
Gestão de Stocks

Maria Antónia Carravilla

Março 2000

Objectivos

- Perceber o que é o stock
- Saber como classificar stocks
- Saber fazer uma análise ABC
- Saber comparar modelos de gestão de stocks
- Saber utilizar modelos de gestão de stocks para determinar quanto e quando encomendar

Introdução

Caso: Harley-Davidson

- Anos 70 - grande competição com Honda e Yamaha
 - Honda - 81 novos modelos
 - Yamaha - 34 novos modelos em 18 meses
- Competição implica programa de controlo total da qualidade
 - controlo de stocks mais apertado
 - desenvolvimento de fornecedores
 - JIT
 - melhorias no processo e no produto

Introdução

Alguns aspectos gerais

- **Importância da Gestão de Stocks**
 - custo dos materiais no custo final do produto
 - representam 20-50% do activo de uma empresa
 - rondam 90% do capital circulante
- **Objectivo a atingir**
 - stock zero
- **Como atingir objectivo**
 - reorganizando, investindo em tecnologia....

Introdução

Funções básicas de um stock

- Armazenamento de bens, por forma a satisfazer uma previsão de procura
- Desacoplamento
 - entre fornecimento e produção
 - entre diversas fases do processo produtivo
 - entre produção e distribuição
- Poder beneficiar de descontos de quantidade
- Protecção contra inflação

Introdução

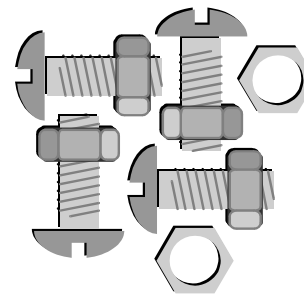
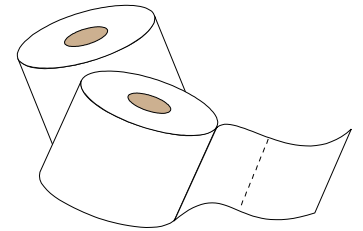
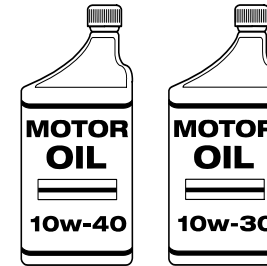
Desvantagens da manutenção de um stock

- Custos mais elevados
 - custo unitário (se o produto for comprado)
 - custo de aquisição (ou custo de setup)
 - custo de posse
- Dificuldade de controlo
- Esconde problemas de produção

Introdução

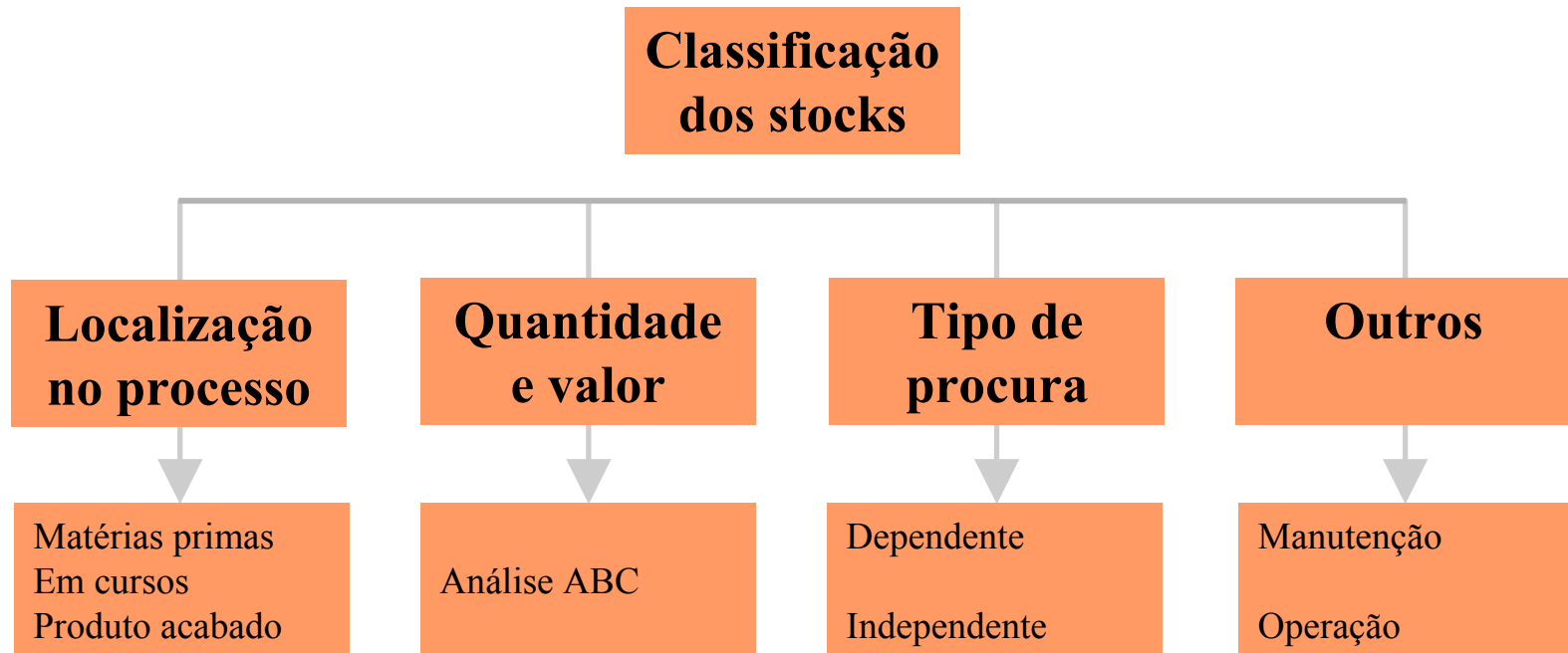
Tipos de stocks

- Matérias primas
- Em-cursos
- Consumíveis
 - óleos
 - ferramentas de desgaste
- Produto acabado



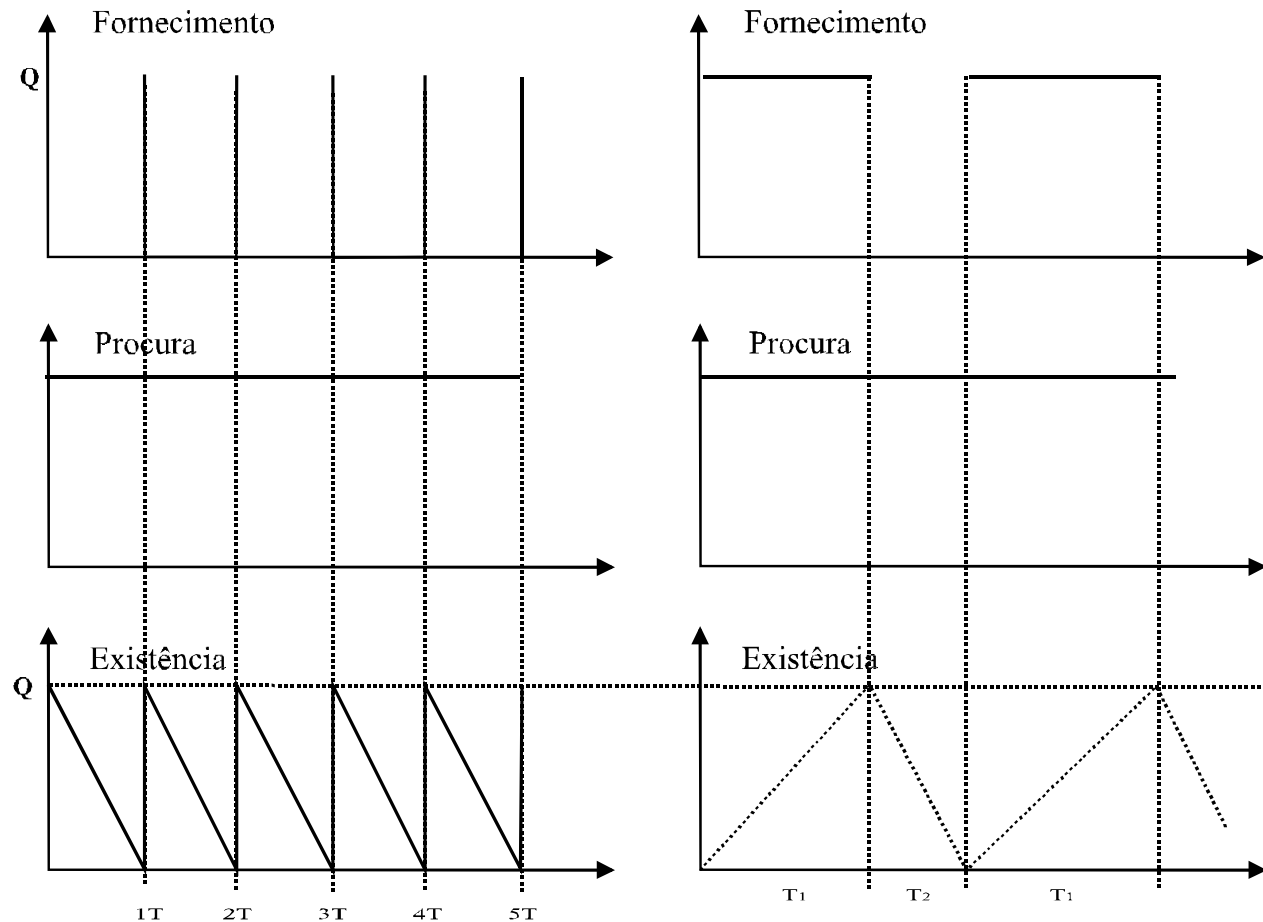
Introdução

Classificação dos stocks



Introdução

Duas formas de fornecimento



Introdução

Classificação de problemas

- fornecimento e procura determinísticos, com valores constantes
- fornecimento constante e procura determinística mas variável
- fornecimento constante, procura aleatória
- fornecimento aleatório, procura constante
- fornecimento e procura aleatórios

Análise ABC

- classificação dos artigos em stock segundo valor de uso

$$U_i = c_i d_i$$

- dividir os produtos em três classes A, B, e C
- stocks de produtos serão tanto mais controlados, quanto maior for o seu valor de uso

Análise ABC

Código do artigo	Taxa de procura anual	custo/unidade (milhares \$)
Q10	10 000	13
R20	5 000	5
S30	2 000	6
T40	1 000	18
U50	100	55
V60	5 000	8
W70	2 000	2
X80	200	12
Y90	25 000	10

Código do artigo	Taxa de procura anual	custo/unidade (milhares \$)	Valor de uso
Q10	10 000	13	130 000
R20	5 000	5	25 000
S30	2 000	6	12 000
T40	1 000	18	18 000
U50	100	55	5 500
V60	5 000	8	40 000
W70	2 000	2	4 000
X80	200	12	2 400
Y90	25 000	10	250 000

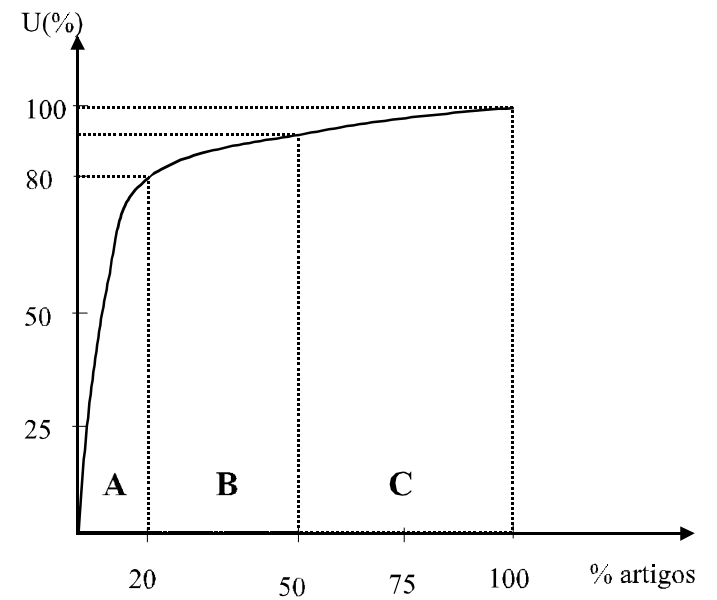
Análise ABC

Código do artigo	Taxa de procura anual	custo/unidade (milhares \$)	Valor de uso
Y90	25 000	10	250 000
Q10	10 000	13	130 000
V60	5 000	8	40 000
R20	5 000	5	25 000
T40	1 000	18	18 000
S30	2 000	6	12 000
U50	100	55	5 500
W70	2 000	2	4 000
X80	200	12	2 400

Código do artigo	Número de ordem	% Total	Valor de uso
Y90	1	11.11	250 000
Q10	2	22.22	130 000
V60	3	33.33	40 000
R20	4	44.44	25 000
T40	5	55.55	18 000
S30	6	66.66	12 000
U50	7	77.77	5 500
W70	8	88.88	4 000
X80	9	100	2 400

Análise ABC

Número de ordem	% Total	Valor de uso	Acumulado	% Total
1	11.11	250 000	250 000	51.345
2	22.22	130 000	380 000	78.045
3	33.33	40 000	420 000	86.260
4	44.44	25 000	445 000	91.394
5	55.55	18 000	463 000	95.091
6	66.66	12 000	475 000	97.556
7	77.77	5 500	480 500	98.686
8	88.88	4 000	484 500	99.507
9	100	2 400	486 900	100.000



Análise ABC

- artigos **classe A**
 - controlo frequente
 - cálculo cuidadoso de
 - quantidades
 - datas de reaprovisionamento
- artigos **classe B**
 - controlo mais automático
 - dados e parâmetros revistos 3 ou 4 vezes por ano
- artigos **classe C**
 - encomendar para 6-12 meses

Controlo de stocks

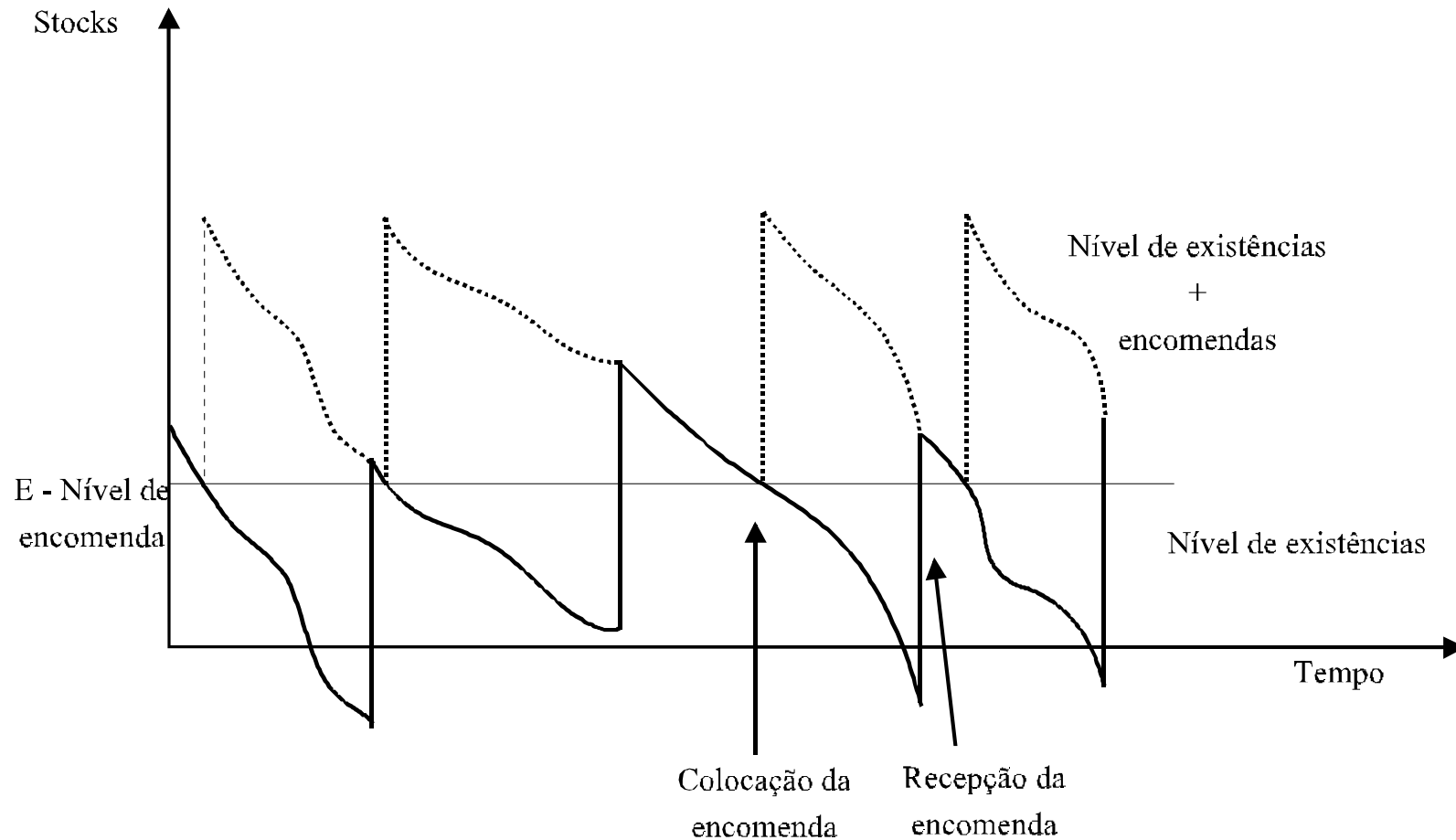
- Controlo apertado das entregas
- Contagem cíclica de uma parte do stock total
 - usado em ligação com ABC
 - realizado por pessoal especialmente treinado
 - elimina necessidade de “fechar para balanço”
 - manutenção de conhecimento correcto do stock
 - erros conhecidos mais cedo podem ser corrigidos
- Controlo apertado das saídas

Políticas de reaprovisionamento

- Decisões a tomar
 - quantidade a encomendar
 - em que momento encomendar
- Objectivo
 - escolher solução que corresponda a um custo mínimo

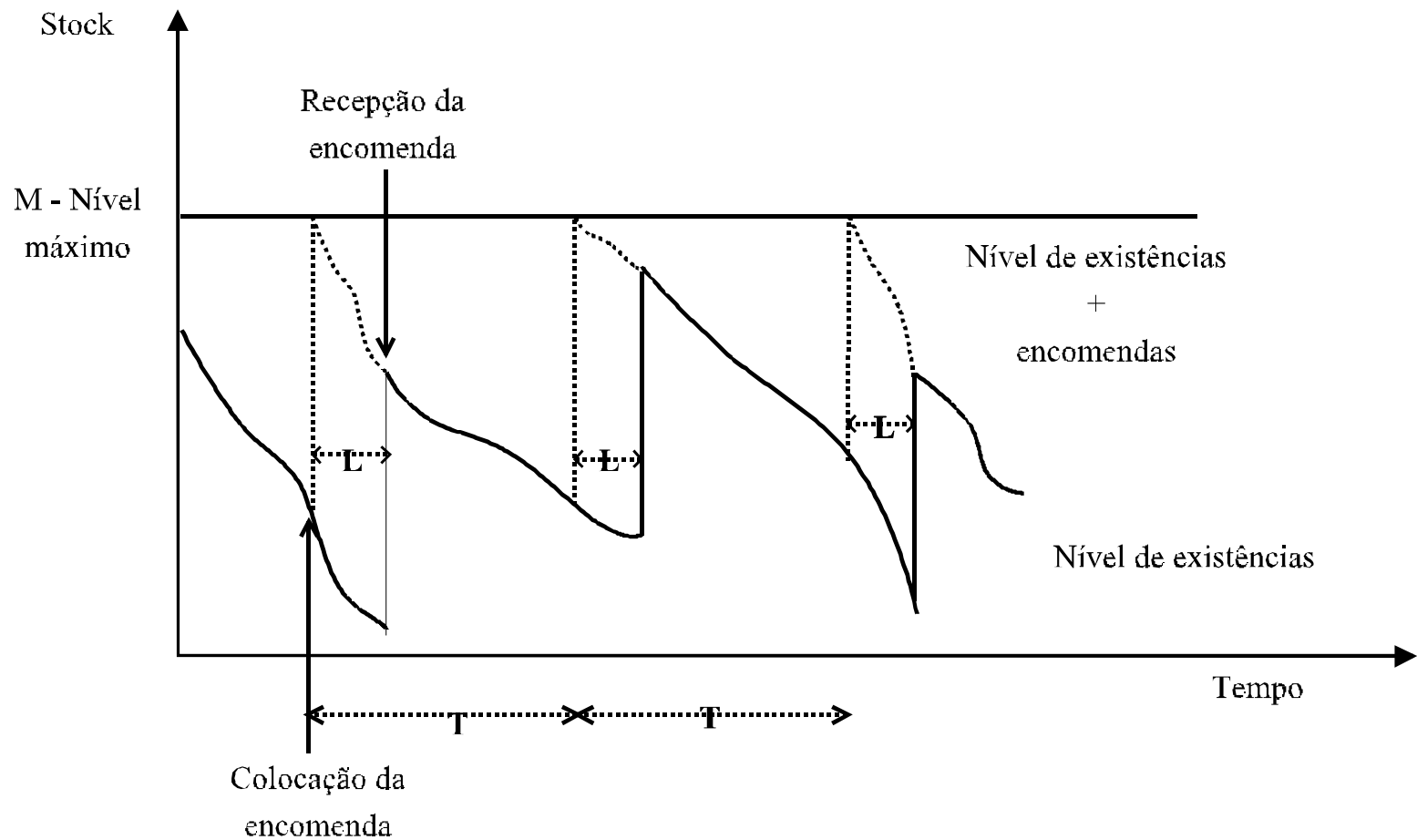
Políticas de reaprovisionamento

Nível de encomenda



Políticas de reaprovisionamento

Revisão cíclica



Políticas de reaprovisionamento

Comparação

- **Nível de encomenda**

- Vantagens
 - encomendas de dimensão fixa
- Desvantagens
 - conhecimento contínuo do sistema

- **Revisão cíclica**

- Vantagens
 - encomendas colocadas a intervalos fixos de tempo
 - agregação de encomendas
- Desvantagens
 - risco de ruptura de stocks entre pontos de revisão

- **Política mista**

- Inspeção a intervalos fixos de tempo
- Se $\text{stock} < s$, colocar encomenda
- Se $\text{stock} > s$, não colocar encomenda

Políticas de reaprovisionamento

Custos de operação

- Custos de encomenda
 - $A + c_1 Q$
- Custos de posse
 - custos monetários directos
 - custo de funcionamento do armazém
 - custo de oportunidade
 - custo de obsolência
- Custos de ruptura
- Custos da informação

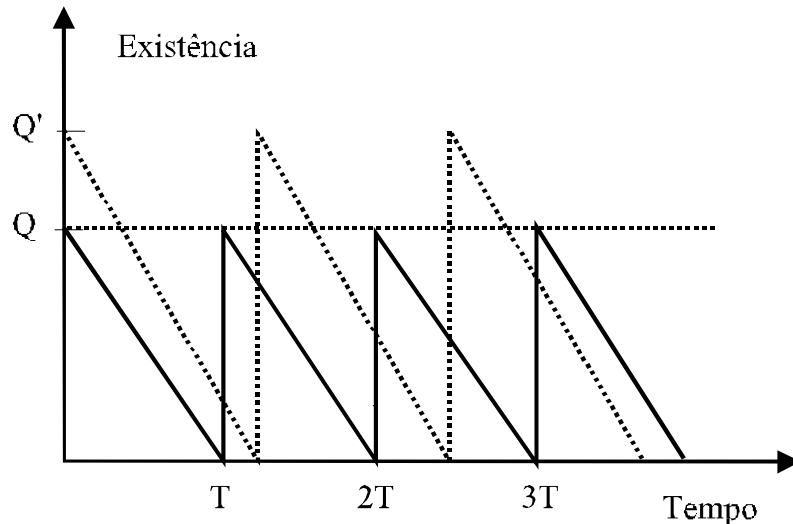
Modelos determinísticos

- política nível de encomenda = política revisão cíclica
- fixar o intervalo entre encomendas = fixar a quantidade a encomendar

$$Q = T d$$

Modelos determinísticos

Reposição instantânea - ruptura não permitida



- taxa de procura d determinística e constante
- quantidade encomendada Q fornecida de uma forma instantânea a intervalos fixos de tempo T
- não se verificam situações de ruptura do stock

Modelos determinísticos

Reposição instantânea - ruptura não permitida

- Custo de encomenda = $A + c_1 Q$
- Custo de posse = $c_2 Q/2 T$
- Custo total $C_T = A + c_1 Q + c_2 Q/2 T$
- Custo por unidade de tempo

$$K = \frac{C_T}{T} = \frac{A}{T} + c_1 \frac{Q}{T} + c_2 \frac{Q}{2} = \left(T = \frac{Q}{d} \right) = \frac{Ad}{Q} + c_1 d + c_2 \frac{Q}{2}$$

Modelos determinísticos

Reposição instantânea - ruptura não permitida

- Quantidade económica de encomenda Q^*

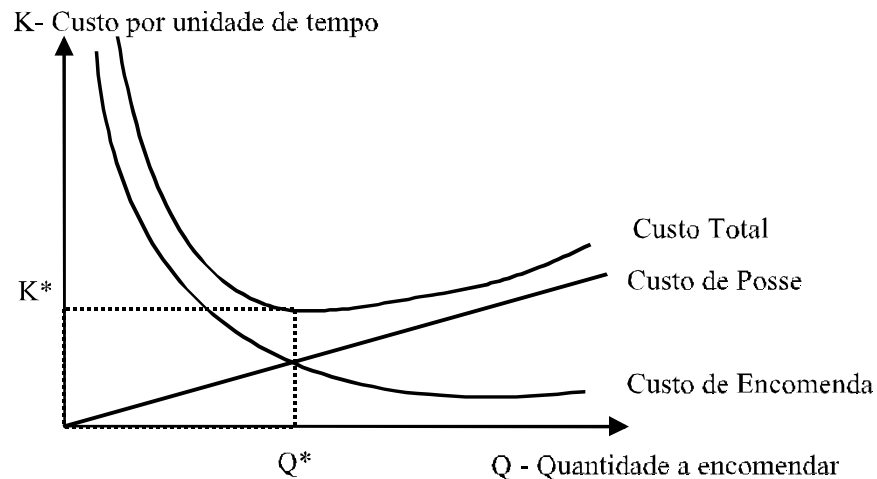
$$\frac{\partial K}{\partial Q} = -\frac{Ad}{Q^2} + \frac{c_2}{2} = 0 \Rightarrow Q^* = \sqrt{\frac{2Ad}{c_2}}$$

- Custo mínimo por unidade de tempo K^*

$$K^* = c_1 d + \sqrt{2c_2 Ad}$$

Modelos determinísticos

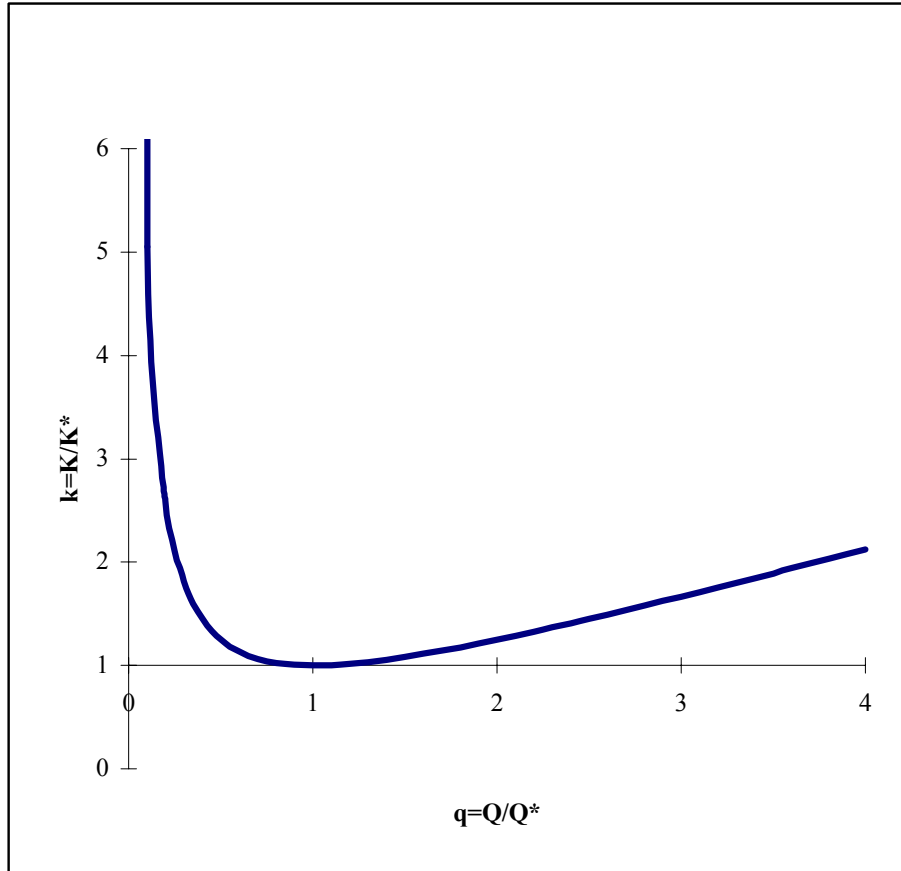
Reposição instantânea - ruptura não permitida



- **Custo de encomenda**
 - função não linear
 - decrescente com Q
- **Custo de posse**
 - função linear com Q
- **Custo total**
 - função convexa
 - mínimo associado a balanço
 - investimento em stocks
 - despesas de colocação e processamento de encomendas

Modelos determinísticos

Robustez da Quantidade Económica



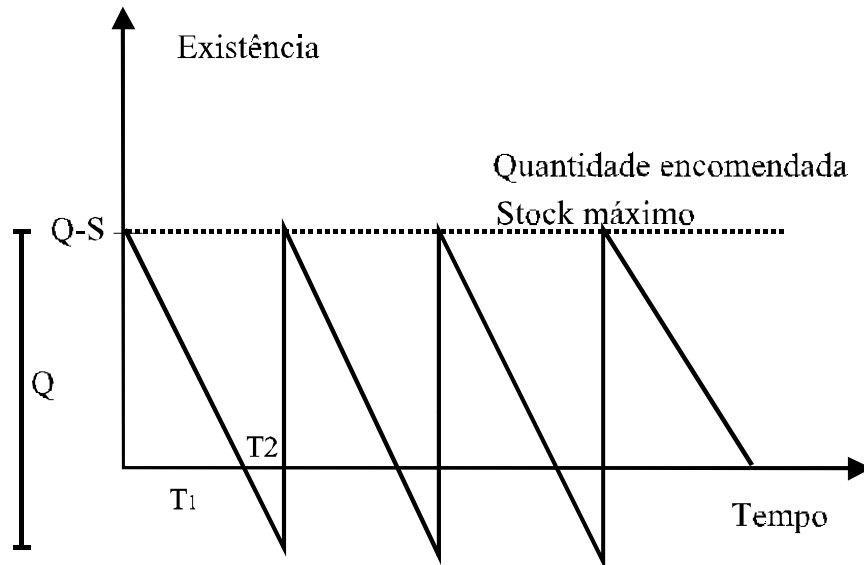
$$Q^* = \sqrt{\frac{2Ad}{c_2}}$$

$$q = \frac{Q}{Q^*}$$

$$k = \frac{K}{K^*} = \frac{\frac{Ad}{Q} + c_2 \frac{Q}{2}}{\sqrt{2c_2 Ad}} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{q} + q \right)$$

Modelos determinísticos

Reposição instantânea - ruptura permitida



- taxa de procura d determinística e constante
- quantidade encomendada Q fornecida de uma forma instantânea a intervalos fixos de tempo $T = T_1 + T_2$

Modelos determinísticos

Reposição instantânea - ruptura permitida

- Custo de encomenda = $A + c_1 Q$
- Custo de posse = $c_2 (Q - S) / 2 T_1$
- Custo de ruptura = $c_3 S / 2 T_2$

- Custo total $C_T = A + c_1 Q + c_2 (Q - S) / 2 T_1 + c_3 S / 2 T_2$
- Custo por unidade de tempo

$$K(Q, S) = \frac{C_r}{T} = \frac{Ad}{Q} + c_1 d + \frac{c_2 (Q - S)^2}{2Q} + \frac{c_3 S^2}{2Q}$$

Modelos determinísticos

Reposição instantânea - ruptura permitida

- Quantidade económica de encomenda Q^*
- Nível máximo de unidades em falta S^*

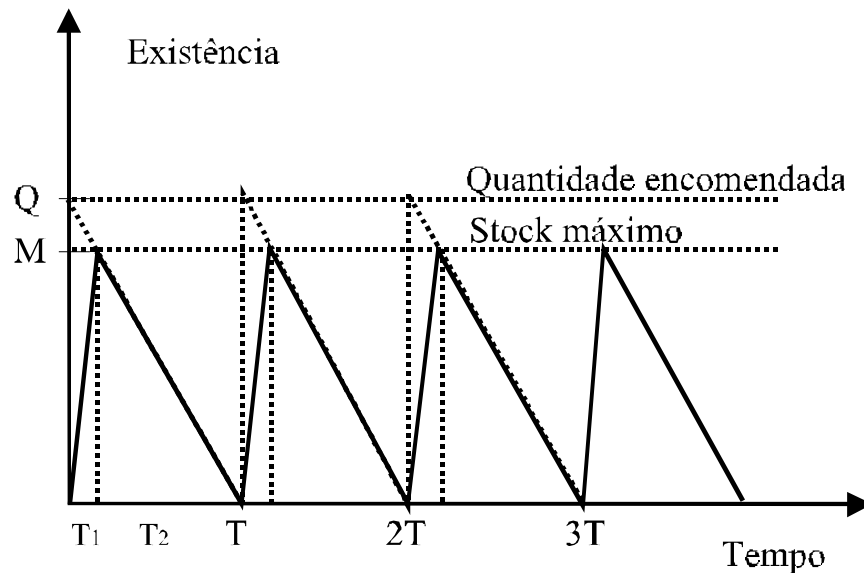
$$\begin{cases} \frac{\partial K}{\partial Q} = 0 \\ \frac{\partial K}{\partial S} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Q^* = \sqrt{\frac{2Ad}{c_2}} \sqrt{\frac{c_2 + c_3}{c_3}} \\ S^* = \sqrt{2Adc_2} \frac{1}{\sqrt{c_3(c_2 + c_3)}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lim_{c_3 \rightarrow \infty} Q^* = \sqrt{\frac{2Ad}{c_2}} \\ \lim_{c_3 \rightarrow \infty} S^* = 0 \end{cases}$$

- Custo mínimo por unidade de tempo K^*

$$K^* = c_1 d + \sqrt{\frac{2Adc_2c_3}{c_2 + c_3}}$$

Modelos determinísticos

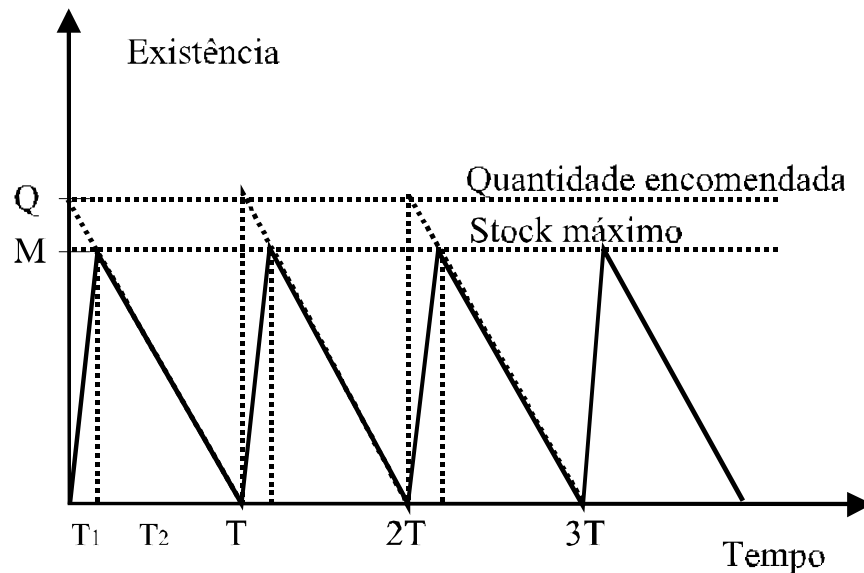
Reposição não instantânea - ruptura não permitida



- taxa de procura d determinística e constante
- taxa de fornecimento (ou de produção) p constante nos períodos de fornecimento
- não se verificam situações de ruptura do stock

Modelos determinísticos

Reposição não instantânea - ruptura não permitida



- T_1 período em que há produção

$$T_1 = \frac{Q}{p}$$

$$M = Q - dT_1 = Q \frac{p - d}{p}$$

- T_2 período em que há apenas consumo

$$T_2 = \frac{M}{d} = \frac{Q}{d} \frac{p - d}{p}$$

Modelos determinísticos

Reposição não instantânea - ruptura não permitida

- Custo de encomenda = $A + c_1 Q$
- Custo de posse = $c_2 M/2 T$
- Custo total $C_T = A + c_1 Q + c_2 M/2 T$
- Custo por unidade de tempo

$$K = \frac{C_T}{T} = \frac{A}{T} + c_1 \frac{Q}{T} + c_2 \frac{Q}{2} \frac{p-d}{p} = \frac{Ad}{Q} + c_1 d + c_2 \frac{Q}{2} \frac{p-d}{p}$$

Modelos determinísticos

Reposição não instantânea - ruptura não permitida

- Quantidade económica de produção Q^*

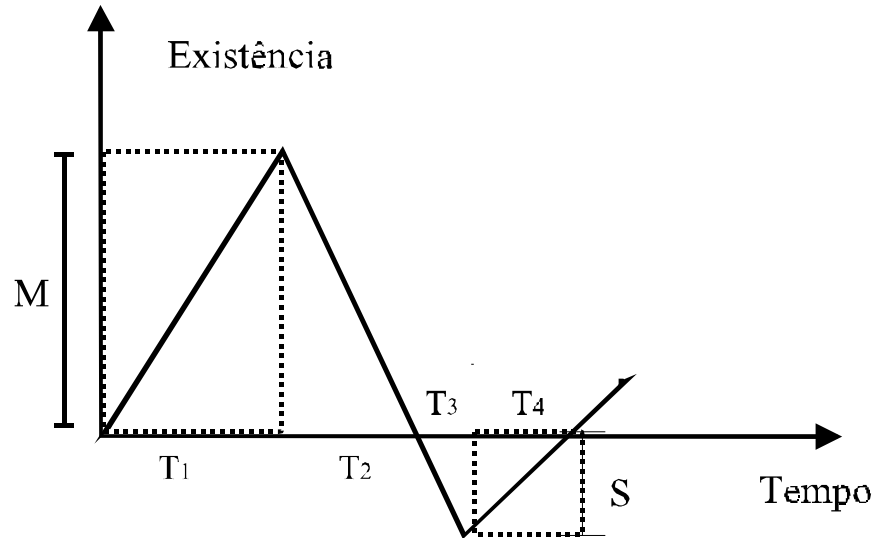
$$\frac{\partial K}{\partial Q} = 0 \Rightarrow Q^* = \sqrt{\frac{2Ad}{c_2}} \sqrt{\frac{p}{p-d}} \Rightarrow \lim_{p \rightarrow \infty} Q^* = \sqrt{\frac{2Ad}{c_2}}$$

- Custo mínimo por unidade de tempo K^*

$$K^* = c_1 d + \sqrt{2c_2 Ad} \sqrt{\frac{p-d}{p}}$$

Modelos determinísticos

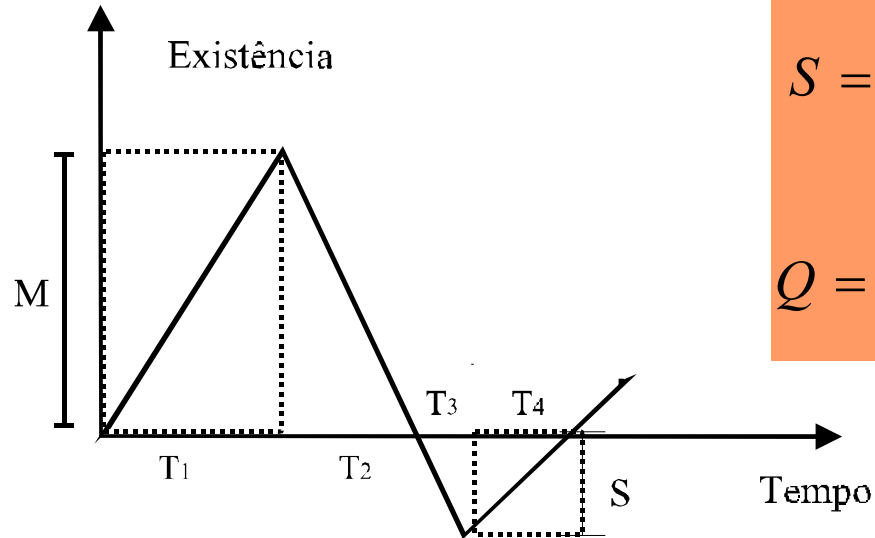
Reposição não instantânea - ruptura permitida



- taxa de procura d determinística e constante
- taxa de fornecimento (ou de produção) p constante nos períodos de fornecimento

Modelos determinísticos

Reposição não instantânea - ruptura permitida



$$M = T_1(p - d) = T_2d \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{T_4}{T_3} = \frac{d}{p - d}$$
$$S = T_4(p - d) = T_3d$$
$$Q = Td = (T_1 + T_2 + T_3 + T_4)d = \frac{pd}{p - d}(T_2 + T_3)$$

Modelos determinísticos

Reposição não instantânea - ruptura permitida

- Custo de encomenda = $A + c_1 Q$
- Custo de posse = $c_2 M/2 (T_1 + T_2)$
- Custo de ruptura = $c_3 S/2 (T_3 + T_4)$
- Custo total

$$C_T = A + c_1 Q + c_2 M/2 (T_1 + T_2) + c_3 S/2 (T_3 + T_4)$$

Modelos determinísticos

Reposição não instantânea - ruptura permitida

$$S^* = \sqrt{2Ad \frac{c_2}{(c_2 + c_3)c_3} \frac{p-d}{p}} \quad Q^* = \sqrt{2Ad \frac{c_2 + c_3}{c_2 c_3} \frac{p}{p-d}}$$
$$T_2^* = \sqrt{\frac{2A}{d} \frac{c_3}{(c_2 + c_3)c_2} \frac{p-d}{p}} \quad T_3^* = \sqrt{\frac{2A}{d} \frac{c_2}{(c_2 + c_3)c_3} \frac{p-d}{p}}$$
$$K^* = \sqrt{2Ad \frac{c_2 c_3}{c_2 + c_3} \frac{p-d}{p}} + dc_1$$

Descontos de Quantidade

- Decisões a tomar
 - quantidade a encomendar
 - em que momento encomendar
- Descontos de quantidade
 - preço reduzido quando se compra um bem em maiores quantidades
- Balanço entre preço mais baixo e aumento do custo de posse

Modelos determinísticos

Descontos de Quantidade - metodologia

- Calcular o valor da quantidade económica de encomenda (Q_i^*) para cada um dos níveis de desconto i .
- Ajustar os valores de Q_i^* para o valor mais próximo pertencente ao intervalo de desconto correspondente.
- Calcular os custos totais para cada Q_i .
- Escolher a quantidade a encomendar Q_i , correspondente ao menor custo.

Modelos determinísticos

Descontos de Quantidade - exemplo

A empresa ABC vende, entre outros produtos, ratos para PC.

Recentemente a empresa fornecedora enviou uma nova tabela com descontos de quantidade.

O custo normal para cada rato é de 5um, para encomendas entre 1000 e 1999 unidades o custo unitário baixa para 4.8um e finalmente para encomendas de mais de 2000 unidades o custo é de 4.75um.

O custo de encomenda é de 49um por encomenda, a procura anual é de 5000 ratos e a taxa de armazenamento é de $0.2 \times$ custo de aquisição.

Qual a quantidade a encomendar para minimizar o custo total de armazenamento?

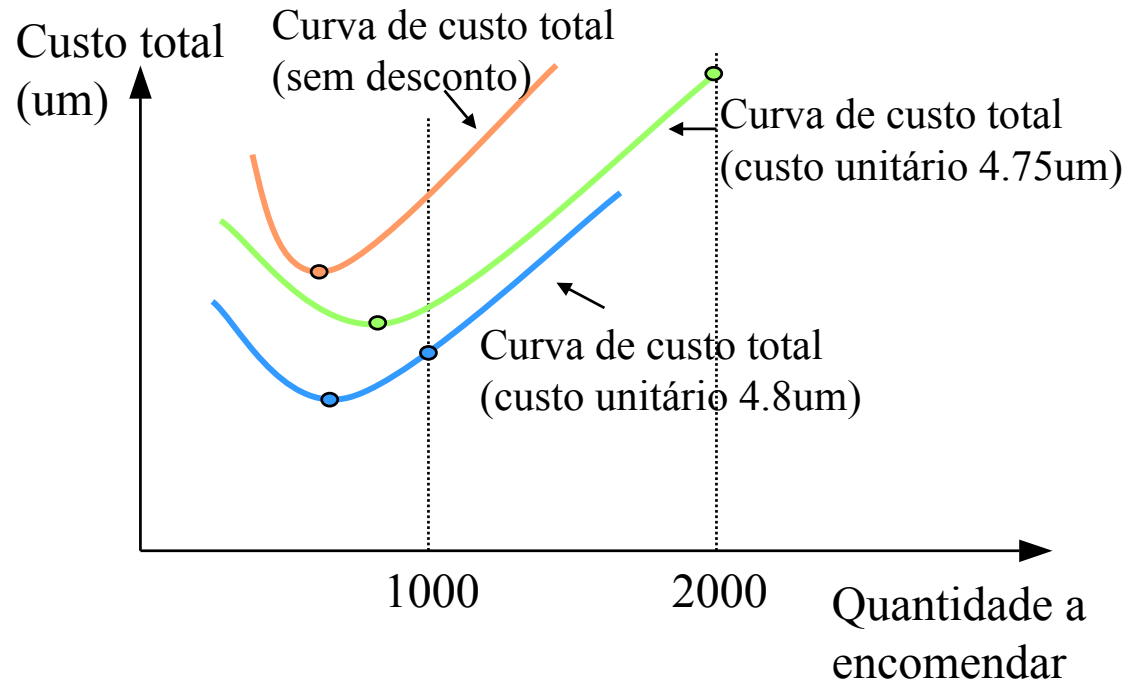
Modelos determinísticos

Descontos de Quantidade - resolução exemplo

$$Q_1^* = \sqrt{\frac{2Ad}{c_1}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 49 \cdot 5000}{0.2 \cdot 5}} = 700 \in [0, 1000]$$

$$Q_2^* = \sqrt{\frac{2 \cdot 49 \cdot 5000}{0.2 \cdot 4.8}} = 714 \notin [1000, 1999]$$

$$Q_3^* = \sqrt{\frac{2 \cdot 49 \cdot 5000}{0.2 \cdot 4.75}} = 718 \notin [2000, \infty[$$



Modelos determinísticos

Descontos de Quantidade - resolução exemplo

As quantidades a encomendar para cada nível de desconto serão então:

Nível de desconto 1: $Q_1^*=700$

Nível de desconto 2: $Q_2=1000$

Nível de desconto 3: $Q_3=2000$

Custo por unidade	Quantidade a encomendar	Número de encomendas por ano	Custo de encomendas por ano	Custo de armazenamento por ano	Custo de aquisição por ano	Custo total por ano
5,00	700	7,14	350,00	350,00	25000,00	25700,00
4,80	1000	5,00	245,00	480,00	24000,00	24725,00
4,75	2000	2,50	122,50	950,00	23750,00	24822,50

Modelos determinísticos

Restrições adicionais

- Stocks de milhares de artigos
 - restrições no **capital** a investir
 - restrições no **espaço** de armazenagem
 - restrições no número de **encomendas**
- **Repartição** dos **recursos escassos** pelos vários produtos

Modelos determinísticos

Restrições adicionais - restrições de investimento

- gasto total com a encomenda não pode exceder D

$$\sum_{j=1}^m (c_{1j} Q_j + A_j) \leq D$$

- pretende-se minimizar o custo por unidade de tempo

$$\min K = \sum_{j=1}^m \left(\frac{A_j d_j}{Q_j} + c_{1j} d_j + c_{2j} \frac{Q_j}{2} \right)$$

Modelos determinísticos

Restrições adicionais - restrições de investimento

- usando um multiplicador de Lagrange:

$$\min. J = \sum_{j=1}^m \left(\frac{A_j d_j}{Q_j} + c_{1j} d_j + c_{2j} \frac{Q_j}{2} \right) + \Theta \left(\sum_{j=1}^m (c_{1j} Q_j + A_j) - D \right)$$

- J terá um mínimo para valores de Q_j que verifiquem simultaneamente as $m+1$ equações

$$\begin{cases} \nabla_j \frac{\partial J}{\partial Q_j} = 0 \\ \frac{\partial J}{\partial \Theta} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \nabla_j Q_j = \sqrt{\frac{2d_j A_j}{c_{2j} + 2\Theta^* c_{1j}}} \\ \sum_{j=1}^m (c_{1j} Q_j + A_j) = D \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \nabla_j Q_j = \sqrt{\frac{2d_j A_j}{c_{2j} + 2\Theta^* c_{1j}}} \\ \sum_{j=1}^m \left(c_{1j} \sqrt{\frac{2d_j A_j}{c_{2j} + 2\Theta^* c_{1j}}} + A_j \right) = D \end{cases}$$

Modelos determinísticos

Restrições adicionais - outro tipo de restrições

- restrições no espaço de armazenamento, onde o produto j ocupa f_j unidades de capacidade e f é a capacidade total de armazenamento

$$\sum_{j=1}^m f_j Q_j \leq f$$

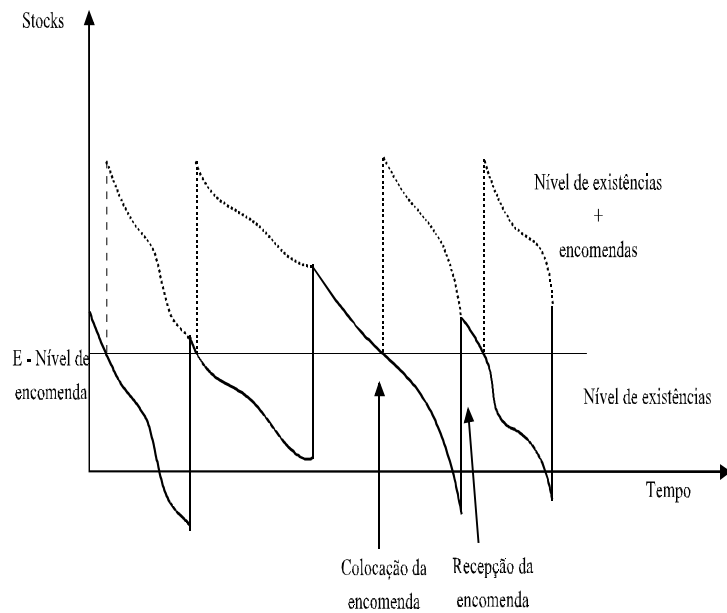
- restrições no número de encomendas, onde N é o número máximo de encomendas a colocar

$$\sum_{j=1}^m \frac{d_j}{Q_j} \leq N$$

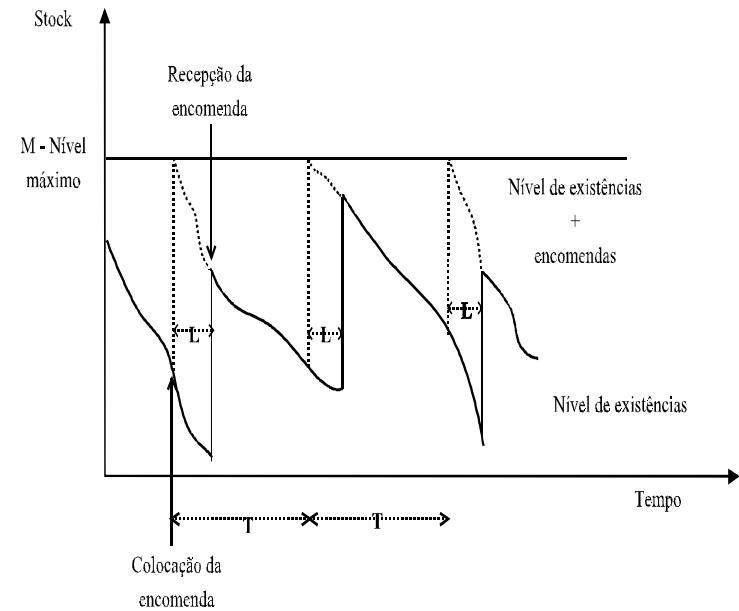
Modelos estocásticos

Procura estocástica (varia segundo distribuição normal)

Nível de encomenda:
determinar
nível de encomenda

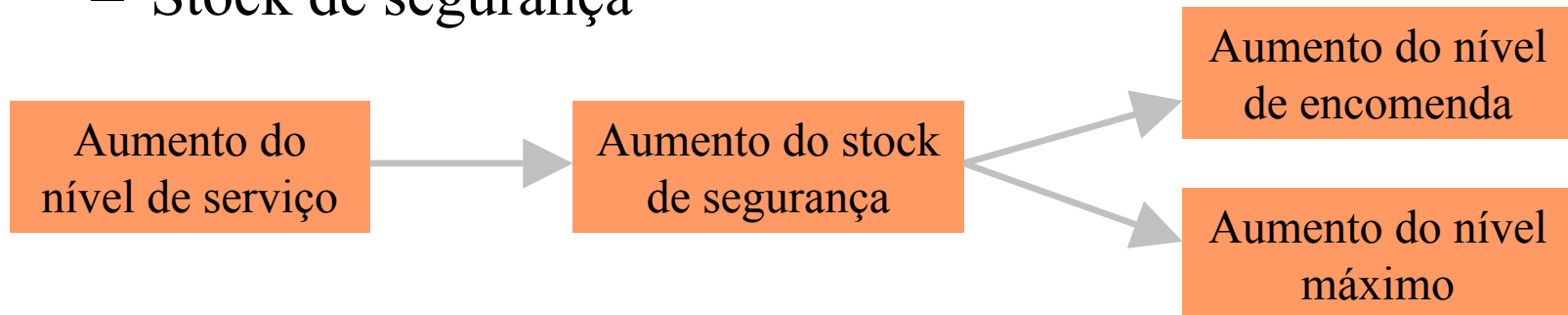


Revisão cíclica:
determinar
nível máximo



Modelos estocásticos

- Procura desconhecida
 - varia segundo uma distribuição normal
- Questões:
 - quanto encomendar?
 - quando encomendar?
- Novos parâmetros a definir:
 - Nível de serviço (1 - Probabilidade de ruptura do stock)
 - Stock de segurança



Modelos estocásticos

Nível de encomenda

- Nível de encomenda = E
 - Procura média por unidade de tempo = d
 - Número de unidades de tempo para entrega = L
-
- Com procura determinística e constante:

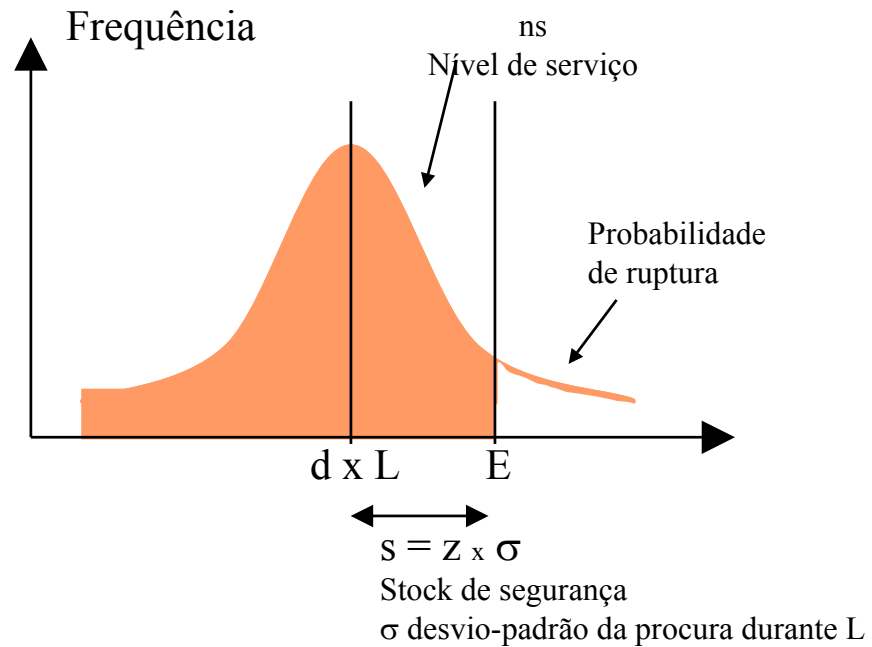
$$E = d \times L$$

- Com procura estocástica (stock de segurança = s):

$$E = d \times L + s$$

Modelos estocásticos

Nível de encomenda



Modelos estocásticos

Nível de encomenda - exemplo

Considere que está a gerir um armazém que distribui uma marca de comida para cães. Relativamente a esse produto conhece os seguintes dados:

- procura média = 200 pacotes
- tempo de reaprovisionamento = 4 dias
- desvio padrão da procura diária = 150 pacotes
- nível de serviço pretendido = 95%
- custo de encomenda = 20um por encomenda
- custo por pacote = 10um
- taxa de armazenamento = $0.2 \times$ custo de aquisição

Considere ainda que será usado o sistema de nível de encomenda e que o armazém está aberto 250 dias por ano

Modelos estocásticos

Nível de encomenda - resolução exemplo

$$Q = \sqrt{\frac{2Ad}{c_2}} = \sqrt{\frac{2 \times 20 \times 250 \times 200}{0.2 \times 10}} = 1000 \text{ pacotes}$$

$$d \times L = 200 \times 4 = 800 \text{ pacotes}$$

$$\sigma = \sqrt{4} \times 150 = 300 \text{ pacotes}$$

$$ns = 95\% \Rightarrow z = 1.65$$

$$E = d \times L + z \times \sigma = 200 \times 4 + 1.65 \times 300 = 1295$$

Regra:

Colocar uma encomenda de 1000 pacotes sempre que o stock passe abaixo de 1295 pacotes.

Stock de segurança = 495 pacotes

Serão colocadas aproximadamente 50 encomendas por ano.

Modelos estocásticos

Revisão periódica

- Nível máximo = M
- Procura média por unidade de tempo = d
- Número de unidades de tempo para entrega = L
- Número de unidades de tempo entre revisões = T
- Com procura determinística e constante:
(nível máximo até ao qual se encomenda tem que ser igual ao consumo entre revisões mais tempo de entrega)

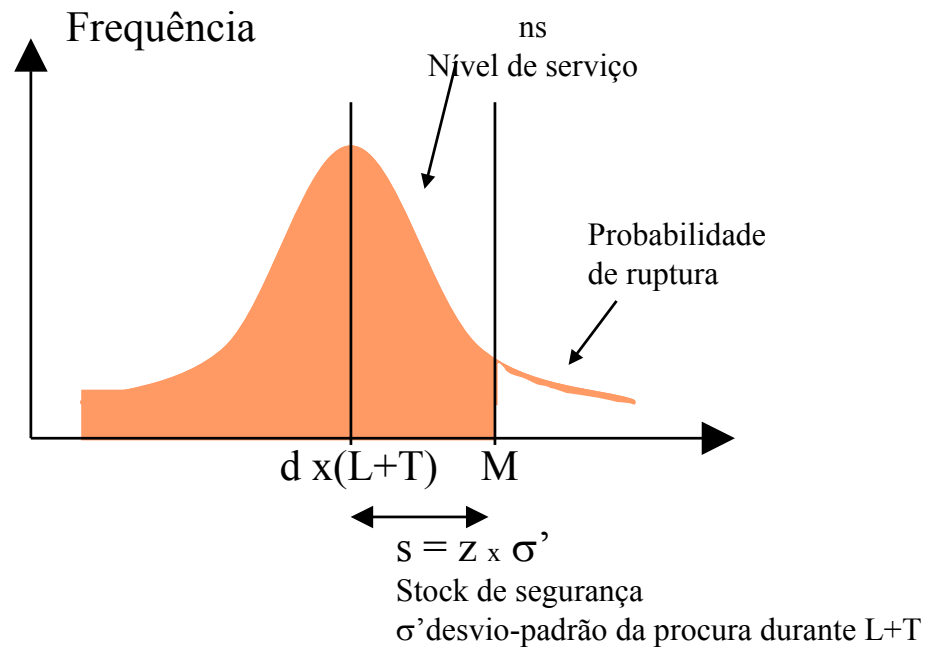
$$M = d \times (L + T)$$

- Com procura estocástica (stock de segurança = s):

$$M = d \times (L + T) + s$$

Modelos estocásticos

Revisão periódica



Modelos estocásticos

Revisão periódica - resolução exemplo

$$T = \frac{Q}{d} = \sqrt{\frac{2A}{d \times c_2}} = \sqrt{\frac{2 \times 20}{250 \times 200 \times 0.2 \times 10}} = 5 \text{ dias}$$

$$d \times (L + T) = 200 \times (4 + 5) = 1800 \text{ pa cot es}$$

$$\sigma' = \sqrt{9} \times 150 = 450 \text{ pa cot es}$$

$$ns = 95\% \Rightarrow z = 1.65$$

$$M = d \times (L + T) + z \times \sigma' = 200 \times (4 + 5) + 1.65 \times 450 = 2542$$

Regra:

Rever o stock cada 5 dias e colocar encomenda para 2542 pacotes.

Stock de segurança = 742 pacotes

Serão colocadas aproximadamente 50 encomendas por ano.

Bibliografia

- Heizer, Jay and Render, Barry; Operations Management, Prentice-Hall, Fifth edition, 1999
- Oliveira, Rui Carvalho; Introdução aos modelos de gestão de stocks.
- Schroeder, Roger G.; Operations Management, Decision Making in the Operations Function, McGraw-Hill 1989
- Vasconcelos, Bernardo C.; Gestão de Stocks - 2. Modelos Determinísticos, 1986