

SELECÇÃO DE MODELOS DE ESCORAS E TIRANTES EM ESTRUTURAS DE BETÃO

JOSÉ EDUARDO DIAS FERREIRA

Dissertação submetida para satisfação parcial dos requisitos do grau de
MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL — ESPECIALIZAÇÃO EM ESTRUTURAS

Orientador: Professor Doutor António Abel Ribeiro Henriques

JUNHO DE 2010

MESTRADO INTEGRADO EM ENGENHARIA CIVIL 2009/2010

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL

Tel. +351-22-508 1901

Fax +351-22-508 1446

✉ miec@fe.up.pt

Editado por

FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO

Rua Dr. Roberto Frias

4200-465 PORTO

Portugal

Tel. +351-22-508 1400

Fax +351-22-508 1440

✉ feup@fe.up.pt

🌐 <http://www.fe.up.pt>

Reproduções parciais deste documento serão autorizadas na condição que seja mencionado o Autor e feita referência a *Mestrado Integrado em Engenharia Civil - 2009/2010 - Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal, 2009.*

As opiniões e informações incluídas neste documento representam unicamente o ponto de vista do respectivo Autor, não podendo o Editor aceitar qualquer responsabilidade legal ou outra em relação a erros ou omissões que possam existir.

Este documento foi produzido a partir de versão electrónica fornecida pelo respectivo Autor.

*“Por qualquer caminho que decidir seguir,
existe sempre alguém a dizer que é o errado,
existem sempre dificuldades
que me fazem acreditar que não estou correcto.
Marcar um caminho e segui-lo até ao fim requer...
...coragem.”*

Ralph Emerson

AGRADECIMENTOS

É com muita satisfação que expresso aqui o mais profundo agradecimento a todos aqueles que tornaram a realização deste trabalho possível.

Em primeiro lugar agradeço à minha família, que me apoiou a todos os níveis durante a realização desta tese. Aos meus irmãos, Pedro, Miguel, Daniel e Fernando que sempre tiveram palavras de incentivo, e aos meus pais, Júlia e António que sempre souberam estar nos momentos em que o rumo parecia incerto.

É com grande apreço que aqui escrevo também uma palavra de agradecimento ao Engenheiro António Abel Henriques, que me encaminhou durante todo este percurso, transmitindo saber e valiosas contribuições para a realização deste trabalho e pelo estímulo que me foi impondo à medida que caminhava para a sua conclusão.

A todos os meus amigos que me aconselharam e ajudaram na realização deste trabalho, em especial, agradeço á Cláudia, ao Manuel, ao Luís, e ao Paulo, pelo tempo que despenderam e pelos concelhos que não faltaram.

RESUMO

Há muito que o método de escoras e tirantes é aceite pela comunidade científica, sendo que é uma base sólida para o dimensionamento de estruturas onde não existe uma distribuição linear de deformações, pelo que, não se pode aplicar a “hipótese de Bernoulli”.

A grande dificuldade na aplicação do método de escoras e tirantes, prende-se com a dificuldade da escolha do modelo ideal para cada estrutura. Vários investigadores têm vindo a desenvolver processos no sentido de automatizar a localização destes elementos, baseando-se frequentemente nos recursos de programação matemática, em critérios de evolução topológica e é bem provável que venha a surgir algum trabalho utilizando a fabulosa potencialidade dos algoritmos genéticos.

Neste trabalho é apresentado um método de optimização para os modelos de escoras e tirantes segundo os resultados da análise de elementos finitos. Esta optimização vai ser obtida a partir de um processo iterativo, onde se elimina sucessivamente os elementos que tem tensões de Von Mises de valor considerado desprezável. A técnica de optimização utilizada é fundamentada na ideia de que, ao se eliminar as zonas com menores níveis de tensão, e por tanto menos aproveitadas, a estrutura apresenta um processo evolutivo até um estado óptimo, onde o seu estado de tensões resulta cada vez mais uniforme.

Para validar o método proposto, apresentam-se neste trabalho vários exemplos e os seus resultados.

Palavras-chave: método de escoras e tirantes; optimização topológica.

Abstract

For a long time the strut and tie method is a well-accepted method among the scientific community, and it is the basis for the design of structures where there isn't a linear distribution of deformation and, therefore, the "Bernoulli's hypothesis" cannot be applied.

The major difficulty in applying the strut and tie method is related to the difficulty of choosing the optimal model for each structure. Several researchers have been developing procedures in order to automate the location of these elements, often relying on the resources of mathematical programming, criteria of topological evolution and it is probable that some work using the fabulous potential of genetic algorithms arise.

This work presents an optimization method for the strut and tie models based on results of finite elements analysis. This optimization will be obtained from an iterative process, where the elements with Von Mises's strains whose value are considered negligible are progressively eliminated. The optimization technique used is based on the idea that, by eliminating areas with lower levels of tension, and therefore less exploited, the structure shows an evolutionary process to an optimal state, where its state of tensions gets increasingly uniform.

To validate the proposed method, several examples and their results are presented in this work.

Keywords: strut and tie method; topology optimization.

ÍNDICE GERAL

AGRADECIMENTOS	i
RESUMO	iii
ABSTRACT	v
1. DESCRIÇÃO E OBJECTIVOS DA TESE	1
1.1. RESUMO DE CADA UM DOS CAPÍTULOS	1
1.2. OBJECTIVOS DO TRABALHO	1
2. O MÉTODO DE ESCORAS E TIRANTES	3
2.1. INTRODUÇÃO	3
2.2. INTRODUÇÃO DO MÉTODO DE ESCORAS E TIRANTES	3
2.2.1. HISTÓRICO	3
2.2.2. HIPÓTESE DE BERNOULLI	4
2.2.3. TEOREMAS LIMITE DA PLASTICIDADE	5
2.2.4. ZONAS B E ZONAS D	5
2.2.5. PRINCÍPIO DE SAINT-VENANT	6
2.3. CONCEITOS FUNDAMENTAIS DO MÉTODO DE ESCORAS E TIRANTES	7
2.3.1. O MÉTODO DE ESCORAS E TIRANTES	7
2.3.2. TIPOS DE MODELOS DE ESCORAS E TIRANTES	8
2.3.3. ESCORAS	9
2.3.4. NÓS E TIRANTES	10
3. OUTROS MÉTODOS DE ANÁLISE DE ESTRUTURAS	13
3.1. INTRODUÇÃO	13
3.2. MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS	13
3.2.1. PASSOS PARA A DISCRETIZAÇÃO DE UMA ESTRUTURA EM ELEMENTOS FINITOS	16
3.3. MÉTODO DA CORDA PAINEL	17
3.3.1. HISTÓRICO	17
3.3.2. FUNDAMENTOS PRINCIPAIS DO MÉTODO DA CORDA PAINEL	18

4. MÉTODOS PARA A OPTIMIZAÇÃO DOS MODELOS DE ESCORAS E TIRANTES	21
4.1. INTRODUÇÃO	21
4.2. MÉTODOS DE OPTIMIZAÇÃO DISPONÍVEIS ACTUALMENTE	22
4.2.1. OPTIMIZAÇÃO DE MODELOS USANDO A INCLINAÇÃO DAS FACETAS DE TENSÕES PRINCIPAIS	22
4.2.2. DETERMINAÇÃO DA RELAÇÃO Z/L QUE MINIMIZE A ENERGIA DE DEFORMAÇÃO	23
4.2.3. OPTIMIZAÇÃO TOPOLOGIA	25
4.2.3.1. Optimização do problema na óptica de Liang et al. (2002)	25
4.2.3.2. Critério de Eliminação dos elementos.....	26
4.2.4. OPTIMIZAÇÃO DE ESTRUTURAS USANDO AS TENSÕES PRINCIPAIS	28
5. MÉTODO PROPOSTO	31
5.1. CONSIDERAÇÕES GERAIS	31
5.2. CRITÉRIO DE ELIMINAÇÃO	31
5.2.1. TEORIA DE VON MISES.....	31
5.2.2. ELIMINAÇÃO DE PONTOS E CRITÉRIO DE PARAGEM.....	33
5.3. TUTORIAL DO MÉTODO PROPOSTO	33
6. CASOS DE ESTUDO E RESULTADOS	41
6.1. VIGA PAREDE.....	41
6.2. VIGA PAREDE COM ABERTURA	44
6.3. VIGA PAREDE COM DUAS ABERTURAS	48
6.4. LIGAÇÃO CONSOLA CURTA - PILAR.....	53
7. CONCLUSÕES	59
7.1. CONCLUSÕES GERAIS	59
7.2. CONCLUSÕES FINAIS	59
7.3. DESENVOLVIMENTOS FUTUROS DA INVESTIGAÇÃO NESTE DOMÍNIO.....	60

BIBLIOGRAFIA

ÍNDICE DE FIGURAS

Fig.1 – Distribuição linear de deformações numa viga de betão armado.....	4
Fig.2 – Zonas B e Zonas D (adaptado de ACI-318).....	6
Fig.3 – Aplicação do Princípio de Saint-Venant.....	7
Fig.4 – Modelos de Escoras e Tirantes (adaptado de Tjhin e Kuchma, 2002)	8
Fig.5 – Tipos de Escoras; (a) Escora Prismática; (b) Escora em Leque; (c) Escora em Garrafa	9
Fig.6 – Exemplo do efeito de arco (Marti, 1985)	9
Fig.7 – Tipos de Nós	10
Fig.8 – Tipos de Nós segundo ASCE-ACI (1998) e ACI-318 (2002).....	11
Fig.9 – Aproximação da solução de uma função.....	14
Fig.10 – Exemplo de aplicação de elementos finitos	15
Fig.11 – Resolução do um problema matemático através do MEF	17
Fig.12 – Modelo da Corda Painei para uma viga de betão armado	18
Fig.13 – Elementos constituintes do Método da Corda Painei	19
Fig.14 – Modelos de escoras e tirantes obtidos pela metodologia de Harisis (1991)	22
Fig.15 – (a) Modelo de dimensionamento; (b) Modelo de rotura.....	24
Fig.16 – (a) Campo de tensões; (b) Energia de deformação em função do braço da força.....	24
Fig.17 – Junção Viga/Pilar (a) Modelo estrutural; (b) Optimização topológica; (c) Modelos de escoras e tirantes; (d) Armaduras.....	27
Fig.18 – Junção Vigas/Pilar (a) Modelo estrutural; (b) Optimização topológica; (c) Modelos de escoras e tirantes; (d) Armaduras.....	27
Fig.19 – Representação gráfica do processo de optimização utilizando tensões principais; (a) - Primeira iteração; (b) - Segunda iteração	28
Fig.20 – Viga parede com abertura estudada por Hyunsun Kim	29
Fig.21 – Resultado do método de optimização da metodologia proposta por Hyusun Kim	30
Fig.22 – Gráficos dos diferentes tipos de comportamento dos materiais	32
Fig.23 – Seleção do tipo de análise a usar - Estado Plano de Tensão	34
Fig.24 – Introdução das coordenadas dos nós principais.....	34
Fig.25 – Criação de um contorno para definição geométrica da estrutura.....	35
Fig.26 – Painei - Espessura e Material	35
Fig.27 – Aplicação de Cargas	36
Fig.28 – Criação da malha de elementos finitos.....	36
Fig.29 – Introdução das condições de apoio	37

Fig.30 – Estrutura pronto a ser calculada	37
Fig.31 – Resultados	38
Fig.32 – Visualização dos resultados em tabelas	38
Fig.33 – Tratamento dos resultados no Microsoft Excel	39
Fig.34 – Viga Parede.....	41
Fig.35 – Modelo da Viga parede do Robot	42
Fig.36 – Tensões de Von Mises.....	42
Fig.37 – Viga Parede - Primeira Iteração.....	43
Fig.38 – Viga Parede - Segunda Iteração.....	43
Fig.39 – Viga Parede - Terceira Iteração	43
Fig.40 – Viga Parede - Quarta Iteração	44
Fig.41 – Viga Parede - Modelo de Escoras e tirantes ideal.....	44
Fig.42 – Viga Parede com abertura	45
Fig.43 – Modelo da viga parede com abertura	45
Fig.44 – Viga parede com abertura - Primeira Iteração.....	46
Fig.45 – Viga parede com abertura - Segunda Iteração.....	46
Fig.46 – Viga parede com abertura - Terceira Iteração	47
Fig.47 – Viga parede com abertura - Quarta Iteração	47
Fig.48 – Método de escoras e tirantes ideal para a viga parede com uma abertura.....	48
Fig.49 – Viga Parede com duas aberturas.....	48
Fig.50 – Modelo de elementos finitos da viga parede com duas aberturas	49
Fig.51 – Tensões de Von Mises da Viga parede com duas aberturas	49
Fig.52 – Viga parede com duas aberturas - Primeira iteração	50
Fig.53 – Viga parede com duas aberturas - Segunda iteração	50
Fig.54 – Viga parede com duas aberturas - Terceira iteração.....	51
Fig.55 – Viga parede com duas aberturas - Quarta iteração.....	51
Fig.56 – Modelo de escoras e tirantes óptimo para a viga parede com duas aberturas	52
Fig.57 – Modelo de escoras e tirantes óptimo para a viga parede com duas aberturas (esquema).....	52
Fig.58 – Consola curta	53
Fig.59 – Modelo de elementos finitos da Consola Curta	53
Fig.60 – Consola curta – Primeira Iteração.....	54
Fig.61 – Consola curta – Segunda Iteração.....	54
Fig.62 – Consola curta – Terceira Iteração.....	55

Fig.63 – Consola curta – Quarta Iteração	55
Fig.64 – Consola curta – Quinta Iteração	56
Fig.65 – Modelo de escoras e tirantes óptimo para a Consola Curta.....	56
Fig.66 – Modelo de escoras e tirantes óptimo para a Consola Curta (esquema)	57

SÍMBOLOS E ABREVIATURAS

σ_1 – Tensão principal mínima

σ_2 – Tensão principal máxima

σ_{ced} - Tensão de cedência

σ_{rot} - Tensão de rotura

σ_x - Tensão segunda o eixo das abcissas

σ_y - Tensão segunda o eixo das ordenadas

τ_{xy} - Tensão de corte entre os planos x e y

Φ – Vector dos deslocamentos

Σ - Somatório

K – Rigidez

E - módulo de elasticidade [GPa]

F – Força Concentrada

N – Número total de Elementos

P – Vector das forças nodais

V – Volume do elemento [m³]

MET – Método de Escoras e Tirantes

MEF – Método dos Elementos Finitos

MCP – Método da Corda Painei

1

DESCRIÇÃO E OBJECTIVOS DA TESE

1.1. RESUMO DE CADA UM DOS CAPÍTULOS

A tese apresentada está estruturada em sete capítulos. Neste primeiro capítulo apresenta-se o tema que vai ser estudado e descrevem-se os principais objectivos a desenvolver no presente trabalho. Ainda no primeiro capítulo são descritos os objectivos desta dissertação e feitas pequenas abordagens aos vários subtemas abordados.

No segundo capítulo é feita uma contextualização histórica sobre o método de escoras e tirantes e são também apresentados os fundamentos principais do mesmo método.

No terceiro capítulo, descrevem-se outros métodos que analogamente ao método de escoras e tirantes possibilitam uma análise das estruturas onde a hipótese de Bernoulli não é válida. Estes métodos são o método dos elementos finitos, o método da corda painel e o método do caminho de carga. É dado especial ênfase ao método dos elementos finitos uma vez que este também será alvo desta dissertação e necessário para a apresentação do método proposto.

No quarto capítulo são descritos vários métodos de optimização dos modelos de escoras e tirantes propostos por vários autores. É importante salientar que o método de escoras e tirantes é já um processo aceite pela comunidade científica e usado para o dimensionamento de estruturas de betão armado. No entanto, a utilização do método de escoras e tirantes não é um procedimento sistemático. Isto torna a sua utilização difícil em estruturas mais complexas onde é difícil definir um esquema óptimo. Nesta tese, no quarto capítulo, apresentam-se os métodos que têm vindo a ser desenvolvidos para encontrar o método de escoras e tirantes óptimo para cada estrutura.

No quinto capítulo é apresentado um método de optimização estudado para a realização do presente trabalho e no capítulo seis são apresentados os resultados do mesmo método na perspectiva de validar e mostrar sua eficiência.

Por fim, no sétimo e último capítulo encontram-se as conclusões e propostas de desenvolvimentos futuros.

1.2. OBJECTIVOS DO TRABALHO

O objectivo do presente trabalho é a criação e estudo de um processo de optimização para a escolha do método de escoras e tirantes ideal para cada estrutura de betão armado. A definição da metodologia foi

precedida de um estudo acerca do método de escoras e tirantes e de todos os conceitos básicos em que assenta o mesmo método.

Assim serão abordados temas como a hipótese de Bernoulli, princípio de Saint-Venant, teoremas superior e inferior da plasticidade, tipos de escoras e de nós, método dos elementos finitos, método da corda painel, método do caminho de cargas, tensão de Von Mises.

A criação de um método de optimização de escoras e tirantes para estruturas de betão armado foi acompanhada de um estudo aprofundado sobre vários documentos de outros autores que apresentam procedimentos similares. Neste estudo, o processo de optimização é baseado na eliminação de elementos que tenham tensões de Von Mises desprezáveis.

A análise das estruturas é feita num programa de elementos finitos, o “Autodesk Robot Structural Analysis”, de onde são extraídos os valores das tensões, posteriormente tratados no “Microsoft Excel” e são eliminados os pontos com valores de tensão mais baixos.

2

O MÉTODO DE ESCORAS E TIRANTES

2.1. INTRODUÇÃO

O dimensionamento de estruturas de betão armado tem vindo a sofrer várias alterações quer a nível regulamentar, quer a nível da exigência por parte da comunidade científica, uma vez que é cada vez maior a exigência por parte de uma sociedade onde se combate a incerteza e se promove um dimensionamento seguro, económico, de qualidade e apoiado na ciência.

Actualmente as estruturas têm que ser dimensionadas com um rigor extremo, o que faz com que, cada vez mais, seja difícil dimensionar com segurança estruturas recorrendo a regras empíricas ou a resultados experimentais.

Esta problemática originou várias investigações no sentido de encontrar um processo que se apoiasse em bases científicas e racionais, e que permitisse o dimensionamento de todas as estruturas de betão armado.

A dificuldade de dimensionamento não é geral, sendo que existem várias estruturas para as quais a já conhecida “Hipótese de Bernoulli” permite um dimensionamento seguro e funcional.

No entanto, muitas outras estruturas de betão armado não podem ser dimensionadas de maneira eficaz segundo esta mesma hipótese. Foi então necessário encontrar novos métodos que permitiriam dimensionar todas as estruturas com precisão.

O método das escoras e tirantes, o método dos elementos finitos e o método da corda painel são o fruto desta problemática e a sua solução. Todos estes métodos estão já bastante implementados dentro da sociedade científica e permitem uma análise sistemática de elementos estruturais descontínuos, assim como, permitem um entendimento perfeito sobre a estrutura e a visualização do seu mecanismo resistente.

2.2. INTRODUÇÃO DO MÉTODO DE ESCORAS E TIRANTES

2.2.1. HISTÓRICO

Foi já referido que nem todas as estruturas podem ser dimensionadas segundo a “Hipótese de Bernoulli”. Este problema fez com que vários investigadores procurassem métodos alternativos para dimensionar as restantes estruturas de forma precisa.

Foi no início do século XX que a ideia da “Analogia de Treliça” foi introduzida por Ritter e Mörsch. A “Analogia clássica da Treliça” faz a comparação entre uma viga de betão armado, depois de sofrer fissuração, e uma treliça de banzos paralelos em quase toda a extensão da viga, sendo apenas nas zonas dos apoios onde o banzo superior se encontra inclinado até se encontrar com o inferior. As diagonais comprimidas apresentam inclinações Θ menores ou iguais a 45° em relação ao eixo longitudinal da viga, sendo que Θ varia conforme a largura da alma e também da taxa de armadura transversal. Estas diagonais são delimitadas pelas fissuras, isto é, cada diagonal está compreendida entre duas fissuras sucessivas.

Esta ideia foi de facto genial e continua a ser utilizada até aos dias de hoje para o cálculo de armaduras transversais necessárias ao combate do esforço transversal e do momento torsor.

A “Analogia de Treliça” foi refinada na década de 60 por pesquisadores como Kupfer (1964), Rüschi (1964) e Leonhardt (1965), e mais recentemente por Thürlimann (1979), Chen (1982), Nielsen (1984) e Marti (1985,a 1985b) que melhoraram os modelos de dimensionamento e contribuíram para a criação de uma base científica sólida e fundamentada na Teoria da Plasticidade.

A forma mais generalizada e sistematizada da Analogia de Treliça é conhecida como Método das Escoras e Tirantes, e teve sua base fortemente fundamentada ou pelo menos amplamente divulgada no trabalho de Schlaich et al. (1987,1991), que pela primeira vez deu uma atenção especial aos nós e aos estados múltiplos de tensão actuantes nas escoras.

Adicionalmente Schlaich et al. (1987,1991) lançaram a ideia de subdividir as estruturas em zonas distintas de comportamento, denominadas de “Zonas D” e “Zonas B”, de maneira a estabelecer critérios consistentes para o dimensionamento.

2.2.2. HIPÓTESE DE BERNOULLI

A “Hipótese de Bernoulli” estabelece que as secções planas permanecem planas após a flexão do elemento, o que facilita muito o dimensionamento dos elementos lineares de betão ao considerar que a distribuição de tensões ao nível da secção transversal é mantida linear, desde o início do carregamento até a ruína da estrutura como se pode observar pela na Figura 1.

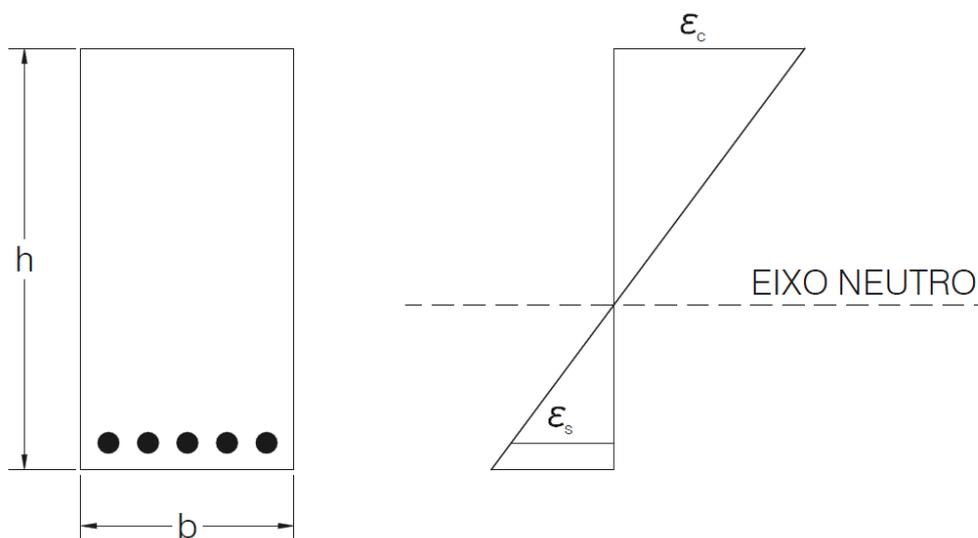


Figura 1 - Distribuição linear de deformações numa viga de betão armado

Na “Hipótese de Bernoulli”, costuma-se desprezar as deformações de distorção provocadas pela força de corte, o que facilita a solução da equação diferencial da linha elástica, definida na equação (1):

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{M}{EI} + \frac{d}{dx} \left(k \frac{V}{GA} \right) \quad (1)$$

Onde:

- y é o deslocamento vertical;
- M é o momento flector;
- EI a rigidez à flexão;
- GA a rigidez ao corte;
- V o esforço transversal;
- K é uma constante.

Na hipótese de Bernoulli o esforço transversal tem um papel praticamente nulo, sendo que, nas estruturas onde este esforço é preponderante, não é possível a aplicação desta mesma hipótese.

Exemplos de estruturas onde o esforço de corte não é desprezável são por exemplo: vigas parede, consolas curtas, estruturas com aberturas e zonas onde existem variações bruscas de secção. Também podem ser consideradas as regiões das estruturas onde surgem cargas concentradas como por exemplo as zonas de ancoragem de pré-esforço.

2.2.3. TEOREMAS LIMITE DA PLASTICIDADE

Estes teoremas foram introduzidos em 1938 por Gvozdev (1938) foram intensamente refinados e validados na década de 50, por pesquisadores como Drucker (1952) e Prager (1959), com o objectivo de obter o comportamento de ruptura de materiais com comportamento elastoplástico perfeito.

O Teorema do Limite Inferior da Teoria da Plasticidade estabelece que: se há um conjunto de cargas externas, as quais estão em equilíbrio com um estado de tensão no interior da estrutura, no qual em nenhum ponto se excede o critério de ruptura para o material, não podem ocorrer colapsos e as cargas externas são um limite inferior para as verdadeiras cargas de colapso; ou por outras palavras: se o estado de tensão da estrutura não supera o critério de plastificação em nenhum ponto, então não ocorre ruptura (se o campo de tensões for estaticamente admissível).

O Teorema do Limite Superior da Teoria da Plasticidade estabelece que a estrutura deve entrar em colapso se existir um padrão compatível de deformação plástica para a qual a taxa de forças externas fará um trabalho igual ou superior a taxa de dissipação interna. De uma maneira resumida, este teorema estabelece que se um caminho de ruptura existe, a estrutura irá seguir este caminho, fornecendo um limite superior para a carga limite.

Estes dois limites não podem ser encontrados com precisão para problemas práticos, por isso estes dois teoremas descritos anteriormente tornam possível uma boa aproximação para fins de engenharia. Particularmente, o Método de escoras e tirantes é fundamentado no Teorema Inferior da Teoria da Plasticidade, admitindo-se a hipótese que a capacidade resistente do aço (armaduras) irá esgotar antes da capacidade resistente do betão, promovendo uma rotura dúctil.

2.2.4. ZONAS B E ZONAS D

Podem-se distinguir duas zonas dentro das estruturas de betão armado segundo Schlaich et al. (1987).

As Zonas B (onde B significa Bernoulli ou “Beam”), que seguem a “Hipótese de Bernoulli”, isto é, apresentam deformações lineares ao longo da secção transversal, de maneira que podem ser dimensionadas aplicando as hipóteses clássicas da teoria geral da flexão, fundamentada no trabalho de Rüsç (1964).

As Zonas D (onde D significa “discontinuity”, “disturbance ” ou “detail”) apresentam deformações não lineares ao longo da secção transversal, e as rotinas convencionais de dimensionamento tornam-se inadequadas e até mesmo inseguras. Para estas zonas, frequentemente dimensionadas utilizando critérios empíricos, o Método das Escoras e Tirantes deve ser aplicado, sendo capaz de fornecer um critério de dimensionamento sistemático, racional e seguro.

Os modelos de treliça usuais são capazes de analisar as Zonas B fissuradas. Por outro lado, os modelos de escoras e tirantes representam, simplificadamente, o fluxo interno de tensões nas Zonas D, possibilitando uma análise simultânea destas e das Zonas B. O método das escoras e tirantes é portanto um procedimento não só mais abrangente, como também mais sofisticado na análise e projecto de estruturas.

Na Figura 2 estão representados exemplos de Zonas B e D.

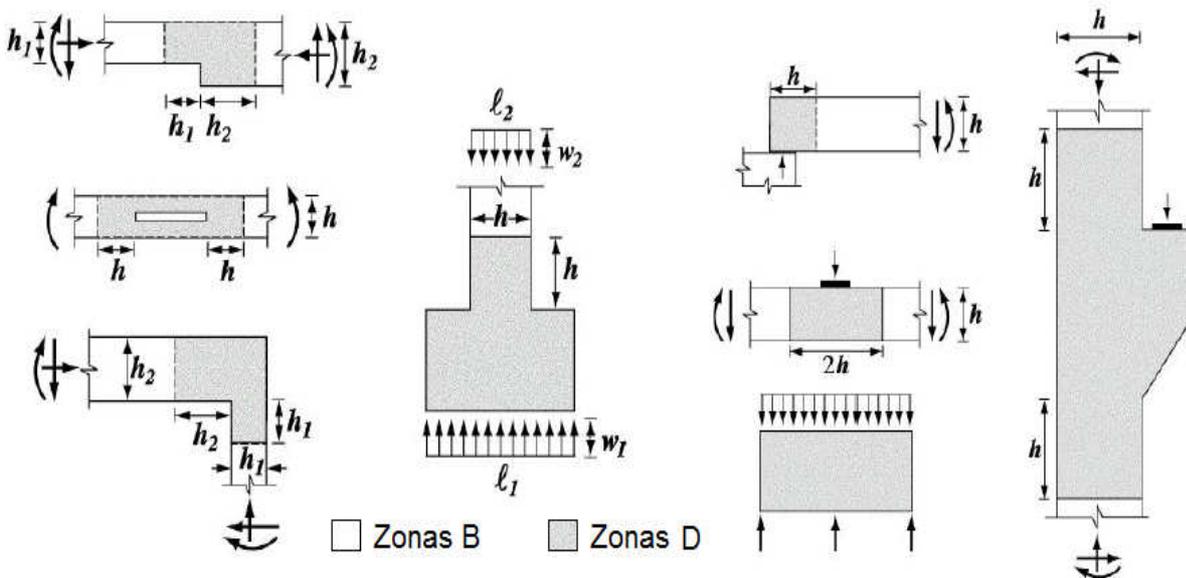


Figura 2 - Zonas B e Zonas D (adoptado de ACI-318)

2.2.5. PRINCÍPIO DE SAINT-VENANT

O problema do dimensionamento das estruturas passa por analisar correctamente as Zonas D. A localização destas zonas pode ser feita aplicando o Princípio de Saint-Venant que estabelece que: se existirem dois sistemas estaticamente equivalentes de forças aplicados na mesma região de um contorno, em corpos diferentes mas geometricamente idênticos, as diferenças ocorridas nas tensões serão desprezáveis em regiões suficientemente afastadas da área de aplicação das cargas. No entanto, imediatamente abaixo do ponto de aplicação das cargas, surgirão diferenças significativas de tensão.

O Princípio de Saint-Venant pode ainda ser estendido para regiões com geometrias irregulares, pois estas também provocam uma quebra na linearidade das deformações ao longo da altura do elemento estrutural. É então comum classificar as perturbações de ordem estática (causadas pela aplicação de cargas) ou de ordem geométrica (causadas por mudanças bruscas na geometria da estrutura).

Assim, segundo o princípio de Saint-Venant, a uma distância h da aplicação de uma carga concentrada (ou de qualquer descontinuidade) tudo se passa como se a carga estivesse uniformemente distribuída (ou na ausência de perturbação). A distância h é aproximadamente igual à maior dimensão da secção transversal da estrutura. Esta distância define a amplitude da Zona D. A Figura 3 elucida esquematicamente o Princípio de Saint-Venant.

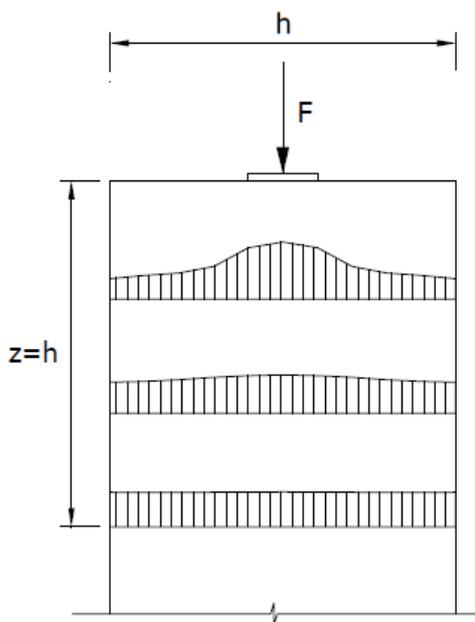


Figura 3 - Aplicação do Princípio de Saint-Venant

A divisão da estrutura em Zonas B e Zonas D é de grande importância para a compreensão estrutural da transmissão das forças internas. Esta divisão também demonstra que a classificação de vigas, vigas parede e consolas curtas em função da razão l/h não é a mais apropriada. Para uma classificação coerente tanto as cargas como a geometria devem ser consideradas.

2.3. CONCEITOS FUNDAMENTAIS DO MÉTODO DE ESCORAS E TIRANTES

2.3.1. O MÉTODO DE ESCORAS E TIRANTES

O método de escoras e tirantes é proposto para a resolução de qualquer estrutura de betão armado segundo a generalização da treliça de Mörsh. Esta proposta é justificada pelo facto das estruturas de betão armado poderem ser idealizadas a suportar as cargas por um conjunto de campos unidireccionais de tensões de compressão interligados por tirantes. Os tirantes podem ser varões de armadura, cabos de pré-esforço ou campos unidireccionais de tensões de tracção no betão. Para efeitos de cálculo, o método das escoras e tirantes condensa todas as tensões em barras sujeitas a esforços axiais de compressão ou tracção ligadas por nós.

No entanto, importa referir que se trata de uma idealização levada ao extremo. Na realidade, a tensão de tracção do betão, forças de aderência, etc., são mobilizadas quando a carga assume valores crescentes de modo a obter uma resposta tão rígida quanto possível. Com a fendilhação, a aderência aço / betão pode deteriorar-se gradualmente estabelecendo sucessivos novos sistemas estáticos. Porém, na fase de rotura, a distribuição de tensões identifica um modelo de escoras e tirantes único. Apesar

disso, uma pormenorização cuidada das armaduras assume especial importância, de modo a assegurar que as forças no modelo se podem desenvolver e transmitir para as zonas pretendidas.

Os modelos de escoras e tirantes podem levar a um entendimento mais claro do comportamento da estrutura, já que evidenciam o esqueleto resistente da mesma.

2.3.2. TIPOS DE MODELOS DE ESCORAS E TIRANTES

O método de escoras e tirantes é uma representação dos campos de tensões dos elementos estruturais, que tem demonstrado elevadas potencialidades na resolução de problemas de betão estrutural e permite também a simulação eficaz do comportamento da zona em estudo após fendilhação do betão.

O objectivo dos modelos é reproduzir as trajectórias de tensões da zona em estudo, podendo em geral ser-se conduzido a três tipos de modelos:

- Modelos cinemáticos, onde o equilíbrio apenas é garantido para uma determinada configuração geométrica do modelo. Estes modelos são, por vezes, os que melhor reproduzem as trajectórias das cargas. Lourenço e Almeida (2000) apresentaram em 2000 uma metodologia para a resolução deste tipo de modelos, com o objectivo da automatização do processo de dimensionamento;
- Modelos isostáticos, típicos de zonas B e também correntemente utilizados em zonas D. São os mais simples de calcular, porém a sua utilização, com o objectivo de evitar os modelos cinemáticos, poderá conduzir a situações que localmente se afastam das condições de compatibilidade;
- Modelos hiperstáticos, em geral resultam da sobreposição de dois modelos possíveis com o objectivo de aproximar o modelo final à solução obtida pela teoria da elasticidade.

Estes modelos são constituídos por escoras, que representam os campos de compressão e são simbolizadas por uma linha tracejada. Os tirantes que representam os campos de tracção, que por sua vez vão dar lugar as várias camadas de armaduras são representados por linhas contínuas. A união das escoras e dos tirantes é feita por elementos designados por nós ou regiões nodais.

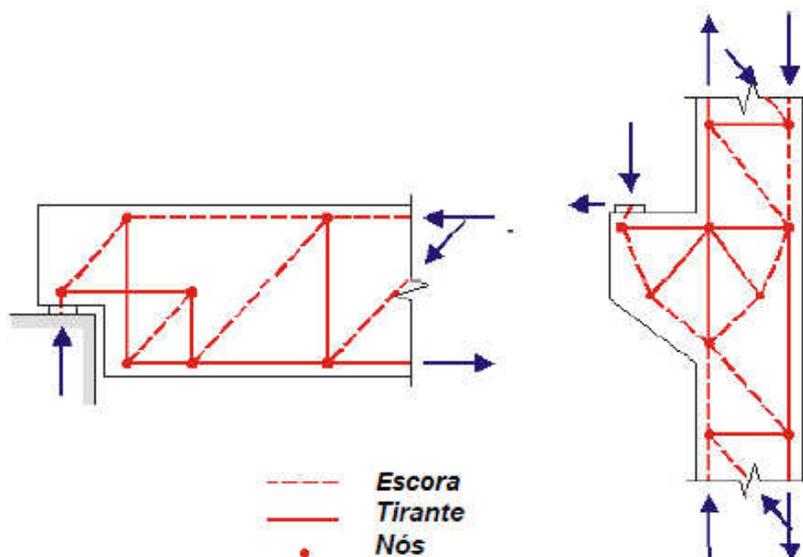


Figura 4 - Modelos de Escoras e Tirantes (adaptado de Tjhin e Kuchma, 2002)

2.3.3. ESCORAS

Existem três tipos de escoras que, de acordo com Schäfer, Schlaich (1987) são suficientes para cobrir os vários tipos de compressão que aparecem no betão armado. Na Figura 5 podem-se observar os três diferentes tipos de escoras.

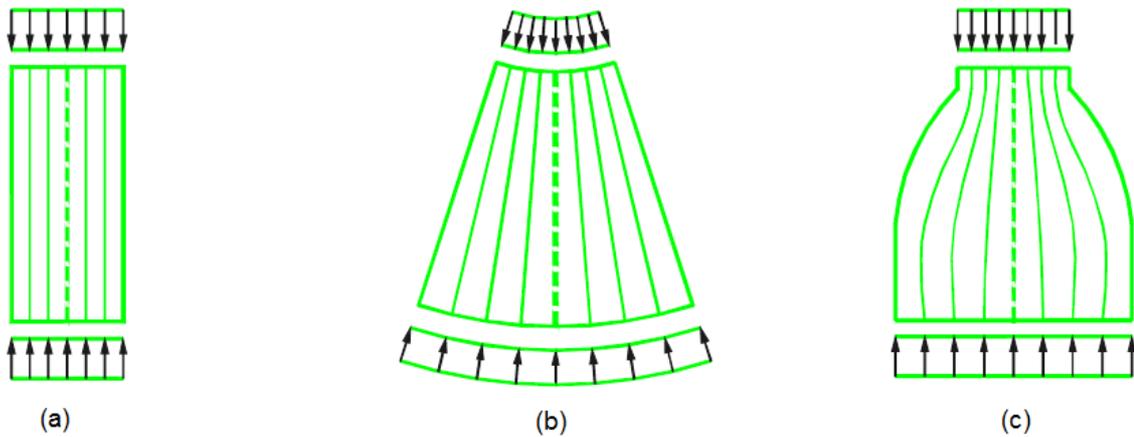


Figura 5 - Tipos de Escoras; (a) Escora Prismática; (b) Escora em Leque; (c) Escora em Garrafa

Conforme ilustra a Figura 5, existem três configurações típicas para as escoras de betão, nomeadamente:

- Escora prismática ou paralela: traduz um campo de tensões que se distribui uniformemente, sem qualquer tipo de perturbação e onde não existem tensões transversais de tracção. Este tipo de escora é característico das “Zonas B”.
- Escora tipo leque: simula um campo de compressões onde as tensões de tracção transversais são desprezáveis. Este tipo de escora é frequentemente encontrado em Zonas D, junto aos pontos de aplicação de cargas concentradas.
- Escora garrafa: traduz um campo de compressões com curvaturas localizadas, isto é, uma distribuição da tensão em linhas curvilíneas com afunilamento da secção, e portanto geram tracções transversais consideráveis. Escoras em garrafas são campos de tensão resultantes de um encaminhamento directo das cargas para os apoios.

Já Marti (1985) indica um caso adicional:

- O arco (ver Figura 6);

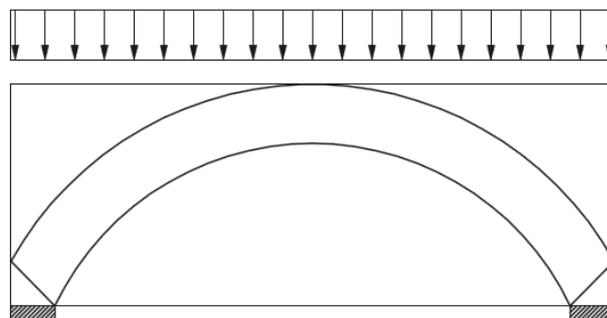


Figura 6 - Exemplo do efeito de arco (Marti, 1985)

2.3.4. NÓS E TIRANTES

Um nó é uma idealização de uma zona de betão na qual ocorrem mudanças bruscas nas direcções das forças, sejam estas provenientes das escoras comprimidas, dos tirantes traccionados ou de forças de ancoragem e forças externas – acções concentradas ou reacções de apoio. No entanto, esta mudança brusca de direcção das forças, a qual se idealiza, simplificada, a acontecer pontualmente, na realidade ocorre num determinado comprimento e numa determinada largura do elemento estrutural de betão armado.

Segundo Schlaich e Schäfer (1987), os nós dos modelos de escoras e tirantes podem ser de dois tipos:

- Nós singulares ou concentrado (“concentrated” ou “singular”): são nós onde as forças concentradas são aplicadas e o desvio da força é feito localmente. Estes nós são críticos e devem ter as suas tensões verificadas, com o objectivo de equilibrar as forças provenientes das escoras e dos tirantes sem produzir deformações excessivas capazes de provocar fissuração.

Para o dimensionamento do nó, é necessário dispor da geometria do mesmo, assim como a informação acerca do seu estado de tensão, da resistência do betão usado, das armaduras e as suas condições de ancoragem.

- Nós contínuos (“continuous” ou “smeared”): nestes nós o desvio da força ocorre em comprimentos satisfatórios, onde as armaduras podem ser ancoradas sem grandes problemas. Desde que os critérios de ancoragem sejam verificados, estes nós usualmente não são críticos, não necessitando de verificações adicionais.

Estes dois tipos de nós estão representados na Figura 7.

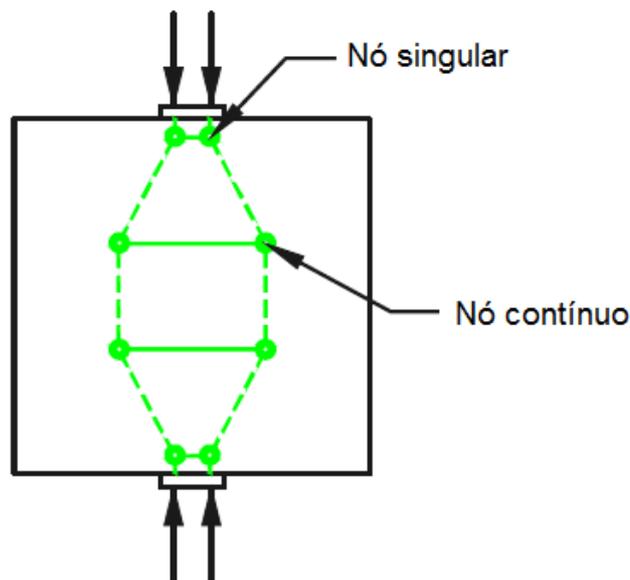


Figura 7 - Tipos de Nós

Os nós podem ainda ser classificados segundo a proposta sugerida pela ASCE-ACI (1998) e pelo ACI-318 (2002) conforme a ilustra a Figura 8.

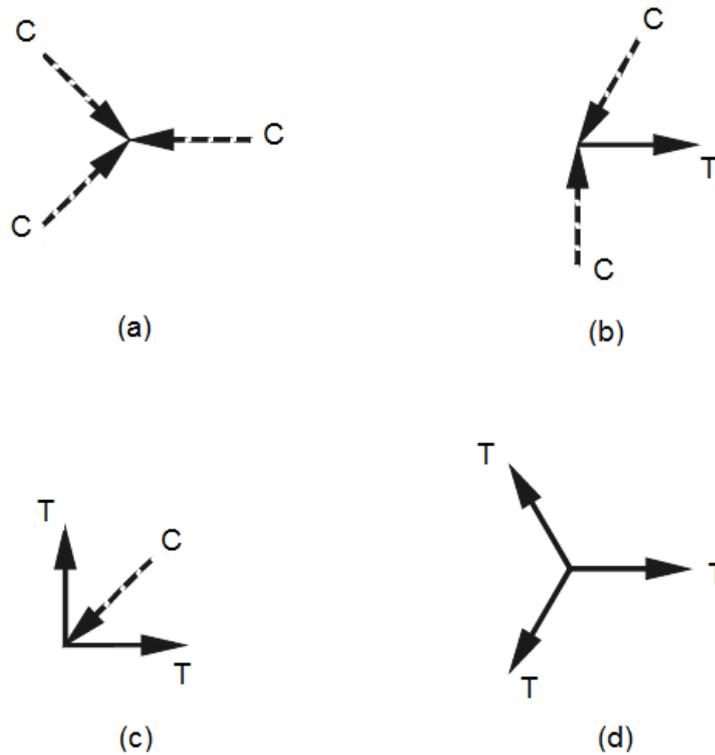


Figura 8 - Tipos de Nós segundo ASCE-ACI (1998) e ACI-318 (2002)

Observe-se que podem surgir quatro tipos de nós:

- CCC – É um tipo de nó onde convergem apenas escoras;
- CCT – É um tipo de nó circundado por escoras e por um único tirante;
- CTT – É um tipo de nó circundado por uma escora e por tirantes numa ou mais direcções;
- TTT – É um tipo de nó nodal circundado por três ou mais tirantes.

Os tirantes são os elementos do modelo de escoras e tirantes que absorvem os esforços de tracção, e são normalmente constituídos por barras de aço, pois o betão possui uma resistência à tracção consideravelmente baixa.

3

OUTROS MÉTODOS DE ANÁLISE DE ESTRUTURAS

3.1. INTRODUÇÃO

Foi já referido, que certas zonas das estruturas de betão armado são ainda correntemente dimensionadas através de regras práticas, com recurso a resultados experimentais ou através de experiência adquirida. Este tipo de tratamento é inadequado e tem sido uma das principais razões para o aparecimento de patologias em várias estruturas.

Estas zonas foram definidas como zonas de descontinuidade (Zonas D). Para um dimensionamento mais correcto deste tipo de regiões podem ser utilizados diversos métodos na determinação das tensões e/ou esforços:

- Métodos baseados na análise elástica linear: esta análise apoia-se geralmente no método dos elementos finitos (MEF) e pode ser utilizada tanto para os estados limites de utilização como para os estados limites últimos;
- Métodos baseados na análise plástica: o método mais utilizado é o modelo de escoras e tirantes que se apoia no teorema do limite inferior da plasticidade (este método foi já abordado no capítulo 2). Este modelo é uma generalização dos modelos de treliça de Mörsh. Porém, para a sua correcta aplicação devem ser satisfeitas certas condições de ductilidade;
- Métodos baseados na análise não linear: são métodos que também se apoiam no MEF e têm em conta o comportamento não linear dos materiais (variação da rigidez/elasticidade com as deformações/tensões). Normalmente são utilizados para a verificação aos estados limites últimos e de utilização. São métodos bastante consistentes porém muito rigorosos o que dificultam a sua aplicação.

3.2. MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

O Método dos Elementos Finitos (MEF) teve a sua origem em processos de análise de estruturas propostos nos séculos XVIII e XIX, e a sua configuração actual resulta da confluência de desenvolvimentos de várias áreas como a mecânica, a matemática, a análise numérica e a computação.

Em 1795 Gauss propôs o uso de funções de aproximação para obter a solução de problemas matemáticos. Estas funções deveriam ser baseadas na expectativa do comportamento da solução que se deseja determinar de forma aproximada, e o processo numérico encarrega-se de encontrar alguns parâmetros que ajustem a função de aproximação à solução do problema. Por exemplo, para se

determinar os deslocamentos de uma placa quadrada simplesmente apoiada submetida a uma pressão constante, espera-se, com base em conhecimentos de mecânica dos sólidos (ou bom senso) que os deslocamentos máximos ocorram no centro da placa, sejam nulos nas bordas e variem suave e continuamente entre estes pontos. Pode-se utilizar então uma função qualquer com estas características.

Como restrição a este procedimento, existe o problema de se definir uma função apropriada. Para problemas minimamente complexos, a escolha de uma boa aproximação pode ser difícil ou mesmo impossível, já que requer uma boa ideia da solução do problema.

Uma das técnicas utilizadas dentro deste princípio é a da regressão linear, ou dos mínimos quadrados.

Durante o século XIX, boa parte dos problemas básicos de mecânica dos sólidos foram equacionados por matemáticos, sendo porém que soluções analíticas eram possíveis apenas para casos específicos, exigindo um grande número de simplificações. Com base em trabalhos de cientistas como Bernoulli, Lagrange e Stevin, que assentaram as bases para o princípio dos trabalhos virtuais ainda no século XVIII, foram elaborados as bases que sustentam a formulação dos métodos energéticos na engenharia estrutural. Tornava-se possível a análise de estruturas hiperestáticas, desde que se enfrentasse a aritmética trabalhosa requerida para os sistemas algébricos obtidos. A estas técnicas denominou-se análise matricial de estruturas, sendo os métodos das forças e dos deslocamentos as suas principais variantes.

Em 1943 o matemático Courant (1943) propôs, modificando a ideia inicial de Gauss, que não se tentasse utilizar uma única função para aproximar a solução em toda a região de interesse ou domínio mas que se partisse para funções válidas apenas numa pequena parte do domínio. Assim, para aproximar um problema onde a solução pretendida é uma incógnita mas o seu comportamento é conhecido (ver por exemplo Figura 9), poder-se-ia utilizar não uma única função para descrever toda solução, mas várias funções lineares que aproximassem a solução final. Na Figura 9 demonstra-se a ideia proposta por Courant (1943), onde se vê que quanto maior o número de funções lineares usadas para aproximar a solução exacta (a preto), maior será o rigor da solução aproximada (a vermelho é visível uma solução muita menos refinada do que a solução a azul que utiliza um maior número de funções de aproximação).



Figura 9 - Aproximação da solução de uma função

As ideias de Courant (1943), apresentadas sem o devido destaque na época, permaneceram por muitos anos esquecidas. Nos anos 40, de forma independente, Hrenikoff (1941) propôs uma metodologia para análise de placas usando um sistema de treliça equivalente composto por barras e vigas ligadas entre si. Argyris (1964) na Alemanha e Mc Henry (1943) nos Estados Unidos deram grande impulso às

técnicas matriciais de análise estrutural. Em 1956, num projecto para a empresa Boeing, vários investigadores nomeadamente Turner, Clough, Martin e Topp, propuseram que se modelassem painéis de aeronaves a partir de pequenos triângulos, capazes de cobrir toda a superfície de cada peça, com base num método já consolidado de análise estrutural conhecido como análise matricial. O comportamento de cada elemento triangular seria descrito matematicamente, aproximado localmente, sendo o comportamento global obtido a partir da compatibilização dos diversos elementos. A partir do estudo do que ocorre a nível local, consegue-se descrever aproximadamente o comportamento global, tendo-se por base conceitos da mecânica dos sólidos.

Coube a Clough (1960) introduzir, pela primeira vez, o termo elemento finito no artigo – “The finite element method in plane stress analysis”. Se, inicialmente, o MEF foi desenvolvido como um método de simulação baseado em computação para análise de estruturas aeronáuticas, no final dos anos 60 passou a ser utilizado para a simulação de problemas não estruturais em fluidos, termodinâmica e electromagnetismo. Embora o método tenha já sido extensivamente usado no campo das estruturas mecânicas, hoje em dia tem sido aplicado satisfatoriamente como uma técnica eficiente e bem fundamentada para obter a solução computacional de problemas complexos em diferentes campos da engenharia como por exemplo: civil, mecânica, nuclear, biomédica, hidrodinâmica, entre outras. Por outro lado, o MEF pode ser visto como uma poderosa ferramenta para a obtenção da solução aproximada de equações diferenciais de diferentes processos físicos.

O MEF é uma técnica usada para resolver equações diferenciais parciais. A sua primeira característica é o campo contínuo, ou domínio, subdividido em células, chamados elementos, os quais formam uma malha. Na Figura 10 encontram-se os resultados de uma estrutura definida num software de elementos finitos.

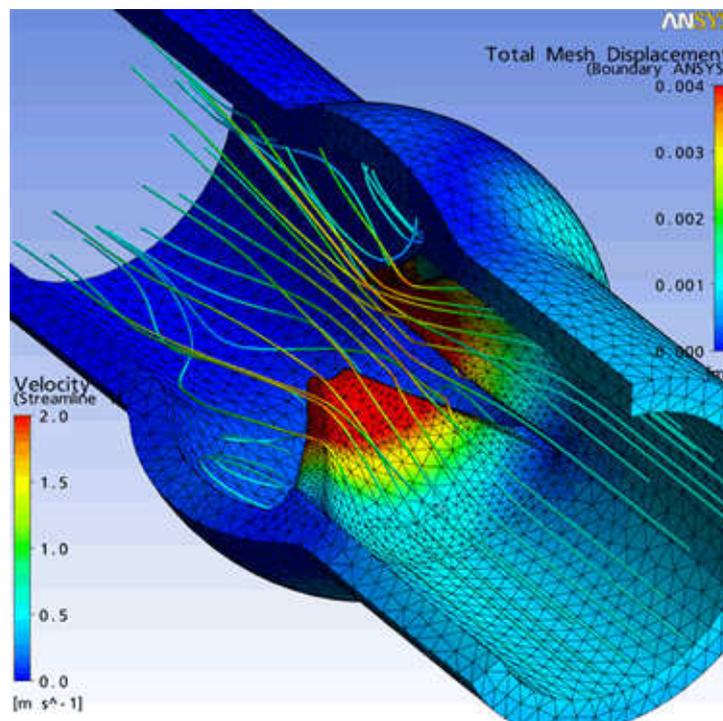


Figura 10 - Exemplo de aplicação de elementos finitos

Normalmente, os elementos têm uma forma triangular ou quadrada, podendo ser rectilíneos ou curvilíneos. A malha em si não necessita ser regular, o que faz com que muitas geometrias complexas

possam ser tratadas com facilidade. A segunda característica do MEF é que a solução do problema é assumida, a priori, para ter uma forma pretendida. A solução tem que pertencer a um espaço de funções, sendo que este é constituído por valores de uma dada função, os quais podem variar de várias maneiras, por exemplo, linearmente ou quadraticamente, entre os valores dos pontos nodais. Os pontos nodais, ou nós, são pontos típicos dos elementos como os vértices, os pontos médios dos lados, os pontos médios do elemento, entre outros. Devido a esta escolha, a representação da solução fica fortemente vinculada à representação geométrica do domínio. A terceira característica do MEF é a procura de uma solução integral da equação diferencial parcial. De forma geral, a formulação integral é obtida a partir da formulação residual ponderada. Devido a esta formulação, o método adquire a capacidade para incorporar naturalmente condições fronteira do tipo diferencial. Esta propriedade constitui a segunda importante vantagem do MEF, a qual não é partilhada por nenhum outro método.

Considerando rigorosamente todas as condições fronteira, a formulação do MEF representa a solução através de um dado espaço de funções, que dá ao método uma fundamentação matemática extremamente rigorosa e robusta, e permite, por exemplo uma boa definição da precisão.

Uma última característica do MEF é a maneira como a discretização dos elementos é obtida. As equações são construídas a partir das contribuições de cada nível do elemento, os quais, mais tarde, são então reunidos.

3.2.1. PASSOS PARA A DISCRETIZAÇÃO DE UMA ESTRUTURA EM ELEMENTOS FINITOS

De acordo com Rao (1999), a solução geral de um problema estático da área de engenharia de estruturas, utilizando o Método dos Elementos Finitos pode ser obtida através dos seguintes passos:

- Passo 1 – Discretização da estrutura:

O primeiro passo no MEF é dividir a estrutura em vários elementos. Nesta etapa deve-se decidir qual o tipo, tamanho e número de elementos finitos a utilizar. Todos estes factores são de extrema importância no desenrolar da análise de elementos finitos uma vez que:

O número de elementos finitos está relacionado com a precisão desejada, assim, quanto maior o número de elementos finitos maior será a precisão da solução (existe no entanto um limite para o qual o aumento de elementos não conduz ao refinamento da resposta).

O tamanho dos elementos tem influência na convergência da solução. É usual a utilização de elementos bidimensionais e tridimensionais de razão unitária entre a maior e a menor dimensão.

O tipo de elementos usados para a discretização do meio contínuo é unidimensional, bidimensional ou tridimensional. Os elementos utilizados para o betão são do tipo iso-paramétricos, isto é, contêm três nós ao longo dos vários eixos do elemento.

- Passo 2 – Seleção de um modelo adequado de deslocamento ou interpolação:

Nem sempre é fácil obter com precisão a deformada de uma estrutura complexa sob acção de forças no seu contorno, mas deve-se assumir uma solução adequada para os elementos, para aproximar razoavelmente a solução.

A solução escolhida para os elementos deve ser simples do ponto de vista computacional e satisfazer certos requisitos de convergência. De um modo geral, a solução ou modelo de interpolação é dado na forma de uma equação polinomial.

- Passo 3 – Obtenção das matrizes de rigidez dos elementos e dos vectores de carga:

A partir do modelo de deslocamento assumido, a matriz de rigidez [K] e o vector de forças [F] são obtidos utilizando equações de equilíbrio.

- Passo 4 – Reunião dos elementos para obtenção das equações de equilíbrio:

Como a estrutura é constituída por vários elementos finitos, é necessário fazer a assemblagem das várias matrizes de rigidez individuais para se obter a matriz de rigidez global da estrutura e assim resolver a equação de equilíbrio que traduz o comportamento global da mesma.

- Passo 5 – Solução dos deslocamentos desconhecidos:

As equações de equilíbrio devem ser alteradas em função das condições de equilíbrio e de apoio do problema. Depois da incorporação destas condições as equações de equilíbrio passam a ser expressas segundo a equação:

$$[K] \cdot \underline{\Phi} = \underline{P}$$

[K] = Matriz de rigidez da estrutura;

ϕ = Vector dos deslocamentos actuantes na estrutura;

P = Vector das forças nodais actuantes na estrutura.

Passo 6 – Calculo das tensões e deformações nos elementos:

Conhecidos os valores dos deslocamentos nodais obtidos a partir do vector ϕ , é possível calcular as deformações e as tensões dos elementos a partir das equações clássicas da Mecânica dos Materiais.

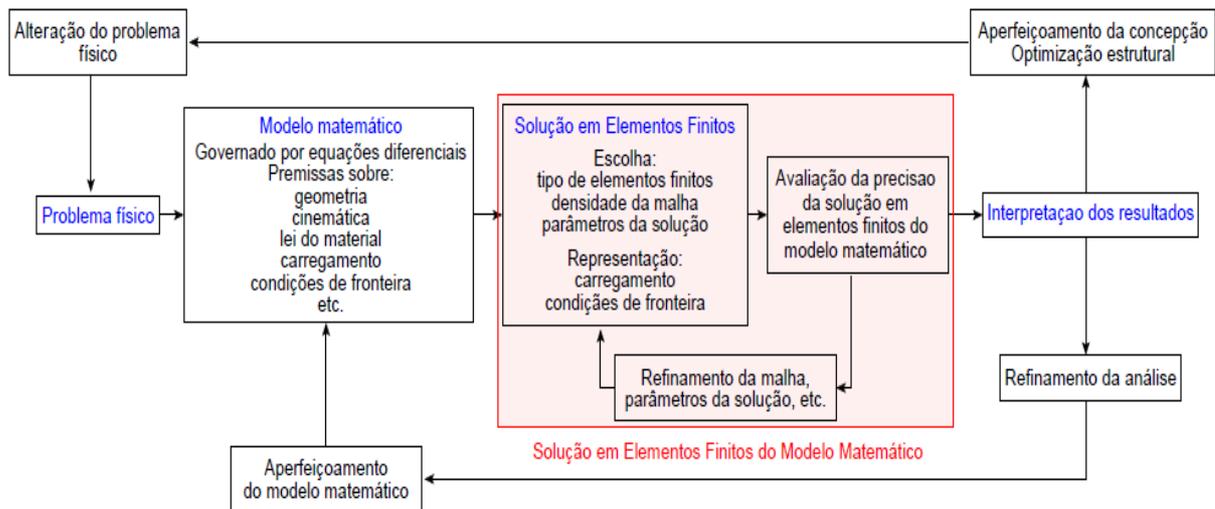


Figura 11 - Resolução de um problema matemático através do MEF

3.3. MÉTODO DA CORDA PAINEL

3.3.1. HISTORICO

Em 1960 foi publicado um livro por Argyris e Kelsey - “Energy of Theorems and Structural Analysis”, onde pela primeira vez se fazia referência ao Método da Corda Painel, se bem que nesta altura o mesmo método se denominava de “boom-panel system”.

Foi a indústria aeronáutica que impulsionou o nascimento deste método em meados de 1930 segundo Simone (1998). As primeiras aplicações em Engenharia civil apareceram com os trabalhos de Ludgren (1949), Nielsen (1971) e Kaern (1979).

Rabbat, Collins (1978) e Apud Simone (1998) apresentaram um modelo tridimensional para a análise de vigas solicitadas genericamente. Este modelo consistia numa viga modelada através de quatro cordas paralelas que representavam a armadura longitudinal e por quatro painéis de betão armado.

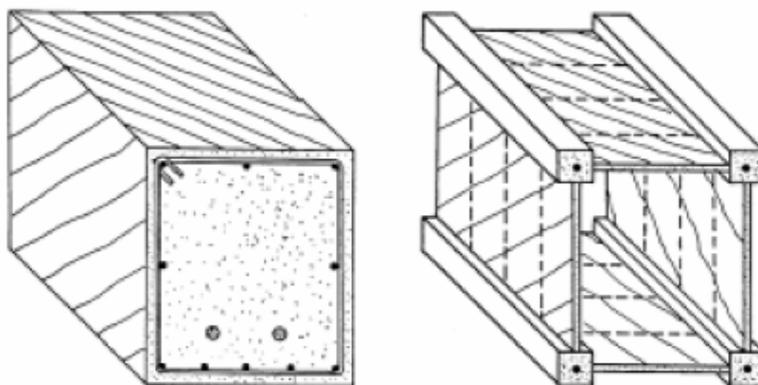


Figura 12 - Modelo da Corda Painel para uma viga de betão armado

O método da corda painel tem grande aplicabilidade nas estruturas de betão armado e poder ser considerado como um método intermédio entre o Método das Escoras e Tirantes e o Método dos Elementos Finitos de acordo com Blaauwendraad; Hoogenboom (1996).

3.3.2. FUNDAMENTOS PRINCIPAIS DO MÉTODO DA CORDA PAINEL

No chamado Método da Corda-Painel (“Stringer-Panel Method”) a estrutura é modelada através de um conjunto de cordas e painéis (Figura 13), e baseia-se na constatação de que as armaduras principais neste tipo de elementos estruturais estão, na maior parte das vezes, concentradas e dispostas ao longo de alinhamentos rectos, representados pelas cordas, e a armadura distribuída está disseminada sobre áreas consideráveis, representadas pelos painéis. As cordas resistem aos esforços normais e os painéis essencialmente a esforços de corte. A interacção entre as cordas e os painéis resulta numa tensão constante na interface, originando uma distribuição triangular de forças nas cordas.

As leis constitutivas das cordas incluem o efeito da retenção de tensões de tracção no betão e para os painéis foi adoptada a versão modificada da teoria do campo de proposta por Vecchio e Collins (1986).

Na Figura 13 ilustra-se a ideia principal do MCP, onde as cordas (“stringers”) são utilizadas para suportar as forças normais e os painéis (“panels”) são utilizados para transmitir a força de corte como já foi referido.

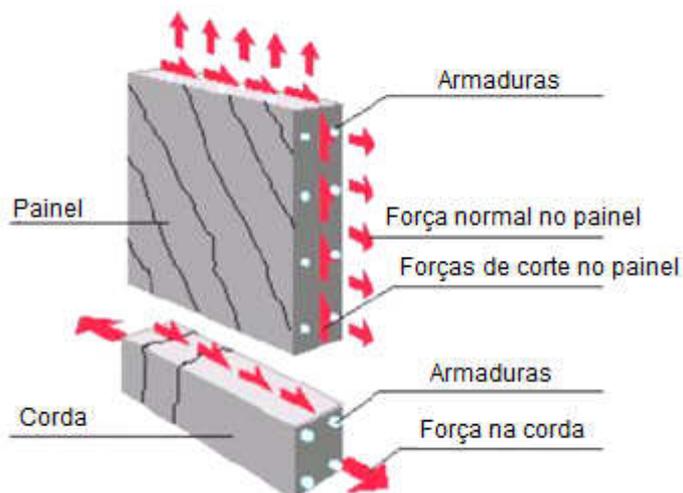


Figura 13 - Elementos constituintes do Método da Corda Painei

As principais vantagens do método da corda painei em relação ao método das escoras e tirantes são as seguintes:

- Os métodos de escoras e tirantes em grandes vigas parede com aberturas são muito mais difíceis de desenvolver do que os MCP.
- Um MCP é válido para todas as combinações de acções.
- Há poucas escolhas acerca dos desenhos dos MCP. Neste sentido, o projectista não tem que escolher entre vários MCP como acontece frequentemente nos MET.

Em relação ao método dos elementos finitos, as principais vantagens do MCP são:

- Permite a utilização de menos armadura em relação ao MEF, pois usa um braço maior para o cálculo da armadura.
- Os modelos podem ser rapidamente calculados num computador de capacidade normal.
- O projectista não precisa dos conhecimentos técnicos que seriam necessários para o processamento do mesmo modelo em MEF.

4

MÉTODOS PARA A OPTIMIZAÇÃO DOS MODELOS DE ESCORAS E TIRANTES

4.1. INTRODUÇÃO

Um dos maiores problemas da concepção de modelos de escoras e tirantes está em encontrar a disponibilização adequada dos elementos do método, isto é, de que maneira é que estes podem reproduzir com eficiência o esqueleto resistente da estrutura.

A utilização do método de escoras e tirantes é já uma realidade e um processo bem fundamentado dentro da comunidade científica. Este método fornece uma clara compreensão do comportamento do betão armado e o desempenho das estruturas melhora quando se usam estes modelos segundo Schlaich et al. (1987).

No entanto, nos dias de hoje, apesar de se utilizar o método de escoras e tirantes para o dimensionamento de muitas estruturas, nomeadamente nas zonas onde a hipótese de Bernoulli não é válida (Zonas D), é ainda preocupação e objectivo de investigação encontrar o modelo de escoras e tirantes óptimo para cada estrutura.

A idealização estrutural de uma peça de betão armado passa por encontrar o modelo de treliça que represente o caminho real das forças internas da estrutura para a respectiva solicitação e condições de apoio. O método de escoras e tirantes permite determinar as forças internas de compressão nas escoras de betão e também as forças de tracção nos tirantes das armaduras (Marti, 1985).

Têm sido inúmeros os artigos científicos que procuram adoptar um método para caracterizar os modelos de escoras e tirantes, isto é, que procuram otimizar para cada estrutura um modelo equilibrado que traduza a trajectória das cargas. Este não é de todo de fácil obtenção, sendo por vezes necessário efectuar diversos modelos que envolvem cálculos morosos.

É comum também, a não unicidade na escolha do modelo de dimensionamento o que conduz por vezes a dúvidas se o modelo adoptado é o que melhor traduz o comportamento estrutural.

Verifica-se que o aumento da experiência por parte do projectista de estruturas conduz a uma melhoria significativa da performance na concepção dos modelos e na respectiva verificação de segurança.

Existem inúmeros trabalhos e artigos onde se abordam estas questões, procurando metodologias baseadas em diversos critérios, sejam estes critérios energéticos, avaliação das tensões principais, avaliação dos ângulos das tensões principais, critérios de ruptura, entre outros, que conduzam ao “método de escoras e tirantes óptimo”.

4.2. MÉTODOS DE OPTIMIZAÇÃO DISPONÍVEIS ACTUALMENTE

4.2.1. OPTIMIZAÇÃO DE MODELOS USANDO A INCLINAÇÃO DAS FACETAS DE TENSÕES PRINCIPAIS

Este trabalho tem com objectivo obter um algoritmo que permita representar a forma do modelo de escoras e tirantes para estruturas planas a partir do cálculo elástico linear baseado no método dos elementos finitos. Recorrendo a uma malha de elementos finitos relativamente refinada e com espaçamento constante, calcula-se a distribuição de tensões principais na estrutura extrapolada para os nós da malha. Em seguida forma-se duas bases de dados: uma referida às tensões principais de tracção, e a outra, às tensões principais de compressão, onde ambas contêm os valores das tensões, e também o valor do ângulo em relação ao eixo das abcissas.

A partir destes dados usa-se a metodologia a seguir apresentada, separadamente para as tensões de tracção e de compressão:

- O utilizador terá que definir o intervalo de tensões que pretende analisar. Deste modo podem-se ignorar as tensões de valor reduzido (porque são desprezáveis neste estudo) e as tensões de valor muito elevado (porque se trata de pontos nodais localizados).
- Os pontos nodais identificados são ordenados de acordo com o valor do ângulo e constrói-se o histograma desta distribuição. Depois calcula-se a diferença entre ângulos sucessivos nesta ordenação. Um conjunto de valores em que esta diferença é pequena consiste em pontos onde a tensão principal (positiva ou negativa) assume valores relativamente elevados e paralelos. Então, caso os pontos estejam próximos, podemos estar na presença de um tirante ou de uma escora.
- Verifica-se a proximidade geométrica dos grupos de pontos nodais seleccionados e caso um grupo contenha um número suficiente de pontos poderá ser substituído por uma escora ou tirante provisórios. Esta barra é colocada no centro de gravidade das várias tensões e com uma orientação média (pesada em função dos valores relativos das tensões).

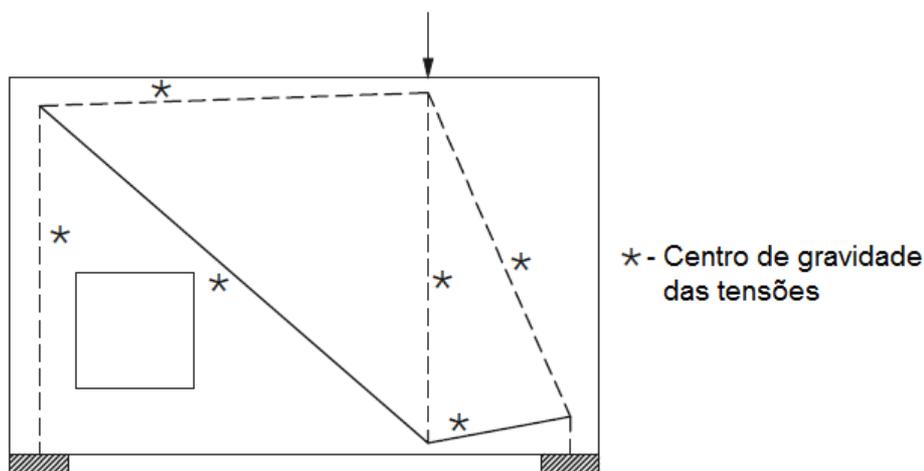


Figura 14 - Modelos de escoras e tirantes obtidos pela metodologia de Harisis (1991)

As escoras e tirantes provisórios são substituídos por definitivos de modo obter o equilíbrio dos nós. O procedimento adoptado é analisar as várias intersecções. Quando a intersecção de um conjunto de três barras forem suficientemente próximas coloca-se um nó médio e deslocam-se as barras paralelamente

a si mesmas. Evidentemente que será necessário tornar fixos os pontos de aplicação de cargas exteriores concentradas e das reacções de apoio.

Esta metodologia parece interessante mas o seu estágio de desenvolvimento ainda é um pouco primitivo. Os seus autores apresentam unicamente casos relativamente simples (Figura 14), já que, presentemente não conseguem obter modelos de escoras e tirantes mais refinados.

4.2.2. DETERMINAÇÃO DA RELAÇÃO Z/L QUE MINIMIZE A ENERGIA DE DEFORMAÇÃO

A escolha do modelo de escoras e tirantes mais adequado pode não ser evidente, mesmo para um engenheiro experiente.

Como critério inicial, Schlaich et al. (1987) propõe uma técnica muito simples e eficaz, que corresponde à minimização dos tirantes, $\sum F_i \times L_i = \text{mínimo}$, onde F_i e L_i são, respectivamente, a força e comprimento do tirante i . Esta metodologia baseia-se em critérios energéticos, tendo como princípio, que a energia de deformação das escoras seria desprezável em relação à dos tirantes e deve ser aplicada na escolha entre diversos modelos distintos.

Seguindo esta teoria vários investigadores propuseram diferentes metodologias.

Shafaer (1999) refere que, caso as compressões sejam muito importantes seria conveniente considerá-las na determinação da energia de deformação global dos modelos. Desta forma, propõe-se uma metodologia baseada na minimização da energia de deformação global dos modelos, definindo a geometria das escoras através dos campos de tensões.

Lourenço e Almeida (2000) sugerem que esta técnica é muito eficaz na resolução de modelos hiperstáticos. Além disso, com base na adopção de relações que têm em consideração a contribuição do betão entre fendas para os tirantes, estes investigadores desenvolveram uma metodologia para a simulação do comportamento estrutural de zonas D, após a fendilhação e na rotura.

Para ilustração do método proposto, Lourenço e Almeida (2000), mostram o caso da viga parede, caso típico de zona de descontinuidade, cujo comportamento foi exaustivamente analisado por Leonhardt et al. (1966).

Um dos aspectos interessantes das vigas parede é a capacidade de redistribuição dos campos tensões internos, à medida que o nível de carga e fendilhação aumenta. Este comportamento conduz a que a resistência última, para casos de vigas parede altas, possa ser largamente superior à resistência estimada a partir duma análise elástica. Como exemplo, refere-se os ensaios de Leonhardt e Walther (1966), cuja carga de rotura obtida do modelo da Figura 15a, baseado nas trajectórias de tensões elásticas, é de apenas 40% da capacidade última da viga ($F=476\text{kN}$). De facto, o modelo na rotura é o representado na Figura 15b, onde se obteve 94% da carga última do ensaio ($F=1195\text{kN}$). A previsão do comportamento estrutural da viga parede na rotura só poderia ser devidamente analisada com uma análise fisicamente não linear de elementos finitos. Porém a metodologia proposta por Lourenço e Almeida (2000), baseada no princípio da minimização da energia de deformação do modelo de escoras e tirantes, fornece uma boa aproximação do comportamento estrutural, permitindo, de uma forma relativamente simples determinar o campo de tensões na rotura.

Tendo em consideração o modelo apresentado na Figura 15b, e os respectivos campos de tensões associados (ver Figura 16a), é possível estabelecer as características mecânicas das escoras e tirantes de forma a determinar a energia de deformação do sistema. Pretende-se então determinar a relação z/L que minimize a energia de deformação. No que respeita aos tirantes assume-se que a sua rigidez axial

resulta da homogeneização da área de armadura e da largura efectiva do betão envolvente, resultante da definição do campo de tensões traccionado.

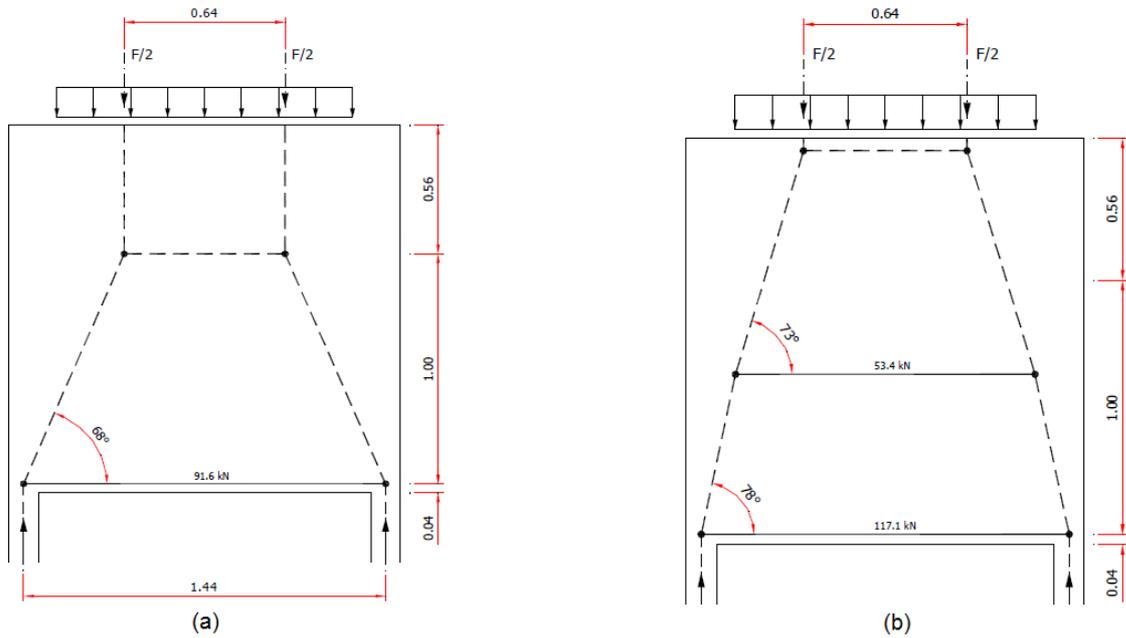


Figura 15 - (a) Modelo de dimensionamento; (b) Modelo de rotura

Pela análise do gráfico da Figura 16b verifica-se que, assumindo o comportamento elástico dos materiais, obtém-se $z/L=0.69$, semelhante ao resultado obtido pela teoria da elasticidade. Porém, após a fendilhação, verifica-se uma redução de rigidez do tirante inferior e um aumento do braço das forças interiores, que tende a utilizar a secção total da parede. Pela técnica de minimização da energia de deformação, resulta $z/L=1.04$ valor idêntico ao obtido pelos ensaios experimentais efectuados por Leonhardt e Walther (1965).

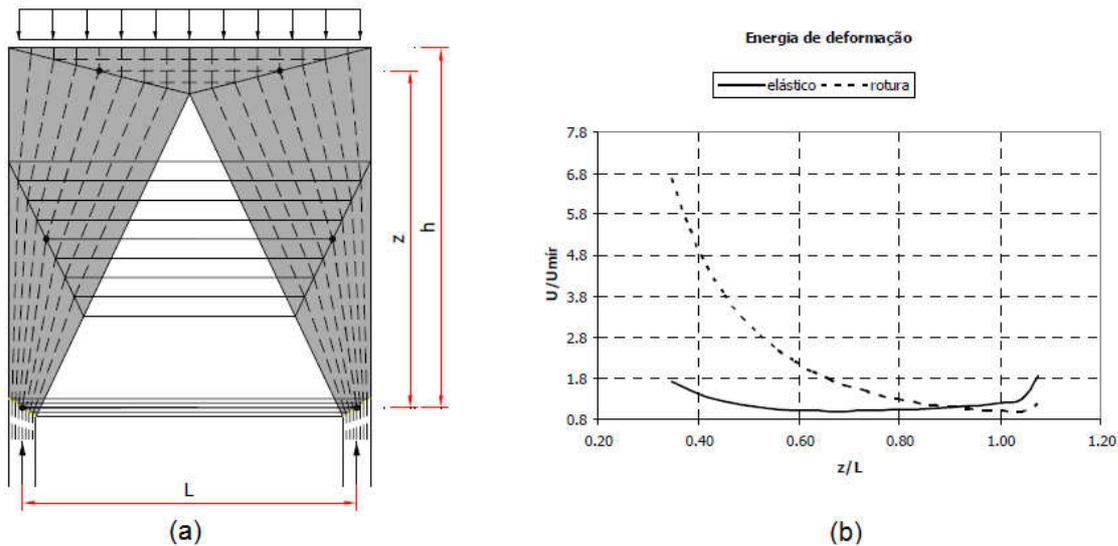


Figura 16 - (a) Campo de tensões; (b) Energia de deformação em função do braço da força

Lourenço e Almeida (2000) concluíram ainda que, para a análise do comportamento estrutural da viga parede na fase elástica e na rotura, os resultados obtidos adoptando o tirante a meia altura da parede, simulando a armadura da alma, não diferem significativamente dos obtidos com o modelo simplificado, sem a armadura da alma.

Com a mesma metodologia, efectuaram ainda uma análise incremental, minimizando a energia de deformação em cada incremento de carga ΔF , onde se avaliou a evolução das tensões nas armaduras na face inferior da viga. As relações constitutivas dum tirante de betão armado traccionado baseiam-se no critério proposto no MC90 (1990). Observaram que próximo da carga de rotura do ensaio, $F=1200$ kN, se obtém uma tensão de 544MPa (tensão de rotura das armaduras) e 364MPa, nas armaduras na face inferior e na alma, respectivamente. Para uma carga de serviço de cerca de metade da carga última ($F=600$ kN), as tensões nas armaduras na face inferior rondam os 300MPa, resultando uma abertura de fendas característica de aproximadamente $w_k=0.20$ mm. No que respeita ao braço da força, este varia entre os $z/L=0.69$ e $z/L=1.04$ na fase elástica e na rotura, respectivamente, verificando-se um aumento significativo logo após o início da fendilhação do tirante inferior.

Os resultados obtidos, através da minimização da energia de deformação associada aos campos de tensões de modelos de escoras e tirantes, permitem uma clara percepção do problema, quer em termos qualitativos como quantitativos, no que respeita ao comportamento estrutural em serviço e na rotura de zonas de continuidade.

4.2.3 OPTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA

Liang et al. (2002) realizou também estudos no sentido de criar um método de optimização dos modelos de escoras e tirantes.

Tradicionalmente, os métodos de escoras e tirantes nas estruturas de betão armado são desenvolvidos usando a distribuição elástica dos esforços e os caminhos de força. Estes métodos envolvem um processo de tentativa/erro baseado na intuição e experiência do projectista, pois é possível obter para uma mesma estrutura, diversos métodos de escoras e tirantes.

Foi neste sentido que começaram a ser usados processos de optimização topológica e métodos computacionais numa tentativa de ultrapassar as limitações dos métodos convencionais até então usados.

Liang et al. (2002) introduziu o “Performance-based Optimization” (PBO), que consiste numa técnica de geração automática de métodos de escoras e tirantes óptimos para estruturas de betão armado e pré-esforçado.

4.2.3.1. Optimização do problema na óptica de Liang et al. (2002).

Na realidade, algumas partes das estruturas de betão não são eficientes no transporte das forças. Eliminando estas partes que não estão a ser praticamente usadas pela força da estrutura de betão, o caminho interno das forças pode ser encontrado.

O método PBO tem a capacidade de identificar as partes da estrutura que estão subaproveitadas e elimina-las gradualmente para maximizar a performance da estrutura. Portanto, o método de escoras e tirantes de uma estrutura pode ser transformado num problema de optimização topológica de estruturas contínuas. Na natureza, as cargas são transmitidas segundo o princípio da minimização da energia de deformação. A estratégia é encontrar um método de escoras e tirantes tão rígido quanto possível com peso mínimo. O problema de optimização pode ser formulado da seguinte maneira:

$$\text{minimizar } \sum_{e=1}^n w_e(t)$$

para $C \leq C^*$

Onde w_e é o peso do elemento “e”, t é a espessura de todos os elementos, C é o comprimento médio ou a energia de deformação da estrutura para o carregamento em questão, C^* é o limite de C e n é o número de elementos na estrutura.

4.2.3.2. Critério de Eliminação dos elementos

Análises de sensibilidade de projecto mostram que a densidade de energia de deformação de um elemento, que é definida como a energia de deformação por unidade de peso de cada elemento, pode ser usada para a avaliar a contribuição desse mesmo elemento no desempenho global da rigidez da estrutura modelada por elementos finitos. A densidade de energia de deformação de cada elemento por ser calculada da seguinte maneira:

$$\gamma_e = \left| \frac{1}{2} \{u_e\}^T [k_e] \{u_e\} \right| / w_e$$

Onde $\{u_e\}$ é o vector deslocamento do elemento e e $[k_e]$ a matriz de rigidez desse mesmo elemento e . O critério de eliminação dos elementos estabelece que os elementos com densidade de energia de deformação mais baixa devem ser gradualmente eliminados do domínio contínuo da estrutura, para se alcançar o objectivo de desempenho, tal como apresentado por Liang e Steven.

Como foi já referido, eliminando gradualmente os elementos com a menor densidade de energia de deformação de uma determinada estrutura o seu desempenho pode ser melhorado em termos de eficiência do material usado e da rigidez global da estrutura.

Os conceitos fundamentais da avançada e inovadora técnica PBO permitem obter a configuração óptima do método de escoras e tirantes para cada estrutura através de uma análise iterativa do método dos elementos finitos (MET), processando uma criteriosa eliminação de elementos para cada iteração.

Segundo Liang, o utilizador só preciso de criar um modelo de elementos finitos que represente a estrutura de betão armado a analisar.

As principais etapas do processo de optimização são as seguintes:

- Modelar a estrutura em estado plano de tensão (em 2D);
- Fazer uma análise de elementos finitos;
- Avaliar o desempenho da estrutura;
- Calcular a densidade de energia de deformação;
- Remover um pequeno número de elementos que contenham a menor densidade de energia de deformação;
- Repetir os passos até e encontrar a estrutura óptima.

Liang fornece vários exemplos para elucidar e demonstrar a funcionalidade do método. Vários exemplos são fornecidos nos seus documentos e em seguida vamos apresentar alguns.

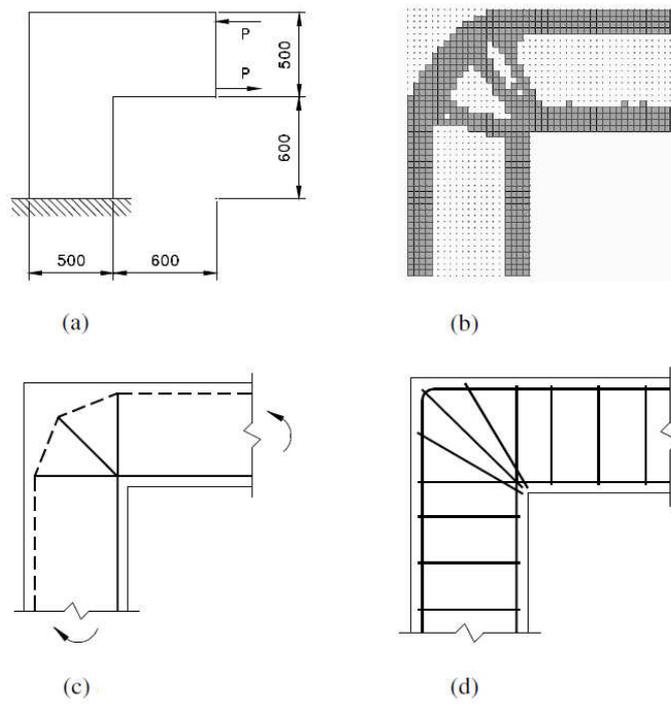


Figura 17 - Junção Viga/Pilar (a) Modelo estrutural; (b) Optimização topológica; (c) Modelos de escoras e tirantes; (d) Armaduras

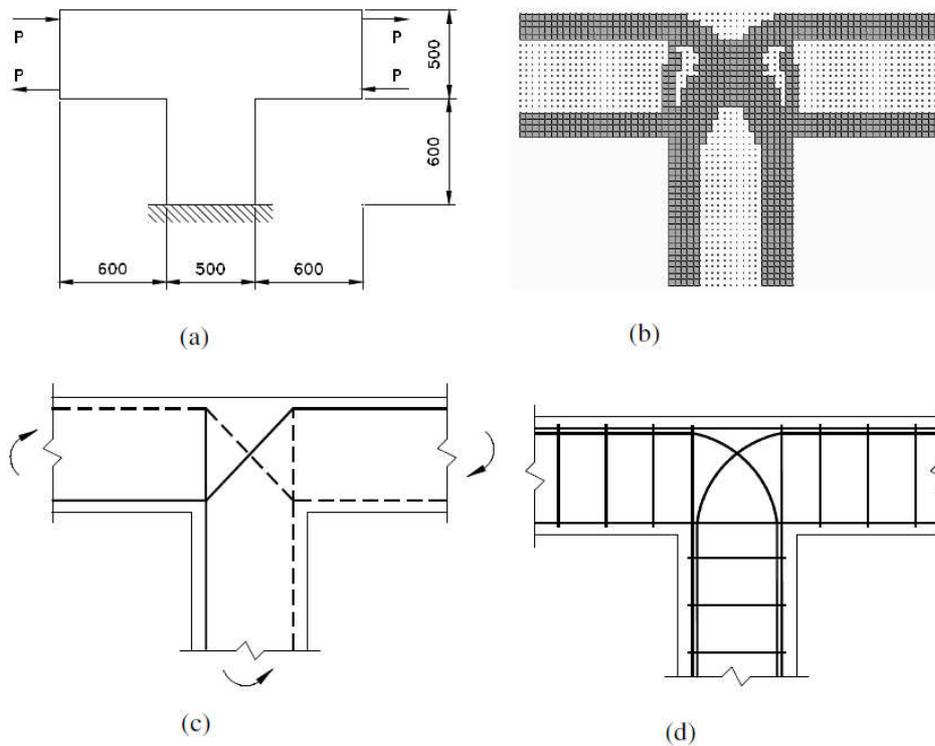


Figura 18 – Junção Vigas/Pilar (a) Modelo estrutural; (b) Optimização topológica; (c) Modelos de escoras e tirantes; (d) Armaduras

4.2.4. OPTIMIZAÇÃO DE ESTRUTURAS USANDO AS TENSÕES PRINCIPAIS

Um outro método desenvolvido para a optimização de modelos de escoras e tirantes centra-se na análise das tensões principais.

Liang et al. (2002) introduziram o conceito de “evolução óptima estrutural” (“evolutionary structural optimization” – ESO), que é um processo de optimização topológica baseado na energia de deformação e permite a obtenção do método ideal de escoras e tirantes.

Hyunsun Kim (2002) realizou estudos no sentido de demonstrar que as tensões principais também podem ser usadas em processos de optimização do método de escoras e tirantes. Este estudo, baseia-se na análise das tensões principais em relação a um número de sensibilidade, o qual vai estipular os elementos que vão ser eliminados.

Este número de sensibilidade representa a relação entre as tensões principais σ_1 e σ_2 , e como nas estruturas de betão armado estes dois valores tem igual importância, foram considerados com pesos iguais. A medida de sensibilidade é dada pela equação 2:

$$s = \frac{\sigma_1}{\sqrt{\sum(\sigma_{1,i})^2}} - \frac{\sigma_2}{\sqrt{\sum(\sigma_{2,i})^2}} \quad (2)$$

O processo de optimização utiliza a medida de sensibilidade indicada da expressão anterior, que reflecte a eficiência do elemento, para minimizar a expressão seguinte:

$$\text{minimizar } \sum_{i=1}^N s_i v_i \quad (3)$$

Onde N representa o numero total de elementos e v o volume do elemento.

Partindo de uma estrutura modelada e calculada num software de elementos finitos, obtêm-se os valores das tensões principais nos elementos os quais vão ser utilizados como variáveis de projecto, e onde os elementos com o número de sensibilidade mais baixos vão ser progressivamente eliminados para reduzir o volume total da peça em análise.

A Figura 19 mostra o processo de eliminação dos elementos utilizando círculos de Mohr. Cinco elementos estão representados no referencial da Figura 19 onde o elemento 3 apresenta valores baixos quer para σ_1 quer para σ_2 , o que conduzirá ao menor valor de s (equação 2). O elemento 3 é portanto removido, e os outros quatro elementos são mantidos e transportados para a próxima iteração (ver Figura 19b). Na iteração seguinte, os elementos 2 e 4 apresentam tensões baixas tanto de tracção como de compressão, sendo então removidos o que faz com que fiquem só os elementos 1 e 5.

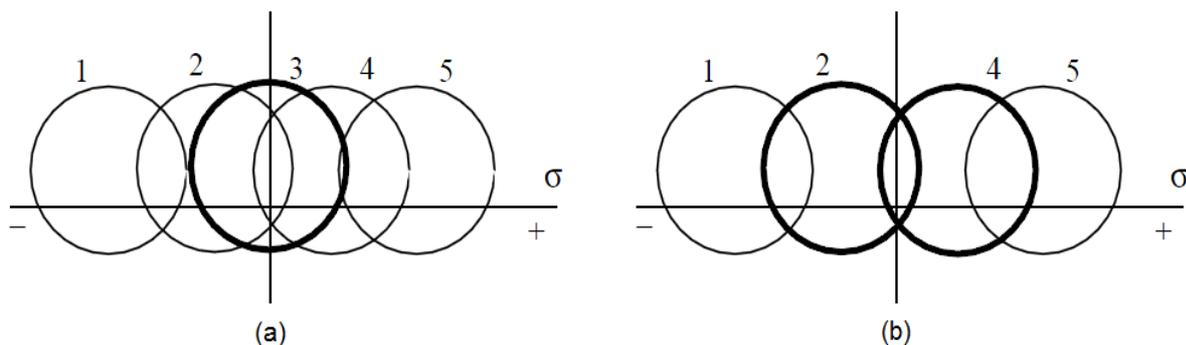


Figura 19 - Representação gráfica do processo de optimização utilizando tensões principais; (a) - Primeira iteração; (b) - Segunda iteração

O critério de eliminação aumenta de forma constante, o que faz com que se eliminem cada vez mais elementos, conduzindo conseqüentemente a uma redução do volume total da estrutura.

Esta formulação foi usada para otimização de estruturas usando uma malha constante, e revelou-se estável, eficiente, e não conduz a estruturas instáveis.

O Algoritmo de otimização definido por Hyunsun Kim, é o seguinte:

- Definir o problema dado num software de elementos finitos. A estrutura deve ser modelada em estado plano de tensão;
- Executar a análise de elementos finitos;
- Determinar σ_1 e σ_2 (tensões principais);
- Aplicação de tabelas para filtrar os dados das tensões principais (ver Sigmund, 1998);
- Calcular o número de sensibilidade, s , para todos os elementos;
- Aplicar novamente as tabelas para filtrar os dados de s ;
- Eliminação dos elementos que não satisfaçam o critério de eliminação;
- Repetir todo o processo até se atingir um volume óptimo na estrutura;

O algoritmo de otimização foi testado em diversas estruturas por Hyunsun Kim, e os resultados estão apresentados a seguir:

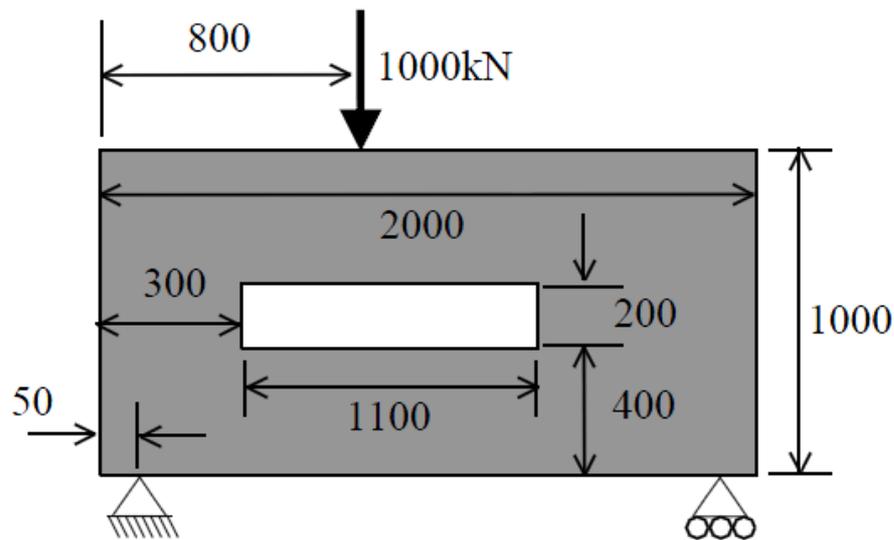


Figura 20 - Viga parede com abertura estudada por Hyunsun Kim

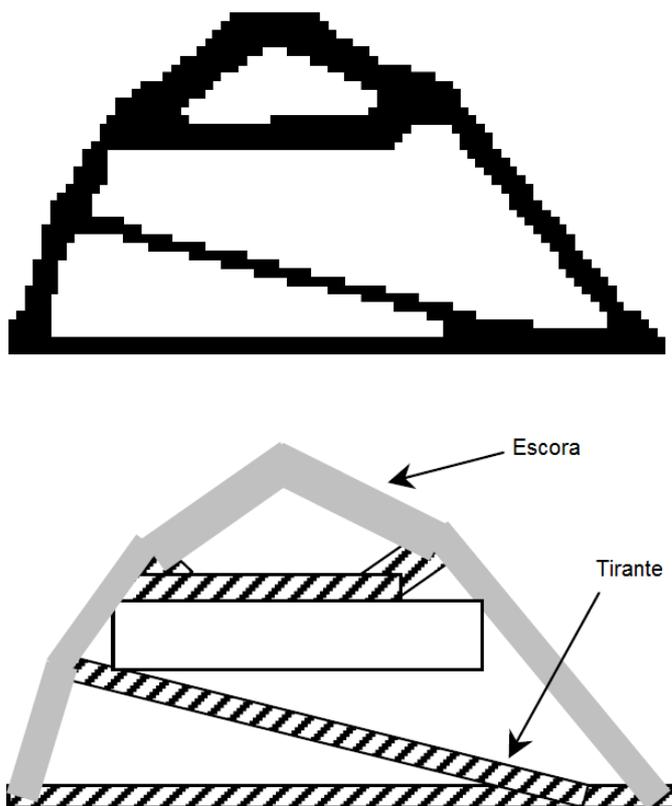


Figura 21 - Resultado do método de optimização da metodologia proposta por Hyusun Kim

MÉTODO PROPOSTO

5.1. CONSIDERAÇÕES GERAIS

Neste trabalho vai ser apresentado um método que permite a obtenção do modelo de escoras e tirantes ideal para cada estrutura.

A ideia geral para a criação deste método assenta, numa análise de elementos finitos, onde vão ser identificados os elementos que tenham tensões de Von Mises muito reduzidas, os quais podem ser eliminados sucessivamente até ser evidenciado o esqueleto resistente da estrutura. Este esqueleto resistente representa o modelo de escoras e tirantes óptimo da estrutura.

Para a análise de elementos finitos foi utilizado o programa informático “Autodesk Robot Structural Analysis Professional”. O “Autodesk Robot Structural Analysis Professional” é uma potente aplicação de análise com capacidades excepcionais de criação automática de malhas de elementos finitos que podem fornecer resultados rápidos e actualizados e que combina avançadas e potentes capacidades de análise com conhecimentos especializados de projecto multi-material num único software de estruturas.

Existem muitos outros programas para a análise de elementos finitos disponíveis no mercado que também são compatíveis com a metodologia proposta (estes são por exemplo DIANA, SAP, FEMIX, entre outros).

Para a organização e tratamento de toda a informação acerca das tensões e das coordenadas dos nós foi utilizado um programa bastante acessível e prático, o Microsoft Excel.

5.2. CRITÉRIO DE ELIMINAÇÃO

5.2.1. TEORIA DE VON MISES

O método proposto tem por base a eliminação dos elementos que tenham tensões de Von Mises desprezáveis. É preciso então neste ponto ter em atenção que estas tensões estão relacionadas com um critério de resistência.

Um critério de resistência impõe, por natureza, limitações ao nível do estado de tensão em determinados pontos do corpo. Em geral, o dimensionamento é realizado tendo em conta a limitação a um dado nível da tensão em determinados pontos discretos que, numa análise prévia, são considerados críticos. O termo resistência, aqui empregue, possui significados diferentes consoante o tipo de comportamento mecânico do material. Distinguem-se, fundamentalmente, dois comportamentos de natureza distinta: o dúctil e o frágil. Deve notar-se que se distingue

comportamento dúctil e frágil de material dúctil e frágil, porque o mesmo material pode exibir os dois tipos de comportamento consoante a temperatura a que se encontra.

Vários critérios diferentes, a respeito do estado limite último (ruína) dos materiais, foram propostos ao longo do tempo:

- Teoria da máxima tensão normal proposta por Rankine;
- Teoria da máxima deformação normal, proposta por Saint-Venant;
- Teoria da máxima tensão de corte, proposta por Coulomb em 1773 e por Tresca em 1868;
- Teoria do atrito interno, desenvolvida por Mohr e por Coulomb;
- Teoria da máxima energia de deformação, proposta por Beltrami em 1885;
- Teoria da máxima energia de distorção, desenvolvida por Huber em 1904; Von Mises em 1913 e Hencky em 1925;

Cada uma destas teorias propõe um critério para a causa da ruína do material. As experiências feitas mais recentemente mostram que, entre as teorias apresentadas, algumas são equivalentes e outras são apenas de interesse histórico, já que não apresentam resultados compatíveis com os obtidos.

O limite de um estado de tensão está associado, quando não houver qualquer risco de instabilidade nem de rotura por fadiga, ao estado limite de comportamento elástico do material. Como se sabe, o comportamento elástico é regido pela lei de Hooke que estabelece a proporcionalidade entre as deformações e as tensões. Caracteriza-se, por outro lado, pelo facto das deformações serem reversíveis. O que se passa imediatamente após a ocorrência do estado limite elástico depende de material para material. Nos materiais frágeis, ocorre a rotura instantânea. Nos materiais dúcteis dá-se início ao aparecimento de deformações plásticas irreversíveis. Nalguns materiais dúcteis, como é o caso do aço macio corrente, ocorrem instantaneamente grandes deformações plásticas (patamar de cedência). Na Figura 22 evidencia-se estes diferentes comportamentos dos materiais frágeis e dúcteis.

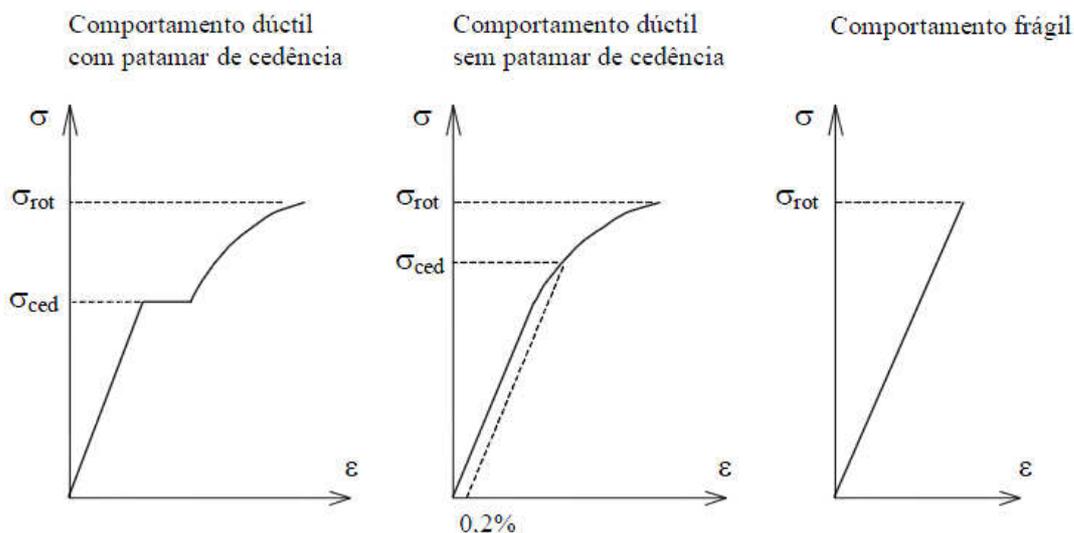


Figura 22 - Gráficos dos diferentes tipos de comportamento dos materiais

A Teoria de Von Mises foi postulada por Von Mises e por Huber, sendo um critério aplicável apenas a materiais com comportamento dúctil. Nesta teoria, a cedência ocorre num dado ponto de uma peça quando o valor da energia específica de distorção instalada nesse ponto iguala a energia específica de distorção instalada num ponto do provete do ensaio de tracção, no momento da cedência.

Qualquer uma das duas equações a seguir pode ser usada para calcular a tensão equivalente de Von Mises:

$$\sigma_{VM} = \frac{\sqrt{2}}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2]^{\frac{1}{2}} \quad (4)$$

Ou

$$\sigma_{VM} = \frac{\sqrt{2}}{2} [(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_x - \sigma_z)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{xz}^2)]^{\frac{1}{2}} \quad (5)$$

Para o caso de tensão plana, as expressões correspondentes para a tensão equivalente de Von Mises podem ser facilmente obtidas das equações 4 e 5 colocando-se $\sigma_3 = 0$ e $\sigma_z = \tau_{xz} = \tau_{zx} = 0$.

5.2.2. ELIMINAÇÃO DE PONTOS E CRITÉRIO DE PARAGEM

No método aqui proposto os pontos a eliminar são aqueles que têm tensões de Von Mises de valor reduzido, o que traduz fraca contribuição destes mesmos pontos para a rigidez da estrutura.

As iterações são realizadas até que a estrutura evidencie o seu esqueleto resistente, isto é, o método de escoras e tirantes ideal para a estrutura.

5.3. TUTORIAL DO MÉTODO PROPOSTO

Os principais passos para a criação do método de escoras óptimo baseado na tensão de Von Mises são os seguintes:

1º Passo: Definição das características da estrutura.

É necessário conhecer todas as características da estrutura, isto é, as suas dimensões, de que material é realizada, condições de apoio e tipo de carregamento a que esta submetida.

2º Passo: Modelação e cálculo da estrutura no programa de elementos finitos.

Neste passo, é necessário fazer o input de todas as informações da estrutura para o programa de elementos finitos. Seguem-se um conjunto de imagens para elucidar a introdução das diversas propriedades da estrutura no “Autodesk Robot Structural Analysis Professional”.

O estudo das diversas estruturas vai ser efectuado em estado plano de tensão. É então necessário seleccionar a opção “Plane Stress Structure Design” (Projecto em estado plano de tensão) no arranque do programa como se indica na Figura 23.

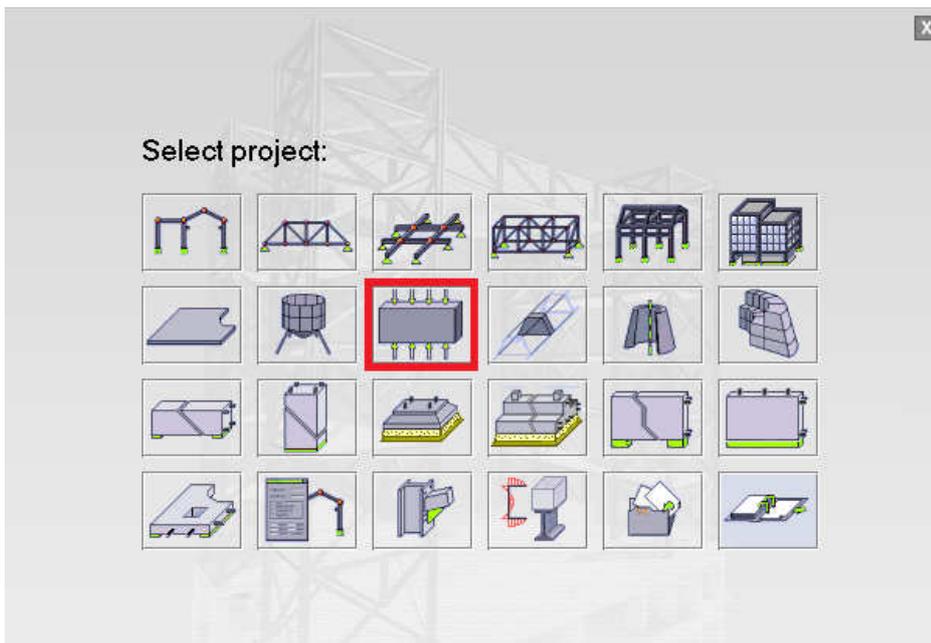


Figura 23 - Seleção do tipo de análise a usar - Estado Plano de Tensão

Feita a seleção do tipo de análise em estado plano de tensão, é necessário introduzir as coordenadas dos nós principais que definem a geometria da estrutura como está representado na Figura 24. Na Figura 25 demonstra-se a etapa onde se criar o contorno geométrico da estrutura.

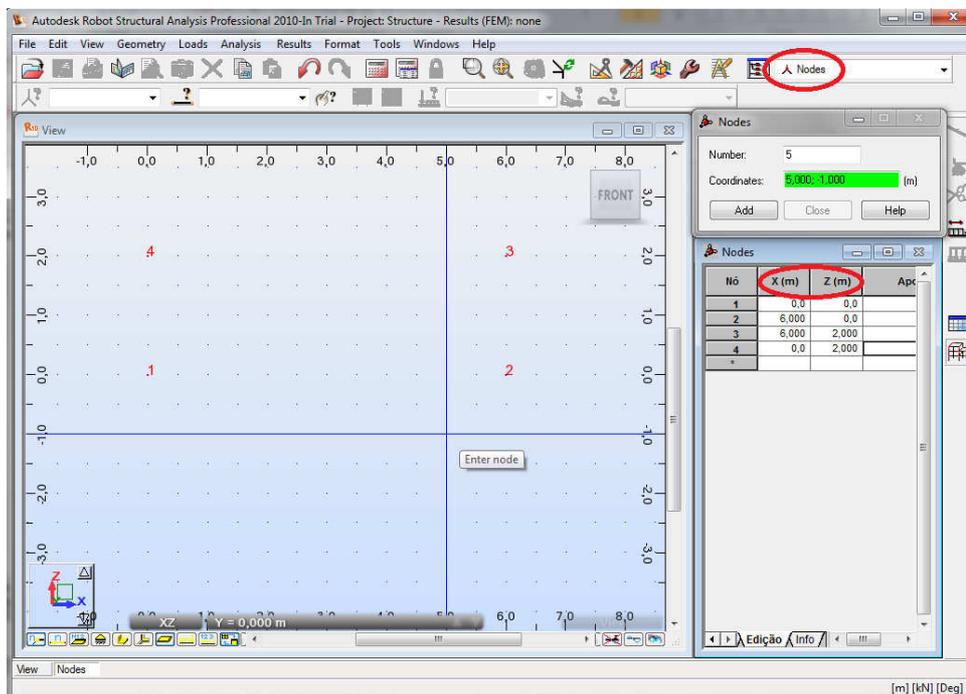


Figura 24 - Introdução das coordenadas dos nós principais

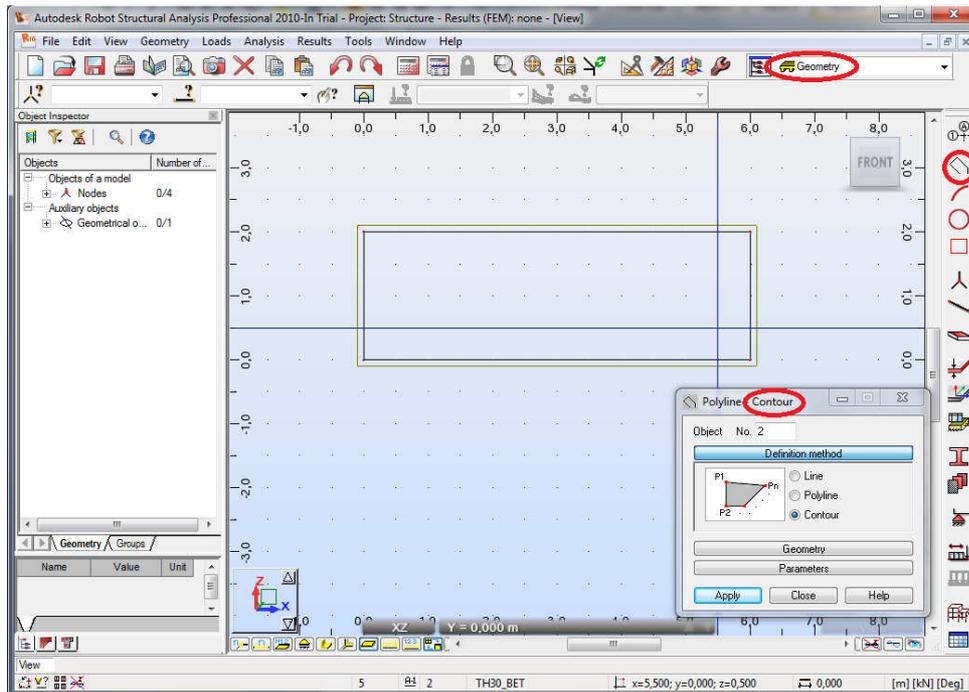


Figura 25 - Criação de um contorno para definição geométrica da estrutura

Definida a geometria da peça pelo seu contorno é agora necessário proceder a escolha do material do qual o painel é constituído. Seguindo as instruções da Figura 26 é possível escolher a espessura e o tipo de betão a utilizar para a estrutura.

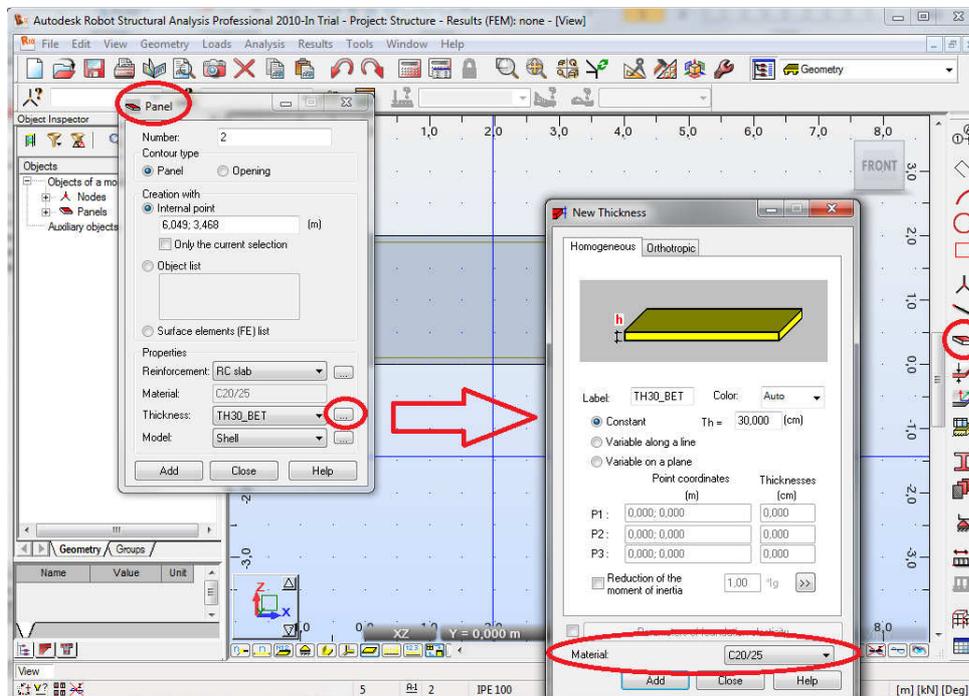


Figura 26 - Painel - Espessura e Material

Na Figura 27 evidencia-se o procedimento para a introdução das cargas a que a estrutura esta submetida. Neste exemplo é aplicada uma força nodal de valor segundo z de -500 kN.

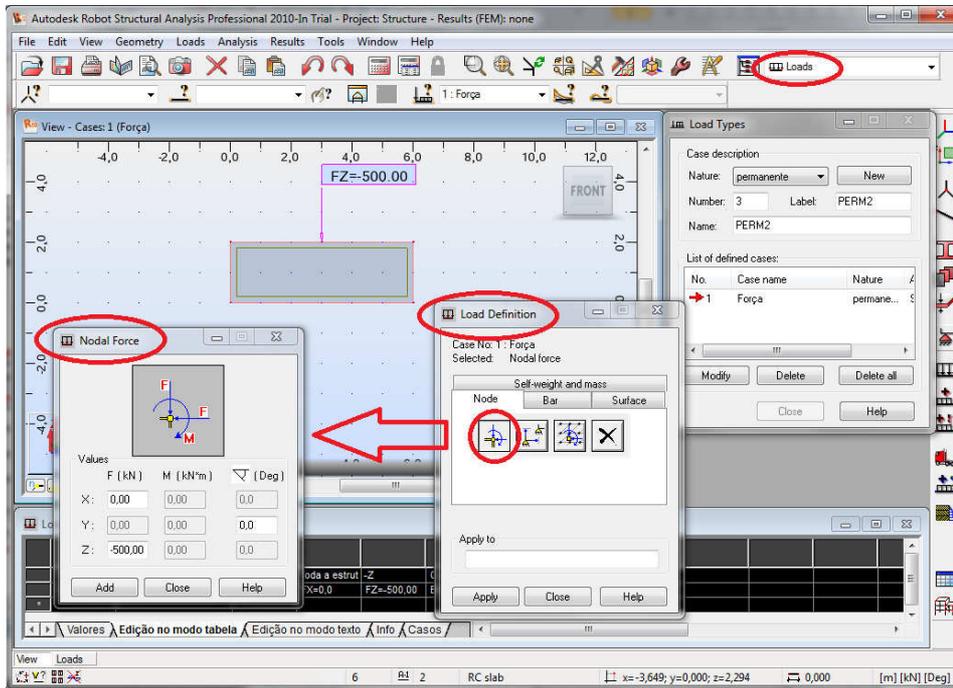


Figura 27 - Aplicação de Cargas

A criação da malha de elementos finitos é elucidada na Figura 28. Na Figura 29 são colocados os apoios na estrutura.

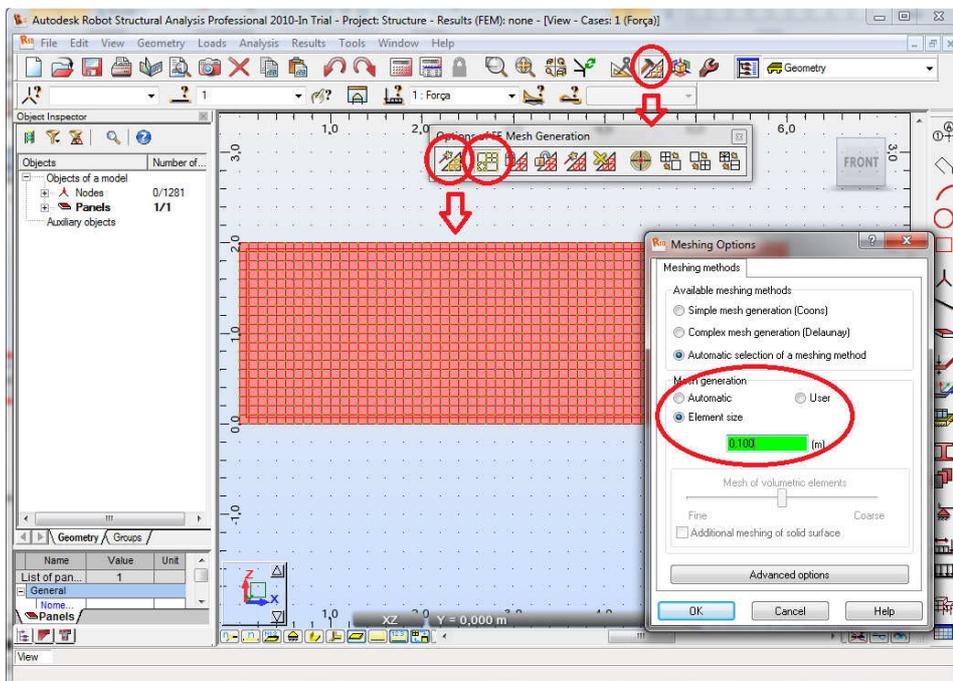


Figura 28 - Criação da malha de elementos finitos

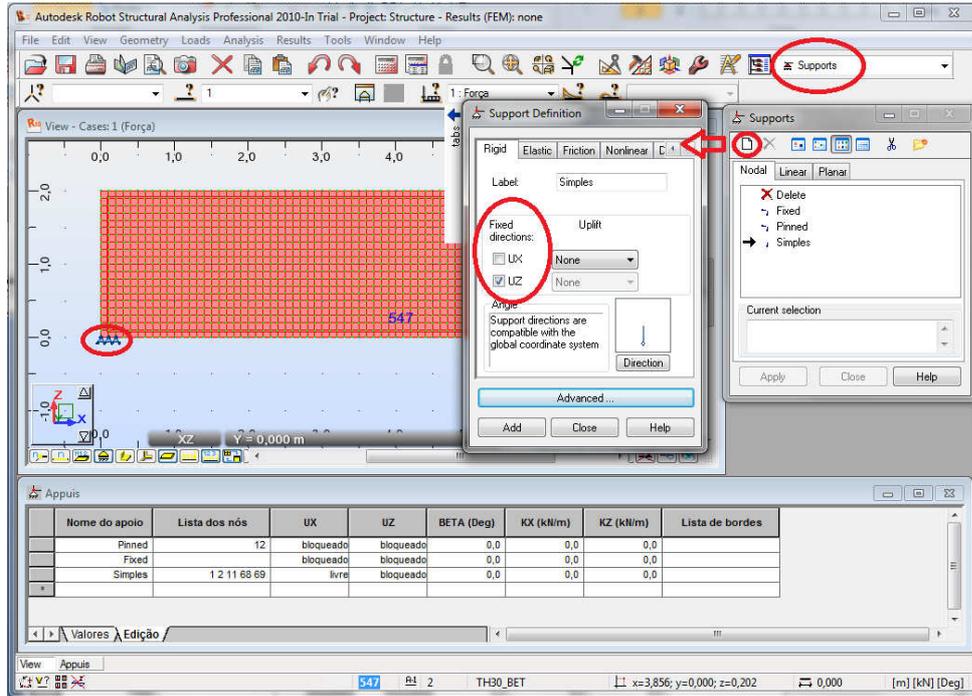


Figura 29 - Introdução das condições de apoio

Depois de executar todos os passos anteriormente descritos, a estrutura está pronta a ser calculada. Na Figura 30 mostra-se como calcular a estrutura no “Autodesk Robot Structural Analysis Professional”.

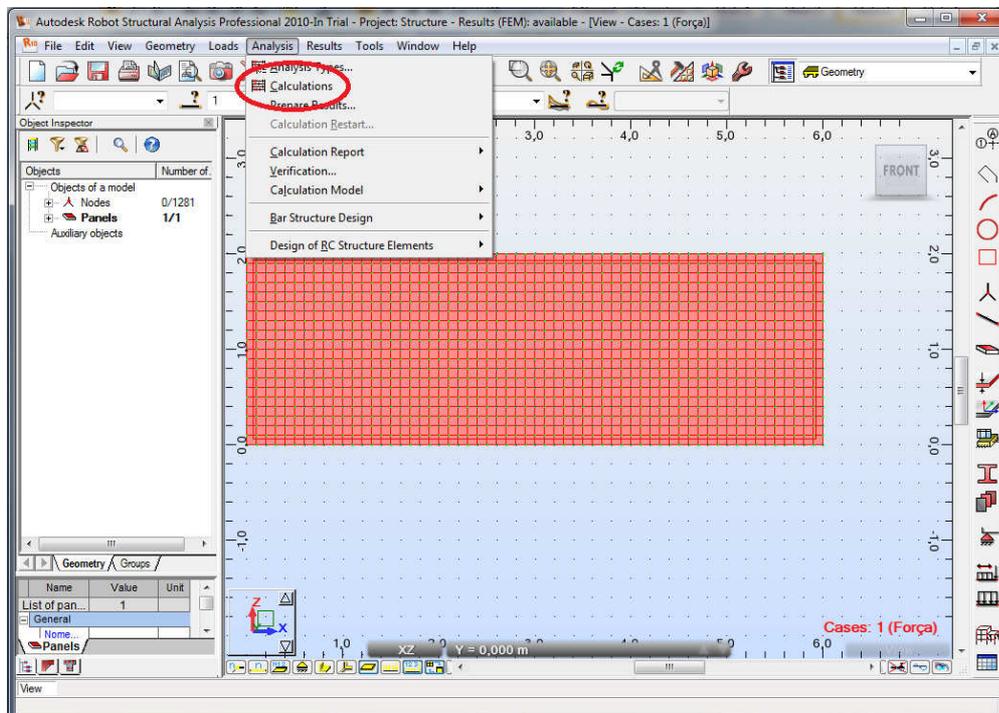


Figura 30 - Estrutura pronta a ser calculada

Na Figura 31 estão elucidados os passos necessários para visualizar os resultados da análise de elementos finitos, mais concretamente, as tensões de Von Mises.

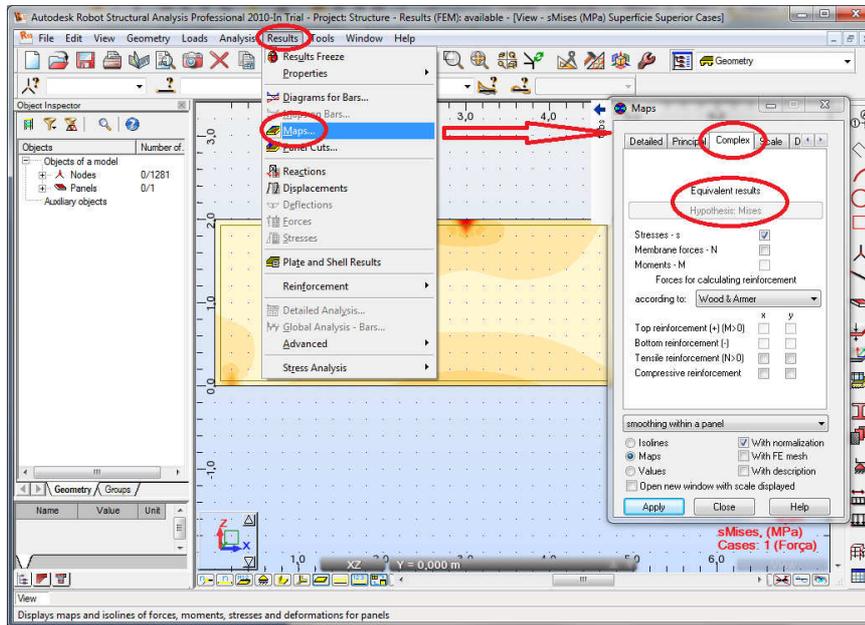


Figura 31 - Resultados

3º Passo: Observação e tratamentos dos resultados.

Neste passo, é necessário verificar os valores das tensões de Von Mises fornecidos pela análise de elementos finitos. Estes valores podem facilmente ser exportados para o Microsoft Excel para serem tratados. Sabendo o seu intervalo de variação, é possível fazer uma selecção dos valores a eliminar.

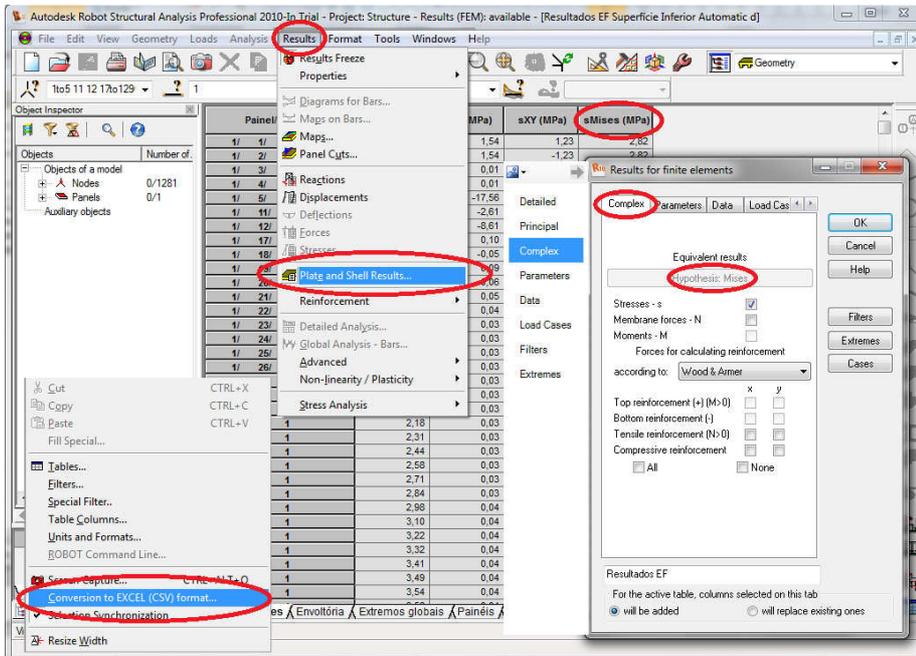


Figura 32 - Visualização dos resultados em tabelas

A eliminação dos elementos é feita com base num critério percentual, isto é, os pontos onde as tensões são inferiores a 5% do valor máximo da tensão de Von Mises serão eliminados.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
	Painel	Nó	Caso	sXX (MPa)	sYY (MPa)	sXY (MPa)	sMises (MPa)		Nó	X (m)	Z (m)	Apoio
2	1	1	1	-9,11	-1,82	2,17	9,16		1	0	0	Pinned
3	1	2	1	4,92	0,98	1,49	5,2		2	0,5	0	Pinned
4	1	3	1	-15,35	-14,24	6,82	18,96		3	0,5	1	
7	1	6	1	15,49	14,95	6,91	19,36		6	0,5	1,7	
8	1	7	1	-4,94	-0,99	1,49	5,21		7	0,5	2,7	Pinned
9	1	8	1	9,09	1,82	2,17	9,14		8	0	2,7	Pinned
10	1	9	1	-35,06	-15,8	0,27	30,42		9	0,95	1,7	
11	1	10	1	5,44	0,36	0,98	5,53		10	0,05	2,65	
12	1	11	1	5,06	0,17	0,83	5,18		11	0,05	2,6	
13	1	12	1	3,92	0,28	1,29	4,39		12	0,1	2,6	
14	1	13	1	4,08	0,62	1,33	4,45		13	0,1	2,65	
15	1	14	1	3,04	0,34	1,48	3,86		14	0,15	2,6	
16	1	15	1	3,11	0,55	1,4	3,76		15	0,15	2,65	
17	1	16	1	2,32	0,28	1,55	3,47		16	0,2	2,6	
18	1	17	1	2,34	0,4	1,42	3,28		17	0,2	2,65	
19	1	18	1	1,68	0,15	1,55	3,13		18	0,25	2,6	
20	1	19	1	1,65	0,24	1,4	2,88		19	0,25	2,65	
21	1	20	1	1,05	0,02	1,49	2,79		20	0,3	2,6	
22	1	21	1	0,97	0,06	1,35	2,52		21	0,3	2,65	
23	1	22	1	0,35	-0,09	1,38	2,42		22	0,35	2,6	
24	1	23	1	0,22	-0,11	1,25	2,19		23	0,35	2,65	
25	1	24	1	-0,5	-0,11	1,15	2,05		24	0,4	2,6	
26	1	25	1	-0,71	-0,24	1,11	2,03		25	0,4	2,65	
27	1	26	1	-1,6	-0,08	0,72	2		26	0,45	2,6	
28	1	27	1	-1,98	-0,16	0,76	2,32		27	0,45	2,65	

Figura 33 - Tratamento dos resultados no Microsoft Excel

4º Passo

Repetir os passos 2 e 3 até se obter o esqueleto da estrutura, isto é, o método de escoras e tirantes ideal.

Como critério de paragem, neste estudo foi também considerado que, a tensão de Von Mises máxima na análise de elementos finitos não poderá ser aumentada em relação ao valor inicial em mais do que 25%. Este grande aumento significa que já foram eliminados pontos que tinham uma contribuição notória para a resistência mecânica da estrutura.

6

CASOS DE ESTUDO E RESULTADOS

6.1. VIGA PAREDE

Para mostrar a eficiência do método descrito no capítulo anterior, mostram-se em seguida os resultados obtidos em diversas estruturas. Em primeiro lugar foi estudada uma estrutura muito simples: a viga parede.

A viga parede a analisar é constituída por betão C20/25 e está sujeita a uma força concentrada a meio vão no valor de 2000 kN. As condições de apoio e a sua geometria podem ser visualizadas na Figura 34:

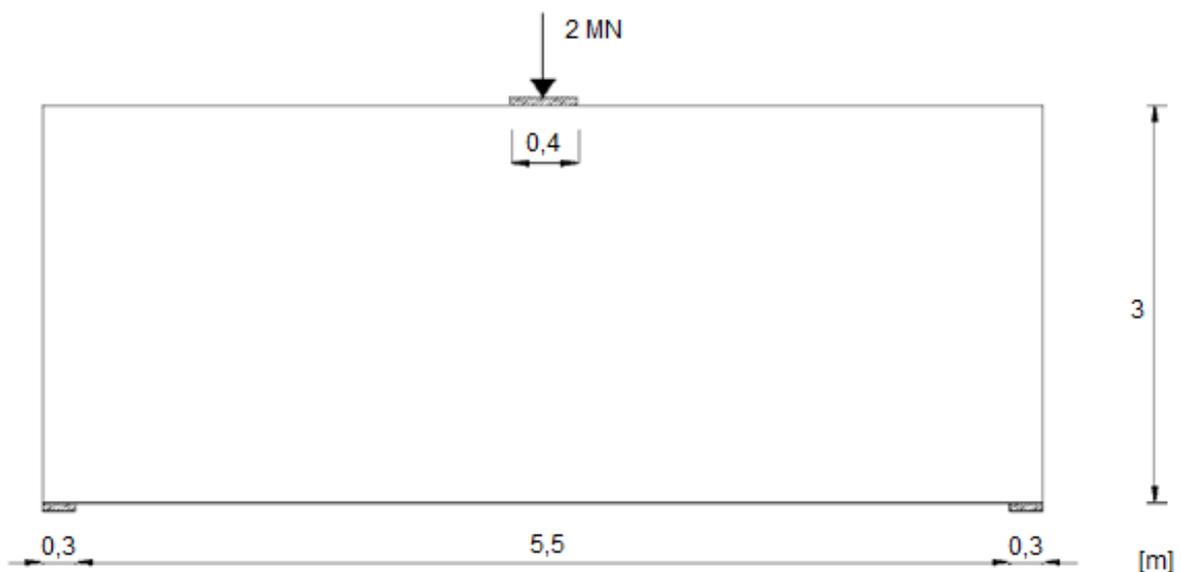


Figura 34 - Viga Parede

A estrutura foi analisada com elementos de 0.10 metros, constituídos por quatro nós. Na Figura 35 encontra-se o modelo da viga parede executado no “Autodesk Robot Structural Analysis Professional”.

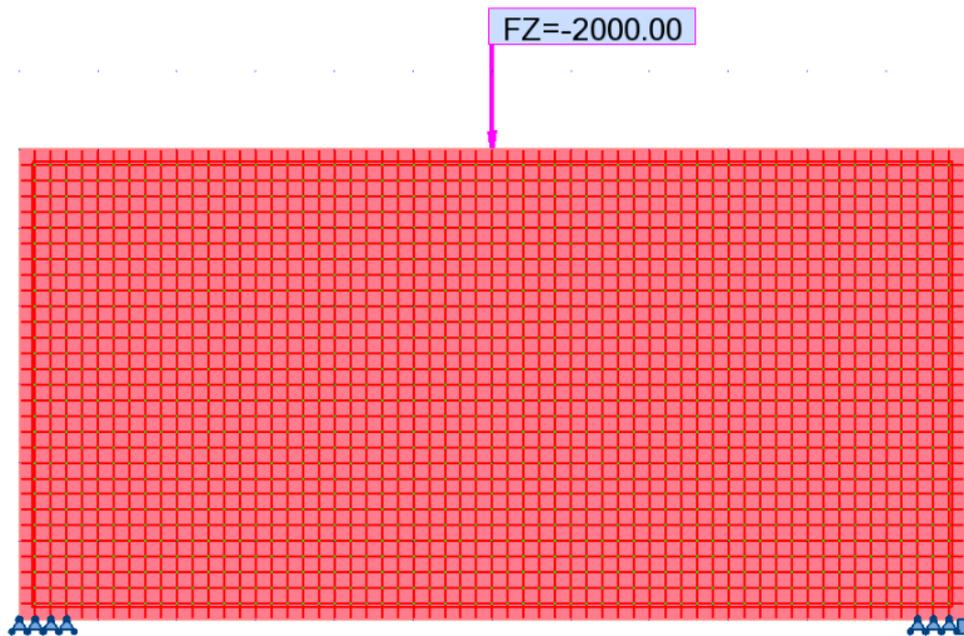


Figura 35 - Modelo da Viga parede do Robot

Seguidamente estão representadas um conjunto de figuras para demonstrar todo o processo de optimização. Na Figura 36, encontram-se os resultados de tensões de Von Mises da viga parede modelada. Nas figuras seguintes (Figura 37, Figura 38, Figura 39, Figura 40) evidencia-se o processo de eliminação dos nós onde a tensão de Von Mises é inferior a 5% do valor máximo registado na estrutura.

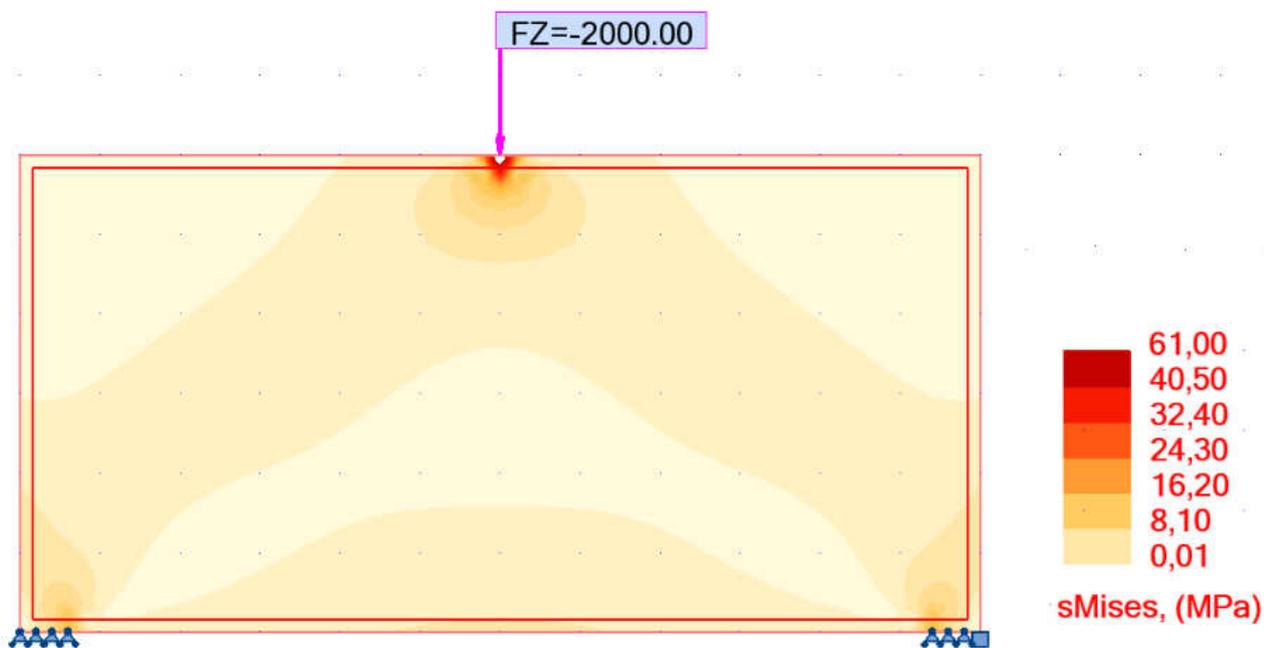


Figura 36 - Tensões de Von Mises

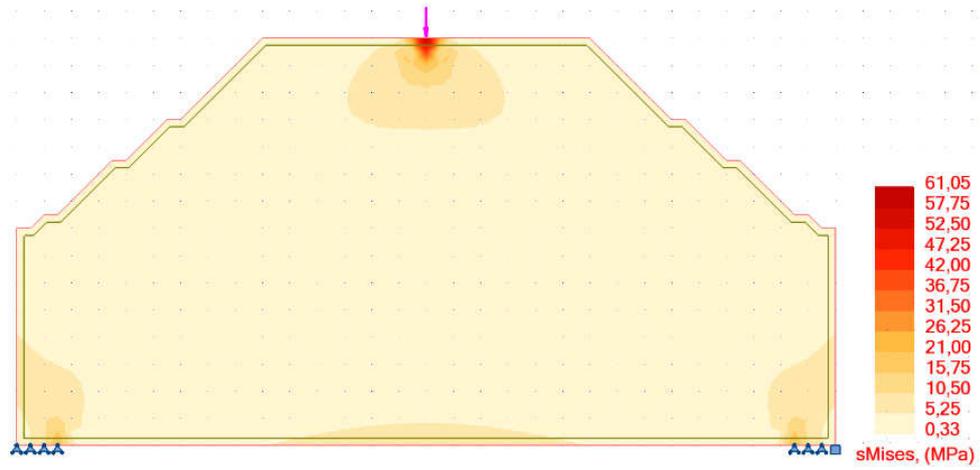


Figura 37 – Viga Parede - Primeira iteração

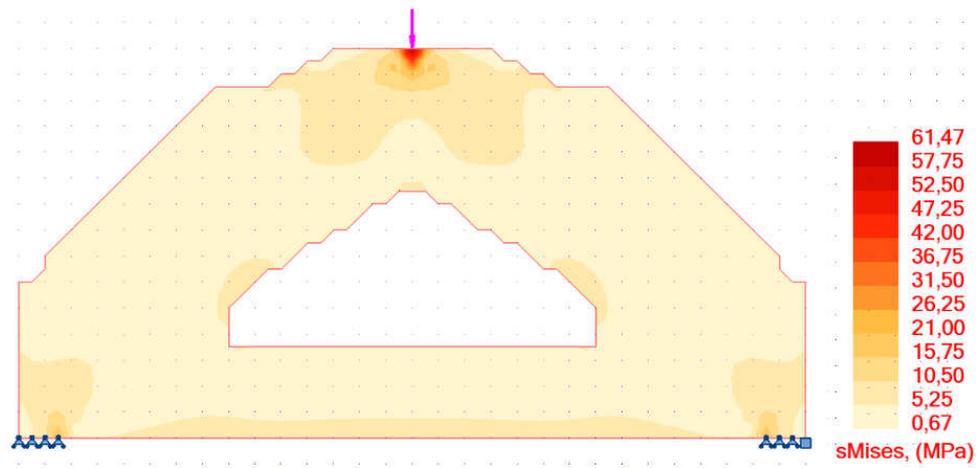


Figura 38 – Viga Parede – Segunda iteração

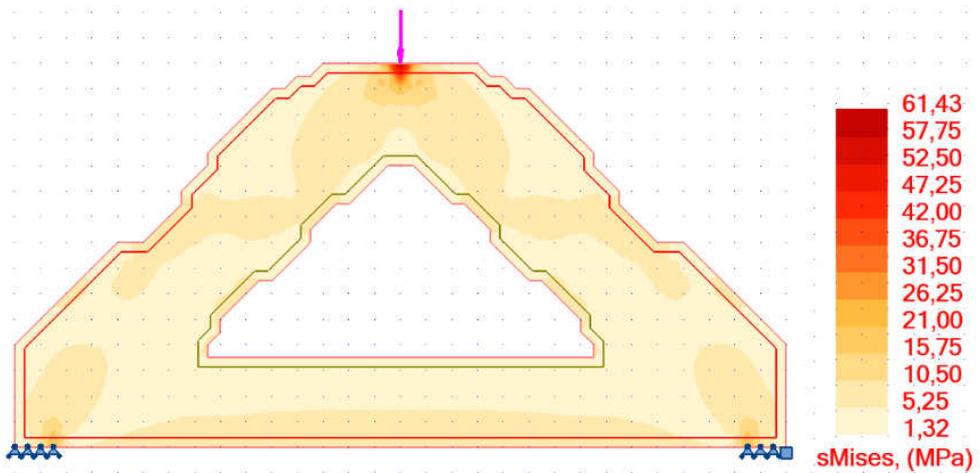


Figura 39 – Viga Parede - Terceira iteração

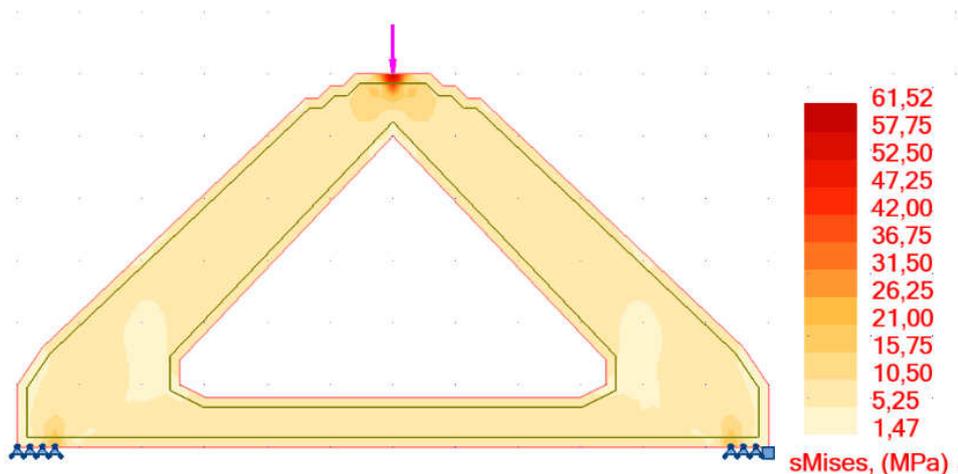


Figura 40 – Viga Parede - Quarta iteração

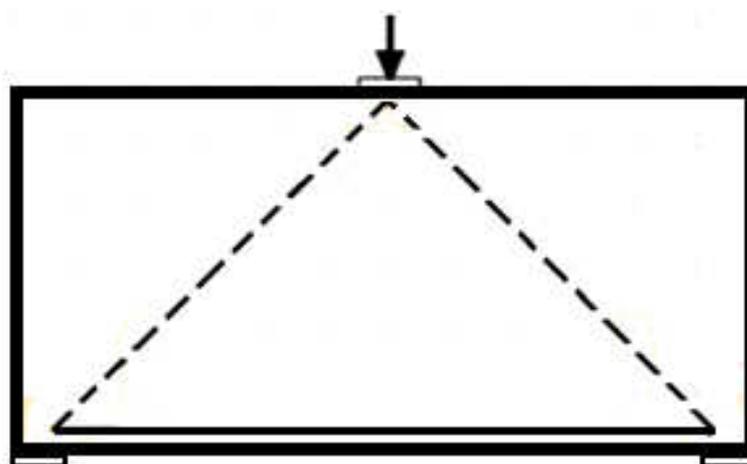


Figura 41 – Viga Parede - Modelo de Escoras e tirantes ideal

Na Figura 41 observa-se o resultado do método de otimização para a viga parede apresentada. Note-se que para a viga parede, fruto de se tratar de uma estrutura muito simples, o método de escoras e tirantes ideal é óbvio, e coincide com o resultado obtido. Isto mostra a eficiência do método proposto.

6.2. VIGA PAREDE COM UMA ABERTURA

O modelo agora a estudar é uma viga parede com uma abertura. As suas dimensões estão representadas na Figura 42 assim com as condições de apoio e o carregamento ao qual a parede está submetida.

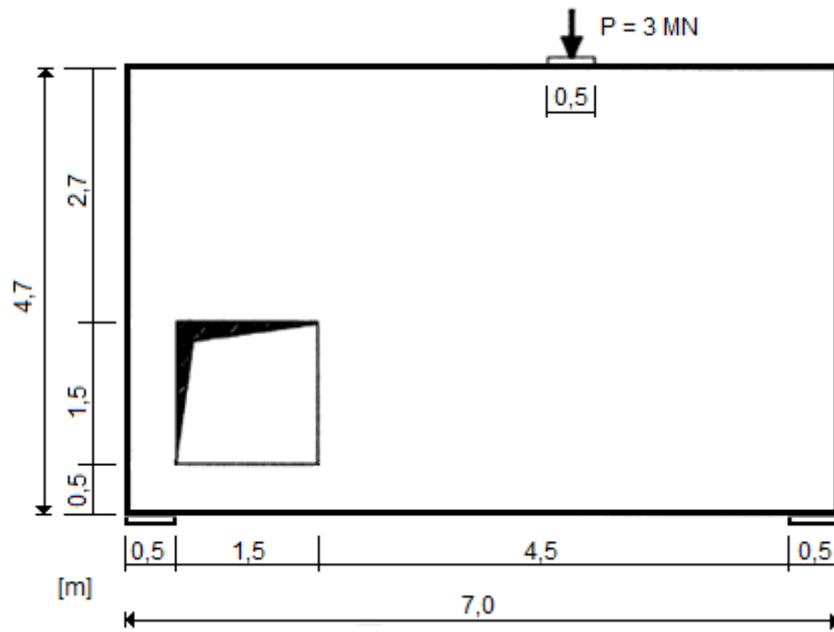


Figura 42 - Viga Parede com abertura

A estrutura é constituída por betão da classe C20/25. Analogamente, este modelo será também modelado em estado plano de tensão no “Autodesk Robot Structural Analysis Professional”. Na Figura 43 ilustra-se a o modelo para análise de elementos finitos.

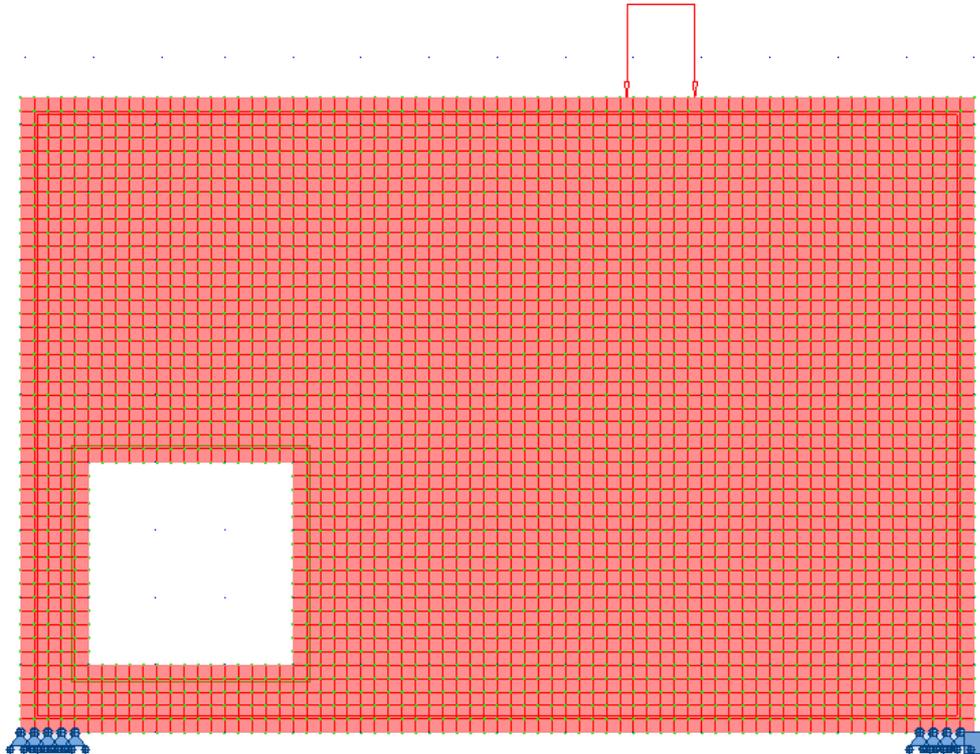


Figura 43 - Modelo da viga parede com abertura

Nas figuras seguintes (Figura 44 a 47) evidenciam-se as várias iterações até se atingir o modelo ideal de escoras e tirantes para a estrutura em estudo. Note-se que neste caso aparecem inúmeras aberturas na peça devido a eliminação dos nós que têm baixa tensão de Von Mises. Nestes casos é necessário ter em atenção que estas aberturas não criem zonas de tensões localizadas que interfiram com o processo de eliminação.

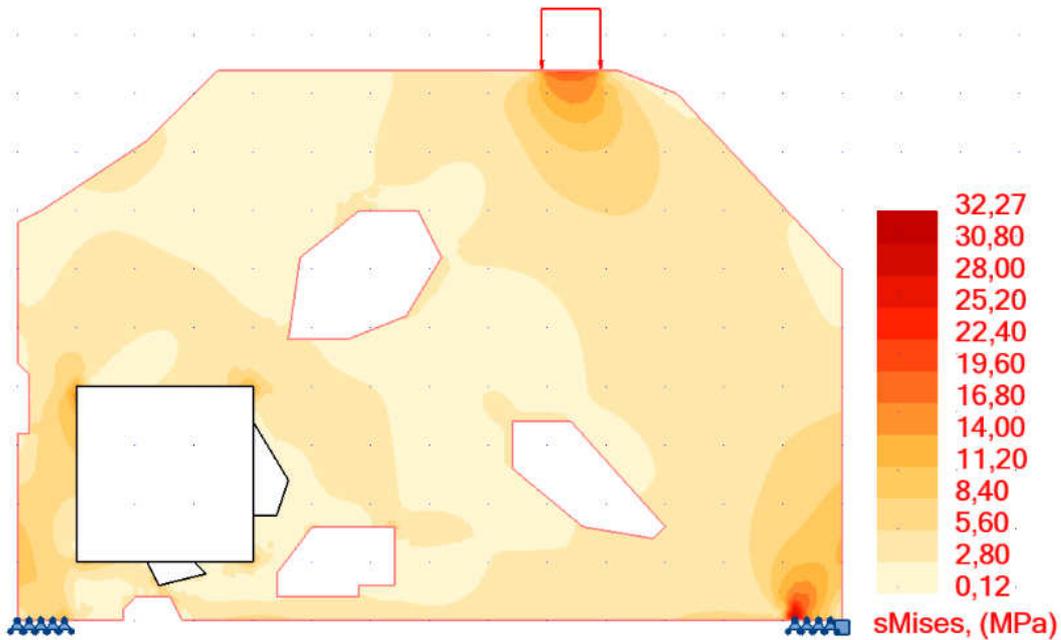


Figura 44 - Viga parede com abertura - Primeira iteração

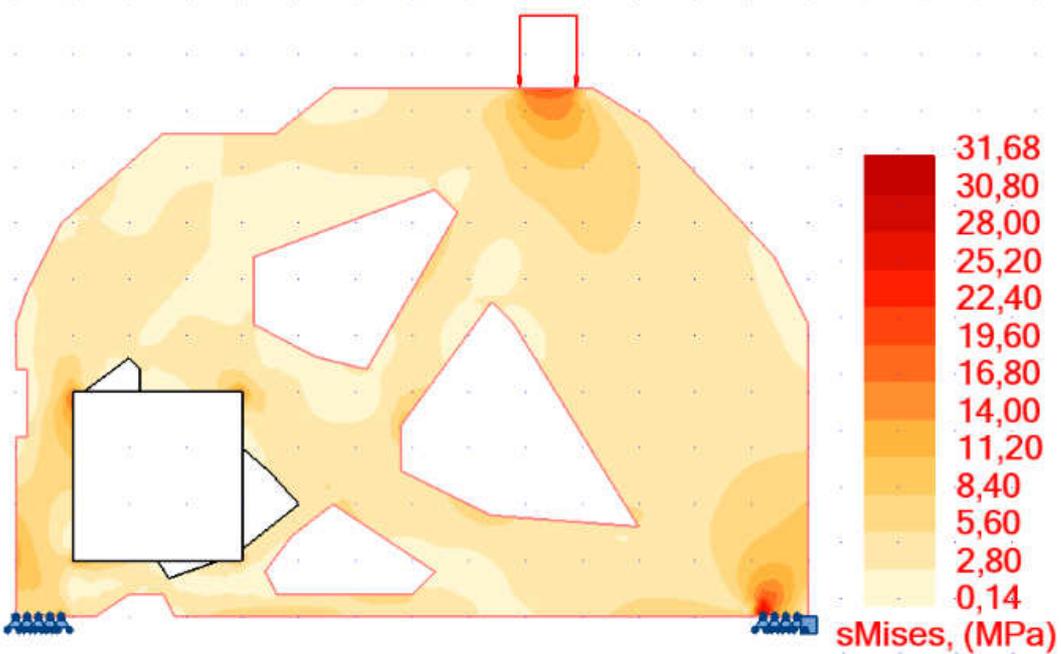


Figura 45 - Viga parede com abertura - Segunda iteração

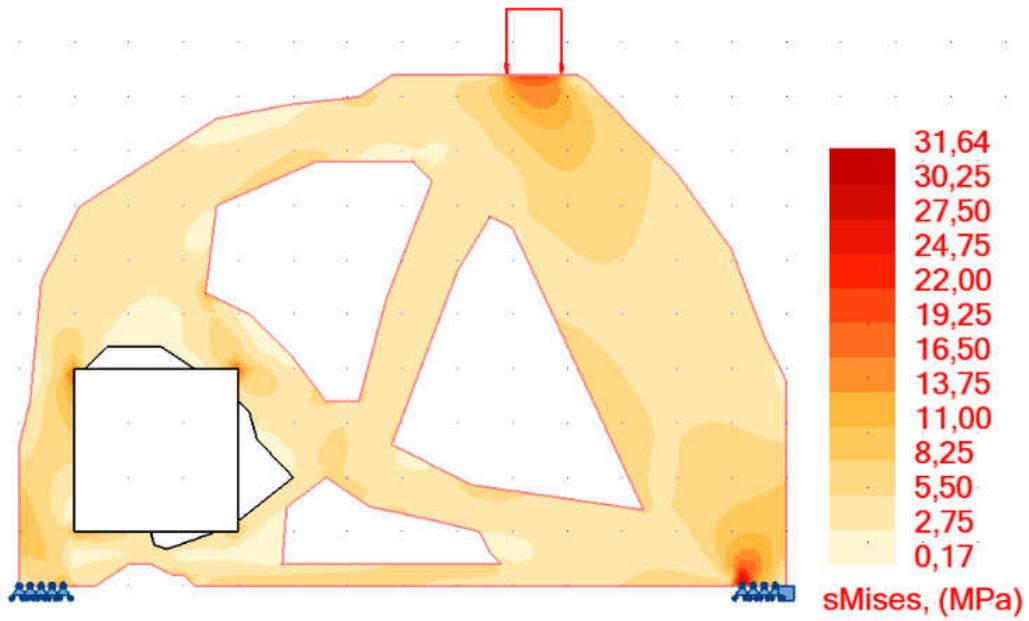


Figura 46 - Viga parede com abertura - Terceira iteração

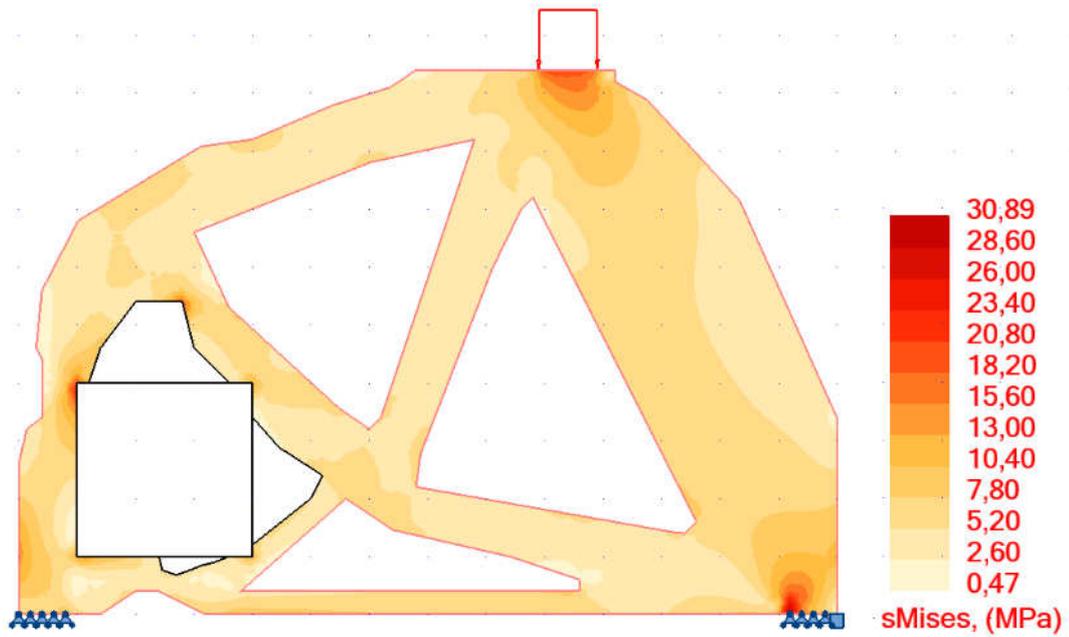


Figura 47 - Viga parede com abertura - Quarta iteração

Na Figura 48 está desenhado o método de escoras e tirantes óptimo para a viga parede com uma abertura.

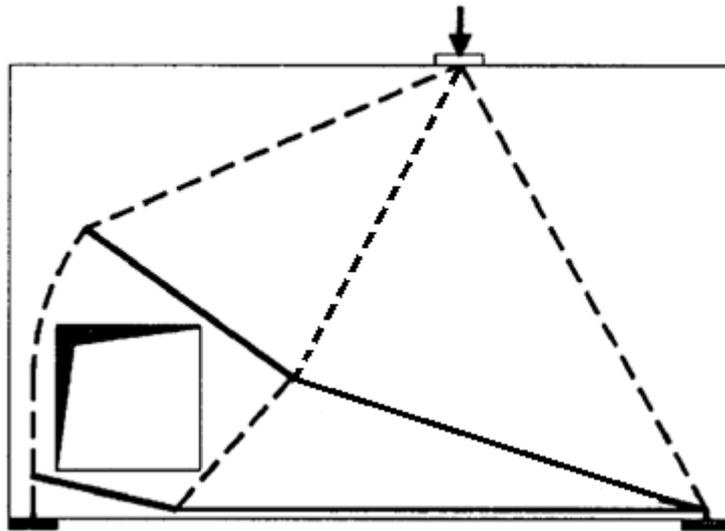


Figura 48 - Método de escoras e tirantes ideal para a viga parede com uma abertura

6.3. VIGA PAREDE COM DUAS ABERTURAS

No exemplo que se segue será apresentada mais uma viga parede, mas agora com duas aberturas colocadas simetricamente no modelo.

Este exemplo demonstra a eficiência do método proposto, uma vez que, sendo esta estrutura relativamente mais complexa do que a anterior, tem no entanto um método de escoras e tirantes que o projectista de estruturas com facilidade idealizaria.

A viga parede tem duas aberturas colocadas simetricamente a meia altura, uma espessura de 30 cm e é constituída por betão da classe C30/37. As suas dimensões estão representadas na Figura 49 assim como as condições de apoio e o carregamento ao qual a parede está submetida.

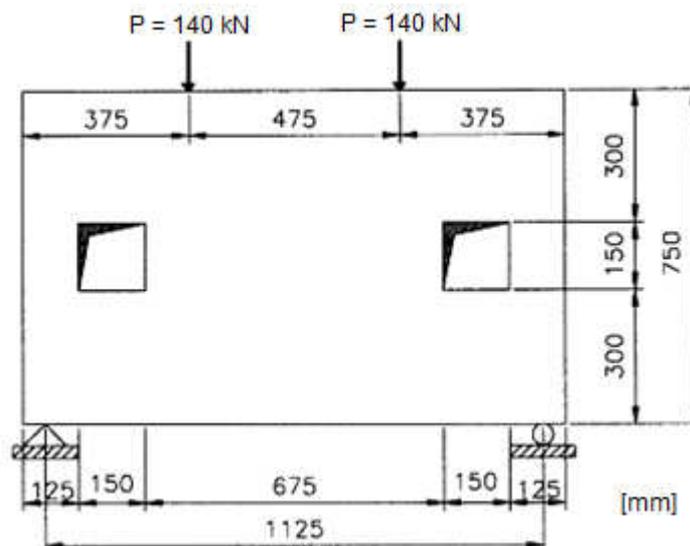


Figura 49 - Viga Parede com duas aberturas

Na Figura 50 está representado o modelo de elementos finitos realizado no “Autodesk Robot Structural Analysis Professional” e na Figura 51 estão representadas as tensões de Von Mises da mesma estrutura.

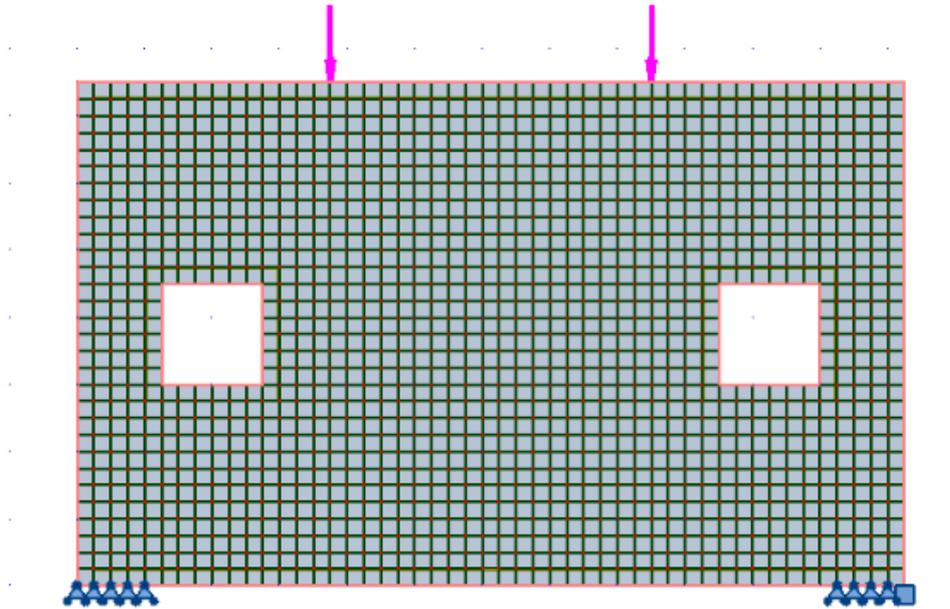


Figura 50 - Modelo de elementos finitos da viga parede com duas aberturas

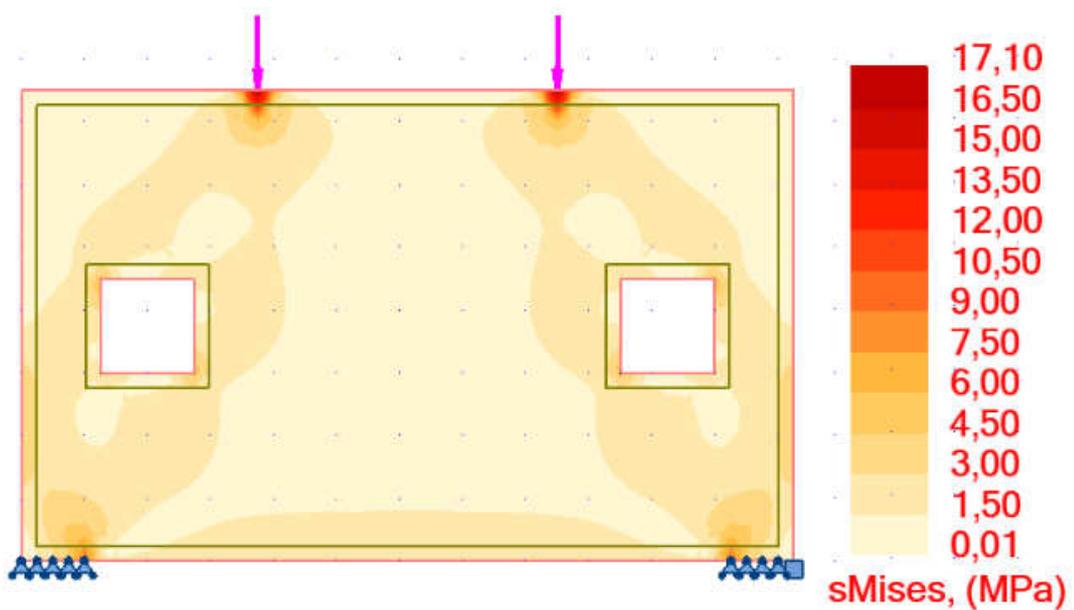


Figura 51 - Tensões de Von Mises da Viga parede com duas aberturas

Nas figuras seguintes (Figura 52 a 55) estão representadas as várias iterações onde se desenvolve o método proposto para atingir o método de escoras e tirantes óptimo para a viga parede com duas aberturas.

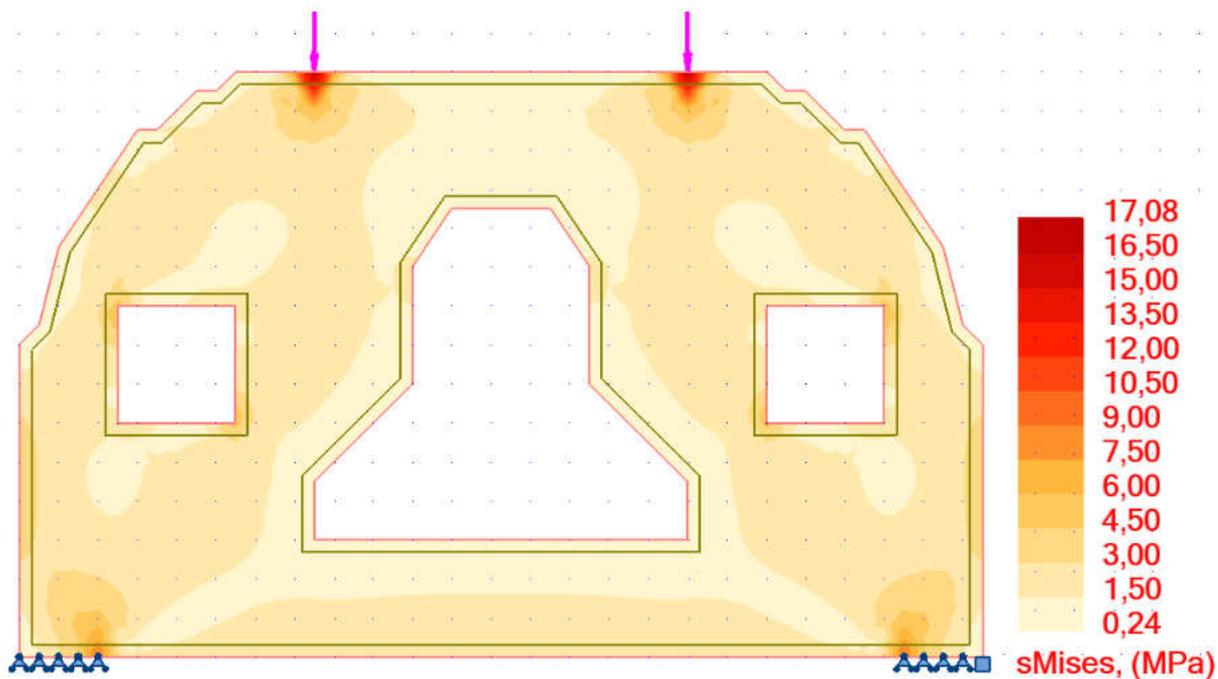


Figura 52 - Viga parede com duas aberturas - Primeira iteração

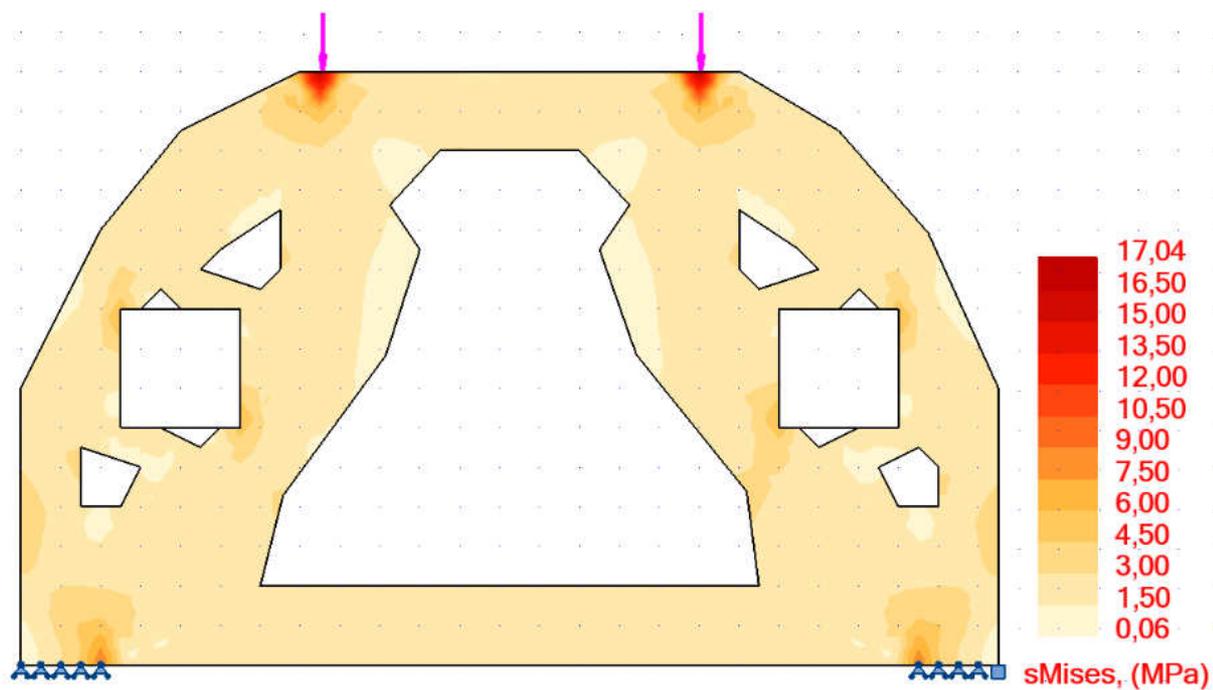


Figura 53 - Viga parede com duas aberturas - Segunda iteração

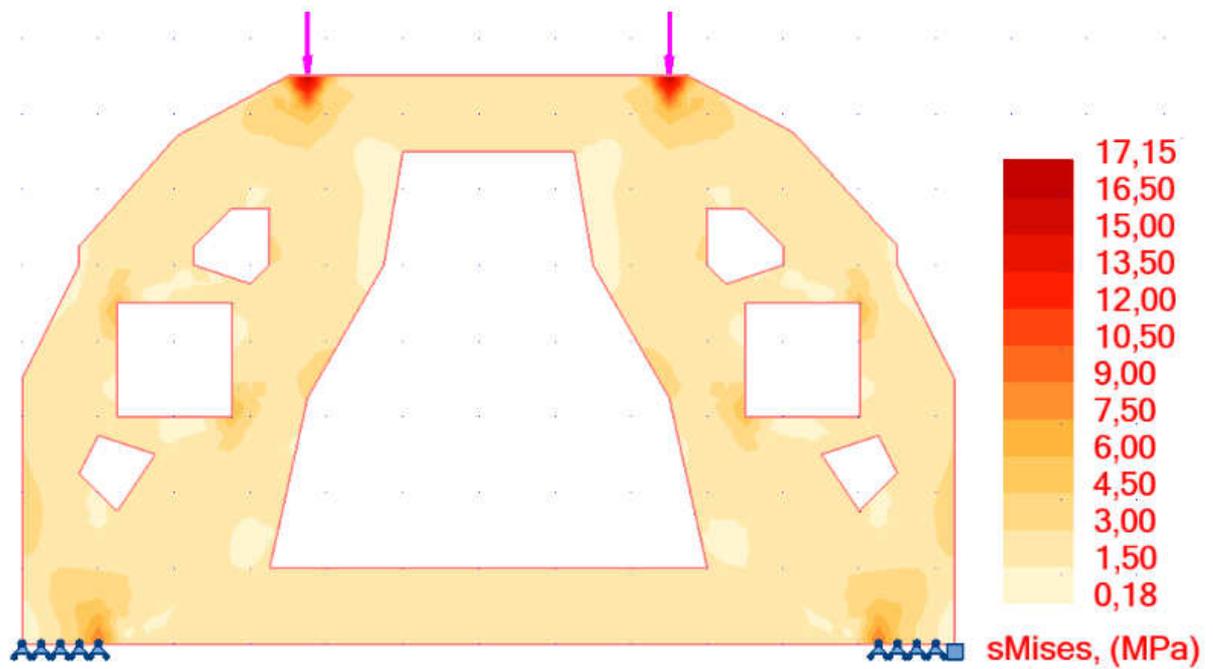


Figura 54 - Viga parede com duas aberturas - Terceira iteração

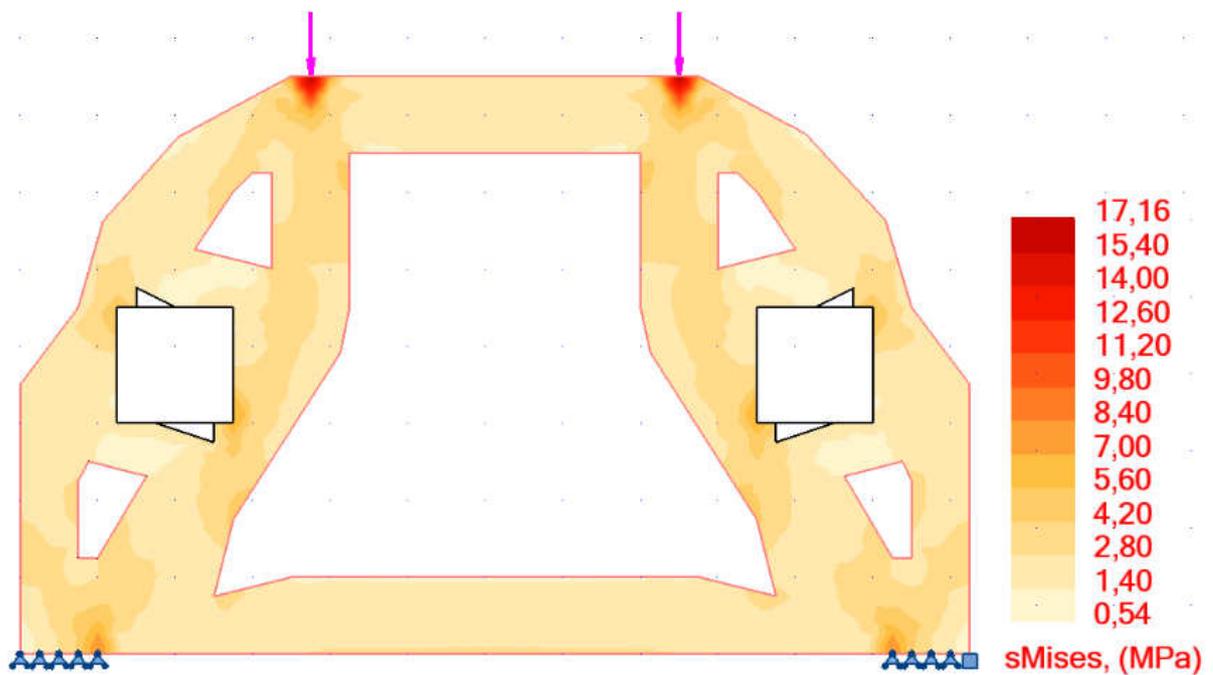


Figura 55 - Viga parede com duas aberturas - Quarta iteração

Nas figuras Figura 56 e 57 é representado o esqueleto resistente da estrutura onde se evidencia o método de escoras e tirantes ideal. A linha tracejada representa as escoras, e a linha contínua representa os tirantes.

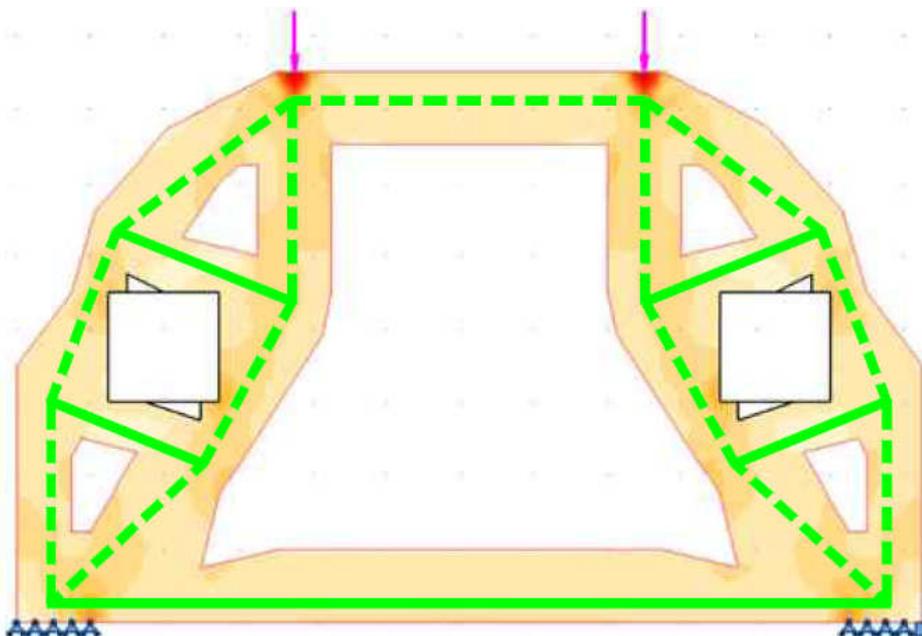


Figura 56 - Modelo de escoras e tirantes óptimo para a viga parede com duas aberturas

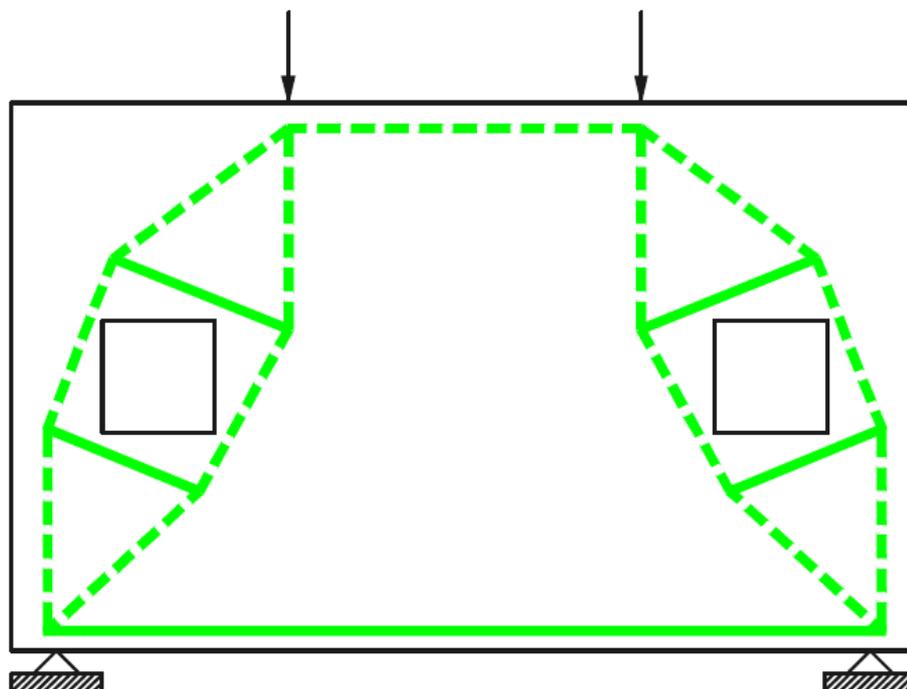


Figura 57 - Modelo de escoras e tirantes óptimo para a viga parede com duas aberturas (esquema)

6.4. LIGAÇÃO CONSOLA CURTA – PILAR

Como último exemplo é apresentada uma consola curta inserida num pilar. A estrutura é projectada para suportar uma carga de 500 kN aplicada na extremidade da consola curta.

As condições de apoio e a geometria da estrutura podem ser visualizadas na Figura 58:

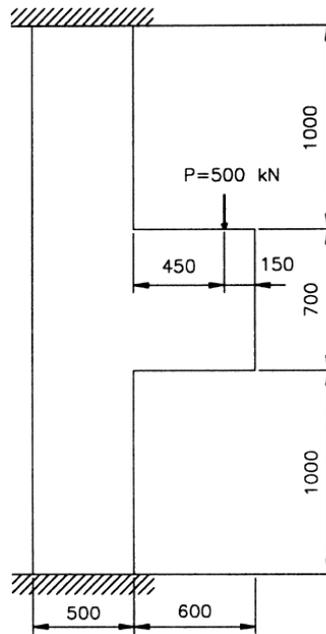


Figura 58 - Consola curta

Na Figura 59 encontra-se a estrutura modelada no programa de elementos finitos.

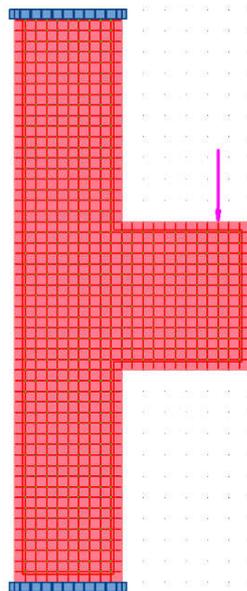


Figura 59 - Modelo de elementos finitos da Consola Curta

Na Figura 60, encontram-se os resultados das tensões de Von Mises da consola curta modelada.

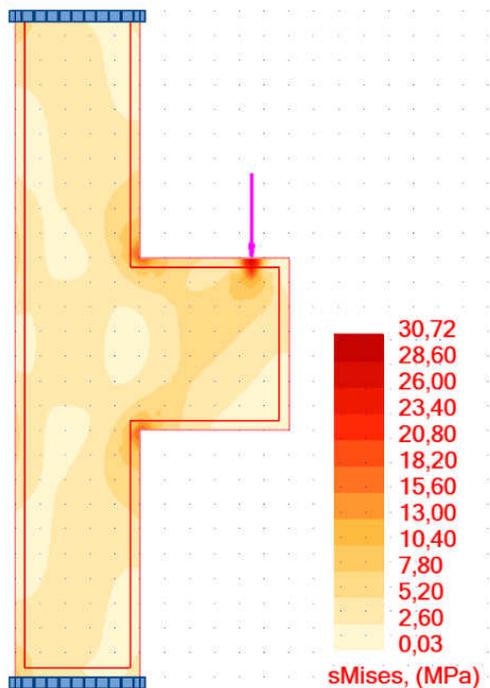


Figura 60 - Consola curta – Primeira iteração

Nas figuras seguintes (Figura 60 a 64), estão os representados os resultados das diversas iterações ate se atingir o esqueleto resistente da estrutura.

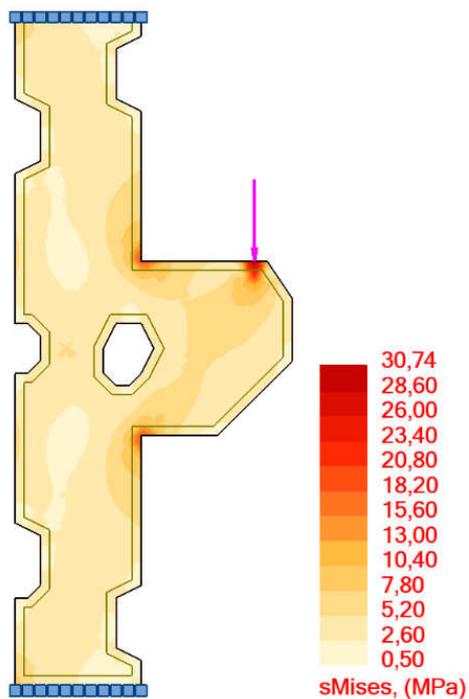


Figura 61 - Consola curta – Segunda iteração

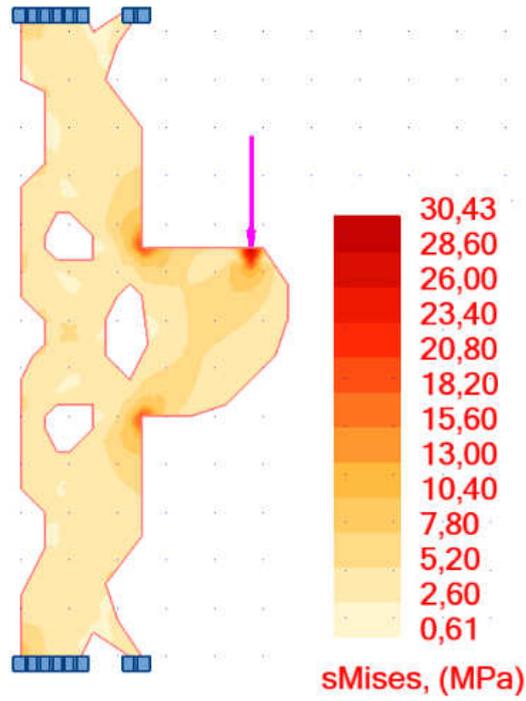


Figura 62 - Consola curta – Terceira iteração

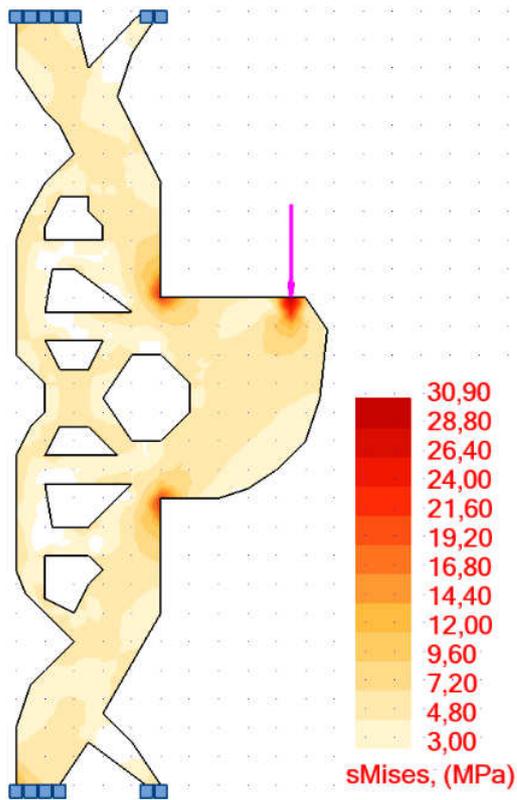


Figura 63 - Consola curta – Quarta iteração

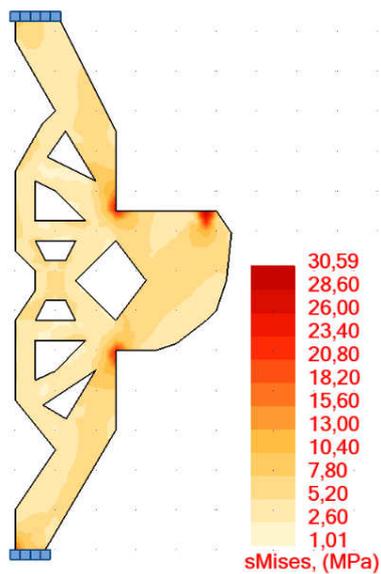


Figura 64 - Consola curta - Quinta iteração

Nas figuras Figura 65 e 66 está representado o esqueleto resistente da estrutura onde se evidencia o método de escoras e tirantes ideal. A linha tracejada representa as escoras, e a linha contínua representa os tirantes.

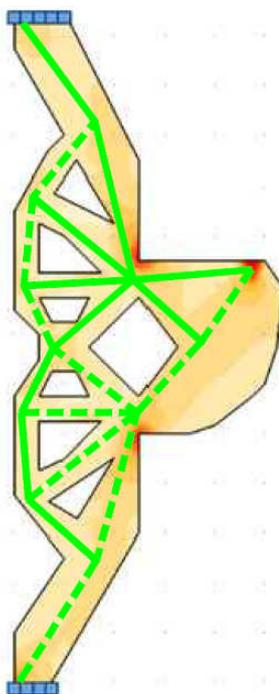


Figura 65 - Modelo de escoras e tirantes óptimo para a Consola Curta

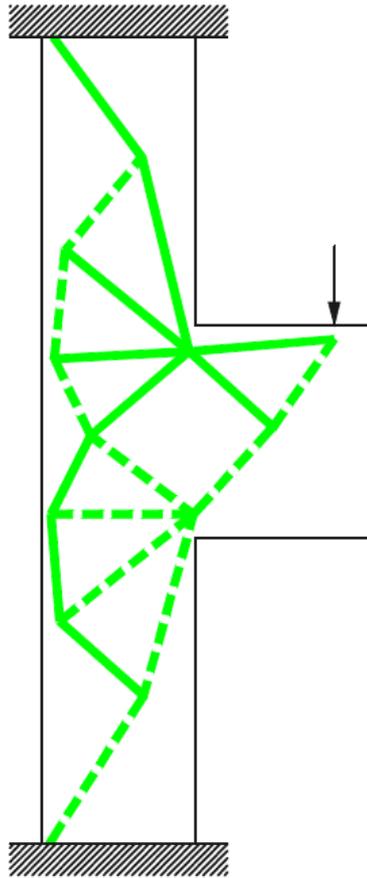


Figura 66 - Modelo de escoras e tirantes óptimo para a Consola Curta (esquema)

CONCLUSÕES

7.1. CONCLUSÕES GERAIS

Durante a realização deste trabalho procurou-se criar um método para otimizar os modelos de escoras e tirantes em estruturas de betão armado. A utilização do método dos elementos finitos associada ao método de escoras e tirantes parece ser uma estratégia eficaz para definir critérios de optimização.

Foi então proposto um método de optimização que fundisse as vantagens de análise de estruturas fornecida pelos softwares de elementos finitos, com a rápida análise de dados permitida pelo Microsoft Excel para determinar os elementos que não são eficientes no transporte das forças.

Neste trabalho adoptou-se como parâmetro de análise as tensões de Von Mises. Nos vários exemplos estudados foram sendo eliminados os pontos onde as tensões de Von Mises tinham valores desprezáveis, sendo que assim, a estrutura aumenta continuamente a sua eficiência.

A busca pelo método de escoras e tirantes ideal, tem sido alvo de várias investigações, e é um tema de grande importância na medida em que é cada vez mais necessário dimensionar as estruturas com rigor, e regras apoiadas em bases científicas.

O método de escoras e tirantes é uma solução para o dimensionamento das Zonas D. No entanto, vários problemas, dentre os quais de salientar, a dificuldade de idealizar o método de escoras e tirantes em estruturas de elevada complexidade, e a não unicidade na escolha do modelo de dimensionamento, traduzem a necessidade de criar métodos como o que aqui neste trabalho foi proposto.

7.2. CONCLUSÕES FINAIS

A não uniformidade na solução de um método de escoras e tirantes óptimo para cada estrutura de betão, cria uma certa incerteza na utilização de um método onde a diversidade de possibilidades é em geral vasta, e onde para várias soluções é garantido o equilíbrio. No entanto, este equilíbrio não traduz necessariamente que o desenho adoptado para o método de escoras e tirantes seja o ideal. A procura por um processo que permita ao projectista de estruturas encontrar o sistema de escoras e tirantes óptimo para representar todas as estruturas tem ganho interesse, e é cada vez mais assunto de diversas investigações.

Neste trabalho, procura-se encontrar um método que resolva este problema, de maneira eficaz e rápida.

Pela análise dos resultados expostos no capítulo seis, pode-se concluir que o método é capaz de resolver um vasto leque de estruturas, evidenciando o esquema de escoras e tirantes óptimo pelo que pode ser empregue nas mais diversas situações.

7.3. DESENVOLVIMENTOS FUTUROS DA INVESTIGAÇÃO NESTE DOMÍNIO

Nesta dissertação, foi já provado que é possível idealizar o método de escoras e tirantes óptimo para as estruturas de betão armado.

Paralelamente ao método proposto, foram também expostos métodos de outros autores que atingem resultados muito idênticos, identificando sempre com rigor o esqueleto resistente das estruturas. Continua ainda assim a ser necessário todo um trabalho manual por parte do projectista de estruturas, o qual tem que realizar um estudo, efectuando várias iterações recorrendo a programas de elementos finitos. Pensa-se que será de todo o interesse a criação de um programa que permita a obtenção do modelo de escoras e tirantes óptimo de forma automática utilizando a avaliação das tensões de Von Mises.

Este tipo de programa permitiria ao projectista uma confiança científica na utilização do método de escoras e tirantes ideal, sendo que, este processo não dispensaria o projectista uma vez que idealizado o modelo, existe todo um leque de matérias necessárias para colmatar o dimensionamento, como sendo a distribuição de armaduras.

BIBLIOGRAFIA

- ASCE-ACI Committee 445 on Shear and Torsion. *Recent approaches to shear design of structural concrete*. J. Struct. Eng., ASCE, Vo. 124, No. 12, 1998
- Álvaro F. M. Azevedo. *Livro Método dos Elementos Finitos*. FEUP, Portugal, 1ª Edição, Abril de 2003.
- Argyris, J. H. *Energy Theorems and Structural Analysis*, Aircraft Eng, Londres, 1964.
- Chen, W. F.. *Plastic in Reinforced Concrete*. McGraw-Hill Book Company, USA, 1982.
- Clough, R. W. *The Finite Element Method in Plane Stress Analysis*, Proc 2d ASCE Conf Electronic Computation. Pittsburgh, EUA, set. 1960
- Courant, R. Variational Methods for the Solution of Problems of Equilibrium and Vibrations, Bull Am Math Soc,49,1-23,1943.
- Drucker, D.C. & Prager, W. *Soil mechanics and plastic analysis or limit design*, *Q. J. Appl. Math.*, Vol.10, pp.157-165, 1952
- Foster, S. J.. *Design of Non-Flexural Members for Shear*". Cement and Concrete Composites, v.20,1998.
- Fu, C. C.. *The Strut-and-Tie Model of Concrete Structures*. Palestra, The Maryland State Highway Administration , Agosto 2001.
- Gvozdec, A. *The determination of the value of the collapse load for statically indeterminate systems undergoing plastic formulation*. Proceedings of the Conference on Plastic Deformations. Moskow: Akademia, 1938
- Hrenikoff, A. *Solution of Problems in Elasticity by the Framework Method*, J Appl Mech, 8, 169-175,1941.
- Hyo-Gyoung Kwak, Sang-Hoon Noh. *Determination of strut-and-tie models using evolutionary structural optimization*. Elsevier, Março 2006
- Hyunsun, K., *Topology Optimization for Reinforced Concrete Design*, University of Bath, 2002
- Kupfer, H.. *Expansion of Mörsch's Truss Analogy by Application of the Principle of Minimum Strain Energy*.CEB-Bulletin 40, Paris, 1964.
- Leonhardt, F.; Mönnig, E.. *Construções de Concreto*. Editora Interciência, Rio de Janeiro, 1979.
- Liang, Q.Q., Xie, Y.M. and Steven, G.P., *Generating optimal strut-and-tie models in prestressed concrete beams by performance-based optimization*. ACI Structural Journal, Vol. 98, No. 2, 2001, pp. 226-232.
- Liang, Q.Q. and Steven, G.P., *A performance-based optimization method for topology design of continuum structures with mean compliance constraints*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 191, No. 13-14, 2002
- Marti, P. *"Basic Tools of Reinforced Concrete Beam Design"*. ACI Structural Journal, Proceedings, v.82, n.1, p 45-56, 1985a.
- Marti, P. *Truss Models in Detailing*. Concrete International, v.82, n.1, p.66-73, 1985b.

- McHenry, D. *A Lattice Analogy for the Solution of Plane Stress Problems*, J Inst Civil Eng, 21, 59-82, 1943.
- Nielsen, M. P.. *Limit Analysis and Concrete Plasticity*. Prentice-Hall Series in Civil Engineering, New Jersey, U.S.A, 1984.
- O. Sigmund, J. Petersson, *Numerical instabilities in topology optimization: a survey on procedures dealing with checkerboards, mesh-dependencies and local minima*, Struct. Optim., 1998
- Paulo José Brandão Barbosa Lourenço. *Novas Metodologias para o dimensionamento de estruturas de betão armado*. Universidade do Minho. Outubro 1992.
- Prager, W. *An Introduction to Plasticity*, Addison-Wesley, 1959
- Qing Quan, Yi Min Xie, Grant Prentice Steven. *Topology Optimization of Strut-and-Tie Models in Reinforced Concrete Structures Using an Evolutionary Procedure*. Aci Structural Journal, Março-Abril, 2000
- Rafael Alves de Souza. *Concreto Estrutural: Análise e Dimensionamento de Elementos com Descontinuidades*. Tese de Doutorado, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2004.
- Rafael A. de Souza, Túlio N. Bittencourt. *Elementos especiais de concreto: novas metodologias para um dimensionamento racional e seguro*. Revista de Engenharia, Ciência e Tecnologia.
- Rao, S.. *The Finite Element Method in Engineering*. Butterworth Heinemann, 1999.
- Rüsch, H.. *On the limitations of applicability of the truss analogy for shear design of r. c. beams*. Université de Liege, 1964.
- Schäfer, K.; Schlaich, J.. *Consistent Design of Structural Concrete using Strut and Tie Models*. Colóquio sobre comportamento e projecto de Estruturas, Rio de Janeiro, 1988
- Schäfer, K.; Schlaich, J.. *Design and Detailing of Structural Concrete using Strut and Tie Models*. The Structural Engineer, Março 1991.
- Schlaich, J.. *"The Need for Consistent and Translucent Models"*. IABSE Colloquium Structural Concrete, v.62, Stuttgart, p.169-184, 1991. Proceedings.
- Schlaich, J.; Schäfer, K.; Jennewein, M.. *"Toward a Consistent Design of Structural Concrete"*. PCI Journal, v.32, n.3, p.74-150, 1987.
- Thürlimann, B. *Plastic Analysis of Reinforced Concrete Beams*. IABSE Colloquium on plasticity in reinforced concrete, Copenhagen: International Association for Bridge and Structural Engineering, v. 28, 1979.
- Turner, M. J., Clough, R. W., Martin, H. C. e Topp, L. J. *Stiffness and Deflection Analysis of Complex Structures*, J Aeron Sci, 23(9), 805-823, 1956.