## Escoamento Laminar e Perdas de Carga em Condutas Bidimensionais com derivação

António Henrique Morais Sarmento Xavier Madureira

### Dissertação do MIEM

Orientador na FEUP: Prof. Fernando Pinho



Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto

Julho 2011

À minha mãe

#### Resumo

Salvo algumas excepções, o estudo do escoamento laminar, foi até recentemente, matéria de pouco interesse e consideração para a indústria uma vez que as suas preocupações estavam relacionadas com grandes geometrias e fluidos de baixa viscosidade. No entanto, o recente desenvolvimento de novas técnicas de análise em biomedicina e a investigação em bioengenharia, alteraram este cenário, onde estudos sobre este tipo de escoamento têm sido cada vez mais solicitados.

O objectivo principal deste trabalho é então relacionar o número de Reynolds e a separação de caudais ( $\beta$ ) numa bifurcação, ao coeficiente de perda de carga localizada (K) e ao comportamento do escoamento no que se refere a recirculações.

Assim, uma investigação numérica foi levada a cabo para estudar o comportamento de um fluido Newtoniano em regime laminar numa bifurcação em T de geometria não-uniforme de secção rectangular. O estudo numérico do escoamento bidimensional compreende a resolução das equações integrais de Navier-Stokes por um programa de mecânica de fluidos computacional (CFD) baseado na formulação para volumes finitos adoptado para malhas não ortogonais, que calcula os gradientes de pressões e os valores das componentes da velocidade.

Os resultados obtidos demonstraram que para números Reynolds reduzidos (inferiores a Re=10 e Re=20) o escoamento é dominado por forças viscosas e o coeficiente de perda de carga localizada varia inversamente com a variação daquele. Por outro lado, para valores de Reynolds superiores, o coeficiente K tende para um valor constante uma vez que o escoamento é essencialmente dominado por forças de inércia.

Os resultados também indicaram que as recirculações aumentaram com o número de Reynolds, no entanto o seu comportamento é mais ambíguo quando relacionado com o valor de  $\beta$ , não existindo uma relação clara entre a variação deste parâmetro com a variação do número de Reynolds. Concluiu-se que a recirculação na conduta lateral da bifurcação é independente da dimensão da conduta de topo. Contudo, a variação geométrica desta, já influi na forma como a recirculação ocorre naquela secção.

Concluiu-se que existe uma relação entre as forças viscosas e a formação de recirculações pois todas as separações ocorreram quando o escoamento era dominado pelas forças de inércia.

#### Laminar flow and pressure loss on two-dimensional T-junction

#### Abstract

With few exceptions, the study of laminar flow was, until lately, a matter of reduced interest and consideration by the industry since their applications involved large geometries and low viscosity fluids. The recent development of new analytical techniques for biomedicine and investigations in bioengineering has raised the interest in laminar flows and in flow geometries involving flow bifurcation, such as the T-junction.

A numerical investigation of laminar steady flow in two-dimensional  $90^{\circ}$  non-uniform bifurcations was carried out for Newtonian fluids. The steady two-dimensional flow investigation relied on the numerical integration of the Navier-Stokes equations by an appropriate computational fluid dynamics (CFD) code based on the finite volume formulation, adapted to non-orthogonal meshes that calculate the value of pressure and velocity vector components.

The main purpose of this work is the evaluation of the influence of inlet Reynolds number and flow rate ratio ( $\beta$ ) on the pressure loss coefficient (K) and flow characteristics, such as the length of the separated flow regions.

The results show that at low Reynolds numbers (Reynolds numbers below 10 to 20) the flow is dominated by viscous forces and the local loss coefficient varies inversely with the Reynolds number. On the other hand, for high Reynolds numbers the local loss coefficient K tends to a constant value, since the flow is essentially controlled by inertial forces.

The results also indicate that the sizes of the recirculation zones increase with the Reynolds number and in a non-monotonic behaviour with the flow rate ratio. The recirculation in the main duct was found to be independent of the branch duct geometry. However, from different geometries in the branch duct result different recirculation's.

Several results indicate a relation between viscous forces and recirculation's formation, since all separations occurred when the flow was dominated by inertial forces.

### Agradecimentos

Gostaria de agradecer ao Professor Fernando Pinho por me ter orientado nesta tese. Pela paciência, compreensão e disponibilidade manifestada ao longo de todo este período de trabalho.

## Índice de Conteúdos

Resumo ii
Abstractiii
Índice de Figuras vii
Índice de Tabelas viii
Lista de Símbolosix
Capítulo 1 – Introdução
1.1 Introdução e Motivação1
1.2 Revisão Bibliográfica
1.3 Objectivos
Capítulo 2 – Escoamento laminar em condutas bidimensionais
2.1 Geometria
2.2.1 Perdas de carga
2.2.1.1Definição, causas e consequências das perdas de carga
2.2.1.2 Caracterização das perdas de carga localizadas
2.2.1.3 Coeficiente de perdas de carga localizada (K)7
2.2.1.4 Determinação de coeficientes de perdas de carga
2.2.1.5 Subdivisão de caudais e coeficiente de perda de potencial $K_D$
2.3 Outros aspectos teóricos
2.3.1 Fenómenos de Recirculação - Separação 10
2.3.2 Características do escoamento a 90° 12
2.3.3 Grupos adimensionais relevantes
Capítulo 3 – Equações governativas e método numérico
3.1 Equações governativas
3.1.2 Leis e equações do movimento
3.1.3 Princípio da conservação da massa – Equação da continuidade 17
3.1.4 Princípio da conservação da quantidade de movimento
3.2 Método numérico
3.2.1 CFD, algoritmo e discretização
3.2.2 Geometria do escoamento e geração de malha
3.2.3 Condições de fronteira

Capítulo 4 – Validação e verificação do método	
4.1 Introdução	. 25
4.2 Escoamento entre duas placas paralelas	. 25
4.3 Escoamento numa bifurcação em T	. 28
Capítulo 5 – Resultados e discussão	
5.1 Introdução	. 31
5.2 Estudo da geometria 0.5H	. 32
5.2.1 Escoamento na secção topo da bifurcação	. 32
5.2.1.1 Perdas de carga localizadas	. 32
5.2.1.2 Recirculação Yr	. 35
5.2.2 Escoamento na secção lateral da bifurcação	. 37
5.2.2.1 Perdas de carga localizadas	. 37
5.2.2.2 Recirculação Xr	. 37
5.3 Estudo da geometria 0.75H	. 40
5.3.1 Escoamento na secção topo da bifurcação	. 40
5.3.1.1 Perdas de carga localizada	. 40
5.3.1.2 Recirculação Yr	. 41
5.3.2 Escoamento na secção lateral da bifurcação	. 42
5.3.2.1 Perdas de carga localizadas	. 42
5.4 Análise comparativa	. 44
5.4.1Coeficiente de perda de potencial $(K_D)$	. 45
5.4.2 Recirculação	. 46
Capítulo 6 – Conclusões	
6.1 Conclusões	. 50
6.2 Sugestões para trabalhos futuros	. 51
Referências Bibliográficas	. 52
Anexo A - Variação das perdas de carga em função de Re e de $\beta$ para 0.5H	. 54
Anexo B - Variação das perdas de carga em função de Re e de $\beta$ para 0.75H	. 55
Anexo C - Variação das perdas de carga para K <sub>12</sub> em função de Re (Curva da ordenada não logarítmica)	. 56
Anexo D - Recirculação para 0.5H	. 57
Anexo E - Recirculação para 0.5H	. 60

## Índice de Figuras

Fig.2.1 - Geometria da bifurcação	4
Fig.2.2 - Esquema de definição das perdas de carga localizadas	6
Fig.2.3 - Bifurcação divergente de caudais	9
Fig.2.4 - Teoria de Prandlt. Espessura $\delta$ da camada limite 1	0
Fig.2.5 - Características do escoamento e localização de gradientes adversos 1	2
Fig.2.6 - Características do escoamento numa bifurcação com recirculação1	3
Fig.3.1 - Geometria, sistema de coordenadas e blocos utilizados na geração da malha 2	21
Fig.3.2 - Malha gerada para a geometria 0.5H2	2
Fig.4.1 - Escoamento em placas paralelas	:4
Fig.4.2 - Perfil de velocidades das duas malhas e valor teórico2	6
Fig.4.3 - Esquema da geometria da bifurcação2	27
Fig.5.1 -Variação de K <sub>12</sub> com a relação de caudais	1
Fig.5.2 - Variação de K <sub>12</sub> com o número de Reynolds	2
Fig.5.3 - Variação de K' com o número de Reynolds 3	3
Fig.5.4 -Variação do comprimento normalizado da recirculação em Yr com número de Reynolds	54
Fig.5.5 - Isolinhas de componente v de velocidade na conduta de topo (Re=500, β=0.6). Recirculação máxima	5
Fig.5.6- Isolinhas de componente e v de velocidade na conduta de topo (Re=20, β=0.9) Recirculação mínima	5
Fig.5.7- Variação de K <sub>13</sub> com a relação de caudais	6
Fig.5.8 -Variação de K <sub>13</sub> com o número de Reynolds	7
Fig.5.9 -Variação do comprimento normalizado da recirculação em Xr com número de Reynolds	57
Fig.5.10 - Isolinhas de componente u de velocidade na conduta lateral para $\beta$ =0.1 Re=50 3	8
Fig.5.11- Isolinhas de componente u de velocidade na conduta lateral para $\beta$ =0.4 Re=400 3	9

Escoamento Laminar e Perdas de Carga em Condutas Bidimensionais com Derivação
Fig.5.12 - Variação de K <sub>12</sub> com a relação de caudais
Fig.5.13 - Variação de K <sub>12</sub> com o número de Reynolds
Fig.5.14 - Variação do comprimento normalizado da recirculação em Xr com número de Reynolds
Fig.5.15 - Variação de K <sub>13</sub> com a relação de caudais 41
Fig.5.16 - Variação de K <sub>12</sub> com o número de Reynolds 42
Fig.5.17 - Variação de Kd com β para ambas as geometrias para Re=10
Fig.5.18 - Variação de Kd com β para ambas as geometrias para Re=20
Fig.5.19 - Variação de Kd com β para ambas as geometrias para Re=50
Fig.5.20 - Variação de Kd com β para ambas as geometrias para Re=300
Fig.5.21 - Figura comparativa dos valores da recirculação em Xr 46
Fig.5.22 - Figura comparativa dos valores da recirculação em Yr para $\beta$ =0.1
Fig.5.23 - Figura comparativa dos valores da recirculação em Yr para $\beta$ =0.5
Fig.5.24 - Figura comparativa dos valores da recirculação em Yr para β=0.9
Fig.5.25 – Vectores velocidade na bifurcação 0.75H para Re=500 beta=0.5
Fig.5.26 – Vectores velocidade na bifurcação 0.5H Re=500 beta=0.5
Fig.C.1 - Variação de K <sub>12</sub> com o número de Reynolds

## Índice de Tabelas

Tab.2.1- Dimensões em metros das geometrias adoptadas	5
Tab.4.1 - Características das malhas utilizadas	26
Tab.4.2 - Resultados das simulações sobre a velocidade máxima com respectivo erro	26
Tab.4.3 - Resultados das simulações com respectivo erro para Re=100	27
Tab.4.4 - Valores das dimensões geométricas da estrutura e do escoamento	28
Tab.4.5 - Características das malhas utilizadas	29
Tab.4.6 - Resultados obtidos e respectiva comparação para M1	29
Tab.4.7 - Resultados obtidos e respectiva comparação para M2	30

Escoamento Laminar e Perdas de Carga em Condutas Bidimensionais com Derivação
Tab.4.7 - Resultados obtidos e respectiva comparação para M330
Tab.5.1 - Características da malha utilizada na geometria 0.5H
Tab.5.2 - Características da malha utilizada na geometria 0.75H 40
Tab.5.4 - Valores máximos e mínimos de Kd para 0.5H
Tab.5.5 - Valores máximos e mínimos de Kd para 0.75H    48
Tab.A.1 - k <sub>12</sub> – Variação das perdas de carga em função do número de Reynolds e da variação dos caudais
Tab.A.2 - k <sub>13</sub> – Variação das perdas de carga em função do número de Reynolds e da variação dos caudais
Tab.B.1 - k <sub>12</sub> – Variação das perdas de carga em função do número de Reynolds e da variação dos caudais
Tab.B.2 - k <sub>13</sub> – Variação das perdas de carga em função do número de Reynolds e da variação dos caudais
Tab.D.1 Recirculações em função de $\beta$ e de Re
Tab.E.1 Recirculações em função de $\beta$ e de Re

## Lista de Símbolos

#### Símbolos Latinos

Н	Distância de parede a parede [m]
K	Coeficiente de Perda de Carga Localizado [-]
L	Comprimento [m]
Р	Pressão do fluido [Pa]
Q	Caudal [m <sup>3</sup> ]
V, u	Velocidade média do escoamento $[m/_S]$
Xr	Comprimento da recirculação na conduta lateral [m]
Yr	Comprimento da recirculação na conduta de topo [m]
f	Factor de fricção [-]

t	tempo [s]
xr	Fim recirculação da conduta lateral [m]
XS	Início da recirculação da conduta lateral [m]
yr	Fim da recirculação da conduta de topo [m]
ys	Início da recirculação da conduta de topo [m]
x,y,z	Coordenadas cartesianas [m]
u,v,w	Componentes cartesianas da velocidade $[m/s]$

### Símbolos Gregos

α	Coeficiente de energia cinética [-]
β	Relação de caudais $\begin{pmatrix} Q_3 \\ Q_1 \end{pmatrix}$ [-]
δ	Espessura da camada limite [m]
ρ	Massa volúmica [Kg/m <sup>3</sup> ]
μ	Viscosidade dinâmica [ <sup>Kg</sup> / <sub>m.s</sub> ]

#### Abreviaturas

0.5H	Bifurcação em T cuja secção de topo possui 50% da largura das restantes secções
0.75H	Bifurcação em T cuja secção de topo possui 75% da largura das restantes secções
Re	Número de Reynolds
CFD	Dinâmica de Fluidos Computacional (Computational Fluid Dynamics)
SIMPLE	Método Semi-Implícito para equações ligadas (Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations)

## Capítulo 1 Introdução

#### 1.1 Introdução e motivação

As bifurcações em T estão presentes em muitos sistemas do nosso dia-a-dia. Os comportamentos dos fluidos, principalmente as perdas de carga associadas a estas condições, têm vindo a ser estudadas ao longo das décadas e sido alvo de interesse dentro das mais variadas áreas. Para a indústria, para redes de distribuição de água e até ao nível da medicina foram feitas pesquisas neste campo.

Os escoamentos deste tipo de bifurcações encontram-se relativamente bem documentados principalmente no regime turbulento onde as perdas de carga e energia cinéticas são praticamente constantes nestas zonas. O regime laminar, por sua vez, tem recebido uma atenção bastante mais reduzida uma vez que nos sistemas de tubagens este tipo de regimes é pouco frequente dadas as dimensões da sua geometria. Com o aumento da investigação e das aplicações industriais a escalas mais reduzidas, existe uma necessidade de aprofundar este tipo de escoamentos e o seu comportamento para melhor se proceder à operação e desenho dos mesmos. Graças ao desenvolvimento de métodos computacionais, que principalmente a partir de meados do século passado verificaram um crescimento incrivelmente acentuado, foi-nos permitido estudos, desenvolvimentos e pesquisas altamente complexos que até aí eram considerados de improvável ou difícil execução.

O modo como se desenvolve o regime laminar em bifurcações em T divergente tem tido uma considerável importância e um alargado leque de aplicações nomeadamente em processos biomédicos e em alguns campos da engenharia moderna, no entanto, continua a ser escassa a informação e o desenvolvimento neste tipo de situações. Existem de facto, a título de exemplo, alguns estudos realizados relacionados com a medicina, em que há uma forte preocupação em conhecer o comportamento do sistema sanguíneo e de todo o sistema vascular dada o crescente e preocupante número de doenças cardiovasculares e todos os problemas com ele relacionado. Tem sido esta uma das grandes motivações que tem levado a esforços conjuntos entre medicina e engenharia no intuito de melhor se compreender as causas e efeitos do escoamento encontradas no nosso sistema sanguíneo. Tipicamente estes vasos e o seu caudal são de pequenas dimensões sendo expectável regime laminar nestas condições e isto causa alguns problemas na determinação de perdas de carga pois os coeficientes de perda em regime laminar tem uma forte dependência do número de Reynolds, ou seja, da relação entre as forças viscosas e forças cinéticas. Estes coeficientes neste tipo de regimes demonstraram ser bastante variáveis, no entanto os valores disponíveis na literatura estão longe de ser consensuais e não apresentam formas simples de cálculo. Este projecto, através dos métodos numéricos, pretende desta forma cobrir parte dessas lacunas existentes. Foram assim realizadas um conjunto de simulações onde fizemos variar vários parâmetros, quer a nível dinâmico, quer a nível geométrico, que nos permitirá complementar, na medida do possível, os anteriores estudos realizados.

#### 1.2 Revisão Bibliográfica

Como referido anteriormente, existe na literatura uma informação limitada relativamente a escoamentos laminares em bifurcações tipo T. Estudos experimentais tiveram até há pouco tempo maior relevância neste campo, no entanto, nas últimas três décadas os estudos numéricos têm sido cada vez mais comuns.

Foram Leipsch *et al.* [1], ainda nos anos 80, quem mais parece ter contribuído para iniciar um estudo profundo sobre escoamentos laminares bidimensionais em bifurcações, através de um conjunto de investigações experimentais e numéricas. Utilizando o já conhecido velocímetro Laser Dopler, fizeram medições do escoamento em bifurcações e obtiveram alguns resultados que relacionava, entre outras coisas, a recirculação com o número de Reynolds e a separação de caudal. Realizaram depois uma investigação numérica em que foi possível comparar de forma satisfatória os respectivos cálculos com as investigações experimentais.

Foi também com estudos numéricos que Khodadadi *et al.*[2], usando o método dos volumes finitos e a mesma geometria que Leipsch, fizeram simulações de escoamentos laminares mas relativos a transferências de calor. Hayes *et al.* [3] e mais recentemente Lee e Chiu [4] aplicaram métodos numéricos no estudo de condutas a 90 ° e investigaram os efeitos da malha e da dimensão das secções comparando-os com os resultados obtidos experimentalmente para escoamentos num plano bidimensional em regime laminar. Afirmaram, com base nos seus resultados, que os estudos numéricos eram cerca de 5% mais precisos que os experimentais. Nestes estudos concluíram também que a divisão de caudal tem forte influência na recirculação não sendo tão clara essa relação para elevados números de Reynolds. Foram Neary *et al.* [5] que fizeram o estudo numérico para fluidos incompressíveis em regime laminar e permanente para bifurcações a 90° de secção rectangular. Para vários números de Reynolds e com separação de caudais, também estes resultados foram comparados com outros experimentais e numéricos cuja secção da geometria era circular, tendo havido correspondência nos resultados. Em 2007 Miranda *et al.* [6] relacionaram as recirculações ocorridas numa conduta em T divergente para fluidos newtonianos em regime permanente e transiente.

Os estudos relacionados com perdas de carga localizada em regime laminares são bastante mais limitados. Oliveira *et al.*[7] fizeram um estudo sobre os coeficientes de perda de carga em expansões axiometricas em que relacionaram os efeitos viscosos com as perdas a baixo número de Reynolds. Concluíram nessa altura que as perdas de carga localizadas variavam inversamente para baixo números de Reynolds e tendiam a estabilizar na medida em que este aumentava. Mais tarde Pinho *et al.* [8] apoiaram-se neste caso para realizar com um estudo idêntico relativamente mais complexo e que complementava as conclusões anteriormente referidas. Relativamente a bifurcações em T, pouca informação de relevância foi encontrada relativamente

a perdas em regime laminar. Maia [9] investigou numérica e experimentalmente os efeitos das perdas de carga em sistema de tubagens tendo feito uma abordagem ao regime laminar em bifurcações a 90°. Shaboury *et al.*[10] fizeram considerações sobre a recirculação e as perdas de carga numa bifurcação em T divergente. Também de relevância um estudo realizado em 2010 por Kang e Lee [11] com ar que relacionou as perdas de carga localizadas em pulmões humanos com base em vários números de Reynolds em que a velocidade do fluido e a geometria foram considerados nas conclusões finais. Pese embora o esforço levado a cabo até aos dias de hoje, verifica-se que a informação ainda é limitada pelo que este assunto continua aberto à investigação. Continua em falta informação sobre perdas de carga em regime laminar associada a geometrias bifurcadas.

#### 1.3 Objectivos

Esta dissertação terá como objectivo estudar o comportamento dinâmico de um fluido newtoniano num escoamento laminar e em regime permanente, numa bifurcação bidimensional divergente a 90°. Pretende-se principalmente calcular quais os efeitos da variação dimensional da geometria na perda de carga localizada e nas recirculações que possam eventualmente surgir. Tal estudo irá requerer um alargado intervalo de valores do número de Reynolds combinado com a variação dos rácios de caudais entre a entrada e as saídas.

A obtenção dos valores do coeficiente de perda de carga localizado, comprimento de recirculações, ponto de separação e sua intensidade, serão obtidos através de um conjunto simulações numéricas tendo em conta os seguintes parâmetros:

Características geométricas:

- razão entre a área da secção da conduta principal e da conduta de saída a variar entre 0.5 e 0.75

Características dinâmicas:

- relações de caudal estabelecida entre 0.1 e 0.9  $(Q_3/Q_1)$ 

- variação do número de Reynolds entre 1 e 500 (1,5,10,20,50,100,200,300,400,500)

## **Capítulo 2**

## Escoamento laminar em condutas bidimensionais

#### 2.1 Geometria

Na figura 1 podemos ver qual a estrutura escolhida para o desenvolvimento da tese e de que forma variamos os parâmetros geométricos ( $\Delta$ H). Optou-se por uma estrutura bidimensional em T divergente com caudal volúmico de entrada Q<sub>1</sub> e para saída de topo e lateral com caudais volúmicos Q<sub>2</sub> e Q<sub>3</sub> respectivamente e em que  $\beta = \frac{Q_3}{Q_1}$ . As possíveis zonas de separação são também apresentadas.



Fig.2.1- Geometria da bifurcação

Por uma questão de facilitar a leitura e de simplificação, adimensionalizou-se o problema, assim denominar-se-á futuramente a cada uma das estruturas relacionando-a com o valor de  $\Delta$ H, onde teremos então para o primeiro caso 0.5H e para o segundo 0.75H. Na tabela 2.1 apresentamos as respectivas dimensões. A escolha destes valores será explicada mais tarde juntamente com outros aspectos teóricos.

			3	•
ΔH	Н	L1	L2	L3
0.005	0.01	0.6	0.3	0.6
0.0075	0.01	0.6	0.45	0.6

Tab.2.1- Dimensões em metros das geometrias adoptadas

#### 2.2 Fundamentos Teóricos

Neste subcapítulo será dada uma atenção especial e mais pormenorizada às questões teóricas e as causas físicas envolvidas no conceito de perdas de carga bem como sobre o escoamento (recirculação).

#### 2.2.1 Perdas de Carga

#### 2.2.1.1 Definição, causas e consequências das perdas de carga

O conceito de perda de carga corresponde à energia dissipada, ou não recuperável, ao longo de um escoamento. A perda de carga contínua, é totalmente justificada pelas tensões essencialmente viscosas e resulta em transferência de energia molecular entre camadas adjacentes de fluido, movendo-se a diferentes velocidades (regime laminar) ou entre partículas em movimento (regime turbulento). De uma maneira geral, o trabalho produzido pelas forças resistentes traduz-se em libertação de calor, no entanto na ausência de transmissão térmica pelas paredes das tubagens, a temperatura não varia para velocidade constante ao longo do escoamento. Este facto parece ser explicado pelo arrefecimento induzido pela expansão do fluido, compensando a libertação de calor gerado [9].

As perdas de carga localizadas correspondem a trechos curtos de escoamento, onde são potenciados e intensificados os mecanismos de transferência e de dissipação de energia. As causas variam dependendo da ocorrência de separação das paredes sólidas, perturbações locais, variações mais ou menos bruscas da configuração do escoamento (curvas, divisão/reunião de caudais, obstáculos, etc.) a que corresponde a intensificação da turbulência e da formação de vórtices. Sabe-se que alguns escoamentos em componentes acessórios criam zonas adversas, que veremos em 2.3.2, cujas características, associadas às próprias características do escoamento e à geometria do componente, condicionam as perdas de carga [13].

#### 2.2.1.2 Caracterização das perdas de carga localizadas

Um determinado componente inserido numa tubagem, tem associado a ele uma determinada perda de carga que deverá ser definida como a diferença da perda de carga medida entre os extremos dessa tubagem, com idênticas características do escoamento, em duas situações distintas e admitindo a tubagem com comprimento fixo e suficiente para o desenvolvimento do escoamento estabelecido antes e após o escoamento:

- Componente inserido na tubagem;
- Tubagem sem qualquer tipo de componente;

Na prática, em regime permanente e uniforme de fluidos incompressíveis, corresponde a prolongar as linhas de carga associada ao escoamento estabelecido a montante e restabelecido a jusante do componente, até à secção em causa (Sc), onde a perda de carga localizada  $\Delta P$ , devida ao componente localizado em Sc, é a diferença de cotas entre as posições P1 e P2 obtidas. Na figura 2 representamos este conceito.



Fig.2.2 – Esquema de definição das perdas de carga localizadas [9]

Usualmente caracteriza-se a perda de carga localizada através do parâmetro adimensional K.

#### 2.2.1.3 Coeficiente de perda de carga localizada (K)

A definição dos valores de K é feita geralmente (de forma mais ou menos complexa, dependendo da fonte bibliográfica, acessório ou componente) por recurso a formulas, tabelas ou ábacos relacionando os diferentes parâmetros influenciadores da perda de carga [13] e a única forma de obter este coeficiente é experimentalmente.

A existência de componentes como válvulas, cotovelos, derivações e bifurcações provocam alterações bruscas das condições do movimento em zonas de curta extensão que são, em geral, assimiláveis a uma perda de carga localizada e é nesta associação que surge a importância de K. A equação do coeficiente de perda de carga localizada é apresentada como

$$K = \frac{\Delta p_{loc}}{\frac{1}{2}\rho V^2}$$
(2.1)

onde,

V - velocidade média do escoamento

ρ – massa volúmica do fluido

 $\Delta P_{loc}$  - perda de carga localizada

#### 2.2.1.4 Determinação de coeficientes de perdas de carga

De acordo com o escoamento identificado na figura 2.1, a equação de energia para a divisão de caudais é dada por:

$$p_1 + \frac{1}{2}\alpha_1 \rho V_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\alpha_2 \rho V_2^2 + f_2 \frac{L_2}{H_2} \rho \frac{V_2^2}{2} + f_1 \frac{L_1}{H_1} \rho \frac{V_1^2}{2} + \Delta p_{loc_{12}}$$
(2.2)

e

$$p_{1} + \frac{1}{2}\alpha_{1}\rho V_{1}^{2} = p_{3} + \frac{1}{2}\alpha_{3}\rho V_{3}^{2} + f_{3}\frac{L_{3}}{H_{3}}\rho \frac{V_{3}^{2}}{2} + f_{1}\frac{L_{1}}{H_{1}}\rho \frac{V_{1}^{2}}{2} + \Delta p_{loc_{13}}$$
(2.3)

As simulações foram realizadas em 2D num plano bidimensional, assim sendo as cotas nos devidos escoamentos não entram em consideração. O valor de  $\alpha$  é constante [14] e equivalente para as três secções, pelo que podemos escrever como:

$$\Delta p_{loc_{12}} = p_1 - p_2 + \frac{\alpha \rho}{2} (V_1^2 - V_2^2) - \sum_i f \frac{L_i}{H_i} \rho \frac{V_i^2}{2}$$
(2.4)

e

$$\Delta p_{loc_{13}} = p_1 - p_3 + \frac{\alpha \rho}{2} (V_1^2 - V_3^2) - \sum_i f \frac{L_i}{H_i} \rho \frac{V_i^2}{2}$$
(2.5)

Tendo em conta que se pretende o cálculo das perdas de carga localizadas ficamos com:

$$\Delta p_{loc_{12}} = p_1 - p_2 + \frac{\alpha \rho}{2} (V_1^2 - V_2^2)$$
(2.6)

e

$$\Delta p_{\text{loc}_{13}} = p_1 - p_3 + \frac{\alpha \rho}{2} (V_1^2 - V_3^2)$$
(2.7)

 $p_1 e p_2$  devem ser extrapolados, tal como referido em 2.2.1.2, até à secção que pretendemos avaliar que para o nosso caso será para no ponto de origem do sistema. Esta variação ocorre dependendo da relação que existe entre a H e  $\Delta$ H.

$$\Delta p_{\text{loc}_{12}} = p_{x=0} - p_{x=0.01} + \frac{\alpha \rho}{2} (V_2^2 - V_1^2)$$
(2.8)

e

$$\Delta p_{\text{loc}_{13}} = p_{x=0} - p_{x=0.005; x=0.075} + \frac{\alpha \rho}{2} (V_3^2 - V_1^2)$$
(2.9)

Os resultados obtidos permitir-nos-ão por fim calcular os coeficientes de perda de carga localizada que segundo a definição são dados por:

$$K_{12} = \frac{2\Delta p_{loc_{12}}}{\rho V_1^2}$$
(2.10)

e

$$K_{13} = \frac{2\Delta p_{loc_{13}}}{\rho V_1^2}$$
(2.11)

Normalmente caracteriza-se a perda de carga localizada através de dois valores distintos do coeficiente de perda de carga, um correspondente à perda de carga do fluido que se escoa para o ramal 2 ( $K_{12}$ ), e outro relativo ao fluido que se escoa para a derivação 3 ( $K_{13}$ ). É depois, aplicada a conhecida equação de Bernoulli entre o ramal de entrada e os outros dois de saída, que vai resultar os respectivos valores de perdas de carga, a partir dos quais se calculam os coeficientes K. Estes passos foram abordados de uma forma mais pormenorizada anteriormente, mas o que se pretende com isto é introduzir um novo conceito, o  $K_D$ .

#### 2.2.1.5 Subdivisão de caudais e coeficiente de perda de potencial K<sub>D</sub>

Sabe-se que a caracterização de K deve ser revista sob algumas considerações quando existe subdivisão de caudais tal como acontece no nosso caso.

A subdivisão de caudais corresponde a bifurcações ou plurifurcações, em que podem ocorrer divisões ou reuniões de caudais em distintas formas e configurações de escoamentos. Um caso típico de uma bifurcação é a configuração em T divergente tal como indicado.



Fig.2.3 - Bifurcação divergente de caudais

Para o caso presente e tendo em conta a figura 2.3 de uma bifurcação divergente, podemos classificar a soma de ambos os coeficientes de perda de carga do fluido correspondente às derivações 2 ( $K_{12}$ ) e 3 ( $K_{13}$ ) como a energia total ( $K_D$ ) que traduzirá de modo único a influência localizada do componente no escoamento, de que resulta [15]:

$$K_{\rm D} = \frac{Q_2}{Q_1} K_{12} + \frac{Q_3}{Q_1} K_{13}$$
(2.12)

#### 2.3 Outros aspectos teóricos

#### 2.3.1 Fenómeno de Recirculação - Separação

Existem circunstâncias em que o sentido do escoamento do fluido pode inverter-se junto das paredes sólidas, e a este fenómeno a que corresponde o destacamento da camada limite chama-se separação.

Admitamos um fluido incompressível para uma determinada secção do escoamento em regime permanente (escoamento na camada limite considerado bidimensional) e com escoamento no exterior da camada limite assimilável ao de um fluido teórico movendo-se na direcção  $O_{x1}$  (fig.2.4) e verificamos que:

- na fronteira sólida (x $_2 = 0$ ) consideramos que não há escorregamento

$$\begin{cases} x_2 = 0\\ v_1 = v_2 = 0 \end{cases}$$
(2.13)

- fora da camada limite  $(x_2\!\geq\!\delta)$  consideramos que o fluido escoa com velocidade de  $v_1$ 

$$\begin{cases} \mathbf{x}_2 = \delta \\ \mathbf{v}_1 = \mathbf{V}_1 \end{cases}$$
(2.14)



em que  $\delta$  é a espessura da camada limite e V<sub>1</sub> a velocidade fora da camada limite

Fig.2.4 – Teoria de Prandlt. Espessura δ da camada limite [9]

Visto que a espessura da camada limite é reduzida, utilizando as equações de continuidade e de Navier-Stokes, ficamos com

$$\frac{\partial \mathbf{v}_1}{\partial \mathbf{x}_1} + \frac{\partial \mathbf{v}_2}{\partial \mathbf{x}_2} = \mathbf{0} \tag{2.15}$$

que em regime laminar

$$v_1 \frac{\partial v_1}{\partial x_1} + v_2 \frac{\partial v_1}{\partial x_2} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_1} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau}{\partial x_1}$$
(2.16)

bem como

$$\tau = \mu \frac{\partial v_1}{\partial x_2} \tag{2.17}$$

Considerando que a pressão na direcção normal à parede sólida é praticamente constante e seu valor idêntico no interior e exterior da camada limite, pode anular-se a equação similar a (2.16) segundo x<sub>2</sub>.

Através da equação de Bernoulli a caracterização do gradiente de pressões aplicada ao fluido exterior a camada limite,

$$\frac{\partial \tau}{\partial x_1} = \frac{d\tau}{dx_1} = -\rho \ V_1 \ \frac{dV_1}{dx_1}$$
(2.18)

Deste modo se o escoamento é retardado

$$\frac{\mathrm{d}V_1}{\mathrm{d}x_1} < 0 \quad ; \quad \frac{\partial p}{\partial x_1} > 0 \tag{2.19}$$

Na parede pela condição de não deslizamento

$$\frac{\partial \tau}{\partial x_2} = \frac{\partial p}{\partial x_1} \tag{2.20}$$

ou ainda

~

$$\mu \frac{\partial^2 \mathbf{v}_1}{\partial^2 \mathbf{x}_2^2} = \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \mathbf{x}_1} \tag{2.21}$$

no escoamento retardado

$$\frac{\partial^2 \mathbf{v}_1}{\partial^2 \mathbf{x}_2^2} > 0 \tag{2.22}$$

Onde o sinal muda no interior da camada limite.

Existe um ponto de inflexão no perfil de velocidades em alguma zona no interior da espessura da camada limite. Este ponto de inicio de separação situado junto da parede e definindo a inversão do escoamento, deverá respeitar a condição correspondente a ortogonalidade entre o perfil de velocidades e a parede, que de acordo com (2.17) essa posição indica o anulamento das tensões tangenciais da parede.

$$\left(\frac{\partial \mathbf{v}_1}{\partial \mathbf{x}_2}\right)_{\mathbf{x}_2=\mathbf{0}} = 0 \tag{2.23}$$

Podemos finalmente afirmar que, em regime laminar permanente, a separação só pode ocorrer em escoamentos retardados em que o gradiente de velocidade junto a parede supere a condição de ortogonalidade (2.23). Os gradientes de pressão correspondentes a escoamentos retardados são geralmente designados por gradientes adversos.

A descrição física da separação serviu para descrever mecanismos de dissipação de energia associados às perdas de carga localizadas, no entanto não se deve limitar as duas noções. De facto, as perdas de carga podem ocorrer associando ou não a separação [9].

#### 2.3.2 Características do escoamento a 90º

As perdas de carga em curvas são maiores que aquela referente ao escoamento em tubos rectos e isto deve-se principalmente à separação do escoamento que ocorre na parte interna da curva e à presença de um gradiente adverso também denominado por escoamento rotativo secundário. A figura 2.5 exemplifica este facto.



Fig.2.5 - Características do escoamento numa curva de 90º e localização de gradientes adversos

#### Escoamento Laminar e Perdas de Carga em Condutas Bidimensionais com Derivação

Para este caso uma parcela significativa das perdas de carga localizadas atribui-se à mistura de líquidos de diferentes níveis energéticos, ou seja, devido ao desequilíbrio das forças centríptas (resultante da curvatura da linha de centro da conduta) aumentando aí a turbulência e a dissipação de energia. Estes gradientes de pressões localizados formam, nestas circunstâncias, dois núcleos de recirculação como indicado na figura 2.5. Ora, para a nossa geometria este efeito também se torna relevante e essa separação vai ocorrer conforme indicado na figura 2.6 [13].



Fig.2.6- Características do escoamento numa bifurcação com recirculação

#### 2.3.3 Grupos Adimensionais Relevantes

Número de Reynolds (Re) – Em honra a Osborne Reynolds, cientista e matemático Britânico, é referido como a razão entre os efeitos de inércia e os efeitos viscosos de um escoamento combinados com a velocidade do fluido, a sua massa específica e a sua viscosidade, sendo que a fronteira entre os diferentes tipos de escoamento estão relacionados com este número. Um número de Reynolds muito baixo indica um movimento essencialmente viscoso onde os efeitos de inércia são desprezáveis e um número de Reynolds elevado é típico de escoamentos dominados pelas forças de inércia. É altamente dependente da geometria do fluxo.

$$Re = \frac{\rho VH}{\mu} \quad , \tag{2.24}$$

onde, H é a distância entre as duas paredes, V a velocidade média do fluido,  $\mu$  a viscosidade dinâmica do fluido e  $\rho$  a massa volúmica do fluido.

**Factor de atrito ou de Darcy (f)-** É o factor adimensional da conhecida equação de Darcy-Weisbach, que nos permite obter informações referentes ao escoamento em condutas. Depende da rugosidade relativa e do número de Reynolds, já a sua formulação analítica depende do regime do escoamento. Assim ao regime laminar corresponde uma definição analítica exacta para este factor:

$$f = \frac{8\tau_w}{\rho V^2} , \qquad (2.25)$$

sendo que na nossa aplicação de secção rectangular bidimensional surge [14]

$$f = \frac{64}{Re_{Deff}} = \frac{64}{\rho V_{\frac{64}{48}H}} = \frac{48}{\frac{\rho VH}{\mu}} = \frac{48}{Re} , \qquad (2.26)$$

sendo H a distância entre as duas paredes.

**Coeficiente de energia cinética** ( $\alpha$ ) – Factor de correcção e adimensional que em regime laminar de um escoamento desenvolvido possui um valor igual a 2 [13]. Uma vez que viscosidade é diferente de zero, há nas secções do escoamento não uniforme uma carga cinética calculada que pode conter erro, principalmente no escoamento laminar. Só a determinação e integração dos perfis de velocidade e de quadrados de velocidades poderá corrigir este problema, que se poderá tornar relevante principalmente onde há divisão de caudais. Este excesso de energia cinética é obtido a custa da parcela da energia potencial e é irrecuperável. Para fluidos incompressíveis temos que

$$\alpha = \frac{1}{H} \int \left(\frac{u}{V_{med}}\right)^3 dH \quad , \tag{2.27}$$

onde, H é a distância entre paredes, u a equação que representa o diagrama de velocidade e  $V_{med}$  a velocidade média do escoamento.

# Capítulo 3 Equações governativas e método numérico

#### 3.1 Equações governativas

Na perspectiva de conhecer todos os processos físicos e analíticos que envolvem o cálculo das perdas de carga, são previamente formuladas, de modo global, as equações para análise de fluidos em movimento. Assim neste capítulo iremos definir as chamadas equações governativas.

#### 3.1.2 Leis e Equações do Movimento

De acordo com o objectivo de estudar escoamentos em tubagens tendo em conta os seus componentes, são analisados os escoamentos interiores de fluidos newtonianos.

Para a formulação das equações governativas necessárias a utilizar no estudo de fluidos em movimento podem ser utilizadas essencialmente duas técnicas de análise [14]

Análise integral

A análise integral pressupõe a definição de um volume de controlo, delimitada por uma superfície fechada em que, a dado intervalo de tempo, se faz um balanço entre a massa, quantidade de movimento e de energia do fluido que sai e entre nesse volume e a variação das mesmas. Constitui uma análise global ou de volume de controlo.

#### Análise diferencial

A análise diferencial corresponde à aplicação dos princípios de conservação indicados em baixo que deverão estar conformes com as condições de fronteira do escoamento. Pode ser usada em qualquer situação, mas na prática algumas limitações matemáticas e incapacidade na modelação computacional de processos de pequena escala, limitam um pouco o seu uso.

- Conservação da massa (continuidades)
- Conservação da quantidade de movimento (segunda lei de Newton)

#### 3.1.3 Princípio da conservação da massa – Equação da continuidade

A equação da continuidade é uma das equações fundamentais da mecânica dos fluidos em que assumimos que a velocidade e a densidade são funções contínuas, sendo válida tanto para escoamentos incompressíveis como para os compressíveis, regime permanente ou regime não permanente, fluido viscoso ou invíscido. É a forma matemática da conservação da massa, aplicada a partícula de um fluido num escoamento descrita da seguinte forma

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla . \rho \mathbf{V} = \mathbf{0} \tag{3.1}$$

Uma vez que o fluido é incompressível e o regime é permanente, a densidade é constante e não é em função do tempo ( $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$ ) assim,

$$\nabla . V = 0 \tag{3.2}$$

Já em coordenadas cartesianas escreve-se

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$
(3.3)

#### 3.1.4 Princípio da conservação da quantidade de movimento

Conhecidas como as equações de Navier-Stokes, é um conjunto de três equações que combinadas com a equação da conservação da massa fornecem a descrição matemática completa do escoamento incompressível de um fluido newtoniano de viscosidade  $\mu$ .

$$\rho g_{x} - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left( \frac{\partial^{2} u}{\partial x^{2}} + \frac{\partial^{2} u}{\partial y^{2}} + \frac{\partial^{2} u}{\partial z^{2}} \right) = \rho \frac{du}{dt}$$
(3.4)

$$\rho g_{y} - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left( \frac{\partial^{2} v}{\partial x^{2}} + \frac{\partial^{2} v}{\partial y^{2}} + \frac{\partial^{2} v}{\partial z^{2}} \right) = \rho \frac{dv}{dt}$$
(3.5)

$$\rho g_{z} - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left( \frac{\partial^{2} w}{\partial x^{2}} + \frac{\partial^{2} w}{\partial y^{2}} + \frac{\partial^{2} w}{\partial z^{2}} \right) = \rho \frac{dw}{dt}$$
(3.6)

A sua formula geral é escrita da seguinte forma,

$$\rho \frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} = -\nabla p + \rho g + \mu \nabla^2 V \tag{3.7}$$

Considerando o nosso sistema (fig.2.1) bidimensional, fluido incompressível, regime laminar e permanente, tendo em conta também as condições de fronteira, podemos expressar as equações da seguinte forma:

$$\rho\left(u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y}\right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)$$
(3.8)  
e

$$\rho\left(u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y}\right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right)$$
(3.9)

onde u e v são as componentes da velocidade em x e y respectivamente.

#### 3.2 Método numérico

O comportamento de um escoamento laminar e as perdas de carga a ele associado numa bifurcação de secção variável são a base de partida para o nosso caso numérico que desta forma pretende alargar um já considerável leque de informação existente a este respeito mas ainda longe de poder ser dado como concluído.

Pretende-se assim levar a cabo um conjunto de simulações numéricas que nos permitam analisar a evolução de um escoamento permanente em regime laminar para um dado intervalo de número de Reynolds. Esta simulação passa assim pelo estudo de três situações:

- Analisar de que forma o número de Reynolds na entrada influência o comprimento da recirculação que ocorre nas zonas a jusante, ou de saída, na bifurcação.
- Calcular as perdas de carga associadas ao escoamento e a forma como este evolui com o número de Reynolds.
- Saber se existe alguma relação entre as recirculações ocorridas e as perdas de carga localizadas obtidas.

As simulações são efectuadas com a ajuda do método de volumes finitos implementado em linguagem FORTRAN. Este código esta estruturado em torno de um algoritmo numérico que contem três etapas fundamentais, nomeadamente:

- Pré-processamento consiste em analisar todos os fenómenos físicos associados ao caso de estudo e propriedades do escoamento para assim se poder definir uma geometria conveniente. Daqui resultará a geração de uma malha adequada, com o respectivo numero de células optimizado e as condições de fronteira caracterizadas.
- Processamento/cálculo Realização das simulações numéricas.
- Pós-processamento Concluídas as simulações é-nos permitida a extracção dos valores relevantes para processamento e análise de resultados.

#### 3.2.1. CFD, algoritmo e discretização

O programa de Mecânica dos Fluidos Computacional (CFD) refere-se à análise e resolução de problemas através do método numérico da mecânica dos fluidos que envolvam escoamentos, transferências de calor e todos os fenómenos associados a estes, tornando-se desta forma adequado para o estudo de um escoamento numa bifurcação. O programa adaptado por Péric e mais tarde por Oliveira, resolve as equações governativas segundo o método dos volumes finitos adaptado a malhas não-ortogonais. [12]

O algoritmo usado, o SIMPLEC de Van Doormal e Raithby, segue praticamente os mesmos passos que o algoritmo SIMPLE de Patankar e Spalding que não é mais do que um método assegura o acoplamento entre pressões e velocidades para esquemas bidimensionais de escoamentos laminares, sendo que o algoritmo SIMPLEC manipula as equações do movimento de tal forma que a correcção das equações de velocidade omitem termos menos significantes do que aqueles omitidos no algoritmo SIMPLE. [12]

Tratando-se de um problema resultante de um baixo número de Reynolds e malha de células de pequena dimensão os termos difusivos das equações governativas foram discretizados pelo esquema das diferenças centradas, tendo ocorrido o mesmo para os termos convectivos onde se usaram diferenças centradas com correcção diferida uma vez que para estes a direcção do escoamento não se manifesta de maneira apropriada. [12]

#### 3.2.2 Geometria do escoamento e geração de malha

Como referimos anteriormente a geração da malha é um passo primordial na aplicação de uma solução CFD. O programa computacional utilizado para gerar a malha foi o MESH3D.f cuja implementação pode ser usada geralmente em qualquer sistema que utilize o método dos volumes finitos. De notar que apesar de estarmos a lidar com um programa tridimensional, devido as condições de fronteira de simetria, o comportamento esperado será o de uma estrutura bidimensional.

As malhas foram constituídas por quatro blocos para um número de células pré-definidas. Bloco I na conduta de entrada, bloco II na zona central, bloco III na conduta topo de saída e bloco IV na conduta Este de saída, onde definimos como origem do centro de coordenadas o ponto inferior de fronteira do bloco I com o bloco II como representado na figura 3.1.



Fig.3.1- Geometria, sistema de coordenadas e blocos utilizados na geração da malha

As células no interior do bloco II apresentam um tamanho uniforme ( $\Delta x$ ), sendo que nos restantes blocos foi utilizado um factor de concentração e de expansão, que não são mais do que a aplicação do rácio do comprimento de células consecutivas em determinada situação, i.e.,

$$f_{xi} = \Delta x_{i+1} / \Delta x_i$$

(3.10)

Esta particularidade permite-nos um refinamento da malha (fig.3.2) em zonas de maior interesse, isto é, garante-nos resultados mais ajustados e precisos nas regiões onde o estudo deve ser mais rigoroso, tem também a vantagem de nos permitir reduzir de maneira considerável o número de células o que garante uma maior rapidez na execução de simulações numéricas. Não devemos no entanto descuidar este pormenor, uma vez que variações bruscas no tamanho das células podem levar a dificuldades de convergência e maiores erros de aproximações afectando desta forma a qualidade da malha. Por esta mesma razão, apresentamos no capítulo 4 a validação do método que nos garante uma precisão pretendida.



Fig.3.2 – Malha gerada para a geometria 0.75H

Foram assim criadas duas malhas com níveis de refinamento semelhantes tendo em conta a geometria de cada uma delas, isto é, um valor para  $\Delta x/_{H}$  equivalente.

#### 3.2.3 Condições de fronteira

A correcta implementação de condições de fronteira é crucial para a resolução por métodos numéricos de problemas envolvendo o escoamento de fluidos, assim há três tipos de condições de fronteira relevantes para a resolução deste projecto que devem ser consideradas.

#### Condições de fronteira na parede sólida

Numa parede sólida vigora na maioria dos casos a condição de não escorregamento, no entanto a existência de elevados gradientes de velocidades faz com que erros na implementação das condições de fronteira tenham tendência a amplificar-se e a induzir oscilações artificiais de origem numérica nos campos de velocidades, pressão e tensões. O fluido está submetido a um escoamento bidimensional, incompressível e laminar, em situação de desenvolvimento completo, pelo que a velocidade, as tensões e o gradiente de pressões não dependem da coordenada alinhada com a direcção do escoamento (longitudinal). Isto implica que a componente da velocidade segundo a direcção transversal é nula. Dito desta forma, a obtenção da componente normal da velocidade dependerá somente da direcção transversal ao escoamento.

#### Condições de fronteira na entrada e na saída

Neste trabalho optou-se por especificar uma velocidade média do escoamento de entrada de forma a podermos adimensionalizar o problema relacionando-o com os vários números de Reynolds calculados analiticamente. Excluiu-se qualquer valor para a pressão uma vez que está acoplado à velocidade nas equações do movimento pelo que levaria a um excesso de especificações matemáticas. Obviamente que considerações sobre as propriedades do fluido foram tidas em conta, nomeadamente no que se refere a sua densidade e viscosidade (equivalente a água) uma vez que o seu valor é fundamental para a obtenção do numero de Reynolds.

Após o processamento numérico, a saída de ambos os canais, obtemos valores de pressão e escoamento de onde partirá a resolução.

#### Condições de fronteira de simetria

As condições de fronteira de simetria forçam as variáveis do campo de escoamento a serem imagens espelhadas em relação ao plano de simetria. Matematicamente, as variáveis escalares ou grandezas vectoriais tangentes ao plano de simetria são nulos, enquanto as grandezas vectoriais normais ao plano de simetria são elas próprias nulas. Isto significa que o fluido pode escoar paralelamente a uma fronteira de simetria mas não através dela. [12]

# Capitulo 4 Validação e verificação do método

#### 4.1 Introdução

A validação do método permite determinar até que ponto o modelo numérico é uma representação válida do processo real e está de acordo com as leis teóricas. A sua precisão deve ser flexível de modo a permitir diferentes aproximações ou erros, sendo que este facto é importante uma vez que um processo mais preciso requer obviamente mais tempo de processamento.

#### 4.2 Escoamento entre duas placas paralelas

O nosso primeiro caso será o do escoamento entre duas placas paralelas (fig.4.1) em que H=0.01 e L=0.12m. O nosso objectivo será o de comparar os resultados teóricos e numéricos relativamente ao perfil de velocidade, velocidade de escoamento e factor de fricção para Re=100.



Fig.4.1 Escoamento em placas paralelas

A equação de Navier-Stokes permite-nos obter o valor da velocidade máxima e o perfil de velocidades num escoamento laminar analiticamente (4.1), assim, foram criadas duas malhas (tab.4.1) com diferente refinamento para que nos seja possível fazer uma comparação de resultados obtidos

$$\frac{u}{V} = \frac{3}{2} \left[ 1 - \left(\frac{y}{\frac{H}{2}}\right)^2 \right] \quad , \tag{4.1}$$

onde H é a distancia entre placas, V a velocidade média do escoamento e y a coordenada transversal.

Em relação ao coeficiente de atrito, dado pela expressão (4.2) seguimos o mesmo procedimento comparativo.

$$f = \frac{8\tau_w}{\rho V^2} \tag{4.2}$$

onde V é a velocidade média do escoamento.

Malhas	NC <sub>total</sub>	NC <sub>x</sub>	NCy	V <sub>med</sub>
А	1320	11	120	0.01
В	3150	21	150	0.01

Tab.4.1 Características das malhas utilizadas

Criadas as malhas e após realizarmos as simulações retiramos os valores obtidos e calculamos o respectivo erro tendo em conta o valor teórico. A tabela 4.2 indica quais são os resultados.

Tab.4.2 Resultados das simulações sobre a velocidade máxima com respectivo erro

Malhas	u <sub>max</sub> /H	Teórico/H	erro (%)
А	1.4869	1.5	0.87
В	1.4962	1.5	0.25
Na tabela 4.3 apresentamos a comparação dos valores obtidos com o valor teórico dado pela equação (2.26) para os coeficientes de atrito.

Malhas	f <sub>teórico</sub>	f cálculado	erro(%)
Α	0.48	0.4726	1.54
В	0.48	0.4780	0.42

ah 4 3 Resultados das simulações com respectivo erro para Re-100

De forma a facilitar a leitura de todo o processo representou-se graficamente (fig.4.2) o perfil de velocidades das opções consideradas com o perfil exacto teórico.



Fig.4.2 Perfil de velocidades das duas malhas e valor teórico

Finalizado processo podemos ver que o maior refinamento da malha B diminuiu o erro de aproximação relativamente ao valor teórico da velocidade. No entanto, pela figura 4.2 também nos é possível observar que os perfis de velocidades estão sobrepostos, pois ambas as malhas apresentam resultados extremamente satisfatórios. Relativamente aos resultados obtidos nos coeficientes de atrito, verificamos que a malha B é consideravelmente mais precisa que a malha A. Podemos concluir portanto, que os resultados alcançados são positivos.

#### 4.3 Escoamento numa bifurcação em T

Neste segundo caso, o de um escoamento numa bifurcação em T (fig.4.3) cujo H é equivalente em todas as secções, fizemos a validação do método com base nos resultados obtidos por Miranda *et al.* [6]. Pretendeu-se assim comparar os resultados das recirculações (Xr e Yr) de diferentes malhas e observar de que forma estas variam com o refinamento e se se aproximam dos valores publicados.



Fig. 4.3 Esquema da geometria da bifurcação

H (m)	L1 (m)	L2 (m)	L3 (m)	Re	β
0.01	0.1	0.12	0.1	248	0.56

Tab.4.4 Valores das dimensões geométricas da estrutura e do escoamento

A figura 4.3 é, em quase tudo, idêntica à utilizada por Miranda relativamente à relação das dimensões. Existe uma pequena diferença relacionada com a dimensão de L1 uma vez que, ao contrário de Miranda, não foi considerado um escoamento de entrada plenamente desenvolvido, pelo que se optou por um comprimento que permitisse atingir tais objectivos daí um que tenha resultado um ligeiro aumento no número de células (NC). Na medida em que se pretendeu obter os resultados mais aproximados possíveis, foi utilizado um factor de concentração f exactamente igual na geração de malhas. Deve-se ter também em atenção que o beta utilizado relaciona Q1 com Q3, logo equivale a 1- $\beta$  utilizado por Miranda.

Foram escolhidas as malhas M1, M2 e M3 cujas células do bloco central (U) tem uma dimensão equivalente e constante sendo que nos restantes blocos se optou por utilizar um factor de concentração. Todos estes valores estão representados na tabela 4.5.

Malhas	NC	U	f <sub>x1</sub>	$\mathbf{f}_{y2}$	f <sub>x3</sub>
M1	3100	20	0.9074	1.04827	1.05385
M2	12600	40	0.9526	1.02385	1.02657
M3	50600	80	0.9760	1.01185	1.01320

Tab.4.5- Características das malhas utilizadas

Concluídas as simulações retirámos os valores do comprimento de recirculação do escoamento, Xr = xr-xs e Yr = yr-ys. Na tabela seguintes encontram-se os resultados de M1, M2 e M3 respectivamente, onde é feita a comparação com Miranda e também ao método de extrapolação de Richardson por ele aplicado para três malhas distintas, através do cálculo do erro cometido.

Tab.4.6- Resultados obtidos e	e respectiva	comparação	para M1
-------------------------------	--------------	------------	---------

Malhas	M1	Miranda	erro (%)	Richardson	erro (%)
Xr/H	2.3196	2.3755	2.4	2.3292	4.1
Yr/H	3.9906	3.8471	3.5	3.8899	2.5

Malhas	M2	Miranda	erro (%)	Richardson	erro (%)
Xr	2.3212	2.3417	0.87	2.3292	0.34
Yr	3.9193	3.881	0.87	3.8899	0.75

Tab.4.7- Resultados obtidos e respectiva comparação para M2

Tab.4.8- Resultados obtidos e respectiva comparação para M3

Malhas	M3	Miranda	erro (%)	Richardson	erro (%)
Xr	2.3284	2.3324	0.17	2.3292	0.03
Yr	3.8812	3.8878	0.17	3.8899	0.22

Dos resultados obtidos duas conclusões podem ser retiradas. Relativamente ao refinamento da malha facilmente concluímos que o erro é muito menor na malha M3 tal como o esperado. Existe também outro facto relevante na comparação de resultados. Na malha M1 o erro em Xr/H relativamente a Miranda é inferior ao obtido pela extrapolação de Richardson, no entanto na malha M2 o resultado inverte-se, havendo uma maior aproximação aos resultados de extrapolação que aos de Miranda pois o erro é inferior. Na malha M3 os resultados em Xr indicam um erro praticamente inexistente tendo sido reduzido também em Yr.

Concluído este capítulo e tendo em conta os resultados obtidos relativamente às malhas utilizadas para a validação do método, optou-se por utilizar malhas com refinamento equivalente a M2, pois demonstraram estar bastante próximos daqueles indicados pela literatura, com um erro reduzido bastante satisfatório. Não optámos pela malha equivalente a M3 (U=80) do caso de estudo, uma vez que a sua realização requeria demasiado tempo nas simulações devido à maior complexidade da malha e ao maior número de células.

# Capítulo 5 Resultados e discussão

#### 5.1 Introdução

Uma vez concluídas todas as considerações teóricas, execuções práticas que nos guiaram ao longo do processo e a validação do método, estão reunidas as condições para que possamos apresentar os resultados obtidos. Pretendemos então saber de que forma a geometria da bifurcação influência o coeficiente de perdas de carga, o escoamento e a forma de variação destas grandezas com o número de Reynolds e a divisão de caudal. Assim para ambas as geometrias obtivemos resultados dos seguintes parâmetros:

- Coeficientes de perdas de carga
- Recirculação/separação
  - Yr = yr-ys
  - Xr = xr-xs

Em que xr e yr representam o inicio da recirculação e ys e xs o fim.

Como foi dito anteriormente no capítulo 4, optámos pelo desenvolvimento de malhas semelhantes às utilizadas por Miranda [6]. Tendo em conta as diferentes geometrias, tentou-se, na medida do possível, obter um factor de concentração semelhante e células no interior do bloco II com dimensões equivalentes apresentadas no próximo subcapítulo.

Realizadas as simulações numéricas e processados os dados obtivemos os resultados apresentados nas tabelas em anexo A e anexo B. Para facilitar a compressão dos mesmos, optámos por uma discussão com base na leitura dos gráficos.

Respeitando os objectivos da presente tese e uma vez que existem duas geometrias diferentes, procederemos a uma análise independente de cada uma delas para de seguida ser feita uma análise comparativa de resultados mais relevantes.

#### 5.2 Estudo da geometria 0.5H

Para a geometria 0.5H criámos uma malha com as características apresentadas na tabela 5.1

Tab.5.1-Características da malha utilizada na geometria 0.5H

Malhas	NC	$f_{xI}$	f <sub>yIII</sub>	$f_{xIV}$	$\left(\frac{\Delta x}{H}\right)_{min}$
M1	15681	0.97206	1.03076	1.02874	0.023

 $\label{eq:expansion} \begin{array}{l} Em \mbox{ que } f_{xIV} \mbox{ são o factor de compressão e expansão em x das células no bloco I e } \\ IV respectivamente, e \mbox{ } f_{vIII} \mbox{ é o factor de expansão das células no bloco III em y. } \end{array}$ 

#### 5.2.1 Escoamento na secção topo da bifurcação

#### 5.2.1.1 Perdas de carga localizadas

Uma primeira observação gráfica aos resultados, indica-nos que existem diferenças consideráveis nos valores obtidos. Facilmente percebemos que as perdas de carga para os números de Reynolds inferiores atingem valores bastante acentuados.



Fig.5.1 Variação de K<sub>12</sub> com a relação de caudais

Guiando-nos pela figura 5.1 podemos verificar que os resultados sofrem algumas variações que são dignas de registo relativamente à evolução dos coeficiente das perdas com a variação do caudal. É possível verificar que os coeficientes vão diminuindo na medida em que aumenta a relação de caudais entre um valor de Re=10 e Re=20. Superado este valor, isto é, para valores Reynolds inferiores a 10, este comportamento inverte-se e começa a haver um aumento das perdas de carga com o aumento da relação de caudais.

A figura 5.2 Mostra-nos que com o aumento do número de Reynolds para qualquer valor de Q2, há uma diminuição constante do valor de  $k_{12}$  até aproximadamente Re=20, verificandose depois disso uma estabilização gradual na medida em que Q2/Q1 diminui. Este facto está relacionado com o valor de Reynolds na conduta, uma vez que a nossa geometria sofre variações geométricas e de caudal, assim sendo o número de Reynolds localmente sofre alterações e a estabilização dos valores do coeficiente de perdas de carga vai acontecendo na medida em que Re localmente diminui. Ora este facto parece indicar que há uma forte relação entre as perdas de carga, os efeitos viscosos e efeitos de inércia. Devemos acrescentar que foi utilizada uma escala logarítmica que pode induzir em erro na leitura gráfica uma vez que este processo amplifica variações ocorridas para valores inferiores de  $K_{12}$ . A título de exemplo, temos os ligeiros aumentos nas casas decimais que acontece para Reynolds superiores a 200 em Q2/Q1=0.9 e que aparecem na figura 5.2 com uma inclinação considerável.



Fig.5.2 Variação de K<sub>12</sub> com o número de Reynolds

Ora o cálculo dos nossos coeficientes K foi feito com base numa medida da inércia ( $\rho V^2$ ), como indicado no capítulo 2, em que num escoamento dominado por estas forças gera uma estabilização dos valores do coeficiente de perda de carga. Posto isto, consideramos a utilização um novo coeficiente, K', em que a variação de pressão é adimensionalizada pela tensão viscosa em vez de ser adimensionalizada pela pressão dinâmica, de origem inércial.

sendo

$$\tau_{w=\mu_{\overline{H}}}^{v}$$
(5.1)

Fica

$$K' = \frac{\Delta P}{\mu_{H}^{V}} = \frac{K * \frac{2}{2} \rho V^{2}}{\mu_{H}^{V}} = \frac{1}{2} KRe$$
(5.2)

Os resultados deste novo coeficiente estão indicados na figura 5.3.



Fig.5.3 Variação de K' com o número de Reynolds

Como podemos observar, estes resultados indicam claramente que as perdas de carga são completamente dominadas pelas forças viscosas a baixo número de Reynolds e para uma elevada relação de caudal. Aqui devido aos efeitos viscosos, o valor de K' mantém-se praticamente constante até que as forças de inércia se sobrepõem às anteriores e o seu valor começa a subir. Também podemos afirmar que quanto mais baixa a relação de caudais mais rapidamente deixa de haver domínio de efeitos viscosos.

#### 5.2.1.2 Recirculação Yr

Seria importante nesta fase também saber de que forma as recirculações ocorrem no escoamento para perceber se existe alguma relação entre as perdas de carga e Yr. Na figura 5.4 podemos verificar alguns dos resultados obtidos. Devemos ter em atenção que para a demonstração destes resultados foi utilizado  $\beta$  (Q3/Q1) na relação de caudais.



Fig.5.4 Variação do comprimento normalizado da recirculação em Yr com número de Reynolds

Relativamente a Yr o aumento verifica-se com o aumento de do número de Reynolds. A separação dá-se imediatamente após a divisão de caudal, justamente no canto indicado pela primeira célula do bloco III da nossa malha como indicam as tabelas no anexo D. Verificamos que as recirculações aumentam até um valor de Re=500 com beta=0.6, valor a partir do qual a recirculação começa a diminuir (não esquecer que o facto de haver um aumento de  $\beta$ , significa que o valor da relação de caudais Q2/Q1 diminui) até atingir a recirculação mínima em  $\beta$ =0.9 e Re=20. Nas figuras seguintes demonstramos alguns destes resultados onde claramente podemos verificar o que aqui foi dito.



Fig.5.5 Isolinhas de componente v de velocidade na conduta de topo (Re=500, β=0.6). Recirculação máxima.



Fig.5.6 Isolinhas de componente e v de velocidade na conduta de topo (Re=20, β=0.9). Recirculação mínima

Chegados aqui, e tendo em conta os resultados obtidos, poderíamos afirmar que não houve qualquer recirculação no intervalo do escoamento dominado por efeitos viscosos. Pudemos verificar na figura 5.2 que aproximadamente entre Re=20 e Re=10 se dava uma inversão de comportamento, valor mínimo de ocorrência de recirculação, e que para beta=0.9 (Q2/Q1=0.1) o escoamento é o que apresenta uma curva mais próxima daquela que caracteriza um escoamento dominado pelas forças de inércia pelo que para este caso possa ter surgido uma recirculação para um valor de Re tão reduzido.

#### 5.2.2 Escoamento na secção lateral da bifurcação

#### 5.2.2.1 Perdas de carga localizada K<sub>13</sub>

Observando agora a figura 5.7, vemos que o comportamento do escoamento é ligeiramente diferente na conduta adjacente. Verifica-se uma inversão do comportamento aproximadamente para Re=10, no entanto dá-se uma variação mais brusca dos valores do coeficiente para valores mais elevados de  $\beta$  onde também verificamos que para Re=1, Re=5 e  $\beta$  inferiores as perdas são ligeiramente inferiores que aquelas verificadas nas mesmas condições para Reynolds mais elevados.



Fig.5.7 Variação de K<sub>13</sub> com a relação de caudais

Na figura 5.8 é também observável um ponto de convergência aproximadamente para Re=20 a partir do qual os se dá a estabilização, no entanto, aqui os valores para beta elevados parecem ainda totalmente dominados por efeitos viscosos.



Fig.5.8 Variação de K<sub>13</sub> com o número de Reynolds

#### 5.2.2.2 Recirculação Xr

Seguindo o mesmo raciocínio anterior, verificaremos se se observa na conduta lateral alguma relação entre os coeficientes de perda e as recirculações. Na figura 5.9 representamos os valores mais relevantes relativamente a recirculação ocorrida na secção.



Fig.5.9 Variação do comprimento normalizado da recirculação em Xr com número de Reynolds

Verifica-se um aumento de Xr com o aumento do número de Reynolds. O seu valor máximo, no entanto, acontece para  $\beta$ =0.4 e Re= 500 que, tal como em Yr, começa a partir de então a diminuir dada a relação de caudais. Guiando-nos pela figura 5.8, também aqui parece haver uma forte relação entre os efeitos viscosos e as recirculações. Para  $\beta$ =0.1, que é a que mais rapidamente perde a influência da viscosidade, existe recirculação para Re=50, já para um  $\beta$ =0.9, bastante mais dominado por efeitos viscosos, a separação não acontece. Mais uma, vez também parece haver uma relação entre o valor mínimo do valor de Reynolds para a recirculação e o valor de Re onde ocorre a convergência dos diferentes caudais na figura 5.8.

Na secção lateral da geometria, este inicio de separação (*xr*) não se verifica especificamente em nenhum sítio, sendo que o seu início ocorre em várias localizações verificando-se um recuo de *xs* e um aumento de *xr*, com o aumento de Reynolds. O efeito de beta é no entanto mais ambíguo. O seu aumento para valores constantes de Reynolds fazem aumentar *xs*, no entanto os valores de *xr* começam a diminuir em  $\beta$ =0.4. Nas figuras 5.10 e 5.11 apresentamos alguns dos resultados.



Fig.5.10 Isolinhas de componente u de velocidade na conduta lateral para β=0.1 Re=50



Fig.5.11 Isolinhas de componente u de velocidade na conduta lateral para  $\beta$ =0.4 Re=400

#### 5.3 Estudo da geometria 0.75H

Realizadas as simulações numéricas e processados os dados obtivemos os resultados apresentados nas tabelas 5.2.

#### Tab.5.2-Caracteristicas da malha utilizada na geometria 0.75H

Malhas	NC	$f_{xI}$	f <sub>yIII</sub>	$f_{xIV}$	$\left(\frac{\Delta x}{H}\right)_{min}$
0.75H	17291	0.97206	1.03538	1.02874	0.024

#### 5.3.1Escoamento na secção topo da bifurcação

#### 5.3.1.1 Perdas de carga Localizada K<sub>12</sub>

Os resultados obtidos na figura 5.12 demonstram que apesar de haver algumas diferenças relativamente a valores obtidos de coeficientes de perdas de carga em 5.2.1.1., notamos que as variações são aproximadamente idênticas.



Fig.5.12 Variação de K<sub>12</sub> com a relação de caudais

#### Escoamento Laminar e Perdas de Carga em Condutas Bidimensionais com Derivação

Na figura 5.12 é possível observar que também para esta geometria, o processo de evolução dos coeficientes das perdas com o caudal parece ser invertido aproximadamente para um valor de Re=10, onde K começa a tomar valores cada vez maiores. Para valores de Reynolds superiores a 50, parece haver uma sobreposição de resultados o que nos leva a concluir que as perdas são praticamente idênticas.



Fig.5.13 Variação de K<sub>12</sub> com o número de Reynolds

Também a figura 5.13 parece demonstrar que há um decréscimo dos valores de  $K_{12}$  na medida em que Re aumenta. No entanto e relativamente a 0.5H, aqui parece dar-se o caso de uma convergência bastante mais próxima de Re=10 onde as perdas são praticamente idênticas independentemente do caudal. Isto poderá indicar que a geometria 0.75H na secção topo perde a influência dos efeitos viscosos para valores de Reynolds ligeiramente inferiores.

#### 5.3.1.2 Recirculação Yr

Comecemos pela verificação da recirculação ocorrida em 0.75H na figura 5.14 onde o valor máximo vai ocorrer para um  $\beta$ =0.5 e Re=500.



Fig.5.14 Variação do comprimento normalizado da recirculação em Yr com número de Reynolds

Tínhamos visto que a inversão do comportamento aqui se dava para valores inferiores do número de Reynolds pelo que seria de esperar, mantendo a coerência do raciocínio, que recirculações surgissem aproximadamente para o mesmo valor. Acontece de facto para valores de  $\beta$ =0.9 (Q2/Q1=0.1) a separação acontece para Re=5 onde os efeitos viscosos são menos sentidos.

#### 5.3.2 Escoamento na secção lateral da bifurcação

#### 5.3.2.1 Perdas de carga localizadas K<sub>13</sub>

Passando agora para a conduta lateral, figura 5.15, podemos dizer que o comportamento aparenta ser semelhante, pelo que, não querendo alargar muito em considerações que já foram feitas, apenas marcar algumas diferenças.



Fig.5.15 Variação de K<sub>13</sub> com a relação de caudais

Essas diferenças verificam-se principalmente nos valores dos coeficientes que embora aparentem uma variação semelhante ao caso anterior em 0.5H, os seus valores são ligeiramente superiores em qualquer das condições. Na figura 5.16, obtivemos valores cuja leitura nos impossibilita de um juízo comparativo correcto na forma como evolui o escoamento, uma vez que é em tudo semelhante à geometria 0.5H. Sabemos também, pelas tabelas em anexo, que a recirculação em Xr se comportou de maneira semelhante a 0.5H. Podemos afirmar que relativamente às perdas de carga e à sua relação com a recirculação Xr, a hipótese se mantém válida. Para 0.75H registamos praticamente os mesmos acontecimentos e resultados que os verificados em 0.5H. Não surgiu qualquer recirculação em escoamentos dominados pelos efeitos viscosos. Serão necessárias assim outras considerações comparativas que serão expressas de seguida.



Fig.5.16 Variação de K<sub>13</sub> com o número de Reynolds

#### 5.4 Análise comparativa

Pudemos acabar de observar que o comportamento da geometria 0.75H aparenta ter comportamentos semelhantes relativamente a 0.5H. No entanto uma comparação dos valores obtidos quer relativamente as perdas de carga e também em relação ao comportamento do escoamento pode dar-nos indicações importantes no sentido de saber de que forma a variação da dimensão da geometria de topo influência todos estes parâmetros.

#### 5.4.1 Coeficiente de perda potencial (K<sub>D</sub>)

Como vimos anteriormente os resultados foram aparentemente aproximados no que à forma que se desenvolveram se refere. Posto isto optou-se por fazer uma comparação para ambos os coeficientes somados para obtermos a energia total indicada em 2.2.1.5 que nos permite de certa forma medir a energia total dissipada.

Nas figuras que se seguem foram feitas algumas comparações directas de valores. Percebemos que com o aumento do número de Reynolds a geometria 0.5H sofre uma maior influência que 0.75H. Como tínhamos dito, o comportamento das perdas é similar para ambas os casos, no entanto, a variação dos valores de Kd em 0.75H para valores elevados de beta é sempre superior aos de 0.5H até que coincidem em Re=200 como indica a figura 5.19. No entanto, quando beta é inferior a 0.6, vai havendo com o aumento do número de Reynolds uma diminuição das perdas Kd em ambos os casos, mas que se tornam superiores em 0.75H. O facto de haver uma coincidência de resultados em Kd em aproximadamente  $\beta$ =0.6 poderá estar relacionado com as geometria de 0.75H para um caudal volúmico equivalente em ambos os casos. Resumidamente podemos dizer que a geometria 0.75H dissipa mais energia que 0.5H para valores beta elevados, no entanto para valores inferiores a Re=50 e para valores baixos de beta, a dissipação é maior em 0.5H



Fig.5.17 Variação de Kd com β para ambas as geometrias para Re=10



Fig.5.18 Variação de Kd com  $\beta$  para ambas as geometrias para Re=20



Fig.5.19 Variação de Kd com  $\beta$  para ambas as geometrias para Re=50



Fig.5.20 Variação de Kd com  $\beta$  para ambas as geometrias para Re=300

	Kd (max)	34.37	Kd (min)	0.21	
0.5H	Re	1	Re	500	
	β	0.1	β	0.9	

Tab.5.4 Valores máximos e mínimos de Kd

Tab.5.5 Valores máximos e mínimos de Kd

	Kd (max)	19.84	Kd (min)	0.22
0.75H	Re	1	Re	500
	β	0.1	β	0.9

Pelas tabelas 5.4 e 5.5 podemos ver que as perdas de carga máxima e mínima acontecem nas mesmas condições para ambas as geometrias, no entanto o valor máximo de Kd em 0.5H é bastante superior ao registado em 0.75H sendo que o valor mínimo de Kd é muito semelhante em ambas as geometrias.

#### 5.4.2 Recirculação

Passaremos agora à análise dos resultados obtidos relativamente à dimensão das recirculações para ambas a geometrias. Será feita uma comparação de resultados com os valores obtidos por Miranda [6] para um escoamento permanente em regime laminar. Fizemos uma comparação com os valores obtidos por Miranda (H) uma vez que por ele foi utilizada uma bifurcação em T cuja geometria possui uma dimensão igual em todas as secções. Assim consideraremos três geometrias H, 0.75H e 0.5H.



Fig.5.21 Figura comparativa dos valores da recirculação em Xr

Facilmente percebemos que relativamente a Xr os valores da recirculação são praticamente iguais, sendo quase imperceptível a visualização gráfica da variação dos valores. Isto parece indicar que o facto de haver uma variação de secção na saída de topo, não tem qualquer influência na forma como a recirculação na conduta lateral se comporta.

No entanto, e passando para as recirculações verificadas em Yr, o processo altera-se. As figuras seguintes indicam alguns dos resultados obtidos.



Fig. 5.22 Figura comparativa dos valores da recirculação em Yr para  $\beta \text{=} 0.1$ 



Fig.5.23 Figura comparativa dos valores da recirculação em Yr para  $\beta$ =0.5



Fig.5.24 Figura comparativa dos valores da recirculação em Yr para  $\beta$ =0.9

Verificamos que, contrariamente a Xr, os valores de Yr não são idênticos e isto deve-se ao facto de ser precisamente a nossa saída topo, onde se calculam os valores de Yr, que sofre uma variação na geometria. Há no entanto uma forte aproximação destes valores quando o valor de beta=0.9, isto é, quando o caudal apenas 10% do caudal passa na secção topo. Notamos portanto que Yr tem uma relação de dependência mais forte com o caudal do que com a forma como a bifurcação se estrutura. Apresentamos em baixo algumas figuras ilustrativas do que acabamos de referir.



Fig.5.25 Vectores velocidade na bifurcação 0.75H para Re=500 beta=0.5



Fig.5.26 Vectores velocidade na bifurcação 0.5H para Re=500 beta=0.5

## 6 Conclusões

#### 6.1 Conclusões

O presente relatório abordou o estudo de um escoamento laminar e perdas de carga em condutas bidimensionais com derivação.

Utilizando um programa CFD, foram realizadas um conjunto de simulações numéricas para bifurcações em T com derivação de diâmetros hidráulicos não uniformes. O objectivo deste estudo era relacionar os efeitos da divisão de caudais e do número de Reynolds, com as perdas de carga e com a recirculação ocorrida. Para a divisão de caudais fizemos variar o seu valor entre 10% e 90% para valores de Reynolds entre 1 e 500.

Os testes preliminares realizados para uma bifurcação em T de diâmetros uniformes, permitiram-nos obter as informações suficientes no que se refere a qualidade e característica de malha a usar para que, conciliando tempo e exactidão, pudéssemos realizar em tempo útil as ditas simulações.

Concluímos que:

- A baixo número de Reynolds o escoamento é dominado por forças viscosas e o coeficiente de perda de carga varia inversamente com o número de Reynolds, tal como acontece nas condutas rectas.

- Existe um ponto de convergência de perdas de carga na secção de topo da geometria, a partir do qual este processo se inverte e há um crescimento pouco acentuado, quase constante, do valor do coeficiente.

-Na secção lateral, também se verifica uma descida do valor do coeficiente de perda de carga com o aumento do número de Reynolds e a sua convergência aproximadamente entre Re=10 e Re=20.

- O comportamento relativamente à geometria 0.75H é em tudo semelhante, no entanto apresenta um ponto de convergência inferior à geometria 0.5H.

- Para ambas as geometrias o valor máximo de  $K_{12}$  foi atingido para Re=1 e  $\beta$ =0.1 (valor mínimo do escoamento e Reynolds mais baixo), no entanto verificou-se que para a geometria 0.5H o valor de Kd máximo era cerca de 80% mais alto que para 0.75H. Já o valor mínimo foi equivalente.

-A dimensão das recirculações aumenta com o número de Reynolds tendo no entanto um comportamento ambíguo quando relacionadas com  $\beta$ .

- Foi encontrada uma relação entre as forças inérciais e viscosas do escoamento com as recirculações obtidas, uma vez que estas só acontecem quando existe um domínio das forças de inércia.

-O valor de Xr parece não ser dependente da variação da geometria de topo, uma vez que os resultados de Miranda [6] para uma bifurcação de geometria uniforme foram praticamente iguais aos em 0.5H e 0.75H. Já Yr parece depender da secção usada na geometria, pois os resultados assim o demonstram. Para este caso, quanto menor o caudal, maior a aproximação de valores.

#### 6.2 Sugestões para trabalhos futuros

Trabalhos que incidam sobre escoamentos laminares, como vimos anteriormente, têm tido um défice de atenção bastante superior relativamente a outros relacionados com escoamentos turbulentos. Vimos também que o seu estudo pode ser de extrema importância num mundo praticamente tecnológico. Dito isto, apenas pretendo e sugiro que continuação seja dada neste campo.

Vimos que algumas conclusões puderam ser feitas no nosso caso de estudo, no entanto, podem ainda carecer de alguma consistência. Para trabalhos futuros seria interessante continuar a avaliar de que forma a geometria de uma bifurcação influencia os vários parâmetros que regem o escoamento tendo em conta a divisão de caudais e o número de Reynolds. Seria importante alargar o intervalo do número de Reynolds e estudar outras dimensões geométricas, não só para a secção de topo como a lateral. Fazer variar o ângulo de inclinação da bifurcação, estudar os efeitos do canto arredondado e estudos tridimensionais comparativos são alguns dos muitos trabalhos que poderão ser feitos de forma a complementar este estudo.

## **Referências Bibliográficas**

[1] Liepsch D., Moravec S., Rastogi A.K. and Vlachos N.S. 1982. *Measurement and Calculations of Laminar Flow in a Ninety Degree Bifurcation*, Journal of Biomechanics, Volume 15, Issue 7, pp. 473-485.

[2] Khodadadi J.M., Nguyen T.M, Vlachos N.S. 1986, Laminar forced convective heat transferi n a two-dimensional 90° bifurcation. Numerical Heat Transfer, pp. 677-695.

[3] Hayes R.E., Nandakumar K., Nasr-El-Din H. 1989, *Steady laminar flow in a 90 degree planar branch.* Computers & Fluids Volume 17, issue 4, pp. 537 553.

[4] Lee D. ,Chiu J.J.,1992 Computation of physiological bifurcation flows using a patched grid. Computers & Fluids volume 21 Issue 4

**[5] Neary V.S., Sotiropoulos F., 1996**. *Numerical investigation of laminar flows through 90degree diversions of rectangular cross-section* Computers & Fluids Volume 25, issue 2, pp.95-118.

**[6] Miranda A.I.P, Oliveira P.J., Pinho F.T., 2007.** *Steady and unsteady laminar flows of Newtonian and generalized Newtonian fluids in a planar T-Junction.* International Journal for Numerical Methods in Fluids. pp. 295-328

[7] Oliveira P.J., Pinho F.T., 1997. Pressure drop coefficient of laminar Newtonian flow in a axisymmetric sudden expasions. International Journal for Numerical Methods in Fluids. pp. 518-529

[8] Pinho F.T., Oliveira P.J., Miranda J.P. 2003. Pressure losses in the laminar flow of shearthinning power-law fluids across a sudden axisymmetric expansion International Journal for Numerical Methods in Fluids. pp. 747-761

[9] Maia R.O., 1992. Investigações numéricas e experimentais do efeito das perdas de carga localizadas em sistemas de tubagens. Métodos e Técnicas para o seu estudo sistemático. Porto: Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto. Tese (doutoramento)

[10] El-Shaboury A.M.F, Soliman H.M., Ormiston S.J.2003. Laminar forced convection in two-dimensional impacting tee junctions. International Journal of Thermal Sciences, Volume 42, Issue 7,pp. 713-723

[11] Kang M.Y., Lee J.W., 2010. *Pressure loss for bifurcation geometry of the human lung airway*. Biomedical Engineering and Sciences .pp 165-169

**[12] Çengel, Y.**, *Fluid Mechanics: fundamentals and applications*, the McGraw-Hill companies Inc., 2006

**[13]** Munson B., Young D., Okiishi T.Fundamentos da mecânica dos fluidos. Tradução da 4ª edição americana. Editora Edgard Blucher. 2004

[14] White, F. M., Fluid Mechanics, 5th edition, McGraw-Hill: Boston, 2003

[15] Costa N.P., Maia R., Proença M.F., *Edge Effects on the Flow Characteristics in a 90 deg Tee Junction*. Journal of Fluids Engineering, 2006

## Anexo A – Variação das perdas de carga em função de Re e de $\beta$ para 0.5H

Po					1-β				
Ne	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5	0.4	0.3	0.2	0.1
1	37.59506	34.28644	30.932	27.56053	24.1516	20.73754	17.29036	13.81487	10.42869
5	7.061782	6.656536	6.236905	5.798856	5.346535	4.867986	4.366973	3.842306	3.293985
10	3.372785	3.301746	3.206113	3.119607	3.025619	2.917027	2.788434	2.635513	2.445284
20	1.602007	1.678523	1.751758	1.829992	1.908604	1.98052	2.042436	2.075215	2.071781
50	0.579794	0.734846	0.895467	1.071752	1.257459	1.447606	1.641215	1.799297	1.911548
100	0.252	0.44704	0.65188	0.86682	1.09364	1.3216	1.54813	1.756296	1.910481
200	0.1616	0.377	0.60095	0.8319	1.06681	1.303336	1.536855	1.754386	1.922701
300	0.185111	0.402778	0.626622	0.856244	1.088111	1.321267	1.549483	1.763111	1.932093
400	0.215937	0.426575	0.650738	0.875613	1.107025	1.336601	1.561838	1.771763	1.93784
500	0.23912	0.447816	0.671216	0.89168	1.121512	1.349835	1.572386	1.77917	1.942758

 $\label{eq:table_$ 

Tab.A.2 -  $k_{13}$  – Variação das perdas de carga em função do número de Reynolds e da variação dos caudais

Re					β				
	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
1	5.414166	5.976572	6.557307	7.112244	7.667181	8.220061	9.409318	9.747156	9.963176
5	1.118985	1.215396	1.305495	1.403593	1.509692	1.622182	1.728008	1.858379	1.980205
10	0.738576	0.746945	0.749356	0.755768	0.774179	0.80442	0.851172	0.91065	0.976121
20	0.777881	0.717439	0.646244	0.575356	0.511909	0.464345	0.44178	0.449216	0.483493
50	1.077387	0.964033	0.813799	0.658047	0.502869	0.363588	0.261941	0.190753	0.177587
100	1.3118	1.17396	0.99596	0.79974	0.59792	0.407804	0.248042	0.135929	0.087771
200	1.4905	1.33545	1.13548	0.910975	0.680465	0.459828	0.266866	0.120044	0.041948
300	1.569778	1.410658	1.200209	0.964871	0.722864	0.490058	0.283805	0.122265	0.031031
400	1.623125	1.454618	1.23824	0.996485	0.747608	0.508513	0.295228	0.12626	0.025775
500	1.65672	1.484712	1.264151	1.018148	0.765105	0.521342	0.303097	0.129963	0.024068

## Anexo B – Variação das perdas de carga em função de Re e de $\beta$ para 0.75H

Re	1-β								
	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5	0.4	0.3	0.2	0.1
1	21.16965	19.8002	18.48424	17.2399	15.76951	14.28614	12.91503	11.61522	10.07933
5	4.312985	4.181769	4.051361	3.921331	3.776277	3.623434	3.474573	3.306782	3.125471
10	2.288554	2.296824	2.306044	2.320494	2.330958	2.342478	2.344549	2.33862	2.333134
20	1.332541	1.400273	1.475583	1.568142	1.664249	1.764266	1.858374	1.936124	1.982862
50	0.803457	0.908203	1.040883	1.176559	1.34065	1.504783	1.658787	1.798863	1.90232
100	0.695783	0.818968	0.963721	1.125007	1.299045	1.479067	1.654736	1.810206	1.922757
200	0.711521	0.835966	0.981782	1.14363	1.316187	1.494023	1.668777	1.825115	1.938646
300	0.738908	0.863535	1.007487	1.166588	1.33731	1.512401	1.684478	1.83816	1.94956
400	0.757878	0.881647	1.025534	1.183797	1.353205	1.527289	1.697171	1.848781	1.957761
500	0.781053	0.896044	1.03946	1.19764	1.366491	1.539157	1.707732	1.857654	1.964387

 $\label{eq:table} Tab.B.1 \ \ \mathbf{k}_{12} - \mathsf{Varia}$ ção das perdas de carga em função do número de Reynolds e da variação dos caudais

 $\label{eq:table} Tab.B.2 \ \ \mathbf{k_{13}} - \mathsf{Varia}_{\mathsf{c}\tilde{a}\tilde{o}} \ \text{das perdas de carga em função do número de Reynolds e da variação dos caudais}$ 

Re	β								
Ne	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
1	7.908622	8.643586	9.397915	10.21376	10.9887	11.66088	12.43613	13.24249	13.88745
5	1.661276	1.799423	1.929522	2.065734	2.203904	2.349954	2.493957	2.644596	2.796909
10	1.010448	1.038391	1.065048	1.104725	1.143259	1.196424	1.254636	1.325413	1.434068
20	0.899462	0.852504	0.800414	0.744098	0.697783	0.669371	0.656445	0.669193	0.707703
50	1.108228	1.001065	0.875918	0.722736	0.583356	0.453914	0.348353	0.288489	0.281576
100	1.327004	1.192968	1.02153	0.829337	0.632972	0.449888	0.294943	0.186515	0.13975
200	1.499142	1.344304	1.146987	0.925485	0.697768	0.480277	0.289989	0.145394	0.069673
300	1.578129	1.41611	1.207586	0.974153	0.733896	0.502999	0.298749	0.139511	0.049534
400	1.626236	1.458798	1.243558	1.003337	0.756006	0.518604	0.306315	0.138893	0.039676
500	1.753591	1.487966	1.268407	1.023624	0.771435	0.529043	0.31291	0.14017	0.035293

Anexo C – Variação das perdas de carga para  $K_{12}$  em função de Re (Curva da ordenada não logarítmica)



Fig.C.1- Variação de  $K_{12}$  com o número de Reynolds

### Anexo D – Recirculação para 0.5H

Re	xs/H	xr/H	ys/H	yr/H
0.1				
1	0	0	0	0
5	0	0	0	0
10	0	0	0	0
20	0	0	0	0
50	0.29762	1.1405	0	0
100	0.083333	1.4714	2.0758	2.6088
200	-0.11811	1.9394	2.025	3.5882
300	-0.20557	2.367	2.025	4.3474
400	-0.3008	2.7833	2.025	4.8592
500	-0.36894	3.1615	2.025	5.4368
0.2				
1	0	0	0	0
5	0	0	0	0
10	0	0	0	0
20	0	0	0	0
50	0.34524	1.1405	0	0
100	0.13095	1.6346	2.0758	2.6776
200	-0.06379	2.4456	2.025	3.5882
300	-0.17559	3.2629	2.025	4.3474
400	-0.3008	4.0595	2.025	4.997
500	-0.33439	4.7334	2.025	5.5926
0.3				
1	0	0	0	0
5	0	0	0	0
10	0	0	0	0
20	0	0	0	0
50	0.44048	1.0175	0	0
100	0.17857	1.6922	2.0758	2.7484
200	-0.03777	2.7833	2.025	3.6872
300	-0.14644	3.8156	2.025	4.4696
400	-0.23642	4.88	2.025	5.1392
500	-0.3008	5.8525	2.025	5.753
0.4				
1	0	0	0	0
5	0	0	0	0
10	0	0	0	0

Tab.D.1 Recirculações em função de β e de Re

20	0	0	0	0
50	0	0	0	0
100	0.25	1.5243	2.0758	2.7484
200	0.035714	2.6952	2.025	3.6872
300	-0.09056	3.8156	2.025	4.4696
400	-0.17559	5.0308	2.025	5.1392
500	-0.23642	6.2152	2.025	5.753
0.5				
1	0	0	0	0
5	0	0	0	0
10	0	0	0	0
20	0	0	0	0
50	0	0	0	0
100	0.39286	1.2284	2.0758	2.8214
200	0.10714	2.367	2.025	3.6872
300	-0.01247	3.3673	2.025	4.4696
400	-0.11811	4.4523	2.025	5.1392
500	-0.17559	5.6787	2.025	5.9184
0.6				
1	0	0	0	0
5	0	0	0	0
10	0	0	0	0
20	0	0	0	0
50	0	0	0	0
100	0	0	2.025	2.8214
200	0.25	1.8123	2.025	3.6872
300	0.083333	2.6097	2.025	4.4696
400	-0.01247	3.4746	2.025	5.1392
500	-0.09056	4.4523	2.025	5.9184
0.7				
1	0	0	0	0
5	0	0	0	0
10	0	0	0	0
20	0	0	0	0
50	0	0	2.0758	2.2948
100	0	0	2.025	2.8214
200	0.53778	1.0983	2.025	3.6872
300	0.27381	1.8123	2.025	4.3474
400	0.15476	2.4456	2.025	5.1392
500	0.059524	3.0629	2.025	5.753
0.8				
1	0	0	0	0
5	0	0	0	0
10	0	0	0	0
20	0	0	0	0
50	0	0	2.0758	2.4148

100	0	0	2.025	2.8214
200	0	0	2.025	3.4924
300	0	0	1.9756	4.1138
400	0.53778	1.2284	1.9756	4.7254
500	0.36905	1.6922	1.9756	5.2858
0.9				
1	0	0	0	0
5	0	0	0	0
10	0	0	0	0
20	0	0	2.0758	2.2376
50	0	0	2.025	2.4776
100	0	0	2.025	2.7484
200	0	0	1.9756	3.2216
300	0	0	1.9756	3.5882
400	0	0	1.9756	4.0022
500	0	0	1.9756	4.3474

### Anexo E – Recirculação para 0.75H

Re	xs/H	xr/H	ys/H	yr/H
0.1				
1	0	0	0	0
5	0	0	0	0
10	0	0	0	0
20	0	0	0	0
50	0.39919	1.3074	1.4188	1.747733
100	0.18145	1.6201	1.35	2.5968
200	-0.01247	2.1249	1.35	3.855867
300	-0.11811	2.5406	1.35	4.809867
400	-0.20557	2.9452	1.35	5.6484
500	-0.26816	3.3129	1.35	6.226
0.2				
1	0	0	0	0
5	0	0	0	0
10	0	0	0	0
20	0	0	0	0
50	0.47177	1.2675	1.383867	1.8452
100	0.22984	1.7743	1.35	2.6748
200	0.03629	2.617	1.35	3.855867
300	-0.09056	3.4115	1.35	4.966133
400	-0.17559	4.1858	1.35	5.834267
500	-0.23642	4.9834	1.35	6.646
0.3				
1	0	0	0	0
5	0	0	0	0
10	0	0	0	0
20	0	0	0	0
50	0.59274	1.1546	1.383867	1.949733
100	0.30242	1.8287	1.35	2.755467
200	0.084677	2.8597	1.35	3.9784
300	-0.03777	3.9487	1.35	5.127867
400	-0.11811	4.9834	1.35	5.834267
500	-0.20557	6.1025	1.35	6.8672
0.4				
1	0	0	0	0
5	0	0	0	0
10	0	0	0	0

Tab.E.1 Recirculações em função de β e de Re

20	0	0	0	0
50	0	0	1.383867	2.0048
100	0.39919	1.67	1.35	2.755467
200	0.13306	2.8597	1.35	4.1052
300	0.012097	3.9487	1.35	5.127867
400	-0.06379	5.13	1.35	6.226
500	-0.14644	6.2813	1.35	7.096133
0.5				
1	0	0	0	0
5	0	0	0	0
10	0	0	0	0
20	0	0	0	0
50	0	0	1.383867	2.061867
100	0.54435	1.3905	1.35	2.839067
200	0.22984	2.4663	1.35	4.1052
300	0.10887	3.5129	1.35	5.127867
400	0.012097	4.7023	1.317067	6.226
500	-0.06379	5.7598	1.317067	7.333333
0.6				
1	0	0	0	0
5	0	0	0	0
10	0	0	0	0
20	0	0	0	0
50	0	0	1.35	2.061867
100	0	0	1.35	2.755467
200	0.39919	1.9422	1.35	3.9784
300	0.22984	2.7765	1.317067	5.127867
400	0.10887	3.6173	1.317067	6.026667
500	0.03629	4.5676	1.317067	7.096133
0.7				
1	0	0	0	0
5	0	0	0	0
10	0	0	0	0
20	0	0	1.383867	1.6136
50	0	0	1.35	2.061867
100	0	0	1.35	2.6748
200	0.7379	1.2288	1.317067	3.7376
300	0.42339	1.9422	1.317067	4.658933
400	0.30242	2.5406	1.317067	5.6484
500	0.20565	3.217	1.317067	6.4324
0.8				
1	0	0	0	0
5	0	0	0	0
10	0	0	0	0
20	0	0	1.383867	1.701467
50	0	0	1.35	2.061867

100	0	0	1.35	2.5216	
200	0	0	1.317067	3.303467	
300	0	0	1.317067	4.1052	
400	0.7379	1.3905	1.317067	4.809867	
500	0.54435	1.8846	1.317067	5.127867	
0.9					
1	0	0	0	0	
5	0	0	1.4188	1.6136	
10	0	0	1.383867	1.701467	
20	0	0	1.35	1.8452	
50	0	0	1.35	2.0048	
100	0	0	1.317067	2.3108	
200	0	0	1.317067	2.755467	
300	0	0	1.317067	3.204	
400	0	0	1.317067	3.512933	
500	0	0	1.317067	3.855867	