,6106	75,81961	41,79097	4823,288
27	144,426	66	0,45	0,83	117,6034	75,81241	41,79097	4940,892
28	144,327	66	0,45	0,83	117,5962	75,80521	41,79097	5058,488
29	144,228	66	0,45	0,83	117,589	75,798	41,79097	5176,077
30	144,129	66	0,45	0,83	117,5818	75,7908	41,79097	5293,659
31	144,03	66	0,45	0,83	210,5159	135,6896	74,82626	5504,174
32	143,931	66	0,45	0,83	210,503	135,6767	74,82626	5714,677
33	143,832	66	0,45	0,83	240,7112	155,1417	85,56944	5955,389
34	143,733	66	0,45	0,83	240,6964	155,127	85,56944	6196,085
35	143,634	66	0,45	0,83	240,6816	155,1122	85,56944	6436,767
36	143,535	66	0,45	0,83	210,4513	135,625	74,82626	6647,218
37	143,436	66	0,45	0,83	210,4383	135,6121	74,82626	6857,656
38	143,337	66	0,45	0,83	210,4254	135,5991	74,82626	7068,082
39	143,238	66	0,45	0,83	210,4125	135,5862	74,82626	7278,494
40	143,139	66	0,45	0,83	210,3995	135,5733	74,82626	7488,894
41	143,04	66	0,45	0,83	210,3866	135,5603	74,82626	7699,28
42	142,941	66	0,45	0,83	240,578	155,0086	85,56944	7939,858

43	142,842	66	0,45	0,83	240,5632	154,9937	85,56944	8180,421
44	142,743	66	0,45	0,83	240,5483	154,9789	85,56944	8420,97
45	142,644	66	0,45	0,83	210,3347	135,5084	74,82626	8631,304
46	142,545	66	0,45	0,83	210,3217	135,4955	74,82626	8841,626
47	142,446	66	0,45	0,83	210,3087	135,4825	74,82626	9051,935
48	142,347	66	0,45	0,83	117,4516	75,66064	41,79097	9169,386
49	142,248	65,778	0,45	0,83	117,43	75,67462	41,75535	9286,816
50	142,149	65,556	0,45	0,83	117,4083	75,6886	41,71972	9404,225
51	142,05	65,334	0,45	0,83	117,3867	75,70259	41,68407	9521,611
52	141,951	65,112	0,45	0,83	117,365	75,71658	41,64841	9638,976
53	141,852	64,89	0,45	0,83	117,3433	75,73058	41,61275	9756,32
54	141,753	64,668	0,45	0,83	117,3216	75,74458	41,57707	9873,641
55	141,654	64,446	0,45	0,83	210,0242	135,6449	74,37935	10083,67
56	141,555	64,224	0,45	0,83	209,9854	135,6699	74,31542	10293,65
57	141,456	64,002	0,45	0,83	240,0896	155,1775	84,91213	10533,74
58	141,357	63,78	0,45	0,83	240,0451	155,2062	84,83897	10773,79
59	141,258	63,558	0,45	0,83	240,0007	155,2349	84,76579	11013,79
60	141,159	63,336	0,45	0,83	209,8299	135,7704	74,05949	11223,62
61	141,06	63,114	0,45	0,83	209,7909	135,7955	73,99545	11433,41
62	140,961	62,892	0,45	0,83	209,752	135,8206	73,93138	11643,16
63	140,862	62,67	0,45	0,83	209,7131	135,8458	73,86729	11852,87
64	140,763	62,448	0,45	0,83	209,6741	135,8709	73,80318	12062,55
65	140,664	62,226	0,45	0,83	209,6351	135,8961	73,73905	12272,18
66	140,565	62,004	0,45	0,83	239,6889	155,4362	84,25276	12511,87
67	140,466	61,782	0,45	0,83	239,6443	155,465	84,17935	12751,51
68	140,367	61,56	0,45	0,83	239,5997	155,4938	84,10592	12991,11
69	140,268	61,338	0,45	0,83	209,4791	135,9969	73,48224	13200,59
70	140,169	61,116	0,45	0,83	209,4401	136,0221	73,41798	13410,03
71	140,07	60,894	0,45	0,83	209,401	136,0473	73,35368	13619,43
72	139,971	60,672	0,45	0,83	116,9301	75,99746	40,93261	13736,36