



Universidade do Porto

Faculdade de Engenharia

FEUP

**Análise do Comportamento Dinâmico de
Componentes Estruturais sob Solicitações
Generalizadas**

Fernando José Ferreira

Dissertação submetida à Universidade do Porto
para a obtenção do grau de Doutor em
Engenharia Mecânica

Maio 2003

Análise do Comportamento Dinâmico de Componentes Estruturais sob Solicitações Generalizadas

Fernando José Ferreira

Orientador: Professor Mário Augusto Pires Vaz
Co-orientadores: Professor Francisco José Malheiro Queirós de Melo
Professor José Maria Osório Sousa Cirne

Tese submetida em Maio de 2003

À Maria e à Anabela

Agradecimentos

Desejo expressar os meus mais sinceros agradecimentos a todos aqueles, pessoas ou instituições, que possibilitaram a realização deste trabalho. Sem desejar diminuir a importância daqueles que me apoiaram e incentivaram com um simples gesto ou palavra amiga, quero salientar aqueles que durante a realização deste trabalho estiveram mais próximos.

Ao Prof. Mário Vaz, meu grande amigo, a quem coube a idealização e orientação deste trabalho, pela sua constante atenção, pela sua disponibilidade, pelos seus conselhos, pelo seu apoio e pela sua ajuda. Sem o qual este trabalho não chegaria a bom termo, o meu muito obrigado.

Ao Prof. Francisco Queirós de Melo, meu amigo e co-orientador, pelo apoio, ajuda e participação no desenvolvimento deste trabalho.

Ao Prof. José Cirne, co-orientador deste trabalho, pelo apoio, pelos contactos realizados e pelos equipamentos cedidos.

Ao colega e amigo Eng. Jorge Justo pela partilha de experiências e entre ajuda de muito dos trabalhos realizados.

Ao Prof. José Oliveira Simões, meu amigo, pelos seus conselhos, apoio e participação neste trabalho.

Ao Prof. Gerard Gary da *École Polytechnique* de Palaiseau, França, pelos seus ensinamentos e conselhos na fase inicial deste trabalho.

A todos os colegas do LOME, em especial aos amigos Dr. Jaime Monteiro, Prof. Rui Guedes, Eng. Hernani Lopes, Eng. João Ribeiro, Dr. Paulo Tavares, Eng. Pedro Carreto, Eng. Pedro Magalhães, Eng. Rui Meireles e Eng. Rodolfo Pinto, pela colaboração e amizade com que fui tratado.

Ao Prof. Joaquim Silva Gomes, director da unidade, pela gentileza com que acarinhou este trabalho.

Aos colegas do SMAP, em especial a D. Fernanda Fonseca, pela ajuda, disponibilidade e competência com que gere o secretariado.

Ao pessoal das oficinas do DEMEGI, pela prontidão e mestria do serviço, em especial ao Sr. José Almeida, pelos conselhos na resolução de alguns problemas.

À F. Ramada e ao amigo Eng. Manuel Sarmiento, pela disponibilidade e prontidão no fornecimento de material não standard.

À Fundação para a Ciência e Tecnologia, agradeço o apoio financeiro concedido no âmbito do programa PRODEP e pelos projectos POCTI/1999/EME/35901 Caracterização do comportamento dinâmico de materiais em situação de Impacto e POCTI/EME/40048/2001 Análise da resposta e do dano em compósitos de matriz polimérica sob cargas dinâmicas.

Resumo

Este trabalho teve como principal objectivo apetrechar o Laboratório de Óptica e Mecânica Experimental – LOME de um conjunto de ferramentas para a caracterização dinâmica de materiais e estruturas simples sob solicitações de impacto. Através de uma revisão bibliográfica dos métodos disponíveis para este fim foi seleccionada a técnica *Split Hopkinson Bar Technique* – SHBT.

O trabalho experimental consistiu na concepção, projecto e construção dos principais equipamentos necessários à realização dos ensaios. Foi montada uma instalação experimental que incorpora algumas soluções que sendo inovadoras não comprometem o rigor dos resultados, tendo sido seleccionados sistemas de aquisição e tratamento de sinal adequados.

Na sua configuração actual, a instalação permite ensaios em compressão com barras de três impedâncias distintas, ensaios em tracção e flexão em três pontos. Para os ensaios em tracção foi concebida uma solução inovadora para as amarras que permite caracterizar materiais sob a forma de laminados. O especial cuidado dado a distribuição axial de massa destas permitiu manter a impedância mecânica do conjunto dentro de uma gama apertada.

O processamento sistemático de sinais obtidos nos ensaios para determinar as propriedades dinâmicas exige a utilização de um programa numérico apropriado. Inicialmente foi utilizado um código comercial desenvolvido na *École Polytechnique* de Palaiseau com resultados comprovados. Durante este trabalho foi desenvolvido um código análogo, de fácil utilização. Este é baseado em MATLAB, e apresentou bons resultados. Um pequeno código numérico foi também desenvolvido com o objectivo de permitir uma antevisão dos sinais obtidos num determinado ensaio.

Foi também desenvolvido um conjunto de rotinas numéricas para simulação da propagação de ondas elásticas. O código proposto é inovador pois simula com rigor o fenómeno da propagação com reflexões em variações de impedância a partir de um código aberto de dimensão modesta.

Por último deve referir-se o desenvolvimento de uma técnica de Moiré para investigar as deformações após rotura em provetes de tracção.

Foi realizado um extenso programa de ensaios com vista à caracterização de um conjunto de materiais, seleccionados de acordo com os actuais interesses do grupo, como biomateriais, tecido ósseo, Dyneema® e Kevlar®. Nesta selecção de materiais foi ainda tida em consideração a possibilidade de sondar novas áreas de aplicação da técnica.

O LOME fica assim dotado de uma instalação experimental versátil e fiável com a qual é possível caracterizar o comportamento dinâmico de materiais e estruturas simples.

Résumé

Ce travail a eu comme principal objectif celui de rendre des recours améliorateurs aux possibilités du Laboratoire d'Optique et Mécanique Expérimental – LOME ceux-ci en consistant en outils pour la caractérisation dynamique des matériaux et structures simples sous des forces de choc. Après une révision bibliographique des méthodes disponibles pour ce but, on a sélectionné la technique de *Split Hopkinson Bar Technique* – SHBT.

Le travail expérimental a consisté en concevoir, projeter et faire fabriquer les équipements principaux nécessaires au mis au point des essais. L'installation consiste dans l'ensemble expérimental de quelques solutions innovatrices qui ne conduisent pas à la perdre de rigueur des résultats. On a aussi ajouté à l'ensemble des systèmes convenables d'enregistrement de données et traitement du signal.

Dans la configuration actuelle, l'installation permet des essais en compression axiale avec des tiges de trois impédances différentes et des essais, soit en traction soit en flexion en trois points. Pour effectuer les essais en traction, on a conçu une solution innovatrice pour les mâchoires de l'éprouvette, ceci permettant la caractérisation de matériaux laminés. On a mis un spécial soin dans la distribution axial de la masse aux mâchoires pour maintenir l'impédance de l'ensemble dans des limites très précises.

Le traitement systématique des signaux obtenus dans les essais pour la détermination des propriétés dynamiques exige l'usage d'un logiciel numérique convenable. D'abord on a employé un code logiciel commercial développé par l'*École Polytechnique* de Palaiseau avec de résultats éprouvés. Pendant la réalisation de ce travail, on a développé aussi un code similaire et d'usage facile. Ceci est basé en langage MATLAB et a présenté des résultats précis. Un petit logiciel auxiliaire fut aussi préparé avec l'objectif de permettre une prévision des signaux obtenus dans un déterminé essai.

On a aussi développé un ensemble de routines numériques pour la simulation de la propagation d'ondes de contrainte élastique. Le code ici proposé est innovateur car il simule avec rigueur le phénomène de la propagation avec des réflexions en présence de variations d'impédance à partir d'un code ouvert de dimensions réduites.

Pour finir, on fait une référence au développement d'une technique de Moiré pour faire l'investigation des déformations post-rupture en des éprouvettes sous traction.

Un long programme d'essais envisageant la caractérisation d'un ensemble de matériaux sous sélection d'accord aux intérêts actuelles du group de recherche du LOME, tels est le sujet des biomatériaux, tissu d'os, Dyneema® et le Kevlar®. Dans cette sélection on a encore considéré la possibilité d'exploiter des nouvelles aires d'application de la technique.

Le Laboratoire LOME devient ainsi une unité de recherche dotée d'une installation expérimentale versatile et fiable, avec laquelle il est possible faire la caractérisation du comportement dynamique des matériaux et des structures simples.

Abstract

This work had as main objective to upgrade the Laboratory of Optics and Experimental Mechanics – LOME with a set of research tools in the characterisation of the dynamic properties of materials and simple design structures under impact actions. After a bibliographic review about available methods and techniques for this purpose, the SHBT, the Split Hopkinson Bar Technique, was selected.

The experimental work consisted on the design, project and construction of main items and auxiliary equipment necessary to the realisation of tests. The experimental set-up was assembled, including some solutions which being innovative, did not impair the demanded precision for the results in the tests; also, convenient data acquisition and signal processing equipment was incorporated in the set-up.

In its actual configuration, the set-up allows compression tests with rods having three distinct impedances both in traction and three-point bending tests. For traction tests, an innovative solution for the test-specimen fixture jaws was developed, leading to the characterisation of laminate materials. A special care was taken in the axial mass distribution for the jaws, keeping the mechanical set impedance bounded by accurate values.

The systematic processing for recorded data to evaluate mechanical properties under dynamic actions demands the use of a convenient numerical program. Formerly, it was applied a commercial code developed by *École Polytechnique* in Palaiseau, France, with credible results. Also, during this work, it was developed a similar code with easy operative mode. This is based on MATLAB support and presented good results. A small code was also developed with the objective of a prevision for the obtained data in a test.

A set of numerical routines was also developed, aiming the simulation of elastic wave propagation. The proposed code is innovative, once it simulates accurately the propagation phenomenon including reflection effects when impedance variation exists, this involving a small-sized program.

To conclude, it is referred here the development of a Moiré technique to investigate the deformations in a post-rupture situation under traction loads.

A long test program was carried out with the objective of the characterisation of selected materials according with actual interests of the LOME research group, as is the case of biomaterials, bone medium Dyneema® and Kevlar®. In this material selection it was also faced the possibility to merge in new areas for the application of this technique.

Laboratory LOME got equipped with a versatile and reliable set-up, making possible the characterisation of the dynamic mechanical behaviour of materials and structures.

ÍNDICE

SIMBOLOGIA

CAPÍTULO 1 RESENHA HISTÓRICA

1.1 - Os primeiros trabalhos	9
1.2 - Os trabalhos de Sir Bertram Hopkinson	12
1.3 - Os trabalhos de Davies, Volterra e Kolsky.....	18

CAPÍTULO 2 ENSAIOS DINÂMICOS

2.1 - Introdução	23
2.2 - Diferentes dispositivos experimentais para ensaios a elevadas taxas de deformação	25
2.2.1 -Ensaio de Taylor	26
2.2.2 -Barra de Hopkinson	27
2.2.3 -Dispositivo Cam plastometer	29
2.2.4 -Dispositivos tipo <i>Drop weight tower</i>	30
2.2.5 -Dispositivos <i>Expanding ring</i>	32
2.2.6 -Impacto por roda livre – <i>Flywheel</i>	33
2.2.7 -Máquinas de ensaio servo hidráulicas	34
2.2.8 -Dispositivos <i>Flying wedge</i>	35

CAPÍTULO 3 PROPAGAÇÃO DE ONDAS ELÁSTICAS

3.1 - O fenómeno da propagação de ondas elásticas	37
3.1.1 -Introdução.....	37
3.1.2 -Teoria da propagação de ondas em meios contínuos.....	38
3.1.3 -Aplicação da teoria geral de propagação de ondas a casos particulares	42
3.1.4 -Diferentes tipos de ondas elásticas	45
3.1.5 -Equação de propagação de onda em barras cilíndricas	46
3.1.6 -Solução geral da equação de onda para meios unidireccionais	49
3.2 - Impedância mecânica	50
3.2.1 -Descontinuidades em barras. Reflexão e refração de ondas elásticas em descontinuidades. Variação de impedância.....	52
3.3 - O fenómeno da dispersão.....	57
3.3.1 -Equações de Pochhammer e Chree para barras cilíndricas	59
3.4 - Propagação de ondas de deformação plástica.....	61

CAPÍTULO 4 CONSIDERAÇÕES GERAIS SOBRE A TÉCNICA DA BARRA DE HOPKINSON

4.1 - A arquitectura do Dispositivo	65
4.2 - Caracterização da propagação de ondas em barras cilíndricas	65
4.3 - Impulso incidente, reflectido e transmitido sobre o provete no cálculo das tensões e deformações	72
4.4 - Translação dos impulsos no tempo	77
4.5 - Correção dos impulsos à dispersão	78
4.6 - Processamento dos sinais	83

CAPÍTULO 5 MODELAÇÃO NUMÉRICA DA PROPAGAÇÃO DE ONDAS DE TENSÃO

5.1 - Introdução. Equação de equilíbrio dinâmico de um elemento de barra	85
5.2 - Formulação de um elemento finito tipo barra em solicitação dinâmica	86
5.2.1 -Elemento cilíndrico	86
5.2.2 -Elemento tronco-cónico para barras com transição cónica.....	90
5.3 - Integração da equação de equilíbrio dinâmico de uma estrutura pelo <i>método das diferenças centrais</i> (MDC)	92
5.3.1 -Conceitos básicos	92
5.3.2 -Algoritmo de integração da equação de equilíbrio dinâmico de uma estrutura por diferenças centrais	93
5.3.3 -Modelação da propagação de ondas de tensão em barras usando o método das diferenças centrais.....	94
5.3.4 -Exemplos de propagação de ondas de tensão em barras	95
5.3.4.1 - Análise do impulso incidente num barra de secção uniforme com extremos livres	95
5.3.4.2 - Reflexão do impulso incidente no extremo oposto	98
5.3.4.3 - Barra de duas secções uniformes com uma transição brusca	100
5.3.5 -Propagação de ondas de tensão em regime plástico.....	102
5.3.5.1 - Introdução	102
5.3.5.2 - Modelo elasto-plástico.....	102
5.3.5.3 - Exemplos	103
5.4 - Exemplo de simulação de ensaio em barra de Hopkinson	104
5.5 - Síntese	108

CAPÍTULO 6 O DISPOSITIVO EXPERIMENTAL

6.1 - Breve introdução.....	111
6.2 - Barra de Hopkinson em compressão	112
6.2.1 -O efeito do tamanho da amostra	114
6.3 - Barra de Hopkinson em tracção	116
6.3.1 -Geração da onda de tracção.....	117
6.4 - Projecto e construção de uma instalação experimental para ensaios de impacto	121

6.4.1 -Projecto do canhão pneumático	123
6.4.2 -Casquilhos de guiamento do impactor	126
6.4.3 -Projecto de um dispositivo para ensaios de tracção.....	128
6.4.4 -Projecto dos sistemas de dissipação de energia.....	133
6.5 - Projecto e construção dos transdutores de deformação.....	134
6.6 - Tratamento de sinal.....	136
6.6.1 -Condicionadores de sinal.....	136
6.6.2 -Aquisição de sinal.....	137
6.6.3 -Trigger.....	138
6.7 - Aferição dos dispositivos e códigos.....	139
6.8 - Criação de códigos numéricos auxiliares.....	140
6.8.1 -Código para tratamento e análise de sinais ISCA-SHBT.....	140
6.8.2 -Código para simulação expedita dos sinais obtidos em ensaios	142

CAPÍTULO 7 CARACTERIZAÇÃO DO COMPORTAMENTO DE OSSO BOVINO SOB SOLICITAÇÕES DINÂMICAS

7.1 - Introdução.....	145
7.2 - Micro estrutura e Morfologia.....	146
7.2.1 -Organização e estrutura do tecido ósseo	147
7.2.2 -Osso compacto ou cortical.....	148
7.2.2.1 - Osso lamelar	149
7.2.2.2 - Osso Haversiano.....	149
7.2.3 -Osso esponjoso ou trabecular.....	151
7.2.4 -Características do tecido ósseo compacto de bovinos.....	154
7.3 - Metodologia experimental, materiais e métodos	155
7.3.1 -Resultados e discussão.....	158
7.4 - Conclusões	165

CAPÍTULO 8 CARACTERIZAÇÃO DO COMPORTAMENTO DE MATERIAIS SOB SOLICITAÇÕES DINÂMICAS

8.1 - Introdução.....	167
8.2 - Caracterização dinâmica de uma liga de Alumínio	168
8.2.1 -Caracterização do campo de deformações	170
8.3 - Caracterização de laminados para aplicação em protecções balísticas: Kevlar® e Dyneema®	172
8.3.1 -Introdução.....	172
8.3.2 -Caracterização dinâmica do kevlar® 129 HT.....	176
8.3.3 -Caracterização dinâmica do Dyneema® SK66.....	183
8.3.4 -Caracterização dinâmica do kevlar® 129 HT na direcção transversal	188
8.3.5 -Caracterização dinâmica do Dyneema® SK66 na direcção transversal	191
8.3.6 -Caracterização dinâmica de laminados de Carbono	193

CAPÍTULO 9 CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS	
9.1 - Conclusões	197
9.2 - Trabalhos futuros	201
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	203
BIBLIOGRAFIA	217
ANEXO I DISPOSITIVOS EXPERIMENTAIS.....	219
ANEXO II FLUXOGRAMAS DO CÓDIGO ISCA-SHBT	223
ANEXO III ALGUNS DESENHOS DOS DISPOSITIVOS.....	231

SIMBOLOGIA

c_0	velocidade de propagação de onda em meios contínuos unidireccionais, estado uniaxial de tensão em barras esbeltas
c_1	velocidade de propagação de onda em meios contínuos unidireccionais, estado uniaxial de tensão em barra esbelta de índice 1
c_L	velocidade de propagação de onda num estado de deformação uniaxial
c_S	velocidade de propagação de onda de superfície ou Rayleigh
c_T	velocidade de propagação de onda transversais ou de corte
f, g	funções
h, h_{cr}	altura, altura crítica
i	$= \sqrt{-1}$ unidade imaginaria
m	massa
s	$= \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$ desvio padrão
t	tempo
u	deslocamento na direcção do eixo x
v	deslocamento na direcção do eixo y
w	deslocamento na direcção do eixo z
v	velocidade
v_p	velocidade de partícula de massa
v_{imp}	velocidade do impactor
x	coordenada espacial
A	área de secção recta
A_0	área de secção recta de uma barra
C_{RF}	coeficiente de reflexão de força
C_{TF}	coeficiente de transmissão de força
C_{RE}	coeficiente de reflexão de deformação
C_{TE}	coeficiente de transmissão de deformação
E	módulo de elasticidade para um estado uniaxial de tensão

\bar{E}	módulo de elasticidade para um estado uniaxial de deformação
E_0	módulo de elasticidade
E_{cin}	energia cinética
E_{pel}	energia potencial elástica
F	força
G	módulo de elasticidade transversal
I, R, T	índices para incidente, reflectida, transmitida
L, l	comprimento
N	esforço normal a uma secção
Q	quantidade de movimento
Q_{imp}	quantidade de movimento do impactor
Q_p	quantidade de movimento das partículas de uma onda de deformação elástica
V	volt
Z	$= A\rho c_0$, impedância mecânica
α	$= A_2\rho_2c_2/A_1\rho_1c_1$, razão de impedância
ε	deformação
γ	distorção angular provocada pela tensão de corte
$\varepsilon_I(t); \varepsilon_R(t); \varepsilon_T(t)$	onda de deformação elástica incidente, reflectida e transmitida
$\dot{\varepsilon}$	razão de deformação
$\bar{\dot{\varepsilon}}$	razão de deformação média
λ, μ	parâmetros de Lamé
ν	coeficiente de Poisson
Λ	comprimento de um impulso, comprimento de onda de deformação elástica
ρ	densidade
ω	rotação de uma partícula material
σ	tensão normal
$\sigma_{0,2}$	tensão limite elástica convencionalizada com 0,2% de deformação
σ_{yd}	tensão limite elástica dinâmica
τ	tensão de corte
Δ	$= \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}$ dilatacional, divergência, variação de volume de uma unidade de volume

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad \text{operador laplaciano}$$

Capítulo 1

RESENHA HISTÓRICA

1.1 - Os primeiros trabalhos

Antes da publicação de *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* de Newton em 1687, a dinâmica era uma ciência empírica, consistindo em proposições que descreviam comportamentos observados sem nenhuma explicação acerca das forças que causavam os movimentos.

No início do século XVII, os temas mais estudados no domínio da dinâmica eram o choque com restituição elástica, a balística e a mecânica celeste. Na época eram estes os temas considerados de maior importância para o desenvolvimento militar, tecnológico e da navegação. Os estudos sobre os fenómenos associados ao choque centravam-se na balística de projecteis de mosquetão e no efeito do impacto do martelo de forja.

Estávamos na época de Galileo Galilei que se envolveu em conflitos com a igreja de Roma quando da publicação de *Dialogo sopra i due massimi sistemi dei monda Tolemaico e Copernicano* sobre Mecânica Celeste em 1632. Neste tratado consta a sua verificação de que a Terra não é o centro do sistema solar (ou do universo, como se julgava na época). No seu livro seguinte, *Discorsi e Dimonstrazioni Matematiche interno due Nuove Scienze, Mecanica & Movimenti Locali* publicado em 1638, Galileo faz uma exposição mais geral sobre Mecânica, não se referindo à Mecânica Celeste, para evitar novos conflitos com a igreja. Este magnífico trabalho sobre Estática e Dinâmica apresenta um desenvolvimento sistemático da Mecânica organizado em quatro capítulos.

Neste livro, Galileo procura uma terminologia para descrever os fenómenos observados nas suas experiências. Sem referir a noção de massa, utiliza frequentemente velocidade e quantidade de movimento como termos sinónimos (*velocitatem, impetum seu momentum*). Contudo, o livro contém uma clara exposição do princípio da inércia. Refere também que forças impulsivas resultantes de choques são dependentes da velocidade relativa *‘velocit del percuziente’*. Ao que parece, Galileo teria para este livro o rascunho de um quinto capítulo dedicado ao choque, *‘Forza della percossa’*, no entanto, o editor teria pressa na publicação não se tendo incluído aquele capítulo. Galileo reconhece ainda haver uma proporcionalidade directa entre o efeito do impacto e a componente normal da velocidade relativa, referindo que a quantidade de movimento transmitida pelo choque, *‘impecto del colp’*, será máxima quando o embate for ortogonal à face de contacto,

sem contudo decompor a velocidade incidente nas suas componentes normal e tangencial à superfície de contacto.

O Professor Marcus Marci, natural da Bohemia, hoje pertença da República Checa, e contemporâneo de Galileo, escreveu o tratado '*De Proportione Motus*' em 1639 onde inclui algumas observações sobre impacto. Concluiu que, numa colisão com restituição elástica entre dois corpos idênticos, se antes da colisão um corpo se move com velocidade v enquanto o outro está estacionário, após a colisão o inverso também é verdade, isto é, o corpo que estava em movimento ficará estacionário e o segundo corpo mover-se-á com velocidade v . Marci ilustrou o seu trabalho com a Figura 1.1 que mostra as posições sucessivas, em intervalos de tempo iguais, antes e depois da colisão co-linear de uma bola de canhão sobre outra e de uma bola de billiard sobre um conjunto alinhado de outras.

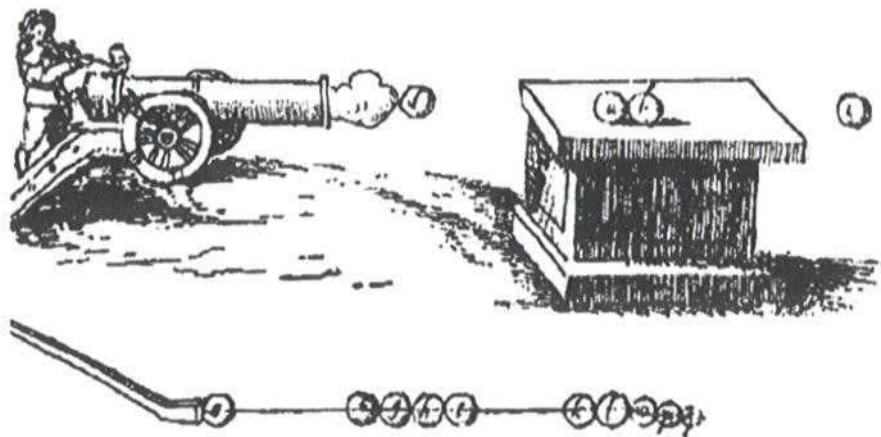


Figura 1.1. Ilustração de *De Proportione Motus*. Posições sucessivas no impacto colinear entre esferas.

René Descartes, mais conhecido como filósofo, também publicou um trabalho sobre dinâmica, *Principia Philosophiae*, em 1644. Neste trabalho, Descartes enunciou algumas leis como sendo leis gerais da Mecânica. Este autor analisa e ilustra o ressalto de uma esfera num impacto elástico sobre uma superfície dura, utilizando para representar a velocidade um diagrama de vectores, Figura 1.2. Em *Principia Philosophiae* Descartes propõe sete regras para explicar os eventos de impacto entre corpos elásticos. Porém, seis delas estão erradas. Talvez por se empenhar demasiado em reflectir e argumentar, este filósofo, negligenciou a verificação experimental.

Christian Huyghens foi um reconhecido matemático e físico, membro da *The Royal Society of London*. Por volta de 1659 publicou o seu livro *Tractus de Motu Corporum ex Percussione*, pelo qual este autor é considerado o primeiro a distinguir os conceitos de massa e peso.

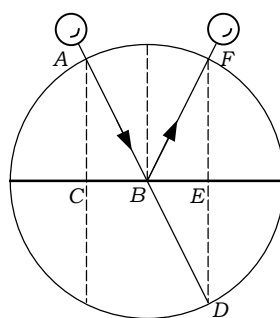


Figura 1.2. Diagrama de vectores proposto por Descartes para representar o ressalto de uma esfera sobre uma superfície dura.

A seguir à publicação de *Principia*, foi reconhecido o extraordinário contributo de Isaac Newton para a ciência, sendo-lhe atribuído o título de *Master of Mind* e a presidência da *The Royal Society of London*. Newton, além de expor os seus pensamentos de forma clara e sintética, não se limitou a descrever fenómenos mas a explicar as suas causas.

Muitos das experiências de Newton foram realizadas com um dispositivo pendular, como o representado na Figura 1.3, onde eram marcadas as posições cimeiras e sucessivas de cada oscilação do pêndulo. Estas medições foram, inclusive, corrigidas do efeito da resistência do ar. Descreveu os resultados das suas experiências de forma sistemática e referindo sempre os materiais utilizados. Foi provavelmente o primeiro a referir os materiais de que eram compostos os seus dispositivos.

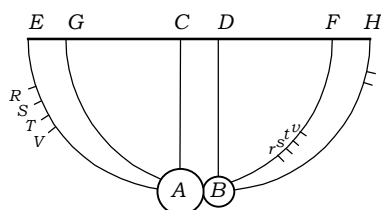


Figura 1.3. Dispositivo pendular de duas esferas utilizado por Newton nas suas experiências sobre choque.

John Wallis, Christopher Wren, Christian Huygens, Edmé Mariotte, Leonhard Euler, Benjamin Robins, são só alguns dos investigadores, de entre muitos, que contribuíram decisivamente para consolidação dos conhecimentos da Dinâmica no que respeita ao capítulo do impacto durante o século dezoito. Depois de Newton o tema do choque mantém-se com importância central. A Real Academia de Ciências em Paris oferecia bianualmente um prémio para o melhor artigo publicado sobre este assunto. Este prémio distinguiu Colin Maclaurin em 1724 com *'Demonstration des lois du choc des corps'* e em 1726 foi atribuído a Pêre Mazière com *'Discours sur les loix de la communication du mouvement'*. Nas

referências Love [205] e Stronge [211] encontram-se bons relatos de trabalhos realizados durante este período.

Em 1872 Sir John Hopkinson demonstra experimentalmente que os metais resistem a valores de carga maiores se a solicitação for sob a forma de um impulso. A generalidade da comunidade científica considera-o como tendo sido o primeiro a referir este tema. Nas suas experiências, um arame de aço é fixado na posição vertical pela extremidade superior e solicitado pelo impacto de uma esfera de aço no extremo livre. A esfera é furada e desliza em queda livre pelo arame desde uma altura h . John Hopkinson verificou que para uma larga gama de valores de massa da esfera, a altura mínima requerida para provocar a ruptura do arame é independente desta. Verificou também, que a ruptura se dá no extremo fixo e não no extremo que recebe o impacto. Porém, se a altura de queda da esfera for maior que um dado valor crítico h_{cr} a ruptura passa a dar-se no extremo oposto. Muito mais tarde, na década de 50, Von Karman e Duwez [6] utilizam um dispositivo em tudo semelhante para estudar a propagação de ondas de deformação plásticas em arames de cobre.

Nas suas pesquisas Bell [183] conclui ser B. W. Dunn que em 1897 constrói a primeira máquina de teste capaz de realizar ensaios a elevadas velocidades de deformação. De acordo com Bell este terá sido o primeiro equipamento construído propositadamente para testar materiais em solicitação dinâmica.

Sir Bertram Hopkinson deu seguimento aos trabalhos iniciados por seu pai, Sir John Hopkinson, e foi sem dúvida, o primeiro grande impulsor do estudo experimental da propagação de ondas de tensão. Nas suas publicações, é apresentada a primeira aplicação prática da propagação de ondas de tensão longitudinais guiadas por varões.

Num dos seus primeiros trabalhos repete as experiências de seu pai e conclui, ‘...O resultado geral que obtive permite concluir que arames de aço ou cobre podem ser submetidos a um nível de tensão muito superior ao limite elástico estático, e mesmo superior à sua carga de rotura estática, sem que a relação de proporcionalidade entre tensão e deformação seja substancialmente afectada, desde de que o tempo em que a tensão excede o limite elástico estático seja da ordem de $1/1000$ segundos ou menos...’. Esta foi provavelmente a primeira referência ao efeito do tempo de interacção nas propriedades de resistência dos metais.

1.2 - Os trabalhos de Sir Bertram Hopkinson

Os estudos de Sir Bertram Hopkinson tinham como principal objectivo caracterizar o impacto gerado por explosivos [1], [2] e [3]. Com o intuito de medir separadamente a intensidade e a duração da pressão provocada pela explosão, idealiza e desenvolve uma engenhosa técnica que tem por base as propriedades da propagação de ondas unidireccionais de deformação em

meios elásticos. Para este efeito utilizou varões circulares de aço como guias de onda.

Hopkinson sabia que uma onda de pressão, ou de tensão, se propaga à velocidade do som no meio, isto é a $\sqrt{E/\rho}$. Hopkinson indica para o aço a velocidade de cerca de 17.000 pés por segundo [1], ou aproximadamente 5.180 ms^{-1} . Este cientista explica nas suas publicações como uma onda de compressão se reflecte no extremo livre da barra onde está confinada em onda de tracção. Dos textos publicados verifica-se que dominava com clareza o efeito da sobreposição de ondas de tensão e sabia que o estado de tensão na barra, à qual a onda está confinada, pode ser determinado somando-se o efeito da onda directa com o da reflectida. Os seus textos [2] estão ilustrados com uma figura representativa desta propriedade, que se representa na Figura 1.4.

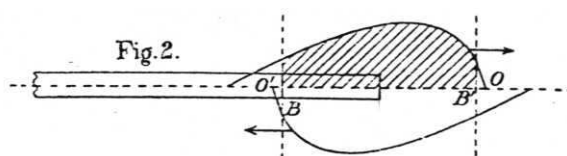


Figura 1.4. Reflexão de uma onda de tensão à compressão no extremo livre de uma barra em onda de tensão à tracção. Determinação do estado de tensão da barra por sobreposição dos efeitos. Por B. Hopkinson [2].

Se uma barra for composta por duas partes perfeitamente alinhadas e justapostas com os seus topos em contacto integral, esta união constituirá uma *interface* que não será obstáculo para a propagação de uma onda de tensão à compressão. Devido ao movimento compressivo das partículas que constituem a massa da barra, a onda em compressão propagar-se-á pela *interface* sem perturbações. Esta *interface* é capaz de transmitir plenamente força ou tensão em compressão, mas não tem qualquer capacidade para as transmitir em tracção. Assim, caso uma onda em tracção atinja a *interface*, esta comporta-se como se tivesse atingido uma superfície livre. O movimento das partículas, gerado pela solicitação da barra em tracção irá provocar o descolamento das superfícies em contacto. A parte da barra a jusante da onda e após a *interface*, irá permanecer em repouso e a onda em tracção irá reflectir-se em onda de compressão, conferindo velocidade adicional às partículas que constituem a massa da barra.

Descrevendo a propagação de uma onda de tensão à compressão confinada numa barra com esta configuração, isto é, duas partes perfeitamente alinhadas e justapostas, Hopkinson descreve o funcionamento do seu dispositivo. Utiliza o termo 'barra' para se referir à primeira parte e 'peça' para se referir à outra parte do conjunto. Quando gerada por um impulso numa das extremidade, a onda propaga-se pela

barra através da *interface* e pela peça sem perturbações. Quando atinge a outra extremidade livre da peça, reflecte-se sob a forma de uma onda de tracção e inverte o sentido do seu movimento. Na extremidade da peça o efeito da onda reflectida e o da onda directa serão sobrepostos. Quando sobre a *interface* houver uma solicitação de tracção, haverá descolamento das superfícies justapostas e conseqüentemente uma nova reflexão. Se nesse instante toda a onda já tiver passado pela *interface*, ou seja, se a onda tiver um comprimento inferior ao dobro do da peça, ficará completamente retida nessa parte que, por sua vez, será a única animada de movimento. Caso contrário, se a onda tiver um comprimento superior será dividida. Neste caso, parte dela ficará retida na peça e o restante na barra, ficando ambas animadas de movimento. Hopkinson ilustrou esta evolução com a Figura 1.5.

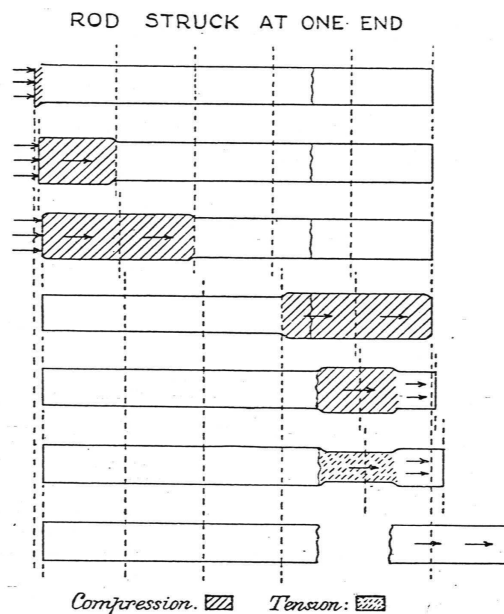


Figura 1.5. Propagação de ondas em varões. Peça de varão capaz de conter toda a quantidade de movimento de uma determinada onda de tensão. Por B. Hopkinson [1].

Para a maioria dos dispositivos que descreve, Hopkinson refere que utilizou barras de aço com diâmetros compreendidos entre $1/2$ e $1^{1/2}$ polegadas e comprimentos entre 15 polegadas e 6 pés. Este autor calculou a velocidade de propagação para o material em causa a partir da verificação das suas propriedades: módulo de elasticidade – $E = 3,00 \cdot 10^7 \text{ lbs} \cdot \text{inch}^{-2}$ e densidade – $\rho = 483 \text{ lbs} \cdot \text{foot}^{-3}$. Conhecendo a velocidade de propagação calculou o tempo necessário para a onda percorrer uma determinada distância, neste caso $0,98 \cdot 10^{-5}$ segundos por cada polegada de barra.

Assim, o dispositivo proposto por Hopkinson é basicamente um conjunto de uma barra e 4 a 8 peças (barras de menor comprimento). Em cada ensaio só eram utilizadas a barra e uma das peças referidas,

perfeitamente alinhadas e justapostas com o auxílio de um electroímã. Da análise das suas comunicações pode concluir-se que as dimensões típicas dos dispositivos são: 1 polegada de diâmetro; barra com 40 polegadas de comprimento e peças com comprimentos de 0,5, 1, 2, 3, 4, 5 e 6 polegadas. Para caracterizar um impulso realizava-se uma bateria de ensaios, variando o comprimento da peça utilizada em cada montagem.

Para a realização dos ensaios, este autor utilizou uma montagem conforme a Figura 1.6. Nesta montagem, a barra 'B' é suspensa por quatro cabos podendo oscilar paralela a si própria. É-lhe justaposta, num dos topos, a carga explosiva 'A' cujo efeito se pretende medir e no outro topo a peça 'C'. Quando a carga é detonada, a peça 'C' é projectada contra um pêndulo balístico que a recolhe. Nesta montagem está incluído um sistema de medição capaz de registrar a amplitude dos movimentos oscilatórios, tanto da barra 'B', como da peça 'C', e obter as suas quantidades de movimento.

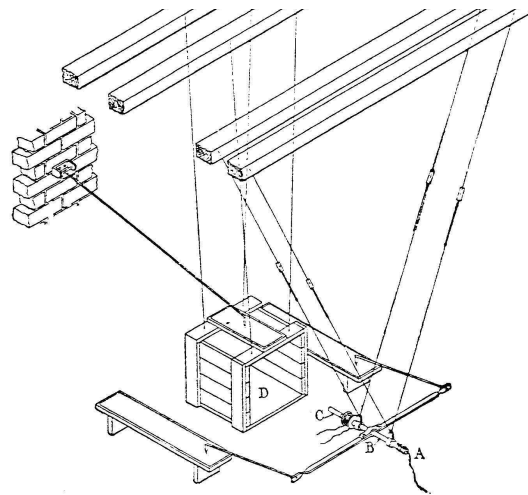


Figura 1.6. Ilustração de 'Pressure produce by high explosives, etc.'.
Pêndulo balístico utilizado por B. Hopkinson.

A quantidade de movimento gerada pela explosão é transmitida à barra sob a forma de uma onda de compressão, com uma determinada amplitude e duração – este fenómeno será alvo de uma descrição mais detalhada no 2º capítulo desta tese. Propagando-se pela barra e pela peça, a forma da onda permanecerá imutável até a sua frente atingir o topo livre da peça, onde será reflectida como onda de tracção. Percorrendo a peça em sentido contrário, a onda deixará de ser transmitida à barra a partir do momento em que sobre a *interface* peça/barra existir uma sollicitação de tracção. Neste caso, barra e peça adquirem velocidades diferentes e separam-se.

Se toda a onda ficar retida na peça, a barra mantém-se em repouso e o comprimento da peça utilizado nessa montagem determina a duração do impulso – 2 vezes o comprimento da peça dividido pela velocidade de

propagação. Assim sendo, Hopkinson utilizava peças de comprimentos sucessivamente menores até obter este efeito.

Para montagens com peças de menor comprimento, a barra e a peça ficam animadas de movimento. Medindo ambas as quantidades de movimento, na peça e na barra, é possível determinar a intensidade do impulso. Utilizando peças de comprimentos sucessivamente menores é possível obter a evolução temporal da energia do impulso. Nas suas publicações, Sir Hopkinson apresenta os resultados obtidos nos seus testes em diversas tabelas e gráficos. Na Figura 1.7 pode ver-se uma das tabelas publicadas por este autor. Na Figura 1.8 representa-se esquematicamente o processo proposto por Sir Hopkinson para obter a evolução temporal do impulso gerado pela explosão.

Length of piece inches	Total nett momentum shaft and piece	Percentage of total in piece	Average percentage in piece
3.85	40.7	86.6	90
	46.2	93	
	38.8	93	
	50.0	92	
	41.4	90	
3	*31.2	90	89
	*45.6	88	
	60.0	89	
	57.3	88	
2	50.9	89	83
	74.3	90	
	36.7	81	
	38.7	87	
0.95	42.9	84	57
	42.0	79	
	40.8	57	
	42.3	57	
	44.1	55	
	55.4	60	
	*44.6	57	
	*50.8	58	

* In these cases the air space between the gun-cotton and the end of the shaft was 1 inch. In all the others it was $\frac{1}{2}$ inch.

Figura 1.7. Tabela dos valores de quantidade de movimento observados pela detonação de 1 onça de *gun-cotton primer*. Por B. Hopkinson [2].

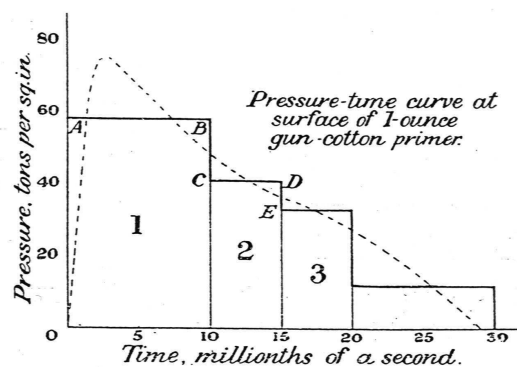


Figura 1.8. Curva Pressão vs Tempo do impulso provocado pela detonação de 1 onça de *gun-cotton primer*. Por B. Hopkinson [3].

Esta engenhosa técnica foi inicialmente utilizada para medir o impulso gerado pelo impacto de diferentes projecteis balísticos tais como: o *rifle lead*

bullet e peças de canhão *hard steel armour-piercing shell*. Com esta técnica Hopkinson realizou depois uma quantidade apreciável de testes a explosivos tais como: *dry gun-cotton primer* e *Fulminat of Mercury detonate*.

Na validação do método foram realizados testes preliminares com projecteis balísticos disparados por fuzil e *rifle*, que atingiam velocidades de 700, 1.240 e 2.000 $\text{pés}\cdot\text{s}^{-1}$. Para a energia e velocidade em causa, o chumbo foi considerado um material fluido – hipótese confirmada pela deformação do projectil após o embate. Disparados contra o topo livre da barra geravam um impulso com duração conhecida – comprimento do projectil dividido pela sua velocidade. Com o uso de diferentes comprimentos de peça, foi possível transferir diferentes quantidades de energia de impacto da barra para a peça e comparar valores observados com valores calculados. Na Figura 1.9 está representada uma tabela publicada com resultados destes ensaios.

Length of piece	Percentage momentum in piece	
	Calculated	Observed
inches		
3	65	61
4	84	80
5	98.5	93.5
6	100	97.5

Figura 1.9. Tabela comparativa de valores de quantidade de movimento observados e calculados para validação do método experimental utilizado. Por B. Hopkinson [2].

Nos seus textos [1], [2] e [3] Sir Hopkinson analisa, descreve e comenta claramente o fenómeno da propagação de ondas de tensão e as suas aplicações. Utiliza exemplos simples, alude a impacto de varões entre si e impacto de projecteis balísticos, referencia autores que estudaram o fenómeno teoricamente e comenta erros inerentes ao método experimental. Relata também experiências realizadas com placas de aço de diferentes espessuras e durezas. Divulga os resultados obtidos da detonação de explosivos e do impacto de projecteis balísticos sobre estas. Comenta ainda o efeito da propagação de ondas de corte e flexão e analisa e descreve os diferentes modos de rotura das placas ensaiadas.

Esta primeira abordagem experimental foi, sem dúvida, um grande contributo para a compreensão do fenómeno e estimulou a sua utilização noutras aplicações. Pelo facto de Sir Hopkinson ter sido pioneiro na determinação da forma de impulsos confinados em varões, outros dispositivos semelhantes, capazes de conduzirem forças impulsivas e serem utilizados como transdutores de força, são conhecidos pelo nome deste eminente cientista. Dispositivos na configuração original foram utilizados por Landon e Quinney [8] durante a 1ª Grande Guerra e ainda hoje são utilizados [16].

1.3 - Os trabalhos de Davies, Volterra e Kolsky

O passo seguinte para se chegar à configuração actual da barra de Hopkinson foi dado por Davies [5], Volterra [12] e Kolsky [7], ao utilizarem microfones capacitivos capazes de medir a intensidade de um impulso durante a sua propagação ao longo de uma barra e amplificadores electrónicos com largura de banda suficiente para responder a sinais com componentes superiores a 100 kHz. Estes investigadores também são considerados os autores da ideia de posicionar o provete entre duas barras e utilizá-las como actuadores e transdutores das forças que actuam sobre o provete.

Em 1948 é publicado um extenso trabalho de Davies [5] sobre a barra de Hopkinson. Nesta comunicação, intitulada *A Critical Study of the Hopkinson Pressure Bar*, Davies propõe um aperfeiçoamento ao dispositivo original de Hopkinson. Apresenta um novo método para medir electricamente o deslocamento longitudinal do topo da barra ou, em alternativa, medir o deslocamento radial da mesma. Desta forma, é dispensada a utilização de troços de barra, como havia sido proposto por Hopkinson para a medição dos impulsos, e obtém-se uma técnica que permite registar a curva pressão *vs* tempo de forma continua. Com este aperfeiçoamento alargou-se a gama de utilização do dispositivo à medição de impulsos de baixa intensidade.

Neste trabalho, Davies expõe e descreve em pormenor o método que utilizou. Desde os transdutores de deslocamento, passando pelos circuitos eléctricos, meios de registo até à obtenção dos oscilogramas. Descreve a calibração do sistema e vários ensaios realizados. Analisa a propagação de ondas pelas equações de Pochhammer e Chree fazendo várias observações sobre a sua aplicação. Da mesma forma, analisa também a propagação de um impulso pela equação de onda unidireccional proposta por Love.

Os transdutores utilizados por Davies são microfones capacitivos – *Bar condenser units*, Figura 1.10, cujo modo de funcionamento e desempenho, variação da carga eléctrica com o deslocamento axial ou radial das barras, é descrito em pormenor. Apresenta o esquema eléctrico da alimentação dos microfones – *The condenser feet-unit circuit* e dos amplificadores. Estes últimos, capazes de um ganho de 550 para frequências de 100 kHz.

Para registar os sinais, Davies utilizou oscilogramas registados por uma câmara fotográfica acoplada a um tubo de raios catódicos. Também são referidas as afinações do tubo de raios catódicos, o sistema de abertura da câmara e as películas mais adequadas a este tipo de registo.

Neste trabalho, Davies faz uma extensa revisão bibliográfica das publicações sobre o tema. A partir das equações teóricas traça gráficos de casos particulares de propagação e faz experiências para verificar várias teorias, desde a forma do impulso causado pelo disparo de um projectil sobre o topo de uma barra até ao fenómeno da dispersão sobre impulsos de curta duração, Figura 1.11.

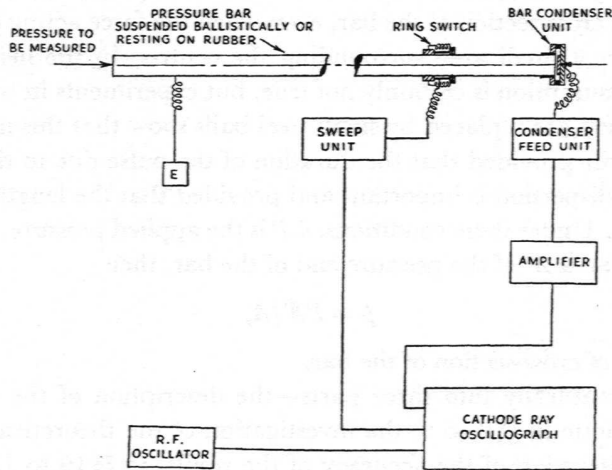


FIGURE 1. General arrangement of the apparatus.

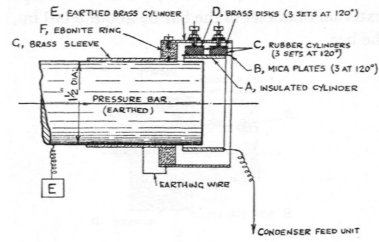


FIGURE 3. The cylindrical condenser unit.

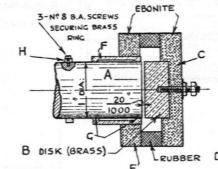


FIGURE 2. The parallel-plate condenser unit.

Figura 1.10. Ilustração do dispositivo e dos transdutores de deslocamento capacitivos utilizados por Davies [5].

Em 1948 é publicado o trabalho de Volterra sob o título *Alcuni risultati di prove dinamiche sui materiali*. Em 1949, é publicado o trabalho de Kolsky intitulado *An Investigation of the Mechanical Proprieties of Materials at very High Rates of Loading*, ambos os trabalhos sobre a caracterização do comportamento dinâmico de materiais. Estes textos, em alguns aspectos semelhantes, utilizam o mesmo tipo de transdutores capacitivos e um arranjo diferente para o dispositivo, que nomeiam de barra de Hopkinson – Davies ou simplesmente barra de Davies. Estes três autores mantiveram ligações e desenvolveram algum trabalho em conjunto.

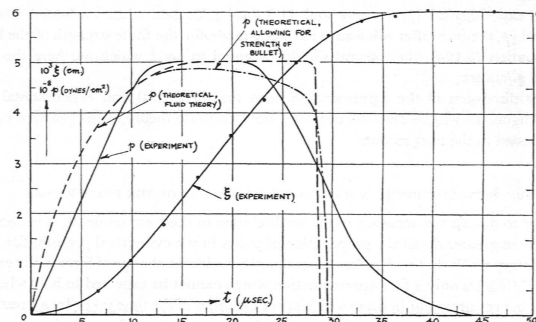


FIGURE 12. Analysis of the record shown in figure 10. t = time, reckoned from the instant of arrival of the pulse at the measuring end of the bar; p = pressure in the bar; ξ = displacement of measuring end of the bar.

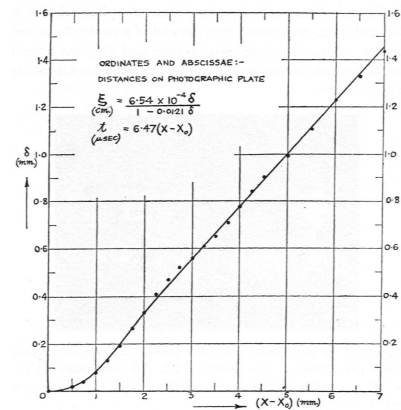


FIGURE 29. Analysis of the record shown in figure 28.

Figura 1.11. Verificações experimentais de Davies [5].

Nos seus trabalhos, Volterra utilizou uma barra de Hopkinson – Davies como ilustrado na Figura 1.12. Para carregar o provete de forma dinâmica, começa por utilizar disparos de carabina sobre o cilindro justaposto ao provete. Nesta montagem, $p(t)$ é a força sobre o provete e é determinada pelo oscilograma do deslocamento do topo da barra. Por sua

vez, $P(t)$ é a força do projectil sobre o cilindro de massa M e é determinada previamente pelo oscilograma de um disparo directamente sobre o topo da barra. A deformação sofrida pelo provete é determinada por dupla integração da expressão:

$$M \frac{d^2 y}{dt^2} = P(t) - p(t) \quad (1.1)$$

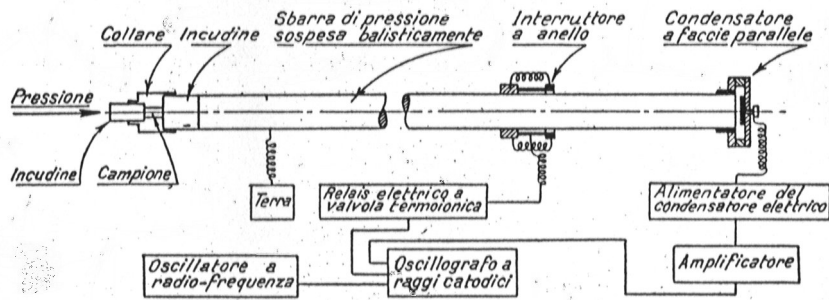


Fig. 1.

Figura 1.12. Barra de Hopkinson - Davies utilizada por Volterra.

Devido a pouca precisão na dupla integração, Volterra aperfeiçoou o seu dispositivo para a configuração que se mostra na Figura 1.13, onde o disparo de um projectil foi substituído por um impactor. Este, por sua vez, foi materializado por uma segunda barra que oscila de forma pendular e embate sobre o provete. Desta forma é medida directamente a deformação sofrida pelo provete, registando o deslocamento dos topos das barras através um processo óptico que utiliza uma câmara fotográfica de tambor rotativo.

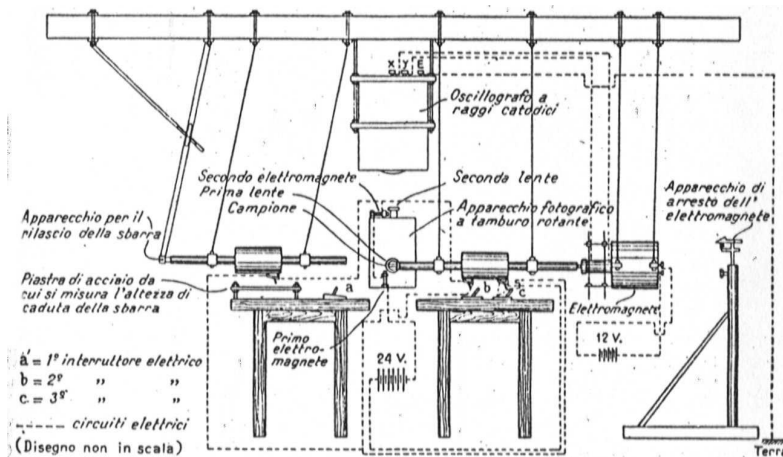


Figura 1.13. Disposição geral do dispositivo de Volterra.

Com este dispositivo, Volterra ensaia e caracteriza o comportamento dinâmico de alguns materiais poliméricos e alguns elastômeros. Alguns dos resultados publicados estão representados na Figura 1.14. Neste trabalho, Volterra propõe ainda um modelo de comportamento visco – elástico para caracterizar estes novos materiais.

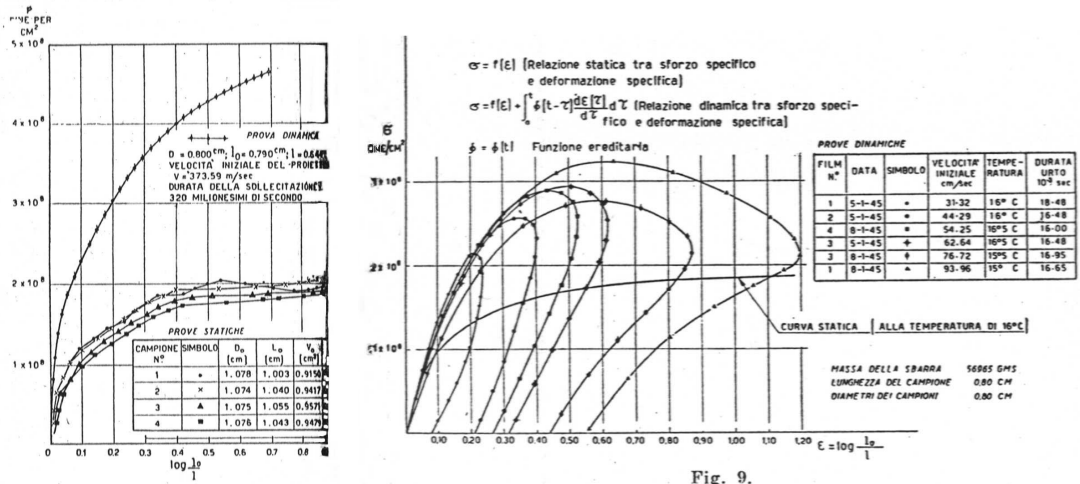


Figura 1.14. Resultados experimentais obtidos por Volterra.

No seu trabalho, publicado em 1949 [7], Kolsky propõe uma outra variante da barra de Davies. Nesta variante, a deformação sofrida pelo provete e a força aplicada são calculadas a partir do oscilograma obtido no ensaio. O dispositivo ilustrado na Figura 1.15 é composto por duas barras, barra principal e extensão de barra, cada uma delas munida de um transdutor capacitivo. O provete a ensaiar é posicionado entre ambas e o impulso é gerado pela detonação de uma carga explosiva.

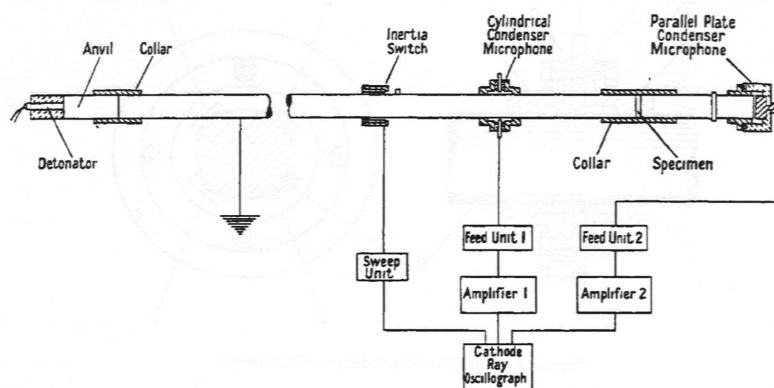


Figure 1. General arrangement of apparatus.

Figura 1.15. Diagrama do dispositivo utilizado por Kolsky para caracterização dinâmica de materiais, [7].

Nesta publicação, Kolsky trata o impulso de tensão gerado pela detonação por impulso incidente e designa-o por p_I . Ao impulso reflectido, que se propaga em sentido contrário, dá a designação de $-p_R$, e ao impulso transmitido, que se propaga pela extensão de barra, atribui a designação de p_T . Este autor relaciona os três impulsos da seguinte forma, $p_I = p_R + p_T$, e descreve a forma de obter a curva tensão – deformação a partir dos deslocamentos incidente, ξ_I , reflectido, ξ_R e transmitido, ξ_T , medidos pelos transdutores capacitivos.

O dispositivo foi calibrado com ensaios em vazio, barra principal e extensão de barra justapostas sem provete, comparando o deslocamento incidente com o transmitido. Foram utilizados provetes com pequena espessura em forma de disco. Neste trabalho foram obtidas as curvas características do comportamento dinâmico para *polythene*, borracha sintética e natural, *polymethyl – methacrylate* ou Perspex, cobre e chumbo. Na Figura 1.16 apresentam-se dois exemplos das curvas que figuram neste trabalho.

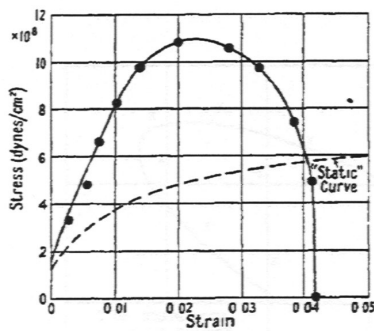


Figure 12. Dynamic stress-strain curve for copper.

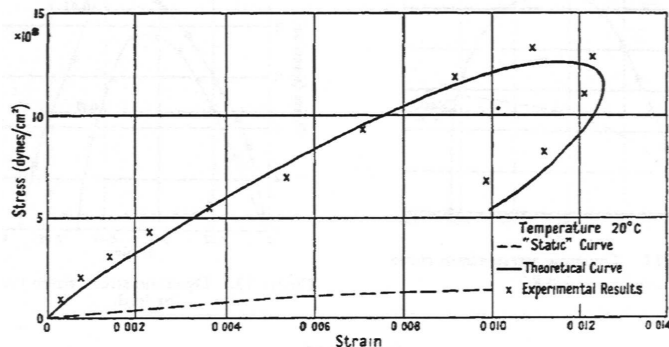


Figure 11. Dynamic stress-strain curve for Perspex.

Figura 1.16. Curva tensão - deformação dinâmica para o cobre e o Perspex obtidas por Kolsky [7].

O primeiro a referir o uso de extensómetros eléctricos colados na superfície para medir a deformação das barras, foi Hauser em 1961. A versão actualmente utilizada na maioria dos laboratórios foi apresentada por Lindholm [21], [22] e [30]. Este autor, embora não tenha sido o primeiro a medir directamente as deformações, foi o responsável pela optimização de um dispositivo que ainda hoje é frequentemente utilizado na caracterização de materiais.

Embora muitos autores tenham contribuído para a evolução deste tipo de ensaios, foram os trabalhos pioneiros de Hopkinson, Davies e Kolsky aqueles que mais se destacaram. O dispositivo actualmente utilizado é frequentemente designado por barras de Hopkinson, numa homenagem aos trabalhos pioneiros deste autor. No entanto, como Kolsky foi o autor da ideia de colocar o provete entre duas barras instrumentadas muitos investigadores designam este dispositivo por dispositivo de Kolsky.

Capítulo 2

ENSAIOS DINÂMICOS

2.1 - Introdução

As restrições actualmente impostas nas emissões de poluentes e a necessidade de reduzir os custos de operação nos meios de transporte, impõem novas soluções de projecto e utilização de materiais avançados na construção de estruturas mais leves. No entanto, é necessário que a esta redução de peso das estruturas e componentes não corresponda menor conforto ou segurança dos passageiros.

O desenvolvimento de novos processos tecnológicos, ou a optimização dos processos existentes, no sentido de aumentar as cadências de fabrico e diminuir os custos de produção, contribui também para a necessidade de dispor de mais informação sobre as propriedades físicas dos materiais.

As aplicações militares em protecções e blindagens são também um caso particular desta aplicação de materiais com elevado interesse. Neste caso exige-se que uma elevada resistência à penetração seja obtida com elementos de massa cada vez mais reduzida. A optimização da utilização dos materiais para este fim exige um conhecimento aprofundado do seu comportamento em solicitações dinâmicas de elevada velocidade. São exemplos destas aplicações elementos como os capacetes, os coletes à prova de bala, os automóveis para transporte de autoridades e os veículos para deslocação de pessoal em situações bélicas.

Assim sendo, a resposta dinâmica de materiais e estruturas deve ser completamente compreendida de forma a optimizar o seu comportamento estrutural. A aplicação de novas metodologias experimentais e numéricas contribui de forma determinante para a caracterização das propriedades dinâmicas e para o estabelecimento de novos critérios de resistência. Isto é válido, quer para a caracterização de materiais, quer para o estudo do comportamento mecânico de novas soluções estruturais.

Razões de deformação de 100 s^{-1} até $5 \cdot 10^3\text{ s}^{-1}$ são características de muitos eventos práticos em processos de Engenharia, tais como: estampagem por explosivos, conformação plástica e maquinaria a elevada velocidade, impacto estrutural e impacto de alta velocidade (Balística). A maioria das propriedades mecânicas disponíveis foram obtidas em ensaios de tracção clássicos, com razões de deformação muito baixas. É pois

necessário proceder a ensaios em condições realísticas, simulando as solicitações em serviço.

Hoje em dia, existem uma quantidade razoável de diferentes métodos e equipamentos disponíveis para determinar as características mecânicas dos materiais sob solicitações dinâmicas. Novos materiais e aplicações surgem todos os dias, assim como a necessidade de caracterizá-los de acordo com as solicitações em serviço. É também crescente o interesse pela caracterização de materiais que não estão tradicionalmente ligados à construção mecânica, como é o caso dos materiais cerâmicos e biológicos tais como ossos, madeiras, etc....

É bem conhecida a transição do comportamento dúctil – frágil quando aumenta a razão de deformação aplicada aos materiais. Assim sendo, há um grande interesse na quantificação do efeito da razão de deformação sobre o comportamento dos diversos materiais. Na sua forma mais geral, a equação constitutiva do comportamento de um material deverá cobrir toda a gama de razões de deformação. No entanto, encontrar estas equações é muito difícil, mesmo para estados de tensão uniaxial. De facto, há um grande número de fenómenos físicos e de diferentes mecanismos que governam o comportamento dos materiais a diferentes taxas de deformação e que interagem entre si.

Um dos parâmetros mais importantes neste processo é a velocidade de deformação, ou *strain rate*. Alguns autores defendem mesmo a utilização do termo razão ou taxa de deformação [207], quantidade que se exprime nas unidades s^{-1} , de acordo com a seguinte equação;

$$\dot{\epsilon} = \frac{d\epsilon}{dt} \quad (2.1)$$

No que se refere aos ensaios mecânicos, existe um conjunto de técnicas que diferem entre si no tempo de aplicação da carga e na razão de deformação imposta ao material. Os ensaios de fluência são caracterizados por ocorrerem a razões de deformação que vão até $0,0001 s^{-1}$. Estes ensaios são normalmente realizados em condições de carga constante e têm na temperatura o parâmetro mais importante. Os ensaios de tracção clássicos, com condições de carregamento uniaxial, são realizados com razões de deformação entre $0,001$ e $0,01 s^{-1}$. Estes ensaios são também conhecidos por ensaios quasi-estáticos.

Ensaio entre $0,1$ e $100 s^{-1}$, são geralmente referidos como ensaios a médias taxas de deformação, enquanto valores superiores a $1000 s^{-1}$ são normalmente tratados como a elevadas taxas de deformação. Contudo, não há uma definição clara para estes limites, os quais dependem por vezes do próprio material. Na Tabela I representa-se uma das divisões normalmente aceite na caracterização dos vários tipos de solicitações, classificados de acordo com a razão de deformação que lhe está associada.

Tabela I - Classificação das técnicas de ensaio de acordo com a razão de deformação, Meyers [207], ASM [181] e Metals Handbook [206].

$\dot{\epsilon}$ (s ⁻¹)	Tipo de teste	Método de carga – máquina de ensaio	Considerações dinâmicas	
$10^4 < \dot{\epsilon} < 10^7$	Impacto a alta velocidade	Explosivos, projectéis, impacto em placas, impacto de penetração pressão/corte	Propagação de ondas de choque Propagação de ondas de corte	Forças de inércia importantes Ensaio adiabáticos
$50 < \dot{\epsilon} < 10^4$	Elevadas razões de deformação	Impacto por explosivos, anel de expansão Impacto mecânico, impacto de Taylor, barra de Hopkinson.	Propagação de ondas elásticas/plásticas	
$0,1 < \dot{\epsilon} < 50$	Médias razões de deformação	Servo hidráulicas de alta velocidade, pneumáticas, mecânicas por excêntrico	Ressonância mecânica na máquina e no provete são importantes	
$10^{-5} < \dot{\epsilon} < 0,1$	Ensaio convencionais quasi-estático	Máquinas hidráulicas, servo hidráulicas ou de parafuso	Razão de deformação constante, ou deslocamento constante	Forças de inércia desprezáveis
$< 10^{-5}$	Fluência e relaxação de tensões	Carga constante, carregamento por pesos	Resposta viscoplástica de metais, relações deformação-tempo	Ensaio isotérmico

2.2 - Diferentes dispositivos experimentais para ensaios a elevadas taxas de deformação

À medida que a taxa de deformação aumenta, torna-se mais difícil medir a carga sobre o provete e a deformação que este sofre a cada instante. A evolução da electrónica, em especial no campo dos transdutores, tem prestado uma importante contribuição no aparecimento de novos dispositivos de ensaio. Nas últimas décadas, diferentes dispositivos foram projectados e construídos para realizar ensaios dinâmicos. Regra geral, cada dispositivo oferece uma mais valia atendendo aos objectivos para os quais foi projectado. Neste domínio, podem referir-se os dispositivos tipo *drop weight tower*, capazes de exercerem forças de 900 kN em poucos milésimos de segundo, até aos dispositivos tipo *Cam plastometer*, capazes de ensaios a taxas de deformação constante.

A aplicação de forças elevadas em períodos de tempo muito curtos do tipo impulso é uma característica dos ensaios a elevadas taxas de deformação. O efeito de propagação de ondas de tensão torna-se significativo quando são aplicadas forças impulsivas, quer por aplicação directa, quer geradas internamente nos materiais por forças de inércia em

situações de impacto. São descritas em seguida as técnicas e equipamentos experimentais mais divulgadas para a caracterização do comportamento dinâmico de materiais.

2.2.1 -Ensaio de Taylor

O ensaio de Taylor é já considerado um ensaio clássico. Desenvolvido nas décadas de 30 e 40 e durante a segunda guerra mundial por Taylor [10] e Whiffin [11], é actualmente considerado por alguns autores um ensaio *standard* para estabelecer leis sobre o comportamento dinâmico dos materiais, [207]. Neste ensaio, um provete de forma cilíndrica é projectado contra um alvo 'indeformável', normalmente uma placa de dureza, massa e robustez muito superiores. Analisando a deformada do provete após o impacto é possível determinar a tensão limite elástica em compressão em regime dinâmico – σ_{yd} . Durante a análise do evento admite-se que a parte do provete que se deforma plasticamente, assume a forma tronco-cônica e fica sujeita a um valor de tensão constante e igual a σ_{yd} . Uma sequência da deformação do provete durante o ensaio é representada esquematicamente na Figura 2.1. Nesta abordagem, é admitido que o valor atingido é aproximado e pode ser calculado por:

$$\sigma_{yd} = \frac{\rho V^2 (L_0 - x)}{2(L_0 - L_1) \ln(L_0 / x)} \quad (2.2)$$

Taylor verificou experimentalmente que a deformada do provete é muito aproximada à assumida na análise teórica para velocidades de impacto até $V = \sqrt{\sigma_{yd} / 2\rho}$. Para velocidades superiores, o provete deforma-se demasiado e a sua geometria diverge substancialmente da forma tronco-cônica admitida.

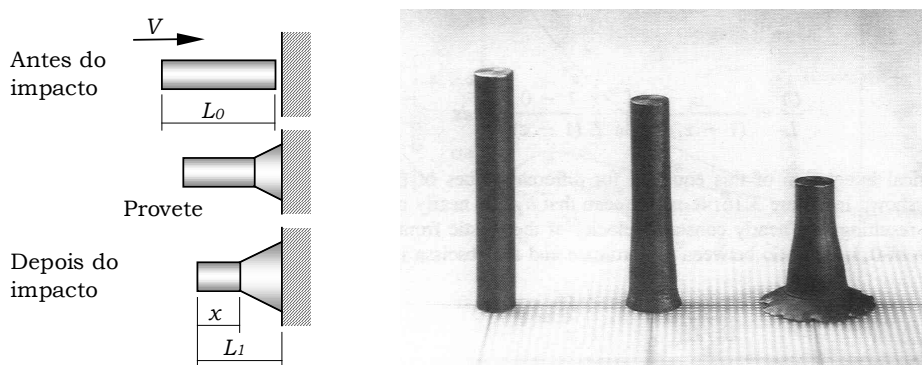


Figura 2.1. Sequência da deformação sofrida pelo provete de Taylor durante o impacto. Imagem de provetes de cobre submetidos a diferentes velocidades de impacto [207], provete da esquerda com o tamanho original.

Neste ensaio, dependendo das características do material a testar, utilizam-se velocidades entre 150 ms^{-1} e 800 ms^{-1} . As dimensões típicas dos provetes utilizados são $\phi 10 \times 50 \text{ mm}$, e podem ser obtidas taxas de deformação até 10^5 s^{-1} .

Com base no teste de Taylor, Erlich [129] desenvolveu o ensaio *Symmetric Rod Impact Test*. As principais modificações são: o emprego de fotografia de alta velocidade e a alteração do alvo de impacto. O registo fotográfico da deformação do provete ao longo do tempo permite obter a curva tensão–deformação do material e a utilização de outro cilindro de mesmo material como alvo, elimina problemas de fricção na *interface* durante a expansão radial do cilindro. Esta técnica, só aplicável a metais dúcteis, tem sido empregue para caracterizar ligas de alumínio, titânio, cobre e aço a temperaturas variáveis, que podem atingir os 1000°C .

2.2.2 - Barra de Hopkinson

Esta designação refere um dispositivo que integra vários componentes sendo, na comunidade científica normalmente designada por, *The split Hopkinson pressure bars* – SHPB. Inicialmente proposto por Davies e Kolsky em 1948/9 [5] e [7], este dispositivo, foi posteriormente actualizado por vários outros investigadores. Actualmente, há um grande número de variantes do dispositivo original, sendo a técnica designada por *Split Hopkinson bar technique* – SHBT.

A configuração actualmente utilizada na maioria dos laboratórios, permite realizar ensaios em compressão, sendo constituída por um canhão pneumático e três barras cilíndricas esbeltas alinhadas, como se pode ver na Figura 2.2. A primeira barra, conhecida por impactor, é acelerada pelo canhão pneumático e embate na segunda. O provete é posicionado entre as segunda e terceira barras, conhecidas respectivamente por barra de entrada e barra de saída. O impacto produz uma onda de deformação elástica, denominada onda incidente – $\varepsilon_I(t)$, que se propaga ao longo da barra de entrada. Parte da onda incidente é reflectida na *interface* barra/provete, propagando-se para trás como onda reflectida – $\varepsilon_R(t)$. A onda que se propaga pela barra de saída é conhecida como onda transmitida – $\varepsilon_T(t)$. Todas as barras trabalham em regime elástico. Se a deformação induzida no provete exceder o seu limite elástico, ocorrerá uma deformação plástica que condiciona a amplitude das ondas reflectida e transmitida. Actualmente, ambas as barras são instrumentadas com extensómetros eléctricos para obter o registo das ondas de deformação elástica.

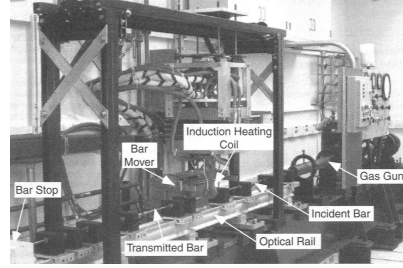
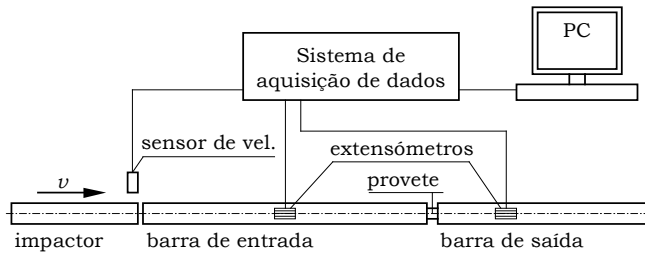


Figura 2.2. Representação esquemática do dispositivo experimental SHBP clássico e vista do dispositivo experimental de Los Alamos National Laboratory [181].

Como veremos mais adiante, a partir do registo das três ondas é possível determinar o comportamento dinâmico do provete, isto é, a relação tensão ν s deformação e a taxa de deformação, através de expressões simples como as que se seguem;

$$\sigma(t) = E_0 \frac{A_0}{A} \varepsilon_T(t) \quad (2.3)$$

$$\dot{\varepsilon}(t) = \frac{-2c_0}{L} \varepsilon_R(t) \quad (2.4)$$

$$\varepsilon(t) = \frac{-2c_0}{L} \int_0^t \varepsilon_R(t) dt \quad (2.5)$$

Com esta técnica de ensaio é possível atingir taxas de deformação da ordem dos $5 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1}$, valores só ultrapassados pelo dispositivo *Expanding ring*, descrito mais à frente. A possibilidade de determinar indirectamente a tensão aplicada ao provete e a sua deformação durante o ensaio, sem necessitar de uma célula de carga e um transdutor de deslocamento adicionais, torna o método acessível e atraente para esta aplicação. Por outro lado, operar com sinais resultantes da propagação de ondas requer cuidados especiais tais como: atender ao fenómeno das reflexões e ter em conta a dispersão durante a propagação.

Este dispositivo tem sido frequentemente utilizado na investigação sobre materiais devido a sua simplicidade. A sua grande divulgação permitiu que tivesse sofrido várias alterações que o adaptaram à realização de ensaios de impacto em diferentes situações. Numa publicação, Follansbee [17] recomenda o uso de provetes cilíndricos com diâmetros inferiores ao das barras. Mais tarde Meyers [207] e Nicholas [23] propuseram um dispositivo similar para realizar ensaios de tracção. Posteriormente foram construídos dispositivos com barras em torção, para o estudo do comportamento dinâmico dos materiais ao corte, Gilat & Cheng [33], Hartley [20] e até para a realização de ensaios em flexão.

2.2.3 -Dispositivo Cam plastometer

O dispositivo *Cam plastometer* foi projectado para realizar ensaios de compressão a razões de deformação constantes. Nestes ensaios atingem-se valores que rondam 100 s^{-1} . A força e o deslocamento necessários para deformar plasticamente o provete, são gerados pelo ressalto de uma roda livre de grande inércia. Os provetes são posicionados entre dois pratos, um fixo e outro móvel, como se mostra na Figura 2.3.

Para se obter uma taxa de deformação realmente constante, é necessário que a velocidade do prato móvel varie de forma controlada ao longo do ensaio. A estas velocidades, onde um ensaio ocorre em alguns milésimos de segundo, justifica-se o uso de ressaltos ou excêntricos para gerar estas solicitações de forma automática. Neste caso a deformação real é definida como:

$$\varepsilon = \ln \frac{l}{l_0} \quad (2.6)$$

onde l_0 é o comprimento inicial e l é o comprimento final do provete. Assim, para um ensaio a taxa de deformação constante, o comprimento do provete deve variar segundo a seguinte lei:

$$l = l_0 \exp(\dot{\varepsilon}t) \quad (2.7)$$

Este comportamento é garantido com um ressalto cujo raio varia de forma a satisfazer a equação (2.7). A partir da razão de deformação imposta é possível determinar a deformação em qualquer instante através da seguinte expressão:

$$\varepsilon_i = \dot{\varepsilon}t_i \quad (2.8)$$

Neste dispositivo uma célula de carga mede a carga P_i que ocorre a cada instante e a tensão actuante é calculada como P_i/A_i , obtendo-se assim os valores de σ_i e ε_i para traçar o gráfico tensão *vs* deformação.

Para se obter uma taxa de deformação constante, o dispositivo foi projectado com uma estrutura massiva e de grande rigidez. O seu elevado peso e a sua rigidez, reduzem os problemas de equilíbrio dinâmico e minimizam as deformações parasitas durante o ensaio. A principal dificuldade no funcionamento do dispositivo é o sincronismo no avanço do calço do ressalto, que deve ser posicionado numa fracção de rotação a velocidades que podem atingir 1000 r.p.m. . São utilizados dois tipos de ressaltos, um que aplica o deslocamento à face superior do provete em apenas 45° de rotação e outro que o faz em 180° . Estas duas soluções,

combinadas com diferentes velocidades de rotação, permitem obter uma maior gama de razões de deformação.

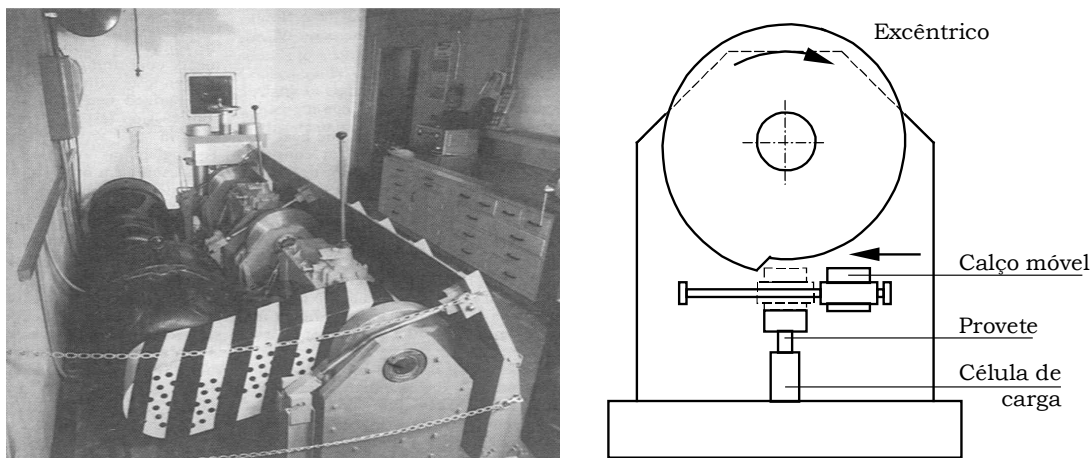


Figura 2.3. Imagem e esquema de funcionamento do dispositivo *Cam Plastometer* existente em Los Alamos National Laboratory [181].

Os provetes ensaiados por este método têm a forma cilíndrica e dimensões típicas de $12,7\text{ mm}$ de diâmetro e $19,8\text{ mm}$ de comprimento. Devido à deformação radial do provete e aos elevados valores da força de contacto, são geradas forças de atrito consideráveis entre os topos do provete e os pratos da máquina, podendo mesmo invalidar o ensaio. Se houver um atrito elevado entre as superfícies do provete e os pratos da máquina, o provete não se deformará uniformemente, mas sim de forma embarrilada, sendo os topos impedidos de se expandirem livremente na direcção radial. Por isso devem ser utilizados lubrificantes entre as superfícies em contacto. A escolha destes depende dos materiais a ensaiar e da temperatura de ensaio, tendo Hockett [206] recomendado alguns lubrificantes que utilizou com sucesso.

Para minimizar o efeito do atrito são também utilizadas razões de comprimento - diâmetro (L/D) criteriosamente seleccionadas. A razão L/D de 1,56 é consensualmente considerada como óptima. Provetes mais esbeltos apresentam sinais de instabilidade à encurvadura, enquanto provetes mais compactos apresentam deformação de forma embarrilada. A razão L/D de 1,56 está dentro da gama referida pela norma 'ASTM Standart E9 – *Compression Testing of Metallic Materials at Room Temperature*'.

2.2.4 -Dispositivos tipo *Drop weight tower*

Estes dispositivos utilizam uma massa suspensa que é largada em queda livre para gerar uma força impulsiva sobre o provete. Com esta técnica é possível realizar ensaios com carregamentos muito elevados. Forças até 900 kN são geradas a partir de massas de 225 a 1000 kg ,

suspensas a cerca de 2,5 m em ensaios que podem durar 0,1 a 20 ms. Nestes ensaios atingem-se velocidades de impacto de 7 ms^{-1} e energias de 27.800 J, INSTRON® [133]. Carregamentos de valor tão elevado não podem ser obtidos por outros dispositivos. Nestas condições, é indispensável a utilização de fundações maciças para resistir ao impacto e garantir uma elevada rigidez do prato inferior. São normalmente utilizadas fundações em betão armado com massas que rondam as 12 ton, G.B. Dudder [206].

O impacto gerado pela massa suspensa é transmitido ao provete através de uma haste guiada à qual é fixado o prato superior. Desta forma garante-se um alinhamento adequado entre o provete e os pratos. O prato inferior, montado sobre uma sede esférica, permite corrigir pequenas deficiências de paralelismo entre as faces do provete. Durante o ensaio, os valores de força aplicados ao provete são registados com o auxílio de uma célula de carga montada por baixo do prato inferior. Para garantir a integridade do dispositivo este é equipado com batentes amortecedores capazes de desacelerar a massa quando próxima do seu curso máximo. O desenvolvimento deste tipo de dispositivos encontra-se bem documentado por Adler na ref. [128]. Uma representação esquemática de um destes dispositivos pode ser observada na Figura 2.4, bem como uma fotografia de um equipamento comercializado pela empresa INSTRON®.

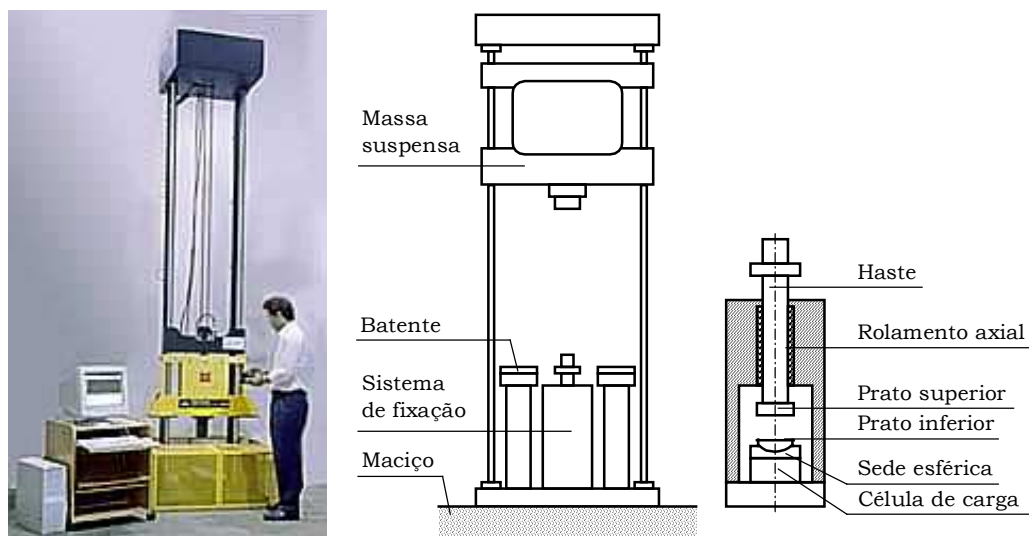


Figura 2.4. Imagem da Esquema do dispositivo *Drop weight tower*.

Embora permita realizar ensaios a razões de deformação até 200 s^{-1} , este tipo de dispositivo não pode impor uma razão de deformação constante nem uma razão de carregamento constante. A forma do carregamento depende do comportamento do provete, da velocidade de impacto e da energia da massa suspensa. Para que a razão de deformação não varie significativamente durante o ensaio, deve assegurar-se que a energia do impacto (massa \cdot altura) seja cerca de 10 vezes superior à necessária para

a rotura do provete. Este dispositivo é também utilizado para avaliar o efeito de cargas sub críticas, cargas pouco inferiores à de rotura, em materiais ou componentes. Neste caso, a energia de impacto é seleccionada para gerar uma força de valor determinado e o provete é retirado dos pratos antes que ocorra um segundo impacto por efeito de repique.

2.2.5 -Dispositivos *Expanding ring*

Proposto por Hoggatt e Recht [126], o conceito deste tipo de teste requer a aplicação de uma carga radial impulsiva, de curta duração, em um provete com a forma de um anel de parede fina, como se pode ver na Figura 2.5. Por detonação de uma carga explosiva no seu interior ou aplicação de um intenso campo magnético faz-se expandir radialmente o provete que adquire velocidade muito rapidamente. Após um curto intervalo de tempo, a pressão deixa de actuar e o anel provete expande-se como um corpo livre sujeito a sua própria inércia para de seguida desacelerar por efeito da tensão circunferencial. Esta teoria só é válida para anéis de parede fina, utilizando-se normalmente provetes com dimensões típicas de 25 mm de diâmetro e espessuras de parede que rondam os 0,8 mm.

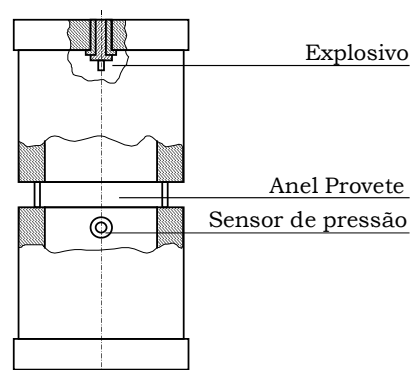


Figura 2.5. Esquema do dispositivo expanding ring.

Capaz de testar materiais em tensão, submetendo-os a razões de deformação que rondam 10^4 s^{-1} , o dispositivo *Expanding ring* baseia-se num princípio simples mas requer equipamento especializado e uma técnica sofisticada. A necessidade de medir o deslocamento radial das paredes do anel durante o ensaio, que dura fracções do milésimo de segundo, requer o uso de câmaras fotográficas de alta velocidade, *streak* câmaras ou técnicas pulsadas de interferometria laser.

Neste ensaio, a tensão circunferencial pode ser calculada em função da desaceleração sofrida durante a expansão radial, do raio do anel – R e da densidade do material – ρ :

$$\sigma = -\rho R \frac{d^2 R}{dt^2} \quad (2.9)$$

assim como a deformação real a cada instante, necessária para a relação tensão ν s deformação, é calculada por:

$$\varepsilon = \ln \frac{R}{R_0} \quad (2.10)$$

e a razão de deformação por:

$$\dot{\varepsilon} = \frac{1}{R} \frac{dR}{dt} \quad (2.11)$$

Neste método experimental são utilizadas *streak* câmaras para registar a deformação radial e transdutores piezoelétricos para medir a pressão gerada pela explosão. A grande dificuldade do método reside na necessidade de medir o deslocamento radial com precisão suficiente para a sua derivação temporal de segunda ordem ser aceitável. Durante a fase de aceleração, a pressão interior causada pela detonação gera tensões de compressão na direcção radial, que muitas vezes excedem a tensão limite elástico. Este facto condiciona o comportamento do material na fase seguinte. As vantagens do método são a inexistência de amarras, eliminando os efeitos de bordo, e a aplicação de um estado uniaxial de tensão com razões de deformação muito elevadas.

2.2.6 -Impacto por roda livre – *Flywheel*

O dispositivo experimental mostrado na Figura 2.6 e conhecido por *flywheel* foi inicialmente proposto por Lindholm [21]. Neste dispositivo, uma roda livre é acelerada por um motor eléctrico e gira a velocidade constante, agindo como um volante de inércia durante o ensaio. O provete a ensaiar é fixado por uma das extremidades a uma barra elástica que funciona como célula de carga, e na outra extremidade é-lhe fixado um batente que receberá o impacto. Quando o gatilho é actuado, o martelo é posicionado por acção de uma mola de forma sincronizada e em menos de uma rotação do volante. Devido à grande inércia da roda livre quando o martelo embate com o batente promove um deslocamento a velocidade constante. Um sistema de leitura óptico fornece informação, de grande resolução, sobre o deslocamento dos extremos do provete, batente e célula de carga. Com os valores de deslocamento do extremo da célula de carga é calculada a tensão a que foi sujeito o provete durante o ensaio. A deformação é obtida a partir dos valores de deslocamento do batente. Este método de ensaio, tracção a

elevada razão de deformação, possibilita o traçado de um curva tensão νs deformação contínua.

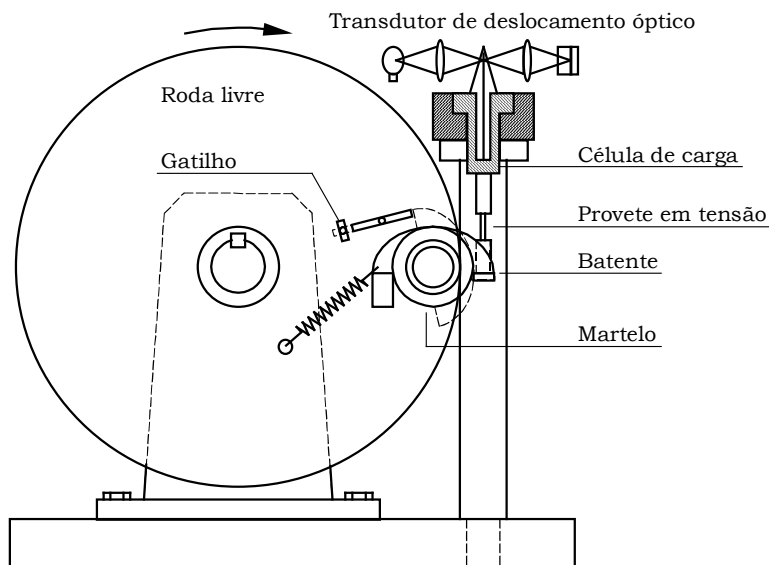


Figura 2.6. Dispositivo de roda livre - *flywheel*.

São referidos por alguns autores dispositivos com rodas de inércia de diâmetros entre 1 e 2 metros. Normalmente são utilizados provetes com 25 *mm* de comprimento e velocidades de rotação da ordem das 1000 *r.p.m.* São frequentemente atingidas razões de deformação de 4000 s^{-1} .

2.2.7 - Máquinas de ensaio servo hidráulicas

Hoje em dia é possível encontrar um leque variado de máquinas servo hidráulicas destinadas a ensaios mecânicos. Na sua generalidade são de eixo vertical com travessão fixo ou regulável. O movimento é realizado por um cilindro hidráulico, que em alguns modelos é capaz de atingir velocidades de 25 ms^{-1} e 100 *kN* de força [134], alimentado por um circuito em fonte de pressão com cerca de 280 *bar* e com recurso a acumuladores de pressão podem ser atingidos caudais de 20 ls^{-1} . As máquinas actuais apresentam-se com comandos computadorizados, sendo possível atribuir uma qualquer lei ao movimento da haste do cilindro, função do tempo, força, posição e ou velocidade. Servo válvulas da última geração são utilizadas para controlar o caudal de óleo e impor à haste a posição determinada por um LVDT (*linear variable differential transformer*), enquanto a força é usualmente medida com uma célula de carga. A Figura 2.7 mostra uma versão recente de um modelo comercializado pela marca INSTRON®.

Estas máquinas são versáteis e empregues numa variada gama de ensaios mecânicos, desde ensaios de tracção clássicos a ensaios de fadiga com espectros de carga complexos, passando por ensaios COD ou ensaios a

razões de deformação constante. Neste tipo de equipamentos, a medição da carga e do deslocamento de forma indirecta, introduz algumas limitações de utilização. Velocidades de deslocamento elevadas não são compatíveis com pequenos deslocamentos. Por exemplo, num ensaio em compressão sobre um provete de 10 mm de comprimento, com uma velocidade de deslocamento de 10 ms⁻¹ seria possível atingir taxas de deformação de 10³ s⁻¹. Porém, as dificuldades mencionadas limitam os testes a taxas de deformação na ordem dos 200 s⁻¹.



Figura 2.7. Imagem do modelo VHS 50/20 da marca INSTRON®, capaz de forças de 50 kN e 20 ms⁻¹.

Um parâmetro importante a considerar nestes equipamentos é a rigidez da estrutura da máquina. Como a deformação do provete é calculada a partir do deslocamento da amarra móvel, não é considerado o deslocamento elástico da amarra fixa, podendo assim comprometer a fiabilidade do ensaio. Um outro factor importante é o tempo necessário para acelerar a haste do cilindro. Nas máquinas mais recentes é necessário um tempo de 10 ms para esta atingir 5 ms⁻¹.

2.2.8 -Dispositivos *Flying wedge*

Recentemente proposto por Sturges e Coles [132] este dispositivo é capaz de realizar testes de tracção a uma larga gama de razões de deformação, controláveis desde 25 até 10⁴ s⁻¹. Como se pode observar na Figura 2.8, neste ensaio uma cunha móvel é utilizada para mover duas guias em sentidos opostos, aplicando ao provete uma solicitação simétrica e de grandes deslocamentos. O dispositivo foi concebido para realizar estudos de fractura em metais dúcteis, onde o efeito de ondas de tensão transitórias não uniformes, geradas por carregamentos assimétricos, é indesejável. Os provetes utilizados são cilíndricos e em forma de haltere, com cabeças roscadas e entalhados.

Durante o ensaio a informação da força imposta a cada instante é obtida por meio de uma célula de carga montada entre o provete e uma das guias, ou em alternativa por um extensómetro cementado na parte cilíndrica do provete e próximo do entalhe. A velocidade das guias é medida, de forma relativa, por um sistema óptico de contagem de franjas, sem precisão para permitir obter os deslocamentos ou a aceleração.

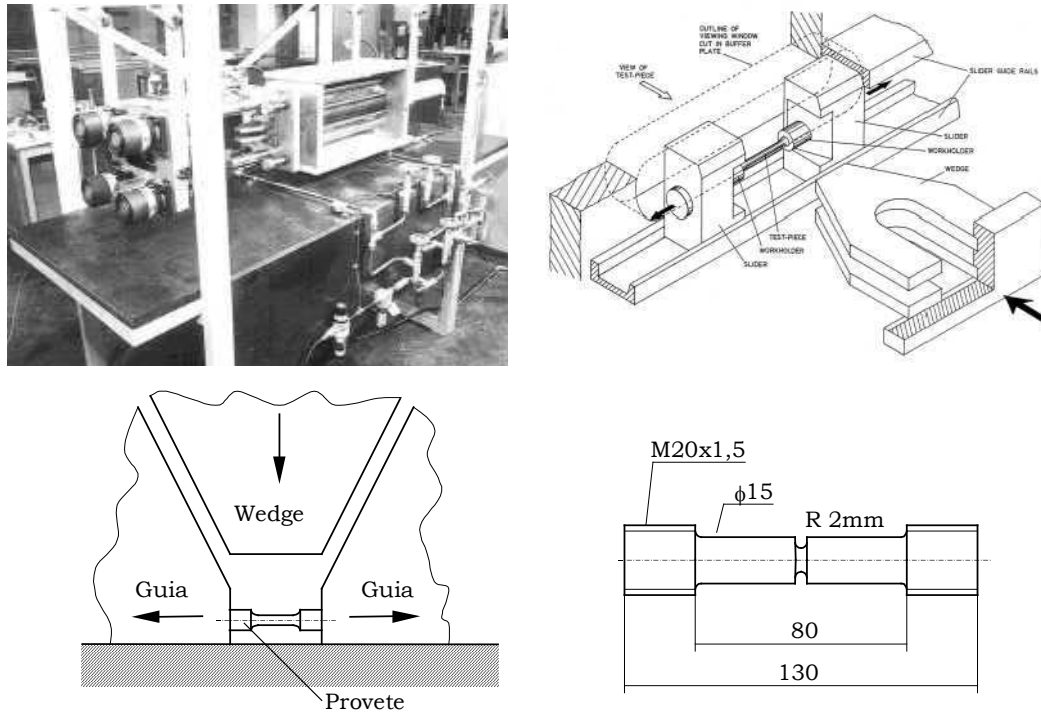


Figura 2.8. Dispositivo ‘Flying wedge’. Esquema de funcionamento e forma do provete [132].

A cunha é lançada a velocidades que podem atingir os 15 ms^{-1} , por um canhão pneumático que opera com pressões de 15 MPa . A base das guias possui uma janela na zona do provete de forma a permitir a sua observação, aquecimento ou arrefecimento conforme as condições de ensaio. Alguns factores negativos como efeitos de ondas de tensão, impactos múltiplos da cunha sobre as guias e atrito, são actualmente estudados pelos autores, assim como a aplicação deste sistema ao estudo do comportamento de materiais poliméricos.

PROPAGAÇÃO DE ONDAS ELÁSTICAS

3.1 - O fenómeno da propagação de ondas elásticas

3.1.1 - Introdução

Neste trabalho serão investigados os fenómenos associados à propagação de ondas mecânicas em meios elásticos. Como se pretende avaliar as propriedades dinâmicas de materiais para aplicações estruturais, são excluídos deste estudo os meios líquidos e gasosos. Uma onda de deformação elástica é transmitida através de um corpo sempre que partes distintas deste não estejam em equilíbrio, como no caso do embate entre dois corpos e sempre que existam uma variação instantânea das forças aplicadas. A variação de energia associada a estas variações de carga provoca desequilíbrios locais que se propagam através do meio. O movimento relativo das partículas ocorre de forma a restabelecer o equilíbrio em cada instante ajustando-se a uma nova distribuição de tensões. Este ajuste ocorre a uma determinada velocidade, que corresponde à velocidade de propagação da onda no meio em causa.

É importante distinguir entre a velocidade das partículas e velocidade de propagação da onda, sendo a primeira menor do que a segunda. A velocidade de propagação da onda é referida como a velocidade da frente de onda, podendo esta ter ou não, o sentido do movimento das partículas. Em alguns casos, como por exemplo a propagação de ondas de corte, a direcção do movimento das partículas não coincide com a direcção de propagação da onda.

Na Figura 3.1 representa-se uma barra inicialmente em repouso, pela qual esta a ser transmitida um onda de tensão. No instante $t=0$ o topo esquerdo da barra é submetido a uma força impulsiva F que impõe compressão. Nesse instante, por acção da força impulsiva F , gera-se uma onda de deformação elástica longitudinal com uma frente de onda perpendicular ao eixo da barra. Esta frente de onda propaga-se no material a uma velocidade c_0 . Após um intervalo de tempo t as partículas constituintes do meio, à esquerda da frente de onda, deslocam-se a uma velocidade v_0 . Esta é uma onda de deformação elástica longitudinal em compressão, onde o sentido do deslocamento das partículas é o mesmo que o sentido da propagação da frente de onda.

Na Figura 3.2 é representada a propagação de uma onda de deformação elástica longitudinal em tracção, onde o sentido do deslocamento das partículas é contrário ao da propagação da frente de onda. Neste estudo preliminar é desprezado o movimento das partículas por efeito do coeficiente de Poisson.

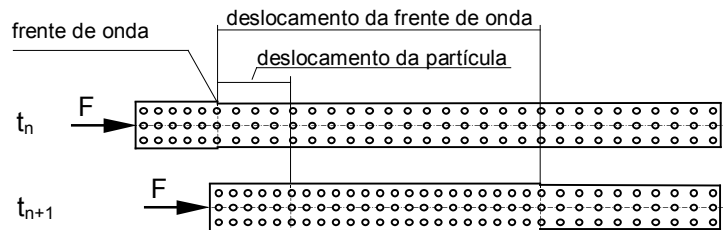


Figura 3.1. Onda de deformação elástica longitudinal em compressão.

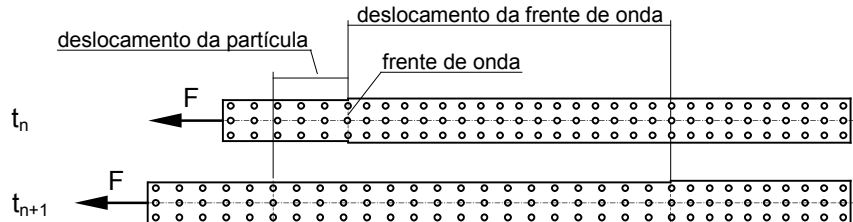


Figura 3.2. Onda de deformação elástica longitudinal em tracção.

O estudo da propagação de ondas em meios sólidos é de grande importância na avaliação da resposta dos materiais a solicitações impulsivas. Esta resposta, sendo complexa, necessita de uma abordagem que permita quantificar devidamente as trocas energéticas associadas.

A partir deste ponto será suprimido, na maior parte dos casos, o termo *elástica*, sendo as ondas denominadas apenas por ondas de deformação ou ondas de tensão. Esta designação seria redundante pois todos os tipos de ondas de tensão consideradas são elásticas em virtude das propriedades dos materiais.

3.1.2 -Teoria da propagação de ondas em meios contínuos

A propagação de ondas mecânicas em meios tridimensionais tem um tratamento algo complexo. No entanto, existem várias formulações analíticas que foram propostas por diversos autores [178], [182], [192], [199] e [205]. De acordo com a teoria da elasticidade uma partícula de um meio elástico contínuo e homogêneo sob a acção de uma solicitação terá um estado de tensão que, num referencial ortonormado, pode ser representado como se mostra na Figura 3.3. Nesta figura são omitidas as tensões nas

faces ocultas e os termos que resultam da variação destas ao longo de cada um dos eixos. Uma abordagem completa e exaustiva da teoria da elasticidade feita por Dally e Riley pode ser encontrada na referência [191]. Nesta obra os autores indicam as definições, abordam o estado de tensão num ponto, descrevem as relações tensão *vs* deformação e as relações entre as constantes elásticas. A Figura 3.3 mostra o tensor das tensões num ponto representado sobre um elemento de volume de dimensões infinitesimais centrado nesse ponto. Este tensor é válido para qualquer situação de equilíbrio, quer provenha de uma sollicitação dinâmica, quer seja resultado de uma sollicitação estática.

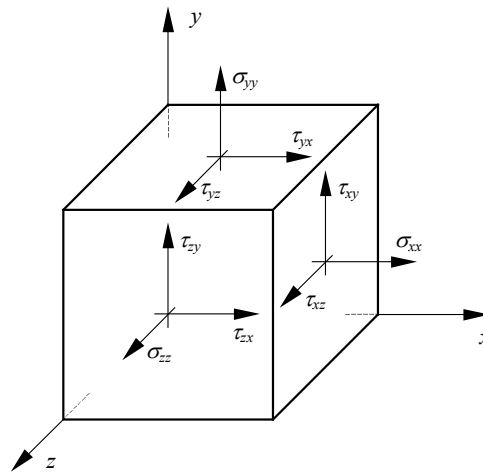


Figura 3.3. Representação das componentes de tensão actuantes sobre as faces positivas de um elemento de massa cúbico num referencial Cartesiano.

Uma partícula material de um meio sob uma qualquer sollicitação estará em equilíbrio sempre que se verifiquem as condições $\sum \vec{F} = \vec{0}$ e $\sum \vec{M} = \vec{0}$. No caso de uma sollicitação dinâmica é necessário equacionar também o efeito das forças de inércia. Desprezando as forças de volume (como a gravitacional), e aplicando a segunda Lei de Newton, $F = ma$, deve ser verificada a seguinte condição em cada uma das três direcções:

$$\begin{aligned} \sum F_x &= (\rho dx dy dz) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \\ \sum F_y &= (\rho dx dy dz) \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \\ \sum F_z &= (\rho dx dy dz) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (3.1)$$

Considerando que as tensões aplicadas numa face do elemento podem variar em relação as tensões aplicadas à face oposta, aplicando a expressão correspondente a direcção x anterior apresentada obtém-se:

$$\left(\frac{\partial\sigma_{xx}}{\partial x} dx\right)dydz + \left(\frac{\partial\tau_{yx}}{\partial y} dy\right)dx dz + \left(\frac{\partial\tau_{zx}}{\partial z} dz\right)dx dy = \rho dx dy dz \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (3.2)$$

Simplificando a expressão anterior obtém-se;

$$\frac{\partial\sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial\tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial\tau_{zx}}{\partial z} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (3.3)$$

Analogamente para as outras duas direcções:

$$\frac{\partial\tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial\sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial\tau_{zy}}{\partial z} = \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \quad (3.4)$$

$$\frac{\partial\tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial\tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial\sigma_{zz}}{\partial z} = \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}$$

Em notação indicial, estas equações escrevem-se de uma forma sintética

$$\frac{\partial\sigma_{ij}}{\partial x_j} = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \quad (3.5)$$

A solução deste sistema de equações diferenciais permite chegar à equação de onda que descreve o movimento das partículas no meio. Para a solução deste sistema toma-se em consideração as seguintes relações:

$$\sigma_{xx} = 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} + \lambda \Delta$$

$$\tau_{xy} = \mu \gamma_{xy} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (3.6)$$

$$\tau_{xz} = \mu \gamma_{xz} = \mu \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right)$$

Onde λ e μ são os parâmetros de Lamé e Δ é o dilatacional, ou seja, a variação de volume de uma unidade de volume:

$$\Delta = \varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \quad (3.7)$$

Considerando as relações $\tau_{xy} = \tau_{yx}$, $\tau_{yz} = \tau_{zy}$ e $\tau_{zx} = \tau_{xz}$, resultantes das equações de equilíbrio de momentos, na substituição das equações (3.6) na equação do movimento para a direcção do eixo x , equação (3.3), será:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(2\mu \frac{\partial u}{\partial x} + \lambda \Delta \right) + \mu \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \mu \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (3.8)$$

Desenvolvendo as derivadas parciais e reordenando será:

$$2\mu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \lambda \frac{\partial \Delta}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} \right) + \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (3.9)$$

$$\lambda \frac{\partial \Delta}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z} \right) + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (3.10)$$

Depois de devidamente agrupados os termos, é ainda possível substituir parte da equação pelo operador

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (3.11)$$

Que, após esta simplificação será:

$$\lambda \frac{\partial \Delta}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z} \right) + \mu \nabla^2 u = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (3.12)$$

A equação anterior poderá ainda ser escrita de maneira mais compacta considerando o termo dilatacional já referido:

$$\lambda \frac{\partial \Delta}{\partial x} + \mu \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \mu \nabla^2 u = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (3.13)$$

$$\lambda \frac{\partial \Delta}{\partial x} + \mu \frac{\partial \Delta}{\partial x} + \mu \nabla^2 u = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (3.14)$$

$$(\lambda + \mu) \frac{\partial \Delta}{\partial x} + \mu \nabla^2 u = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (3.15)$$

De maneira análoga podem ser obtidas as expressões do movimento para as outras duas direcções:

$$(\lambda + \mu) \frac{\partial \Delta}{\partial y} + \mu \nabla^2 v = \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \quad (3.16)$$

$$(\lambda + \mu) \frac{\partial \Delta}{\partial z} + \mu \nabla^2 w = \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}$$

As expressões anteriores (3.15) e (3.16) são as equações do movimento para um sólido elástico isotrópico e homogéneo. Estas equações podem ser utilizadas para desenvolver as equações de propagação de ondas dilatacionais ou longitudinais no caso de existir variação de volume. Podem também ser utilizadas na obtenção da equação de propagação de ondas transversais, que ocorre sem variação de volume.

3.1.3 -Aplicação da teoria geral de propagação de ondas a casos particulares

Considerando o caso particular de haver propagação de uma onda que não provoque deformações de corte, ou movimento de rotação do elemento de massa, será considerado que $\omega_x = \omega_y = \omega_z = 0$ e

$$\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} = 0 \quad \text{e} \quad \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \quad (3.17)$$

Assim, pode reordenar-se a variação do dilatacional na direcção x da seguinte forma:

$$\frac{\partial \Delta}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right) \quad (3.18)$$

Utilizando agora as expressões (3.17) é possível, por substituição na equação (3.18), chegar a;

$$\frac{\partial \Delta}{\partial x} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \nabla^2 u \quad (3.19)$$

Substituindo a expressão anterior na equação (3.15) obtém-se a equação de onda para ondas longitudinais em meios tridimensionais,

$$(\lambda + 2\mu)\nabla^2 u = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad \text{ou} \quad \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \left(\frac{\lambda + 2\mu}{\rho} \right) \nabla^2 u \quad (3.20)$$

esta é a equação de propagação de onda dilatacional ou longitudinal.

Considerando agora o caso particular da propagação de uma onda que não provoque variação de volume, envolvendo apenas movimento de rotação e distorção do elemento de massa, será $\partial\Delta/\partial x=0$. Obtém-se assim, a equação de onda para ondas transversais ou de corte em meios tridimensionais,

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \left(\frac{\mu}{\rho} \right) \nabla^2 u \quad (3.21)$$

Assim, das equações anteriores pode facilmente obter-se a velocidade de propagação de ondas longitudinais. Esta velocidade será calculada a partir de;

$$c_L = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} \quad (3.22)$$

e a velocidade de propagação de ondas transversais calculada a partir de

$$c_T = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \quad \text{ou} \quad c_T = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad (3.23)$$

Estes são os dois únicos tipos de ondas que se propagam num meio elástico isotrópico e homogêneo. De uma forma geral, pode dizer-se que qualquer outro estado pode ser obtido por sobreposição destes dois.

Os dois tipos de ondas considerados anteriormente podem sobrepor-se, mas não interferem um com o outro, propagando-se a diferentes velocidades sendo sempre $c_L > c_T$. Além de velocidades de propagação diferentes, têm também associados diferentes movimentos das partículas. Na terminologia sismológica as ondas longitudinais são designadas por ondas tipo *P* e as transversais por tipo *S*.

Deve ainda referir-se que num meio fluido, que não pode transmitir esforços de corte, a velocidade das ondas transversais é $c_T = 0$ e a velocidade de propagação das ondas longitudinais é $c_L = \sqrt{\lambda/\rho}$.

Na teoria da Elasticidade clássica são identificadas as seguintes relações entre as constantes elásticas do material, módulo de Young, coeficiente de Poisson e os parâmetros de Lamé;

$$\mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad \text{e} \quad \lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (3.24)$$

Substituindo estas relações entre constantes elásticas na equação (3.22) obtém-se para a velocidade de propagação de uma onda longitudinal;

$$c_L = \sqrt{\frac{(1-\nu) E}{(1+\nu)(1-2\nu) \rho}} \quad (3.25)$$

Onde para o caso particular dos aços, nos quais o coeficiente de Poisson assume o valor $\nu = 0,29$ teremos então;

$$c_L = \sqrt{\frac{1,31E}{\rho}} \quad (3.26)$$

Esta é a velocidade de propagação da onda longitudinal num meio semi-infinito, sem restrições de fronteiras, que impõe um estado de deformação uniaxial. A velocidade de propagação numa guia, ou varão, com dimensões muito superiores na direcção de propagação é diferente desta. Neste caso, pelo facto de haver deformação nas direcções perpendiculares à de propagação, a velocidade de propagação será inferior.

Para um estado uniaxial de deformação, verificam-se as seguintes condições:

$$\varepsilon_{xx} \neq 0 \quad \varepsilon_{yy} = \varepsilon_{zz} = 0 \quad (3.27)$$

$$\varepsilon_{xx} = \frac{1}{E} [\sigma_{xx} - 2\nu\sigma_{yy}] \quad \text{com} \quad \sigma_{yy} = \sigma_{zz} \quad (3.28)$$

Aplicando a relação à deformação na direcção do eixo y , será

$$\varepsilon_{yy} = 0 = \frac{1}{E} [\sigma_{yy} - \nu(\sigma_{xx} + \sigma_{yy})] \quad \text{e} \quad \sigma_{yy} = \frac{\nu}{1-\nu} \sigma_{xx} \quad (3.29)$$

assim

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\sigma_{xx}(1+\nu)(1-2\nu)}{E(1-\nu)} \quad (3.30)$$

$$\frac{\sigma_{xx}}{\varepsilon_{xx}} = \frac{(1-\nu)E}{(1+\nu)(1-2\nu)} = \bar{E} \quad (3.31)$$

Onde \bar{E} é o módulo de elasticidade para um estado de deformação uniaxial e a velocidade de propagação da onda correspondente é:

$$c_L = \sqrt{\frac{(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \frac{E}{\rho}} = \sqrt{\frac{\bar{E}}{\rho}} \quad (3.32)$$

enquanto em barras, que são guias para a propagação de onda mecânicas, ocorre um estado de tensão uniaxial onde a velocidade de propagação será:

$$c_0 = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (3.33)$$

3.1.4 -Diferentes tipos de ondas elásticas

A caracterização de uma onda elástica de deformação é feita com base no movimento das partículas. Relacionando este movimento com a direcção de propagação da onda e com as condições fronteira do sólido é possível identificar alguns casos particulares, como se descreve em seguida:

1. *Onda longitudinal.* Em sismologia são conhecidas por *push*, *primary* ou *ondas P*. Podem ainda ser referidas como ondas dilatacionais, por haver variação de volume associada, ou irrotacionais por não haver movimento de rotação ou corte dos elementos de massa. As partículas têm um movimento na direcção da propagação da onda, ex. ondas geradas por um impacto axial numa barra.
2. *Onda transversal.* São também designadas por ondas de corte. Nestas não existe variação de volume e só está presente o movimento de corte ou rotação dos elementos de massa. O movimento das partículas é perpendicular à direcção de propagação da onda, ex. ondas geradas por solicitação em torção impulsiva de uma barra.
3. *Onda de flexão.* Nestas, uma grande componente do movimento das partículas é perpendicular à direcção de propagação. É um tipo de onda restrito a uma ou duas direcções que ocorre em vigas, placas ou cascas.
4. *Onda de superfície ou onda de Rayleigh.* Estas ondas ocorrem nas fronteiras de sólidos semi infinitos. O movimento das partículas associado a este tipo de ondas pode ser facilmente observado, este é o movimento descrito pelos objectos que flutuam à superfície da água.

Durante a propagação destas ondas as partículas descrevem uma trajectória elíptica. A sua velocidade de propagação é usualmente designada por c_s .

5. *Onda interfacial ou onda de Stoneley.* Trata-se de ondas que ocorrem nas *interfaces* de dois sólidos semi infinitos em contacto com diferentes propriedades mecânicas.
6. *Onda de Love.* Estas ondas assumem particular importância em sismologia. Surgem em meios semi infinitos com diferentes propriedades dispostos em camadas.

3.1.5 -Equação de propagação de onda em barras cilíndricas

Dada a especial importância que a propagação de ondas em barras assume neste trabalho, será deduzida neste ponto a equação de propagação de onda em barras de forma *directa*, isto é, para meios unidireccionais. Trata-se de uma abordagem alternativa à realizada no ponto 3.1.2. Esta nova formulação justifica-se por ser mais simples e facilitar a compreensão do fenómeno. A Figura 3.4 mostra a propagação de uma onda de deformação elástica confinada a uma barra prismática linear esbelta. A análise que se segue não entra em linha de conta com o deslocamento radial considerando nulos os efeitos associados: deformação; tensão; inércia; amortecimento; etc...

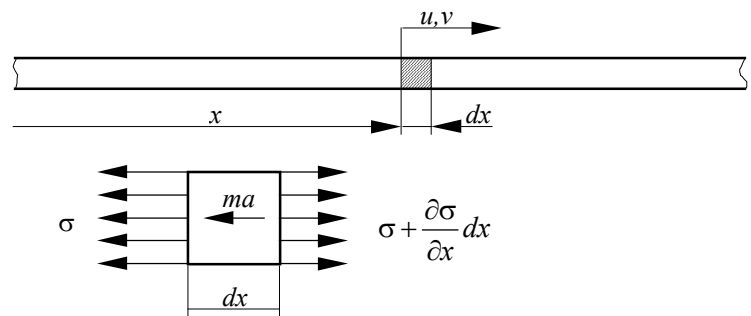


Figura 3.4. Barra esbelta e um seu elemento diferencial dx de coordenada x e deslocamento u sob um estado de tensão.

A coordenada x refere-se à posição da secção transversal da barra com área A . O deslocamento transversal desta secção é descrito pela variável $u(x,t)$. Assumindo que sob a barra actua um campo de tensão dinâmico $\sigma(x,t)$, secções muito próximas estão sujeitas a diferentes valores de tensão.

Aplicando a segunda lei de Newton, $F = ma$, ao elemento dx , temos:

$$-\sigma A + \left(\sigma + \frac{\partial \sigma}{\partial x} dx \right) A = \rho A dx \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (3.34)$$

por ser a barra prismática a área A de uma qualquer secção não varia em x . Assumindo um comportamento elástico do material, segundo a lei de Hooke, para um estado uniaxial de tensão obtém-se

$$\sigma = E\varepsilon \quad (3.35)$$

Como neste caso apenas se considera uma deformação, dada por

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (3.36)$$

Que substituída na equação (3.34) permite obter

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(E \frac{\partial u}{\partial x} \right) = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (3.37)$$

para materiais homogêneos onde E e ρ não variam com x , resulta que

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{E}{\rho} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad \text{ou} \quad \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c_0^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad \text{com} \quad c_0 = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (3.38)$$

onde c_0 é a velocidade de propagação de onda em meios unidireccionais, tal como barras. Na Tabela II apresentam-se valores da velocidade de propagação c_0 para alguns materiais.

Tabela II - Velocidade de propagação de ondas elásticas em diferentes meios, barras de diferentes materiais. Valores calculados a partir das constantes elásticas e densidade, Bedford [182], Doyle [192]. Outras propriedades ou materiais veja Cottrell [189]. ^a valores médios, ^b forte variação de provete para provete.

Materiais	Propriedades			
	Densidade ρ (kg/m ³)	Módulo de elasticidade E (GPa)	Vel. de propagação longitudinal c_0 (m/s)	Vel. de propagação transversal c_T (m/s)
Ar	1,3	0.00015	340	—
Água	1000	9	1480	—
Elastômero	930	0,01-0,1	107-328	—
Vidro ^a	2500	94	6132	3175
Estanho	7300	41-45	2381-2477	1537
Aço	7800	206	5140	3173
Aço inox	7850	206	5123	—
Alumínio	2700	68	5018	3115
Antimônio	6691	77	3410	—
Betão	2400	27,4	3350	—
Berílio	1848	275-300	12199-12741	8852
Borracha dura	1100	2,3	1450	867
Borracha macia	950	0,005	70	40
Bronze/latão ^a	7280-8900	103-124	3761-3732	2080
Cádmio	8650	56	2541	1797
Chumbo	11340	14	1140	697
Cobre	8900	110	3580	2278
Cromo	7190	248	5875	—
Resina Epóxy	1000	3,4	1780	—
Iridio	22650	549	4923	3121
Ferro fundido	7220	123	4600	2600
Madeira ^b	600	5.4	3000	—
Magnésio	1780	44	4900	3111
Molibdênio	10000	299	6300	3400
Níquel	8902	207	4750	2984
Nylon®	1130	2	1330	—
Ouro	19320	80	2030	1195
Paládio	12020	126	3238	2003
Perspex	1200	5,6	2160	1291
Platina	21450	177	2873	1604
Prata	10490	76	2640	1621
Rocha	2500	30,1	3560	—
Titânio	4507	116	5070	3030
Tungstênio	19300	345	4226	2803
Urânio	18950	172	3013	1868
Zinco ^a	7133	43-96	3810	2198

3.1.6 - Solução geral da equação de onda para meios unidireccionais

A equação de onda (apresentada em diferentes formas) é uma equação de derivadas parciais de segunda ordem. A equação tem uma solução geral que se aplica a impulsos de qualquer forma. A equação para barras esbeltas com deslocamentos numa só direcção será;

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c_0^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (3.39)$$

Trata-se de uma equação de derivadas parciais de segunda ordem linear e homogénea. As equações diferenciais da forma

$$A \frac{\partial^2}{\partial x^2} + B \frac{\partial^2}{\partial x \partial t} + C \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \dots = 0 \quad (3.40)$$

são classificadas em:

$$\begin{aligned} \textit{Hiperbólica} & \quad \textit{se} \quad B^2 - 4AC > 0 \\ \textit{Parabólica} & \quad \textit{se} \quad B^2 - 4AC = 0 \\ \textit{Elíptica} & \quad \textit{se} \quad B^2 - 4AC < 0 \end{aligned} \quad (3.41)$$

Rescrevendo a equação de onda sobre a forma geral das equações homogéneas

$$c_0^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0 \quad (3.42)$$

onde

$$A = c_0^2 \quad B = 0 \quad C = -1 \quad (3.43)$$

$$B^2 - 4AC = 4c_0^2 > 0 \quad (3.44)$$

Assim pode concluir-se que se trata de uma equação hiperbólica. Aplicando o método da separação de variáveis, desenvolvido para uma onda estacionária, a uma onda harmónica obtém-se a seguinte expressão:

$$u(x, t) = u_0 \left(\sin \frac{n\pi x}{l} \cos \frac{n\pi c_0 t}{l} \right) \quad (3.45)$$

onde l é o comprimento característico e c_0 a velocidade de propagação de onda ou simplesmente velocidade de onda. As funções trigonométricas podem ser expressas na forma

$$\sin \frac{n\pi x}{l} \cos \frac{n\pi c_0 t}{l} = \frac{1}{2} \left[\sin \frac{n\pi}{l} (x - c_0 t) + \sin \frac{n\pi}{l} (x + c_0 t) \right] \quad (3.46)$$

assim, o deslocamento u pode ser obtido como sendo

$$u(x, t) = \frac{u_0}{2} \sin \frac{n\pi}{l} (x - c_0 t) + \frac{u_0}{2} \sin \frac{n\pi}{l} (x + c_0 t) \quad (3.47)$$

a equação pode ainda ser reescrita da seguinte forma

$$u(x, t) = F(x - c_0 t) + G(x + c_0 t) \quad (3.48)$$

onde F e G são funções não harmónicas, que descrevem a forma de impulsos propagando-se em sentidos opostos na direcção x a velocidade c_0 . Estes impulsos mantêm a sua forma ao longo do tempo. Esta expressão é conhecida pela solução D'Alembert para a equação de propagação de onda.

3.2 - Impedância mecânica

Uma barra de um determinado material com propriedades e características específicas responderá de modo próprio à acção de uma qualquer onda incidente. Uma onda em propagação numa barra transporta energia de deformação elástica e energia cinética, através do movimento das partículas de massa.

A energia que atravessa a secção recta de uma barra tem por variáveis: a massa; o deslocamento e a força de interacção entre as partículas. Estando a massa de partículas que se movem num determinado instante relacionada directamente com a área e a densidade do material em causa. A força, por sua vez, está relacionada com o módulo de elasticidade. Assim a capacidade de escoar energia pela secção de uma barra é dada por:

$$Z = f(A, \rho, E) \quad (3.49)$$

Este fluxo de energia não pode ser interrompido instantaneamente. Sempre que uma onda em propagação encontra uma descontinuidade no meio e não for possível transmitir todo o fluxo de energia, haverá lugar a uma reflexão ou refacção. A melhor descrição dos fenómenos associados a estes casos é através da definição de impedância.

O conceito de impedância mecânica de um sistema é definido com recurso à teoria de circuitos eléctricos. A impedância de um circuito eléctrico num determinado tramo é definida como a razão entre a queda de tensão e o fluxo de corrente eléctrica. Por analogia de tensão e corrente eléctrica temos, força e velocidade. Desta forma a impedância mecânica de uma barra é definida como a razão entre a força actuante na secção e a velocidade das partículas de massa:

$$Z = \frac{F}{v} \quad \text{ou} \quad Z = \frac{\sigma A}{c_0 \varepsilon} = \frac{E \varepsilon A}{c_0 \varepsilon} = \frac{EA}{c_0} = \frac{AE}{\sqrt{E \rho^{-1}}} = A \sqrt{\rho E} \quad (3.50)$$

ou, em função da velocidade de propagação c_0

$$Z = A \rho c_0 \quad (3.51)$$

Embora alguns autores considerem ser ρc_0 a impedância da barra, neste trabalho esta quantidade será reservada para designar a impedância mecânica do material, por ser esta uma constante do material [178]. Nos seus trabalhos Sundin [176] estuda em profundidade a impedância mecânica dos materiais, referindo-se a ela como sendo;

$$Z = \frac{AE}{c_0} \quad (3.52)$$

Este autor propõe um método experimental para medir esta grandeza com transdutores de impedância e quantifica a impedância mecânica de vigas em flexão com uma notação complexa em função da frequência.

Tabela III - Impedância mecânica para diferentes materiais ou ligas. Valores calculados a partir da Tabela II.

Material	Impedância $\rho c_0 \times 10^6$ (kg/m ² s)	Material	Impedância $\rho c_0 \times 10^6$ (kg/m ² s)	Material	Impedância $\rho c_0 \times 10^6$ (kg/m ² s)
Elastómero	0,305	Bronze/latão	33,215	Ouro	39,220
Vidro	15,330	Cádmio	21,980	Paládio	38,921
Estanho	18,082	Chumbo	12,928	Perspex	2,592
Aço	40,092	Cobre	31,862	Platina	61,626
Aço inox	40,216	Crómio	42,241	Prata	27,694
Alumínio	13,549	Iridio	111,506	Titânio	22,850
Antimónio	22,816	Madeira	1,800	Tungsténio	81,562
Berílio	23,545	Magnésio	8,722	Urânio	57,096
Borracha dura	1,595	Níquel	42,285	Zinco	27,177
Borracha macia	0,067	Nylon®	1,503		

3.2.1 -Descontinuidades em barras. Reflexão e refração de ondas elásticas em descontinuidades. Variação de impedância

Na presença de uma alteração de impedância ao longo do eixo de uma barra, seja por mudança de material ou variação de secção, haverá lugar a uma reflexão parcial da onda incidente. A reflexão de uma onda que ocorra na extremidade livre de uma barra pode ser considerada como um caso particular do fenómeno de reflexão e transmissão que ocorre em qualquer secção onde se verifique alteração de propriedades.

Durante a propagação de uma onda, em todas as secções de uma barra devem verificar-se as condições de equilíbrio e compatibilidade. A satisfação destas condições em secções onde se verifique alteração de propriedades (descontinuidades) obriga ao aparecimento de um par de ondas, reflectida e transmitida, em resposta a uma onda incidente como se representa na Figura 3.5.

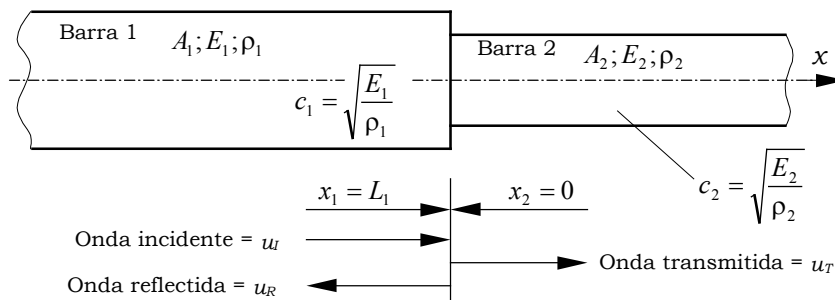


Figura 3.5. Onda de deformação elástica transmitida e reflectida na união de duas barras.

Considere o exemplo da Figura 3.5, onde duas barras de propriedades diferentes são unidas. As barras são caracterizadas pela área, módulo de elasticidade e densidade, ou seja pela sua impedância. A velocidade de propagação de onda em cada uma das barras é c_1 e c_2 . A onda incidente u_I ao atingir a secção de união na barra '1' divide-se em duas, uma onda reflectida u_R que se propaga em sentido contrário na barra '1' e outra transmitida u_T que se propaga no mesmo sentido na barra '2'.

As condições de equilíbrio e compatibilidade na secção de união das duas barras impõem força e deslocamento iguais:

$$N_1 = N_2 \Leftrightarrow N_I + N_R = N_T \quad (3.53)$$

$$u_1 = u_2 \Leftrightarrow u_I + u_R = u_T \quad (3.54)$$

A equação de compatibilidade de deslocamentos deve ser satisfeita durante o período de tempo correspondente à propagação da onda incidente, logo a derivada temporal da equação de deslocamentos também deve ser satisfeita

$$\frac{\partial u_I}{\partial t} + \frac{\partial u_R}{\partial t} = \frac{\partial u_T}{\partial t} \quad (3.55)$$

A onda incidente pode ser expressa sob a forma

$$u_I = f_I(x - c_1 t) \quad (3.56)$$

e fazendo a mudança de variável,

$$\zeta = x - c_1 t \Rightarrow u_I = f_I(\zeta) \quad (3.57)$$

As derivadas do deslocamento u_I podem agora ser expressas da seguinte forma,

$$\frac{\partial u_I}{\partial x} = \frac{\partial f_I}{\partial \zeta} \frac{\partial \zeta}{\partial x} = \frac{\partial f_I}{\partial \zeta} \quad \text{e} \quad \frac{\partial u_I}{\partial t} = \frac{\partial f_I}{\partial \zeta} \frac{\partial \zeta}{\partial t} = -c_1 \frac{\partial f_I}{\partial \zeta} \quad (3.58)$$

e substituindo uma na outra,

$$\frac{\partial u_I}{\partial t} = -c_1 \frac{\partial u_I}{\partial x} \quad (3.59)$$

Da mesma forma para as ondas reflectida e transmitida:

$$\frac{\partial u_R}{\partial t} = +c_1 \frac{\partial u_R}{\partial x} \quad (3.60)$$

$$\frac{\partial u_T}{\partial t} = -c_2 \frac{\partial u_T}{\partial x} \quad (3.61)$$

Substituindo as equações anteriores na equação (3.55) obtém-se,

$$-c_1 \frac{\partial u_I}{\partial x} + c_1 \frac{\partial u_R}{\partial x} = -c_2 \frac{\partial u_T}{\partial x} \quad (3.62)$$

onde as deformações podem ser expressas em termos de força actuante na secção,

$$\frac{\partial u_i}{\partial x} = \varepsilon_i = \frac{\sigma_i}{E_i} = \frac{N_i}{A_i E_i} \quad (3.63)$$

Substituindo (3.63) em (3.62) obtém-se

$$-\frac{c_1}{A_1 E_1} N_I + \frac{c_1}{A_1 E_1} N_R = -\frac{c_2}{A_2 E_2} N_T \quad (3.64)$$

e rescrevendo conduz a

$$N_T = \frac{c_1 A_2 E_2}{c_2 A_1 E_1} (N_I - N_R) = \frac{Z_2}{Z_1} (N_I - N_R) \quad (3.65)$$

ou ainda fazendo $\alpha = Z_2 / Z_1$,

$$N_T = \alpha (N_I - N_R) \quad (3.66)$$

As equações (3.53) e (3.66) podem ser trabalhadas de forma a explicitar as ondas transmitida e reflectida em função da onda incidente

$$\begin{cases} N_T = \alpha (N_I - N_R) \\ N_T = N_I + N_R \end{cases} \quad (3.67)$$

$$\begin{cases} N_R = N_I \frac{\alpha - 1}{\alpha + 1} \\ N_T = N_I \frac{2\alpha}{\alpha + 1} \end{cases} \quad (3.68)$$

As equações (3.68) relacionam as forças contidas nas ondas incidente, reflectida e transmitida numa qualquer secção transversal das barras. O valor $(\alpha-1)/(\alpha+1)$ é definido como coeficiente de reflexão C_R , e $2\alpha/(\alpha+1)$ é definido como coeficiente de transmissão C_T . Esta notação, utilizada por Achenbach na referência [178], deve no entanto ser estendida à C_{RF} e C_{TF} respectivamente, por se tratarem de coeficientes de reflexão e transmissão de força. As curvas da Figura 3.6 ilustram a variação destes coeficientes com a razão de impedância α .

A razão de impedância, α , governa a resposta na união de duas barras e define a amplitude relativa das ondas reflectida e transmitida. Quando a razão de impedância entre as duas barras for igual a 1, isto é $\alpha = 1$, é considerado que não há descontinuidade para propagação de ondas mecânicas e não haverá onda reflectida. Quando a rigidez da barra '2' for

superior à da barra '1' o valor de α aumenta, a força reflectida é do mesmo sinal e menor que a força incidente e a força transmitida é do mesmo sinal e maior que a força incidente. Quando a rigidez da barra '2' for inferior a da barra '1', $\alpha < 1$, a força reflectida é de sinal contrário ao da força incidente e a força transmitida é do mesmo sinal e menor que a força incidente.

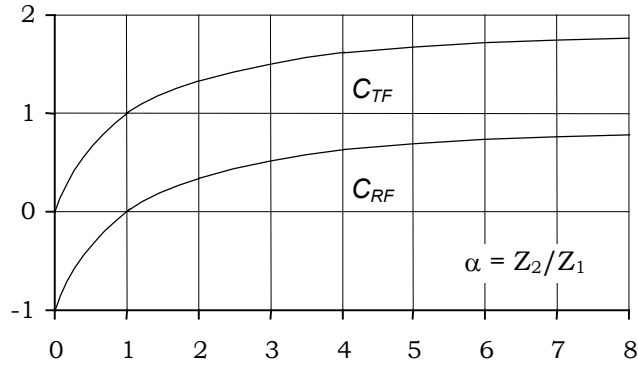


Figura 3.6. Coeficientes de reflexão e transmissão de forças na união de barras em função da razão de impedância α .

No entanto, como se verá mais adiante, a maior parte dos dispositivos têm barras de entrada e saída de mesmo diâmetro e material, as relações mais utilizadas são entre ondas de deformação ou ondas de tensão e os sinais adquiridos são valores de deformação. Assim, é de todo o interesse determinar os coeficientes de reflexão e transmissão de tensões ou deformações em descontinuidades de barras.

Estas relações podem ser determinadas substituindo nas equações (3.68) as forças que actuam nas secções por funções do deslocamento:

$$N_i = A_i \sigma_i = A_i E_i \varepsilon_i = A_i E_i \frac{\partial u_i}{\partial x} = \pm \frac{A_i E_i}{c_i} \frac{\partial u_i}{\partial t} \quad (3.69)$$

Reescrevendo as equações (3.68) e integrando obtém-se:

$$\begin{cases} \frac{A_1 E_1}{c_1} u_R = -\frac{A_1 E_1}{c_1} u_I \frac{\alpha - 1}{\alpha + 1} \\ -\frac{A_2 E_2}{c_2} u_T = -\frac{A_1 E_1}{c_1} u_I \frac{2\alpha}{\alpha + 1} \end{cases} \quad (3.70)$$

No caso de uma descontinuidade entre barra os deslocamentos podem ser definidos em função do deslocamento incidente e da razão de impedâncias:

$$\begin{cases} u_R = -u_I \frac{\alpha - 1}{\alpha + 1} \\ u_T = u_I \frac{2}{\alpha + 1} \end{cases} \quad (3.71)$$

Podem ainda ser obtidas as deformações reflectida e transmitida em função da deformação incidente. Substituindo (3.69) em (3.68), resulta

$$\begin{cases} A_1 E_1 \varepsilon_R = A_1 E_1 \varepsilon_I \frac{\alpha - 1}{\alpha + 1} \\ A_2 E_2 \varepsilon_T = A_1 E_1 \varepsilon_I \frac{2\alpha}{\alpha + 1} \end{cases} \quad (3.72)$$

No caso de ser uma descontinuidade em barras de mesmo material, as deformações podem ser definidas em função da deformação incidente e da razão de impedâncias:

$$\begin{cases} \varepsilon_R = \varepsilon_I \frac{\alpha - 1}{\alpha + 1} \\ \varepsilon_T = \varepsilon_I \frac{2}{\alpha + 1} \end{cases} \quad (3.73)$$

A resposta na união de duas barras também pode ser expressa em valores de deformação. Sendo a amplitude relativa da onda reflectida do mesmo valor $(\alpha-1)/(\alpha+1)$ e agora definida como coeficiente de reflexão de deformação C_{RE} , e a amplitude relativa da onda transmitida $2/(\alpha+1)$ é definida como coeficiente de transmissão de deformação C_{TE} . As curvas da Figura 3.7 ilustram o andamento dos coeficientes C_{RE} e C_{TE} em função da razão de impedância α .

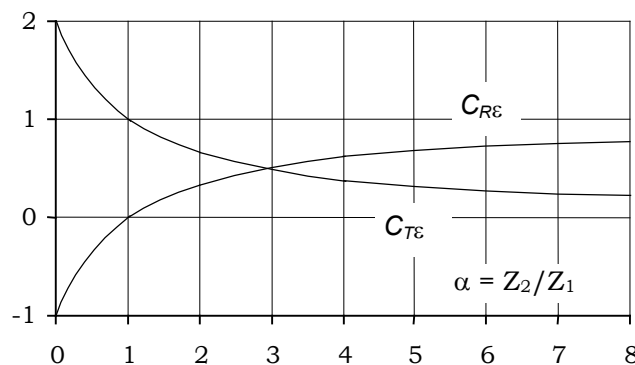


Figura 3.7. Coeficientes de reflexão e transmissão de deformação na união de barras em função da razão de impedância α .

Como pode ser verificado na figura 3.7, embora possam ser obtidas diferentes razões de deformação entre barras com diferentes impedâncias, verifica-se que existe conservação de energia. Considerando as duas curvas representadas constata-se que a sua soma é sempre igual a 1.

A Tabela IV apresenta os valores da relação de amplitudes de força e deslocamento entre as três ondas incidente, reflectida e transmitida, para cinco casos particulares de descontinuidades.

Tabela IV - Relação entre ondas incidente, reflectida e transmitida para diferentes tipos de descontinuidades.

Caso	$\alpha = \frac{Z_2}{Z_1}$	Forças nos topos	Deslocamentos
		$\vec{N}_I + \vec{N}_R = \vec{N}_T$	$\vec{u}_I + \vec{u}_R = \vec{u}_T$
Sem descontinuidade	1	1 0 1	1 0 1
Extremidade fixa	∞	1 1 2	1 -1 0
Extremidade livre	0	1 -1 0	1 1 2
Aumento de área para o dobro	2	1 $\frac{1}{3}$ $\frac{4}{3}$	1 $-\frac{1}{3}$ $\frac{2}{3}$
Diminuição de área para metade	$\frac{1}{2}$	1 $-\frac{1}{3}$ $\frac{2}{3}$	1 $\frac{1}{3}$ $\frac{4}{3}$

3.3 - O fenómeno da dispersão

Todos os corpos elásticos têm a tendência para vibrar nos seus modos naturais de vibração quando são excitados por uma carga impulsional. Corpos com uma das dimensões muito maior que as outras duas podem ser considerados como unidireccionais. Possuindo uma distribuição uniforme de massa, têm modos próprios sinusoidais quer se considerem deslocamentos longitudinais, quer se considerem deslocamentos transversais. É um exemplo deste caso a vibração de cordas elásticas, onde uma excitação impulsional conduz rapidamente a uma oscilação harmónica.

No caso particular em análise apenas a vibração que ocorre ao longo do eixo será referida. As restrições construtivas e a excitação utilizada conduzem apenas ao aparecimento de impulsos longitudinais, pelo que as oscilações transversais não são consideradas.

Na prática, as barras utilizadas nos dispositivos não são meios unidireccionais como foi considerado na abordagem teórica anterior. As barras são na realidade meios tridimensionais com modos de vibração complexos, dependendo das suas dimensões e do comprimento de onda da

frequência de excitação diferentes modos podem ser excitados. A correção à dispersão, que irá ser abordada mais a frente apenas considera o primeiro modo de vibração. Uma melhor compreensão do fenómeno pode ser obtida por consulta dos textos publicados pelos seguintes autores: L. Pochhammer [9], C. Chree [4], Davies [5], Bancroft [13], Follansbee [16] e Gary [18].

A propagação de um impulso ao longo de uma barra sofre alteração na sua forma, tendendo para uma sinusóide. Desta forma, a energia de deformação elástica contida no impulso tende a espalhar-se pelo corpo. Progressivamente existirá uma diminuição de amplitude e um aumento da sua duração, isto é, diminui a sua largura de banda. Um impulso com forma inicial rectangular dispersa-se passando a sinusoidal após uma distância algumas vezes superior ao seu comprimento. No limite, um impulso com uma dada largura de banda, conduz a uma vibração harmónica na frequência fundamental.

Na Figura 3.8 representam-se os sinais obtidos no registo de um impulso em três instantes diferentes. Como se pode ver o impulso inicial apresenta flancos praticamente verticais e dois patamares horizontais com pequenas oscilações de alta-frequência. O segundo registo, obtido após 0,1 s, tem já flancos inclinados e praticamente não evidencia o patamar horizontal. Neste sinal existe já uma importante filtragem das altas-frequências. Por último, o terceiro registo, obtido após 0,2 s, é praticamente sinusoidal. Deve referir-se que o último registo foi obtido depois do impulso ter percorrido a distância de 1030 m, isto é, ao fim de mais de 300 reflexões. Esta experiência foi realizada com a barra de entrada do dispositivo 12C4 que é descrito em pormenor mais adiante. Este dispositivo é constituído por barras de aço de 12 mm de diâmetro, tendo a barra de entrada 2,5 m e o impactor 1 m.

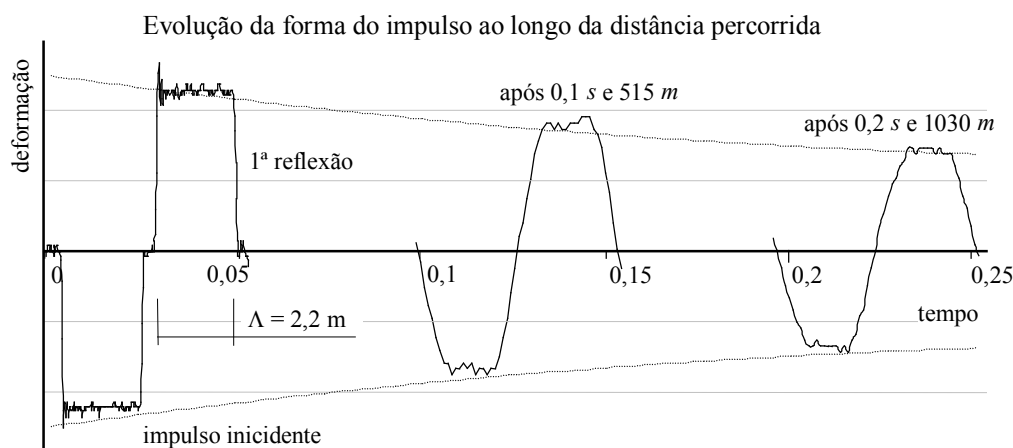


Figura 3.8. Evidência do fenómeno de dispersão.

L. Pochhammer [9] e C. Chree [4] analisaram os modos de vibração de uma barra cilíndrica de um material isotrópico utilizando coordenadas cilíndricas, onde o eixo z corresponde ao eixo do cilindro, não há tensões na superfície curva do cilindro e os deslocamentos são uma função harmônica de z e t . As vibrações de um cilindro de comprimento infinito podem ser descritas como a sobreposição de dois conjuntos de ondas propagando-se ao longo do eixo em direções opostas. As equações inicialmente apresentadas por estes autores aproximam satisfatoriamente os modos de vibração de um cilindro de dimensões finitas se o raio deste for muito menor que o seu comprimento [205].

3.3.1 -Equações de Pochhammer e Chree para barras cilíndricas

Estes autores foram os primeiros a formular com rigor a propagação de ondas em meios sólidos tridimensionais cilíndricos, de forma a ser possível contabilizar o efeito da dispersão devida à dimensão radial e ao efeito de Poisson. No entanto, a formulação analítica proposta para o problema só teve solução em 1941, após publicação do trabalho de Bancroft [13]. Contudo, antes da divulgação dos resultados de Bancroft já Love [205], em 1927, tinha obtido uma solução aproximada para o tratamento da dispersão por efeito de Poisson. A solução proposta por Love é aproximada e pressupõe que a propagação de ondas é unidimensional pelo que não será aqui apresentada.

Pochhammer e Chree utilizaram coordenadas cilíndricas na formulação do problema e, desta forma, simplificaram significativamente a equação geral (3.15) e (3.16). Na Figura 3.9 representa-se esquematicamente a orientação do referencial utilizado na formulação proposta bem como as tensões na face exterior de um elemento de volume junto da superfície.

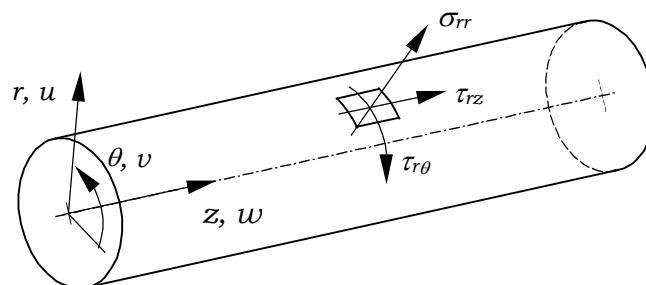


Figura 3.9. Representação de coordenadas cilíndricas aplicadas a um cilindro e das componentes de tensão sobre uma superfície elementar.

As equações em coordenadas cilíndricas que governam o campo de deslocamentos de um corpo em vibração são:

$$\begin{aligned}\rho \frac{\partial^2 u_r}{\partial t^2} &= (\lambda + 2\mu) \frac{\partial \Delta}{\partial r} - \frac{2\mu}{r} \frac{\partial \varpi_z}{\partial \theta} + 2\mu \frac{\partial \varpi_\theta}{\partial z} \\ \rho \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial t^2} &= (\lambda + 2\mu) \frac{1}{r} \frac{\partial \Delta}{\partial \theta} - 2\mu \frac{\partial \varpi_r}{\partial z} + 2\mu \frac{\partial \varpi_z}{\partial r} \\ \rho \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} &= (\lambda + 2\mu) \frac{\partial \Delta}{\partial z} - \frac{2\mu}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r\varpi_\theta) + \frac{2\mu}{r} \frac{\partial \varpi_r}{\partial \theta}\end{aligned}\quad (3.74)$$

onde

$$\Delta = \frac{1}{r} \frac{\partial (ru_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial u_z}{\partial z}\quad (3.75)$$

e

$$2\varpi_r = \frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \theta} - \frac{\partial u_\theta}{\partial z} \quad 2\varpi_\theta = \frac{\partial u_r}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial r} \quad \text{e} \quad 2\varpi_z = \frac{1}{r} \left(\frac{\partial (ru_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial u_r}{\partial \theta} \right)\quad (3.76)$$

assim as componentes do deslocamento $\varpi_r, \varpi_\theta, \varpi_z$ satisfazem a relação

$$\frac{1}{r} \frac{\partial (r\varpi_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \varpi_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial \varpi_z}{\partial z} = 0\quad (3.77)$$

As componentes de tensão $\sigma_{yy}, \tau_{y\theta}$ e τ_{yz} são nulas na superfície curva do cilindro, onde $r = a$, e podem ser expressas por:

$$\sigma_{rr} = \lambda \Delta + 2\mu \frac{\partial u_r}{\partial r}, \quad \tau_{r\theta} = \mu \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} + r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{u_\theta}{r} \right) \right\} \quad \text{e} \quad \tau_{rz} = \mu \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} \right)\quad (3.78)$$

De acordo com o exposto podemos dizer que os deslocamentos são dados pelas expressões:

$$u_r = Ue^{i(\gamma z + pt)}, \quad u_\theta = Ve^{i(\gamma z + pt)} \quad \text{e} \quad u_z = We^{i(\gamma z + pt)}\quad (3.79)$$

onde U, V e W são funções de r e θ .

Para vibrações longitudinais pode considerar-se que por uma questão de simetria o deslocamento das partículas é independente da direcção θ , e portanto $V = 0$ e U e W só dependem de r .

Os autores apresentaram estas expressões para caracterizar a propagação de ondas em meios contínuos mas não obtiveram qualquer

solução para elas. Só em 1941 Bancroft [13] conseguiu obter solução para estas expressões. Neste texto, Bancroft indica a velocidade de propagação das componentes sinusoidais de diferentes comprimento de onda que integram um impulso em propagação numa barra cilíndrica. Neste trabalho é publicada uma tabela onde o autor apresenta, de forma adimensional, as velocidades de propagação em função do comprimento de onda e do diâmetro da secção para diferentes coeficientes de Poisson.

Quando são utilizadas barras metálicas com comportamento linear elástico e impulsos cujo comprimento é muito superior ao diâmetro da barra, aproximadamente 100 vezes maior, o efeito da dispersão é muito reduzido. Este efeito será ainda minorado se os impulsos forem registados após percorrerem distâncias curtas. Deve contudo referir-se que no caso de barras com outras propriedades ou com outras relações dimensionais este problema deverá ser tido em conta pois condiciona a propagação.

3.4 - Propagação de ondas de deformação plástica

A deformação plástica apresentada pelos materiais dúcteis quando é ultrapassado o seu limite elástico, ocorre tanto em solicitações quasi-estáticas como dinâmicas. Se um material for solicitado com um impulso que ultrapasse o seu limite elástico este será decomposto numa onda de deformação elástica e numa onda de deformação plástica.

A curva tensão-deformação que caracteriza o comportamento mecânico da maioria dos metais dúcteis apresenta uma zona linear elástica seguida de uma elasto-plástica como se representa na Figura 3.12. Esta curva pode ser aproximada por uma equação exponencial do tipo:

$$\sigma = \sigma_0 + k\varepsilon^n \quad (3.80)$$

onde o expoente n é menor do que 1.

Os valores de tensão da zona elasto-plástica dependem da razão de deformação imposta durante a solicitação, tendo uma variação de acordo com o gráfico da Figura 3.10. Esta dependência dos valores de tensão com a razão de deformação pode ser expressa pela equação:

$$\sigma = \sigma_0 + k\varepsilon^n \dot{\varepsilon}^m \quad (3.81)$$

onde o coeficiente de sensibilidade à razão de deformação m está compreendido entre $0 < m < 1$.

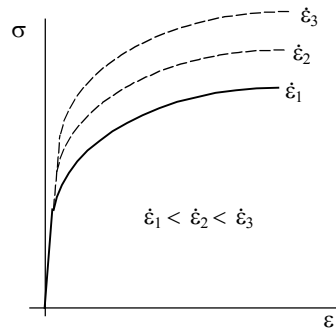


Figura 3.10. Curvas tensão *vs* deformação para materiais dúcteis, dependência da razão de deformação.

Von Karman e Duwez estudaram o fenômeno da propagação de ondas de deformação plástica em arames de cobre. Para tal conceberam e realizaram um dispositivo capaz de solicitar os arames com uma força impulsiva gerada pela queda de uma massa suspensa, Figura 3.11. O arame, posicionado na vertical, era fixado pelo extremo superior. Ao extremo inferior era fixado um batente que, por sua vez, recebia o impacto da massa em queda acelerada com o auxílio de elásticos. A deformação total era imposta pela distância D e a massa era de valor suficientemente elevado para não sofrer uma desaceleração significativa durante a deformação. Eram gravadas marcas equidistantes no arame para recolha de informação adicional.

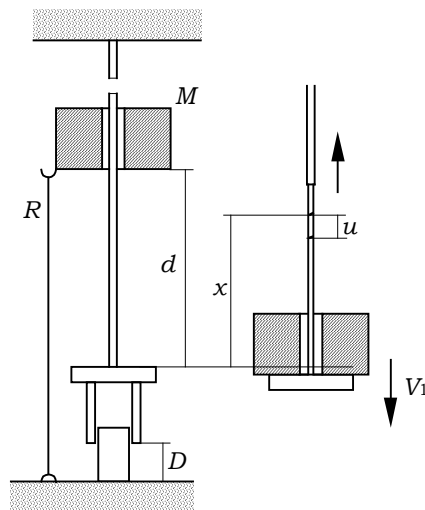


Figura 3.11. Dispositivo de von Karman-Duweez para estudo de propagação de ondas de deformação plástica. À direita: posição depois do impacto

Durante o ensaio, uma partícula na posição x sofrerá um deslocamento u no tempo t . Aplicando a segunda lei de Newton e substituindo:

$$F = dm \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \rho_0 dV \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \rho_0 A_0 dx \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (3.82)$$

Obtém-se:

$$\frac{d\sigma}{dx} = \rho_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (3.83)$$

Por se tratar de deformação plástica pode assumir-se que a tensão só varia com a deformação na mesma direcção. Assim, a equação anterior pode ser reescrita:

$$\rho_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{d\sigma}{d\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \quad (3.84)$$

por ser $\varepsilon = \partial u / \partial x$ obtém-se :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{d\sigma / d\varepsilon}{\rho_0} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (3.85)$$

Esta é a equação de onda unidireccional, onde a velocidade de propagação de onda de deformação plástica para um determinado valor de deformação é dada por:

$$V_p = \left(\frac{d\sigma / d\varepsilon}{\rho_0} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.86)$$

Nesta expressão $d\sigma / d\varepsilon$ é o declive da curva de tracção, Figura 3.12, se for substituída pelo declive na zona elástica onde $E = d\sigma / d\varepsilon$ obtém-se a velocidade de propagação de uma onda elástica. Assim, e como

$$\left(\frac{d\sigma}{d\varepsilon} \right)_{elástico} > \left(\frac{d\sigma}{d\varepsilon} \right)_{plástico} \quad (3.87)$$

a velocidade de propagação das ondas de deformação elástica é maior que a das ondas de deformação plástica. Meyers [207] faz uma excelente análise qualitativa da curva de tracção dinâmica. Nesta referência encontra-se ainda uma compilação exaustiva de trabalhos sobre deformação plástica a elevadas razões de deformação. Como a velocidade de propagação diminui com a diminuição da relação $d\sigma / d\varepsilon$, a tendência é para que a frente da onda plástica disperse ($V_2 < V_1$), Figura 3.12.

No domínio elástico $\frac{d\sigma}{d\varepsilon} = E$ pelo que substituindo em (3.86) será obtido

$$c_0 = V = \left(\frac{E}{\rho_0} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.88)$$

Esta expressão permite determinar a velocidade de propagação de ondas de deformação elástica em varões quando o comprimento do impulso (Λ) é muito maior que o raio da barra ($r/\Lambda < 0,1$). Esta velocidade é pouco inferior à velocidade de propagação longitudinal em meios tridimensionais. Quando o coeficiente de Poisson do meio contínuo é de 0,3 a velocidade de propagação longitudinal nestes meios sem fronteiras é aproximadamente de $1,16 c_0$.

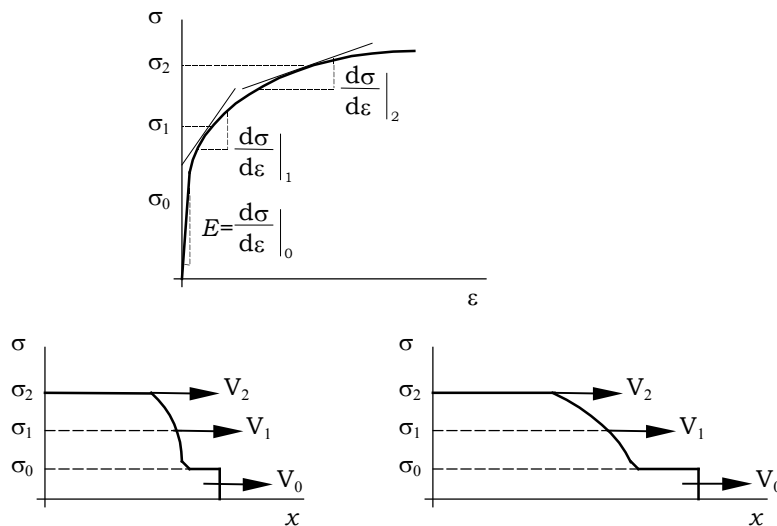


Figura 3.12. Análise da variação da relação tensão *vs* deformação na curva de tracção.

CONSIDERAÇÕES GERAIS SOBRE A TÉCNICA DA BARRA DE HOPKINSON

4.1 - A arquitectura do Dispositivo

Como referido no capítulo 2 a arquitectura do dispositivo Barra de Hopkinson actualmente existente na maioria dos laboratórios deve-se a Lindholm [21]. Como se pode ver na Figura 4.1 o provete é posicionado entre duas barras, designadas por barra de entrada e barra de saída respectivamente. Estas barras são simultaneamente actuadores e transdutores de força e deslocamento. A energia necessária à solicitação do provete é transferida à barra de entrada pelo impacto de uma terceira barra, o impactor, regra geral todas têm a mesma área de secção recta. Ambas as barras, barra de entrada e saída, são instrumentadas com extensómetros eléctricos para obter o registo das ondas de deformação elástica.

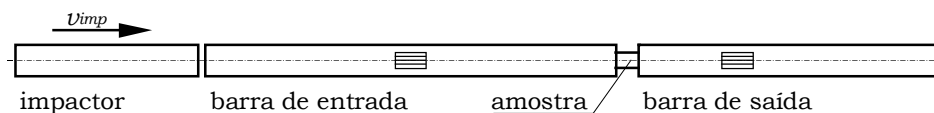


Figura 4.1. Dispositivo Barra de Hopkinson em compressão.

Para uma fácil compreensão deste tipo de ensaio, onde o evento é caracterizado pela propagação de ondas, é importante determinar as condições impostas pelo dispositivo. Assim, neste capítulo será abordada a propagação de ondas de deformação elástica nas barras cilíndricas que constituem este dispositivo.

4.2 - Caracterização da propagação de ondas em barras cilíndricas

Dado que neste trabalho se recorre com frequência à propagação de ondas em barras cilíndricas neste ponto serão detalhadas algumas das particularidades inerentes a este fenómeno. Serão determinados os níveis de tensão e as velocidades das partículas associados à propagação das ondas resultantes de um impacto entre barras.

Retomando a equação de onda que governa o campo de deslocamentos num meio unidireccional que foi apresentada no capítulo anterior

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c_0^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (3.39)$$

cuja solução pode ser escrita sob a forma seguinte

$$u(x, t) = F(x - c_0 t) + G(x + c_0 t) \quad (3.48)$$

no caso de um impulso, de amplitude F , propagando-se na direcção positiva de uma barra de dimensões infinitas, o deslocamento u das partículas será

$$u(x, t) = F(x - c_0 t) \quad (4.1)$$

com velocidade de partículas descrita por

$$v(x, t) = \frac{\partial u(x, t)}{\partial t} = -c_0 F'(x - c_0 t) \quad (4.2)$$

e deformação

$$\varepsilon(x, t) = \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} = F'(x - c_0 t) \quad (4.3)$$

Substituindo a equação (4.2) em (4.3) será obtida

$$\varepsilon(x, t) = \frac{-v(x, t)}{c_0} \quad \text{ou} \quad \varepsilon = -\frac{v_p}{c_0} \quad (4.4)$$

como num estado uniaxial de tensão, $\sigma(x, t) = E\varepsilon(x, t)$ e $c_0 = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$, pode finalmente obter-se

$$\sigma(x, t) = E \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} = EF'(x - c_0 t) = \frac{Ev(x, t)}{-c_0} = -\rho c_0 v(x, t) \quad \text{ou} \quad \sigma = -\rho c_0 v_p \quad (4.5)$$

As expressões anteriores descrevem a evolução temporal das tensões e das deformações em função da velocidade das partículas e das propriedades do material que constitui o meio unidireccional.

As mesmas relações de tensão e deformação em função da velocidade das partículas v_p podem ser obtidas por observação da Figura 4.2,

atendendo a que o impulso de uma força é igual a quantidade de movimento gerada. Esta formulação alternativa conduz a mesma conclusão, no entanto, pode revelar-se de grande utilidade na compreensão do fenómeno. Na Figura 4.2 representa-se a extremidade de uma barra cilíndrica sob a acção de uma força impulsiva e a onda de deformação gerada pelo impacto ao fim do intervalo de tempo t .

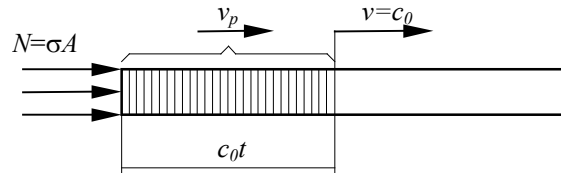


Figura 4.2. Acção de uma força impulsiva N sobre o extremo de uma barra.

Sendo o impulso da força N obtido a partir da seguinte expressão

$$I = -\sigma A t \quad (4.6)$$

E a quantidade de movimento gerada pode ser determinada por;

$$Q_p = m v_p = \rho A c_0 t v_p \quad (4.7)$$

Relacionando as duas expressões anteriores obtém-se o valor da tensão

$$\sigma = -\rho c_0 v_p \quad (4.8)$$

e por ser $\sigma = E \varepsilon$ e $c_0 = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ obtém-se

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{-\rho c_0 v_p}{E} = -\frac{v_p}{c_0} \quad (4.9)$$

expressões idênticas às obtidas anteriormente.

No dispositivo Barra de Hopkinson é o embate do impactor sobre a barra de entrada que gera a força impulsiva. Desta forma é importante relacionar a velocidade do impactor com a velocidade das partículas.

Em primeiro lugar será analisado o impacto entre duas barras de idêntica secção recta que se movem com igual velocidade mas de sentido oposto, como se mostra na Figura 4.3. Neste caso ambas as barras estão

animadas com uma velocidade linear de valor v_p . Atendendo à simetria do problema, no momento do impacto as partículas pertencentes ao plano de contacto são obrigadas a parar enquanto todas as outras partículas continuam animadas de velocidade v_p .

Nesse instante inicia-se em ambas as barras a propagação de uma onda de deformação elástica em compressão, com um valor de tensão dado por $\sigma = -\rho c_0 v_p$. No instante seguinte as partículas imediatamente adjacentes deslocam-se até atingirem a deformação correspondente ao valor de tensão mencionado, reduzindo a sua velocidade até ao repouso. Esta onda tem início na secção de contacto e propaga-se em direcção à outra extremidade. Este fenómeno é repetido sucessivamente de plano em plano de partículas constituindo a frente de onda gerada pelo impacto.

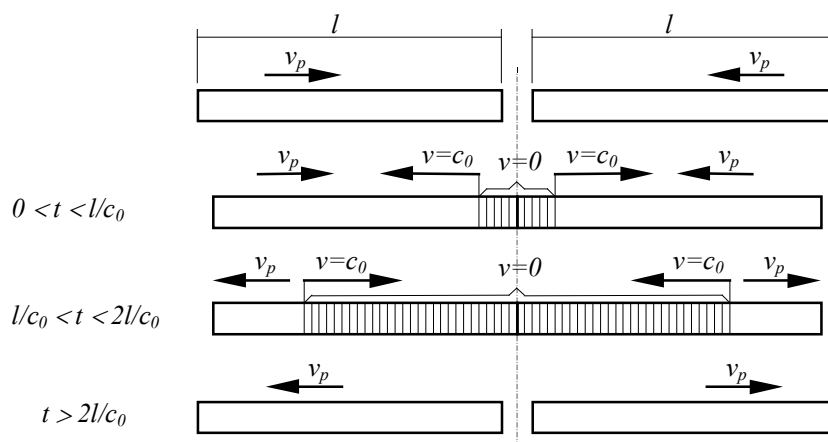


Figura 4.3. Impacto simétrico de duas barras idênticas animadas de velocidade v_p .

No instante $t=l/c_0$ a frente de onda atinge os extremos livres das barras e inverte o seu sentido. Todas as partículas estão agora em repouso e toda a barra está sujeita a uma tensão de compressão com o valor referido anteriormente. Neste instante, o último plano de partículas de cada barra, situados nos extremos livres, ao ser comprimido só conta com a sua inércia para manter este estado de tensão. Sujeito a uma tensão de compressão, em apenas um dos lados, o plano de partículas do extremo livre é acelerado até à velocidade de $-v_p$. Este efeito é repetido sucessivamente para os vários planos adjacentes a uma velocidade c_0 .

No instante $t=l/c_0$ em que toda a barra está sujeita a um estado de deformação e as suas partículas em repouso, toda a energia cinética foi transformada em energia potencial elástica, pelo que pode escrever-se;

$$E_{cin} = \frac{1}{2} m v_p^2 = \frac{A l \rho v_p^2}{2} \quad (4.10)$$

$$E_{pel} = \frac{1}{2} N\Delta l = \frac{Al\sigma^2}{2E} = \frac{Al(\rho v_p c_0)^2}{2E} = \frac{Al\rho v_p^2}{2} \quad (4.11)$$

Quando no instante $t=2l/c_0$, a frente de onda atinge a extremidade de contacto toda a barra esta livre de deformação e com velocidade inversa à inicial.

Num impacto entre barras, durante o tempo de contacto e nessa secção, são geradas duas ondas incidentes que se propagam em sentidos opostos. Quando a frente de onda atinge a extremidade livre da barra há lugar a um fenómeno de reflexão. Uma onda em compressão reflecte-se num extremo livre em onda de tracção e a onda reflectida gradualmente cancela a onda incidente.

Considere-se agora uma alteração ao caso representado na Figura 4.3. Neste caso a barra da direita é maior e a ambas as barras é somada uma velocidade v_p como se pode observar na Figura 4.4. Desta forma a barra de menor comprimento fica animada de uma velocidade dupla e a barra de maior dimensão encontra-se em repouso antes do impacto.

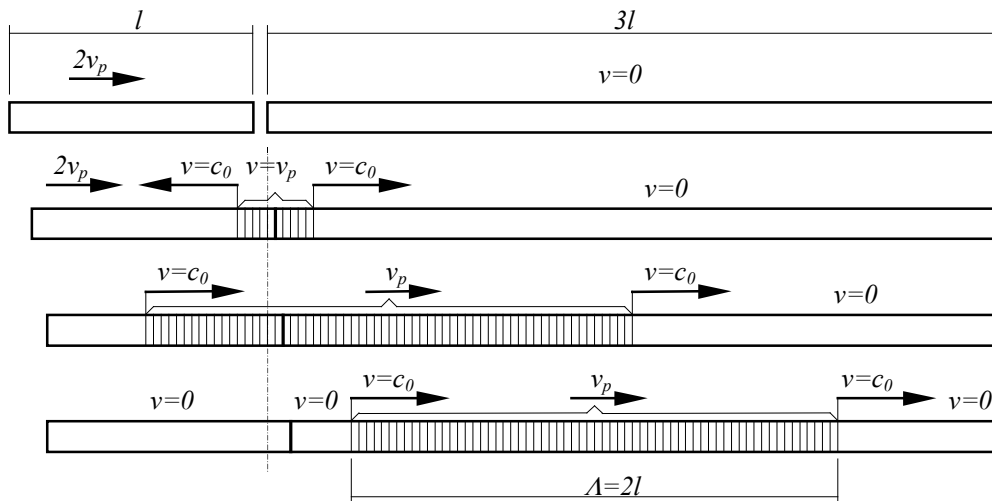


Figura 4.4. Impacto sobre uma barra em repouso.

Nestas circunstâncias resulta que após o tempo de interacção, igual a $2l/c_0$, a barra de comprimento l ou impactador fica em repouso. Toda a sua energia cinética foi transformada em energia potencial elástica sob a forma de uma onda de deformação elástica ou impulso de comprimento $\Lambda=2l$. Este impulso propagar-se-á à velocidade $c_0 = \sqrt{E/\rho}$ e é materializado pelo conjunto de partículas em movimento que se deslocam à velocidade v_p , metade da velocidade do impactador.

A mesma conclusão sobre a velocidade das partículas que integram o impulso pode ser obtida por observação da Figura 4.4 e atendendo a

conservação da quantidade de movimento. Os valores desta grandeza antes e após o embate podem ser obtidos pelas seguintes expressões

$$Q_{imp} = mv_{imp} = A_0 l_{imp} \rho_0 v_{imp} \quad e \quad (4.12)$$

$$Q_p = mv_p = 2A_0 l_{imp} \rho_0 v_p, \quad (4.13)$$

assim igualando os segundos membros das equações anteriores será

$$v_p = \frac{v_{imp}}{2} \quad (4.14)$$

Pode pois concluir-se que do impacto entre uma barra em movimento e uma barra imóvel resulta um impulso com características conhecidas. A sua velocidade de propagação é constante e corresponde à velocidade de propagação no meio contínuo que constitui as barras. A velocidade das partículas é determinada pela velocidade do impactor e é sempre metade do valor desta.

No que diz respeito às tensões também é a velocidade de impacto que condiciona a sua amplitude. De acordo com o que foi exposto anteriormente a tensão e a deformação obtidas na barra por acção do impacto depende da velocidade de propagação no meio, da velocidade de impacto e da densidade do material e podem ser obtidas por;

$$\sigma_{barra} = -\rho c_0 \frac{v_{imp}}{2} \quad \varepsilon_{barra} = -\frac{v_{imp}}{2c_0} \quad (4.15)$$

A Figura 4.5 representa a evolução temporal da deformação medida numa secção da barra de entrada de um qualquer dispositivo em compressão. Sobre este impulso estão representadas as grandezas anteriormente referidas.

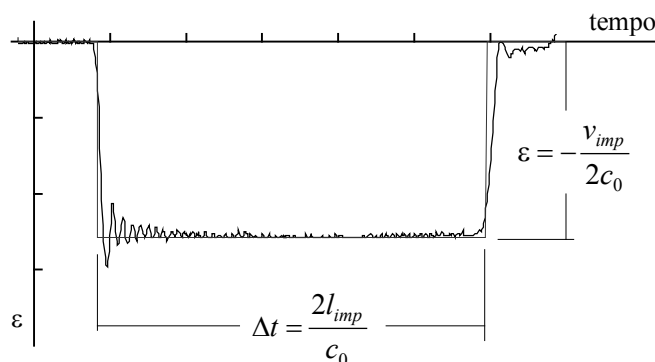


Figura 4.5. Impulso incidente $\varepsilon_i(t)$, num dispositivo em compressão e seu significado.

Num sistema de eixos posição vs deformação, o comprimento do impulso medido sobre a barra é dado pela expressão;

$$\Lambda = 2l_{imp} \quad (4.16)$$

Existe ainda outra forma de obter este resultado que foi proposta por vários autores e se encontra documentada por Meyers em [207]. Neste caso é equacionada a variação da quantidade de movimento de um comprimento de barra dx sofrida por acção de um impulso Ndt , como se representa na Figura 4.6.

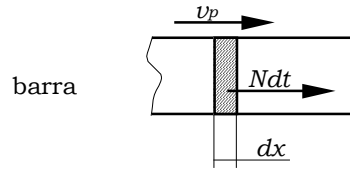


Figura 4.6. Força impulsiva N actuando numa secção de barra.

A variação da quantidade de movimento devida à acção desta força pode ser obtida a partir da expressão seguinte;

$$\Delta Q_p = Ndt = d(mv_p) \Rightarrow -\sigma A dt = \rho A dx v_p \quad (4.17)$$

$$\sigma = -\rho \frac{dx}{dt} v_p \quad \text{ou} \quad \sigma = -\rho c_0 v_p \quad (4.18)$$

em função da deformação será

$$E\varepsilon = -\rho c_0 v_p \Rightarrow \varepsilon = -\frac{\rho}{E} c_0 v_p \Rightarrow \varepsilon = -\frac{1}{c_0^2} c_0 v_p, \quad \text{ou} \quad (4.19)$$

$$\varepsilon = -\frac{v_p}{c_0}, \quad \text{ou} \quad \varepsilon = -\frac{v_{imp}}{2c_0} \quad (4.20)$$

Aplicando a lei de Hooke a uma qualquer secção das barras por onde esteja a passar uma onda de deformação elástica, pode determinar-se o esforço normal actuante nessa secção,

$$\sigma = E\varepsilon \Rightarrow \frac{N}{A} = E\varepsilon \Rightarrow N = AE\varepsilon \quad (4.21)$$

Prova-se assim que o mesmo resultado pode ser obtido por diversas formulações distintas. Embora tenham sido apresentadas formulações

redundantes, julga-se que desta forma será mais fácil compreender o fenómeno da propagação de ondas de tensão em barras.

4.3 - Impulso incidente, reflectido e transmitido sobre o provete no cálculo das tensões e deformações

Como abordado no ponto 3.2.1, sempre que um impulso incidente atinge uma secção onde se verifique alteração de impedância, haverá lugar a uma reflexão e a uma transmissão. A razão de amplitudes dos impulsos, reflectido e transmitido, será governada pelas características de impedância desta secção. Assim, no dispositivo Barra de Hopkinson, quando a onda incidente atinge o provete, Figura 4.7, haverá sempre lugar a uma reflexão e a uma transmissão deste impulso.

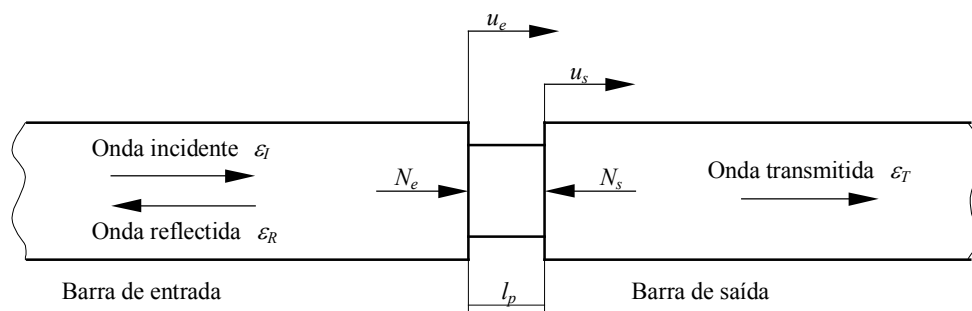


Figura 4.7. Onda incidente, transmitida e reflectida nos extremos das barras, junto ao provete, no dispositivo Barra de Hopkinson.

Durante o ensaio, a impedância mecânica do provete que governa a razão de amplitudes das ondas reflectida e transmitida, pode variar. Este efeito verificar-se-á quando ocorrer deformação plástica, aumento de área, encruamento ou rotura do provete.

A força actuante em qualquer secção de cada uma das barras pode ser determinada pela equação (4.21). Aplicando esta expressão às secções extremas das barras que contactam com o provete (*interfaces*) serão obtidas as expressões

$$N_e(t) = A_0 E_0 [\varepsilon_I(t) + \varepsilon_R(t)] \quad (4.22)$$

$$N_s(t) = A_0 E_0 \varepsilon_T(t) \quad (4.23)$$

que calculam as forças que actuam sobre o provete, e onde A_0 e E_0 são respectivamente a área da secção recta das barras e o módulo de elasticidade do material que as constitui.

Após um curto intervalo de tempo, o provete estará sujeito a múltiplas reflexões que ocorrem em ambas as *interfaces*. Este tempo, que depende da velocidade de propagação no provete e da geometria deste, é de alguns micro segundos. Desprezando-se as forças de inércia, admitindo o equilíbrio das forças exteriores que actuam sobre o provete e assumindo que este deforma uniformemente, é possível igualar as equações (4.22) e (4.23):

$$N_e(t) = N_s(t) \Leftrightarrow A_0 E_0 [\varepsilon_I(t) + \varepsilon_R(t)] = A_0 E_0 \varepsilon_T(t) \quad (4.24)$$

Num dispositivo com barras de mesmo material e diâmetro será:

$$\varepsilon_I(t) + \varepsilon_R(t) = \varepsilon_T(t) \quad (4.25)$$

Deve salientar-se que a deformação reflectida têm sinal contrário ao das deformações incidente e transmitida.

A tensão média actuante sobre o provete em cada instante, sendo desprezáveis as forças de inércia, é obtida a partir da condição de equilíbrio de forças que actuam sobre o provete,

$$\sigma(t) = \frac{N_e(t) + N_s(t)}{2A} \quad (4.26)$$

onde A é a área da secção recta do provete. Substituindo as expressões das forças referidas em (4.22) e (4.23) na expressão anterior obtém-se;

$$\sigma(t) = \frac{A_0 E_0}{2A} [\varepsilon_I(t) + \varepsilon_R(t) + \varepsilon_T(t)] \quad (4.27)$$

esta é a fórmula de cálculo das tensões que actuam sobre o provete na sua forma completa, também conhecida por análise *3-wave*.

É possível determinar as tensões que actuam em ambas as faces do provete de forma independente. Utilizando a equação (4.22) é possível obter a tensão na face de entrada do provete através da expressão:

$$\sigma(t) = E_0 \frac{A_0}{A} [\varepsilon_I(t) + \varepsilon_R(t)] \quad (4.28)$$

esta expressão de cálculo da tensão resulta da análise conhecida por *2-wave*. A utilização desta expressão para calcular as tensões conduz a maus resultados. Estes apresentam pouca precisão na fase inicial e oscilações devidas às altas-freqüências que compõe o impulso incidente.

A maioria dos investigadores utiliza a análise *1-wave*, onde se considera que a tensão actuante no provete pode ser calculada correctamente pela expressão (4.29). Esta expressão, que só contabiliza o impulso transmitido, pode ser entendida como a tensão que actua na face de saída do provete, ou como uma simplificação da análise *3-wave* da equação (4.27) pela equação (4.25),

$$\sigma(t) = E_0 \frac{A_0}{A} \varepsilon_T(t) \quad (4.29)$$

A curva tensão *vs* deformação pode ser traçada a partir de qualquer uma destas equações e da medição dos impulsos. Em provetes que sofram uma deformação plástica acentuada, a determinação da tensão real instalada será possível corrigindo a área do provete em função do tempo $A(t)$. A aplicação desta expressão só é precisa em materiais que não sofram variação de volume, ou quando se conheça a lei de variação de volume desse material, Gray III [19].

Para determinar a tensão real pela análise *1-wave* será;

$$\sigma_{real}(t) = E_0 \frac{A_0}{A(t)} \varepsilon_T(t) \quad (4.30)$$

Recorrendo à solução da equação de onda (3.48) é possível determinar a velocidade e o deslocamento do topo da barra de entrada. Nesta solução F e G são funções que descrevem a forma dos impulsos incidente e reflectido propagando-se em sentidos opostos na direcção x da barra e à velocidade c_0 ;

$$u_e(x,t) = F(x - c_0t) + G(x + c_0t) = u_I + u_R \quad (4.31)$$

Como neste caso apenas se considera a deformação na direcção x , dada pela equação (4.3), derivando a equação (4.31) em ordem a x a deformação na barra de entrada será:

$$\varepsilon_e(x,t) = F'(x - c_0t) + G'(x + c_0t) = \varepsilon_I(x,t) + \varepsilon_R(x,t) \quad (4.32)$$

Derivando a equação (4.31) em ordem ao tempo, será obtida a expressão

$$\dot{u}_e(x,t) = c_0 [-F'(x - c_0t) + G'(x + c_0t)] \quad (4.33)$$

Substituindo a equação (4.32) na anterior, obtém-se a velocidade de deslocamento do topo da barra de entrada, *interface* com o provete, agora com valor de x fixo;

$$v_e(t) = c_0 [-\varepsilon_I(t) + \varepsilon_R(t)] \quad (4.34)$$

De forma semelhante pode determinar-se a velocidade do topo da barra de saída, que só depende do impulso transmitido e é dada pela expressão;

$$v_s(t) = -c_0 \varepsilon_T(t) \quad (4.35)$$

A razão de deformação nominal no provete é determinada pela diferença de velocidades dos topos das barras de entrada e saída e pelo comprimento inicial do provete;

$$\dot{\varepsilon}_n(t) = \frac{v_s(t) - v_e(t)}{l_p} \quad (4.36)$$

Substituindo as equações (4.34) e (4.35) na anterior obtém-se a expressão que determina a razão de deformação no provete pela análise *3-wave*;

$$\dot{\varepsilon}_n(t) = \frac{c_0}{l_p} [-\varepsilon_T(t) + \varepsilon_I(t) - \varepsilon_R(t)] \quad (4.37)$$

Recorrendo à relação dada pela equação (4.25) pode ainda obter-se a expressão de cálculo da razão de deformação pela *1-wave* análise;

$$\dot{\varepsilon}_n(t) = -\frac{2c_0 \varepsilon_R(t)}{l_p} \quad (4.38)$$

Relação que pode ser estendida para o cálculo da razão de deformação real se a cada instante for utilizado o comprimento actual do provete;

$$\dot{\varepsilon}_{real}(t) = -\frac{2c_0 \varepsilon_R(t)}{l_p(t)} \quad (4.39)$$

A deformação sofrida pelo provete é calculada pelos deslocamentos dos topos das barras, ou por integração directa das expressões da razão de deformação. Assim, integrando a expressão (4.37) obtém-se a expressão de cálculo para a deformação média no provete pela análise *3-wave*, sendo esta dada por;

$$\varepsilon_n(t) = \frac{c_0}{l_p} \int_0^t [-\varepsilon_T(t) + \varepsilon_I(t) - \varepsilon_R(t)] dt \quad (4.40)$$

Por sua vez, a deformação média sofrida pelo provete na análise 1-wave pode ser obtida substituindo na expressão anterior a equação (4.25);

$$\varepsilon_n(t) = -\frac{2c_0}{l_p} \int_0^t \varepsilon_R(t) dt \quad (4.41)$$

Para o cálculo da deformação real sofrida pelo provete, deve considerar-se a cada instante o comprimento actual deste. Assim, a deformação real é dada pela expressão;

$$\varepsilon_{real}(t) = -2c_0 \int_0^t \frac{\varepsilon_R(t)}{l_p(t)} dt \quad (4.42)$$

Considerando a definição da deformação real (2.6) e as expressões anteriormente descritas, é ainda possível determinar a deformação real a partir da deformação nominal pela seguinte expressão;

$$\varepsilon_{real}(t) = \ln[1 + \varepsilon_n(t)] \quad (4.43)$$

As três formulações apresentadas, 1, 2 ou 3-waves são equivalentes em termos analíticos, no entanto, podem conduzir a resultados ligeiramente diferentes. A presença de ruído e das altas-frequências que compõem o sinal da barra de entrada podem conduzir a oscilações espúrias nos resultados. Nesta caso será aconselhável recorrer à formulação 1-wave. Uma razão adicional para a utilização preferencial desta formulação consiste no facto do provete se comportar sempre como um filtro passa-baixo, principalmente na presença de deformação plástica significativa ou quando o material a ensaiar apresenta um baixo módulo de elasticidade.

As formulações que envolvem mais do que um sinal são normalmente de grande utilidade na verificação da qualidade do ensaio. A formulação 2-wave apresenta a vantagem adicional de permitir verificar a validade da hipótese assumida *à priori* de que forças aplicadas ao provete durante o ensaio estão em equilíbrio.

4.4 - Translação dos impulsos no tempo

Cada um dos três impulsos de deformação, incidente – $\varepsilon_I(t)$, reflectido – $\varepsilon_R(t)$ e transmitido – $\varepsilon_T(t)$, que figuram nas expressões do ponto anterior, refere-se às deformações das barras nas secções em contacto com o provete. Estes impulsos devem ser determinados isoladamente, por forma a ser possível a aplicação destas mesmas expressões.

Os impulsos incidente e reflectido que se propagam em direcções opostas sobrepõem-se junto ao provete na barra de entrada. Junto ao provete e a uma distância inferior a metade do comprimento dos impulsos, haverá sempre alguma sobreposição. Assim, só é possível proceder à leitura destes impulsos de forma independente, posicionando o transdutor a uma distância superior a metade do comprimento do impulso, medida a partir do provete. Este tema é abordado em maior profundidade no Capítulo 6, onde com o auxílio de diagramas de Lagrange – evolução temporal da posição dos impulsos, é determinada a melhor posição para instalação dos extensómetros e os melhores compromissos na definição dos comprimentos dos dispositivos.

De facto, num dispositivo SHB a instalação dos extensómetros para registo dos impulsos é feita a uma determinada distância das faces em contacto com o provete, ver Figura 4.1. Assim, o impulso incidente será registado antes de atingir o provete e os impulsos reflectido e transmitido serão registados após a deformação do provete.

Desta forma, para ser possível a aplicação das equações referidas no ponto anterior é necessário transladar no tempo os impulsos registados. Esta translação no tempo deve ser feita com rigor para permitir bons resultados. A determinação precisa da posição dos extensómetros é necessária para uma translação que deverá ser realizado com uma precisão da ordem do micro segundo, ou eventualmente da ordem do período de amostragem (a velocidade de propagação nos metais ronda os 5 $mm/\mu s$).

Uma correcta translação dos impulsos pode ser verificada pelas expressões (4.22), (4.23) e (4.25) pois um bom equilíbrio das forças actuantes sobre o provete só é possível com uma correcta translação. Esta translação pode ser facilmente efectuada depois de determinados os inícios dos impulsos. Na Figura 4.8 mostram-se os três impulsos transladados no tempo para um ensaio em compressão.

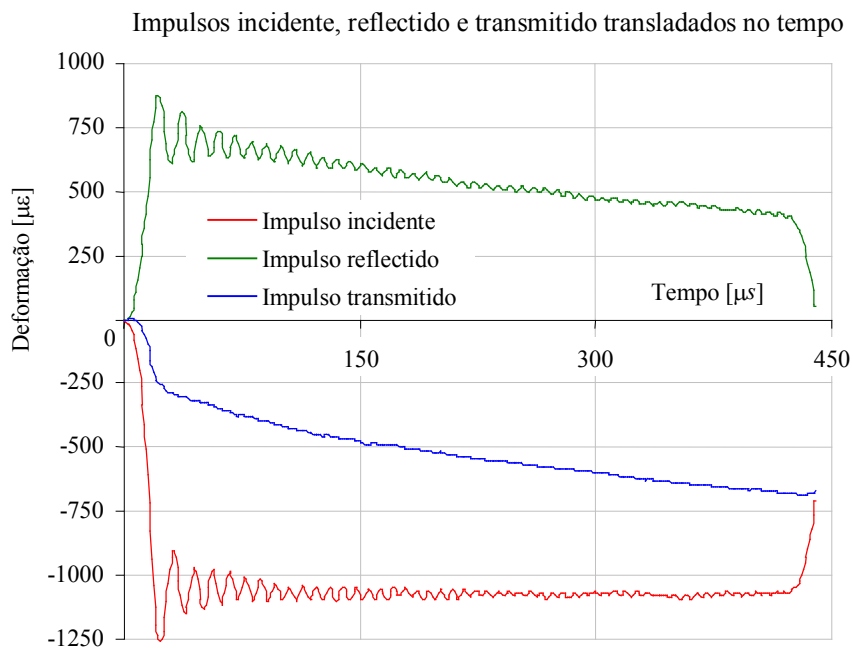


Figura 4.8. Impulsos incidente, transmitido e reflectido trasladados no tempo para um ensaio em compressão. Dispositivo W18, ensaio al1003.

4.5 - Correção dos impulsos à dispersão

Como referido no ponto 3.3, um impulso em propagação ao longo de uma barra sofre dispersão. Assim, os impulsos incidente, transmitido e reflectido sobre o provete são diferentes dos registados nos transdutores. O impulso incidente registado no transdutor sofre dispersão ao propagar-se até ao provete. Os impulsos reflectido e transmitido sofrem dispersão ao propagarem-se até aos respectivos transdutores.

Para uma rigorosa utilização das expressões do ponto 4.3 e uma correcta caracterização da amostra em causa, é necessário proceder à correcção da dispersão verificada durante a propagação dos impulsos. Como referido no ponto 3.3.1 Pochhammer [9] e Chree [4] estabeleceram as equações que governam este fenómeno e Bancroft [13] resolveu-as.

Um qualquer impulso pode sempre ser decomposto num somatório de sinusóides. Aplicando transformadas de Fourier é possível passar do domínio dos tempos para o domínio das frequências e determinar as frequências que integram o sinal. Bancroft ao resolver as equações de Pochhammer e Chree determinou a velocidade de propagação de cada frequência que compõem o impulso. Este autor apresenta estas velocidades de propagação, de forma adimensionalizada numa tabela de duas entradas, sendo os parâmetros de entrada a razão entre diâmetro da barra e comprimento de onda e o coeficiente de Poisson das barras. A Figura 4.9

apresenta um gráfico do andamento das curvas para os três primeiros modos de vibração, considerando $\nu = 0,29$.

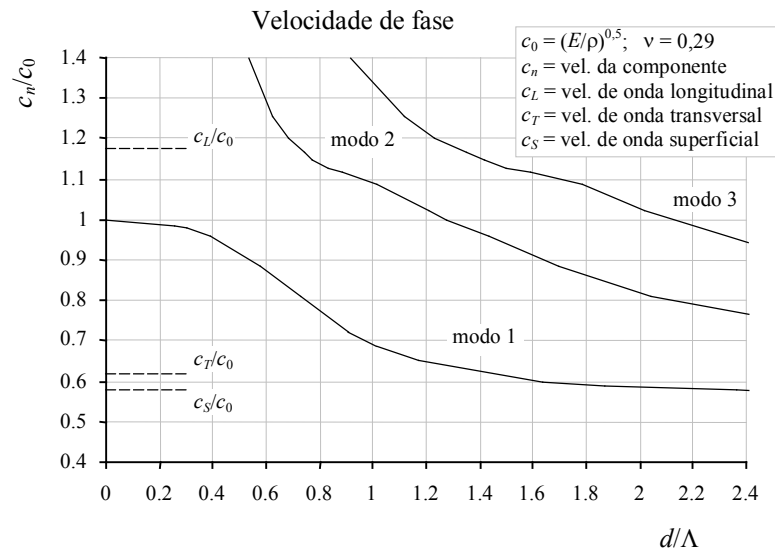


Figura 4.9. Velocidade adimensional de propagação das componentes de um impulso em função do seu comprimento de onda e do diâmetro da barra, para coeficiente de Poisson de 0,29. Davies [5].

Assim, conhecido o coeficiente de Poisson do material, o diâmetro da barra e a forma do impulso, é possível reconstruí-lo mais à frente (ou atrás) no tempo e no espaço. Identificadas as frequências e amplitudes das componentes do impulso, por aplicação de transformadas de Fourier, é então possível corrigir a posição de cada componente, para um dado instante, utilizando a tabela de Bancroft [13].

A Figura 4.10 mostra uma simulação numérica da evolução temporal das deformações para um impulso de compressão em forma de degrau, constituído pelo somatório das suas primeiras 30 componentes. Foi admitido tratar-se de um impulso com uma amplitude de $800 \mu\epsilon$ e uma duração de $100 \mu s$. A Figura 4.11 mostra a dispersão sofrida por este impulso após ter percorrido $1 m$ em aprox. $200 \mu s$, numa barra de aço com $10 mm$ de diâmetro. É visível a forte oscilação induzida na frente de onda. A Figura 4.12 mostra a dispersão deste mesmo impulso após ter percorrido $2 m$ em aproximadamente $400 \mu s$. Nesta figura é visível uma significativa alteração na forma do impulso.

Deve referir-se que o caso representado na Figura 4.12 não corresponde a uma situação normalmente atingida durante um ensaio. Isto é, impulsos com este comprimento são utilizados com barras de menor comprimento e quando é necessário dispor de barras de maior comprimento também se utilizam maiores comprimentos de impulso.

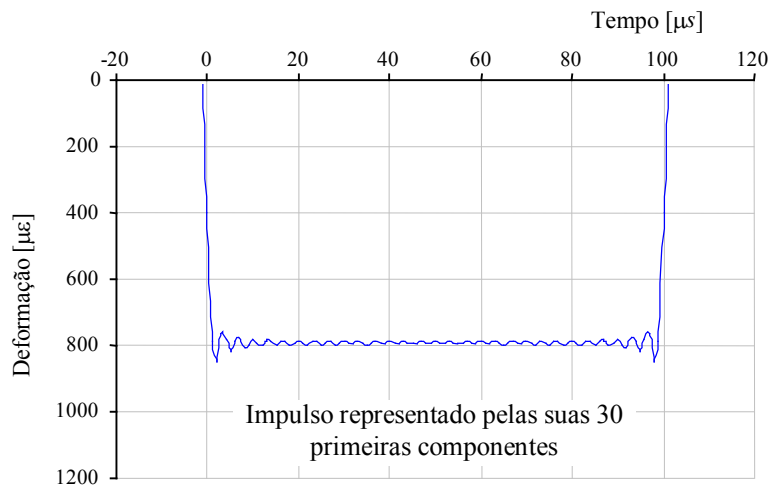


Figura 4.10. Impulso rectangular composto pelas suas 30 primeiras componentes harmônicas.

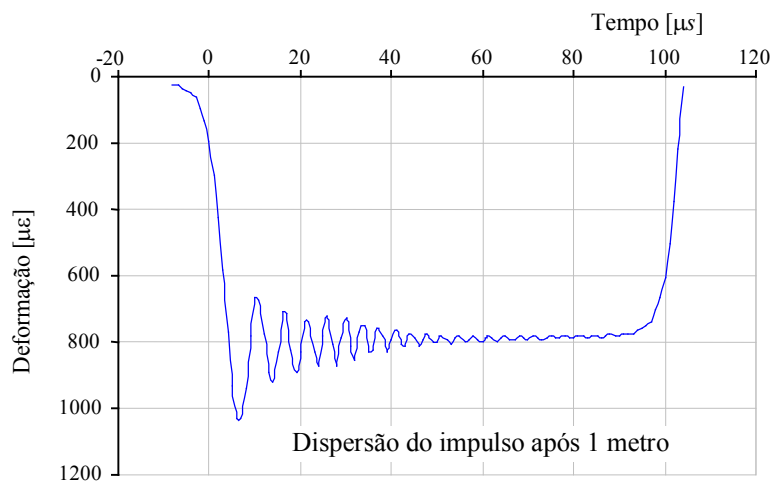


Figura 4.11. Simulação numérica da dispersão verificada na propagação de impulso rectangular representado na Figura 4.10 após 200 μs .

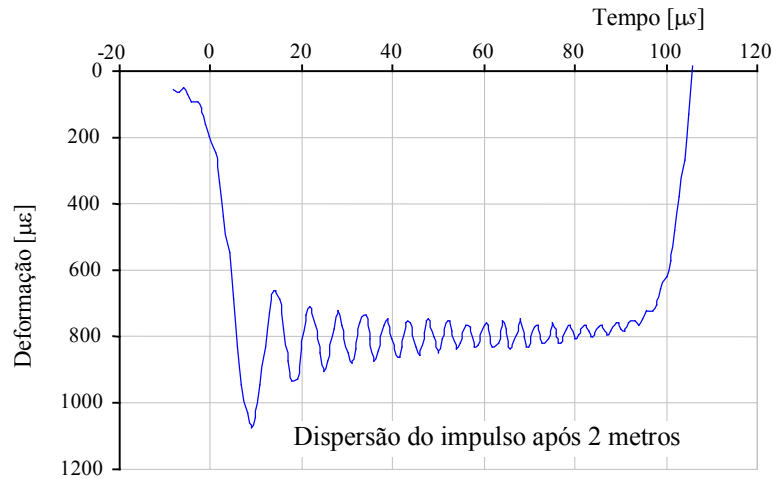


Figura 4.12. Simulação numérica da dispersão verificada na propagação de impulso rectangular representado na Figura 4.10 após 400 μs .

Observando a forma do impulso inicial e o simulada após 200 μs de propagação constata-se que amplitude máxima varia em cerca de 30% e o tempo de subida varia cerca de 8 μs , passando de 2 μs para 10 μs . Esta alteração é significativa e pode introduzir algum erro nos resultados.

É de salientar que não é a forma do impulso que está em causa, mas sim a sua correcta identificação. Tanto quanto possível o impulso incidente quer-se de forma regular, sem grandes oscilações e em geral com a forma de degrau. Contudo, o importante é determinar com rigor a forma dos impulsos incidente reflectido e transmitido junto ao provete. Assim, após a gravação destes impulsos é necessário corrigi-los à dispersão. O impulso incidente deve ser corrigido à frente no tempo e os impulsos reflectido e transmitido devem ser corrigidos atrás no tempo. Na Figura 4.13 mostram-se os sinais do ensaio al1003 realizado no dispositivo W18, assinalando-se o instante em que o provete começa a ser solicitado e os tempos para a translação e respectiva correcção à dispersão de cada um dos impulsos.

Em alguns casos, como o ensaio de materiais frágeis, é necessário um impulso incidente com um maior tempo de subida, de forma a permitir um ajuste das superfícies de contacto barra/provete mais lento e uma aplicação mais progressiva da força incidente, Parry [47], Frew [118] e Färm [117] realizaram vários estudos neste domínio. A técnica consiste em intercalar entre o impactor e a barra de entrada uma pequena espessura de um material macio. Esta técnica, conhecida por *Pulse smoothing* ou *Pulse shaping*, permite modificar o impulso incidente, conferindo-lhe uma forma aproximadamente trapezoidal com um muito maior tempo de subida. Desta forma eliminam-se as componentes de alta-frequência do impulso incidente tornando-o assim menos dispersivo.

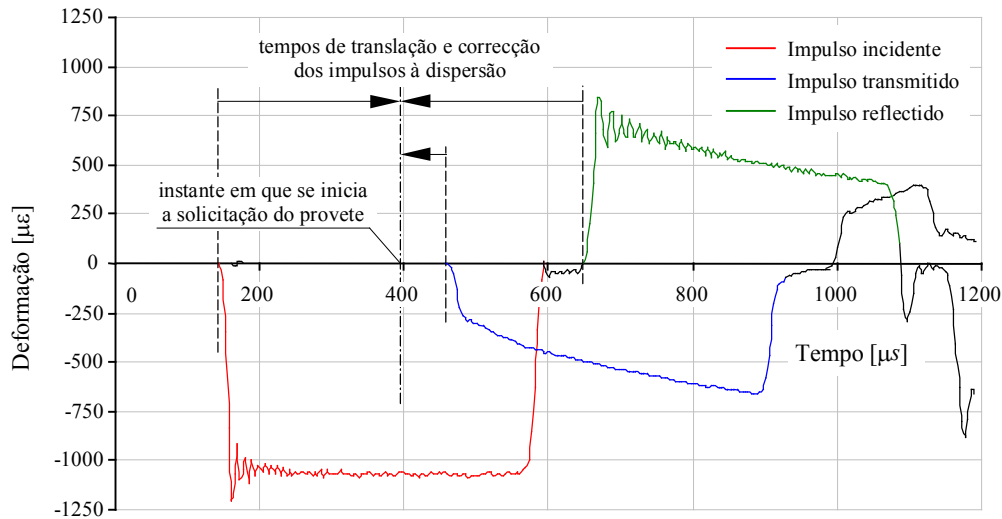


Figura 4.13. Tempos de translação para correção dos impulsos a dispersão.

Na Figura 4.14 representa-se a distribuição de deformações ao longo da barra para o impulso original e para um impulso obtido após uma propagação de 1 m ou 200 μs simulando a dispersão.

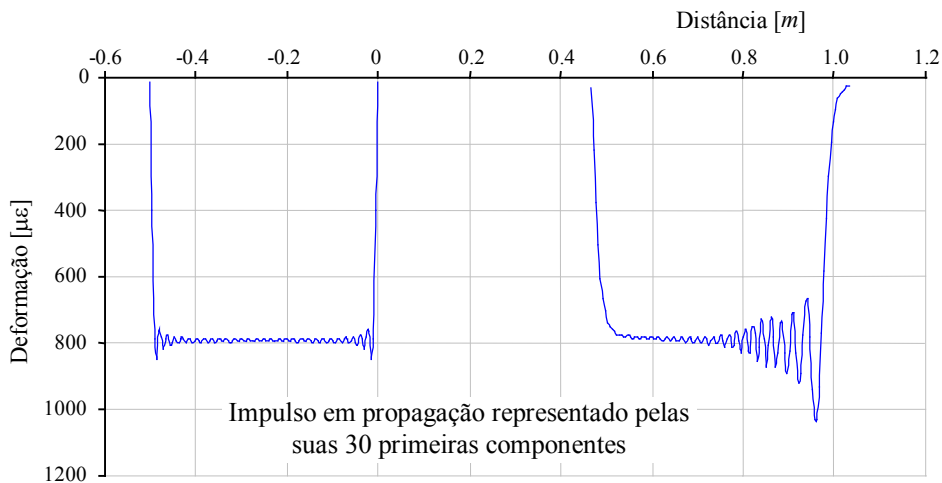


Figura 4.14. Propagação de um impulso rectangular ao longo de uma barra. Forma inicial e forma dispersiva, após se ter propagado durante 1 m.

4.6 - Processamento dos sinais

Do que foi apresentado ao longo deste capítulo pode concluir-se que é possível obter as propriedades dinâmicas de um material através do registo temporal dos sinais correspondentes à deformação das barras. No entanto alguns problemas devem ser convenientemente resolvidos para se poderem obter resultados com aceitável precisão.

Tratando-se de sinais que se propagam a elevadas velocidades, velocidade do som no meio, é necessário dispor de uma electrónica apropriada e de meios de gravação com taxas de amostragem suficientemente elevadas, como será descrito no Capítulo 6.

O registo dos sinais, por si só, não permite obter directamente o comportamento dos materiais ensaiados. Estes sinais devem ser processados de forma a permitir reproduzir o ensaio dinâmico do provete e traçar as curvas de interesse: tensão *vs* deformação; taxa de deformação *vs* tempo e outras.

Um dispositivo com capacidade para realizar e tratar de forma expedita a informação que fica disponível após cada ensaio deverá integrar um programa numérico. Este programa deverá permitir identificar correctamente o início e duração de cada impulso, efectuar a sua translação com a respectiva correcção à dispersão e traçar as curvas de comportamento dinâmico a partir da utilização das equações já descritas.

No âmbito deste trabalho foi desenvolvido um código com capacidade para realizar todas as operações já referidas. Programado em MATLAB este código permite processar directamente os valores registados no ensaio, visualizar as curvas de interesse e exportar ficheiros para utilização posterior com outros programas. O código disponível foi integralmente desenvolvido no LOME e testado durante a realização do programa de ensaios. Os resultados estão em perfeita consonância com os obtidos com o código comercial ADAVID® da *École Polytechnique* de Paris também utilizada nesta tese.

Em anexo incluem-se os fluxogramas das principais rotinas do programa e algumas das janelas para entrada de dados e visualização de resultados.

MODELAÇÃO NUMÉRICA DA PROPAGAÇÃO DE ONDAS DE TENSÃO

Neste capítulo descreve-se uma ferramenta numérica, baseada na utilização do método dos elementos finitos, para analisar a propagação de ondas axiais em barras de secção variável. A propagação de ondas de tensão é simulada nesta formulação utilizando um algoritmo temporal de integração directa da equação de equilíbrio em regime dinâmico para um elemento finito tipo barra. Esta integração é obtida pelo método das diferenças centrais. O facto deste método ser condicionalmente estável permite uma aproximação com grande precisão ao fenómeno físico em discussão.

5.1 - Introdução. Equação de equilíbrio dinâmico de um elemento de barra

A formulação do fenómeno da propagação de ondas de tensão axiais num elemento de barra está associada às características físicas do próprio elemento. Sobre este elemento devem ser considerados os esforços axiais devidos à acção combinada das forças de reacção interna e forças de inércia. Desta forma a equação de equilíbrio de uma estrutura dividida em elementos finitos tipo barra sob a acção de forças axiais é a seguinte:

$$[M]\ddot{U} + [C]\dot{U} + [K]U = \mathbf{R}(t) \quad (5.1)$$

onde $[M]$, $[C]$ e $[K]$ são, respectivamente, a matriz de massa, de amortecimento e de rigidez da estrutura; por sua vez, $\mathbf{R}(t)$ é o vector de forças exteriores, U , \dot{U} e \ddot{U} são, respectivamente, o vector dos deslocamentos, velocidade e aceleração.

A equação (5.1) deve ser verificada em qualquer instante de tempo, podendo a sua integração ser levada a cabo por dois processos distintos; método da sobreposição modal ou por técnicas de integração directa. O primeiro método consiste em aproximar o campo de deslocamentos da estrutura solicitada dinamicamente por uma série de modos próprios. Este método não se revela nada eficaz para este tipo de problemas em que existem forças do tipo impulsivo, uma vez que o número de modos próprios necessários a uma solução aceitável seria muito elevado.

O uso de técnicas de integração directa da equação (5.1) é a opção correcta. O método de integração mais conhecida pela sua eficiência em problemas dinâmicos sob solicitação impulsiva (*fast rate dynamics*) é o algoritmo de Newmark [208]. Este método tem variantes, as quais são seleccionadas por valores de parâmetros de controlo. Kardenstuncer [201] apresentou uma descrição detalhada de várias variantes do método e as condições de utilização de cada uma.

A fim de definir a modelação numérica da propagação de ondas axiais numa barra, considere-se uma estrutura deste tipo capaz de absorver apenas esforços axiais, solicitada na direcção do seu eixo como exemplificado na Figura 5.1:

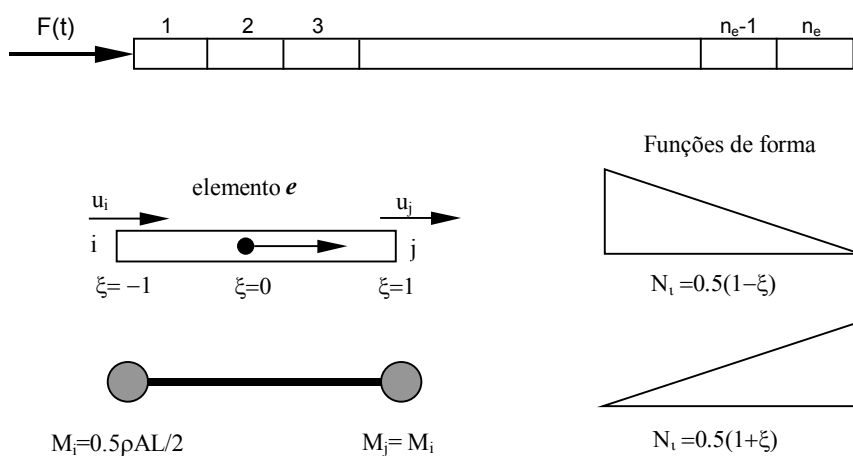


Figura 5.1. Modelo de discretização em elementos finitos de uma barra com elasticidade e inércia axial

O elemento finito representado na figura anterior tem secção constante. A associação de elementos com diferentes secções é possível, permitindo aproximar uma transição do tipo tronco-cónico ou qualquer outra geometria através de um conjunto de secções variando em degrau. A formulação do elemento tipo barra sob esforços dinâmicos é efectuada a partir da aproximação do campo de deslocamentos interpolado entre dois nós e da minimização da energia de deformação armazenada no elemento.

5.2 - Formulação de um elemento finito tipo barra em solicitação dinâmica

5.2.1 -Elemento cilíndrico

Considere-se um elemento tipo barra de comprimento L como o representado na Figura 5.1. Sendo os deslocamentos nodais dados por u_i e u_j , respectivamente, o deslocamento em qualquer ponto de coordenada

normalizada x é obtido por interpolação entre os nós utilizando funções de forma:

$$u = u_i N_i + u_j N_j \quad (5.2)$$

onde u_i e u_j são os deslocamentos nodais e N_i e N_j são as funções de interpolação incluídas na Figura 5.1 e na Figura 5.2 em função de coordenadas normais ou adimensionais ξ .

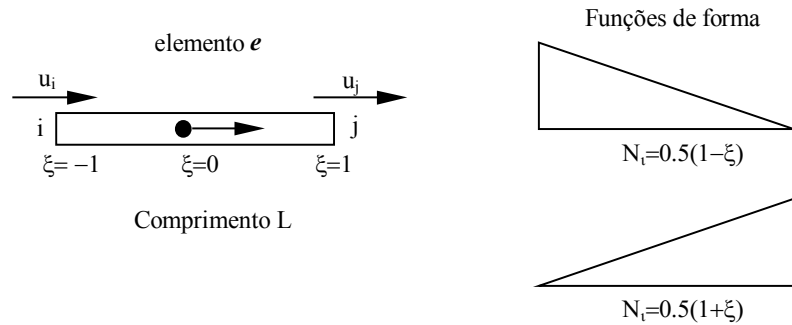


Figura 5.2. Campo de deslocamentos do elemento tipo barra e funções de interpolação

Em notação matricial, a equação (5.1) tem a forma:

$$u = [N] \mathbf{u}_e = \begin{bmatrix} N_i & N_j \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ u_j \end{Bmatrix} \quad (5.3)$$

onde os diferentes parâmetros já foram identificados em (5.2).

Considerando apenas pequenas deformações, apenas uma expressão diferencial de primeira ordem é suficiente para caracterizar o campo de deformações:

$$\varepsilon_x = \frac{du}{dx} \quad (5.4)$$

correspondendo a expressão anterior à deformação axial. Como foi referido, no caso de solicitações impulsivas originando a propagação de ondas de tensão não são envolvidos grandes deslocamentos nem grandes deformações, muito embora possa registar-se não linearidade material. Neste trabalho, será incluída não linearidade material mas gerada apenas como consequência de pequenas deformações. Deste modo, assumindo deformações em regime elástico, é possível a partir de (5.1) estabelecer a seguinte relação constitutiva que define o estado de tensão na barra:

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2} [\varepsilon_x + \nu(\varepsilon_y + \varepsilon_z)] = E \frac{du}{dx} \quad (5.5)$$

sendo E é o módulo de Young do material, ν é o coeficiente de Poisson e σ_x é a tensão axial gerada como resultado do efeito das deformações ε_x , ε_y e ε_z . A forma de (5.5) deve-se a ter admitido que a dimensão transversal da barra é insignificante, a tensão σ_x actua uniformemente na secção transversal e não há qualquer sollicitação radial, pelo que se pode desprezar o efeito de Poisson.

No caso de deformações além do limite elástico, este modelo pode dar lugar à adopção de um módulo de Young equivalente de forma a aproximar um comportamento com cedência total ($E \approx 0$) ou parcial, definindo-se um modelo bilinear. Nesta primeira fase, admite-se apenas a aproximação por elementos finitos com comportamento linear elástico. Por uma questão de generalidade será mantida a formulação completa incluindo o efeito de Poisson, no entanto, considerando que ε_y e ε_z são nulos.

Partindo de (5.3) e substituindo em (5.4), obtém-se a forma matricial para a relação constitutiva:

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2} J \begin{bmatrix} \frac{dN_i}{d\xi} & \frac{dN_j}{d\xi} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ u_j \end{Bmatrix} \quad (5.6)$$

onde J é o *Jacobiano* de transformação de coordenadas lineares x em coordenadas adimensionais ξ ;

$$J = \frac{d\xi}{dx} = \frac{1}{L} \quad (5.7)$$

A energia de deformação armazenada no elemento obtém-se pela integração da expressão:

$$U = \frac{1}{2} \int_0^L \sigma_x \varepsilon_x dx = \frac{1}{2} \frac{E}{1-\nu^2} J^2 \begin{Bmatrix} u_i \\ u_j \end{Bmatrix} \int_0^L \begin{bmatrix} \frac{dN_i}{d\xi} \\ \frac{dN_j}{d\xi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{dN_i}{d\xi} & \frac{dN_j}{d\xi} \end{bmatrix} d\xi \begin{Bmatrix} u_i \\ u_j \end{Bmatrix} \quad (5.8)$$

Por sua vez, o trabalho realizado pelas forças exteriores é igual à energia de deformação em (5.8). Admitindo que as forças exteriores estão substituídas por forças nodais equivalentes, então a energia de deformação U é dada pela expressão:

$$U = \begin{Bmatrix} R_i & R_j \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ u_j \end{Bmatrix} \quad (5.9)$$

onde R_i e R_j são forças nodais equivalentes envolvendo componentes exteriores F_i e F_j função do tempo e a contribuição das forças de inércia:

$$R_i = F_i + 0,5M\ddot{u}_i \quad (5.10)$$

$$R_j = F_j + 0,5M\ddot{u}_j$$

sendo M a massa do elemento e \ddot{u}_i e \ddot{u}_j as acelerações nodais. Não se considera nesta análise a contribuição devida a forças de amortecimento dado que o problema se insere na área de dinâmica de fenómenos rápidos (*fast rate dynamics*).

Neste elemento efectua-se uma distribuição totalmente discreta de massa (*mass lumping*), tal como se mostra na Figura 5.3. Isto é, concentra-se de modo equitativo massas em cada nó de modo que a sua soma reconstrua a massa total do elemento. Como se constata na equação (5.10) admite-se que cada força de inércia nodal resulta da contribuição de metade da massa total do elemento



Figura 5.3. Concentração nodal da massa do elemento de barra

Voltando à expressão da energia de deformação, equação (5.9), procura-se a estacionaridade de U em ordem aos deslocamentos nodais efectuando:

$$\frac{\partial U}{\partial u_i} = F_i + \frac{\rho AL}{2} \delta_{kk} \ddot{u}_i \quad (5.11)$$

onde δ_{kk} é o símbolo de Kronecker, destinado a especificar a matriz de massa diagonal

Depois de minimizar a variação de U por (5.11), a forma matricial da equação de equilíbrio dinâmico de um elemento tipo barra é a seguinte:

$$EA \int_0^L \begin{bmatrix} \frac{dN_i}{d\xi} & \frac{dN_i}{d\xi} & \frac{dN_j}{d\xi} & \frac{dN_j}{d\xi} \\ \frac{dN_i}{d\xi} & \frac{dN_i}{d\xi} & \frac{dN_j}{d\xi} & \frac{dN_j}{d\xi} \\ \frac{dN_i}{d\xi} & \frac{dN_i}{d\xi} & \frac{dN_j}{d\xi} & \frac{dN_j}{d\xi} \\ \frac{dN_i}{d\xi} & \frac{dN_i}{d\xi} & \frac{dN_j}{d\xi} & \frac{dN_j}{d\xi} \end{bmatrix} \frac{1}{L} d\xi \begin{Bmatrix} u_i \\ u_j \end{Bmatrix} + \rho AL \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_i \\ \ddot{u}_j \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_i \\ F_j \end{Bmatrix}$$

ou seja: (5.12)

$$\frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ u_j \end{Bmatrix} + \rho AL \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_i \\ \ddot{u}_j \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_i \\ F_j \end{Bmatrix}$$

Sob forma contraída, a equação anterior fica:

$$[M]\ddot{U}_e + [K]U_e = F(t) \quad (5.13)$$

onde $[K]$ é a matriz de rigidez do elemento correspondente ao integral no primeiro membro de (5.12) e $[M]$ é a matriz de massa com distribuição concentrada em cada nó, tendo os outros parâmetros o significado já referido para a equação (5.1).

A equação (5.13) refere-se ao estado dinâmico de um elemento finito tipo barra. Para se aplicar este estado a uma estrutura discretizada num conjunto de elementos há que efectuar a associação de expressões como (5.12) segundo a ordenação dos graus de liberdade (*matrix assembling*). Tal como (5.13) se apresenta, não é possível uma solução imediata, uma vez que as forças de inércia e os deslocamentos são dois vectores incógnita e há apenas uma equação. O processo adoptado para resolver (5.13) é iterativo e faz uso do *método das diferenças centrais* (MDC) descrito a seguir

5.2.2 -Elemento tronco-cónico para barras com transição cónica

A teoria aplicada anteriormente à formulação de um elemento cilíndrico é aqui retomada com algumas alterações. Neste elemento tronco-cónico a secção transversal depende da coordenada axial ξ , como se pode observar na Figura 5.4. Deste modo, é necessário alterar as expressões da matriz de rigidez do elemento por ser a área da secção recta variável ao longo do elemento. Para uma variação cónica, o raio da secção transversal pode ser definido do modo indicado na Figura 5.4 e na equação (5.14)

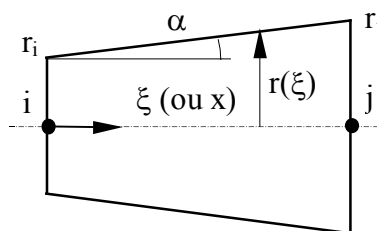


Figura 5.4. Elemento tronco-cónico

$$\begin{aligned}
r(\xi) &= r_i + \frac{(\xi+1)}{2} \times \tan \alpha \\
&= r_i + \frac{r_j - r_i}{L} \times \frac{(\xi+1)}{2}
\end{aligned}
\tag{5.14}$$

$$\text{Área } A(\xi) = \pi \times (r(\xi))^2 \text{ com } \xi \in (-1, 1)$$

A expressão da área anterior deve ser inserida em (5.8), não podendo a área $A(\xi)$ ficar no exterior do integral em (5.12). Embora a nova expressão no integrando possa ser obtida de modo relativamente simples, este cálculo deverá ser efectuado por integração numérica gaussiana, com o mínimo de dois pontos, uma vez que existem termos de segunda ordem.

A matriz de massa do tipo concentrado nos nós do elemento tronco-cónico é obtida por um critério de repartição como se segue, Bathe [183]:

$$\begin{aligned}
m_{ii} &= \rho \int_0^L N_i(x) A(x) dx \\
m_{jj} &= \rho \int_0^L N_j(x) A(x) dx \\
\text{com } x &= \frac{L}{2}(\xi + 1) \quad \xi \in (-1, 1)
\end{aligned}
\tag{5.15}$$

sendo $N_i(x)$ e $N_j(x)$ as funções de forma incluídas nas Figura 5.1 e Figura 5.2.

Nas expressões anteriores, a distribuição da massa é ponderada pela função $A(x)$, a qual varia progressivamente com a coordenada x como se viu em (5.14). Nesta formulação se a área A for constante os elementos da matriz de massa (diagonal) reproduzem os resultados em (5.12).

À propagação de ondas axiais em barras contendo elementos de transição como o que se apresentou estão associados fenómenos de reflexão e transmissão devidos à alteração na rigidez e na distribuição de massa, isto é, na impedância mecânica da barra. Na presença de reflexões, a precisão obtida no cálculo da distribuição de tensões depende naturalmente do grau de refinamento na secção de transição cónica.

Utilizando apenas um elemento, como o que se mostra na Figura 5.4, equivale à utilização de um elemento cilíndrico com um diâmetro intermédio entre os das duas partes. Isto é verdade em termos da matriz de massa, mas não para os termos da matriz de rigidez. Esta última tem os termos da diagonal principal dependentes da variação de área ao longo do elemento. A refinação da zona de transição com vários elementos tronco-cónicos ou mesmo cilíndricos de secções quase semelhantes (tipo aproximação em degrau) origina melhores resultados. Exemplos referindo este facto físico são analisados mais adiante depois da dedução do algoritmo de cálculo da distribuição das tensões com o tempo.

5.3 - Integração da equação de equilíbrio dinâmico de uma estrutura pelo *método das diferenças centrais* (MDC)

5.3.1 - Conceitos básicos

O método utilizado nesta análise baseia-se essencialmente na aproximação de derivadas de primeira e segunda ordem por razões incrementais. Considere-se uma grandeza U função do tempo t com registos de valores em três pontos consecutivos, como mostra a Figura 5.5.

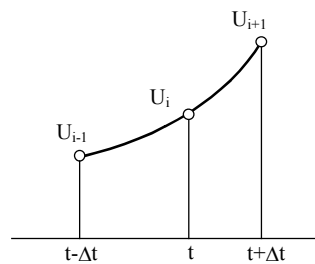


Figura 5.5. Caracterização em três pontos de uma grandeza variando com o tempo.

Considere-se como referência o ponto central no instante t , onde $U(t)=U_i$. As velocidades ‘à direita e à esquerda de U_i ’ são respectivamente dadas pelas expressões:

$$\begin{aligned}\dot{U}_{i+1} &= \frac{U_{i+1} - U_i}{\Delta t}; \\ \dot{U}_{i-1} &= \frac{U_i - U_{i-1}}{\Delta t}\end{aligned}\tag{5.16}$$

Introduza-se agora o conceito de *aceleração central* dada pela seguinte expressão:

$$\ddot{U}_i = \frac{\dot{U}_{i+1} - \dot{U}_{i-1}}{\Delta t}\tag{5.17}$$

A substituição das expressões (5.16) em (5.17) conduz ao valor da *aceleração central incremental no instante t*:

$$\ddot{U}_i = \frac{U_{i+1} - 2U_i + U_{i-1}}{\Delta t^2}.\tag{5.18}$$

Este é o valor a incluir no algoritmo de integração de (5.13) para obter o vector aceleração da estrutura em cada instante de tempo; por sua vez, o

vector velocidade a usar no processo iterativo é o valor médio entre as expressões em (5.16), ou seja:

$$\dot{U}_i = \frac{U_{i+1} - U_{i-1}}{2\Delta t} \quad (5.19)$$

5.3.2 - Algoritmo de integração da equação de equilíbrio dinâmico de uma estrutura por diferenças centrais

A equação (5.13) é escrita para o estado da estrutura no instante de tempo t :

$$[M]\ddot{U}_i + [K]U_i = F_i \quad (5.20)$$

Deste modo, substituindo a expressão incremental (5.18) para o vector aceleração, obtém-se a forma iterativa explícita para o método das diferenças centrais em análise dinâmica estrutural:

$$\frac{1}{\Delta t^2} [M]U_{i+1} = F_i - \left([K] - \frac{2}{\Delta t^2} [M] \right) U_i + \frac{1}{\Delta t^2} [M]U_{i-1} \quad (5.21)$$

Como se verifica, o método das diferenças permite obter de forma *explícita* o estado da estrutura no instante de tempo seguinte $i+1 = t+\Delta t$, conhecendo o estado actual, ou seja, no instante $I = t$. A solução da equação (5.16) consiste em obter cada elemento do vector deslocamento no instante $i+1$, sendo para isto necessário resolver um conjunto de equações independentes entre si.

Quando a estrutura está dividida em elementos todos iguais e com propriedades físicas uniformes, cada uma das equações independentes que integram o sistema é da forma:

$$\frac{1}{\Delta t^2} m_{kk}^k u_{i+1} = F_k - \frac{EA}{L} (-^{k-1}u_i + 2^k u_i - ^{k+1}u_i) + \frac{2}{\Delta t^2} m_{kk}^k u_i - \frac{1}{\Delta t^2} m_{kk}^k u_{i-1} \quad (5.22)$$

onde k é o número de ordem de cada uma das equações do problema. Este modo de resolver o sistema de equações (5.16) só é aplicável porque a distribuição de massa na estrutura é concentrada nos nós (*node mass lumping*), definindo uma matriz de massa diagonal.

O algoritmo anterior pode estruturar-se num programa de cálculo automático para definir o estado de tensão de uma barra sob uma solicitação impulsiva. Esta barra deverá ser discretizada num conjunto de elementos do mesmo tipo e igual dimensão por facilidade de geração de malha e definição de um intervalo de tempo para integração de (5.21).

5.3.3 -Modelação da propagação de ondas de tensão em barras usando o método das diferenças centrais

Foi estabelecido o algoritmo de aproximação ao cálculo do campo de deslocamentos de uma estrutura tipo barra sujeita a esforços dinâmicos axiais. A utilização desta técnica revela-se muito eficaz quanto à precisão dos resultados e facilidade de programação, Bathe [184]; porém há restrições ao uso em problemas dinâmicos, uma vez que o método é *condicionalmente convergente*. Este facto deriva da existência de um valor crítico para o intervalo temporal de integração Δt . No presente problema este intervalo é calculado por determinação das frequências características associadas à estrutura vibrante em análise, representada na Figura 5.2. Para isso, considere-se novamente a equação de equilíbrio dinâmico de um elemento tipo barra, mas sem acção de forças nodais externas:

$$\frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ u_j \end{Bmatrix} + \rho AL \begin{bmatrix} 0,5 & 0 \\ 0 & 0,5 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_i \\ \ddot{u}_j \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (5.23)$$

Trata-se fisicamente de uma vibração livre da barra. Assumindo para os deslocamentos uma solução harmónica da forma $u = A \cos \lambda t$, onde A é uma constante e λ é a frequência do deslocamento harmónico, para que (5.23) tenha solução não nula (ou trivial), o seguinte determinante deve ser nulo:

$$Det \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} - \frac{\rho AL}{2} \lambda^2 & -\frac{EA}{2L} \\ -\frac{EA}{2L} & \frac{EA}{L} - \frac{\rho AL}{2} \lambda^2 \end{bmatrix} = 0 \quad (5.24)$$

Este determinante corresponde a uma equação do segundo grau:

$$\left(\frac{EA}{L} - \frac{\rho AL}{2} \lambda^2 \right)^2 - \left(\frac{EA}{L} \right)^2 = 0 \quad (5.25)$$

Esta equação tem duas raízes, sendo uma delas nula, correspondendo a um deslocamento de corpo rígido; e a outra solução dada por:

$$\lambda = \frac{2}{L} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (5.26)$$

A este valor de λ corresponde a frequência própria f , a qual tem o período $T = f^{-1}$:

$$T = \pi L \sqrt{\frac{\rho}{E}} \quad (5.27)$$

Este é o valor crítico do passo temporal de integração Δt_c de (5.21) por diferenças centrais. O uso deste intervalo Δt_c ainda não assegura a convergência pelo que necessário suprimir a constante π , ficando o intervalo crítico dado por:

$$\Delta t = L \sqrt{\frac{\rho}{E}} \quad (5.28)$$

ou por uma expressão mais simples:

$$\Delta t = \frac{L}{c} \quad (5.29)$$

onde c é a velocidade da onda acústica axial propagada ao longo da barra.

O valor de Δt_c assim corrigido assegura a convergência do algoritmo de diferenças centrais na condição limite. O reflexo de variações do intervalo Δt na eficácia do método das diferenças centrais tem uma elevada sensibilidade, pois apenas com valores do passo temporal muito próximos do valor crítico é possível obter convergência. Com intervalos maiores que o crítico, a solução é rapidamente divergente, enquanto que com valores inferiores, a solução tem resultados sem precisão embora se apresente convergente. Deste modo, a simulação numérica da propagação de ondas de tensão tem solução válida apenas numa situação de convergência metastável, isto é, com o passo de integração dentro dos limites permitidos. A influência do intervalo de integração será analisada em alguns exemplos incluídos no ponto seguinte.

5.3.4 - Exemplos de propagação de ondas de tensão em barras

5.3.4.1 - Análise do impulso incidente num barra de secção uniforme com extremos livres

A Figura 5.6 apresenta esquematicamente uma barra de secção uniforme com as suas características geométricas e propriedades físicas. Estas características e propriedades são as de uma barra em aço com 1 m de comprimento e 8 mm de diâmetro.

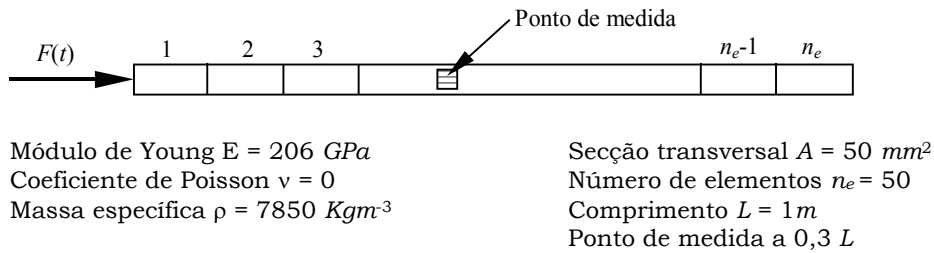


Figura 5.6. Barra discretizada em elementos finitos e submetida a uma força axial impulsiva.

Neste exemplo a velocidade de propagação de onda é $c_0 = 5123 \text{ ms}^{-1}$. Para uma malha em que cada elemento mede $1/50 = 0,02 \text{ m}$, o intervalo crítico para a integração é $\Delta t_c = 0,02/5123 = 3,90 \cdot 10^{-6} \text{ s} = 3,9 \mu\text{s}$. A barra é solicitada por uma força axial compressiva do tipo degrau com intensidade de 10 kN sustentada durante $78,1 \mu\text{s}$.

Na Figura 5.7 representa-se a evolução temporal das tensões do nó 15, calculada com um intervalo de integração igual ao crítico. Neste caso, foram obtidos os valores de tensão para 50 instantes, marcados no gráfico com 'o' e unidos através de uma *spline* cúbica. Desta forma as zonas de transição apresentam pequenas oscilações e a curva passa em todos os valores calculados.

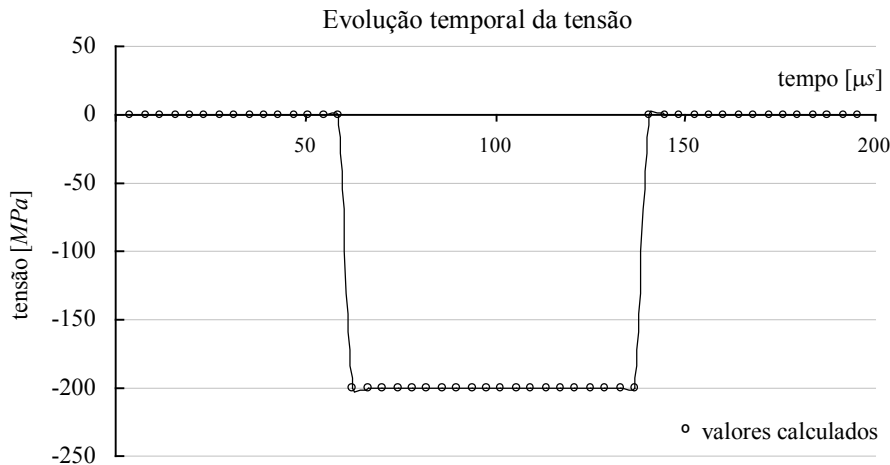


Figura 5.7. Evolução da tensão no elemento 15, a 300 mm do extremo que recebe a carga em degrau, $\Delta t = \Delta t_c$

O degrau que se representa na figura é formado apenas por 20 pontos com uma tensão constante e igual a -200 MPa . Como se observa na figura o código fornece a solução exacta para os valores de tensão.

Na Figura 5.8 mostra-se o efeito de um aumento, ainda que muito ligeiro, do intervalo de tempo de integração na estabilidade do algoritmo.

Tendo sido utilizado um valor apenas 0,05% superior ao intervalo crítico nota-se um considerável aumento de oscilação nos resultados referentes à tensão. Neste gráfico pode verificar-se a instabilidade do algoritmo face a desvios superiores ao intervalo crítico. Repare-se que a solução obtida diverge da exacta, neste caso os últimos passos de integração apresentam uma oscilação crescente em torno de zero (valor exacto).

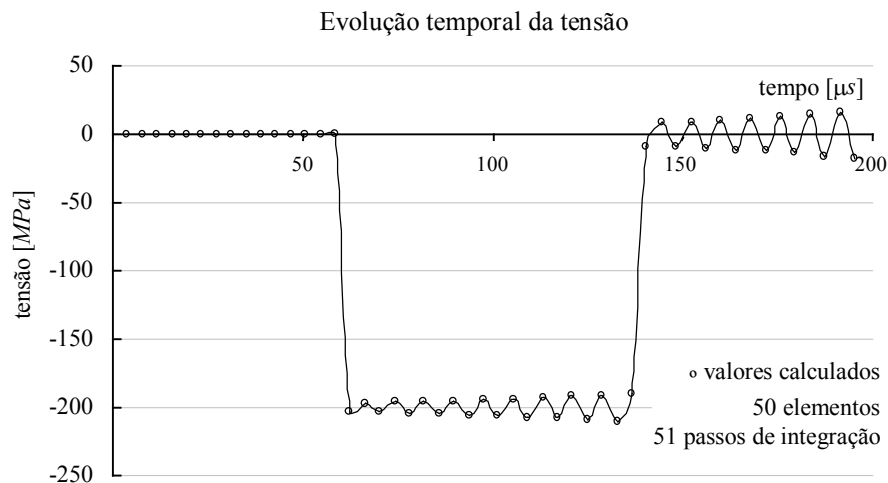


Figura 5.8. Evolução da tensão no elemento 15, a 300 mm do extremo que recebe a carga em degrau, $\Delta t = 1,0005 \cdot \Delta t_c$.

Esta oscilação resulta de uma característica inerente ao próprio método e é conhecida por *efeito Gibbs*, Lanczos [204]. Este efeito gera dispersão numérica e divergência dos resultados. Por este facto não é possível a utilização de intervalos de integração superiores ao crítico.

Um facto semelhante se passa com a utilização de intervalos de tempo muito ligeiramente inferiores ao valor crítico. Neste caso, aparece também um fenómeno oscilatório embora de amplitude menor do que a registada anteriormente e com valores de tensão que convergem para a solução exacta, como mostra a Figura 5.9. Verificou-se que esta dispersão oscilatória também depende do número de graus de liberdade, isto é número de nós da malha, e do número de passos de integração. Com o aumento de graus de liberdade e passos de integração, aumentam os valores de pico na dispersão e a convergência torna-se mais rápida. Este comportamento pode observar-se na Figura 5.10, onde se representa a evolução das tensões num caso semelhante. Este caso difere do anterior apenas no número de elementos e passos de integração, sendo respectivamente 100 e 102, o dobro do caso anterior.

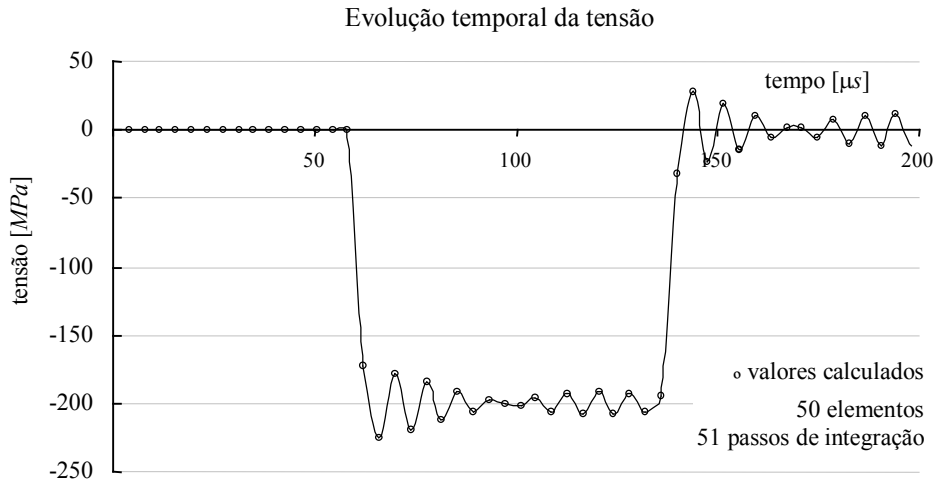


Figura 5.9. Evolução da tensão no elemento 15, a 300 mm do extremo que recebe a carga em degrau, $\Delta t = 0,995 \cdot \Delta t_c$

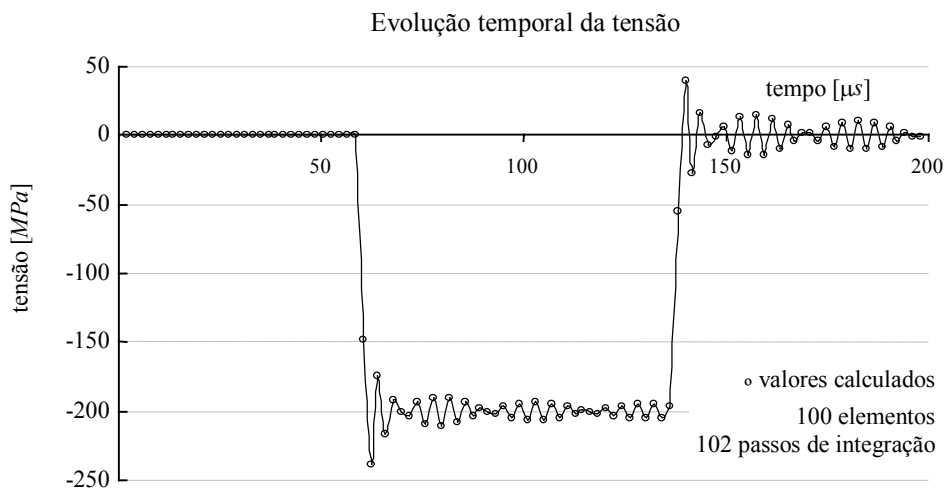


Figura 5.10. Evolução da tensão no elemento 30, a 300 mm do extremo que recebe a carga em degrau, $\Delta t = 0,995 \cdot \Delta t_c$

Este efeito, que gera uma dispersão numérica dos resultados para as componentes de alta-frequência, sendo convergente e semelhante em aspecto à dispersão obtida experimentalmente, revela-se vantajoso para representar o andamento do estado de tensão e constatar a convergência. Assim, nos exemplos que se seguem são utilizados intervalos de integração muito ligeiramente menores que o intervalo crítico.

5.3.4.2 - Reflexão do impulso incidente no extremo oposto

Retoma-se o exemplo anterior mas com uma discretização em 200 elementos e considerando duas situações distintas para o extremo oposto

ao solicitado pela força impulsiva, extremo livre e encastrado. Em ambos os casos é utilizado o mesmo intervalo de integração $\Delta t = 0,9995 \cdot \Delta t_c$, e a evolução da tensão na secção intermédia da barra é calculada durante $488 \mu\text{s}$ em 500 iterações. Este tempo é o necessário para registar, num ponto colocado a 30% do comprimento da barra, a onda reflectida, como se pode verificar pela Figura 5.11 e Figura 5.12.

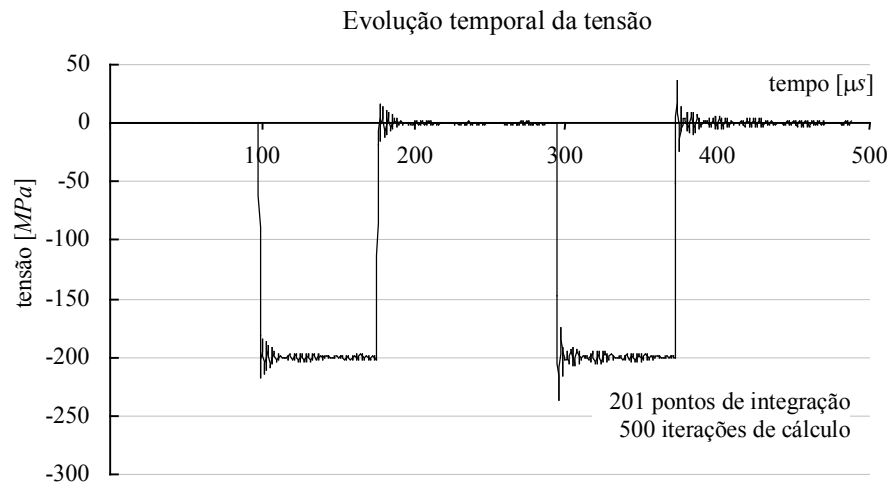


Figura 5.11. Evolução temporal da tensão para um impulso reflectido num extremo encastrado. $\Delta t = 0,9995 \cdot \Delta t_c$.

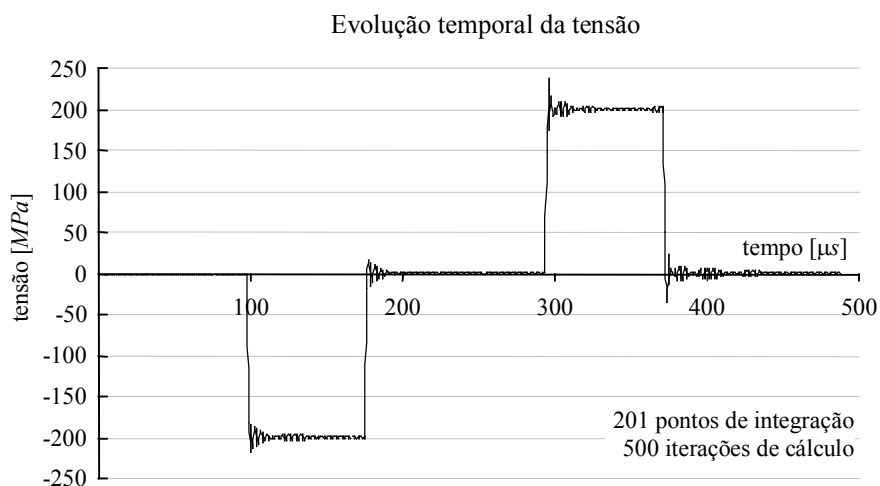


Figura 5.12. Evolução temporal da tensão de um impulso reflectido num extremo livre. $\Delta t = 0,9995 \cdot \Delta t_c$.

As condições de fronteira impostas à estrutura determinam o retorno da onda, a qual deverá ser totalmente reflectida, isto é, com a mesma intensidade da onda incidente. O sinal da onda reflectida depende das condições fronteira no extremo onde se reflecte. Uma onda em compressão

reflecte-se como onda em compressão num extremo encastrado. Uma onda em compressão reflecte-se como onda em tracção num extremo livre. Como se pode constatar o código desenvolvido permite simular correctamente estes efeitos.

5.3.4.3 - Barra de duas secções uniformes com uma transição brusca

Este exemplo é possivelmente o de maior interesse no projecto de peças estruturais sob forças axiais do tipo impulsivo. Este tipo de solicitação em estruturas com esta geometria é frequente em peças constituintes de motores térmicos, como por exemplo, bielas e impulsos de válvulas.

Neste tipo de estruturas com variação de impedância, como se representa na Figura 5.13, a propagação de ondas através da secção de transição dá origem a fenómenos de reflexão.

Para caracterizar e quantificar o estado de tensão na vizinhança da transição, efectua-se em seguida a análise numérica deste problema. No exemplo que se segue, uma barra de 1 m de comprimento com uma variação de impedância foi discretizada em 200 elementos finitos. A onda incidente foi gerada por uma força em degrau com a intensidade de 10 kN e duração de 39,0 μ s, tempo necessário para a frente de onda percorrer 40 elementos. A Figura 5.13 resume as propriedades e dimensões da barra carregada do modo descrito.

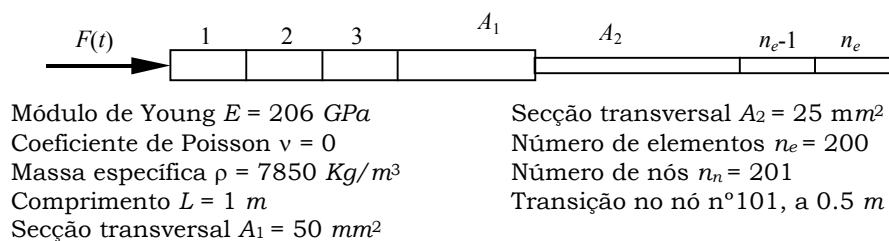


Figura 5.13. Barra de duas secções variando bruscamente

Na Figura 5.14 representa-se a distribuição de tensões ao longo da barra em três momentos distintos. A primeira, no instante 78 μ s após o início do impacto, quando a frente de onda atinge a secção do nó 80, antes da secção onde existe variação de área. A segunda, no instante 110 μ s, quando cerca de $1/3$ da onda atingiu a secção de transição, a frente de onda encontra-se no nó 113. Por fim, a terceira, no instante 176 μ s, quando a frente de onda chega ao nó 180 e toda a onda já atingiu a secção de transição. Como anteriormente, foi utilizado um intervalo de integração $\Delta t = 0,9995 \cdot \Delta t_c$.

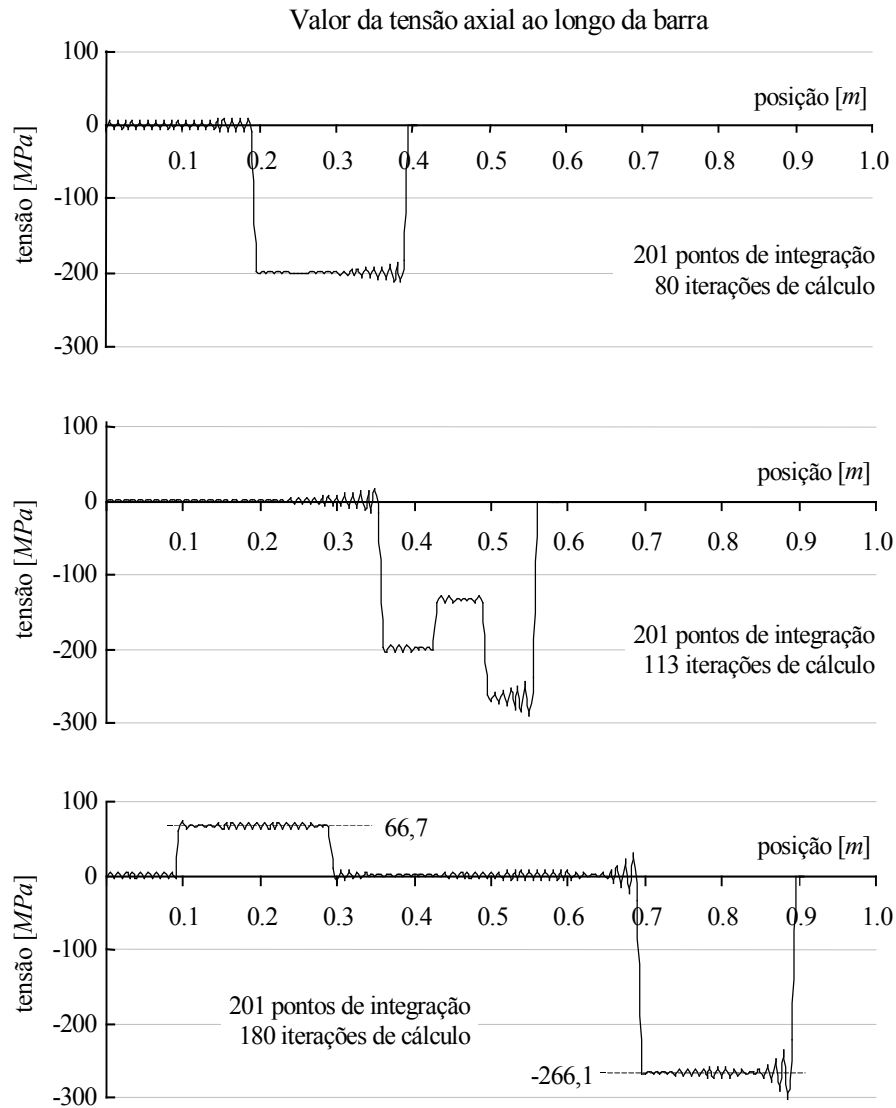


Figura 5.14. Valor de tensão ao longo de uma barra de duas secções, nos instantes $78 \mu\text{s}$, $110 \mu\text{s}$ e $176 \mu\text{s}$. Área da secção varia para metade.

O segundo gráfico da Figura 5.14 mostra a distribuição de tensões sobre a secção de transição. Neste caso é visível um considerável aumento da intensidade da tensão axial da onda transmitida através de uma secção mais estreita. Pode ainda observar-se uma redução da amplitude da tensão imediatamente antes da transição como resultado da sobreposição do que resta da onda incidente com a onda reflectida.

O terceiro gráfico da Figura 5.14 apresenta a distribuição de tensão axial passados $176 \mu\text{s}$ depois de iniciada a propagação, onde se nota agora perfeitamente individualizadas, as ondas reflectida e a transmitida. Sendo ainda de salientar que, para este exemplo onde $\alpha = 0,5$ os coeficientes de transmissão e reflexão de deformação são respectivamente $C_{TE} = 4/3$ e $C_{RE} = -1/3$. Assim, para uma tensão incidente de -200 MPa , a tensão transmitida deverá ser -266 MPa enquanto que a tensão reflectida deverá

ser $+66 \text{ MPa}$. Neste exemplo foram observados os valores de $-266,1 \text{ MPa}$ para a tensão transmitida e $+66,7 \text{ MPa}$ para a tensão reflectida.

5.3.5 - Propagação de ondas de tensão em regime plástico

5.3.5.1 - Introdução

Anteriormente foi abordado o problema da propagação de ondas em barras considerando o regime linear elástico. Além de ter considerado o material como linear elástico, as deformações eram infinitesimais e restringidas a expressões diferenciais lineares de primeira ordem.

O código desenvolvido neste trabalho será adaptado de forma a simular também um comportamento plástico do material, não considerando grandes deslocamentos nem grandes deformações. A não linearidade material considera apenas a mudança de propriedades mecânicas, principalmente no módulo de Young, quando determinado valor da tensão for atingida.

A mudança do comportamento do material de acordo com o nível de tensão a que está submetido tem grande influência no desempenho do algoritmo de integração usado nesta análise. A introdução de um modo de deformação elasto-plástico constitui um primeiro passo na evolução deste código para permitir a sua utilização na simulação de ensaios do tipo SHPB. Este módulo não está ainda concluído faltando programar a rotina que simulará o comportamento do material em termos de tensões.

5.3.5.2 - Modelo elasto-plástico

Como já foi referido, a presente análise considera deformações infinitesimais e lineares, sendo a não linearidade apenas do foro material. Por simplicidade, o modelo a definir terá um comportamento elástico/perfeitamente plástico, o que conduz a resultados bastante aceitáveis para pequenas deformações, tal como se verifica em alguns ensaios com barra de Hopkinson. A Figura 5.15 mostra esquematicamente o modelo do elemento de barra elasto-plástica.

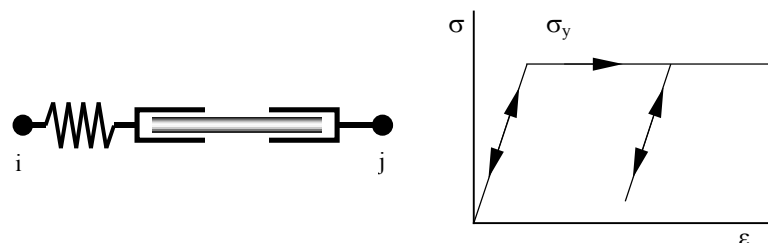


Figura 5.15. Modelo dissipativo elasto-plástico para propagação de ondas de tensão

Em cada elemento existe um dispositivo dissipador, o qual se comporta como um material em plasticidade pura, limitador de esforço axial suportável pela barra. Este sistema garante a transmissão de esforço de cada elemento da barra, até um valor limitado que é dado por $\sigma_{yd} \cdot A_e$, onde A_e é a secção recta do elemento.

Uma das principais dificuldades já detectada na realização deste modelo de simulação numérica prende-se com o facto de ser necessário utilizar intervalos de integração variáveis e ajustados às deformações plásticas dos elementos. Este facto implica o recurso a rotinas de verificação e ajuste do intervalo de integração de acordo com o seu valor crítico. Como foi apresentado anteriormente os intervalos de integração utilizados correspondem ao período de tempo 0,05% inferior ao tempo necessário para a frente de onda percorrer a distância entre dois nós consecutivos.

Após uma deformação plástica de 5% num elemento em compressão a menor distância entre os dois nós implicará um novo cálculo para o intervalo de integração, pois a utilização do valor do passo anterior conduz à divergência da solução. Por outro lado, passos de integração muito menores que o crítico serão geradores de fortes oscilações. Desta forma será necessário dispor de uma rotina que dinamicamente verifique o processo de cálculo e a distância entre nós.

5.3.5.3 - Exemplos

Ainda em fase de teste foram realizadas algumas simulações com vista a avaliar o desempenho das rotinas já implementadas. A fim de testar as propriedades do elemento elasto-plástico como limitador do valor de tensão, sem prejuízo das propriedades de reflexão, retoma-se o caso da barra de duas secções discretizada conforme a Figura 5.13. Repare-se que nesse exemplo o valor de tensão incidente sobre a secção de transição é de -200 MPa , e por efeito de diminuição de área a tensão transmitida sobe para -266 MPa na segunda metade da barra, conforme a Figura 5.14. No exemplo que se segue é introduzido para tensão de cedência σ_{yd} o valor de 220 MPa . A Figura 5.16 mostra o estado de tensão na barra no instante $176 \mu\text{s}$, quando a frente de onda chega ao nó 180 e toda a onda já atingiu a secção de transição. Foi utilizado um intervalo de integração $\Delta t = 0,9995 \cdot \Delta t_c$.

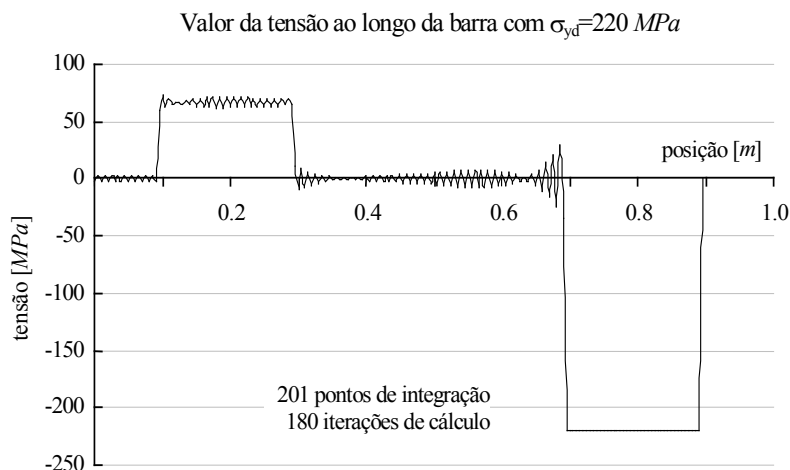


Figura 5.16. Onda reflectida e transmitida para uma barra com variação de secção e tensão de cedência de 220 MPa.

Como se pode ver na figura anterior a tensão máxima na barra é limitada ao valor imposto para a tensão de cedência do material. A onda transmitida tem um comportamento fisicamente aceitável, verificando-se que sofreu corte por plastificação do material. Contudo, esta última não respeita as condições de reflexão quando atinge uma variação de impedância. Sendo neste caso o comportamento do material não linear o sistema dinâmico é não conservativo havendo energia de deformação plástica que é dissipada sob a forma de energia térmica.

5.4 - Exemplo de simulação de ensaio em barra de Hopkinson

Embora não esteja ainda completa a programação do comportamento plástico do material apresentam-se em seguida os resultados obtidos na simulação de um caso real. Foi gerada uma malha de elementos simulando um conjunto de barras com um provete colocado de permeio. Na Figura 5.17 mostram-se os sinais obtidos numericamente nos pontos em que habitualmente estão colocados os extensómetros, a meio da barra de entrada e próximo do provete na barra de saída.

Os impulsos incidente, reflectido e transmitido obtidos num ensaio real são apresentados na Figura 5.18. Este ensaio foi realizado no dispositivo W18, sobre um provete de uma liga de alumínio, 2011 no estado T3 (Norma ASTM B211), com 8 mm de diâmetro cuja tensão de cedência é de cerca de 300 MPa e foi utilizada uma velocidade de impacto de 11,7 ms⁻¹, resultando numa tensão incidente de 235 MPa.

O tratamento do modelo elásto-plástico é efectuado unicamente ao nível das tensões, vigiando apenas o nível máximo da tensão na onda

limitando-o à tensão de cedência, σ_{yd} . Os deslocamentos mantêm-se vinculados a um algoritmo de diferenças centrais o qual mantém parâmetros de um modelo linear para pequenos deslocamentos. Desta forma é previsível obter imprecisões na zona de secção variável onde interactuam forças devidas ao comportamento mecânico e dinâmico do material. No primeiro caso são obtidas tensões por envolvimento dos deslocamentos diferenciados e dos parâmetros constitutivos; no segundo caso há a contribuição das acelerações por diferenciação dos deslocamentos. Em regime não linear as forças internas devidas ao comportamento do material seguem uma evolução elasto-plástica, enquanto as forças de inércia dependem das acelerações, da sua sobreposição resulta uma tensão equivalente que pode não traduzir fisicamente os valores esperados na reflexão/transmissão.

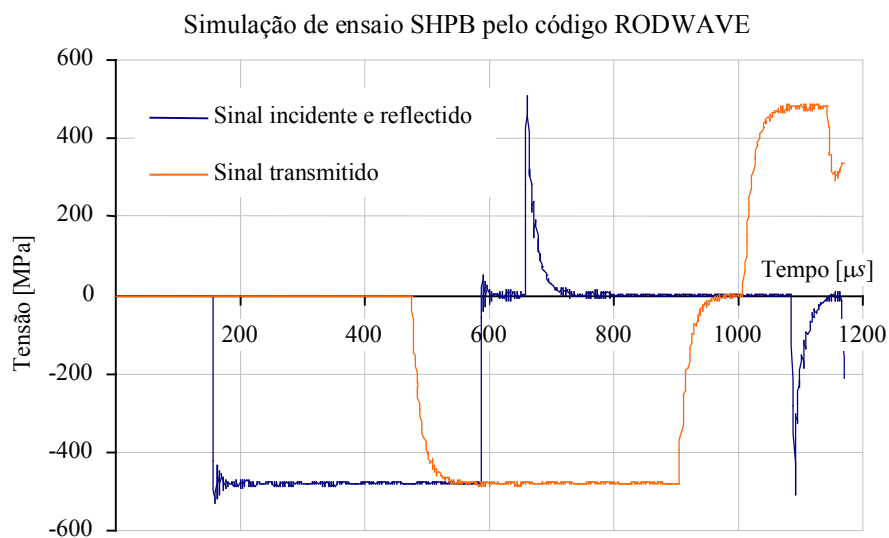


Figura 5.17. Evolução temporal das tensões numa simulação de um ensaio do tipo SHPB.

Como se pode observar na figura anterior, são obtidos valores cuja evolução no tempo se assemelha ao comportamento registado experimentalmente. A adição das ondas reflectida e transmitida corresponde ao valor esperado, isto é, à onda incidente. No entanto, são detectadas algumas diferenças quando estes resultados são comparados com os obtidos no ensaio real que serviu de modelo. Nota-se que a amplitude da onda transmitida atinge rapidamente o seu valor máximo com conseqüente perda de amplitude na onda reflectida. Este fenómeno corresponde a um enrijecimento exagerado dos elementos que simulam o provete.

Como se pode inferir pela comparação entre a Figura 5.17 e a Figura 5.18, nesta fase de desenvolvimento o programa RODWAVE não simula correctamente o comportamento do provete. Este programa, que no estado

actual permite uma análise elástica a uma dimensão, é pouco exigente em termos de capacidade de cálculo e conduz a bons resultados na análise elástica de propagação de ondas. As potencialidades já reveladas por este algoritmo de cálculo justificam que se continue o seu desenvolvimento de forma a incluir a análise a duas dimensões e a simulação de outros tipos de comportamento para os materiais.

Existem actualmente códigos comerciais de elementos finitos com capacidade para realizar este tipo de análise. Contudo, são normalmente códigos muito dispendiosos, pesados em termos computacionais e, regra geral, são fornecidos em fonte fechada.

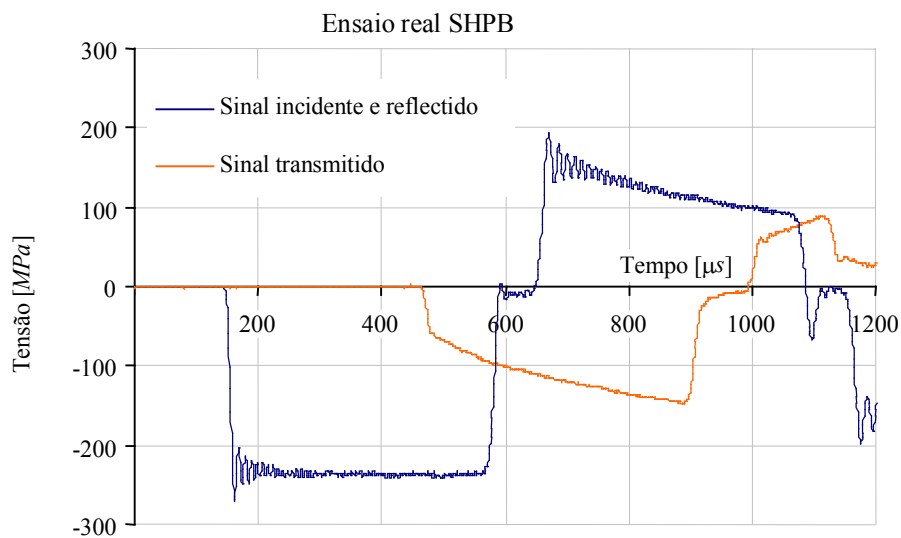


Figura 5.18. Evolução temporal dos sinais obtidos num ensaio real sobre um provete de alumínio.

Com a finalidade de seleccionar um código para simular eficientemente problemas de impacto, onde a propagação de ondas têm um papel importante, foram testados alguns códigos comerciais. O mais recentemente experimentado foi o código AUTODYN 2D. Este código foi utilizado numa simulação do ensaio SHPB referido anteriormente tendo sido obtidos os resultados que se apresentam na Figura 5.19. Neste gráfico são apresentadas as curvas de evolução temporal das tensões nos elementos correspondentes aos pontos onde estão instalados os extensómetros.

Para esta simulação foi introduzida uma curva de comportamento do material com uma tensão de cedência de 300 MPa e uma tensão de 400 MPa a 10% de deformação. Nesta simulação não foram consideradas a anisotropia plástica nem a dependência da taxa de deformação. A estrutura foi discretizada numa malha de elementos axissimétricos.

Como se pode inferir pela análise da Figura 5.18 e Figura 5.19 é actualmente possível dispor de um programa de cálculo numérico que

simula fielmente o comportamento das ondas de tensão nas barras a partir da introdução da lei de comportamento do material. Contudo, deve referir-se que é indispensável conhecer previamente o comportamento do material de forma a instruir o algoritmo de cálculo. Características como: anisotropia plástica e dependência da taxa de deformação só podem ser obtidas correctamente por via experimental. No entanto um código com um bom desempenho neste tipo de análise será de grande utilidade na simulação do comportamento de estruturas complexas.

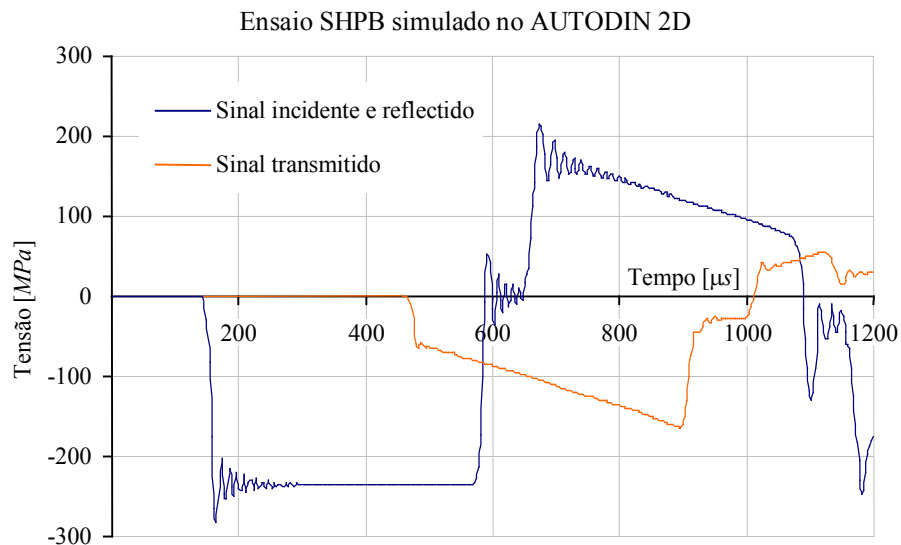


Figura 5.19. Evolução temporal da tensão nos pontos de medida, numa simulação de ensaio SHPB pelo código AUTODYN 2D.

A seguir, mostra-se na Figura 5.20 a lei de comportamento do material introduzida no código e um pormenor de discretização da malha de elementos finitos.

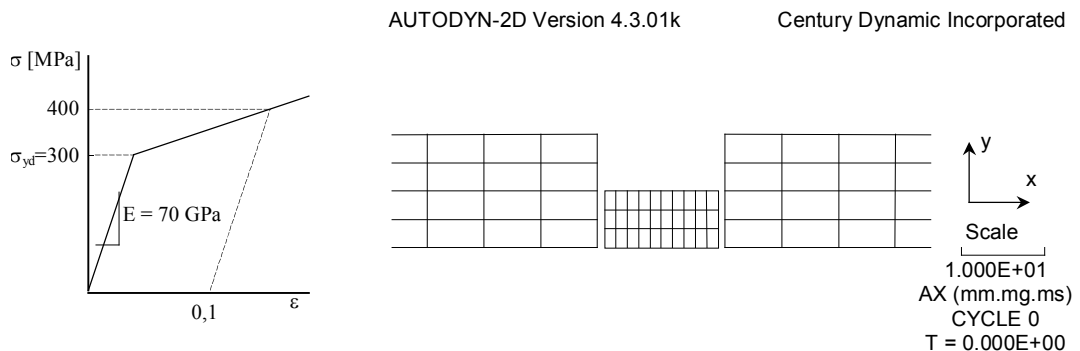


Figura 5.20. Modelo de comportamento tensão *vs* deformação e pormenor da geometria da malha introduzidos no código AUTODYN 2D para simulação de ensaio SHPB.

Em jeito de conclusão apresentam-se em seguida na Figura 5.21 a curva tensão real *vs* deformação real para o ensaio experimental em SHPB e a curva tensão *vs* deformação obtida para o ensaio simulado. Como se pode constatar o programa numérico limita-se a seguir com fidelidade a lei de comportamento introduzida para o material. Para uma simulação mais rigorosa deveria ser utilizada a lei real medida experimentalmente

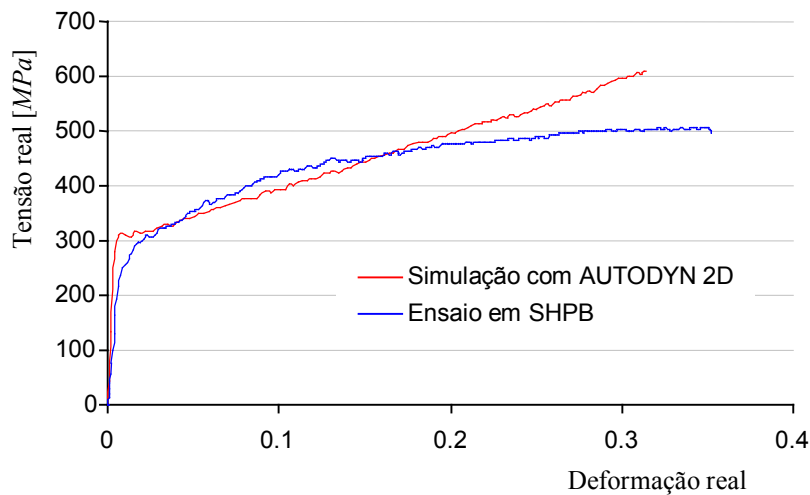


Figura 5.21. Curva tensão real *vs* deformação real da liga de alumínio 2011 T3 resultante de uma simulação no código AUTODYN 2D comparada com a obtida por um ensaio SHPB.

5.5 - Síntese

Foi apresentada a modelação do problema da propagação de ondas de tensão axiais em barras utilizando elementos finitos e integração da equação de equilíbrio dinâmico por diferenças centrais. O método é explícito e condicionalmente convergente, pelo que há a observar a utilização de um intervalo de tempo de iteração inferior ao crítico de forma a garantir a convergência. Este intervalo de tempo permite o aparecimento do fenómeno de Gibbs caracterizado por oscilações no resultado da distribuição de tensões, Lanczos [204].

A solução por elementos finitos já disponível permite modelar os problemas mais elementares de propagação de ondas em barras de secção uniforme e também em barras de secção variável.

Pretende-se futuramente que este código simule também comportamentos não lineares. Os problemas levantados por esta nova formulação não estão ainda completamente resolvidos. A implementação deste código foi iniciada pelo Professor Francisco J. Queirós de Melo e desenvolvida e utilizada pelo autor durante este trabalho. A simulação do

comportamento não linear do material não esta ainda completa, bem como, a implementação da formulação em termos de grandes deslocamentos e elementos de transição cónica.

O DISPOSITIVO EXPERIMENTAL

6.1 - Breve introdução

Neste capítulo são descritas as principais fases de desenvolvimento e construção de um conjunto de dispositivos experimentais utilizados na caracterização dinâmica de materiais. O equipamento desenvolvido teve em vista a satisfação de um conjunto de objectivos inicialmente traçados, o tempo disponível para a realização deste trabalho e os recursos do Laboratório de Óptica e Mecânica Experimental (LOME) da FEUP. Estas condicionantes justificam plenamente a opção pela técnica baseada na utilização de barras de Hopkinson para caracterizar o comportamento dinâmico de materiais e estruturas simples.

Esta técnica, também conhecida por SHBT – *Split Hopkinson Bar Technique*, foi desenvolvida para medir a resposta dinâmica de um material. Como já foi descrito esta técnica foi inicialmente desenvolvida para ensaios de compressão pode, no entanto, ser modificada para realizar ensaios em tracção. Esta versatilidade, associada à simplicidade dos dispositivos necessários, faz com que esta técnica seja muito atractiva para quem deseja iniciar-se neste domínio de investigação. Com esta opção foi possível dar continuidade a trabalhos anteriormente realizados neste domínio, obter instalações que tiram partido de tecnologias mais recentes e agregar algumas técnicas experimentais disponíveis no LOME.

O dispositivo básico para realizar ensaios em compressão é constituído por um conjunto de três barras alinhadas que, regra geral, têm secção recta circular. A primeira barra, da esquerda para a direita na Figura 6.1, é conhecida como impactor. A segunda barra é designada por barra de entrada e a terceira por barra de saída. As designações na terminologia anglo-saxónica são: *striker*, *input bar* ou *incident bar* e *output bar* ou *transmitent bar*.

As barras de entrada e saída são instrumentadas com extensómetros eléctricos, conforme Anexo I e são utilizadas como guias de ondas mecânicas. Uma amostra de material a ensaiar é justaposta entre a barra de entrada e a barra de saída. O impactor é acelerado por um canhão pneumático e embate na barra de entrada gerando duas ondas de deformação elástica que se propagam em direcções opostas, uma pelo impactor e outra pela barra. Ao atingir a *interface* com o provete parte da onda é reflectida e parte é transmitida à barra de saída através do provete.

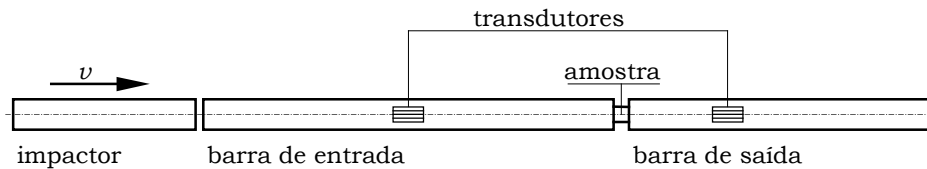


Figura 6.1. Dispositivo Barra de Hopkinson em compressão.

Os sinais registados nos extensómetros, colocados em ambas as barras, isto é, de entrada e saída, permitem reconstituir a evolução temporal das forças e deslocamentos nos extremos dos provetes. É esta informação que após um tratamento conveniente permite obter as propriedades dinâmicas dos materiais ensaiados.

6.2 - Barra de Hopkinson em compressão

Este dispositivo foi historicamente o primeiro a ser utilizado neste tipo de ensaios e encontra-se esquematicamente representado na figura anterior. Sendo o mais estudado é também o mais simples e aquele que menores dificuldades apresenta na sua construção.

Nesta técnica o tipo de ensaio desejado, alta ou baixa energia, condiciona o dispositivo a utilizar. Este deve ainda ser projectado de acordo com as principais características do material a ensaiar, sendo as mais relevantes: a impedância mecânica; as dimensões de uma amostra representativa, as geometrias de provete possíveis; a deformação total e taxa de deformação pretendidas e a dureza do material.

A quantidade de energia envolvida num ensaio é determinada pela velocidade e massa do impactor. A onda de tensão gerada pelo embate do impactor, impulso incidente, possui uma amplitude dada por $\varepsilon_I(t) = v/c_0$, um tempo de propagação através de uma qualquer secção calculado por $2l_i/c_0$ e um comprimento igual a $2l_i$.

Seleccionados o diâmetro e material adequados para as barras, resta determinar os comprimentos necessários. A relação entre o comprimento do impactor e barras, assim como a posição dos transdutores nas barras de entrada e saída deve ser tal que proporcione a leitura das ondas incidente, reflectida e transmitida de forma independente.

Idealmente, a leitura das três ondas deveria ser feita próxima do provete, de forma a minorar os efeitos da dispersão e conduzir a um menor comprimento de barras. Porém, na proximidade da zona de impacto e zonas de *interfaces* a natureza dos impulsos é complexa. A existência de atrito entre barra e provete impõe restrições na direcção radial. Provetes de diâmetros menores que o da barra e pequenos desalinhamentos provocam o aparecimento de ondas de frente esférica, ou dilatacionais, cuja amplitude varia inversamente com a distância percorrida. Após uma distância 10

vezes superior ao diâmetro das barras os efeitos de bordo desaparecem e a propagação é correctamente descrita pela equação de propagação de onda em barras cilíndricas.

Para a barra de saída, que só conduz a onda transmitida - $\epsilon_T(t)$, a distância da *interface* à secção do transdutor deve ser cerca de 15 vezes o seu diâmetro. Este número respeita a condição do parágrafo anterior e proporciona uma distância razoável entre o topo e o primeiro apoio, necessária para a desaceleração da barra após o ensaio. Por sua vez a distância mínima do transdutor ao extremo livre da barra de saída deve ser cerca de 1,25 vezes o comprimento do impactor. Desta forma se garante que toda a onda transmitida - $\epsilon_T(t)$ seja gravada antes que a frente da sua reflexão (no extremo livre) atinja a secção do transdutor.

A barra de entrada deverá ter um comprimento mínimo cerca de 2,5 vezes o comprimento do impactor. O transdutor deve estar situado sensivelmente a meio do seu comprimento. Desta forma as ondas incidente - $\epsilon_I(t)$ e reflectida- $\epsilon_R(t)$ não se sobrepõem na zona do transdutor. Este comportamento temporal pode ser observado no diagrama de Lagrange da Figura 6.2, onde as linhas obliquas representam a posição da frente e fim do impulso, ao longo do tempo, para qualquer ponto das barras. Neste diagrama o tempo é representado em ordenadas e o eixo das abcissas é destinado a representar as distâncias ao longo do eixo do dispositivo. Como se pode observar o cumprimento das relações anteriormente enunciadas e o posicionamento do extensómetro a meio da barra de entrada permitem o registo independente de ambos os sinais.

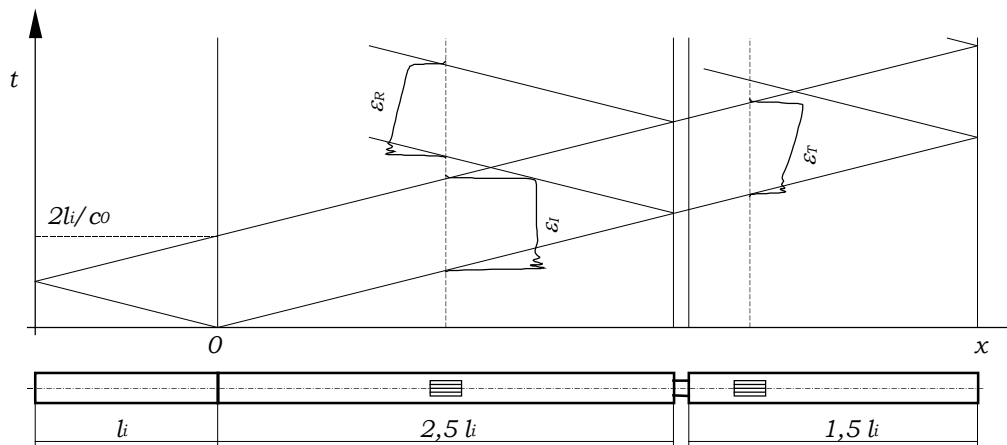


Figura 6.2. Diagrama de Lagrange ($x-t$) para barra de Hopkinson em compressão.

Regra geral, existe interesse em utilizar impulsos incidentes com grandes durações. Estes transportam maiores quantidades de energia e possibilitam ensaios com maiores deformações totais. Assim, e considerando que o impactor necessita de uma distância próxima do seu

comprimento para ser acelerado pelo canhão pneumático, o suporte físico para o canhão e três barras - comprimento do dispositivo, deverá ser $6 \cdot l$. Desta forma pode ser estimado o atravancamento global da instalação de acordo com a duração pretendida para o impulso. Ou, inversamente, o maior comprimento possível do impulso incidente será 0,33 do comprimento do dispositivo. Independentemente de outros factores, grandes impulsos exigem sempre montagens com grandes comprimentos.

6.2.1 -O efeito do tamanho da amostra

Nestes ensaios e sempre que possível, devem utilizar-se provetes de forma cilíndrica. Follansbee [17] recomenda provetes com diâmetros igual ou inferior ao das barras e comprimentos com valor similar. Contudo, esta recomendação não se deve sobrepor às restrições impostas pela adaptação de impedâncias entre provete e barras. Na maior parte dos casos há uma relação de impedâncias que deve ser respeitada, $Z_{\text{barra}}/Z_{\text{proвете}}$ deverá ser da ordem de 10. Por outro lado deverá sempre ser salvaguardado que as forças aplicadas ao provete durante o ensaio não geram tensões nas barras superiores à sua tensão de cedência.

Em testes em compressão onde o provete sofre uma grande deformação plástica a uma elevada razão de deformação, a rápida diminuição do seu comprimento e o rápido aumento de diâmetro resulta em forças de inércia longitudinais e radiais consideráveis. O tipo de solicitação sobre o provete passa de uniaxial a triaxial. Um constrangimento radial sobre o provete, por efeito da sua própria inércia, altera as condições de ensaio. Nestas condições, a força axial aplicada ao provete causará uma menor deformação sobre este ou, de outra forma, as deformações sofridas pelo provete resultam de uma maior tensão aplicada.

O efeito da inércia longitudinal e radial das partículas do provete sobre os resultados do ensaio foi estudado por Dharan [40] e Gorham [43], estes autores propõe que se corrija a tensão calculada a partir dos sinais de deformação somando-lhe uma parcela que é função da densidade, geometria, coeficiente de Poisson, deformação sofrida e tempo de duração do ensaio. A tensão real sobre o provete será então calculada por:

$$\sigma(t) = \sigma_m(t) + \rho \left(\frac{L^2}{6} - \frac{\nu D^2}{8} \right) \frac{d^2 \varepsilon(t)}{dt^2} \quad (6.1)$$

Para que este efeito não se faça notar, alguns autores propõe que se opte por provetes com um valor de L/D tal que anule a parcela de correcção que se soma à tensão medida da equação anterior. De acordo com este autor este valor será obtido a partir de;

$$\frac{L}{D} = \sqrt{\frac{3v}{4}} \quad (6.2)$$

Para os valores de coeficiente de Poisson usuais entre os metais, resultam desta equação valores de L/D que rondam 0,5. Este valor é muito baixo e não recomendável para provetes que apresentem grande deformação plástica, onde o efeito do atrito entre barra e provete será acentuado aumentando o constrangimento radial nas *interfaces*.

Por outro lado, havendo um valor ideal de L/D , este deverá corresponder a média dos valores inicial e final, isto é, antes e depois da deformação do provete. Desta forma a geometria inicial do provete passaria a ser condicionada por:

$$\frac{\bar{L}}{\bar{D}} = \frac{L_{inicial} + L_{final}}{D_{inicial} + D_{final}} = \sqrt{\frac{3v}{4}} \quad (6.3)$$

Nestas condições, um provete cilíndrico que tenha uma relação de aspecto L/D inicial de 0,63 e sofra uma deformação de 30%, apresentará depois de deformado um L/D de 0,37, a que corresponde um L/D médio de 0,5.

O efeito do atrito nas *interfaces* com o provete pode ser minimizado utilizando-se um lubrificante adequado. Massas consistentes à base de Molibdénio mostraram ser eficientes na redução do atrito entre barras e provetes metálicos. Contudo, esta deve ser aplicada sem excessos e numa camada de muito pequena espessura.

A Norma 'ASTM Standard E9-89a(2000) – Compression Testing of Metallic Materials at Room Temperature' determina o uso de valores entre 1,5 e 2 para a relação L/D referindo ser esta a gama mais favorável para a diminuição dos erros pelo efeito do atrito.

Gray III [19] recomenda uma relação L/D entre 1 e 0,5 referindo que este valor conduz ao melhor compromisso na redução dos erros devidos à inércia e ao atrito. Refere ainda que, para provetes metálicos, o uso de um lubrificante apropriado pode reduzir o atrito a 4% da tensão de corte sobre o provete e a inércia radial limita a validade dos resultados obtidos pela técnica SHPB, há ensaios cuja taxa de deformação rondam os 10^5 s^{-1} .

Atendendo à expressão (4.36), os valores mais elevados da razão de deformação são alcançados quando se utilizam provetes de reduzido comprimento. Porém, a selecção do tamanho da amostra deve ter em conta a razão de deformação desejada e assegurar que se trata de uma amostra representativa do material a caracterizar. Tratando-se de estruturas heterogéneas deverão ser utilizados provetes cujo tamanho mínimo seja cerca de 10 vezes o tamanho da maior porção micro estrutural. Desta forma os materiais compósitos exigem normalmente maiores tamanhos de amostra que os materiais metálicos.

As faces do provete que recebem as forças de solicitação devem ter um paralelismo adequado, de forma a distribuírem uniformemente o esforço e gerarem uma distribuição uniforme de tensões, Ferreira [80]. Para provetes que apresentem uma deformação plástica apreciável, é necessário um paralelismo melhor do que $0,01\text{ mm}$ entre faces. Porém, quando se pretende medir o módulo de elasticidade ou caracterizar manterias frágeis, devem ser utilizados provetes cujas faces apresentem um paralelismo superior a $0,001\text{ mm}$.

A maior parte dos efeitos anteriormente citados não se verificam quando o provete é sujeito à torção. Neste caso os ensaios dinâmicos de provetes à torção são realizados em dispositivos SHTB – *Split Hopkinson Torsional Bar*. Por esta razão alguns autores apontam o dispositivo SHTB como o mais adequado a teste a elevadas taxas de deformação, merecendo por isso maior atenção e mais desenvolvimento, Gilat [33] e Field [15].

6.3 - Barra de Hopkinson em tracção

O dispositivo experimental Barra de Hopkinson pode ser adaptado para produzir testes em tracção. Desde 1960 vários autores apresentaram formas alternativas para a montagem de uma barra de Hopkinson em tracção. Harding [28] é considerado como tendo sido o primeiro a submeter um provete a um ensaio de tracção uniaxial, como refere Gray-III [19].

Em dispositivos experimentais para testes de tracção, as duas maiores dificuldades são; como gerar um impulso de tracção e como conceber amarras para fixar o provete sem variações significativas de impedância. Deve lembrar-se que em qualquer secção da barra onde haja variação de impedância mecânica ocorrerão reflexões. Como já foi dito anteriormente para uma barra esbelta de um único material a impedância dependerá somente da área da sua secção recta.

Uma das primeiras tentativas de sucesso na realização de um ensaio dinâmico de tracção uniaxial foi realizada por Lindholm e Yeakley [30]. Estes autores ultrapassaram as dificuldades de amarração do provete utilizando uma barra de entrada maciça e uma barra de saída tubular. Estes autores realizaram ensaios de tracção com um impulso compressivo. Para o efeito propuseram uma forma de provete como ilustra a Figura 6.3.

Contudo, esta forma de provete, fácil de obter em metais maciços, não é recomendável em metais processados ou compósitos. Por exemplo, na caracterização dinâmica de uma chapa de metal obtida por laminação a frio será impossível obter provetes representativos pois qualquer conformação posterior altera as suas propriedades iniciais.

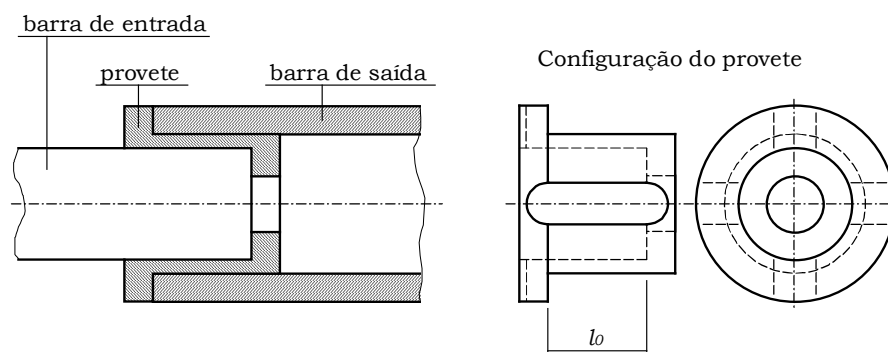


Figura 6.3. Dispositivo Barra de Hopkinson para ensaios em tracção proposto por Lindholm e Yeakley, barra de saída tubular e desenho do provete de tracção.

Dadas as limitações detectadas na solução descrita anteriormente vários autores propuseram soluções alternativas para a geração de um impulso tractivo e para a fixação dos provetes.

6.3.1 -Geração da onda de tracção

A geração de uma onda em tracção implica que a barra de entrada seja solicitada em tracção. Este efeito pode ser obtido de duas formas distintas; utilizando um impactor tubular, como se representa na Figura 6.4, ou por reflexão de um impulso compressivo no extremo livre, Nicholas [32]. No primeiro caso o impactor deverá ter uma impedância idêntica à da barra e esta deverá estar dotada de um batente para receber o impacto. Na figura 6.5 representa-se o diagrama de Lagrange desta solução.

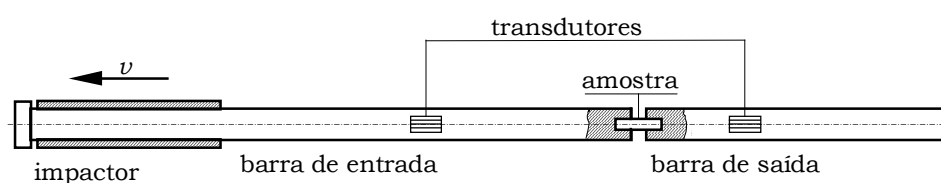


Figura 6.4. Dispositivo Barra de Hopkinson em tracção, impactor tubular.

As principais limitações desta solução são de ordem construtiva e resultam das dificuldades em fabricar os componentes necessários. A maquinagem do impactor e a construção do batente são as principais dificuldades a ultrapassar. O correcto dimensionamento do batente deverá ter em conta dois efeitos antagónicos que deverão ser devidamente ponderados durante o projecto. Se por um lado deve resistir ao embate do impactor, por outro não deverá alterar significativamente a forma da onda

incidente. Uma conveniente selecção da geometria deste componente conduz à melhor solução de compromisso.

Uma característica desta solução que poderá limitar o seu projecto prende-se com o facto de necessitar de barras de entrada com maiores comprimentos. Como se pode ver na Figura 6.5 o comprimento da barra de entrada deve incluir também o comprimento do impactor.

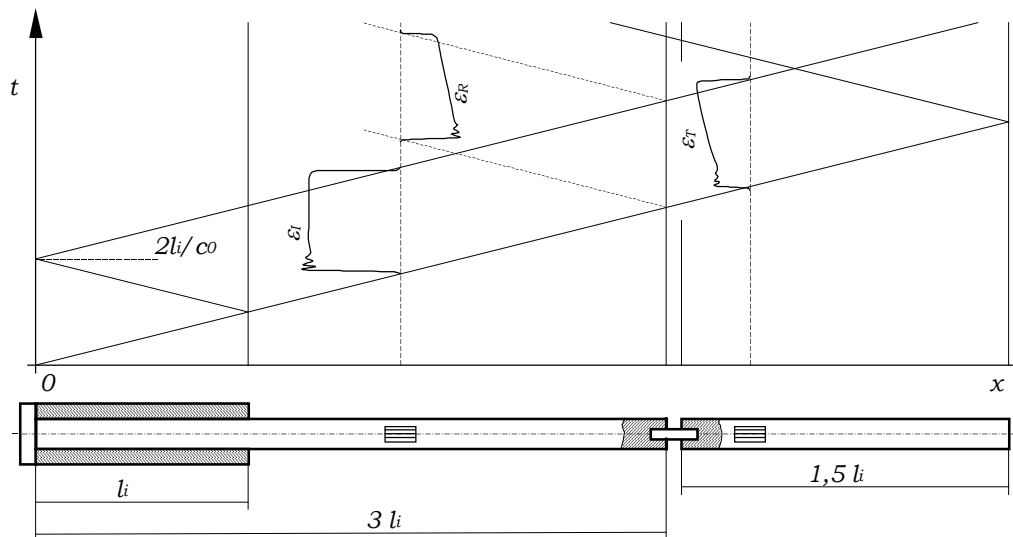


Figura 6.5. Diagrama de Lagrange ($x-t$) para barra de Hopkinson em tracção, impactor tubular.

Nesta configuração o comprimento total da montagem será de $4,5l_i$. Para uma montagem com comprimento de $9 m$ a barra de entrada terá $6 m$, a de saída $3 m$ e o impactor poderá atingir os $2 m$.

Nesta solução são ainda utilizados canhões pneumáticos com geometrias mais elaboradas que as utilizadas na barra em compressão. Este canhão necessita de uma culatra de desenho específico. Esta deve ser furada para permitir o deslizar da barra de entrada e possuir uma alimentação de ar radial. Por sua vez, o impactor, deve estar munido de casquilhos de forma a deslizar sobre a barra de entrada e sobre a superfície interna do cano com boa vedação.

Existe ainda uma outra possibilidade de realizar ensaios em tracção. Esta solução recorre à reflexão do impulso compressivo num extremo livre para gerara uma carga dinâmica em tracção. O digrama de Lagrange desta solução está representado na Figura 6.6.

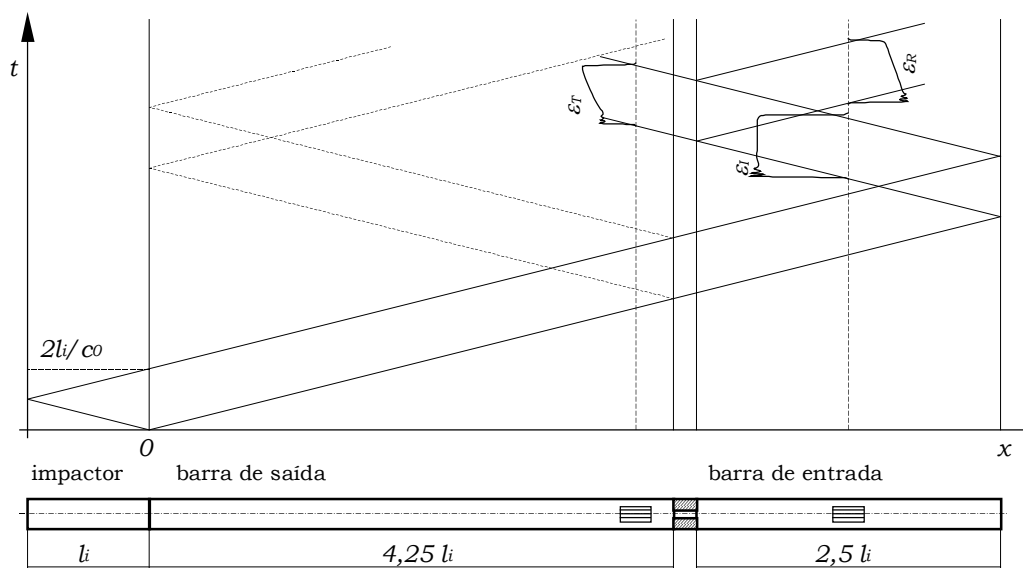


Figura 6.6. Diagrama de Lagrange ($x-t$) para barra de Hopkinson em tracção, provete com casquilho e reflexão do impulso incidente no extremo livre.

Nesta configuração o comprimento da montagem será de $7,75l_i$. Para uma montagem com comprimento de 9 m a barra de entrada terá $4,93\text{ m}$, a de saída $2,9\text{ m}$ e o impactor $1,16\text{ m}$.

Nesta solução o posicionamento das barras é inverso. O impactor embate na barra de saída gerando o impulso que se propaga até ao provete. Este é normalmente cilíndrico e possui cabeças roscadas para permitir a sua fixação nas barras. Durante a montagem do provete nas barras é colocado um casquilho cilíndrico, construído no mesmo material e com diâmetro exterior igual ao das barras. Este acessório é devidamente encostado ao topo das barras durante o aperto do provete e permite a passagem da onda de compressão sem o solicitar.

A reflexão do impulso compressivo no extremo livre da barra de entrada gera o impulso incidente em tracção que se propaga em sentido oposto. A sua passagem na secção do provete irá provocar um carregamento dinâmico em tracção sem interferência do casquilho.

Esta solução embora seja interessante por poder aproveitar o canhão e o impactor de um dispositivo em compressão apresenta algumas limitações importantes. Estas limitações derivam do facto do impulso gerado ter de percorrer todo o dispositivo, incluindo o provete e o casquilho, até se reflectir e converter no impulso incidente. Este facto impõe severas restrições no dimensionamento dos provetes e do casquilho.

Quando o dimensionamento do casquilho e provete é de forma a conduzir a uma reflexão significativa na primeira passagem da onda uma parte significativa desta é reflectida. Esta reflexão fica aprisionada na barra de saída e para evitar a sua sobreposição ao impulso transmitido a barra de

saída deverá ter um comprimento suficiente. Este efeito está representado no diagrama de Lagrange que se mostra na Figura 6.6, onde a primeira reflexão aparece a traço interrompido.

Para que o impulso gerado não sofra reflexões significativas na primeira passagem pelo casquilho, este deve ter uma impedância próxima da das barras. Nestas condições o provete deverá ter dimensões reduzidas o que pode comprometer a obtenção de uma boa razão de impedâncias barra/provete. Se for possível utilizar provetes e casquilhos que não alterem significativamente a impedância local pode desprezar-se a primeira reflexão. Esta situação conduz a um dispositivo de menor comprimento e permite utilizá-los com maiores comprimentos de impulso como se pode ver na Figura 6.7.

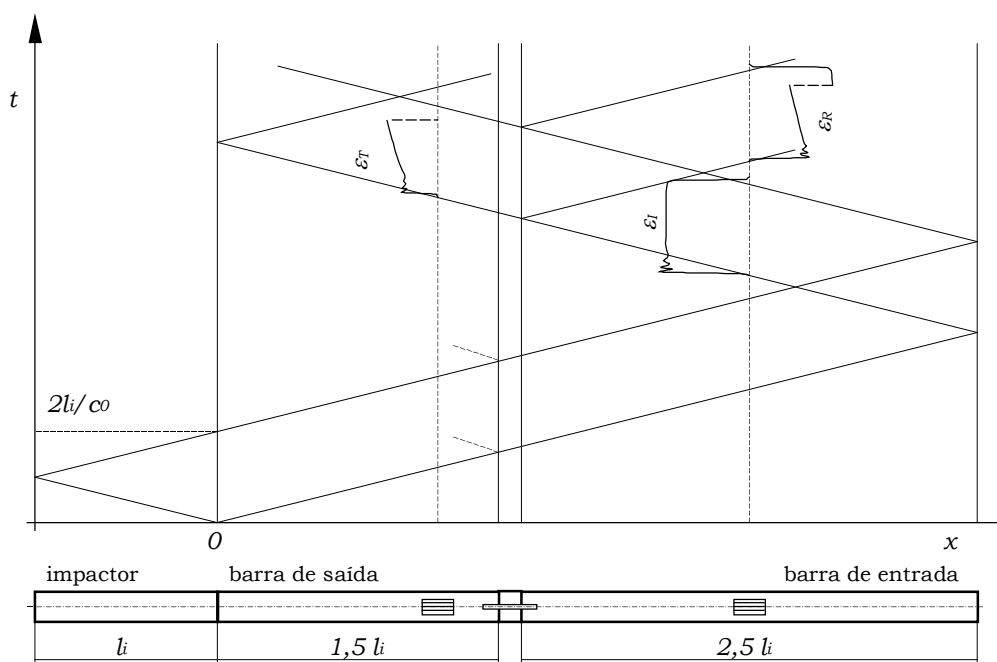


Figura 6.7. Diagrama de Lagrange (x-t) para barra de Hopkinson em tracção, provete com casquilho. Reflexão no casquilho desprezável.

Nesta configuração o comprimento da montagem será de $5l_i$. Para uma montagem com comprimento de 9 m a barra de entrada terá $4,5\text{ m}$, a de saída $2,7\text{ m}$ e o impactor $1,8\text{ m}$. Comparada com a solução anterior este dispositivo permite a utilização de impulsos 1,55 vezes maiores.

Além das limitações já descritas nesta configuração, de geração do impulso incidente por reflexão no extremo livre, acresce o facto de só poder utilizar provetes cilíndricos roscados. Desta forma, ficam excluídos os materiais laminados e os compósitos. Foi por isso decidido construir um dispositivo em tracção que utiliza um impactor tubular e desenvolver um desenho de amarras que permitisse ensaiar provetes laminados.

6.4 - Projecto e construção de uma instalação experimental para ensaios de impacto

Numa primeira fase foram realizadas algumas visitas a instituições com trabalho reconhecido nesta área. O autor visitou o *Laboratoire de Mécanique des Solides (LMS)*, *École Polytechnique* em Palaiseau, o *Laboratoire Matériaux Endommagement Fiabilité Ingénierie des Procédés*, ENSAM de Bordeaux e o *Centre Technique d'Arcueil*, Laboratório de 'Matériaux pour blindages et têtes militaires'.

A informação recolhida nestas visitas permitiu identificar um conjunto de soluções já adoptadas por outros grupos que investigam no domínio do impacto e seleccionar a solução que melhor cumpre os objectivos inicialmente propostos. Desta forma, foi decidido construir uma instalação experimental modular integrando os diferentes dispositivos já referidos de forma a permitir a realização de ensaios em compressão, em tracção e em flexão.

Para suportar os vários dispositivos foi projectada e construída uma estrutura modular em perfis comerciais BOSCH. Esta estrutura permite a utilização simultânea de dois dispositivos e tem um comprimento disponível de 9 m. Esta inclui um sistema de calibração de barras e permite a colocação de equipamento auxiliar para realização de ensaios em diferentes condições de temperatura. A estrutura na sua configuração actual encontra-se representada na Figura 6.8.

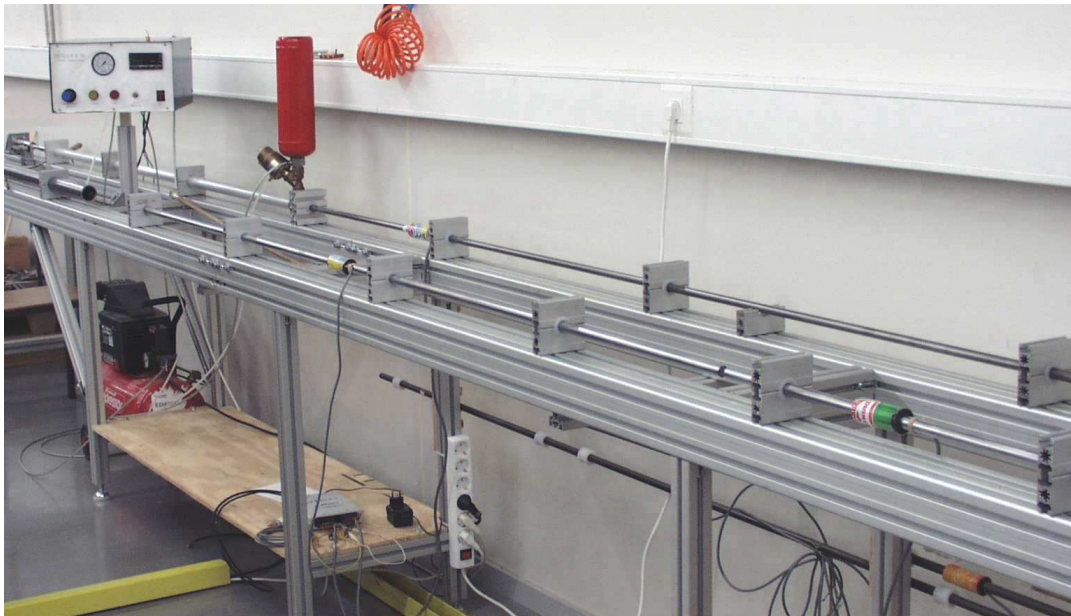


Figura 6.8. Estrutura de suporte dos dispositivos experimentais.

Os principais requisitos impostos no projecto desta estrutura são os seguintes:

- estrutura modular facilmente desmontável e leve permitindo uma fácil reconfiguração.
- estrutura com rigidez e alinhamento compatíveis com as exigências destes ensaios.
- altura dos dispositivos que permita uma confortável utilização.
- boa adaptabilidade a dispositivos de diferentes comprimentos.
- fácil montagem de acessórios. Esta característica foi conseguida através da selecção de perfis com rasgos longitudinais;
- Possuir dispositivos para absorção da energia remanescente após cada ensaio.
- atravancamento e rigidez suficientes para permitir a calibração estática dos transdutores.

Da experiência adquirida durante este trabalho concluiu-se da importância da calibração rigorosa dos transdutores de ondas de tensão, conjunto ponte de Wheatstone e barra, na precisão dos valores obtidos nos ensaios. Assim, a estrutura foi projectada de forma a incluir esta funcionalidade. Um conjunto de acessórios possibilita a calibração estática de cada um dos dispositivos. Na Figura 6.9 é visível a montagem utilizada para a calibração das barras. Apresenta-se também um detalhe da célula de carga utilizada. Trata-se de um anel de carga com capacidade máxima de 50 *kN* de força em compressão. A opção por esta configuração da estrutura de suporte permite a calibração estática das barras utilizando para isso as duas longarinas do corpo principal da estrutura.

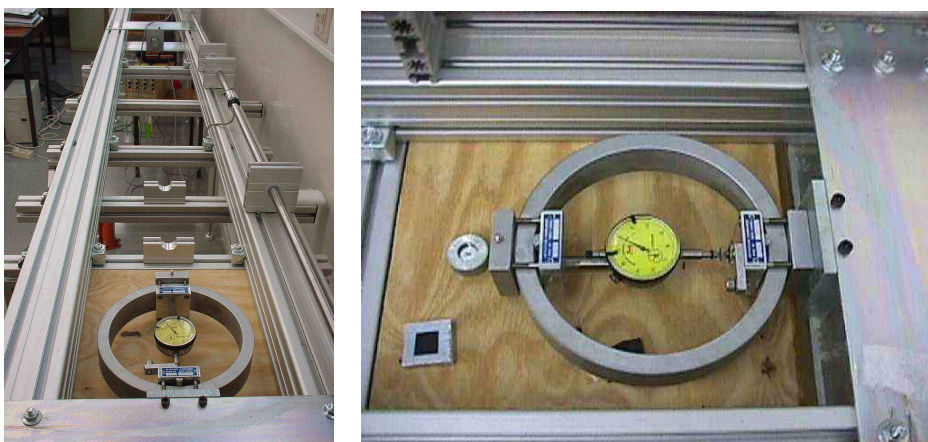


Figura 6.9. Montagem para calibração das barras e pormenor da célula de carga.

6.4.1 -Projecto do canhão pneumático

Velocidades de impacto superiores a 15 ms^{-1} ocasionam colapsos frequentes nas ligações dos extensómetros. Este é normalmente tomado como valor de referência para limite superior de velocidade em dispositivos de uso frequente.

Para se obter uma aceleração uniforme e livre de vibrações do impactor é utilizado um canhão pneumático. A utilização do accionamento mecânico para acelerar o impactor é pouco recomendável pois introduz nele ondas de deformação que ficarão residentes até ao momento do impacto. O accionamento pneumático permite ainda obter uma gama alargada de velocidades de impacto facilmente controlável através da variação da pressão de disparo.

O canhão é constituído essencialmente por quatro partes: reservatório, válvula, culatra e cano. O seu projecto deve atender à gama de velocidades pretendida e à massa do impactor a utilizar. A velocidade de embate pretendida deverá ser atingida no momento do impacto com uma baixa pressão residual no cano. Desta forma será garantido que no momento do embate o impactor não está animado de uma grande aceleração, pois este facto provoca desvios na medição da velocidade. Assim, o melhor dimensionamento de todo o conjunto é conseguido com uma correcta relação entre a capacidade do reservatório, a pressão de disparo e o volume de cano.

A válvula deve ser de actuação pneumática com abertura rápida e grande débito. Válvulas de comando eléctrico por solenóide causam ruídos electromagnéticos indesejáveis com influência sobre o *trigger* do equipamento de aquisição. Uma abertura rápida de grande débito proporciona a utilização de menores comprimentos de cano por garantir uma maior pressão média efectiva sobre o impactor.

De acordo com os requisitos da instalação foi decidido construir um canhão modular que permite obter duas configurações distintas que partilham a maior parte dos acessórios. A solução final permite montar um canhão para ensaios de compressão e um canhão para ensaios em tracção mudando apenas a culatra. Na Figura 6.10 podem ver-se imagens das duas configurações do canhão.

Para controlar a pressão de disparo, a abertura da válvula pneumática principal e registar a velocidade de embate foi construído um controlador de tiro que pode ser visto na Figura 6.11. Este controlador permite pressurizar o reservatório com a pressão desejada, iniciar o disparo e medir a velocidade do impactor no instante imediatamente antes do embate. Como a velocidade de impacto depende directamente da pressão, o controlo desta grandeza permite obter uma gama de velocidades seleccionáveis por uma curva de calibração previamente traçada.

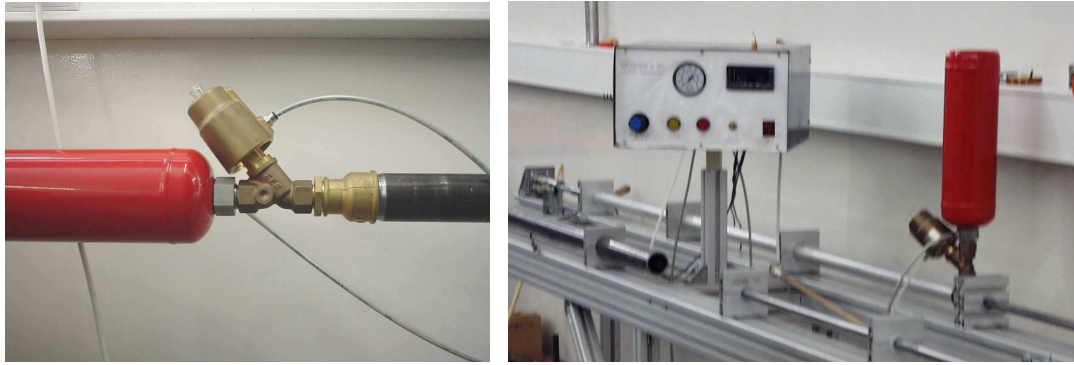


Figura 6.10. Conjunto válvula/acumulador de pressão do canhão pneumático, em ambas as configurações; compressão e tracção



Figura 6.11. Controlador de tiro.

Este controlador opera ambas as configurações do canhão e a comutação entre elas é extremamente simples. Na Figura 6.12 pode ver-se o interior do controlador mostrando as electroválvulas e outros acessórios pneumáticos, a fonte de alimentação para gerar os 24 V necessários à operação destes componentes e sistema electrónico para medição de velocidade. Para medir esta grandeza são utilizadas duas células fotoeléctricas, colocadas na proximidade do extremo da barra de entrada. Estes sensores, representados na Figura 6.13, actuam sobre um controlador electrónico que mede o intervalo de tempo entre a passagem do impactor pelos dois pontos de medida. O ajuste conveniente da distância entre os sensores e a programação do controlador permitem obter directamente a velocidade de impacto.

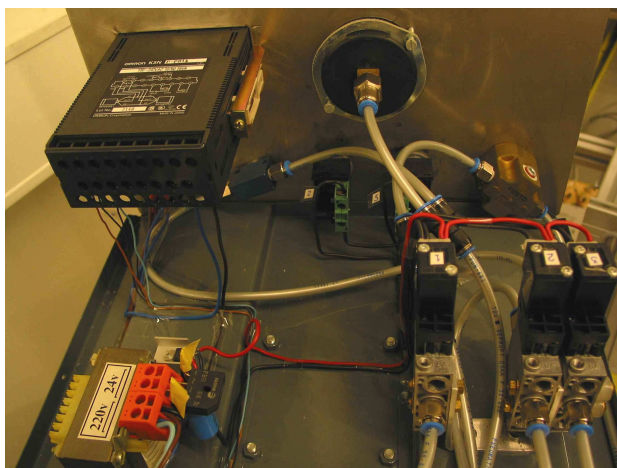


Figura 6.12. Interior do Controlador de tiro.



Figura 6.13. Células foto eléctricas para detecção de velocidade.

Para cada uma das combinações, configuração do canhão/impactor, existe uma curva de calibração que permite estabelecer a relação pressão *vs* velocidade de impacto. Uma destas curvas de calibração, correspondente ao canhão para compressão com cano de 40 *mm* de diâmetro e impactor de 1,1 *m* do dispositivo W18, é representada na Figura 6.14.

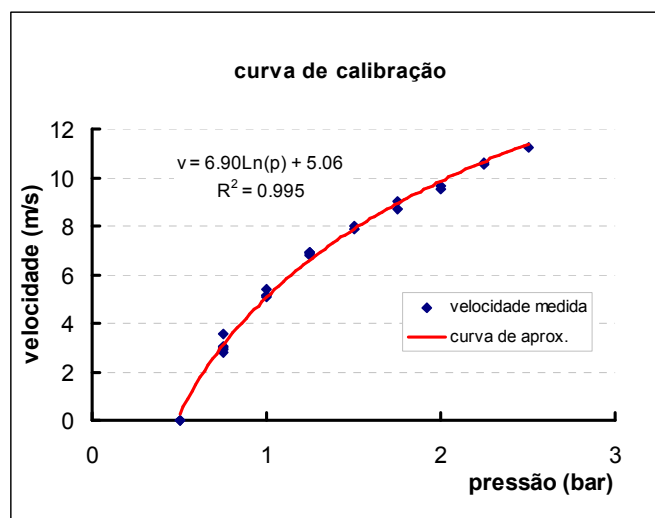


Figura 6.14. Curva de calibração do canhão pneumático na versão compressão, cano de 40 mm de diâmetro e impactor de 1,1 m do dispositivo W18.

6.4.2 -Casquilhos de guiamento do impactor

Na realização de um ensaio, a utilização de um impactor de secção constante impõe uma onda incidente em forma de degrau. É desejável que esta forma de impulso seja tão regular quanto possível. Este facto, não sendo uma condição limitativa, permite minorar eventuais desvios causados pelo ruído. Um impulso regular permite também uma mais fácil visualização dos fenómenos ocorridos durante o ensaio.

Ensaio preliminares com o dispositivo W18 mostraram ondas incidentes com uma forma bem definida, um impulso em degrau com um patamar linear (a menos do ruído electrónico). Após um pequeno número de impactos verificou-se que os casquilhos vedantes, que servem de guias ao impactor e deslizam com este no interior do cano, não estavam convenientemente fixos. O problema foi corrigido com a aplicação de cola epóxy após boa preparação das superfícies.

Disparos posteriores mostraram uma boa adesão dos casquilhos ao impactor. Porém, alterou-se ligeiramente a forma da onda incidente, deixando de apresentar um patamar linear. A Figura 6.15 mostra estas alterações na forma, onde a) representa o impulso obtido com casquilhos ligeiramente presos e b) com casquilhos rigidamente ligados ao impactor.

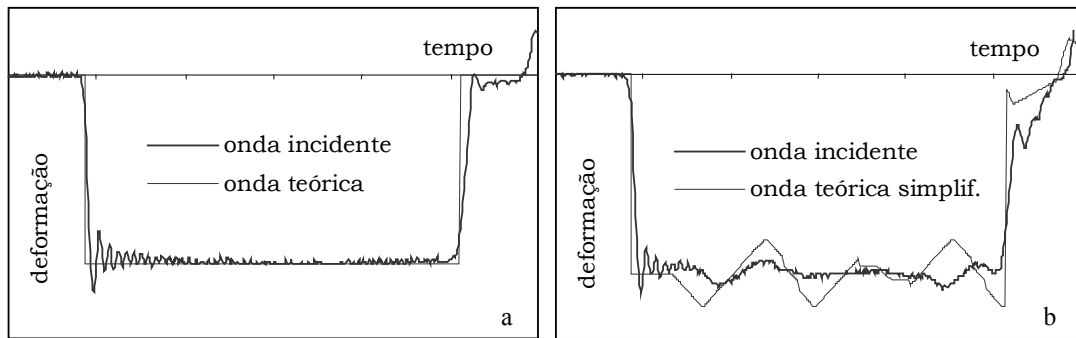


Figura 6.15. Alteração de forma da onda incidente por efeito de guias com elevada massa.

Um estudo do fenómeno permitiu concluir que casquilhos rigidamente ligados ao impactor contribuem para um aumento localizado da massa do impactor, alterando localmente a impedância. Estas perturbações na distribuição de massa do impactor são ainda agravadas pelo facto de se tratar de dois materiais distintos com variações de geometria.

Na Figura 6.16 está representado o desenho inicial do impactor construído em aço com casquilhos de Nylon®. Como se pode ver os casquilhos possuem diâmetros muito superiores aos da barra e, como são construídos noutro material, possuem também uma diferente velocidade de propagação. Estes factores ocasionam ondas de corte que se propagam nos casquilhos na direcção radial. No gráfico representado na ilustração b) da Figura 6.15 representam-se sobrepostos o sinal registado e uma simulação simplificada tendo em conta os efeitos citados. As semelhanças entre os sinais são evidentes embora a simulação não seja muito precisa.

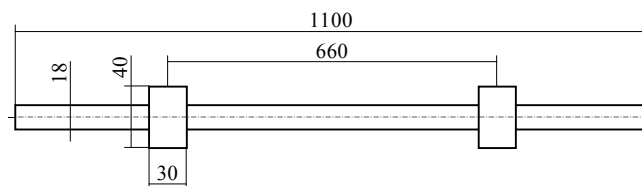


Figura 6.16. Primeiro desenho e disposição dos casquilhos no impactor.

A solução deste problema foi obtida através de um conjunto de medidas que minimizaram o efeito descrito. Foram maquinados casquilhos em Nylon® com um desenho mais apropriado, com reduzida massa. O diâmetro do cano do canhão pneumático foi também reduzido. Os casquilhos foram montados com uma pequena interferência e não estão rigidamente colados ao impactor. A sua imobilização é conseguida por aplicação de uma camada de fita gomada aplicada na superfície da barra imediatamente atrás e à frente do casquilho. Na Figura 6.17 estão representados os dois tipos de casquilhos com a última versão montada na barra.

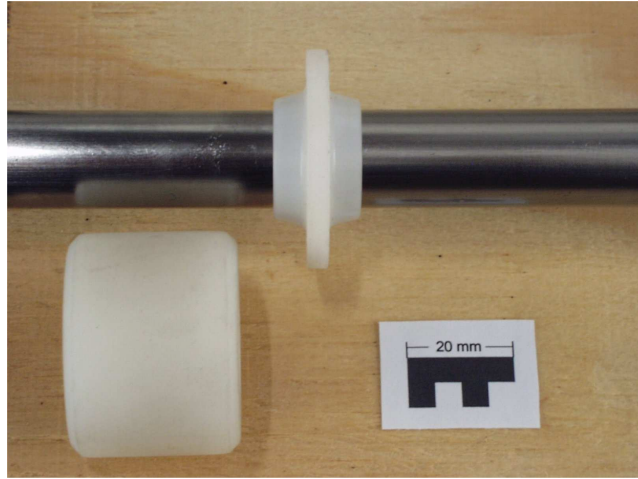


Figura 6.17. Comparação entre o primeiro desenho e o desenho adoptado para os casquilhos do impactor.

Um efeito semelhante foi recentemente reportado por Forrestal [41]. Este autor verificou o efeito de diferentes casquilhos de Nylon® montados em impactores de muito pequeno comprimento, 152 mm num dispositivo com $12,7\text{ mm}$ de diâmetro e barra de entrada com 2139 mm de comprimento. Devido ao reduzido comprimento do impactor o impulso incidente é também de curta duração, apresentando apenas um desvio médio em relação ao valor teórico de tensão calculada. Este autor propõe também a redução de massa dos casquilhos do impactor. O facto de nesse trabalho ter sido utilizado um impactor de muito pequenas dimensões não verifica claramente os desvios identificados nesta tese.

6.4.3 -Projecto de um dispositivo para ensaios de tracção

Como já referido anteriormente, foi decidido optar pela solução que utiliza um impactor tubular para gerar directamente impulsos em tracção e desenvolver um desenho de amarras para fixar provetes laminados. Na Figura 6.18 representa-se esquematicamente a solução adoptada.

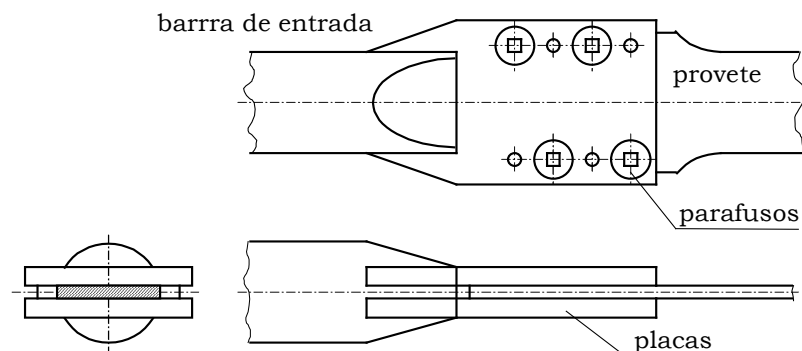


Figura 6.18. Montagem adoptada para realizar os ensaios de tracção

Foi realizado um estudo pormenorizado da geometria das amarras de fixação dos provetes de forma a obter o melhor compromisso, tendo em vista os diferentes materiais a ensaiar. Nesta altura estava definido que deveriam ser realizados ensaios em materiais metálicos, compósitos e, eventualmente, bio-materiais como a madeira e laminados de fibras naturais. O projecto das amarras admitiu 2 mm como espessura máxima para os provetes a ensaiar.

Para evitar reflexões indesejadas devidas à variação de impedância optou-se pela soldadura das amarras às extremidades das barras. A montagem aparafusada implica sempre reflexões. Na configuração final a variação da geometria da secção é realizada com área constante.

No desenho das amarras foi também tida em consideração a sua capacidade para transmitir o esforço de tracção sem escorregamento das superfícies em contacto. Foram ensaiadas diferentes soluções para obter uma rugosidade adequada à transmissão dos esforços aos provetes. Estas soluções foram testadas em ensaios de tracção estática em provetes realizados nos materiais que se pretendia ensaiar dinamicamente. Na Figura 6.19 estão representadas algumas das amarras testadas.

A solução adoptada possui estrias nas faces que encostam no provete. Estas estão orientadas fazendo 87° com a direcção de ensaio, possuem um passo de $0,5\text{ mm}$ e têm um ângulo de indentação de 90° , como se pode observar na Figura 6.20. Esta solução foi a que apresentou melhores resultados no que se refere à capacidade de carga transmitida sem danificar os provetes. A fixação destes é realizada por aperto de seis parafusos seleccionados de forma a cumprir os seguintes objectivos; proporcionar uma suficiente força de aperto e não introduzir alterações de massa. São utilizados parafusos M4 de cabeça boleada com oco hexagonal da classe 12.9.

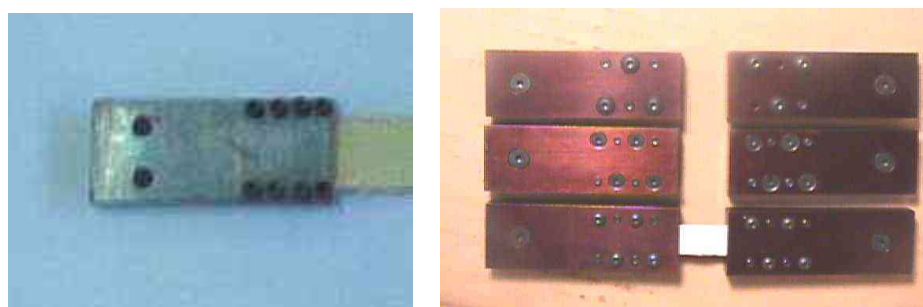


Figura 6.19. Amarras testadas para realização dos ensaios de tracção.

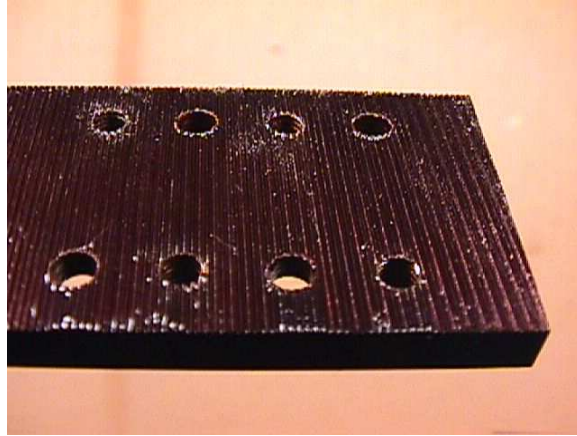


Figura 6.20. Vista das estrias das amarras do dispositivo para ensaios de tracção.

Na Figura 6.21 é visível a forma final das amarras construídas, já soldadas nas barras de 16 mm de diâmetro. Nesta figura, pode ver-se um provete laminado de carbono devidamente apertado e pronto para ensaio. Esta solução conduziu a muito bons resultados nos ensaios em provetes de Alumínio, Dyneema® e Kevlar®. Deve referir-se que o Dyneema® é conhecido como sendo uma material de difícil fixação para ensaio devido ao seu reduzido coeficiente de atrito.

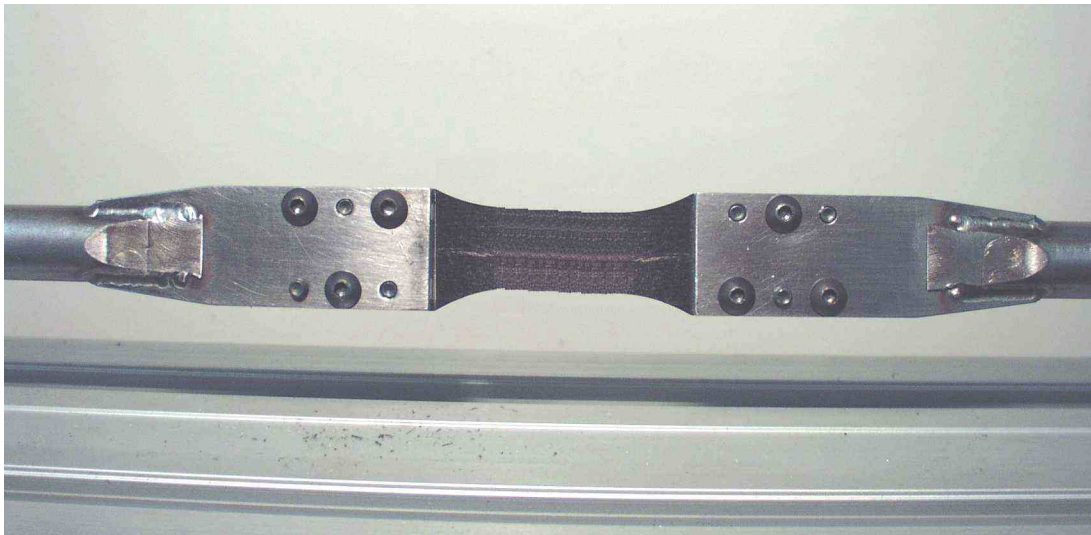


Figura 6.21. Versão final das amarras de fixação do provete para ensaio de tracção

No entanto, deve referir-se que alguns testes realizados em provetes de laminados de carbono unidireccional não foram bem sucedidos. Foram identificadas as seguintes razões para este facto: elevada resistência à tracção deste material, agravada pelo facto de se pretender ensaiar provetes

com as fibras alinhadas com o eixo de ensaio; foram utilizados provetes com uma área resistente elevada; o laminado possui uma muito baixa resistência ao corte na direcção das fibras e este material apresenta uma elevada dureza que não permite uma boa indentação pelo estriado. A Figura 6.22 mostra um dos provetes ensaiados em que a rotura se deu pelas amarras.

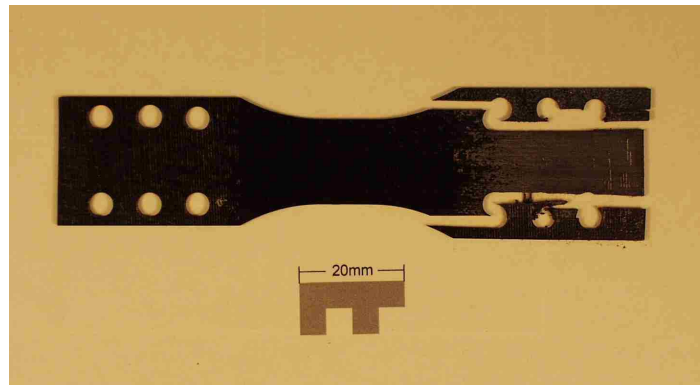


Figura 6.22. Provette de laminado de carbono em matriz epóxy. Fibras dispostas na direcção de carga.

No sentido de poder ensaiar estes materiais foi projectada e construída uma ferramenta auxiliar que permite realizar um pré-esforço de aperto para garantir uma correcta indentação do provete, Figura 6.23. Esta ferramenta foi utilizada com sucesso na realização de alguns ensaios, embora para alguns materiais os resultados obtidos não sejam ainda satisfatórios.

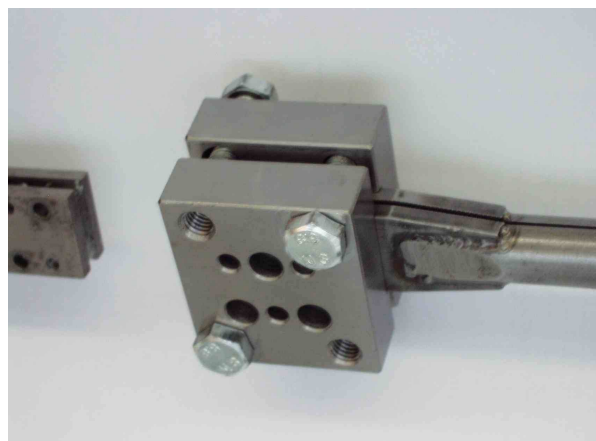


Figura 6.23. Ferramenta auxiliar de aperto para pré-esforço na fixação dos provetes no dispositivo de tracção TD16.

Após verificado o sucesso na amarração dos provetes quanto à transmissão do esforço restava a verificação do bom desempenho das amarras no tocante à propagação dos impulsos. Neste domínio o desenho das amarras foi devidamente cuidado para evitar reflexões espúrias. Para

verificar o sucesso da solução adoptada foram realizados ensaios em vazio e comparados os impulsos incidente e reflectido.

O gráfico representado na Figura 6.24 apresenta sobrepostos o impulso reflectido após inversão e translação, o impulso incidente e a sua forma teórica. Como se pode verificar foi conseguida uma solução com excelente desempenho como se confirma pelo desvio padrão que se indica na figura.

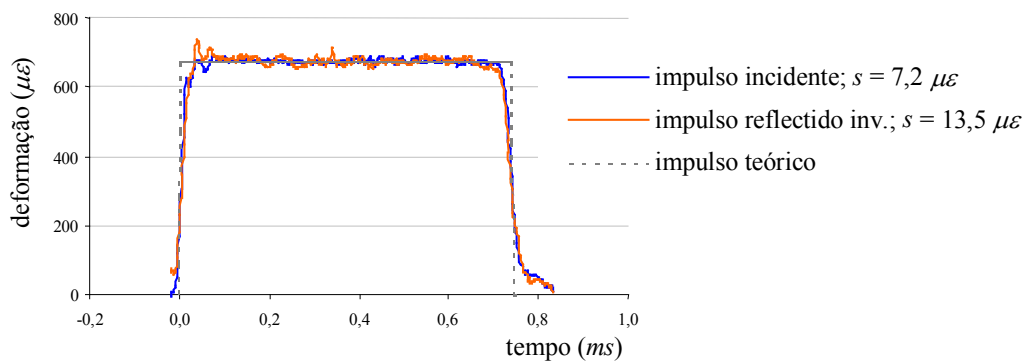


Figura 6.24. Comparação da amplitude, duração e desvio padrão dos impulsos incidente e reflectido invertido para barra de Hopkinson em tracção com impactor tubular – dispositivo TD16.

Em conclusão pode afirmar-se que o desenho adoptado para o dispositivo e amarras permite transmitir forças desde 5 kN em provetes de fibras de carbono onde existe má indentação pelas estrias, até 30 kN em provetes de alumínio onde a indentação é a mais eficiente.

Neste dispositivo a solicitação da barra de entrada em tracção é conseguida por embate do impactor tubular num batente colocado no extremo da barra oposto ao da amarra. Dadas as características modulares da instalação um dos requisitos de projecto consistia na possibilidade de desmontagem do dispositivo. A solução normalmente apresentada utiliza um batente fixo pelo que a instrumentação da barra é feita após a montagem do impactor e implica a utilização de amarras de diâmetro menor ou igual ao da barra ou desmontáveis.

Um outro factor não menos importante do projecto do batente prende-se com a influência que este tem na forma do impulso incidente. A colocação de um batente com capacidade para transmitir a força de impacto deverá fazer-se com o menor acréscimo de massa de forma a minimizar a alteração de impedância.

Foi adoptada a solução que utiliza um batente roscado na extremidade da barra. O sistema de aperto foi concebido de forma a minimizar a folga de montagem. Soluções inicialmente testadas com anéis bipartidos e ajuste radial foram abandonadas por falta de resistência mecânica. Na Figura 6.25 representa-se a solução adoptada e um par de soluções intermédias

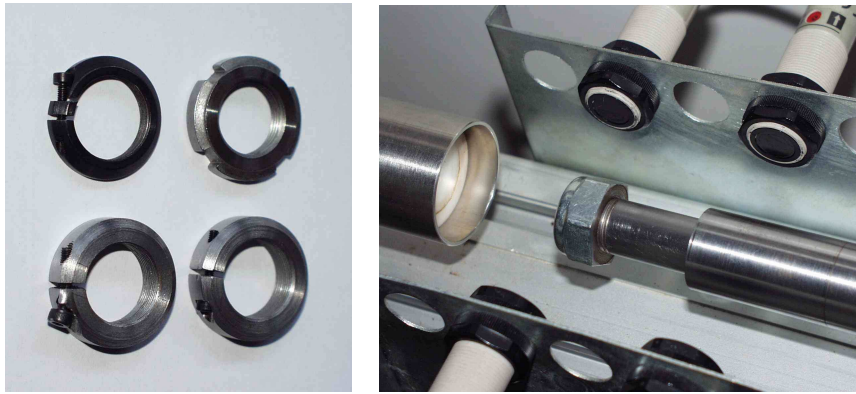


Figura 6.25. Batentes testados e solução final adoptada no dispositivo de tracção TD16.

6.4.4 -Projecto dos sistemas de dissipação de energia

Em todos os ensaios realizados com este tipo de dispositivo a energia fornecida pelo canhão é muito maior que a absorvida pela deformação do provete. O ensaio acaba após a primeira passagem da onda incidente mas a energia remanescente dos três impulsos permanece armazenada nas barras. Esta energia encontra-se sob a forma de ondas de tensão e energia cinética. Assim é necessário que a instalação seja dotada de dispositivos dissipadores desta energia.

Das várias soluções testadas para este dispositivo aquela que conduziu a melhores resultados para as energias em jogo utiliza materiais no estado sólido com elevada histerese contidos em suportes de fácil montagem na estrutura de base. A solução final adoptada corresponde a um êmbolo de Nylon® que desliza no interior de uma cilindro onde se encontram vários elementos de cortiça. Este dispositivo pode ser observado na Figura 6.26.



Figura 6.26. Dispositivo para absorção da energia remanescente após ensaio.

6.5 - Projecto e construção dos transdutores de deformação

Nesta técnica as barras são essencialmente transdutores dinâmicos de força ou deformação. Assim devem ser instrumentados de forma a medir esta grandeza com a precisão necessária e sem influências de efeitos parasitas. Estes efeitos, deformações por flexão ou ruído eléctrico podem resultar de um deficiente alinhamento da instalação ou uma deficiente instalação eléctrica.

A instrumentação de cada uma das barras, de entrada e de saída, é realizada com extensómetros eléctricos em ponte de Wheatstone completa. A ponte é formada por quatro extensómetros colados a superfície com o eixo da grelha numa mesma secção. Dois extensómetros são colados com a grelha paralela ao eixo da barra e diametralmente opostos os outros dois colados transversalmente ao eixo da barra e também diametralmente opostos. Este tipo de montagem, representado na Figura 6.27, permite ter um maior ganho de sinal e eliminar da leitura as deformações induzidas por efeito de flexão, eliminar a necessidade de compensação de temperatura e do efeito do cabo.

Em aplicações dinâmicas de banda larga devem ser utilizados extensómetros com elevada impedância. Desta forma será possível utilizar maiores tensões de alimentação sem comprometer a integridade do transdutor.

Regra geral, sempre que disponíveis, foram utilizados extensómetros com $350\ \Omega$ de resistência eléctrica. Isto permite a utilização de tensões de excitação maiores, com conseqüente aumento do valor de sinal de saída e possibilita também que o equilíbrio da ponte de Wheatstone seja obtido com a maior parte dos condicionadores de sinal existentes. Como a tendência actual aponta para a utilização de extensómetros com impedâncias maiores grande parte dos equipamentos de acondicionamento de sinal tem uma gama de equilibragem que dificulta a utilização de extensómetros com baixa resistência.

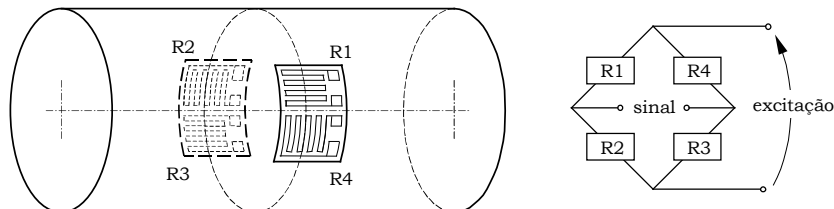


Figura 6.27. Instrumentação das barras com extensómetros eléctricos em ponte de Wheatstone completa.

À passagem da frente de onda verificam-se elevadas acelerações das partículas das barras e em tudo que a elas esteja rigidamente ligado.

Mesmo um fino fio condutor ou uma gota de solda (estanho) ficam submetidas a forças consideráveis. Assim, deve optar-se por instalar extensómetros com os terminais condutores soldados durante o fabrico. Estes condutores conciliam uma capacidade de condução de corrente eléctrica adequada, com a menor dimensão em diâmetro e a menor quantidade de solda dos terminais da grelha. Verificou-se que uma soldadura, mesmo que cuidada, realizada em laboratório não resiste a impactos superiores a 10 ms^{-1} .

A ligação dos terminais ao cabo de excitação/sinal deve ser realizada com o auxílio de uma cinta flexível de modo a separar os corpos fixados da superfície das barras por uma camada de elastómero. Para esta aplicação foi desenvolvida a montagem que se representa na Figura 6.28 que conduziu a bons resultados.

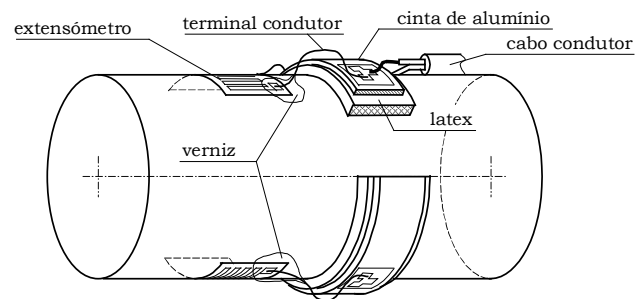


Figura 6.28. Forma de instrumentação das barras utilizando extensómetros com terminais soldados em fábrica e cinta flexível.

Na Figura 6.29 pode ver-se uma fotografia de um ponto de medida completamente instrumentado. Do lado direito da imagem pode ver-se um componente isolante que permite fixar uma protecção metálica que permite isolar as grelhas do extensómetros do ruído electromagnético. Deve referir-se que para poder registar sinais com boa razão sinal/ruído é necessário que a instalação disponha de uma boa ligação à terra.

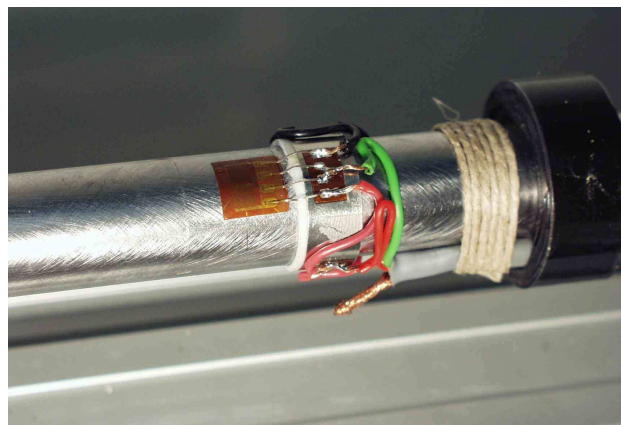


Figura 6.29. Fotografia de uma barra instrumentada. Dispositivo W18.

Durante este trabalho foram instrumentados oito transdutores que integram quatro dispositivos diferentes. Os problemas inicialmente encontrados na montagem dos extensómetros foram definitivamente resolvidos pelo que é possível dispor de uma montagem que permite múltiplos ensaios sem qualquer problema com a sua instrumentação.

6.6 - Tratamento de sinal

A técnica utilizada depende fortemente da qualidade dos sinais adquiridos. Por isso foram tidos grandes cuidados na instrumentação e na selecção dos equipamentos utilizados na aquisição do sinal. Deve referir-se que se trata de ensaios com uma duração da ordem do milissegundo pelo que os condicionadores de sinal devem permitir operar com frequências compatíveis.

6.6.1 - Condicionadores de sinal

Uma das principais características exigidas aos condicionadores de sinal é a sua largura de banda. De acordo com os registos efectuados é necessário dispor de uma largura de banda até pelo menos 100 kHz. Termos de frequências superiores a 50 kHz têm normalmente amplitudes muito baixas pelo que não contribuem significativamente para o sinal.

Uma pesquisa realizada para seleccionar os amplificadores mais indicados para esta aplicação mostrou não existir uma grande diversidade de escolha. Poucas são as marcas que comercializam condicionadores de sinal para utilização em extensometria eléctrica que possuam esta largura de banda. Um dos equipamentos testados, Vishay modelo 2200, permite, na configuração *wideband* lidar com sinais até 100 kHz a -3 dB. Trata-se de um bom equipamento, considerado uma referência no mercado que possui um ganho variável desde 1 até 3300. Contudo, o seu elevado preço limita bastante a sua disponibilidade, e só permite alimentar a ponte de medida com tensões até 10 V.

Em alternativa ao sistema anteriormente referido foi testado um condicionador alternativo comercializado pela empresa Pico do Reino Unido, modelo CM015. Este equipamento tem uma largura de banda suficiente, 100 kHz a -3 dB, possui um ganho fixo de 24 e uma alimentação da ponte em 10 V. O seu custo é muito atractivo e permitiu adquirir uma unidade por transdutor e mante-las nessa aplicação. As desvantagens deste equipamento são o seu ganho e alimentação fixas, só permitirem a utilização de extensómetros com mais de 250 Ω e não possuírem ajuste de zero.

Embora os segundos condicionadores se destinem a fins didácticos uma cuidadosa comparação dos sinais adquiridos com idênticos valores obtidos pelo condicionador Vishay modelo 2200 confirmou as

características fornecidas pelo fabricante. Desta forma foi possível utilizar amplificadores de custo bastante inferior sem comprometer a qualidade dos resultados obtidos. Na Figura 6.30 apresentam-se os dois amplificadores testados.

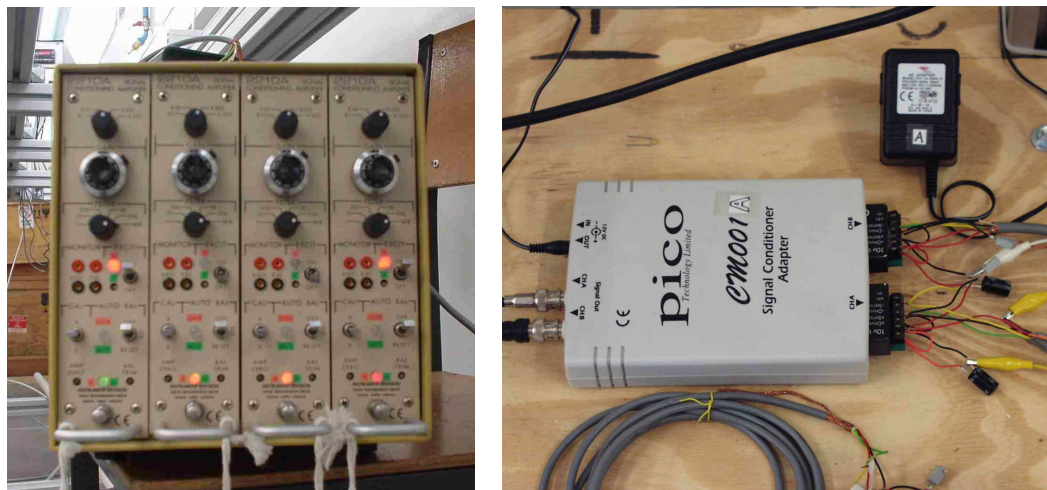


Figura 6.30. Fotografia dos amplificadores Vishay e PICO.

6.6.2 -Aquisição de sinal

Os sinais gerados por ensaios a elevadas razões de deformação são, em termos de electrónica, de média frequência. Assim, a sua aquisição pode ser feita de duas formas: com recurso a uma placa de aquisição montada no barramento de um computador pessoal ou por um osciloscópio provido de memória. As placas de aquisição de dados são normalmente destinadas a gravar eventos de longa duração e baixa frequência. Pelo contrário, os osciloscópios são destinados a eventos de alta-frequência e curta duração.

Como já foi referido, o sinal gerado por um impacto é composto por frequências que podem ir até ao MHz , apesar de frequências acima dos 50 kHz não conterem energia de valor apreciável. Desta forma o aparelho de registo deve identificar frequências acima do MHz . Tempos de subida de $10\ \mu s$ e frequências de 100 kHz impõem razões de amostragem mínimas na ordem do 1 MHz .

Consoante o comprimento do dispositivo a duração do evento pode atingir $2,4\text{ ms}$. Sendo assim é necessário armazenar 2500 registos, por canal, à razão de amostragem mínima. O número mínimo de canais é dois. Estes são os requisitos mínimos para um sistema de gravação de dados destinado a esta aplicação.

Em boa parte dos ensaios realizados foi utilizada uma placa de aquisição Gage PCI modelo CompuScope 1012/PCI. Trata-se de uma marca de referência que conduziu a muito bons resultados. Esta placa de

aquisição possui um grande espaço de memória permitindo armazenar grandes vectores. São normais valores da ordem dos 100 000 registos. Por serem montadas no barramento de um PC permitem elevadas velocidades de transferências de dados. Como aspectos negativos podem citar-se a fraca resolução/precisão, os baixos valores admissíveis para o sinal de entrada e baixa frequência de amostragem, quando comparadas com osciloscópios.

Em alguns ensaios realizados foram também utilizados osciloscópios para adquirir os sinais. Em algumas medições foi utilizado um LeCroy 9450A de 2 canais, com *pré-trigger* e um filtro com limite de largura de banda de 80 MHz. Mais tarde foi possível testar também um osciloscópio Tektronik TDS 3014B de 4 canais, *pré-trigger* com funções avançadas e um filtro passa baixo com limite de largura de banda de 20 MHz. Ambos os equipamentos são de muito fácil utilização e possuem características que ultrapassam largamente o mínimo necessário. Osciloscópios com características de memória referidas são considerados de gama média, excedendo largamente os requisitos de largura de banda, razão de amostragem e valores limite do sinal de entrada. Regra geral mais dispendiosos que as placas de aquisição são mais versáteis e autónomos, permitindo operar com todos os tipos de condicionadores de sinal.

Estes equipamentos possuem algumas funcionalidades normalmente não disponíveis nas PC cards como: filtros de entrada tipo passa-baixo ou de largura de banda e opção de diferentes valores de impedância de entrada. Os níveis de frequência de corte para filtros passa baixo variam entre os 20 MHz e 80 MHz e são destinados a eliminar ruídos.

Nos osciloscópios os valores *standard* para impedância de entrada são 50 Ω e 1 M Ω . A opção por um baixo valor assegura uma grande filtragem de ruído e estabilidade de *trigger*. Porém, exigem que o condicionador de sinal seja capaz de debitar correntes da ordem dos 20 mA, dependendo da tensão do sinal. Um valor elevado de impedância de entrada permite a utilização de condicionadores de sinal de baixa potência, com correntes de saída da ordem do 1 mA e operar com grandes ganhos.

É também necessário que o osciloscópio possua uma *interface* de comunicação via RS232 ou disponha de um *drive* de *diskete* para a transferência de dados. Este facto implica sempre uma taxa de transferência de dados muito inferior à das placas de aquisição.

6.6.3 - *Trigger*

Devido à curta duração do ensaio, aproximadamente 1 ms, uma mais fácil aquisição do sinal é conseguida com o *trigger* feito directamente pelo sinal da onda incidente e um *pré-trigger* de valor adequado.

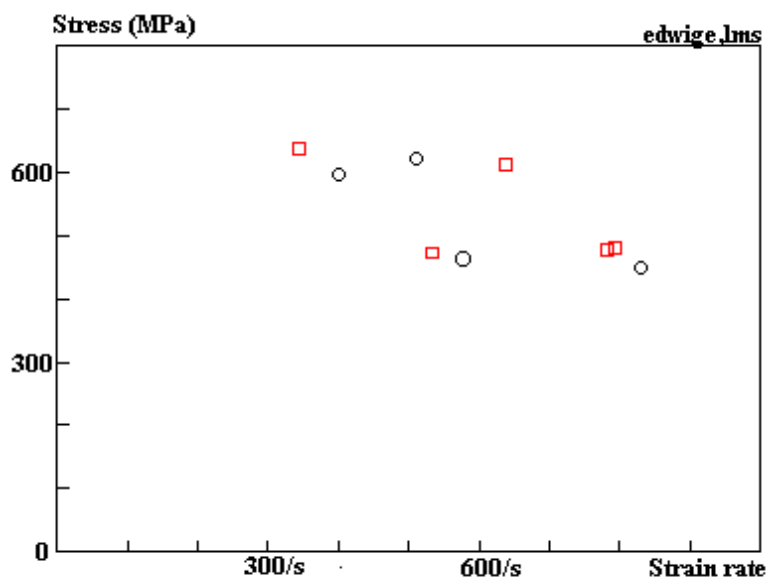
Os principais factores com influência no sistema de *trigger* são: comprimento das barras faz com que elas se comportem como antenas; o deslizar das barras nos casquilhos (de polietileno) faz com que sejam

acumuladas cargas electrostáticas que geram picos de tensão. Esporadicamente também são registados no sinal picos de duração muito curta, provavelmente devido ao efeito de pilha por compressão de dois metais diferente ou ainda por efeito piezoeléctrico.

Os efeitos citados podem ser controlados tomando algumas precauções: descarregando previamente as barras; fazendo uma ligação à terra das três barras; utilizando um filtro passa-baixo de valor adequado ou utilizando uma impedância de entrada de $1\text{ M}\Omega$.

6.7 - Aferição dos dispositivos e códigos

Após a construção do primeiro dispositivo experimental foi fabricado um conjunto de provetes de alumínio e latão dos quais, metade foi enviada para o LMS, e a outra metade ficou nas instalações do LOME. Os provetes foram ensaiados independentemente pelos dois laboratórios no sentido de confirmar os resultados obtidos com os novos dispositivos de ensaio construídos. Na Figura 6.31 estão representados alguns dos resultados desta comparação. Deve referir-se que o Professor Gary, cientista de grande reputação nesta área de conhecimento, acompanhou todo o processo.



Stress as a function of strain rate for 10% strain. (squares:Porto, circles:LMS)

Figura 6.31. Comparação entre os resultados medidos no novo dispositivo e os valores obtidos no LMS para os mesmos materiais.

Como se pode observar foi verificada uma boa concordância entre os valores obtidos pelo dispositivo experimental existente no LMS, em

Palaiseau, e o equipamento projectado e construído no LOME. Neste gráfico existem dois conjuntos de pontos, um rondando os 500 MPa, valores obtidos nos ensaios de provetes de liga de alumínio e outro em volta dos 600 MPa obtidos em ensaios de provetes de latão. Os valores obtidos pelos dois laboratórios estão muito próximos.

Para fabricar os provetes de alumínio foi utilizado a liga 2011 com tratamento T3, segundo a norma ASTM B-211, cujas especificações se encontram na Tabela V.

Tabela V – Características mecânicas da liga de alumínio 2011.

Liga e Tratamento térmico	Tensão de cedência [MPa]		Tensão de rotura [MPa]		Deformação após rotura [%]
	Mínima	Frequente	Mínima	Frequente	
2011 T451	124	—	275	—	16
2011 T3	262	270-300	320	340	10-12
2011 T8	270	—	370	—	6-8

Densidade 2700 kgm⁻³

Módulo de Elasticidade 69 GPa

Norma ASTM B-211

6.8 - Criação de códigos numéricos auxiliares

6.8.1 - Código para tratamento e análise de sinais ISCA-SHBT

A realização destes ensaios necessita de um forte apoio numérico para o tratamento dos sinais adquiridos. Por isso, é necessário dispor de um programa que permita sistematizar os cálculos e rotinas necessários à obtenção das curvas características de comportamento dos materiais. Para este efeito foi desenvolvido um código numérico, de fácil utilização, que realiza as principais tarefas necessárias.

Foi decidido optar pela programação em linguagem de nível mais elevado, neste caso MATLAB, para facilitar o futuro desenvolvimento de novas rotinas. Existem actualmente mais de 3000 linhas de código que permitem já realizar as principais tarefas. Na Figura 6.32 representam-se alguns dos menus que estão actualmente disponíveis. Em anexo apresentam-se os fluxogramas do código construído designado por ISCA-SHBT (**I**mpact **S**ignal **C**omputer **A**nalysis for **S**HBT).

Deve referir-se que no âmbito da colaboração com a *École Polytechnique* foi possível dispor de um programa, realizado em *basic* e suficientemente testado no LMS, semelhante ao que está actualmente em desenvolvimento e que lhe serviu de modelo. Embora tratando-se de um código em fonte fechada foi possível identificar as principais tarefas necessárias e testar os resultados obtidos em cada fase de desenvolvimento.

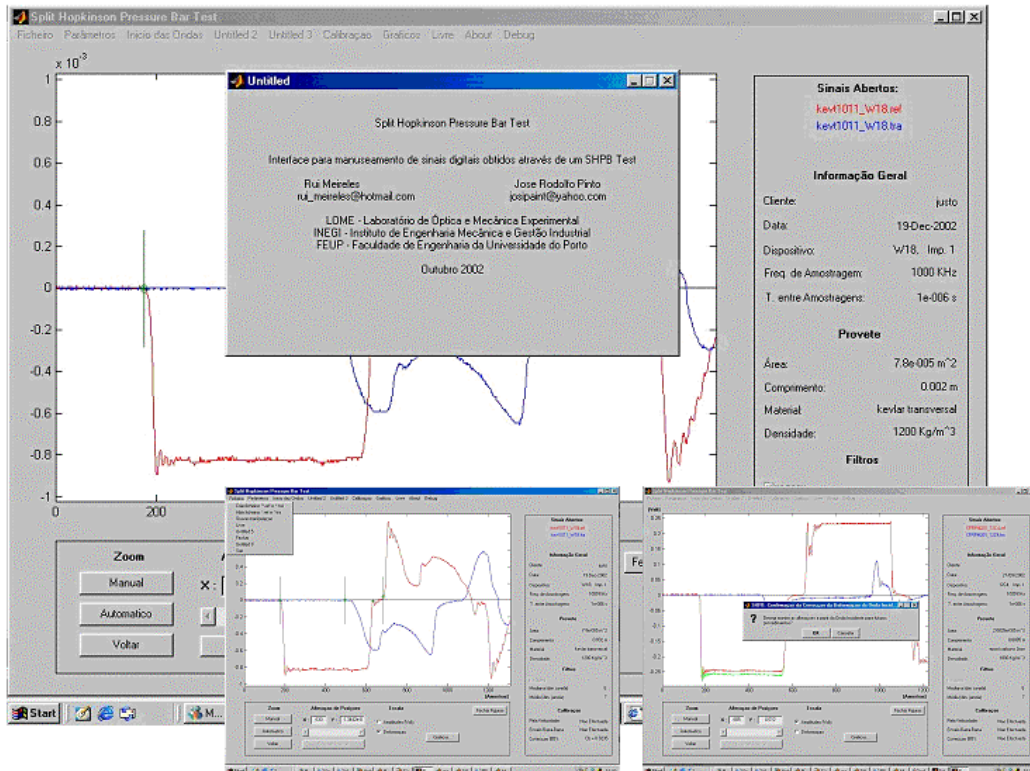


Figura 6.32. Menus principais do código ISCA-SHBT.

Este código não participa na aquisição dos sinais. A sua utilização requer a prévia construção de um ficheiro por cada um dos sinais adquiridos. Estes devem ser ficheiros de texto convencional do tipo *.txt e poderão ter dimensão variável. A partir destes vectores são criados dois novos ficheiros do tipo *.ref e *.tra, compatíveis com o *software* ADAVID, os quais possuem informação relevante acerca do ensaio, como: a velocidade de embate, as dimensões da amostra, as características das barras, etc. É assim criado um ficheiro, que se pretende universal, contendo toda a informação relevante para os cálculos subsequentes. Obviamente estes ficheiros podem também ser ponto de partida na utilização do programa.

Com este código é possível filtrar os sinais adquiridos, identificar o início e fim de cada um dos três impulsos, efectuar translação no tempo com correcção à dispersão e calcular as curvas características de comportamento do material. É ainda possível operar com dispositivos em compressão e em tracção.

6.8.2 -Código para simulação expedita dos sinais obtidos em ensaios

Deve referir-se que antes de realizar qualquer ensaio devem ser devidamente ponderados os objectivos a atingir. O ensaio de um material deve ter em conta, para além da representatividade da amostra, e as limitações do dispositivo SHBT a utilizar. Neste tipo de dispositivos a acção sobre o provete manifesta-se sob a forma de força e deslocamento, assim, como já foi referido, existe uma relação de impedâncias óptima que condiciona o sucesso do ensaio. Cada dispositivo possui uma gama de materiais e provetes que pode ensaiar.

Um ensaio só deve ser considerado válido quando a amplitude do sinal transmitido está compreendida entre 20 a 80% do sinal incidente. No sentido de prever as formas dos sinais resultantes de cada ensaio é necessário realizar alguns cálculos tendo em atenção as propriedades e dimensões da amostra e do dispositivo.

Para este efeito foi realizada a concepção de um programa numérico para simulação dos ensaios dinâmicos, designado por SIMUPLA (Simulação do Comportamento Plástico). Este programa recorre ao balanço energético do ensaio de impacto, considerando as propriedades dos materiais e as impedâncias mecânicas das barras, para calcular uma previsão dos sinais medidos nos extensómetros. Com este programa é possível ajustar a geometria dos provetes para, com um dado conjunto de barras e um dado material, obter um ensaio cujos sinais garantam um cálculo de propriedades rigoroso, isto é, otimizar a razão sinal/ruído. Na Figura 6.33 representam-se algumas comparações entre ensaios reais e a simulação pelo SIMUPLA.

Na primeira linha da figura apresentam-se os sinais obtidos no ensaio de compressão de um provete de Alumínio e os resultados da simulação obtida com o SIMUPLA. Como se pode observar este código não entra em conta com o encruamento e aumento de secção por deformação plástica, razão pela qual só responde com valores próximos da realidade no início dos impulsos.

No segundo caso mostram-se os sinais e os resultados obtidos na simulação, para um ensaio em tracção de um provete de Alumínio. Devido a este material não sofrer encruamento significativo e o comprimento da amostra ser maior que no caso anterior, é possível simular com maior rigor os sinais obtidos.

Por último apresenta-se a versão do SIMUPLA para simulação de ensaios em tracção com comportamento elástico até à rotura. Neste caso foram simulados os sinais de um ensaio de tracção em Kevlar®. Como se pode observar também é obtida uma boa concordância entre o ensaio real e a simulação numérica.

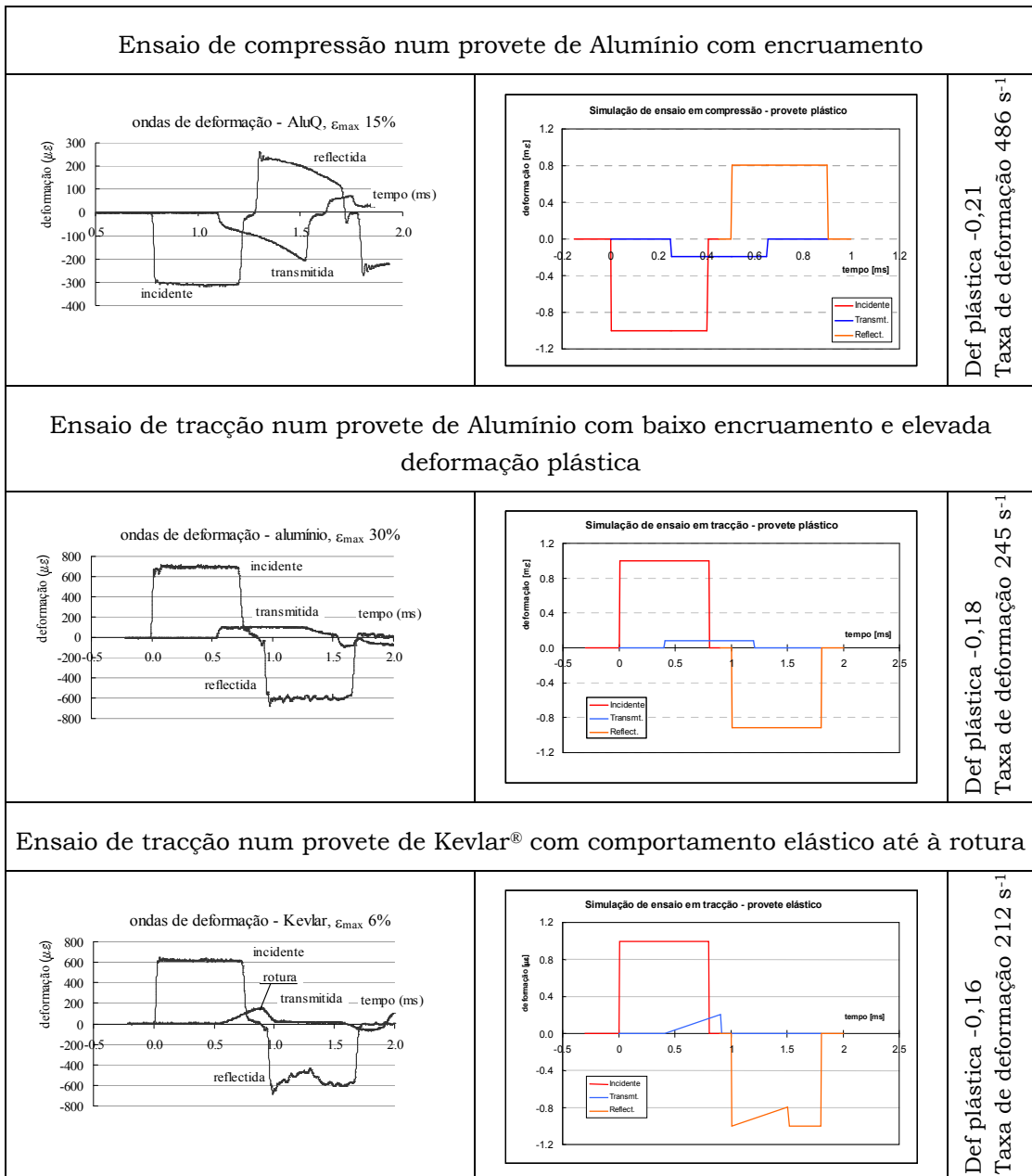


Figura 6.33. Comparação entre os resultados obtidos e os valores calculados pelo SIMUPLA.

A ferramenta descrita neste ponto tem-se revelado de grande utilidade na preparação dos ensaios, quer na selecção do tamanho de provete mais adequado, quer na escolha do dispositivo a utilizar.

CARACTERIZAÇÃO DO COMPORTAMENTO DE OSSO BOVINO SOB SOLICITAÇÕES DINÂMICAS

7.1 - Introdução

Dado o envelhecimento da população dos países desenvolvidos, as fracturas ósseas em pessoas idosas são hoje um problema com enorme significado social e económico. A título de exemplo, só nos Estados Unidos da América os custos com fracturas da anca, da coluna, do pulso e outras associadas, são da ordem dos 7000 milhões de dólares, aproximadamente a mesma quantia em euros, Melton [96]. Infelizmente, como em muitos outros casos semelhantes, não se sabe em concreto qual é a realidade portuguesa no que diz respeito a este tipo de custos.

O conhecimento científico dos mecanismos responsáveis pelas fracturas pode auxiliar o planeamento de estratégias para a sua prevenção e tratamento. Neste âmbito, a osteoporose, degenerescência em que o tecido ósseo vai perdendo a sua matriz proteica, tornando-se frágil e mais susceptível a fracturas, assume particular importância. Este facto contribui decisivamente para aumentar a probabilidade de fractura óssea pois, além de provocar uma redução de massa resistente, altera também a sua qualidade, Heaney [81].

A osteoporose faz parte do processo normal de envelhecimento. Por volta dos 70 anos, é normal a densidade do esqueleto ter sofrido uma redução em cerca de um terço. No entanto, por razões hormonais, a osteoporose é muito mais significativa e frequente na mulher do que no homem. Por razões ainda desconhecidas esta degenerescência é mais vulgar nos indivíduos de raça branca do que nos de raça negra, SRD [77]. Nesta perspectiva, a caracterização das propriedades mecânicas do tecido ósseo torna-se importante para estudar os mecanismos subjacentes a diversas doenças metabólicas do tecido ósseo. A quantificação destas propriedades permite caracterizar o meio onde residem as células ósseas e se processam as transformações de remodelação. Desta forma podem ser obtidas as interacções entre o estado de tensão e os mecanismos de absorção ou remodelação óssea. Finalmente, o desenvolvimento de modelos de rotura que permitam estimar a fractura de tecido ósseo requer o conhecimento das suas propriedades mecânicas.

Muitas fracturas são provocadas por quedas ou pancadas violentas, o que faz com que o conhecimento das propriedades do tecido ósseo, em regime de elevada taxa de deformação seja pertinente. Estes valores diferem dos obtidos de forma estática (ensaios vulgares de tracção e compressão). A necessidade desta caracterização aliada ao reduzido número de publicações sobre este tema foi uma das motivações do programa de ensaios que é descrito em seguida. Deve ainda ser referido que a caracterização dinâmica do tecido ósseo desenvolvida neste trabalho de investigação foi solicitada pelo grupo de Biomecânica da UA que é coordenado pelo Professor José A. O. Simões.

Este capítulo é dedicado à caracterização experimental de tecido ósseo compacto. Devido às inerentes dificuldades na obtenção de tecido ósseo humano fresco, optou-se por realizar o trabalho experimental com tecido ósseo fresco de bovinos. A opção pelo osso bovino deveu-se a facilidade na sua obtenção e às grandes dimensões que facilitam a obtenção de amostras. Como o objectivo principal é a caracterização dos mecanismos de rotura e das relações entre propriedades a elevadas taxas de deformação não se julgou importante a proveniência do tecido utilizado.

Numa primeira parte deste capítulo é feita uma breve revisão das propriedades mecânicas dos tecidos ósseos cortical e esponjoso. Deve referir-se que dada a baixa impedância associada ao segundo não foi possível construir em tempo útil um dispositivo que permitisse caracterizá-lo convenientemente. Na segunda parte descreve-se o procedimento experimental concebido e implementado para a determinação de diversas propriedades mecânicas de tecido ósseo cortical bovino. Tanto quanto possível, os resultados obtidos são comparados com os publicados por outros autores.

7.2 - Micro estrutura e Morfologia

Os ossos são o material de construção do esqueleto e contêm cálcio e fósforo numa porção semelhante à de um mineral que ocorre na Natureza que é designado por apatite. Esta composição torna o osso duro e rígido, por outro lado, a arquitectura fibrosa confere-lhe alguma elasticidade e resistência, SRD [77].

A superfície externa do osso está recoberta pelo perióstio, uma membrana esbranquiçada que contém uma rede de vasos sanguíneos e de nervos. Sob o perióstio encontra-se uma camada densa e rígida de osso, a camada compacta ou cortical. No interior desta camada, o osso tem um aspecto arrendado, a que se chama de camada esponjosa ou trabecular. Estas estruturas podem ser observadas na Figura 7.1.

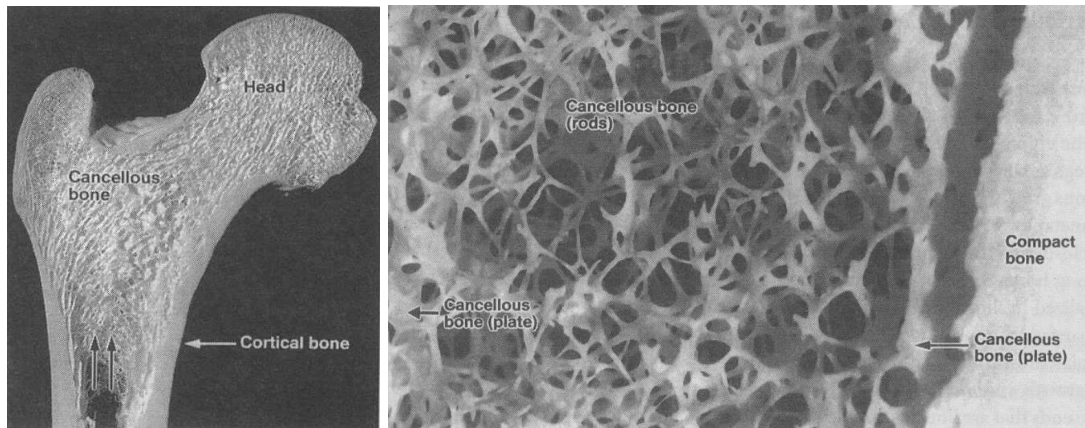


Figura 7.1. Fotografia de um fêmur em corte e uma região de tecido ósseo de uma tíbia, Weiss [108].

7.2.1 -Organização e estrutura do tecido ósseo

Tal como outros tecidos vivos, o osso é também constituído por células e fibras, Warwick e Williams em [107]. No entanto, e ao contrário do que acontece nos outros tecidos, os seus componentes extra celulares apresentam-se calcificados numa substância dura, dificilmente deformável. Para além da sua função mecânica, tem também um papel importante no processo metabólico de todo o organismo, funcionando como um armazém de cálcio e magnésio e regulando a concentração destes elementos no sangue. Além disso, as cavidades intramedulares dos ossos são os principais locais onde se produzem os glóbulos vermelhos.

Quando são analisadas as suas propriedades físicas, nota-se que estamos perante uma estrutura formidável, que combina uma elevada resistência à tracção e à compressão com uma baixa densidade, Fawcett e Bloom em [79]. Para além da sua resistência e dureza, o osso é um matéria viva, com uma dinâmica própria de qualquer tecido biológico, sendo constantemente renovado e reconstituído ao longo da vida do indivíduo. Este processo de reconstrução contínua é estimulado por factores externos: uma reduzida e pouco frequente solicitação conduz a uma atrofia com perda de massa óssea; um carregamento elevado e frequente provoca uma hipertrofia, com um conseqüente aumento de massa, Fawcett e Bloom [79].

O tecido ósseo é anisotrópico com propriedades que dependem da sua organização espacial e da sua composição. A organização do tecido ósseo, por sua vez, está relacionada com a densidade aparente (proporção do volume anatómico ocupado pelo osso) e é obtida por variação do grau de mineralização e da micro estrutura.

Vários estudos realizados por Taylor [177] e Hodgkinsom e Currey [84] mostraram que a característica mais importante na definição das propriedades mecânicas do osso é a sua densidade aparente. O osso compacto apresenta uma densidade aparente entre $1,7$ e $2,0 \text{ gcm}^{-3}$ e uma

porosidade entre 5% e 30%. O osso esponjoso possui uma densidade que varia entre 0,05 e 0,6 gcm^{-3} e uma porosidade entre 30% e 90%, Taylor[177].

7.2.2 -Osso compacto ou cortical

O osso cortical é tecido compacto e constitui as diáfises dos ossos compridos e as cascas exteriores das metáfises (Tabela VI). O osso cortical humano é constituído por *osteons* secundários (100 a 300 μm de diâmetro) que envolvem os canais de Havers embebidos em tecido intersticial. Estes, por sua vez, são *osteons* velhos remanescentes, Martin e Burr [95]. Os *osteons* estão separados do tecido ósseo intersticial através de uma fina camada de uma substância amorfa, deficiente em cologéneo, designada por linha de cimento (0.5 a 1 μm), Schaffler [101]. Cada *osteon* é composto por lâminas concêntricas de 1 a 5 μm de espessura, Marotti [93], que residem com as células ósseas (osteocitos) dentro de espaços elipsoidais designados por lacunas (10 a 50 μm). Na Tabela VI apresentam-se as características micro estrutural e histológica dos tecidos cortical e esponjoso.

Tabela VI – Características micro estrutural e histológica do tecido ósseo.

Características	Tecido esponjoso	Tecido cortical
Micro estrutural	Espessura da trabécula, 100-640 μm (existência de <i>osteon</i> para espessura maior que 350 μm)	Diâmetro do <i>osteon</i> , 100-300 μm
Linhas de cimento	\$\$ Mais linhas no tecido esponjoso	
Espessura lamelar	* 1-5 μm \$ 52 μm , \$,& 577/mm \$ 38 μm , \$,# 245/mm \$ 55 μm , \$,% 156/mm	&& 1-5 μm \$ 30-40 μm , ## 460/mm \$ 53 μm , \$,% 155/mm
Tamanho da lacuna e distribuição	\$,** 294-942/mm	

* Marotti 1993

\$ Heaney 1993

& Cane et al. 1982

Eadie et al. 1995

% Cowin 2001

** Mullender et al. 1996

\$\$ Choi e Goldstein 1992

&& Kragstrup et al. 1983

Hobdell 1970; Yeager et al. 1975; Krempien et al. 1976; Sissons e O'Connor 1977; Cane et al. 1982

O osso compacto pode ser encontrado sob a forma de osso lamelar e osso Haversiano. Existem ambos na estrutura óssea do ser humano e na mesma proporção. Contudo, a percentagem de osso Haversiano aumenta com a idade.

7.2.2.1 - Osso lamelar

O osso lamelar consiste em lamelas concêntricas, tipicamente com $200\ \mu\text{m}$ de espessura, separadas por uma rede de vasos sanguíneos, que irrigam todo o osso circundante. Cada lamela compreende três estruturas diferentes, Taylor [177]. A primeira, que se encontra em contacto com a rede vascular, consiste em osso organizado e estende-se por um terço de toda a lamela. A segunda estrutura é semelhante à primeira, menos organizada, e tem também um terço da espessura da lamela. Por fim, a terceira estrutura consiste numa camada de cimento que une duas lamelas adjacentes.

7.2.2.2 - Osso Haversiano

O osso Haversiano consiste numa unidade central – o *ósteon*. Tem diâmetros típicos de $200\ \mu\text{m}$ e pode ter até 2 centímetros de comprimento. É composto por camadas concêntricas de lamelas, cada uma com 3 a $7\ \mu\text{m}$ de espessura, formadas por fibras de colagénio impregnadas com minerais, tais como hidroxapatite.

No centro de um *ósteon* encontra-se o canal Haversiano, que contém fibras nervosas e vasos sanguíneos com os quais irriga os tecidos adjacentes, Taylor [177]. Na Figura 7.2 é representado um detalhe de uma secção de um osso comprido mostrando a sua histologia.

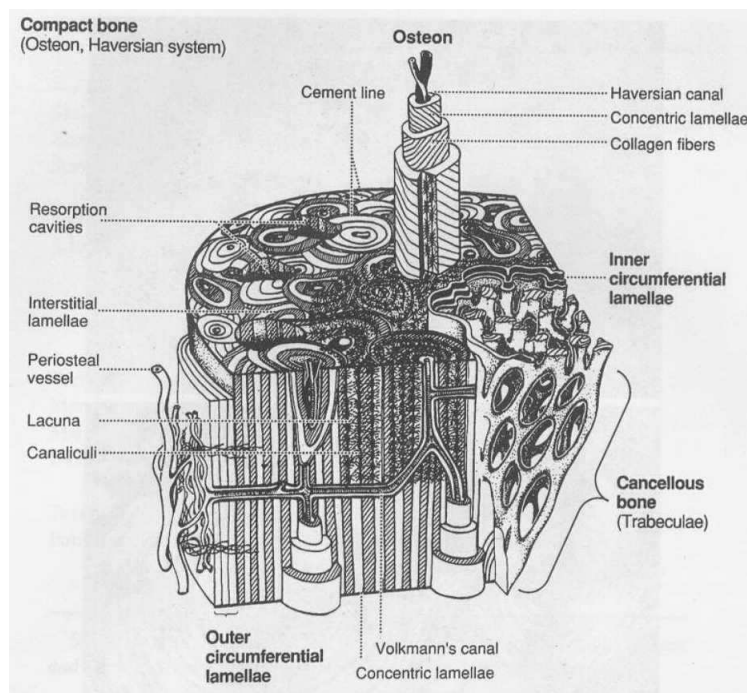


Figura 7.2. Desenho de uma secção de um osso comprido contendo detalhes histológicos de osso compacto, Weiss [108].

Os canais Haversianos comunicam uns com os outros e com a superfície exterior através dos canais de Volkmann. Estes, distinguem-se dos canais Haversianos porque não serem circundados por lamelas concêntricas e atravessarem o osso numa direcção perpendicular ou oblíqua às lamelas, Fawcett e Bloom [79].

Quanto às suas propriedades mecânicas, o osso compacto foi alvo de vários estudos, nem todos concordantes, quer nas metodologias, quer nos resultados. A maioria dos investigadores definiu a relação tracção *vs* deformação para o osso compacto como sendo aproximadamente linear dentro do limite elástico, como se representa na Figura 7.3, Natali e Meroi [100].

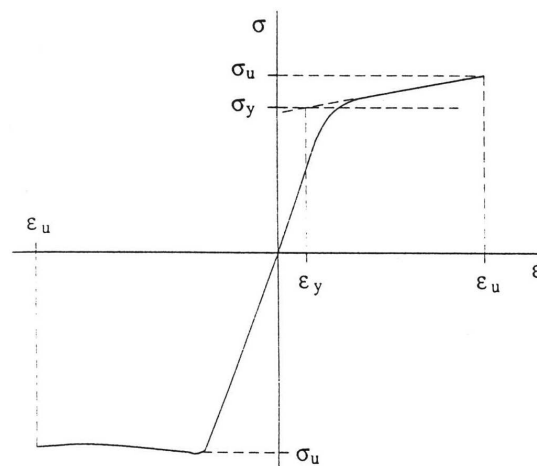


Figura 7.3. Curva tracção *vs* deformação para osso compacto, em tensão e em compressão (Natali e Meroi, 1989).

Pode afirmar-se com alguma certeza que o osso compacto exhibe um comportamento transversalmente isotrópico, quer em módulo, quer em resistência. Os valores destas propriedades transversais, quando comparados com os obtidos na direcção longitudinal, são 1,5 a 2 vezes inferiores. No entanto, o osso compacto exhibe uma assimetria relativamente à sua resistência longitudinal, sendo a sua resistência à tracção muito menor que à compressão. Em tracção, o osso compacto parece exhibir um ligeiro endurecimento após sujeito a um esforço que induza tensões superiores a um dado limite, enquanto que à compressão, o osso se comporta como um material perfeitamente plástico, Taylor [176]. Deve referir-se que todas estas propriedades foram obtidas em ensaios quasi-estáticos. Na Tabela VII é possível identificar algumas propriedades mecânicas obtidas para o osso compacto.

Tabela VII - Módulo de elasticidade e resistência à rotura de osso compacto, Simões [175].

Referência	Módulo de Elasticidade [GPa]			Resistência [MPa]	
	E_1	E_2	E_3	Compressão	Tracção
Reilly et al. (1975)	17	11,5	11,5	193	148
Carter e Caler (1981)	17,5	—	—	—	—
Ashman et al. (1984)	20	13,4	12	—	—
Keller (1994)	16,2~17,0	—	—	172~176	—

E_1 – direcção longitudinal E_2, E_3 – direcção transversal

Todas as propriedades apresentadas anteriormente são, no entanto, inócuas, quando tentamos extrapolá-las para a realidade. O osso *in vivo* é sujeito a complexos padrões de carga que podem influenciar a sua resposta. Assim, surge a necessidade de tomar em linha de conta outros ensaios, como o de fadiga e o ensaio de impacto, para caracterizar devidamente o comportamento do osso.

7.2.3 -Osso esponjoso ou trabecular

O osso esponjoso é um tecido com uma estrutura tridimensional complexa, formado por pequenas vigas ligadas entre si, Figura 7.4. Quando a densidade aumenta, verifica-se uma acumulação de material ósseo nas vigas, preenchendo os espaços vazios entre si e aparecendo deste modo pequenas lacunas, Taylor [177].

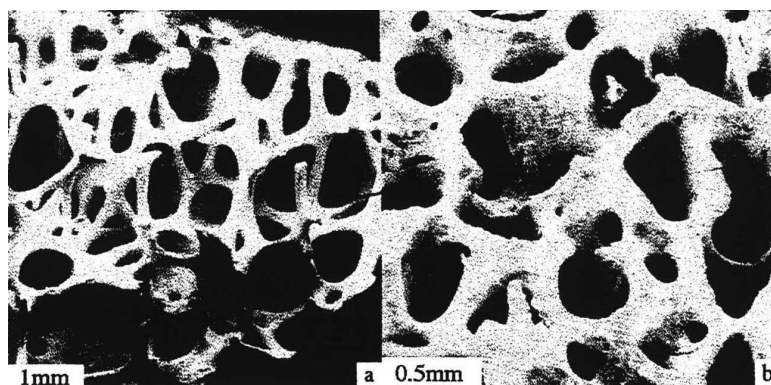


Figura 7.4. Estruturas do osso esponjoso: a) baixa densidade; b) alta densidade, Taylor [177].

A disposição e a densidade do osso esponjoso parecem ser dependentes da direcção e da intensidade das forças às quais o osso é sujeito. Por exemplo, na cabeça do fémur a disposição é tal que cada

trabécula é perpendicular à superfície, e no colo do fémur as trabéculas estão alinhadas paralelamente entre si, com a direcção da carga Figura 7.5. É assim obtida uma resistência axial elevada, embora diminuindo a resistência transversal, Warwick e Williams [107], Taylor [177]. O osso esponjoso ajusta a sua estrutura de maneira a manter o campo de tensões uniforme, isto é, regiões de maior carga possuem uma maior densidade óssea.

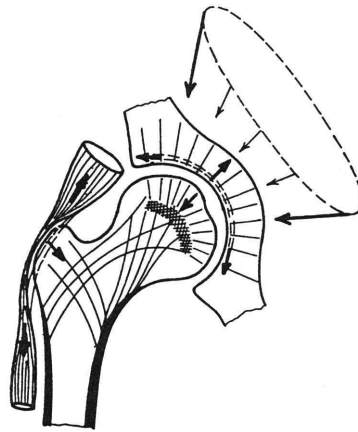


Figura 7.5. Esquema geral dos sistemas de forças no osso esponjoso, Hert [82].

Na literatura especializada as propriedades físicas do osso esponjoso mais referidas são o módulo de elasticidade à compressão e a resistência à compressão obtidas em ensaios uni axiais. Um exemplo pode ser encontrado na tese publicada por Taylor, [177]. Todos os resultados referenciados, embora usando diferentes métodos, orientações, preparações do objecto de estudo e da frequência de carga, mostram valores muito aproximados. O módulo de elasticidade à compressão varia entre 100 *MPa* e 900 *MPa* e a tensão de resistência á compressão média varia entre 3,6 e 10 *MPa*. Turner [104] concluiu que 70% a 78% da variação do módulo de elasticidade do osso é proporcional à variação do quadrado da densidade aparente. Keaveny e Hayes [88] referem que aproximadamente 60% da variação das propriedades mecânicas do osso esponjoso são explicadas pela sua densidade aparente.

No entanto, deve referir-se que a variação acentuada das propriedades mostra a natureza heterogênea do osso esponjoso. Vários autores estudaram a anisotropia deste tecido, Taylor [177]. Estudos realizados em vários ossos longos e da coluna indicam valores para a razão de anisotropia axial/transversal de 1,11 por Goulet [78], a 4,8 por Mosekilde [98], com um pico máximo de 12 observado para a tibia.

Um dos estudos mais detalhados foi efectuado por Keaveny e colaboradores [89], usando um método de estudo normalizado como refere Taylor [177], e provetes de ossos com arquitectura uniforme. Em média, os

resultados obtidos mostram que a resistência à tracção é 30% inferior à resistência à compressão. Esta assimetria é, aparentemente, dependente da densidade pois para baixas densidades o osso apresenta um comportamento aproximadamente simétrico. Para outro tipo de ossos, em que a densidade é maior, a resistência à compressão é quase o dobro da obtida em tracção.

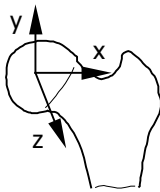
Embora se justifiquem mais estudos das propriedades mecânicas do osso esponjoso, é provável que a assimetria verificada seja uma das propriedades mecânicas intrínsecas do osso esponjoso, Keaveny e Hayes [88].

As comparações com o osso *in vivo* são bastante difíceis. O comportamento do osso esponjoso *in vivo* é influenciado pelo mecanismo de remodelação interna. O osso é uma estrutura dinâmica, continuamente em remodelação, com adição e reabsorção de material, em resposta a estímulos, entre os quais os mecânicos, Taylor [177]. Este processo procura o equilíbrio, por exemplo, um aumento da carga aplicada estimula o processo de deposição de tecido ósseo de um modo dominante, até que o nível de tensões iniciais seja restabelecido. Este fenómeno está na base da Lei de Wolff, Maquet e Furlog [92].

As consequências desta lei são bem conhecidas. Por exemplo, os astronautas perdem densidade óssea após longos períodos num ambiente de gravidade reduzida. Por outro lado, os atletas possuem, em média, ossos maiores e mais densos, quando comparados com os de pessoas não tão activas, Taylor [177].

A Tabela VIII mostra algumas propriedades mecânicas de osso esponjoso, Martens et al. [94].

Tabela VIII - Propriedades mecânicas de osso esponjoso, Martens et al. [94].

	Módulo de elasticidade [MPa]		Resistência em compressão [MPa]		
	Média	Desvio padrão	Média	Desvio padrão	
Cabeça	X	900	710	9,3	4,5
	Y	811	604	10,2	3,3
	Z	403	66	4,9	1,3
Colo	X	616	707	6,6	6,3
	Y	174	84	2,8	1,3
	Z	63	7	1	0,3
Região intertrocantérica	X	263	170	3,6	2,3
	Y	317	293	3,7	1,5
	Z	12	6	0,6	0,2

Mosekilde e Danielesen [97] mostraram que o módulo de elasticidade axial médio diminui aproximadamente 17% por década, num estudo que abrangeu pacientes com idades compreendidas entre os vinte e os oitenta anos. Ding e colaboradores [75] elaboraram um ensaio bastante completo para estudar as variações das propriedades físicas e mecânicas do osso esponjoso, obtendo conclusões semelhantes (Figura 7.6).

Hvid [86] e Hvid [87] mostraram que para o mesmo indivíduo, ossos diferentes podem apresentar diferentes valores para a mesma propriedade mecânica. Por exemplo, a resistência média à compressão na tíbia pode apresentar um valor superior em 28% à do fêmur. Natali [100] mostrou que também se podem encontrar valores diferentes para a mesma propriedade, em função da localização da amostra no osso.

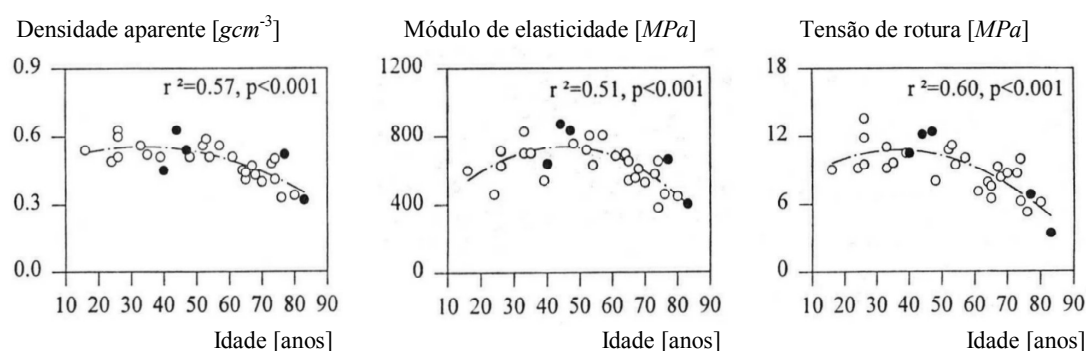


Figura 7.6. Densidade aparente, módulo de elasticidade e tensão de rotura do osso trabecular em função da idade, Ding et al. [75].

7.2.4 -Características do tecido ósseo compacto de bovinos

Afim de comparar os resultados obtidos nos ensaios dinâmicos realizados, compilou-se as características de osso compacto bovino obtidas em ensaios quasi-estáticos por outros autores.

Tabela IX - Módulo de elasticidade e resistência à rotura de osso compacto bovino, Beardsley [71] e Hollister [85].

Referência	Proveniência e método	Módulo de Elasticidade [GPa]		Resistência [MPa]	
		Longitudinal	Transversal	Longitudinal	Transversal
Beardsley et al. (1999)	Tíbia, flexão 4 pontos	13,7 ± 4,3	—	220 ± 40	—
Martin (1998)	compressão	20,4	11,7	237	178

Direcção transversal – circunferencial e radial

7.3 - Metodologia experimental, materiais e métodos

Muitos investigadores têm-se dedicado à caracterização do tecido ósseo, quer do cortical, quer do esponjoso. Contudo, a caracterização deste material em regime dinâmico não foi ainda suficientemente tratada embora existam já algumas publicações que descrevem a utilização da técnica de SHPB na medição de propriedades do tecido ósseo, Lindholm [120], Tanabe [103], Yan [105].

Do que acima foi descrito pode concluir-se ser o tecido ósseo um material cujas propriedades mecânicas apresentam uma grande dispersão. Estas propriedades variam entre indivíduos dentro de cada espécie e mesmo entre ossos do mesmo indivíduo. Alguns autores referem mesmo variações de propriedades ao longo do mesmo osso.

Dos dois tipos de tecido ósseo referidos, o osso esponjoso, é aquele cuja estrutura induz maior dispersão no valor das propriedades. Tendo uma estrutura fortemente condicionada pelo estado de tensão fisiológico apresenta importantes variações de amostra para amostra. A sua reduzida impedância mecânica dificulta também a sua caracterização dinâmica pelo método de ensaio desenvolvido neste trabalho. A necessidade de dispor de barras de muito baixa impedância exclui a utilização de materiais metálicos. A opção por outros materiais, por exemplo o Perspex (acrílico) ou o PMMA, cuja utilização é referida em algumas publicações, implica um apurado tratamento dos sinais dado que ocorrem fenómenos de dispersão e atenuação significativos na propagação de ondas. Por este facto foi decidido iniciar a caracterização destes materiais pela medição de propriedades no osso cortical.

Este estudo foi realizado em provetes obtidos de tecido ósseo bovino. O programa de ensaios foi realizado em duas etapas: na primeira foi ensaiado um conjunto de vinte provetes de tecido ósseo cortical retirados de um fémur. Contudo, apenas foram considerados válidos quinze dos ensaios realizados. Foram detectadas algumas deficiências na geometria dos provetes que obrigaram a rejeitar os resultados obtidos no seu ensaio. As principais causas de rejeição serão discutidas mais adiante. Nesta primeira etapa os provetes foram retirados segundo a direcção axial (longitudinal) do fémur.

Nos primeiros ensaios foram utilizados provetes com um comprimento aproximado de 10 *mm*, retirados na sua maioria da região média do fémur, isto é, entre a cabeça femoral e os condilos. Outros foram retirados perto da região do colo do fémur, provetes #1, #2, #3, #4 e #5, e na região perto dos condilos, #14, #15, #16, #17 e #18. Os provetes foram maquinados numa fresadora convencional como se mostra na Figura 7.7

A Figura 7.8 mostra alguns dos provetes utilizados nos primeiros ensaios e a sua colocação entre as barras com as fibras alinhadas com a direcção longitudinal destas. Os ensaios foram realizados dois dias após a

obtenção do fêmur podendo assumir-se os provetes com características mecânicas semelhantes às do osso *in vivo*. Todos os ensaios foram realizados a uma temperatura ambiente de 18°C.



Figura 7.7. Pormenor da retirada de provetes de tecido ósseo de um fêmur bovino.

O primeiro conjunto de provetes foi maquinado de forma a garantir apenas o paralelismo entre as faces de contacto com as barras. Foi aproveitada toda a espessura do osso, como se mostra Figura 7.8, de forma a assegurar uma compatibilidade de impedância com o dispositivo de ensaio. Desta forma foi possível retirar amostras cobrindo praticamente todas as regiões características do fêmur. Porém, durante os ensaios foi verificado que a variação de espessura da camada cortical implicava variações consideráveis da área resistente dos provetes. Este facto invalidou alguns ensaios por implicar e excluiu dos ensaios muitos provetes já maquinados. Neste conjunto de provetes a área das secções em contacto com as barras foi medida por projecção sobre uma quadrícula milimétrica. Foram utilizadas barras de aço com 18 mm de diâmetro, assegurando-se uma boa compatibilidade da impedância dos provetes. Na Tabela X apresentam-se os resultados obtidos nos primeiros ensaios para as propriedades mecânicas na direcção longitudinal.

Uma inspecção visual dos provetes antes de cada ensaio conduziu à rejeição de alguns deles. Uns por apresentarem uma variação de área significativa ao longo da direcção de ensaio, outros por terem algum tecido ósseo esponjoso ou ainda por falta de paralelismo entre as faces perpendiculares à direcção de ensaio. Foram ainda rejeitados alguns resultados pelo facto da amplitude de onda transmitida ter sido inferior a 20%, ou seja, a barra apresentou para estes ensaios uma impedância demasiado elevada. O comportamento demasiado frágil de certos provetes também obstou a que alguns resultados obtidos fossem considerados como aceitáveis.

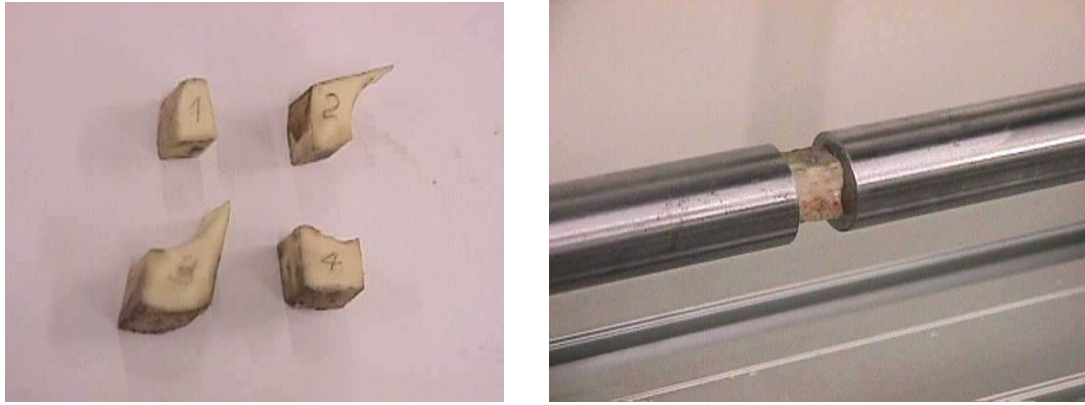


Figura 7.8. Provetes da primeira série de ensaios e forma de colocação entre as barras.

Para a segunda etapa deste programa de ensaios foi obtido um segundo fémur do qual foram maquinados provetes orientados segundo as três direcções, como ilustra a Figura 7.9. À semelhança dos primeiros ensaios a densidade de todos os provetes foi obtida por pesagem com e sem imersão em água. Os problemas detectados nos primeiros testes permitiram aferir convenientemente a metodologia de ensaio de forma a obter mais informação e com maior fiabilidade. Neste caso apenas foram ensaiados provetes de forma paralelepipedica, como mostra a Figura 7.10, retirados de partes do osso onde a espessura permitia obter provetes com a necessária impedância. Foram ainda calculados alguns parâmetros geométricos de forma a relacionar os valores obtidos com a geometria inicial dos provetes. Procurou-se desta forma diminuir a dispersão de resultados provocada pela variação de área ao longo do eixo do provete e por diferenças de geometria entre provetes. De referir ainda que neste segundo conjunto de provetes a área foi calculada de forma mais rigorosa Acresce a estas razões o facto de nos primeiros ensaios ter sido observado um comportamento inesperado para o módulo de elasticidade.

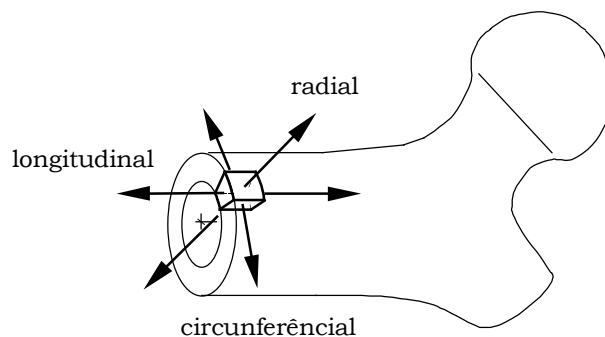


Figura 7.9. Desenho esquemático das direcções segundo as quais se prepararam provetes.

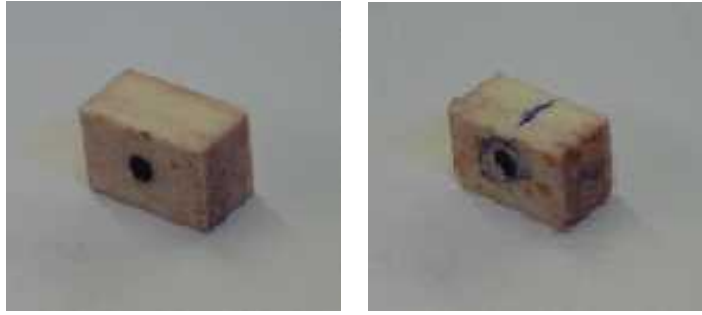


Figura 7.10. Forma dos provetes da segunda série de ensaios.

7.3.1 -Resultados e discussão

A Tabela X identifica as propriedades mecânicas obtidas para cada provete ensaiado na primeira fase das medições. Cinco dos provetes não fracturaram pelo que não é apresentada a sua tensão de rotura mas sim a máxima tensão de ensaio, #2, #4, #5, #7, #12 e #15. A Figura 7.11 ilustra um gráfico típico dos sinais obtidos nestes ensaios enquanto na Figura 7.12 se mostra um exemplo da relação tensão *vs* deformação calculada para este ensaio. Neste cálculo foi utilizado o código ADAVID® da *École Polytechnique* de Paris.

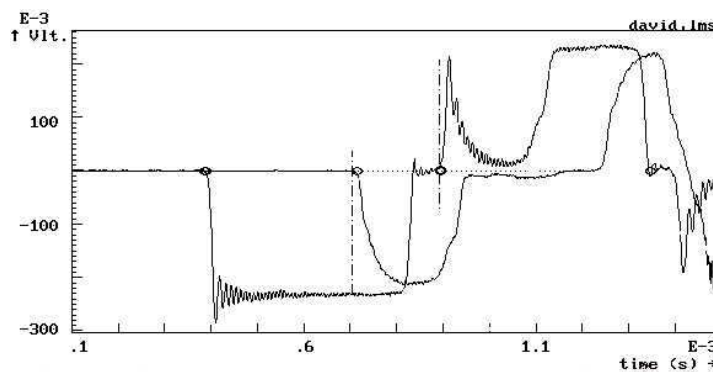


Figura 7.11. Forma das ondas de deformação observadas.

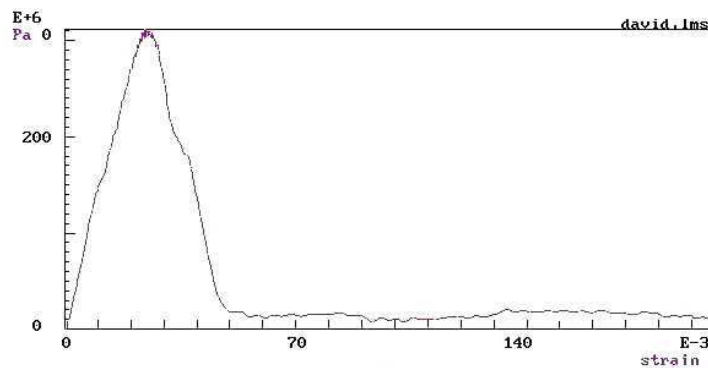


Figura 7.12. Exemplo da relação tensão *vs* deformação de osso cortical de fêmur bovino.

Considerando todos os provetes ensaiados obtêm-se os seguintes resultados, com o respectivo desvio padrão:

Tensão de rotura = 260 MPa; $s = 43,3$

Deformação após rotura = 24,4 mm/m; $s = 5,6$

Módulo de elasticidade longitudinal = 13,7 GPa; $s = 3,3$

A comparação entre as propriedades obtidas com valores publicados por outros autores é uma tarefa difícil. De facto, diversos factores como: a densidade do tecido ósseo e a localização anatómica do provete podem influenciar significativamente a análise. Todavia, o valor calculado para o módulo de elasticidade longitudinal é bastante consistente com os obtidos com outras técnicas experimentais, Cowin [190]. Os resultados obtidos permitiram relacionar o módulo de elasticidade longitudinal e a tensão de rotura com a taxa de deformação. Contudo, estas relações são pouco significativas atendendo à grande dispersão de resultados, como se pode verificar pelos valores dos coeficientes de correlação.

Tabela X – Valores obtidos para propriedades mecânicas de tecido ósseo bovino na primeira série de ensaios a elevadas taxas de deformação. Amostras retiradas na direcção longitudinal de um fémur fresco.

Proвете	Tensão de rotura [MPa]	Deformação de rotura	Módulo de elasticidade [GPa]	Taxa de deformação máxima [s^{-1}]	Taxa de deformação na rotura [s^{-1}]
1	305	31,5	11,8	679	41
2	244*	18,2**	16,1	414	
3	279	27,2	10,0	632	60
4	232*	15,9**	19,4	368	
5	288*	17,3**	17,5	530	
6	178	30,4	7,0	700	228
7	280*	27**	14,7	500	
8	310	24,6	13,1	700	60
9	247	14,9	17,3	369	90
10	300	27	14,5	795	386
11	294	27,4	12,0	734	216
12	255*	16,2**	17,7	515	
13	292	21,8	16,2	765	123
14	208	20,3	11,1	600	22
15	257*	21,6**	14,0	469	
16	258	32	9,3	713	205
17	228	19,3	14,6	572	122
18	223	24,8	10,8	585	128

*Máxima tensão [MPa]

**Máxima deformação [mm/m]

Procurando encontrar relações entre as propriedades medidas e a taxa de deformação média aplicada em cada ensaio foram ajustadas rectas de tendência às nuvens de pontos obtidas. Numa primeira análise foram utilizados todos os valores da tabela e obtidos os gráficos que se representam na Figura 7.13.

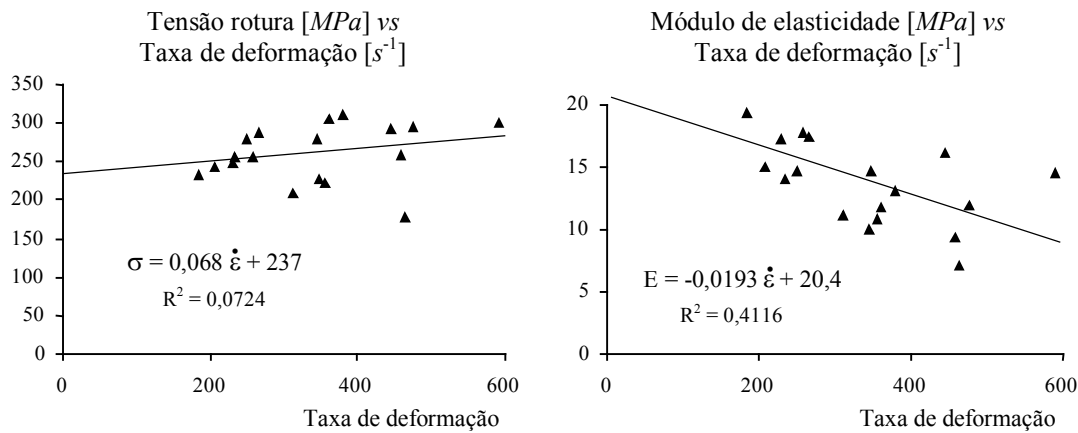


Figura 7.13. Gráfico da tensão de rotura e do módulo de elasticidade longitudinal vs taxa de deformação.

Como se trata de ensaios sobre provetes extraídos de diferentes regiões do fêmur e existe uma grande dispersão de resultados foram posteriormente ajustadas rectas a três subconjuntos de resultados respeitando a posição de recolha das amostras. Os gráficos da Figura 7.14, Figura 7.15 e Figura 7.16 representam a evolução das grandezas referidas no gráfico anterior para as posições, próxima do colo do fêmur, região central e próxima dos condilos respectivamente.

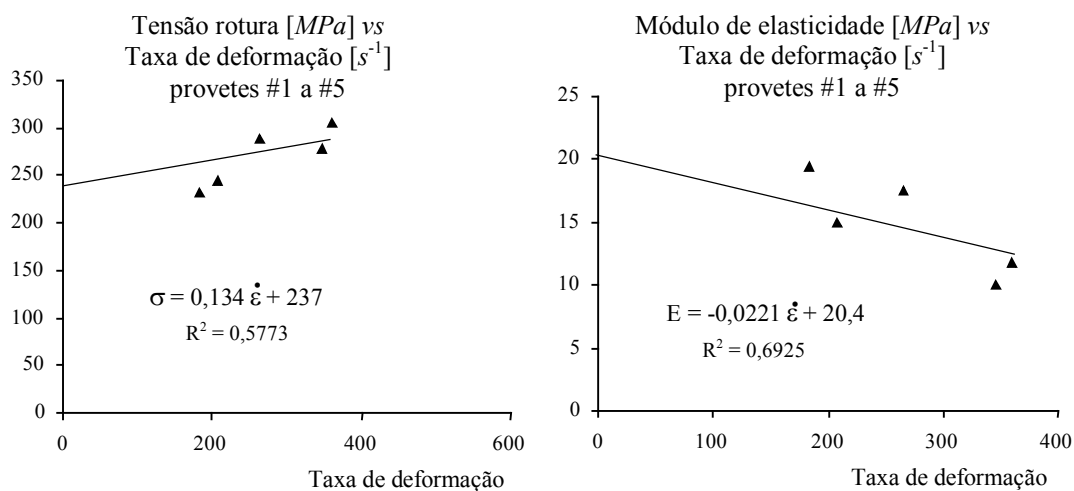


Figura 7.14. Gráfico da tensão de rotura e do módulo de elasticidade longitudinal vs taxa de deformação para os provetes recolhidos junto ao colo do fêmur.

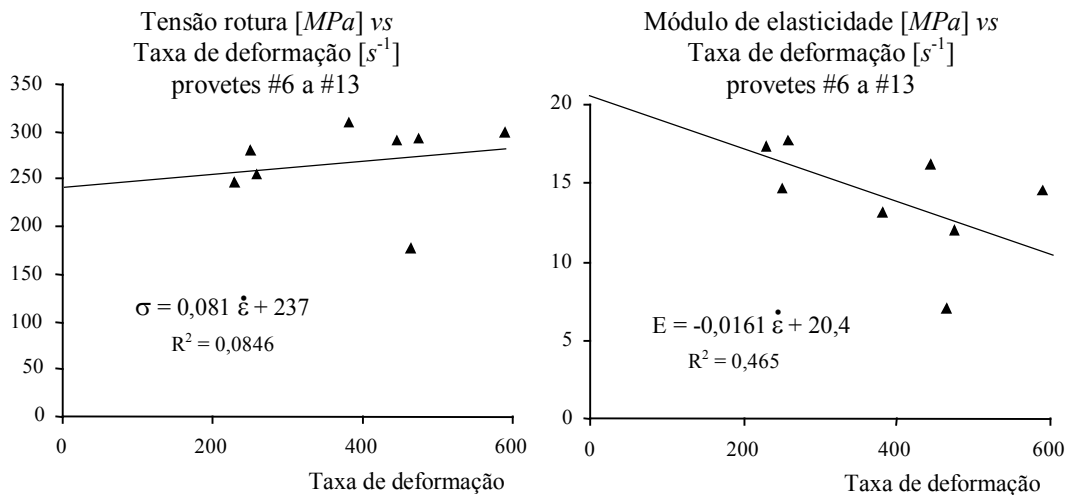


Figura 7.15. Gráfico da tensão de rotura e do módulo de elasticidade longitudinal vs taxa de deformação para os provetes recolhidos na região central do fémur.

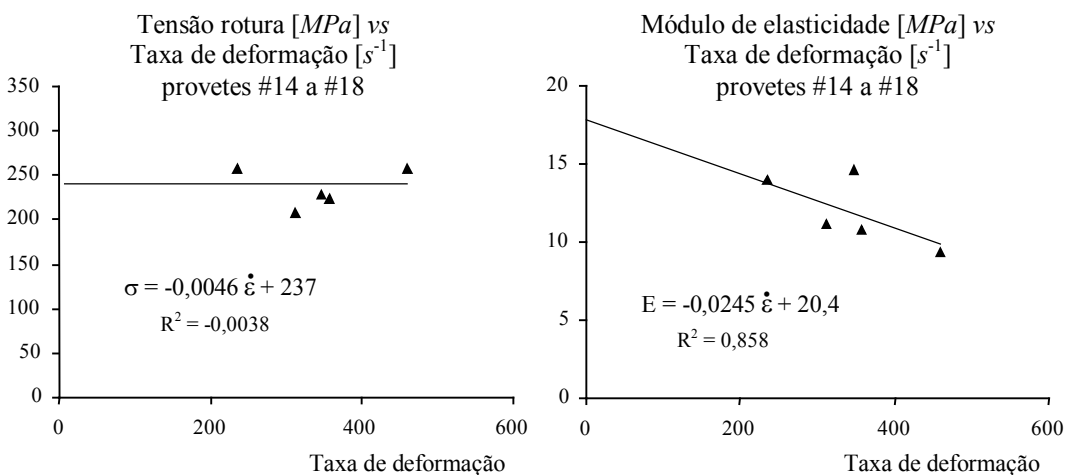


Figura 7.16. Gráfico da tensão de rotura e do módulo de elasticidade longitudinal vs taxa de deformação para os provetes recolhidos junto aos condilos do fémur.

As rectas ajustadas a cada conjunto de pontos têm o valor na origem igual ao valor médio das propriedades estáticas apresentadas por Martin e que constam na Tabela IX. O traçado destas rectas foi realizado impondo o valor na origem e ajustando os restantes pelo método dos mínimos quadrados. Como se pode constatar existem duas tendências de variação perfeitamente distintas e que se manifestam em todos os conjuntos de pontos. Enquanto a tensão de rotura aumenta com a taxa de deformação o módulo de elasticidade longitudinal diminui com esta grandeza. Se a primeira tendência era esperada e corresponde ao comportamento verificado na maior parte dos materiais ensaiados já a segunda se revelou

completamente inesperada. Embora não tenha sido possível confirmar estes resultados através de informação publicada este comportamento pode indicar ser este material muito bem adaptado a solicitações dinâmicas.

No que diz respeito à segunda fase de ensaios foram determinadas propriedades segundo três direcções ortogonais entre si, a Tabela XI ilustra os resultados obtidos. As restrições impostas pela geometria paralelepédica dos provetes restringiram o número de provetes obtidos a partir de um fémur. Dado que o tecido ósseo não tem características isotrópicas foi decidido que o segundo conjunto de provetes deveria ser obtido de forma a permitir efectuar ensaios segundo três direcções ortogonais. Este facto veio a revelar-se um factor limitativo pois reduziu o número de provetes disponíveis para cada conjunto de ensaios.

Tabela XI - Valores obtidos para propriedades mecânicas de tecido ósseo bovino na segunda série de ensaios a elevada taxa de deformação. Amostras retiradas na direcção longitudinal de um fémur fresco.

Provete	Orientação da amostra, direcção de carga	Área [mm^2]	Comprimento [mm]	Relação área/comp.	Massa específica	Tensão de rotura [MPa]	Deformação após rotura [mm/m]	Módulo de elasticidade [GPa]	Taxa de deformação máx. [s^{-1}]	Taxa de deformação na rotura [s^{-1}]
1-2	L	58	7,7	7,5	1,89	330	47	8,51	1000	600
1-3	L	83	7,7	10,8	1,82	230	34	6,97	680	400
1-4	L	82	7,6	10,8	1,69	246	30,6	8,47	760	380
1-5	L	50	7,2	6,9	1,81	260	35,1	8,85	990	606
1-6	L	55	7,7	7,1	1,95	275	35,7	8,08	680	470
2-1	L	95	10	9,5	1,91	328	27,7	13,51	1070	420
2-3	L	100	9,9	10,1	1,95	332	24,4	14,60	637	240
3-2	L	100	9,5	10,5	1,80	248	26,2	10,30	900	420
2-2	C	80	10	8,0	1,92	356	38,7	9,90	926	296
3-1	C	120	9,8	12,2	1,79	170	33,9	5,21	1080	619
4-1	C	93	10	9,3	1,89	209	42,9	4,97	896	545
4-2	C	150	9,7	15,5	1,86	172	34	5,50	950	395
4-3	C	77	8,1	9,5	1,94	271	33,6	8,68	1068	550
5-1	C	85	7,3	11,6	1,92	276	34,4	8,59	1206	530
7-1	C	78	7,3	10,7	1,96	223	43,9	4,94	1209	711
6-2	R	108	5,3	20,4	1,96	287	50,1	7,25	1379	572
6-3	R	100	5,1	19,6	1,98	260	40,5	7,77	1323	645

L – longitudinal, C – circunferencial, R - radial

Do conjunto de valores obtido na segunda fase de ensaio foi possível estimar as propriedades médias segundo as três direcções consideradas. Em seguida representam-se os três conjuntos de propriedades juntamente com os valores do desvio padrão.

Direcção longitudinal:

Tensão de rotura = 281 MPa; $s = 42,4$

Deformação após rotura = 32,6 mm/m; $s = 7,19$

Módulo de elasticidade longitudinal = 9,9 GPa; $s = 2,73$

Direcção circunferencial

Tensão de rotura = 240 MPa; $s = 66,4$

Deformação após rotura = 37,3 mm/m; $s = 4,50$

Módulo de elasticidade circunferencial = 6,83 GPa; $s = 2,14$

Direcção radial

Tensão de rotura = 273 MPa; $s = 19,1$

Deformação após rotura = 45,3 mm/m; $s = 6,79$

Módulo de elasticidade radial = 7,51 GPa; $s = 0,37$

Pela a análise da tabela, verifica-se que existe alguma disparidade de resultados que pode estar associada à geometria dos provetes. Observa-se, por exemplo, que o módulo de elasticidade na direcção longitudinal é idêntico para provetes de comprimentos semelhantes, provetes 1-2, 1-3, 1-4, 1-5 e 1-6. Na direcção circunferencial é observada uma disparidade de resultados, nomeadamente os referentes ao módulo de elasticidade, bastante marcada. Não é credível que nesta direcção se possam obter módulos entre 9,90 MPa e 4,94 MPa.

A dispersão verificada no primeiro conjunto de ensaios manteve-se apesar dos cuidados já referidos quanto a realização dos ensaios. Os gráficos que se apresentam na Figura 7.17, Figura 7.18 e Figura 7.19 resumem os valores obtidos para as duas propriedades nas três direcções de ensaio em função da taxa de deformação, aos quais foram ajustadas rectas de tendência.

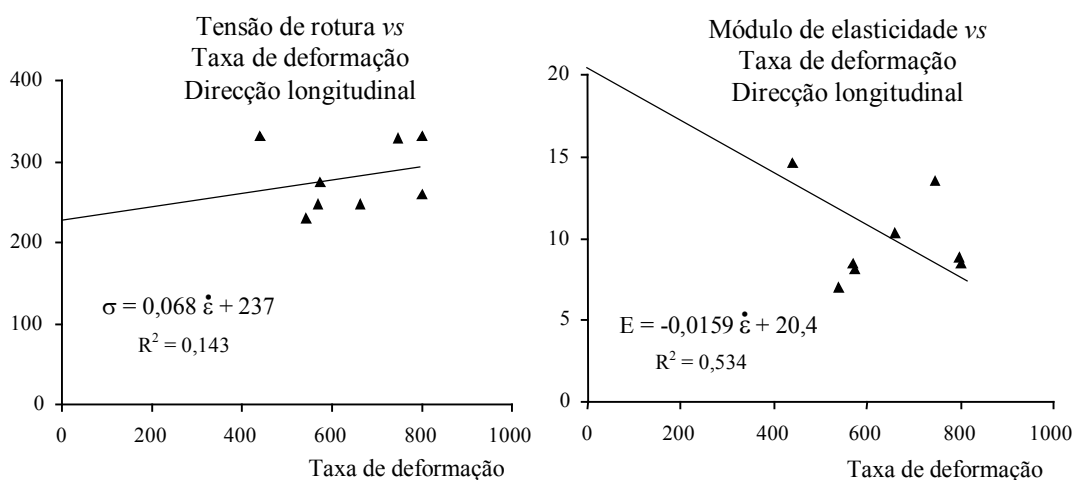


Figura 7.17. Gráficos tensão de rotura e módulo de elasticidade vs taxa de deformação para a direcção longitudinal.

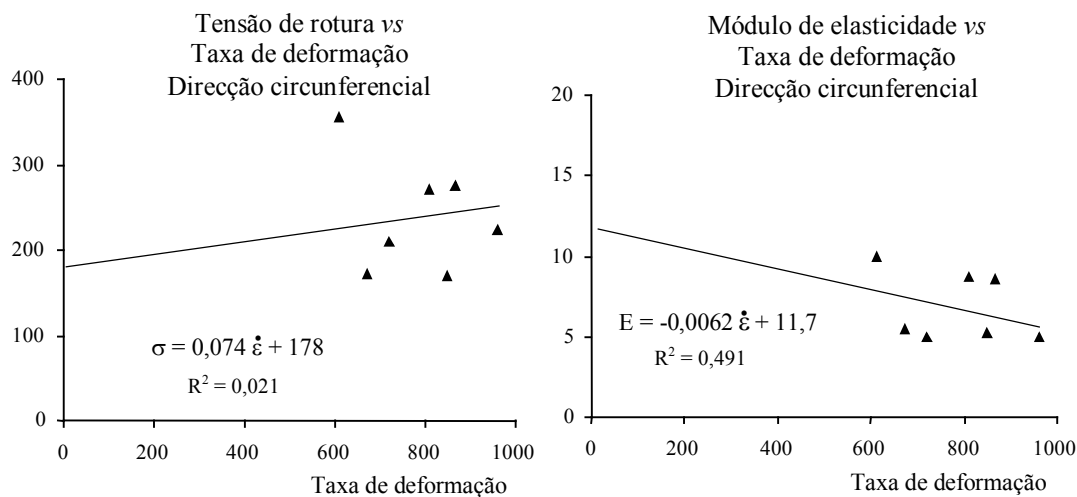


Figura 7.18. Gráficos tensão de rotura e módulo de elasticidade vs taxa de deformação para a direcção circunferencial.

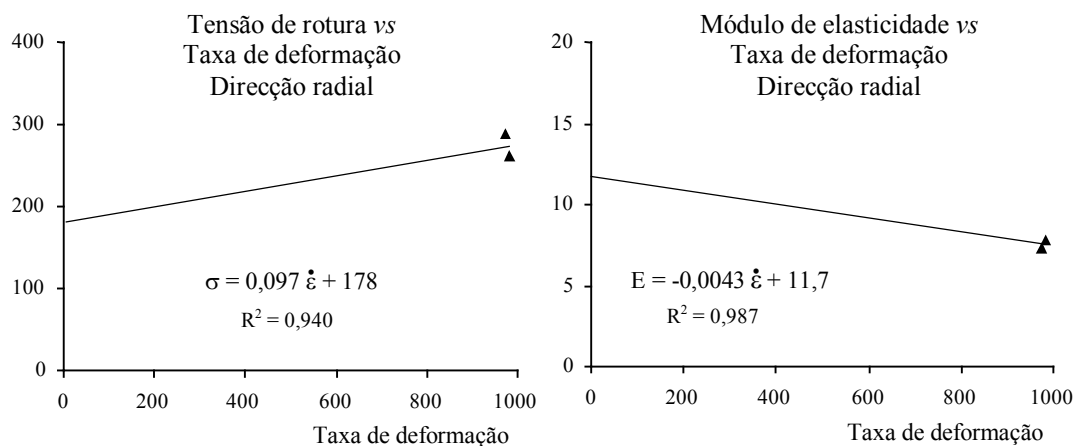


Figura 7.19. Gráficos tensão de rotura e módulo de elasticidade vs taxa de deformação para a direcção radial.

As rectas de tendência ajustadas a cada conjunto de pontos, possuem um valor na origem igual ao valor médio das propriedades estáticas apresentadas por Martin e que constam na Tabela IX. Para as direcções circunferencial e radial o valor utilizado é o da direcção transversal.

Algumas diferenças nos resultados podem ser observadas entre os primeiros e os segundos ensaios. Tais diferenças poderão advir de terem sido ensaiados tecidos provenientes de duas amostras distintas. De facto, os resultados obtidos na primeira fase da experimentação mostram tecido ósseo com uma menor tensão de rotura e uma menor deformação após rotura, embora apresentem maiores valores para o módulo de elasticidade longitudinal.

7.4 - Conclusões

Embora tenham sido obtidas propriedades diferentes para os dois fêmures ensaiados deve realçar-se que foram verificadas tendências semelhantes.

Pode ainda concluir-se que a caracterização de propriedades mecânicas, como o módulo de elasticidade e tensão à rotura, de tecido ósseo utilizando a barra de Hopkinson deve ser feita com provetes apresentando relações geométricas semelhantes. As características geométricas e dimensionais do provete desempenham um papel extremamente importante na obtenção de resultados coerentes e válidos.

A constatação mais evidente dos ensaios realizados é que estamos perante uma estrutura de características fortemente heterogêneas. A dispersão de resultados é significativa, como se pode ver pelos gráficos apresentados, mas semelhante às obtidas por outros autores. A existência de um mecanismo de rotura complexo poderá explicar parcialmente a dispersão de resultados. Os micro mecanismos existentes neste tipo de estruturas, o efeito de entalhe, o tamanho da amostra e a propagação das tensões ao longo da estrutura justificam um estudo mais aprofundado. Neste sentido foi preparado um novo dispositivo de ensaio que permitirá realizar ensaios sobre provetes menores que se pretende tenham geometria cilíndrica

CARACTERIZAÇÃO DO COMPORTAMENTO DE MATERIAIS SOB SOLICITAÇÕES DINÂMICAS

8.1 - Introdução

Neste capítulo descreve-se o programa de ensaios incluindo os realizados com o dispositivo de tracção TD16. Foram ensaiados materiais metálicos com elevada capacidade de deformação e materiais compósitos para aplicações em blindagens. Os ensaios realizados sobre metais tiveram como principal objectivo aferir a instalação experimental neste tipo de ensaio e adquirir experiência na interpretação dos resultados.

A qualidade dos resultados obtidos nos ensaios sobre metais confirmou o bom desempenho do dispositivo desenvolvido. Os sinais registados nas primeiras medições foram enviados para o LMS para serem analisados. No caso dos ensaios de tracção não foi possível comparar ensaios sobre o mesmo material em diferentes dispositivos. Embora o LMS possua um dispositivo para ensaios de tracção, este ainda se encontra em fase de aperfeiçoamento. O dispositivo em desenvolvimento no LMS opera com um impulso incidente em compressão, de forma semelhante ao de Lindholm e Yeakley [30], porém adopta outra forma de provete.

Deve referir-se que uma consulta recente realizada sobre as publicações dos dois últimos anos só revelou a existência de um outro grupo com um dispositivo semelhante ao desenvolvido no LOME, Huh [29]. Esse dispositivo dispõe de um desenho de amarras elementar, com o qual só é possível realizar ensaios sobre provetes metálicos.

Verificado o sistema sobre um material conhecido iniciaram-se as medições sobre materiais compósitos ainda mal caracterizados neste tipo de solicitação. Dado o grande interesse da caracterização dinâmica de materiais compósitos em aplicação de impacto de alta velocidade não foi difícil encontrar um parceiro nesta área. O Eng^o Jorge Justo tem em preparação uma tese de doutoramento sobre este tema. Trata-se de um programa de investigação que tem como principal objectivo a caracterização do comportamento de estruturas e materiais compósitos para aplicações balísticas. Também neste caso os resultados obtidos se revelaram muito encorajadores para prosseguir a investigação neste domínio.

Foram ainda realizados alguns testes com vista a caracterizar compósitos laminados de alta resistência. Trata-se de laminados de Carbono e resina de epóxy fortemente ortotrópicos cujos resultados em tracção não são ainda satisfatórios. Neste caso, foram também realizados vários ensaios em compressão, incluídos numa publicação recente, Guedes [61], com a finalidade de caracterizar exaustivamente este tipo de material.

8.2 - Caracterização dinâmica de uma liga de Alumínio

Este programa de ensaios, com já foi referido, destinou-se a permitir uma familiarização e verificação das capacidades do equipamento construído. Para este programa foi seleccionada uma liga de Alumínio cuja designação é 1050 H14 pela norma ASTM B-209M. A selecção deste material teve em conta a sua boa deformabilidade e baixa dureza que permitem uma fácil maquinagem e fixação nas amarras. Na Figura 8.1 pode observar-se a forma de provete utilizado e a elevada deformação após rotura obtida pelo dispositivo num provete ensaiado.



Figura 8.1. Forma típica dos provetes de alumínio ensaiados em tracção e deformação após rotura.

A geometria dos provetes foi escolhida atendendo a algumas condicionantes de ensaio. Sendo o ensaio dinâmico, a taxa de deformação é o parâmetro dominante na caracterização do material. Assim, como já foi referido, o comprimento inicial do provete deve ser tão pequeno quanto possível. Porém, existem outros factores importantes que deverão ser tidos em conta. A validade de um ensaio deste tipo está condicionada pela rotura ocorrer fora da zona de influência das amarras, logo a forma do provete deverá possuir uma garganta que favoreça esta ocorrência. Contudo, a diminuição de secção deverá fazer-se de forma suave para não introduzir concentração de tensões significativas. O modo de rotura obtido na totalidade dos provetes prova o bom desempenho da geometria utilizada.

Por consulta da norma ASTM B-209M e alguns fornecedores, foram obtidas as características de referência para este tipo de liga. Na Tabela XII

são indicados os valores das principais características mecânicas referidas pela norma e pelos fornecedores deste material.

Tabela XII – Características mecânicas da liga de alumínio 1050.

Liga e Tratamento térmico	Tensão de cedência [MPa]		Tensão de rotura [MPa]		Deformação após rotura [%]
	Mínima	Máxima	Mínima	Frequente	
1050 O	—	60	65	95	23-27
1050 H14	70	—	100	125	6-7
1050 H18	110	—	130	130	3-4

Densidade 2700 kgm^{-3}

Módulo de Elasticidade 69 GPa

Norma ASTM B-209M

Os ensaios sobre este material foram repetitivos e permitiram obter as suas propriedades dinâmicas. Na Figura 8.2 mostram-se os sinais registados durante o ensaio de um dos provetes.

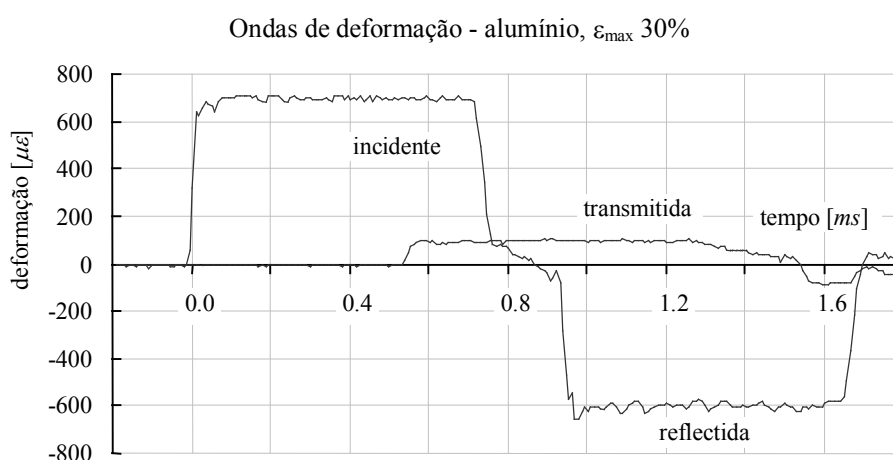


Figura 8.2. Sinais registados durante o ensaio de um provete de alumínio 1050 H14 em tracção.

Na Figura 8.3 representa-se a curva tensão *vs* deformação obtida a partir dos sinais representados na figura anterior, comparada com a mesma curva obtida num ensaio quasi-estático, realizado num máquina de ensaios INSTRON®. Neste caso, só se representa a curva de cada um dos ensaios pois verificou-se uma perfeita repetibilidade do comportamento do material.

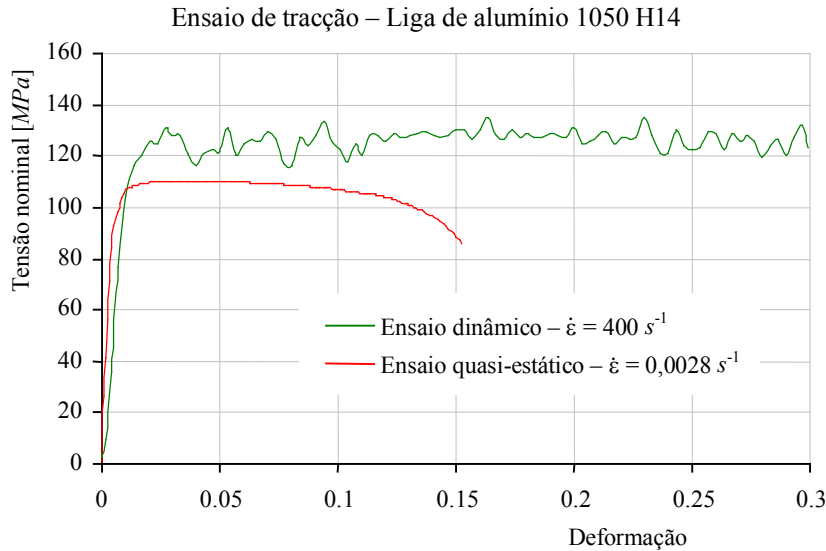


Figura 8.3. Curvas tensão *vs* deformação para o alumínio 1050 H14, obtidas a partir dos sinais representados na figura anterior e num ensaio quasi-estático numa máquina de ensaios INSTRON®.

8.2.1 -Caracterização do campo de deformações

O método de Moiré permite determinar o campo de deslocamentos no plano a partir da modulação de um padrão utilizado para codificar a superfície. Este método consiste na gravação de um padrão de linhas igualmente espaçadas sobre a superfície a deformar, e na sua desmodulação após a deformação. Esta desmodulação pode ser obtida comparando a rede deformada com a inicial previamente gravada. Para obter o campo de deslocamentos numa direcção é utilizado um padrão de linhas dispostas perpendicularmente a esta direcção. A resolução da medida é da ordem do passo da rede.

Esta técnica tem sido aplicada com sucesso no LOME para a medição de grandes deslocamentos. Para a presente aplicação foi necessário aumentar a resolução da técnica desenvolvendo um novo processo de geração e gravação de redes. Para a geração das redes, com espessuras de linha da ordem do 0,1 mm e espaçamentos de 0,2 mm, foi utilizada uma impressora laser de 1200 *dpi*. As redes gravadas em papel especial designado por ‘*Toner Transfer System*’ da marca ‘*DynaArt Designs*’ foram transferidas para as superfícies dos provetes através de uma técnica de decalque.

Para poder aplicar esta técnica ao estudo das deformações após rotura dos provetes de alumínio a superfície dos provetes foi devidamente preparada. Após ter sido lixada e desengordurada foi-lhe aplicado um padrão de linhas igualmente espaçadas segundo o processo já descrito realizado por aplicação de pressão e calor. Na Figura 8.4 pode observar-se

um provete com a rede de linhas horizontais gravada na sua superfície. Neste caso foi utilizada uma rede cuja frequência espacial ronda 3 linhas/*mm*.



Figura 8.4. Provete de alumínio para ensaio de tracção com uma rede de linhas horizontais gravada na sua superfície.

Para poder quantificar os deslocamentos em duas direcções perpendiculares foi gravada uma rede em cada lado do provete, sendo perpendiculares entre si. Na Figura 8.5 podem observar-se os padrões de franjas de Moiré obtidos após o ensaio.

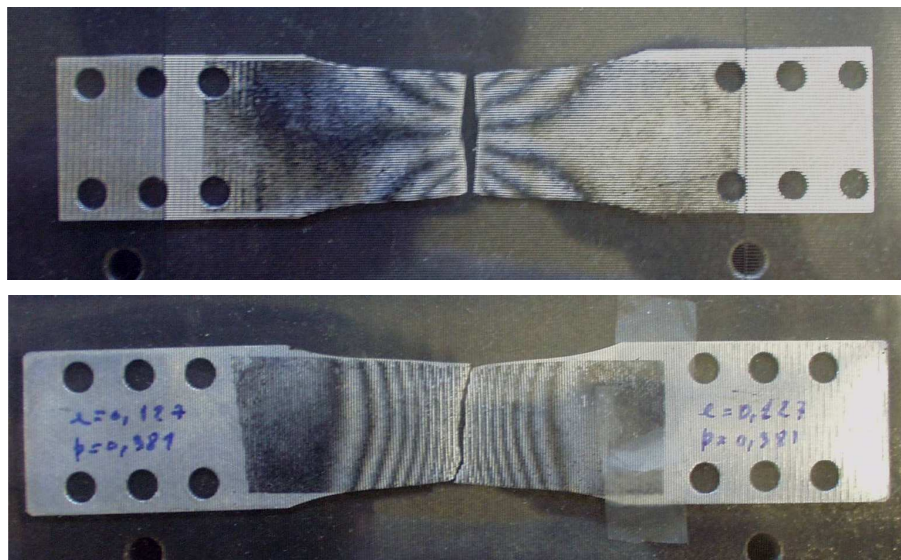


Figura 8.5. Franjas de Moiré caracterizando o campo de deformações plásticas segundo as direcções principais.

Como o LOME dispõe também de sistemas de processamento e análise de imagem é possível realizar a desmodulação recorrendo a códigos numéricos. Neste caso, são utilizados algoritmos baseados no cálculo de FFTs para obter a desmodulação da frequência portadora da informação, isto é, a frequência gravada previamente no provete. Os mapas de fase obtidos do processamento correspondem ao campo de deslocamentos, como se pode ver na Figura 8.6. Contudo, aparecem com discontinuidades nos valores π e $-\pi$ que podem ser eliminadas por técnicas de *unwrapping*.

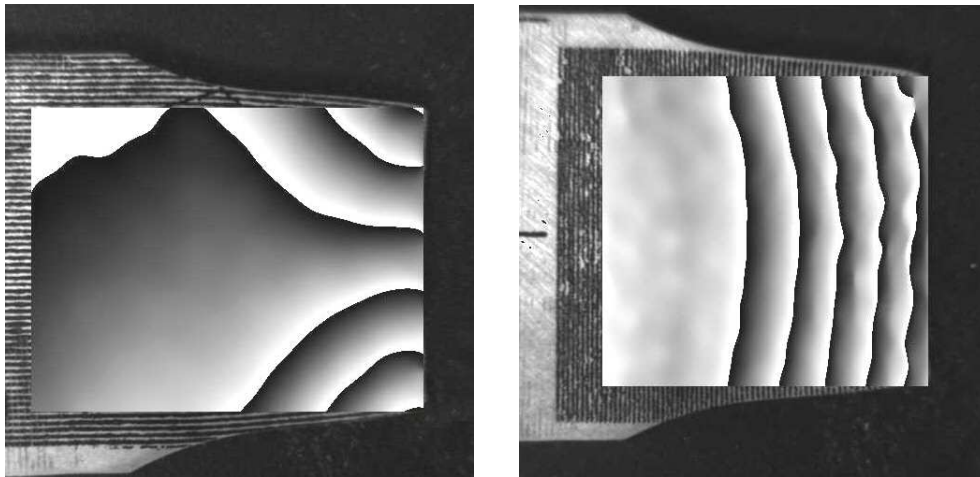


Figura 8.6. Mapas de fase caracterizando o campo de deformações plásticas segundo as direcções principais.

Como se pode observar ambos os métodos conduzem a uma distribuição de deformação semelhante. Contudo, a determinação do campo de deformação com técnicas de processamento de imagem é bastante mais poderosa pois os ficheiros obtidos podem ser processados posteriormente.

8.3 - Caracterização de laminados para aplicação em protecções balísticas: Kevlar[®] e Dyneema[®]

8.3.1 - Introdução

Nos últimos anos verifica-se um aumento do interesse no desenvolvimento de novos materiais e soluções para protecções pessoais e blindagem de veículos. As novas estratégias militares são orientadas no sentido de diminuir as baixas em combate e aumentar a capacidade de intervenção nos mais remotos locais do globo. Desta forma, a procura de soluções mais eficientes, com maior resistência e menor peso, tem centrado o desenvolvimento nos materiais compósitos.

No que respeita às protecções pessoais tais como: coletes à prova de bala, capacetes, viseiras, escudos e caneleiras, existem aplicações, quer no domínio militar, quer no domínio da sociedade civil. Actualmente verifica-se o uso generalizado deste tipo de protecções nos soldados e nas forças de manutenção da ordem. Também tem crescido a utilização de protecções individuais em elementos ligados ao poder político e judicial ou em situações de risco. Isto é válido, quer para a utilização de coletes à prova de bala, quer para a utilização de veículos ligeiros blindados. No caso das aplicações civis, quando utilizadas, estas protecções não devem alterar significativamente a aparência das pessoas e dos veículos, de forma a mante-los política e socialmente aceitáveis nas ruas. Neste caso, além de

um menor peso para a mesma resistência, a estrutura de protecção utilizada deverá também possuir um volume reduzido e uma boa conformabilidade.

No que diz respeito às aplicações militares, o factor mobilidade é determinante. Hoje em dia privilegiam-se os equipamentos que aliem um elevado poder de fogo a uma elevada protecção e, ao mesmo tempo, possam ser facilmente transportados por ar a grandes distâncias. Os tanques de combate construídos de forma tradicional têm pesos que rodam os 700 *kN* e não satisfazem os actuais requisitos de transportabilidade e manobrabilidade. No actual contexto militar de conflitos locais e dispersos em situações de guerrilha os veículos devem também ser suficientemente rápidos, manobráveis e leves. Os exércitos europeus têm vindo a reequipar-se com veículos de assalto, reconhecimento e transporte com peso inferior aos 250 *kN*, Nucc [112].

Do que acima foi dito pode concluir-se que os materiais compósitos se encontram bem adaptados para aplicações em blindagens. A sua conformabilidade, o seu baixo peso e elevada resistência são algumas das características que justificam a sua aplicação, Flanagan [113]. Em protecções contra projecteis de baixo calibre, existem actualmente materiais compósitos cujas características permitem a sua utilização isolada. Em situações envolvendo maior calibre, os materiais compósitos podem ser utilizados em conjunto com materiais cerâmicos e metálicos para obter a protecção necessária, várias combinações deste tipo têm sido estudadas, Parameswaran [114].

Na procura de uma maior eficiência nestas aplicações a indústria de blindagens tem solicitado compósitos mais eficientes e melhor caracterizados. Para responder a esta solicitação novas fibras, resinas e configurações de tecido têm sido desenvolvidas. No entanto, a sua caracterização dinâmica nem sempre tem sido cuidada ou suficientemente completa. A elevada competição entre os diversos fabricantes e o constante aparecimento de novos produtos dificultam a sua caracterização, assim como a compilação e divulgação da informação já existente.

As enormes capacidades de cálculo das actuais ferramentas numéricas disponíveis e sua grande divulgação tornam a optimização destes produtos de protecção mais fácil. Porém, estas ferramentas numéricas, para simularem correctamente o comportamento de uma qualquer estrutura, exigem uma prévia caracterização experimental dos materiais envolvidos. Esta caracterização é de vital importância, influenciando de forma determinante os resultados finais da simulação.

Nestas solicitações de impacto de alta velocidade os materiais compósitos a empregar devem permitir uma dissipação de elevadas quantidades de energia. Velocidades de propagação do som elevadas permitem aumentar a quantidade de material envolvido na resposta de uma solicitação dinâmica do tipo projectil/alvo. Elevadas tensões e deformações

de rotura são sempre desejáveis pelo que são normalmente utilizadas fibras aramidicas ou *polyethylene* de alta tenacidade, como por exemplo, o Kevlar® 129 HT e o Dyneema® SK66. As protecções balísticas fabricadas com estes materiais são normalmente estruturas compósitas do tipo placa, com percentagens de resina baixas, da ordem dos 12%, sendo a dissipação de energia realizada essencialmente por tracção das fibras.

Um dos principais objectivos dos ensaios de impacto de alta velocidade é caracterizar e quantificar a resposta das protecções balísticas. Nestes ensaios são utilizados projecteis normalizados que simulam fragmentos, disparados a velocidades que rondam os 800 ms^{-1} . São utilizadas quantificações como: penetração; perfuração; velocidade de entrada e velocidade de saída; velocidade de impacto para perfuração em 50% dos casos – V_{50} . Na Figura 8.7 mostra-se uma placa de compósito após ensaio e na Figura 8.8 mostram-se os projecteis utilizados nos ensaios de impacto a alta velocidade.

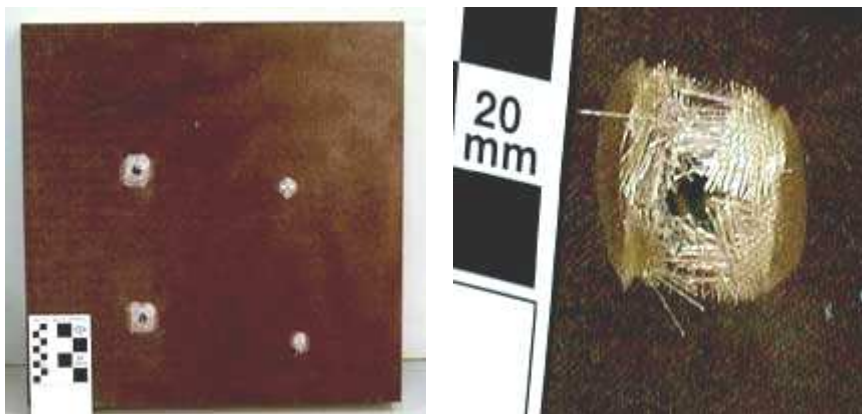


Figura 8.7. Ensaio de impacto de alta velocidade sobre uma placa de material compósito. Fonte, TNO *Prins Maurits Laboratory*.

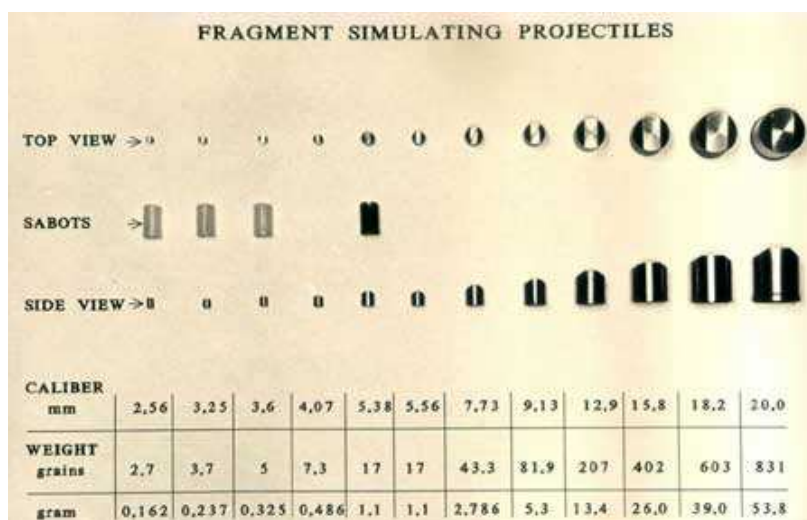


Figura 8.8. Projecteis normalizados para ensaios de impacto de alta velocidade. Fonte, TNO *Prins Maurits Laboratory*.

Embora existam disponíveis diversas normas para o ensaio balístico de estruturas, como se pode observar na Tabela XIII, não existe uma conveniente regulamentação sobre o ensaio e caracterização dinâmica de materiais. Contudo, esta caracterização é fundamental para simular devidamente o comportamento dinâmico das estruturas finais e prever o seu desempenho. Tratando-se de materiais com aplicações no domínio da defesa (militar) têm normalmente uma circulação restrita. Os estudos de caracterização destes materiais são frequentemente confidenciais ou de difícil acesso. Por isso, não é fácil encontrar bibliografia ou publicações científicas sobre a caracterização destes materiais compósitos.

Tabela XIII – Normas de ensaios balísticos e respectivo campo de aplicação.

Normas de ensaios balísticos de acordo com a ISO/IEC 17025		
Norma	Origem	Gama de aplicabilidade
EN 1063	Europa	Ensaio em vidro
EN 1522/EN 1523	Europa	Janelas, portas, postigos e viseiras
NPN	Holanda	Armadura de protecção pessoal
NIJ STD 0101.04	USA	Armadura de protecção pessoal
DIN 52290	Alemanha	Ensaio em vidro
STANAG 2920	OTAN	Métodos de ensaio de blindagens
Ministério da Justiça	Holanda	Testes em portas, paredes e painéis
MIL - DTL 46027 / 46063	USA	Testes em ligas de alumínio

TNO - The Netherlands Organisation for Applied Scientific Research

Embora a SHBT em compressão seja frequentemente utilizada na caracterização dinâmica de materiais, neste caso só pode ser empregue na determinação das características transversais ao laminado. A conveniente caracterização do comportamento destes materiais exige também ensaios em tracção. Contudo, as soluções convencionais de amarração não são aplicáveis, quer à técnica, quer ao material. Por isso, foi decidido durante este trabalho conceber e construir um dispositivo devidamente adaptado à realização dos ensaios necessários a esta caracterização. A metodologia seguida na construção do dispositivo experimental, já descrita no capítulo 6, teve em conta os problemas inerentes à técnica e os relacionados com a fixação destes materiais.

A caracterização dinâmica destes materiais surge neste contexto por solicitação do Eng^o Jorge Justo, durante a realização do seu trabalho de doutoramento. Este trabalho, em fase de publicação, pretende caracterizar o comportamento de estruturas tipo painel para aplicações envolvendo impactos de alta velocidade. Esta caracterização envolve ensaios reais de

impacto de alta velocidade, simulação numérica do comportamento das estruturas e análise de dano. A análise deste fenômeno envolve o estudo do comportamento a altas velocidades de deformação, razão pela qual estes ensaios se tornam indispensáveis. A caracterização destes materiais iniciou-se com recurso a ensaios estáticos, com formas e dimensões segundo a normalização aplicável. Durante este estudo, o modo de rotura evidenciado por provetes de maiores dimensões e número de camadas superior não se revelou o mais adequado para a caracterização dos materiais utilizados.

O envolvimento do LOME inclui, além da análise não destrutiva para caracterização do dano, um programa de ensaios para determinação das propriedades dinâmicas destes materiais. Este último está parcialmente integrado nesta tese.

8.3.2 -Caracterização dinâmica do kevlar® 129 HT

Embora fora do âmbito deste trabalho também foi realizada a caracterização estática deste material. A informação recolhida foi relevante no dimensionamento das amarras do dispositivo de tracção e na confirmação do bom desempenho da solução adoptada para as amarras. Os ensaios estáticos foram ainda utilizados para estabelecer uma tendência de comportamento deste material com o aumento da taxa de deformação.

Os provetes utilizados na caracterização deste material foram retirados de placas laminadas obtidas numa prensa de pratos quentes. Tendo em atenção as limitações de atravancamento impostas pelas amarras foram testados provetes retirados de placas com 2 camadas. As placas foram fabricadas a partir de tecido equilibrado, tipo tafetá, pré-impregnado fornecido pela empresa SEAL. Na Tabela XIV estão indicadas as principais características deste material. O empilhamento foi realizado sem rotação de camadas.

Tabela XIV – Propriedades do material pré-impregnado STYLE 258 PHF

STYLE 258 PHF – Kevlar® 129 HT					
Tecido			Resina	Pré-impregnado	
Fibra	Número de fios	Massa específica	Tipo	Massa específica	Porcentagem de resina
Kevlar® 129 HT 3140 dtex	6,4 x 6,4 cm^{-1}	400-410 gm^{-2}	Phenolic PHF modificada	455 gm^{-2}	12% em massa
Processamento					
Meio de conformação	Pressão	Temperatura	Tempo	Espessura final	
Prensa de pratos quentes	10 $kgf\cdot cm^{-2}$	165 °C	10 min	0,45 mm/camada	

Valor de resistência referido pelo fabricante para uma placa de 18 camadas:

$V_{50} = 635 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ pela norma Stanag 2920

Os ensaios estáticos foram realizados nas instalações do INEGI numa máquina INSTRON® para ensaios de tracção. Foram sentidas algumas dificuldades na amarração dos provetes e na medição dos deslocamentos obtida directamente pelo equipamento. Para ultrapassar estas dificuldades foi acrescentado um par de transdutores adicionais, do tipo LVDT, para medir o deslocamento relativo das amarras. Na Figura 8.9 mostra-se a máquina de ensaios após a adaptação realizada para obter os deslocamentos com maior rigor.

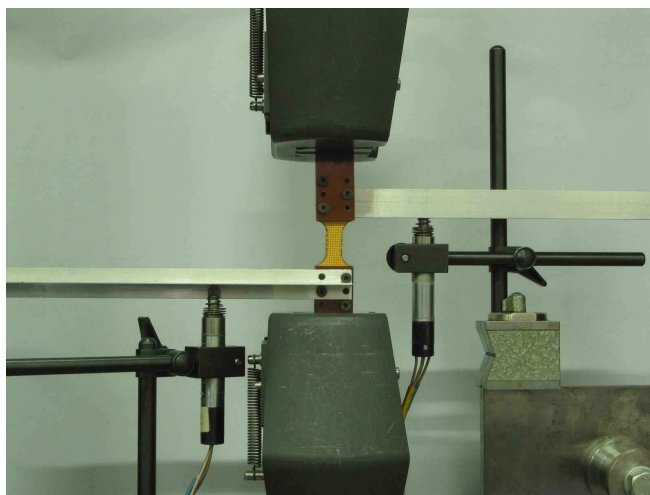


Figura 8.9. Ensaios de tracção quasi-estáticos numa INSTRON® em compósito Kevlar® 129 HT.

A Figura 8.10 mostra a curva tensão *vs* deformação típica para este material. Os ensaios decorreram normalmente e apresentaram uma boa repetibilidade. Deve referir-se que para garantir uma boa comparação com os ensaios dinâmicos se utilizaram provetes e amarras semelhantes em ambos os ensaios. Neste caso as amarras de fixação do provete eram por sua vez, fixadas nas amarras da máquina de ensaio. Desta forma se testou também a capacidade de fixação deste tipo de material pelas amarras projectadas.

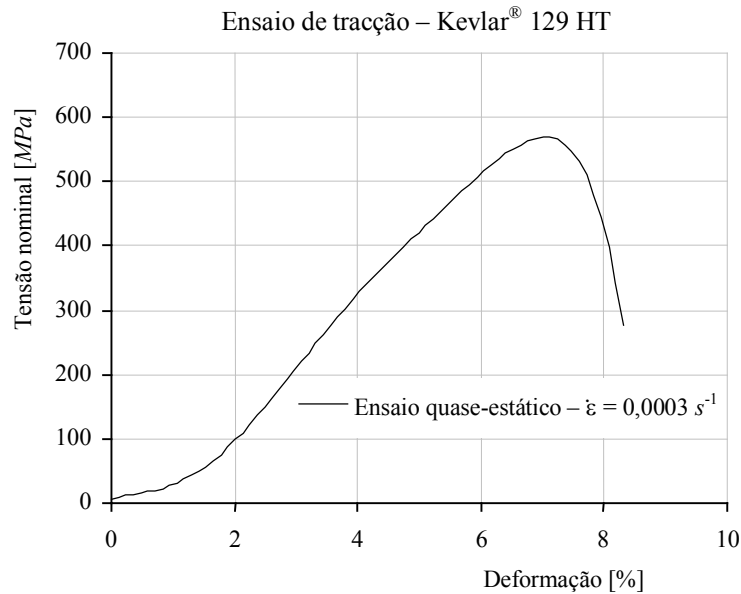


Figura 8.10. Curva tensão *vs* deformação em regime quase-estático para Kevlar® 129 HT.

Para estes ensaios foi utilizado um conjunto de provetes cuja forma se pode ver na Figura 8.11. Com um comprimento total de 100 *mm*, distância entre amarras de 30 *mm*, comprimento de garganta de 10 *mm* e raio de concordância de 16 *mm*. Foram testadas diferentes larguras de garganta, entre 10 e 16 *mm*. Das geometrias ensaiadas, aquelas que melhor se compatibilizaram com o modo de fixação foram as de 10 e 12 *mm* de largura, referenciados como provetes tipo 4 e tipo 3, respectivamente.

Este material é de muito difícil corte pelo que foram testadas várias soluções para o fazer: corte com tesoura apropriada para este tipo de tecidos, corte com fresa e corte com laser de CO₂, sendo este último o que apresentou melhores resultados.

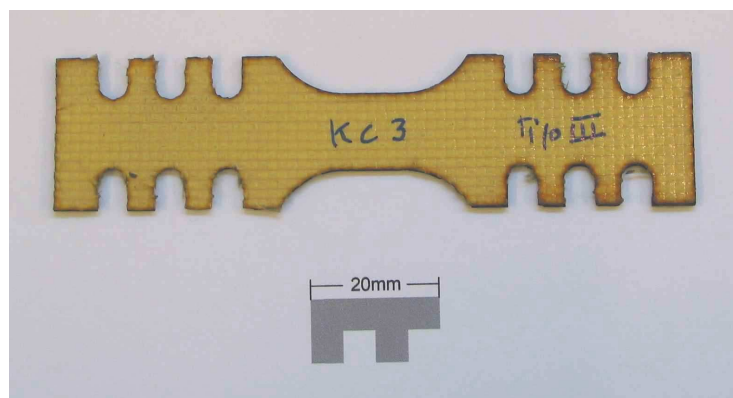


Figura 8.11. Forma dos provetes de Kevlar® para ensaios de tracção.

Nestes ensaios foi também possível identificar o modo de rotura associado à falência destes materiais. É aceite pela comunidade científica que, o desempenho balístico de um compósito convencional é aproximadamente 30% inferior ao de um compósito com igual número de camadas não coladas, Carr [110]. O bom desempenho destes compósitos na absorção da energia de impacto é obtido utilizando uma grande percentagem de fibras. Estas são aglomeradas numa matriz de resina com comportamento viscoso, mesmo após cura. Esta solução, onde a percentagem de resina varia entre os 10 e 12%, tem como objectivo garantir que é envolvido na absorção de energia um maior comprimento de fio. Desta forma, observa-se rotura dos fios que constituem o tecido em secções diferentes. O modo de rotura normalmente observado é do tipo esfiapado, isto é, sem uma secção de rotura definida e com grandes comprimentos de deslizamento entre fios. A Figura 8.12 mostra a rotura de dois provetes de Kevlar® obtida em ensaios estáticos.

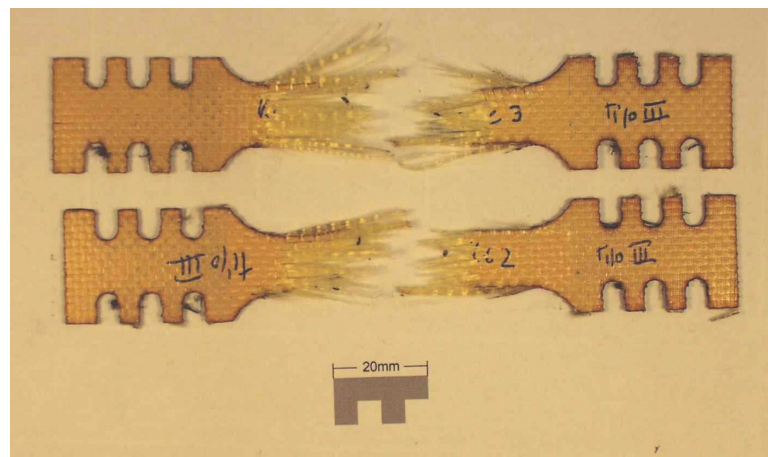


Figura 8.12. Modo de rotura verificado nos provetes de tracção em ensaios quasi-estáticos. Kevlar® 129 HT.

Para garantir a representatividade e a ocorrência do mesmo modo de rotura, nos ensaios dinâmicos foram utilizados provetes com o mesmo comprimento de referência. Este foi contabilizado como a distância entre o topo das amarras, visto que, com este modo de rotura, o raio de concordância da garganta não concentra nesta, a rotura de todas as fibras. Este facto condicionou as taxas de deformação obtidas nos ensaios. Uma especial atenção foi dedicada ao aperto das amarras no sentido de evitar o escorregamento e desfiamento de fios dentro da amarra. Este facto levaria à necessidade de considerar um maior comprimento de referência com alterações significativas de módulos de elasticidade e taxas de deformação calculadas.

Foram realizados ensaios sobre 12 provetes deste material. O programa de ensaios foi constituído por quatro séries de ensaios de três provetes cada. Cada série compreendeu um tipo de geometria, 10 ou 12 mm de largura de garganta e a utilização, ou não, da ferramenta auxiliar de aperto. A repetibilidade dos resultados justificou o reduzido número de provetes ensaiados em cada série.

A Figura 8.13 representa a forma característica dos sinais obtidos nos ensaios destes materiais com o dispositivo de tracção. Na Figura 8.14 representam-se graficamente as curvas, tensão *vs* deformação, calculadas nos vários ensaios realizados. Nesta figura, apenas se representam as duas curvas mais repetitivas da série de três. Não se verificou uma diferença de comportamento significativa entre provetes tipo 3 e tipo 4. Para os provetes de garganta mais estreita, tipo 4, registaram-se valores de tensão de rotura ligeiramente superiores, e um pequeno desvio para a direita das suas curvas. O registo de maiores valores de tensão de rotura para menores provetes pode ser justificado como a tendência destes para se aproximarem do comportamento da fibra.

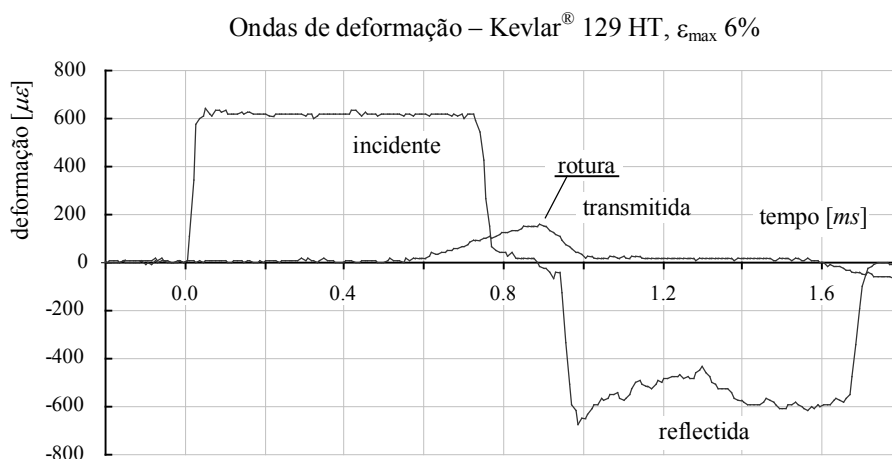


Figura 8.13. Sinais registados durante o ensaio de um provete de Kevlar® 129 HT em tracção.

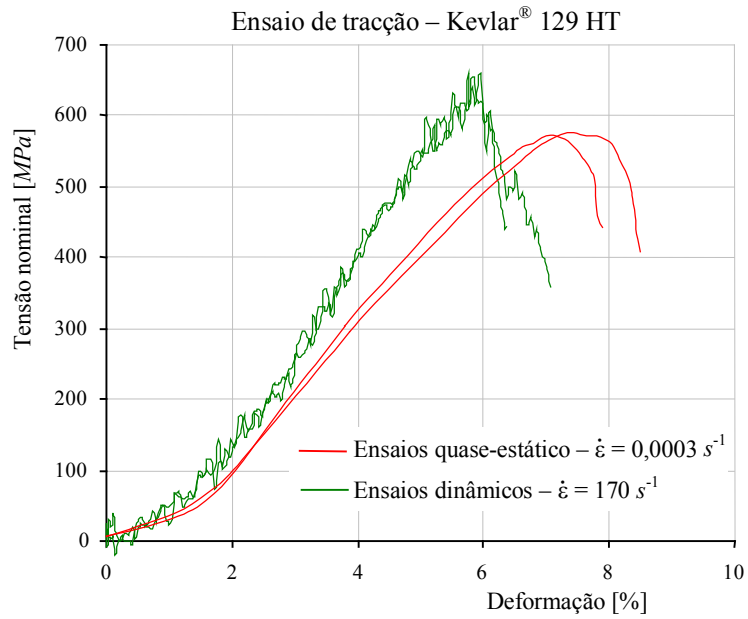


Figura 8.14. Comparação entre as curvas tensão *vs* deformação obtidas em regime quasi-estático e em regime dinâmico. Provetes Kevlar® 129 HT tipo 3.

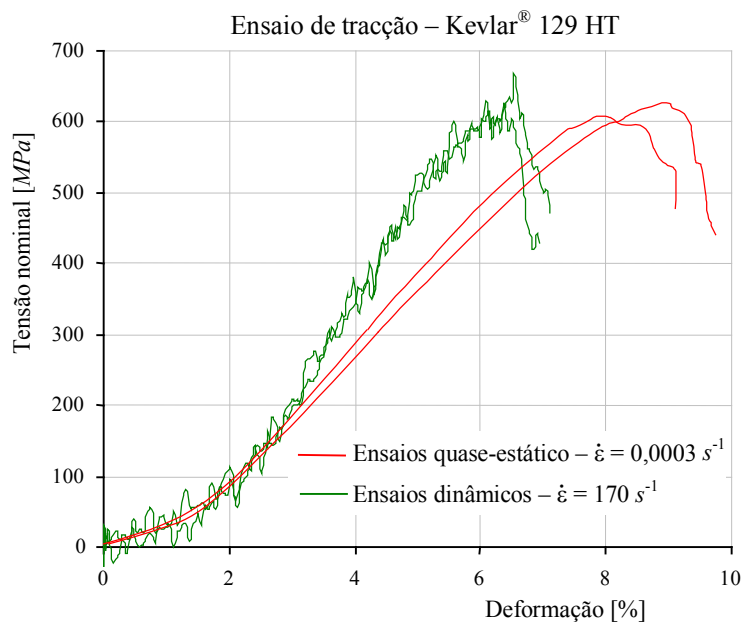


Figura 8.15. Comparação entre as curvas tensão *vs* deformação obtidas em regime quasi-estático e em regime dinâmico. Provetes Kevlar® 129 HT tipo 4.

Como se pode observar na Figura 8.15, existe um ruído característico inerente a este tipo de ensaios. Este ruído deve-se a factores já citados,

como o elevado ganho de um sinal inicialmente fraco ou a inexistência de filtros. A filtragem electrónica deve ser evitada para garantir a largura de banda necessária. Desta forma, a cada nuvem de ponto foi ajustada uma curva apropriada. Dos testes realizados neste ajuste, o polinómio do 6º grau, foi aquele que apresentou os maiores valores de correlação, superiores a 0,995 na maioria dos casos. Todos os valores retirados destes gráficos foram obtidos com o auxílio deste polinómio.

Na Figura 8.16 representa-se um gráfico da evolução da tensão de rotura com a taxa de deformação. Deste gráfico, logarítmico na escala das abcissas, pode constatar-se que a tensão de rotura é pouco sensível à variação da taxa de deformação nesta gama de valores.

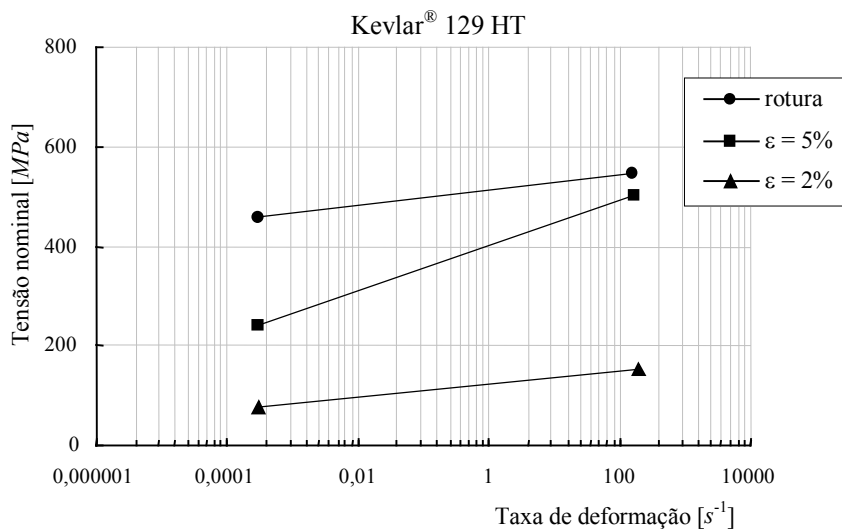


Figura 8.16. Variação da tensão com a taxa de deformação.
Provetes de Kevlar® 129 HT.

Foi também traçado o gráfico correspondente à variação do módulo de elasticidade com a taxa de deformação. Neste caso, observa-se um aumento deste módulo com a taxa de deformação, isto é, o material enrijece ligeiramente com o aumento da taxa de deformação.

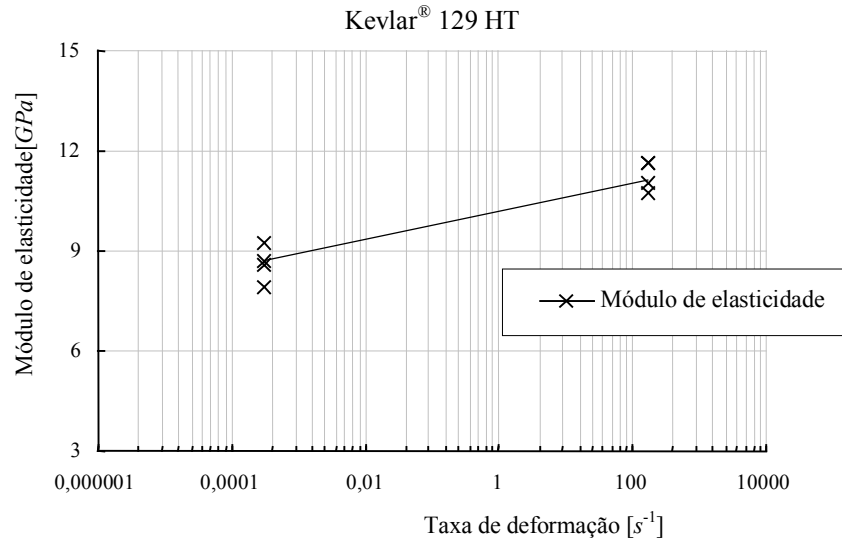


Figura 8.17. Variação do módulo de elasticidade com a taxa de deformação. Provetes de Kevlar® 129 HT.

8.3.3 -Caracterização dinâmica do Dyneema® SK66

Para a caracterização deste material procedeu-se de forma idêntica à descrita no ponto anterior. O material foi inicialmente ensaiado em regime quasi-estático, utilizando provetes de geometria idêntica aos anteriormente referidos, mas com diferente número de camadas.

Na Tabela XV apresentam-se as principais características, fornecidas pelo fabricante, para os materiais utilizados. Este tecido pré-impregnado é equilibrado, do tipo *twill* 3/1 e foi fornecido pela empresa SEAL. O empilhamento foi realizado sem rotação de camadas.

Tabela XV – Propriedades do material pré-impregnado STYLE 507 L12

STYLE 507 L12 – Dyneema® SK66					
Tecido			Resina	Pré-impregnado	
Fibra	Número de fios	Massa específica	Tipo	Massa específica	Porcentagem de resina
Polyethylene de alta tenacidade Dyneema® SK66 440 dTex	16,6 x 16,6 cm^{-1}	150 gm^{-2}	Stamilex	160 gm^{-2}	6,5% em massa
Processamento					
Meio de conformação	Pressão	Temperatura	Tempo	Espessura final	
Prensa de pratos quentes	10 $kgf\cdot cm^{-2}$	125 °C	15 min	0,21 mm/camada	

Valor de resistência não referido pelo fabricante.

Para o programa de caracterização dinâmica foram ensaiados dezoito provetes deste material, que permitiram obter as curvas de comportamento tensão *vs* deformação, quer em regime quasi-estático, quer em regime dinâmico. Também neste caso foi possível obter uma boa repetibilidade nos resultados com diferentes formas de provetes, não sendo notadas diferenças significativas de comportamento em provetes tipo 3 e tipo 4.

Neste caso, foi verificado durante o programa de ensaios estáticos, existir tendência para um escorregamento significativo entre as camadas de tecido. Este escorregamento era particularmente elevado nas camadas interiores que não ficavam em contacto directo com as amarras. Os resultados de alguns ensaios foram mesmo rejeitados por se ter verificado *à posteriori* que a rotura das fibras das camadas interiores ocorreu dentro das amarras. Note-se que, sendo a espessura por camada deste material muito reduzida, 0,21 mm, é corrente o fabrico de placas com elevado número de camadas, por exemplo 40.

Para o programa de caracterização dinâmica foram inicialmente fabricados provetes com 5 camadas, por ser esta a espessura de provete melhor adaptada ao dispositivo. Porém, o fenómeno de escorregamento entre camadas também se verificou, mesmo com este reduzido número de camadas. Assim, foram também fabricados e ensaiados provetes com 2 camadas, no sentido de minimizar o efeito deste fenómeno e simultaneamente quantificá-lo. As curvas que se apresentam na Figura 8.18 foram obtidas em ensaios quasi-estáticos com provetes de 2 e 5 camadas.

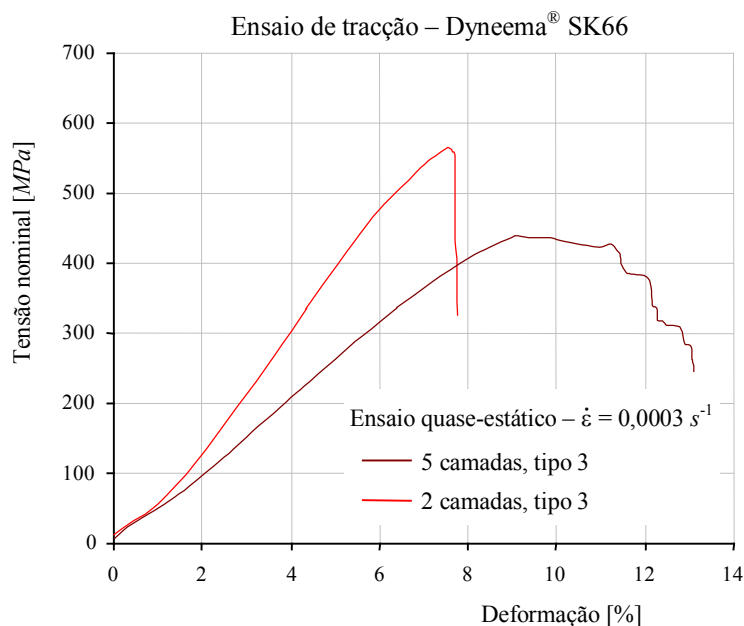


Figura 8.18. Curvas tensão *vs* deformação em regime quasi-estático para Dyneema® SK66. Provetes de 2 e 5 camadas

Como se pode ver na Figura 8.19 o modo de rotura deste compósito é semelhante ao verificado no Kevlar®.

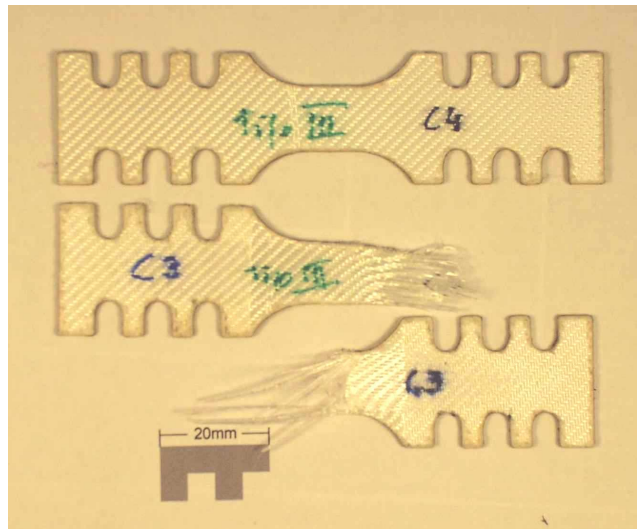


Figura 8.19. Modo de rotura verificado nos provetes de tracção em ensaios quasi-estáticos. Dyneema® SK66.

Nos ensaios dinâmicos realizados no dispositivo de tracção foram utilizados provetes semelhantes aos envolvidos nos ensaios estáticos, estratégia idêntica à utilizada na caracterização do kevlar®. Na Figura 8.20 apresentam-se, no mesmo gráfico, os valores obtidos em ambos os ensaios. Como se pode verificar, neste caso a tensão de rotura e o módulo de elasticidade sobem com o aumento da taxa de deformação.

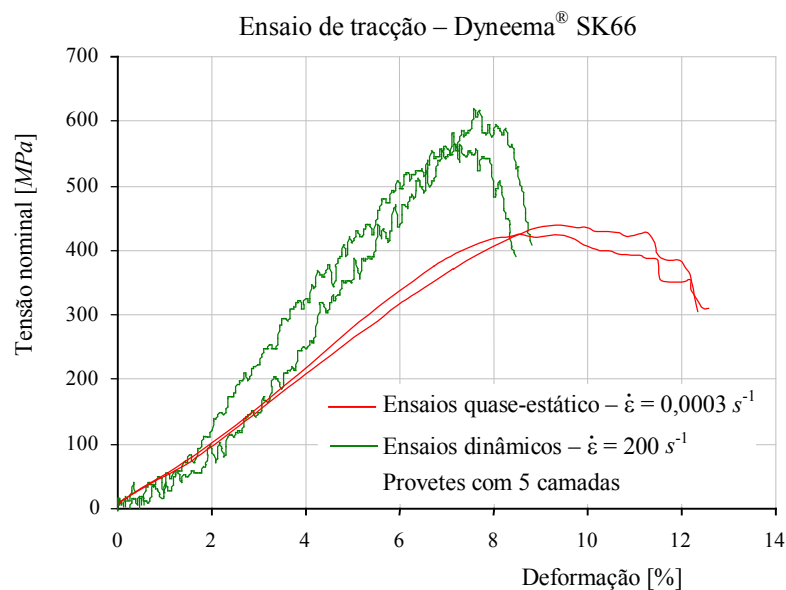


Figura 8.20. Comparação entre as curvas tensão *vs* deformação obtidas em regime quasi-estático e em regime dinâmico. Provetes de Dyneema® SK66 com 5 camadas.

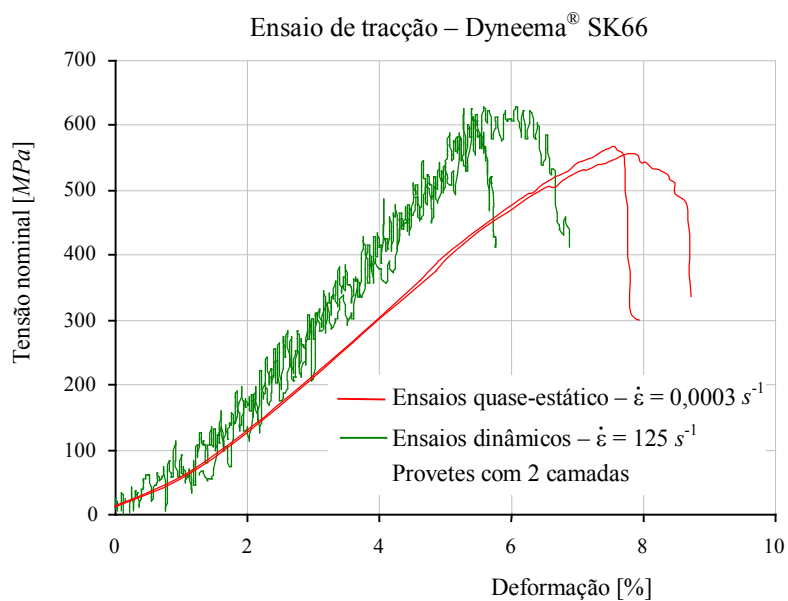


Figura 8.21. Comparação entre as curvas tensão *vs* deformação obtidas em regime quasi-estático e em regime dinâmico. Provetes de Dyneema® SK66 com 2 camadas.

Utilizando o *software* disponível foram calculadas as propriedades dinâmicas deste material a partir dos valores medidos nos ensaios. Na Figura 8.22 representa-se graficamente a evolução da tensão de rotura com a taxa de deformação.

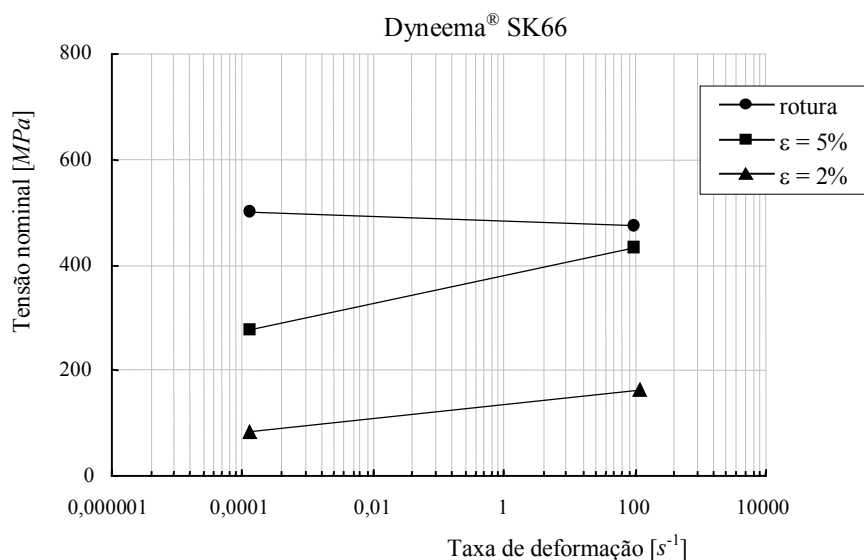


Figura 8.22. Variação da tensão com a taxa de deformação. Provetes de Dyneema® SK66 com duas camadas.

Finalmente, a evolução do módulo de elasticidade com a taxa de deformação é apresentada na Figura 8.23.

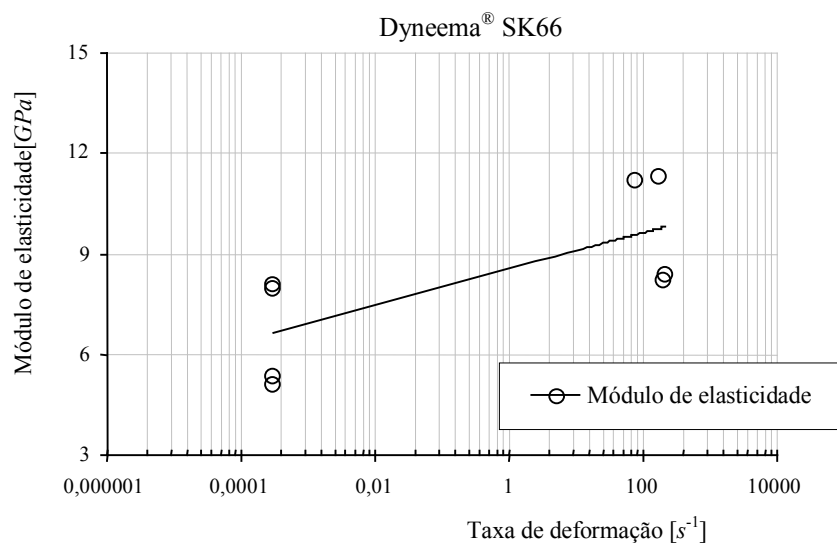


Figura 8.23. Variação do módulo de elasticidade com a taxa de deformação. Provetes de Dyneema® SK66 de 5 e 2 camadas.

Os valores estáticos obtidos nos ensaios destes materiais são condizentes com os valores fornecidos pelos fabricantes. Este facto permite concluir que existiu um bom desempenho das amarras de fixação. Os gráficos que se apresentam são coerentes e repetitivos dentro de uma gama de valores perfeitamente aceitável.

No que diz respeito à caracterização dinâmica não foi possível confirmar se estes materiais foram já alvo de ensaios de tracção a estas taxas de deformação. Na opinião do autor, os ensaios realizados no dispositivo de tracção são originais e os valores obtidos são compatíveis com as expectativas. No entanto, não existe ainda informação suficiente para poder definir com rigor o comportamento destes materiais com a taxa de deformação. Os gráficos que se mostram têm escala logarítmica no eixo das abcissas e foram traçados apenas com dois pontos. É pois manifesta a necessidade de realizar outros ensaios com diferentes taxas de deformação. O aumento da velocidade de solitação será sempre dispendioso e pouco significativo. Neste caso, seria desejável obter um ponto intermédio a partir de um ensaio realizado a taxas de deformação menores.

Os ensaios dinâmicos foram realizados a taxas de deformação da ordem de $200 s^{-1}$. Como as propriedades em causa, nas aplicações destes materiais, dependem fortemente do modo de rotura este deverá ser respeitado na sua caracterização. Utilizando o dispositivo de tracção concebido neste trabalho é possível efectuar ensaios a maiores taxas de deformação desde que se possam utilizar comprimentos de referência

inferiores. A representatividade dos valores obtidos desta forma estará sempre condicionada pela aceitação de um modo de rotura diferente. Justifica-se assim plenamente uma investigação cuidada sobre o modo de rotura associado ao impacto balístico. Deste estudo poderá depender a realização de novos ensaios com vista a uma caracterização mais completa destes compósitos.

8.3.4 -Caracterização dinâmica do kevlar® 129 HT na direcção transversal

A necessidade de simular numericamente o comportamento destes materiais exige a sua completa caracterização em termos de propriedades. O impacto de um projectil contra a superfície de uma placa deste material, segundo uma direcção próxima da normal, solicita transversalmente o compósito. Daí a necessidade de caracterizar o seu comportamento a esta solicitação.

As soluções numéricas que recorrem aos elemento finitos discretizam a estrutura em elementos que são tratados como homogéneos. Embora exista a possibilidade de refinar a discretização, utilizando elementos em camadas, nunca se chega à simulação do comportamento microscópico da fibra, ou mesmo dos fios. Outras propriedades do compósito são frequentemente ignoradas, tais como a porosidade da matriz e a adesão fibra resina, por insuficiência dos modelos numéricos. Desta forma, é frequente encontrar modelos numéricos cujos parâmetros foram ajustados a partir de resultados experimentais, e não reflectem correctamente as propriedades dos materiais que integram o compósito.

Para caracterizar completamente o material em análise foram também realizados ensaios de compressão transversal. Foram efectuados ensaios em regime quasi-estático e em regime dinâmico, utilizando para o efeito provetes com dimensões e geometria apropriadas. Neste caso foram utilizados provetes de forma cilíndrica, com as fibras orientadas perpendicularmente ao eixo, com 2 a 18 *mm* de geratriz e diâmetro de 10 e 18 *mm*.

O conjunto de ensaios em regime quasi-estático foi necessário para a obtenção das propriedades estáticas e dos valores de referência. Para os ensaios dinâmicos foi utilizado o dispositivo W18. Nestes ensaios foram detectados modos de rotura muito condicionados pela forma do provete. Nos provetes de menor diâmetro foram verificados importantes deslocamentos das fibras na direcção radial, enquanto provetes de maior comprimento apresentaram escorregamentos, entre camadas, até à completa separação. Estes modos de rotura não são, de todo, representativos dos verificados nos ensaios balísticos. Na Figura 8.24 podem observar-se os dois mecanismos de rotura referidos

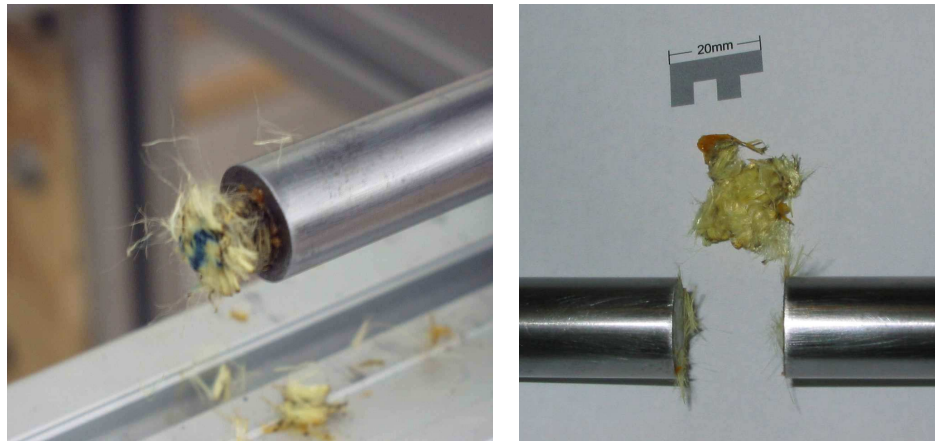


Figura 8.24. Modos de rotura obtidos nos ensaios de compressão dos provetes de kevlar® 129 HT.

Estes modos de rotura apenas foram verificados em provetes de maior comprimento. Em provetes com menor número de camadas não foram atingidos os modos de rotura descritos. Deve referir-se que a análise dos sinais registados durante o ensaio permite detectar com rigor a falência do provete, como se pode ver na Figura 8.25.

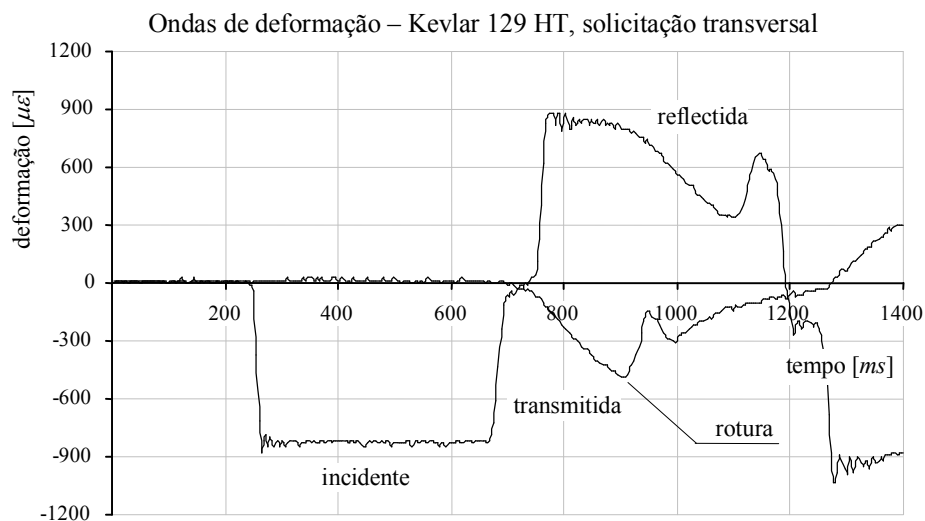


Figura 8.25. Sinais registados num ensaio de compressão transversal de um provete de kevlar® 129 HT. Detecção do instante de falência do provete.

Por análise dos resultados do programa de ensaios em compressão transversal, podem adiantar-se algumas hipóteses para justificar o comportamento deste material. O pequeno comprimento das fibras não é suficiente para estimular os mecanismos de transferência de tensões entre camadas como acontece numa placa. Desta forma, provetes de pequenas

dimensões sofrem uma ruína precoce por extrusão radial das fibras. É ainda de salientar que em provetes de maior diâmetro este modo de rotura é fortemente atenuado, porém, nestes provetes não foram atingidas tensões tão elevadas. Isto leva a concluir que existe uma relação óptima entre parâmetros para os provetes ensaiados em compressão transversal. Os parâmetros em causa são: o comprimento, o diâmetro e o número de fios por *cm* de tecido. Tecidos com baixa densidade de fios exigem maiores diâmetros de provete. Acresce ainda o facto que na sollicitação balística o esmagamento não é tão severo como o imposto no ensaio na SHBT. No entanto, a caracterização dinâmica na direcção transversal é necessária e não se vislumbram muitas alternativas à SHBT.

Na Figura 8.26 e seguintes podem observar-se as curvas tensão *vs* deformação para este material, obtidas em regime dinâmico, para diferentes dimensões de provete.

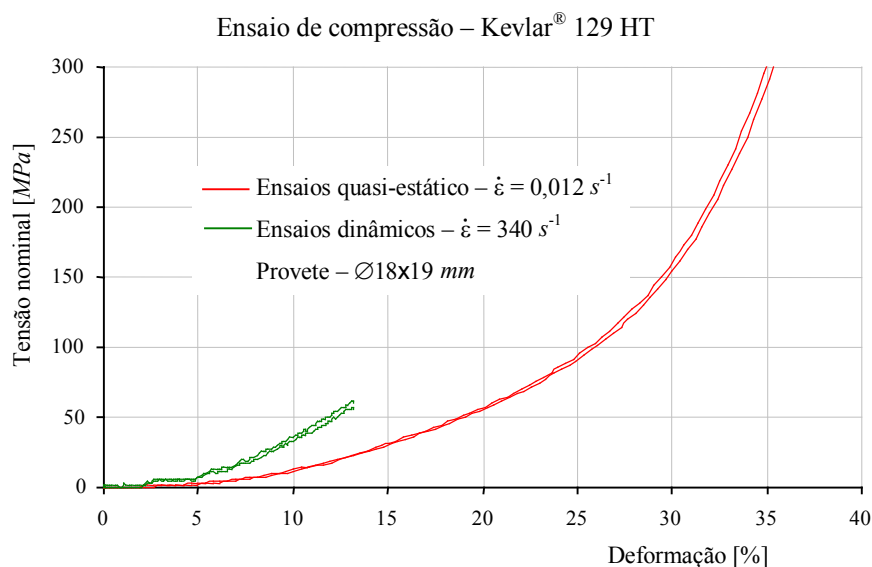


Figura 8.26. Curvas tensão *vs* deformação para o kevlar® 129 HT em regime dinâmico e quasi-estático. Provete com dimensões Ø18x19 *mm*.

Como pode ser observado na figura anterior, foram atingidos valores de deformação próximos dos 35% em ensaios quasi-estáticos. Não foi possível atingir este valor de deformação nos ensaios dinâmicos, devido às elevadas dimensões dos provetes, Ø18x19 *mm*. Esta é uma limitação do dispositivo, que só permite impor deslocamentos entre amarras da ordem dos 3 a 4 *mm*. No sentido de levar os ensaios com a SHBT ao limite, foram realizados conjuntos de ensaios com provetes de menores dimensões, quer em diâmetro, quer em comprimento. O gráfico da Figura 8.27 mostra o comportamento dinâmico de diferentes dimensões de provetes.

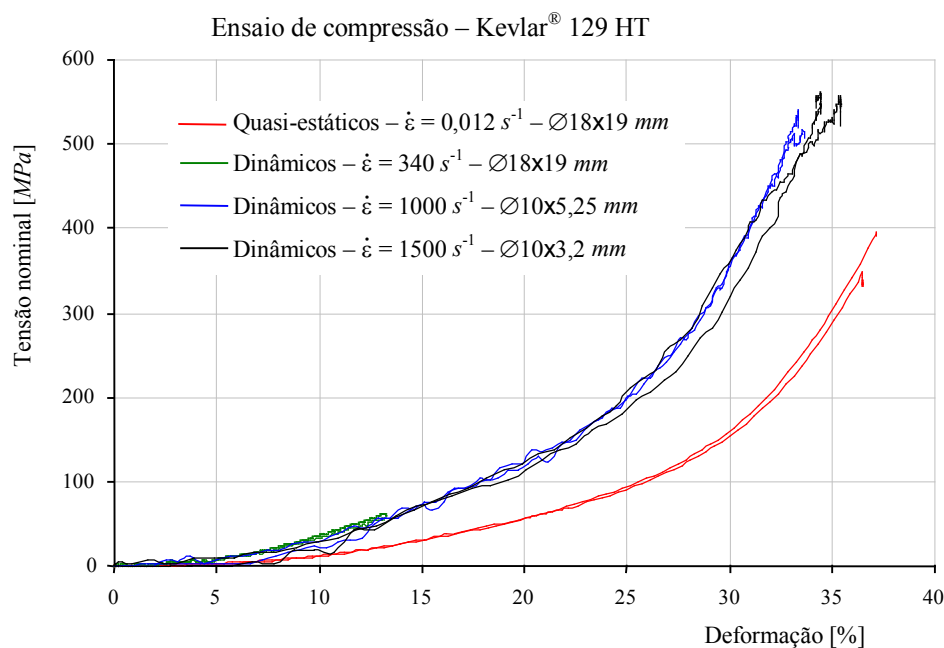


Figura 8.27. Curvas tensão *vs* deformação para o kevlar® 129 HT em regime dinâmico e quasi-estático. Provetes com várias dimensões.

Como se pode observar pela Figura 8.27, o programa de ensaios revelou uma total repetibilidade do comportamento deste material à solicitação dinâmica em compressão. Este comportamento até a rotura é independente da forma do provete. Em regime dinâmico, a estas taxas de deformação, a tensão verificada é cerca do dobro, quando comparada com as tensões obtidas em regime quasi-estático para as mesmas deformações.

8.3.5 -Caracterização dinâmica do Dyneema® SK66 na direcção transversal

À semelhança do verificado nos ensaios em tracção sobre estes materiais, também na solicitação em compressão, revelaram ambos um comportamento e modos de rotura similares. Como se pode ver na Figura 8.28 foram observados modos de rotura semelhantes, extrusão radial das fibras e grandes escorregamentos entre camadas. As características do fio e da resina, sendo diferentes das que integram o composto anteriormente estudado, conduzem também a resultados ligeiramente diferentes. Neste caso verificou-se que apesar dos modos de rotura serem semelhantes existia uma maior tendência para as fibras se manterem aglutinadas.

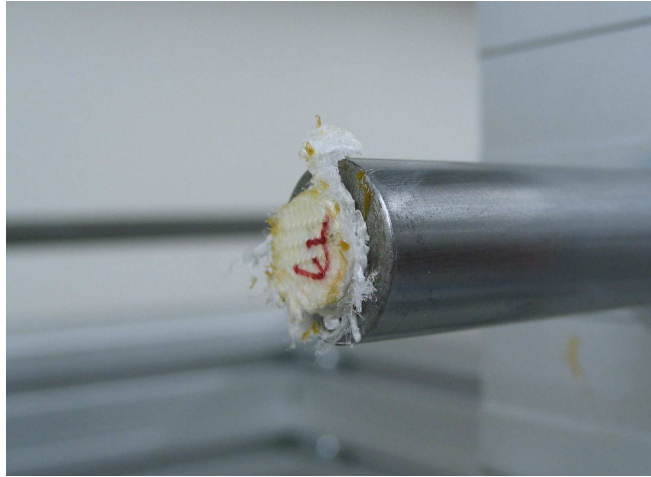


Figura 8.28. Modo de rotura obtido nos ensaios de compressão dos provetes de Dyneema® SK66.

Também neste caso foi possível calcular as propriedades do material a partir dos valores medidos. Na Figura 8.29 representam-se as curvas tensão *vs* deformação para o Dyneema® SK66. Nestas curvas, é visível que só foi possível atingir valores de tensão elevados com provetes de menor diâmetro e comprimento. Também neste caso, a estas taxas de deformação, a tensão verificada em regime dinâmico é cerca do dobro quando comparada com as tensões obtidas em regime quasi-estático para as mesmas deformações.

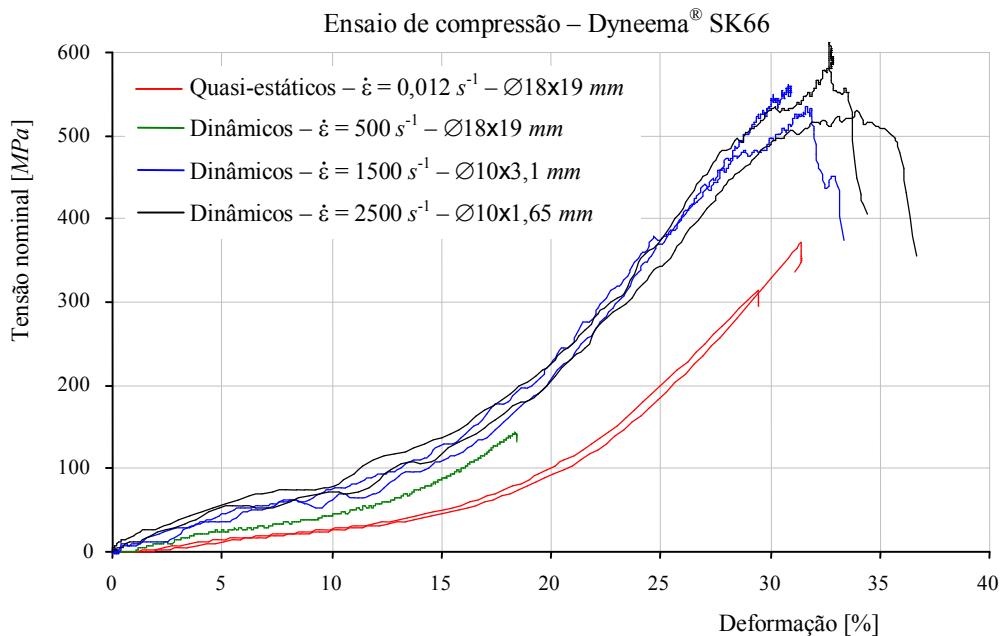


Figura 8.29. Curvas tensão *vs* deformação para o Dyneema® SK66 em regime dinâmico e quasi-estático.

Nestas curvas é observado um comportamento não linear elástico, este deve-se ao facto de estes compósitos possuírem uma grande percentagem de vazios na sua estrutura. A contribuir para este facto está a baixa percentagem de resina utilizada nestes materiais. Deve referir-se que este efeito é já visível na caracterização do comportamento do kevlar®. No entanto, enquanto no Kevlar® a compactação da estrutura ocorre de forma progressiva, no Dyneema® é possível observar uma variação mais acentuada da rigidez identificando o fim da compactação.

8.3.6 -Caracterização dinâmica de laminados de Carbono

Ao contrário dos materiais anteriormente referidos, os laminados de carbono não são normalmente utilizados em protecções balísticas. Porém, em muitas aplicações estes materiais ficam sujeitos a solicitações de impacto. Exemplos desta situação são os aviões da última geração, que possuem, integrados na sua estrutura, diversos componentes construídos em laminados de carbono. Os componentes aplicados exteriormente ficam expostos a solicitações de impacto. Estas poderão ocorrer em serviço ou durante as operações de manutenção. Estes impactos podem provocar danos internos que reduzem significativamente a resistência dos componentes. Por isso, além da caracterização do dano é fundamental realizar também a caracterização do comportamento dinâmico deste material.

Para caracterizar o comportamento deste material foi planeado um programa de testes que incluía a realização de ensaios em tracção e compressão, quer em regime estático, quer em regime dinâmico. Dadas as características do compósito foi possível obter os provetes por maquinagem. Foram maquinados provetes para tracção com a forma indicada na Figura 8.30 e provetes para compressão de forma paralelipipédica que pode ser observada na mesma figura.

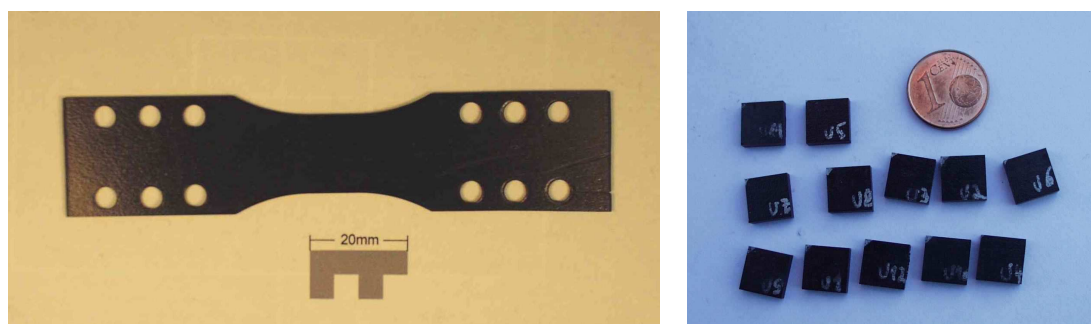


Figura 8.30. Provetes de laminado de carbono para ensaios de tracção e provetes para ensaios de compressão.

Os provetes foram extraídos de laminados de fibra de carbono em matriz de resina epóxy, Texipreg® HS 160 REM com duas sequências de

empilhamento diferentes, $[0]_{16}$ unidireccional e $[0/90/+45/-45]_{2S}$ designado como quasi-isotrópico ou multidireccional, Guedes [61]. As propriedades do material utilizado encontram-se na Tabela XVI. Os provetes ensaiados em compressão eram de geometria paralelepípedica com um paralelismo entre faces rigoroso. Estes provetes foram obtidos por corte a jacto de água e posterior lixamento das superfícies para acabamento fino. Neste material apenas foram realizados ensaios de compressão no plano, a razões de deformação entre $0,0002$ e 400 s^{-1} . Os resultados obtidos encontram-se representados na Figura 8.31, onde se comparam com os valores obtidos nos ensaios realizados numa máquina INSTRON® a velocidades de sollicitação até $100 \text{ mm}\cdot\text{min}^{-1}$.

Tabela XVI – Propriedades do material pré-impregnado TEXIPREG® HS 160 REM

TEXIPREG® HS 160 REM				
Fibra		Resina	Pré-impregnado	
Fibra	Massa específica	Tipo	Massa específica	Percentagem de resina
High strength Carbon T300	$160\pm 4 \text{ gm}^{-2}$	Epóxy REM modificada	250 gm^{-2}	$36\pm 3\%$ em massa
Processamento				
Meio de conformação		Pressão	Temperatura	Tempo
Prensa de pratos quentes		$5 \text{ kgf}\cdot\text{cm}^{-2}$	$125 \text{ }^\circ\text{C}$	60 min

Valor de resistência referido pelo fabricante:
Resistência a tracção = 1700 MPa , pela norma ASTM D3039

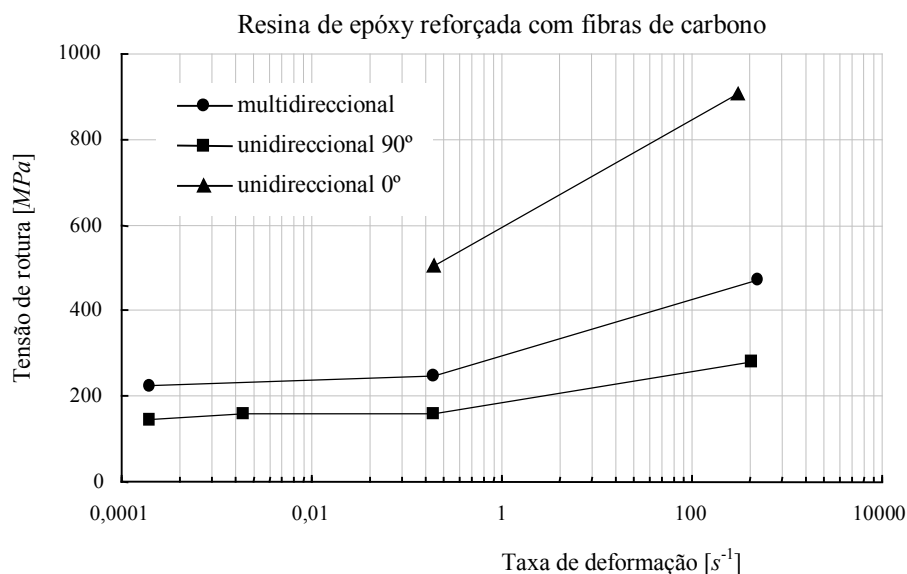


Figura 8.31. Comparação entre os resultados obtidos em ensaios de compressão em regime quasi-estático e em regime dinâmico.

Como pode ser observado, o comportamento deste material à solicitação de compressão no plano é fortemente dependente da taxa de deformação. Os valores de tensão de rotura registados sobem para o dobro quando a taxa de deformação ascende aos 400 s^{-1} .

Os modos de rotura obtidos condizem com a literatura especializada. Os provetes unidireccionais ensaiados na direcção das fibras apresentam um modo de rotura característico, as fibras descolam-se na quase totalidade e o que resta do provete são pequenos pedaços. Quando ensaiados na direcção perpendicular as fibras, este provetes unidireccionais apresentaram um plano de rotura à 30° com o eixo de solicitação. Este modo pode ser visível na Figura 8.32.

Para os provetes multi-direccionais o modo de rotura obtido foi também característico, neste caso houve separação das camadas. Em muitos casos verificou-se a separação da maioria das camadas. Em alguns provetes a separação foi de apenas algumas camadas, mantendo-se muitas camadas coesas. Estes modos de rotura podem ser observados na Figura 8.33.

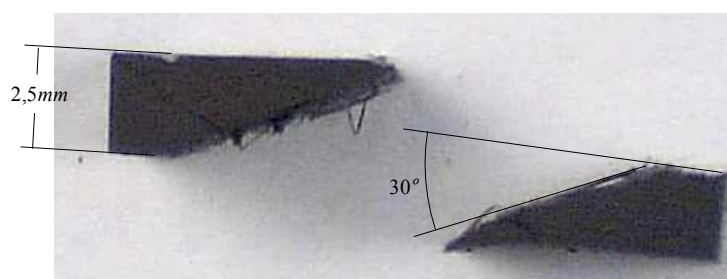


Figura 8.32. Modo de rotura obtidos nos ensaios de compressão dos provetes de CFRP com empilhamento unidireccional. Direcção de solicitação perpendicular a direcção das fibras.

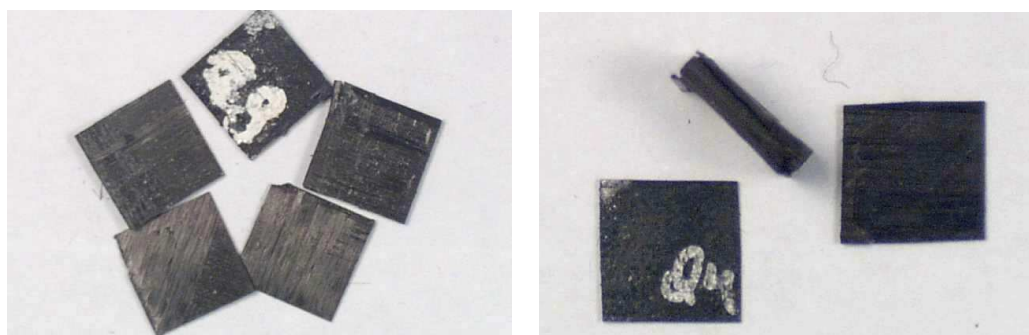


Figura 8.33. Modos de rotura obtidos nos ensaios de compressão dos provetes de CFRP com empilhamento multidireccional.

O programa de ensaios com vista à caracterização deste material não está ainda concluído. Os ensaios de compressão decorreram normalmente e permitiram extrair um conjunto de conclusões coerentes com as expectativas. Os valores obtidos, em regime dinâmico e estático, foram comparados com os valores disponíveis na bibliografia e apresentam uma boa concordância, Hosur [63] Ninan [66].

Como foi referido no capítulo 6 os ensaios em tracção deste material ainda não produziram resultados satisfatórios. Os problemas de fixação dos provetes não estão ainda ultrapassados em provetes unidireccionais. Foram já ensaiados com sucesso provetes unidireccionais mas com o eixo de solicitação fazendo 60° com a direcção das fibras. Uma das soluções possíveis para ultrapassar as dificuldades detectadas consiste na utilização de provetes com menor espessura. Esta solução foi já abordada, porém maquinar provetes com fibras unidireccionais e de reduzida espessura tem levantado problemas de outra natureza. As placas com reduzido número de camadas são muito frágeis e de difícil maquinação.

Aguarda-se ainda a maquinação de provetes multidireccionais para poder avaliar o desempenho das amarras no ensaio de laminados de carbono.

CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS

9.1 - Conclusões

O desenvolvimento de uma instalação experimental que permitisse o ensaio dinâmico de materiais foi uma das principais motivações deste trabalho. Desta forma se retomava a investigação num assunto que foi o principal tema de investigação do Prof. Joaquim Silva Gomes durante o seu doutoramento em Manchester. Após o seu regresso e a criação do Laboratório de Análise Experimental de Tensões (LAET) foi também na análise dinâmica que foram realizados os primeiros trabalhos de investigação que conduziram à publicação de duas teses de Mestrado e uma tese de Doutoramento.

O financiamento do programa CIÊNCIA permitiu reconverter o LAET, no actual Laboratório de Óptica e Mecânica Experimental (LOME) da FEUP. O enorme esforço dedicado ao desenvolvimento das novas técnicas de Mecânica Experimental, baseadas na interferometria laser, relegou para segundo plano a investigação no domínio do impacto. A consolidação das técnicas ópticas permitiu libertar recursos para promover dentro do LOME novos domínios de investigação e retomar o tema que é objecto desta tese.

Embora o LOME não tivesse dedicado muita atenção ao problema do impacto durante a última década esta área permaneceu muito activa noutros centros de investigação. Infelizmente nenhum desses centros se encontra situado em território nacional. Este facto aliado ao que atrás foi dito justificou a iniciativa de recomeçar a investigação neste tema.

A estratégia delineada para cumprir estes objectivos tinha como meta principal recuperar o atraso na investigação relativamente ao estudo do comportamento do impacto em materiais e estruturas quando comparado com os principais laboratórios com relevância na área. A necessidade de rapidamente poder dispor de uma instalação experimental que permitisse realizar ensaios com qualidade sem para isso ter de efectuar um avultado investimento condicionou a selecção da técnica empregue, o SHBT. Trata-se de uma técnica experimental que alia resultados comprovadamente fiáveis a um elevado potencial de desenvolvimento.

Ao seleccionar a SHBT foi também tida em consideração a possibilidade de projectar e construir todos os equipamentos necessários. Desta forma se enriquece o conhecimento do LOME e se adquire uma

experiência que permitirá mais tarde conceber novos desenvolvimentos para esta técnica aliando técnicas experimentais já dominadas pelo grupo.

Uma primeira fase de prospecção permitiu identificar um conjunto de possíveis parceiros para a realização dos trabalhos de investigação no domínio do impacto. O autor pode assim visitar as seguintes instituições: *Laboratoire de Mécanique des Solides* (LMS), *École Polytechnique* em Palaiseau, tendo contactado o Professor Gerard Gary, responsável pelos ensaios de impacto; *Laboratoire Matériaux Endommagement Fiabilité Ingénierie des Procédés*, (LAMEFIP), ENSAM *Centre d'Enseignement et de Recherche de Bordeaux*, estabelecendo contacto com o Professor Jean-Luc Lataillade coordenador da unidade e, por último, foi visitado o *Centre Technique d'Arcueil*, Laboratório de '*Matériaux pour blindages et têtes militaires*', cujo responsável, o Dr T. Thomas coordenou a visita. Embora os três grupos sejam franceses possuem todas reputadas capacidades nesta área.

A segunda fase deste trabalho consistiu no projecto e construção dos principais equipamentos necessários à realização dos ensaios. A experiência adquirida nos contactos estabelecidos permitiu a opção por soluções na concepção dos equipamentos e na selecção dos sistemas de aquisição e tratamento de sinal adequados. Foi desta forma possível montar uma instalação experimental que incorpora algumas soluções que sendo inovadoras não comprometem o rigor dos resultados.

Tendo em vista a obtenção de um equipamento versátil este foi projectado e construído de forma modular. A solução adoptada permite a utilização simultânea de dois dispositivos. Estes podem ser configurados de diferentes formas, com partilha de grande parte dos acessórios. Na sua configuração actual a instalação permite ensaios em compressão com barras de três impedâncias distintas. Para os ensaios em tracção foi concebida uma solução inovadora que permite caracterizar materiais sob a forma de laminados. Está também concluído o conjunto de acessórios que permitem reconfigurar a instalação para realizar ensaios de flexão em três pontos.

A construção de um dispositivo experimental não permitiria, por si só, alcançar os objectivos inicialmente traçados. Foi por isso realizado um extenso programa de ensaios com vista à caracterização de um conjunto de materiais, seleccionados de acordo com os actuais interesses do grupo. Nesta selecção de materiais foi ainda tida em consideração a possibilidade de sondar novas áreas de aplicação da técnica.

Os primeiros ensaios foram realizados em compressão e sobre ligas metálicas de latão e alumínio. Os resultados obtidos foram comparados com idênticas medições realizadas na *École Polytechnique* de Palaiseau sobre amostras do mesmo material. Com esta comparação de resultados foi possível verificar o bom desempenho do dispositivo construído e o domínio da técnica pelo autor.

Depois de devidamente controlados os processos envolvidos nas medições foi possível estender a aplicação desta técnica à caracterização dinâmica de materiais que não se encontram ainda devidamente estudados. Verifica-se actualmente um crescente interesse na caracterização dinâmica dos tecidos ósseos procurando com este conhecimento obter prótese e implantes com melhores desempenhos. Por solicitação do grupo de Biomecânica do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade de Aveiro foi desenvolvida uma metodologia de ensaio e realizado um programa de medições com vista à caracterização dinâmica de um tecido ósseo. Os resultados obtidos encontra-se dentro de parâmetros aceitáveis e com as tendências esperadas embora careçam de uma mais ampla comparação. Esta última fase não foi ainda devidamente cumprida dada a escassez de informação disponível sobre este assunto.

Um factor de inovação importante na área da caracterização dinâmica de materiais é, sem dúvida, o estudo do comportamento de materiais compósitos. A sua extensa utilização actual justifica um estudo mais cuidado das suas propriedades dinâmicas para aplicações envolvendo solicitações de impacto. Contudo, uma grande parte dos materiais compósitos tem comportamentos distintos em compressão e em tracção.

Um programa de ensaios foi realizado em compressão sobre um conjunto de provetes construídos em laminado de carbono com matriz epóxida. Os resultados obtidos manifestaram uma boa coerência, quer em termos de amplitude, quer nos modos de rotura obtidos.

A necessidade de caracterização destes materiais em solicitações impulsivas em tracção contribuiu para que fosse desenvolvido um dispositivo para realizar este tipo de ensaio. Os acessórios concebidos para esta aplicação são inovadores na forma como fixam os provetes. As amarras desenvolvidas permitiram obter resultados coerentes com os esperados. O especial cuidado dado a distribuição axial de massa permitiu manter a impedância mecânica dentro de uma gama apertada sem alterar significativamente os impulsos.

O dispositivo em tracção foi utilizado para caracterizar o comportamento dinâmico de dois tipos de materiais compósitos normalmente utilizados no fabrico de protecções contra impactos de alta velocidade, Dyneema® e Kevlar®. Foi desenvolvida uma metodologia que permitiu obter a caracterização dinâmica de ambos com relativo sucesso. O vasto programa de ensaios realizado permitiu obter uma comparação entre o comportamento dinâmico e o comportamento estático de ambos os materiais. Neste programa de investigação foram estabelecidos alguns parâmetros de ensaio tais como: a geometria do provete, o comprimento de referência, número mínimo de camadas de tecido e a forma de amarração que permitiram sistematizar os testes e obter resultados representativos das propriedades pretendidas.

Foi também desenvolvido um conjunto de rotinas numéricas para simulação da propagação de ondas elásticas. O código proposto é inovador pois simula com rigor o fenómeno da propagação com reflexões em variações de impedância a partir de um código aberto de dimensão modesta. Esta ferramenta revelou um enorme conjunto de potencialidades com grande interesse neste domínio, tais como: simulação de variações contínuas de impedância e simulação da propagação de ondas plásticas.

Um pequeno código numérico foi também desenvolvido com o objectivo de permitir uma antevisão dos sinais obtidos num determinado ensaio. Conhecido o material e a geometria do provete é possível com este código determinar as suas dimensões mais convenientes para obter sinais equilibrados ou, pelo menos, dentro de uma gama aceitável. A utilização deste código em sentido inverso permite determinar qual o dispositivo mais apropriado para ensaiar um material cujas características possam ser previamente estimadas. Este código foi desenvolvido pelo autor e veio a revelar-se de grande utilidade no projecto do dispositivo de tracção. Embora se trate de um programa simples é uma ferramenta importante na preparação dos ensaios de impacto com a SHBT.

A instalação experimental desenvolvida utiliza as modernas técnicas de aquisição e processamento de sinal baseadas em equipamento digital. O sinal dos extensómetros pode ser adquirido por cartas de aquisição de sinal montadas directamente no barramento de um PC ou via um osciloscópio digital seleccionado e adquirido durante este trabalho. Em qualquer dos casos os sinais obtidos no teste são transferidos para a memória de um computador para posterior tratamento.

O processamento dos sinais de forma sistemática para obter as propriedades dinâmicas exige a utilização de um programa numérico apropriado. Inicialmente foi utilizado um código comercial obtido junto da *École Polytechnique* de Palaiseau com resultados comprovados. Durante este trabalho foi desenvolvido um código análogo, operando em MATLAB, que permite uma utilização semelhante com bons resultados. Este programa é de utilização mais fácil e, sendo em fonte aberta, permite a sua evolução.

Por último deve referir-se o desenvolvimento de uma técnica de Moiré para investigar as deformações após rotura em alguns provetes ensaiados em tracção. Com esta técnica foi possível gravar redes de linhas, até 3 linhas/mm, directamente na superfície dos provetes. O campo de deformações após rotura pode ser obtido por interrogação com uma rede mãe ou recorrendo a um programa de processamento de imagem implementado em MATLAB.

9.2 - Trabalhos futuros

Este trabalho cumpriu com sucesso a quase totalidade dos objectivos propostos. O LOME fica assim dotado de uma instalação experimental versátil e fiável com a qual é possível caracterizar o comportamento dinâmico de materiais e estruturas simples. Contudo, foi já detectado um conjunto de possibilidades para desenvolvimento da instalação.

Está em desenvolvimento um novo dispositivo com o qual se pretende realizar ensaios de compressão sobre materiais de muito baixa impedância. Este dispositivo será incluído na instalação existente para permitir a caracterização de materiais como: o osso esponjoso, a cortiça e espumas poliméricas.

A metodologia de ensaio utilizada na caracterização do osso bovino cortical revelou-se adequada e deveria ser complementada. Um novo programa de testes deverá ser realizado para confirmar as tendências detectadas nas propriedades; módulo de Young e tensão de rotura.

No que diz respeito aos ensaios de tracção os resultados já obtidos são muito encorajadores. Os ensaios realizados sobre provetes metálicos de materiais com elevadas deformações após rotura, combinados com a técnica de Moiré para medição de deslocamentos no plano, mostraram ser possível determinar com rigor o campo de deformações plásticas. Também neste campo é desejável cruzar os valores obtidos por esta técnica com resultados obtidos por outras técnicas na caracterização do comportamento plástico do mesmo material. Este estudo permitirá aferir a sensibilidade de processos de fabrico, como a embutidura de alta velocidade, com as propriedades dinâmicas medidas por esta técnica.

O ensaio de flexão em três pontos não foi ainda realizado embora existam já todos os componentes necessários. Este ensaio operará sobre provetes em forma de placa e permitira estudar o comportamento dos materiais em flexão. Este tipo de solicitação é fundamental para caracterizar o comportamento de estruturas cuja resposta dinâmica é condicionada pela sua arquitectura como são, por exemplo, as estruturas tipo *sandwich*.

Como o ensaio de flexão em três pontos excita essencialmente ondas de flexão tem normalmente associados maiores deslocamentos durante o ensaio. A propagação das ondas é realizada a velocidades inferiores e a curvatura máxima atingida durante o ensaio pode ser ajustada variando a distância entre apoios. Desta forma é possível ajustar convenientemente os parâmetros de ensaio de forma a poder registar um conjunto de imagens sequenciais que permitam identificar a deformada e dar indicações sobre o modo de rotura. Embora o equipamento mais apropriado para registar estas imagens seja uma câmara de alta velocidade é possível recorrendo a sistemas vídeo com registo assíncrono e iluminação com laser pulsado registar numa câmara duas imagens separadas por 5 μ s. O

desenvolvimento de uma montagem experimental que permitisse obter estes registos utilizando uma ou mais câmaras poderá vir a revelar-se uma ferramenta de grande utilidade. A análise dos registos poderá depois ser realizada com técnicas de processamento de imagem já disponíveis que utilizam redes de Moiré ou correlação de imagem para calcular o campo de deslocamentos no plano da espessura.

Por fim seria desejável poder alargar o âmbito deste estudo de forma a incluir o comportamento de estruturas tipo placa ou casca. Neste domínio devem referir-se os trabalhos de investigação do Doutoramento do Mestre Hernâni Lopes que foram recentemente iniciados. Neste trabalho foi já possível obter por interferometria holográfica pulsada o campo de deslocamentos associados à propagação de ondas de flexão numa placa. Os primeiros resultados medidos sobre a superfície de uma placa de alumínio deixam antever a enorme potencialidade das técnicas ópticas nesta aplicação.

Embora o âmbito deste trabalho seja maioritariamente experimental permitiu também desenvolver um código numérico para simulação da propagação de ondas. Existem actualmente disponíveis no mercado múltiplas soluções alternativas ao código desenvolvido, no entanto, este apresenta algumas vantagens que poderão justificar o interesse no seu desenvolvimento futuro.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Artigos históricos.

- [1] B. Hopkinson, 'The pressure of a blow.', Evening Discussion Royal Institution, 1912, de 'The Scientific Papers of Bertram Hopkinson' collected and arranged by Sir J A Ewing and Sir J Lamor, Cambridge, 26, pag.423-437, 1921.
- [2] B. Hopkinson, 'A method of measuring the pressure produced in the detonation of high explosives or by the impact of bullets.', Proc. Roy. Soc., de 'The Scientific Paper of Bertram Hopkinson' collected and arranged by Sir J A Ewing and Sir J Lamor, Cambridge, 27, pag.438-460, 1921.
- [3] B. Hopkinson, 'The effects of the detonation of gun-cotton.', Proc. North-East Coast Institution of Engineers and Shipbuilders, Vol. XXX, 1913-1914, de 'The Scientific Paper of Bertram Hopkinson' collected and arranged by Sir J A Ewing and Sir J Lamor, Cambridge, 28, pag.462-474, 1921.
- [4] C. Chree, 'The equations of an isotropic elastic solid in polar and cylindrical coordinates, their solutions and applications', Trans. Camb. Phil. Soc. Math. Phys. Sci. 14, 250, 1889.
- [5] R.M. Davies, 'A Critical study of the Hopkinson pressure bar', Phil. Trans. R. Soc Lond. A, vol. 240, pp. 375-457, 1948.
- [6] T.von Karman and P. Duwez, Journal of Applied Physics, Vol. 21, pp. 987, 1950.
- [7] H. Kolsky, 'An Investigation of the Mecanical Propriedades of Materials at Very High Rates of Strain', Proc. Royal Soc. B., vol. 62, pp. 676-700, 1949.
- [8] J.W. Landon e H. Quinney, 'Experiments with the Hopkinson pressure bar', Proc. R. Soc. Lond., A 103, pp. 622-643, 1923.
- [9] L. Pochhammer, 'Über Fortpflanzungsgeschwindigkeiten kleiner Schwingungen in einem unbegrenzten isotropen Kreiszyylinder' J. reine angew Math., vol. 81, pp. 324-336, 1876
- [10] G.I. Taylor, 'The use of flat ended projectiles for determining yield stress. I: Theoretical considerations', Proc. Roy. Soc. Lond. A 194, pp. 289-299, 1948.
- [11] A.C. Whiffin, 'The use of flat ended projectles for determining yield stress. II: Tests on various metallic materials', Proc. Roy. Soc. Lond. A 194, pp. 300-322, 1948.
- [12] E. Volterra, 'Alcuni risultati di prove dinamiche sui materiali', Riv. Nuovo Cimento, vol. IV, pp. 1-28, 1948.

Artigos fundamentais.

- [13] D. Bancroft, 'The velocity of Longitudinal Waves in Cylindrical Bars', *Physical Review*, Vol. 59, pp. 588-593, 1941.
- [14] J.F. Bell, 'Study of Initial Conditions in Constant Velocity Impact', *Journal of Applied Physics*, Vol. 31, n°12, pp. 2188-2195, 1960.
- [15] J.E. Field, W.G. Proud, S.M. Walley e H.T. Goldrein, 'Review of experimental techniques for high rate deformation and shock studies', *Workshop NEM-2001, New Experimental Methods in Material Dynamics and Impact*, Vol. 1, pp. 89-149, Radziejowice, Poland, 2001.
- [16] P.S. Follansbee and C. Frantz, 'Wave Propagation in the Split Hopkinson Pressure Bar', *Journal of Engineering Materials and Technology*, Vol. 105, pp. 61-66, 1983.
- [17] P.S. Follansbee, 'High Strain Rate Compression Testing', *Metals and Book*, Vol. 8, American Society for Metals, Metals Park, OH, pp. 190-207, 1985.
- [18] G. Gary, 'Experimental study of the dynamic behaviour of materials. Elementary presentation of the SHPB technique.', private communication, Laboratoire de Mécanique des Solides de l'Ecole Polytechnique, Palaiseau – France, posterior à 1997.
- [19] Gray-III G.T., 'High-Strain-Rate Testing of Materials: The Split-Hopkinson Pressure Bar', *Methods in Materials Research*, John Wiley Press, New York, October 1997, em publicação.
- [20] K.A. Hartley and J. Duffy, 'High Strain Rate Shear Testing', *Metals and Book*, Vol. 8, American Society for Metals, Metals Park, OH, pp. 215-239, 1985.
- [21] U.S. Lindholm, 'High Strain Rate Tests', *Techniques of Metals Research*, R.F. Bunshah Ed., Vol. 5, Part. 1, Measurement of Mechanical Properties, Interscience, N Y, 1971.
- [22] U.S. Lindholm, 'Review of Dynamic Testing Techniques and Material Behavior', *Proceedings of Conference on Mechanical Properties of Materials at High Rates of Strain*. Institute of Physics, Oxford, pp. 3-21, 1974.
- [23] T. Nicholas and S.J. Bless, 'High Strain Rate Tension Testing', *Metals and Book*, Vol. 8, American Society for Metals, Metals Park, OH, pp. 208-214 1985.
- [24] M.R. Staker, 'High strain rate testing', *Metals and Book*, Vol. 8, American Society for Metals, Metals Park, OH, pp. 187-189, 1985.
- [25] H. Zhao and G. Gary, 'On the use of SHPB techniques to determine the dynamic behaviour of materials in the range of small strains', *International Journal Solids Structures*, Vol. 33, n°23, pp. 3363-3375, 1996.

Artigos específicos: tracção;

- [26] I.S. Chocron Benloulo, J. Rodríguez, M.A. Martínez and V. Sanchez Gálvez, 'Dynamic Tensile Testing of Aramid and Polyethylene Fiber Composites', *Int. J. Impact Engng*, Vol. 19, No. 2, pp 135-146, 1997.
- [27] H. Eskandari and J.A. Nemes, 'Dynamic Testing of Composite Laminates with a Tensile Split Hopkinson Bar' *Journal of Composite Materials*, Vol. 34, n°4, pp. 260-273, 2000.
- [28] J. Harding, E.O. Wood and J.D. Campbell, 'Tensile testing of materials at impact rates of strain', *Journal of Mechanical Engineering Sci.* 2, pp. 88-96, 1960.
- [29] H. Huh, W.J. Kang and S.S. Han, 'A Tension Split Hopkinson Bar for Investigating the Dynamic Behavior of Sheet Metals', *Experimental Mechanics*, Vol. 42, n°1, pp. 8-17, 2002.
- [30] U.S. Lindholm and L.M. Yeakley, 'High Strain-rate Testing: Tension and Compression', *Experimental Mechanics*, pp. 1-9, 1968.
- [31] D. Macdougall and J. Harding, 'Materials Testing for Constitutive relations', *J. Phys IV France* 7, 1997, Colloque C3, Supplément au Journal de Physique III, pp. 103-108, 1997.
- [32] T. Nicholas, 'Tensile Testing of Materials at High Rates of Strain', *Experimental Mechanics*, pp. 177-185, 1984.

Torção;

- [33] A. Gilat and C.-S. Cheng, 'Torsional Split Hopkinson Bar Test at Strain Rates above 10^4 s⁻¹', *Experimental Mechanics*, Vol. 40, n°1, pp. 54-59, 2000.
- [34] Q. Xue, L.T. Shen and Y.L. Bai, 'A modified split Hopkinson torsional bar in studying shear localization', *Measurement Science & Technology*, n°6, pp. 1557-65, 1995.

Separação de ondas;

- [35] C. Bacon, 'Separation of waves propagating in an elastic or viscoelastic Hopkinson pressure bar with three-dimensional effects', *International Journal of Impact Engineering*, n°22, pp. 55-59, Elsevier Science Ltd., 1999.
- [36] C. Bacon, J.L. Lataillade, 'Development of the Kolsky-Hopkinson Techniques and Application for Non-Conventional Testing', *Workshop NEM-2001, New Experimental Methods in Material Dynamics and Impact*, Radziejowice, Setember 23-26, 2001.
- [37] M.-N. Bussac, P. Collet, G. Gary, R. Othman, 'An optimisation method for separating and rebuilding one-dimensional dispersive waves from multi-point measurements. Application to elastic or viscoelastic bars', *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, n°50, pp. 321-349, Elsevier Science Ltd., 2002.

- [38] S.W. Park, and M. Zhou, 'Separation of Elastic Waves in Split Hopkinson Bars Using One-point Strain Measurements', *Experimental Mechanics*, Vol.38 n°4, pag.242-249, 1998.
- [39] H. Zhao and G. Gary, 'A New Method for The Separations of Waves. Application to the SHPB Technique for an Unlimited Duration of Measurement', *International Journal Solids Structures*, Vol. 45, n°7, pp. 1185-1202, 1997.

Dispersão, atenuação, oscilação e outras considerações;

- [40] C.K.H. Dharan and F.E. Hauser, 'Determination of Stress-Strain Characteristics at Very High Strain Rates', *Experimental Mechanics*, September, pp. 370-376, 1970.
- [41] M.J. Forrestal, D.J. Frew and W. Chen, Technical Note 'The Effect of Sabot Mass on the Striker Bar for Split Hopkinson Pressure Bar Experiments', *Experimental Mechanics*, Vol. 42, n°2, pp. 129-131, 2002.
- [42] J.C. Gong, L.E. Malvern and D.A. Jenkins, 'Dispersion Investigation in the Split Hopkinson Pressure Bar', *Journal of Engineering Materials and Technology*, Vol. 112, pp. 309-314, 1990.
- [43] D.A. Gorham, 'Specimen inertia in high strain-rate compression', IOP Publishing Ltd., pp. 1888-1897, 1989.
- [44] C.K.B. Lee and R.C. Crawford, 'A new method for analysing dispersed bar gauge data', *Measurement Science & Technology*, n°4, pp. 931-937, 1993.
- [45] C.K.B. Lee, R.C. Crawford, K.A. Mann, P. Coleman and C. Petersen, 'Evidence of higher Pochhammer-Chree modes in an unsplit Hopkinson bar', *Measurement Science & Technology*, n°6, pp. 853-859, 1995.
- [46] X.B. Li, T.S. Lok, J. Zhao e P.J. Zhao, 'Oscillation elimination in the Hopkinson bar apparatus and resultant complete dynamic stress-strain curves for rocks' *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, n°37, pp. 1055-1060, Elsevier Science Ltd., 2000.
- [47] D.J. Parry, A.G. Walker and P.R. Dixon, 'Hopkinson bar pulse smoothing', *Measurement Science & Technology*, Vol. 6, pp.443-446, 1995.
- [48] M.L. Peterson, 'Prediction of Longitudinal Disturbances in a Multimode Cylindrical Waveguide', *Experimental Mechanics*, Vol. 39, n°1, pp. 36-42, 1999.
- [49] A. Tyas and A.J. Watson, 'Experimental Evidence of Pochhammer-Chree Strain Variations in Elastic Cylinders', *Experimental Mechanics*, vol. 40, n°3, pp. 331-337, 2000.
- [50] Andrew Tyas e Alan J. Watson, 'An investigation of frequency domain dispersion correction of pressure bar signals', *International Journal of Impact Engineering*, Vol. 25, pp. 87-101, Elsevier Science Ltd., 2001.

Materiais viscoelásticos;

- [51] C. Bacon, 'An Experimental Method for Considering Dispersion and Attenuation in a Viscoelastic Hopkinson Bar', *Experimental Mechanics*, Vol.39, n°4, pp. 287-294, 1999.
- [52] W. Chen, B. Zhang and M.J. Forrestal, 'A Split Hopkinson Bar Technique for Low-impedance Materials', *Experimental Mechanics*, Vol. 39, n°2, pp. 81-85, 1999.
- [53] W. Chen, F. Lu and B. Zhou, 'A Quartz-crystal-embedded Split Hopkinson Pressure bar for Soft Materials', *Experimental Mechanics*, Vol. 40, n°1, pp. 1-6, 2000.
- [54] Z.Q. Cheng, J.R. Crandall and W.D. Pilkey, 'Wave dispersion and attenuation in viscoelastic split Hopkinson pressure bar', *Shock and Vibration*, vol. 5, pp. 307-315, 1998.
- [55] L. Wang, K. Labibes, Z. Azari and G. Pluvinage, 'Generalization of Split Hopkinson Bar to Use Viscoelastic Bars', *International Journal Impact Engineering*, Vol. 15, n°5, pp. 669-686, 1994.
- [56] H. Zhao and G. Gary, 'A Three Dimensional Analytical solution of the Longitudinal Wave Propagation in an infinite Linear Viscoelastic Cylindrical Bar. Application to Experimental Techniques', *Journal Mech. Phys. Solids*, Vol. 43, n°8, pp. 1335-1348, 1995.
- [57] H. Zhao, G. Gary and J.R. Klepaczko, 'On The Use of a Viscoelastic Split Hopkinson Pressure Bar', *International Journal Impact Engineering*, Vol. 19, n°4, pp. 319-330, 1997.

Materiais compósitos;

- [58] S.T.S. Al-Hassani and A.S. Kaddour, 'Strain Rate Effects on GRP, KRP and CFRP Composite Laminates', *Impact Response and Dynamic Failure of Composites and Laminate Materials*, Key Engineering Materials, Vols. 141-143, pp. 427-452, Trans Tech Publications, Switzerland, 1998.
- [59] B. Chen, T.-W. Chou and G.C. Hsiao, 'Theoretical Analysis of Wave Propagation in Woven Fabric Composites' *Journal of Composite Materials*, Vol. 33, n°12, pp. 1119-1140, 1999.
- [60] F.J. Ferreira, M.A. Vaz, F.Q. Melo e J.S. Cirne, 'Caracterização Mecânica de Materiais Compósitos a Elevadas Razões de Deformação', *Manutenção*, n°70/71, pp. 4-9, 2001.
- [61] R.M. Guedes, P.H. Magalhães, F.J. Ferreira e M.A. Vaz, 'Failure in CFRP Laminates at High Strain Rate Compression', 24th International Conference Forum and Tutorials for Sampe Europe, Paris, 1-3 de Abril, 2003.
- [62] F.K. Ko, 'Impact Phenomena in Textile Structural Composites', private communication, posterior à 1997, Department of Materials Engineering, Fibrous Materials Research Center, Drexel University, Philadelphia, PA.

- [63] Hosur M.V, Alexander J, Vaidya U.K And Jeelani S, High strain rate compression response of carbon/epoxy laminate composites, *Composite Structures*, 52 (2001), 405-417.
- [64] J.L. Lataillade, C. Bacon, F. Collombet and M. Delaet, 'The Benefit of Hopkinson Bar Techniques for the Investigation of Composite and Ceramic Materials', *The American Society of Mechanical Engineers, AMD-Vol. 188, Wave Propagation and Emerging Technologies*, pp. 85-94, 1994.
- [65] Z. Li and J. Lambros, 'Dynamic thermomechanical behaviour of reinforced composites' *Journal of Composite Materials*, Department of Mechanical Engineering, University of Delaware, Newark, DE 19716, USA, aceite para publicação em 1999.
- [66] Ninan Lal, Tsai J And Sun C.T, Use of Split Hopkinson Pressure Bar for Testing Off-Axis Composites, *International Journal of Impact Engineering*, 25 (2001), 291-313.
- [67] S.W. Park and M. Zhou, 'Time-Resolved Impact Response and Damage of Fiber-Reinforced Composite Laminates' *Journal of Composite Materials*, Vol. 34, n°10, pp. 879-904, 2000.
- [68] W.H. Prosser, 'Stress dependence of ultrasonic velocity in unidirectional graphite/epoxy composites for longitudinal waves propagating along the direction of stress', private communication, NASA Langley Research Center, Hampton, VA 23665, review of progress in Quantitative Nondestructive Evaluation, Vol. 9, pp. 1701-1707, 1990.
- [69] C.A. Ross, W.H. Cook and L.L. Wilson, 'Dynamic Tensile Tests of Composite Materials Using a Split-Hopkinson Pressure Bar', *Experimental Techniques*, pp. 30-33, 1984.
- [70] D.R. Veazie, S.W. Park and Min. Zhou, 'Post-Impact Behaviour of Polymeric Composites and the Effects of Salt Water Aging on Tensile Properties', *Advanced Composites Letters*, Vol.8, No.5, pp. 257-264, 1999.

Tecido ósseo;

- [71] C.L. Beardsley, A.D. Heiner, J.L. Marsh, T.D. Brown, 'Mechanical Characterization of a Bone Fracture Surrogate', 23rd Annual Meeting of the American Society of Biomechanics, University of Pettsburg, October 21-23, 1999.
- [72] V. Cane, G. Marotti, G. Volpi, D. Zaffe, S. Palazzni, 'Size and density of osteocyte lacunae in different regions of long bones', *Calcif. Tissue Int.*, 34, pp. 558, 1982.
- [73] D.R. Carter, W.E. Caler, D.M. Spengler, V.H. Frankel, 'Fatigue behaviour of adult cortical bone: The influence of mean strain and strain range', *Acta Orthop. Scand.*, 52, pp. 481, 1981.
- [74] K. Choi, S.A.A. Goldstein, 'A comparison of the fatigue behavior of human trabecular and cortical bone tissue', *J. Biomech.*, 25, pp. 1371, 1992.

- [75] M. Ding, M. Dalstra, C.C. Danielsen, J. Kabel, I. Hvid, F. Linde, 'Age variations in the properties of human tibial trabecular bone', *J. Bone Joint Surg.*, 79B, pp. 995, 1997.
- [76] J.S. Eadie, B.A. Riemer, S.A. Goldstein, 'Quantification of vertebral trabecular bone tissue microstructure', 41st Annual Meeting ORS, Orlando, Florida, Vol. 2, pp. 528, 1995.
- [77] Enciclopédia de Medicina, Selecções do Reader's Digest (SRD), Vol. 2, pp. 813, 1993.
- [78] R.W. Goulet, S.A. Goldstein, M.J. Ciarelli, J.L. Kuhn, M.B. Brow, L.A. Feldkamp., 'The relationship between the structural and orthogonal compressive properties of trabecular bone', *J. Biomech.*, 27, pp. 375, 1994.
- [79] D.W. Fawcett, W. Bloom, 'A text book of histology', W. B. Saunders, (ED.), Filadélfia, 1996.
- [80] F.J. Ferreira, M.A. Vaz, J.A. Simões, 'The role specimen geometry for accurate characterisation of bone properties using the Split-Hopkinson Pressure Bar', Proc. Of Advanced School and Workshop on Bone Mechanics – Mathematical and Mechanical Models for Analysis and Synthesis, Instituto Superior Técnico, Portugal, June 24-28 de 2002.
- [81] R.P. Heaney, 'Is there a role for bone quality in fragility fractures?' [Review], *Calcif. Tissue Int.*, 53 (Suppl. 1), S3, 1993.
- [82] J. Hert, 'A new attempt at the interpretation of the functional architecture of the cancellous bone', *J. Biomech.*, 27, pp. 239, 1994.
- [83] M.H. Hobdell, 'The concentration of osteocyte lacunae in human bone', *J. Anat.*, 106, pp. 165, 1970.
- [84] R. Hodgkingsom, J.D. Currey, 'The effect of variation in the structure on the Young's modulus of cancellous bone: a comparison of human and non-human material', *Proc. Inst. Mech. Eng.*, 204, pp. 115, 1990.
- [85] S.J. Hollister, 'Bone Structure Function', class notes, BME/ME 456 Biomechanics, University of Michigan, 2003.
- [86] I. Hvid, O. Rasmussen, N. Jensen, S. Nielsen, 'Trabecular bone strength profiles at the ankle joint', *Clin. Orthop. Rel. Res.*, 199, pp. 306, 1985.
- [87] I. Hvid, 'Trabecular strength at the knee', *clin. Orthop. Rel. Res.*, 227, pp. 210, 1988.
- [88] T.M. Keaveny, W.C. Hayes, 'A 20 year perspective on the mechanical properties of trabecular bone', *Trans. ASME*, 115, pp. 534, 1993.
- [89] T.M. Keaveny, E.F. Watchel, C.M. Ford, W.C Hayes, 'Differences between the tensile and compressive strength of bovine tibial trabecular bone depends on modulus', *J. Biomech.*, 27, pp. 1037, 1994.
- [90] J. Kragstrup, F. Melson, L. Mosekilde, 'Thickness of lamellae in normal human iliac trabecular bone, *Metab. Bone Dis'. Relat. Res.*, 4, pp. 291, 1983.

- [91] B. Krempien, C. Manegold, E. Ritz, J. Bommer, 'The influence of immobilization on osteocyte orphology', *Virchows Arch. A Pathol. Anat. Histol.*, 370, pp. 55, 1976.
- [92] P. Maquet, R. Furlog, 'The law of bone remodelling - after Julius Wolff', *J. Biomech.*, 22, pp. 185, 1989.
- [93] G. Marotti, 'A new theory of bone lamellation', *Calcif. Tissue Int.*, 53, S47, 1993.
- [94] M. Martens, R. Van Audekercke, P. Dellport, P. De Meester, J. Mulier, 'The mechanical characterization of cancellous bone at the upper femoral region', *J. Biomech.*, 16 (2), pp. 971, 1983.
- [95] R.B. Martin, D.B. Burr, 'Structure, function and adaptation of compact bone', New York, 1989.
- [96] L.J. Melton, 'Epidemiology of fractures', in *Osteoporosis Etiology, diagnosis, and Management*, Riggs, B. L. and Melton, L. J., Eds., Raven Press, New York, 1988.
- [97] L. Mosekilde, C.C. Danielesen, 'Biomechanical competence of vertebral trabecular bone in relation to ash density and age in normal individuals', *Bone*, 8, pp. 79, 1987.
- [98] L. Mosekilde, 'Sex differences in age-relayed loss of vertebral trabecular bone masson structure - Biomechanical consequences', *Bone*, 10, pp. 425, 1990.
- [99] M.G. Mullender, R. Huiskes, H. Versleyen, P. Buma, 'Osteocyte density and histomorphometric parameters in cancellous bone of the proximal femur in five mammalian species', *J. Orthop. Res.*, 14, pp. 972, 1996.
- [100] A.N. Natali, E.A. Meroi, 'A review of the biomechanical properties of bone as a material', *J. biomed. Eng.*, 11, pp. 266, 1989.
- [101] M.B. Schaffler, D.B. Burr, R.G. Frederickson, 'Morphology of the osteonal cement line in human bone', *anat. Rec.*, 317, pp. 223, 1987.
- [102] H.A. Sissons, P. O' Conner, 'Quantitative histology of osteocyte lacunae in normal human cortical bone', *Calcif. Tissue Res.*, 22, pp. 530, 1977.
- [103] Y. Tanabe, S. Tanaka, M. Sakamoto, T. Hara, H. Takahashi, Y. Koga, 'Anisotropy of compact bone under compressive impact loading', *Abst. 1st World Cong. Biomech.*, San Diego, 2, p. 156, 1990.
- [104] C.H. Turner, 'Yield behaviour of bovine cancellous bone', *J. Biomech. Eng.*, 111, pp. 256, 1989.
- [105] G. Yan, W. Wu, X. Fan, 'Dynamic properties of bone under high rate of strain', *Progress and New Directions of Biomechanics*, MITA PRESS, pp. 343-347, 1989.
- [106] V.L. Yeager, S. Chiemchanya, P. Chaiseri, 'Changes in size of lacunae during the life of osteocytes in osteons of compact bone', *J. Gerontol.*, 30, pp. 9, 1975.

- [107] R. Warwick, P.L. Williams, Gray Anatomy, Guana Bara Koogan, Rio de Janeiro, 1979.
- [108] L. Weiss Ed., 'Cell and Tissue Biology, A Textbook of Histology', Urban and Schwarzenberg, Baltimore, 1988.
- [109] G. Yan, W. Wu, X. Fan, 'Dynamic properties of bone under high rate of strain', Progress and New Directions of Biomechanics, MITA PRESS, pp. 343-347, 1989.

Impacto de alta velocidade;

- [110] D.J. Carr, 'Failure mechanisms of yarns subjected to ballistic impact', Journal of Materials Science Letters, Vol.18, pp. 585-588, 1999.
- [111] Frank K. Ko, 'Impact Phenomena in Textile Structural Composites', Department of Materials Engineering, Fibrous Materials Research Center, Drexel University, Philadelphia, PA.
- [112] International Composites News, The Newsletter of Nottingham University Composites Club, Composite Armours, n°40, 2002.
- [113] M.P. Flanagan and M.A. Zikry, 'An Experimental Investigation of High Velocity Impact and Penetration Failure Modes in Textile Composites', Journal of Composites Materials, Vol. 33, n°12, 1999.
- [114] V. Parameswaran, W. Bentley, A. Shukla and R.A. Prosser, 'A New Approach for Improving Ballistic Performance of Composite Armor', Experimental Mechanics, Vol. 39, n°2, pp. 103-110, 1999.

Ensaio a altas temperaturas;

- [115] D. Macdougall, 'A radiant heating method for performing high-temperature high-strain-rate tests', Measurement Science & Technology, n°9, pp. 1657-1662, 1998.

Ensaio em materiais diversos;

- [116] W. Chen, F. Lu and N. Winfree, 'High-strain-rate Compressive Behaviour of a Rigid Polyurethane Foam With Various Densities', Experimental Mechanics, vol. 42, n°1, pp. 65-73, 2002.
- [117] J. Färm e K.G. Sundin, 'Modified split-Hopkinson pressure bar for testing of high-strength ceramics', Recent Advances in Experimental Mechanics, Silva Gomes et al. (eds), 1994, Balkema, Rotterdam, ISBN 9054103957.
- [118] D.J. Frew, M.J. Forrestal and W. Chen, 'A Split Hopkinson Pressure Bar Technique to Determine Compressive Stress-strain Data for Roch Materials', Experimental Mechanics, vol. 41, n°1, pp. 40-46, 2001.
- [119] O.S. Lee, J.Y. Lee, G.H. Kim and J.S. Hwang, 'High Strain-rate Deformation of Composite Materials using a Split Hopkinson Bar Technique', Key

Engineering Materials, Vols. 183-187, pp. 307-312, Trans Tech Publications, Switzerland, 2000.

- [120] U.S. Lindholm, 'Some experiments with the split Hopkinson pressure bar', *J. Mech. Phys. Solids*, 12, pp. 317-335, 1964.
- [121] C.-H. Hsu, S.-C. Lee, L. Wang e X. Dong, 'The high strain-rate fracture behaviors of gray iron under compressive lading', *Materials Chemistry and Physics*, n°73, pp. 174-178, Elsevier Science Ltd., 2002.
- [122] F. Yi, Z. Zhu, F. Zu, S. Hu e P. Yi, 'Strain rate effects on the compressive property and the energy-absorbing capacity of aluminum alloy foams', *Materials Characterization*, n°47, pp. 417-422, Elsevier Science Ltd., 2001.

Variantes do método SHPB clássico;

- [123] S. Hamdan and G.M. Swallowe, 'A crossbow system for high-strain-rate mechanical testing', *Measurement Science & Technology*, n°7, pp. 1068-1072, 1996.
- [124] J. Harding and C. Ruiz, 'The Mechanical Behaviour of Composite Materials under Impact Loading', *Key Engineering Materials Vols.*, 141-143, pp. 403-426, Trans Tech Publications, Switzerland, 1998.
- [125] O.S. Lee, J.H. Chong, S.S. You, S.S. Choi, H.S. Kang, M.J. Han and M.S. Han, 'A Very High Strain Rate Compression Test Using a Modified Split Hopkinson Pressure Bar Technique', *Key Engineering Materials Vols.*, 147-149, pp. 343-348, Trans Tech Publications, Switzerland, 1998.

Spanding ring, drop weight tower e outros de ensaios dinâmicos;

- [126] C.R. Hoggatt and F.R. Recht, 'Stress-strain data obtained at high rates using an expanding ring', *Experimental Mechanics*, vol. 9, pp. 441-448, 1969.
- [127] N.S. Al-Maliky and D.J. Parry, 'A freely expanding ring technique for measuring the tensile properties of polymers', *Measurement Science & Technology*, n°7, pp. 746-752, 1996.
- [128] W.F. Adler, T.W. James and P.E. Kukuchek, 'Development of a Dynamic Compression Fixture for Brittle Materials', *Technical Report CR-81-918*, Effects Technology Inc., Santa Barbara, 1981.
- [129] D.C. Erlich, D.A. Shockey, and L. Seaman, 'Symetric Rod Impact Technique for Dynamic Yield Determination', *AIP Conference Proceedings*, Second Topical Conference on Shock Waves in Condensed Matter, Menlo Park CA, n°78, pp. 402-406, 1982.
- [130] C.H. Popelar, C.E. Anderson, Jr, and A. Nagy, 'An Experimental Method for Determining Dynamic Fracture Toughness', *Expremental Mechanics*, vol. 40, n°4, pp. 401-407, 2000.
- [131] I.M. Daniel, R.H. Labedz and T. Liber, 'New Method for Testing Composites at Very High Strain Rates', *Experimental Mechanics*, pp. 71-77, 1981.

- [132] J.L. Sturges e B.N. Cole, 'The flying wedge: A method for high-strain-rate tensile testing. Part 1. Reasons for its development and general description', *International Journal of Impact Engineering*, n°25, pp. 251-264, Elsevier Science Ltd., 2001.
- [133] INSTRON® Corporation, 'Drop Weigh Tower', series catalogue, 2003.
- [134] INSTRON® Corporation, 'High Rate Test Systems – High rate servohydraulic machine, control and software solutions for high strain rate testing', FAST TRACK™ VHS8800 series catalogue, 2003.

Simulação numérica;

- [135] M. Aberg and P. Gudmundson, 'The usage of standard finite element codes for computation of dispersion relations in materials with periodic microstructure', *Journal Acoustical Society of America*, 102 (4), October 1997, pp. 2007-2013.
- [136] S. Abrate, 'The Dynamics of Impact on Composite Structures', *Key Engineering Materials Vols.*, 141-143, pp. 671-694, Trans Tech Publications, Switzerland, 1998.
- [137] J.F. Georgin, J.M. Reynouard, 'Modeling of structures subjected to impact: concrete behaviour under high strain rate', aceite para publicação na *Cement & Concrete Composites*, Elsevier Science Ltd., 2001.
- [138] A. Gilant, C.-S. Cheng, 'Modeling torsional split Hopkinson bar tests at strain rates above 10,000 s⁻¹', *International Journal of Plasticity*, n°18, pp. 787-799, Elsevier Science Ltd., 2002.
- [139] R.K. Kapania and T.-J.G. Stoumbos, 'Impact Force Prediction for a Hopkinson Bar Using Axisymmetric Solid Elements', private communication, Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, VA 24061, USA.
- [140] S.J. Kim and N.S. Goo, 'Analysis of Impact Response and Damage of Composite Panels by Finite Element Method', *Key Engineering Materials Vols.*, 141-143, pp. 695-712, Trans Tech Publications, Switzerland, 1998.
- [141] G.H. Little, M.D. Heywood, 'Axial stress waves in an elastic-perfectly-plastic bar', *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 43, pp. 2791-2813, 2001.
- [142] T.-J.G. Stoumbos and R.K. Kapania, 'Prediction of Impact Force Generated by Impact of a Composite Projectile on a Hopkinson Bar', private communication, 1994, Department of Aerospace and Ocean Engineering, Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, VA 24061, USA.
- [143] H. Zhao, 'A study of specimen thickness effects in the impact tests on polymers by numeric simulations', revisto para publicação na *Polymer*, 1997, Elsevier Science Ltd.

Outros.

- [144] C. Albertini, E. Cadoni and K. Labibes, 'Study of the Mechanical Properties of Plain Concrete Under Dynamic Loading', *Experimental Mechanics*, Vol. 39, n°2, 1999, pp. 137-141.
- [145] C. Bacon, J. Färm and J.L. Lataillade, 'Dynamic Fracture Toughness Determined from Load-point Displacement', *Experimental Mechanics*, 1994, pp. 217-223.
- [146] W. Chen, and F. Lu, 'A Technique for Dynamic Proportional Multiaxial Compression on Soft Materials', *Experimental Mechanics*, Vol. 40, n°2, 2000, pp. 226-230.
- [147] J.M. Cirne, F.J.Q. Melo, J.L. Leal, M. Vaz e J.F.S. Gomes, 'Propagation of Axisymmetric Transverse Waves in Composite Pipes', ICCE/3, Third International Conference on Composites Engineering, 1996, New Orleans, LA.
- [148] H.D. Espinosa, A. Patanella and M. Fischer, 'A Novel Dynamic Friction Experiment Using a Modified Kolsky Bar Apparatus', *Experimental Mechanics*, Vol. 40, n°2, pp.138-153, 2000.
- [149] C.-H. Hsu, S.-C. Lee, L. Wang, X. Dong, 'The high strain-rate fracture behaviors of gray iron under compressive loading', *Materials Chemistry and Physics*, n°73, pp.174-178, Elsevier, 2002.
- [150] M.P. Isay and M.B. Sayir, 'Optimal Procedures With Incoherent Light for Measuring Wave Propagation Due to Impact Phenomena', *International Journal Impact Engineering*, Vol. 21, n°4, pp. 307-325, 1998.
- [151] F.J.M.Q. Melo e M.A.P. Vaz, 'Uma Solução Numérica com o Método dos Elementos Finitos para o Problema da Propagação de Ondas de Tensão Longitudinais Elásticas em Barras de Secção Transversal Variável', *Revista Portuguesa de Engenharia de Estruturas*, n°40, 1996, pp.33-40.
- [152] F.J.M.Q. Melo, M.A.P. Vaz e J.F.S. Gomes, 'Estudo da Propagação de Ondas de Tensão Axissimétricas Transversais em Tubos Rectos de Parede Fina Sob Solicitação Impulsiva', 2º Encontro Nacional Sobre Análise Experimental de Tensões, Lisboa, 1990.
- [153] F.J.M.Q. Melo, J.M.O.S. Cirne, J.L. Leal e J.F.S. Gomes, 'Propagação de Ondas de Tensão Axissimétricas em Estruturas Tipo Casca', *Mecânica Experimental*, *Revista da APAET*, n°1, 1996, pp.33-38.
- [154] F.J.M.Q. Melo, J.L. Leal, M.A.P. Vaz e J.F.S. Gomes, 'Numerical and Experimental Analysis of Axisymmetric Stress Waves in Cylindrical Shells', *Workshop on Aerospace and Powered Lift Technologies*, Universidade da Beira Interior, Covilhã, Portugal, 1997.
- [155] T. Nicolas, 'Air Force Materials Laboratory Report AFML-TR-75-54', Wright Paterson AFB, OH.

- [156] J.P. Noble and J. Harding, 'Temperature measurement in the tensile Hopkinson bar test', *Measurement Science & Technology, Formerly Journal of Physics E: Scientific Instruments*, 5 (1994) 1163-1171.
- [157] J.A. Simões, J.M. Cirne, F.Q. Melo, M.A. Vaz, e A.T. Marques, 'Estudo da Propagação de Ondas de Tensão num Fêmur Cadavérico com prótese Charnley-Müller', *Mecânica Experimental, Revista da APAET*, n°1, 1996, pp.25-32.
- [158] R.C. Tennyson, R. Ewert and V. Niranjan, 'Dynamic Viscolelastic Response of Bone', *Experimental Mechanics*, 1972, pp. 502-507.
- [159] A. Trojanowski, D. Macdougall and J. Harding, 'An improved technique for the experimental measurement of specimen surface temperature during Hopkinson-bar tests', *Measurement Science & Technology, Formerly Journal of Physics E: Scientific Instruments* 9 (1998) 12-19.
- [160] K. Ueda and A. Umeda, 'Dynamic Response of Strain Gages up to 300 kHz', *Experimental Mechanics*, Vol. 38, n°2, pp. 93-98, 1998.
- [161] F. Yi, Z. Zhu, F. Fu, S. Hu, P. Yi, 'Strain rate effects on the compressive property and the energy-absorbing capacity of aluminum alloy foams', *Materials Characterization*, n°47, pp. 417-422, Elsevier, 2001.
- [162] T. Yokoyama and H. Shimizu, 'A New Test Technique for Determining the Impact Shear Strength of Adhesive Joints', *ATEM'97, International Conference on Advanced Technology in Experimental Mechanics*, 1997, JSME-MMD, pp. 221-226.
- [163] T. Yokoyama and K. Kishida, 'A Microcomputer-Based System for the High-Speed Compression Test by the Split Hopkinson Pressure Bar Technique', *Journal of Testing and Evaluation*, JTEVA, Vol. 14, n°5, 1986, pp. 236-242.

Teses.

- [164] J. Carlsson, 'Methods for Mechanical Testing Based on Analysis of Elastic Waves in Rods', *Division of Solid Mechanics, Luleå University of Technology, Suécia*, 1992.
- [165] E. Chang, 'The Split-Hopkinson Torsional Bar for the Dynamic Testing of Materials', *Bachelor of applied Science thesis, Department of Mechanical and Industrial Engineering, University of Toronto, Canada*, 1997.
- [166] J.M.O.S. Cirne, 'Propagação de Ondas de tensão em corpos Elásticos', *Tese de Doutorado, Coimbra*, 1987.
- [167] I.S. Chocron Benloulou, 'Caracterización Mecánica y Desarrollo de Modelos de Materiales Compuestos Sometidos a Cargas de Impacto', *Tesis Doctoral, Madrid*, 1996.
- [168] Å. Gökstorp, 'An Evaluation of Constitutive Models for Metals Subjected to High Strain Rates', *Division of Solid Mechanics, Linköping University, Suécia*, 1996.

- [169] J.F.S. Gomes, 'Longitudinal Stress Waves in a Finite Length Bar With Variable Cross-Section and Fracture of Brittle Solids of Revolution Due to Stress Wave Interaction', M.Sc. Thesis, U.M.I.S.T., Manchester, 1974.
- [170] M.A. Kaiser, 'Advancements in the Split Hopkinson Bar Test', Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University, Msc thesis, Virginia (1998).
- [171] L. Lagerkvist, 'Mechanical Impedance gauge Based on Measurement of Strains on a Vibrated or Impact Rod', Division of Solid Mechanics, Luleå University of Technology, Suécia, 1982.
- [172] S. Ödeen, 'Determination of Viscoelastic Material Properties and Impact Force from Measurements on Impacted Bodies', Division of Solid Mechanics, Luleå University of Technology, Suécia, 1993.
- [173] M. Oldenburg, 'Finite Element Analysis of Thin-Walled Structures Subjected to Impact Loading', Division of Computer Aided Analysis and Design, Luleå University of Technology, Suécia, 1988.
- [174] L.M.C. Pinho, 'Propagação de Ondas de Tensão Transversais em Barras Tronco-cónicas', Tese de Mestrado, F. E. U. P., Porto, 1986.
- [175] J.A. Simões, 'Estudo da componente femoral de uma prótese de anca de rigidez variável', Tese de Doutoramento, Departamento de Engenharia Mecânica, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 1998.
- [176] K.G. Sundin, 'Transducers for Impact Force and Mechanical Impedance Based on Strain Measurement', Division of Solid Mechanics, Luleå University of Technology, Suécia, 1984.
- [177] M. Taylor, 'Finite element analysis of cancellous bone stresses within an implanted femur and their relationship to implant migration', Ph. D. Thesis, Interdisciplinary Research Center in Biomedical Materials, Queen Mary and Westfield College, London University, 1997.

BIBLIOGRAFIA

Livros de referência.

- [178] J.D. Achenbach, 'Wave propagation in elastic solids', North-Holland, 1993.
- [179] S. Abrate, 'Impact on Composite Structures', Cambridge University Press, 1998.
- [180] ASM International, P. Han, 'Tensile Testing', Materials Park, OH 44073-0002, 1992.
- [181] Handbook ASM, 'Mechanical Testing and Evaluation', Vol. 8, ASM International, The Materials Information Society, Materials Park, Ohio, 2000.
- [182] A. Bedford, D.S. Drumheller, 'Elastic Wave Propagation', publ. John Wiley & Sons, England, 1996.
- [183] J.F. Bell, 'The Experimental Foundations of Solid Mechanics', publ. Springer-Verlag, Berlin, 1973.
- [184] K.J. Bathe, 'Finite Element Procedures', Prentice-Hall, 2nd Ed., 1992
- [185] L. Brillouin, 'Wave Propagation in Periodic Structures', Dover Publications, Inc., New York, 1953.
- [186] C.Y. Chiem, 'Shock Wave Phenomena in Materials', Ecole Centrale de Nantes, Département Matériaux, Nantes, France.
- [187] R.W. Clough and J. Penzien, 'Dynamics of Structures', McGraw-Hill, 1993.
- [188] R.D. Cook, 'Concepts and applications of finite element analysis', John Wiley & Sons, 1989.
- [189] A.H. Cottrell, 'The Mechanical Properties of Matter', John Wiley & Sons, 1964.
- [190] S.C. Cowin, 'Bone Mechanics Handbook', CRC Press LLC, 2001.
- [191] J.W. Dally and W.R. Riley, 'Experimental Stress Analysis', McGraw-Hill, 1991.
- [192] J.F. Doyle, 'Wave Propagation in Structures: spectral analysis using fast discrete Fourier transforms', Springer-Verlag, New York, 1997.
- [193] F. Fahy, 'Engineering Acoustics', Academic Press, 2001.
- [194] D. François, 'Essais mécaniques et lois de comportement', Mécanique et Ingénierie des Matériaux, Hermès Science, Paris, 2001
- [195] A.P. French, 'Vibrations and Waves', W. W. Norton & Company, Inc., New York, 1971.
- [196] W. Goldsmith, 'Impact: the theory and physical behavior of colliding solids', Edward Arnold, New York, 1954.

- [197] K.F. Graff, 'Wave Motion in Elastic Solids', Dover Publications, INC., New York, 1991.
- [198] K. Hoffmann, 'An Introduction to Measurements using Strain Gages', Hottinger Baldwin Messtechnik GmbH, Darmstadt, 1989.
- [199] W. Johnson, 'Impact Strength of Materials', Edward Arnold (Publishers) Limited, London, 1973.
- [200] N. Jones, 'Structural Impact', Cambridge University Press, 1997.
- [201] H. Kardenstuncer and D. Norrie, 'Finite Element Handbook' McGraw-Hill, 1988.
- [202] H. Kolsky and W. Prager, 'Stress waves in anelastic solids', Springer-Verlag, Berlin, 1964.
- [203] H. Kolsky, 'Stress Waves in Solids', Dover Publications, Inc., New York, 1963.
- [204] C. Lanczos, 'Applied Analysis', Dover Publications, New York, 1983.
- [205] A.E.H. Love, 'A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity', Dover Publications, New York, 1944.
- [206] Metals Handbook, 'High Strain Rate Testing', Vol. 8, American Society for Metals, Metals Park, OH, 1985, pp.198-239.
- [207] M.A. Meyers, 'Dynamic Behavior of Materials', John Wiley & Sons, 1994.
- [208] N.M. Newmark, 'Numerical methods of Analysis of Bars, Plates and Elastic Bodies', Edited by L.B. Grinter, pp. 138-168, Mc Millan, NY, 1949.
- [209] S.R. Reio and G. Zhou, 'Impact Behaviour of Fibre-Reinforced Composite Materials and Structures, Woodhead Publishing Limited, 2000.
- [210] R.L. Sierakowski and S.K. Chaturvedi, 'Dynamic Loading and Characterization of Fiber-Reinforced Composites', John Wiley & Sons, Inc., New York, 1997.
- [211] W.J. Stronge, 'Impact Mechanics', Cambridge University Press, 2000.
- [212] R.J. Wasley, 'Stress wave propagation in solids. An introduction', Marcel Dekker, New York, 1973.
- [213] J.A. Zukas, Nicholas, T., Swift, H.F., Greszczuk, L.B. and Curran, D.R., 'Impact Dynamics', John Wiley & Sons, 1982.
- [214] J.A. Zukas, 'High Velocity Impact Dynamics', John Wiley & Sons, 1990.

DISPOSITIVOS EXPERIMENTAIS

Como referido, foram construídos diferentes dispositivos experimentais, três para ensaios em compressão e um para ensaios em tracção. Os dispositivos para ensaios em compressão são de construção convencional e utilizam provetes de forma cilíndrica ou paralelepédrica, o dispositivo para ensaios em tracção utiliza provetes laminados e está adaptado ao ensaio de materiais compósitos.

I.1 – Dispositivo W18

Dispositivo experimental destinado à testes em compressão em metais macios ou outros materiais de resistência similar. Construído em barras de aço com 18 *mm* de diâmetro. Principais características do dispositivo:

- Material: aço para veios, temperado e rectificado
- Dureza: 56+6 *HRC*
- Fornecedor: INA
- Designação comercial: W18
- Diâmetro: 18 *mm*
- Impedância mecânica: 10200 *kg·s⁻¹*
- Comprimento do impactor: 1100 *mm*
- Massa do impactor: 2197 *kg*
- Comprimento da barra de entrada: 2600 *mm*
- Distância da ponte ao provete: 1307 *mm*
- Comprimento da barra de saída: 1700 *mm*
- Distância da ponte ao provete: 330 *mm*
- Dimensões do provete: de Ø6 à Ø18 *mm* de diâmetro, compr. até 20 *mm*
- Impedância recomendada do provete: 1000 *kg·s⁻¹*
- Extensómetros utilizados: HBM 3/350XK51E, factor de sonda – 2,07
- Montagem em ponte completa
- Valor de calibração estática da barra de entrada com excitação de 10V e amplificação de 24x: 3,708·10⁻³ *ε/volt*
- Valor de calibração estática da barra de saída com excitação de 10V e amplificação de 24x: 3,570·10⁻³ *ε/volt*

I.2 – Dispositivo ALU16

Dispositivo experimental para testes em compressão em materiais de baixa impedância. Abrange uma vasta gama de materiais de aplicação na construção mecânica, como por ex. madeira, compósitos e polímeros. Construído em barras de alumínio com 16 *mm* de diâmetro. Principais características do dispositivo:

- Material: alumínio para guias, endurecido superficialmente
- Fornecedor: Tecnogial
- Diâmetro: 16 *mm*
- Impedância mecânica: 2800 *kg·s⁻¹*
- Comprimento do impactor: 1102 *mm*
- Massa do impactor: 0,603 *kg*
- Comprimento da barra de entrada: 2750
- Distância da ponte ao provete: 1401 *mm*
- Comprimento da barra de saída: 1550
- Distância da ponte ao provete: 173 *mm*
- Dimensões do provete: de Ø5 à Ø16 *mm* de diâmetro, compr. até 20 *mm*
- Impedância recomendada do provete: 280 *kg·s⁻¹*
- Extensómetros utilizados: HBM 3/350XK53E, factor de sonda – 2,08
- Montagem em ponte completa
- Valor de calibração estática da barra de entrada com excitação de 10V e amplificação de 24x: $3,653 \cdot 10^{-3} \text{ } \varepsilon/\text{volt}$
- Valor de calibração estática da barra de saída com excitação de 10V e amplificação de 24x: $2,727 \cdot 10^{-3} \text{ } \varepsilon/\text{volt}$

I.3 – Dispositivo 12C4

Dispositivo experimental destinado à testes em compressão em metais macios polímeros e osso cortical. Construído em barras de aço com 12 *mm* de diâmetro. Principais características do dispositivo:

- Material: aço para veios, calibrado
- Fornecedor: F. Ramada
- Designação comercial: C4
- Diâmetro: 12 *mm*
- Impedância mecânica: 4562 *kg·s⁻¹*
- Comprimento do impactor: 1000 *mm*
- Massa do impactor: 0,881 *kg*
- Comprimento da barra de entrada: 2500 *mm*
- Distância da ponte ao provete: 1250 *mm*
- Comprimento da barra de saída: 1500 *mm*
- Distância da ponte ao provete: 215 *mm*
- Dimensões do provete: de Ø4 à Ø12 *mm* de diâmetro, compr. até 20 *mm*
- Impedância recomendada do provete: 450 *kg·s⁻¹*
- Extensómetros utilizados: HBM 3/350XK51E, factor de sonda – 2,07
- Montagem em ponte completa

- Valor de calibração estática da barra de entrada com excitação de 10V e amplificação de 24x: $3,180 \cdot 10^{-3} \text{ } \varepsilon/\text{volt}$
- Valor de calibração estática da barra de saída com excitação de 10V e amplificação de 24x: $3,162 \cdot 10^{-3} \text{ } \varepsilon/\text{volt}$

I.4 – Dispositivo TD16

Dispositivo experimental destinado à testes em tracção em metais macios e compósitos. Construído em barras de aço com 16 *mm* de diâmetro. Principais características do dispositivo:

- Material: aço para veios, calibrado
- Fornecedor: F. Ramada
- Designação comercial: C4
- Diâmetro: 16 *mm*
- Impedância mecânica: $8077 \text{ } kg \cdot s^{-1}$
- Comprimento do impactor: 1900 *mm*
- Massa do impactor: 2,979 *kg*
- Comprimento da barra de entrada: 5735 *mm*
- Distância da ponte ao provete: 2400 *mm*
- Comprimento da barra de saída: 2845 *mm*
- Distância da ponte ao provete: 330 *mm*
- Dimensões do provete: de 0,5 à 2 *mm* de espessura, em forma de alter com largura máxima de garganta de 16 *mm*, comprimento até 60 *mm*
- Impedância recomendada do provete: $800 \text{ } kg \cdot s^{-1}$
- Extensómetros utilizados: HBM 3/350XK51E, factor de sonda – 2,07
- Montagem em ponte completa
- Valor de calibração estática da barra de entrada com excitação de 10V e amplificação de 24x: $3,189 \cdot 10^{-3} \text{ } \varepsilon/\text{volt}$
- Valor de calibração estática da barra de saída com excitação de 10V e amplificação de 24x: $3,222 \cdot 10^{-3} \text{ } \varepsilon/\text{volt}$

FLUXOGRAMAS DO CÓDIGO ISCA-SHBT

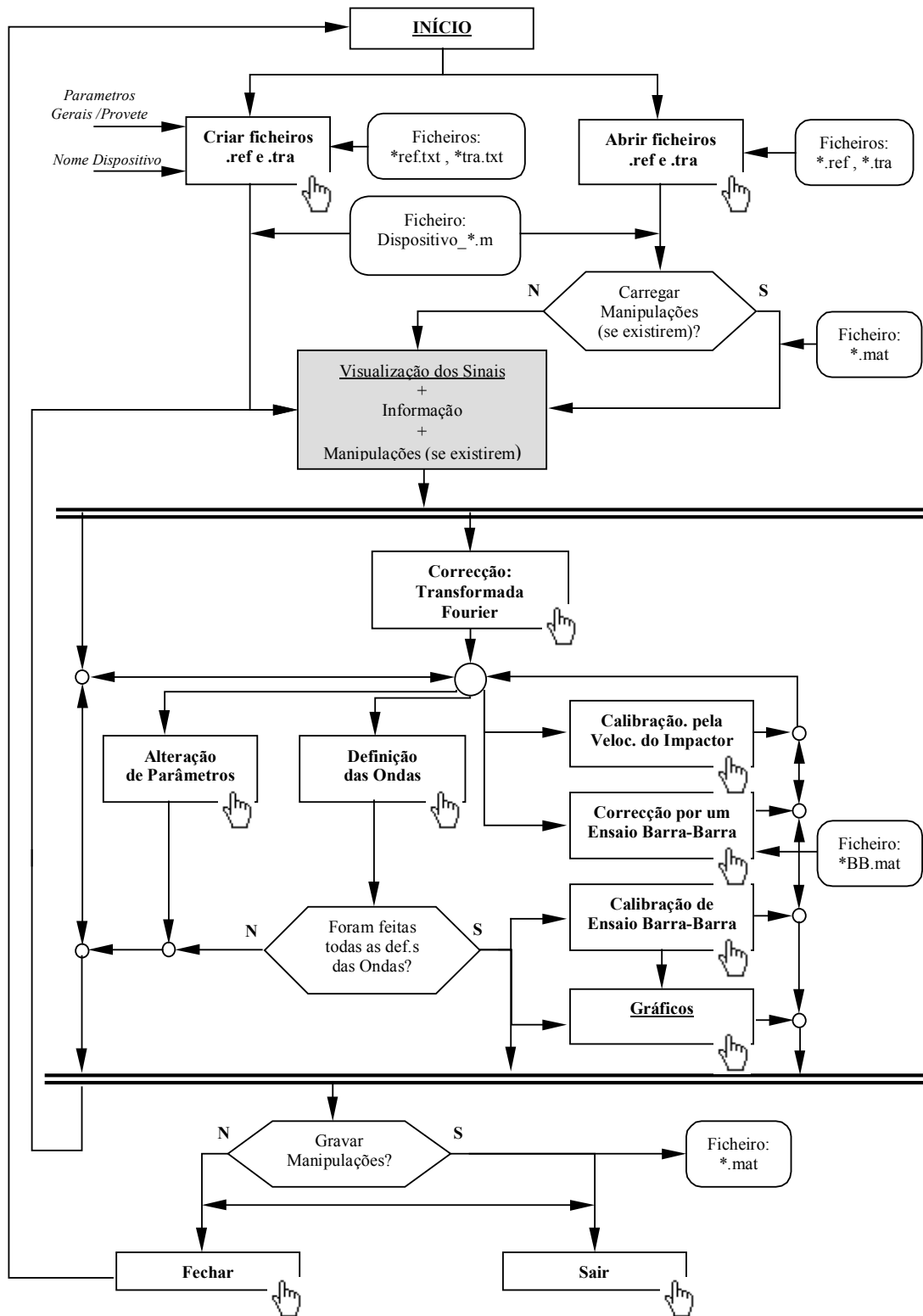


Figura II.1. Esquema geral de funcionamento.

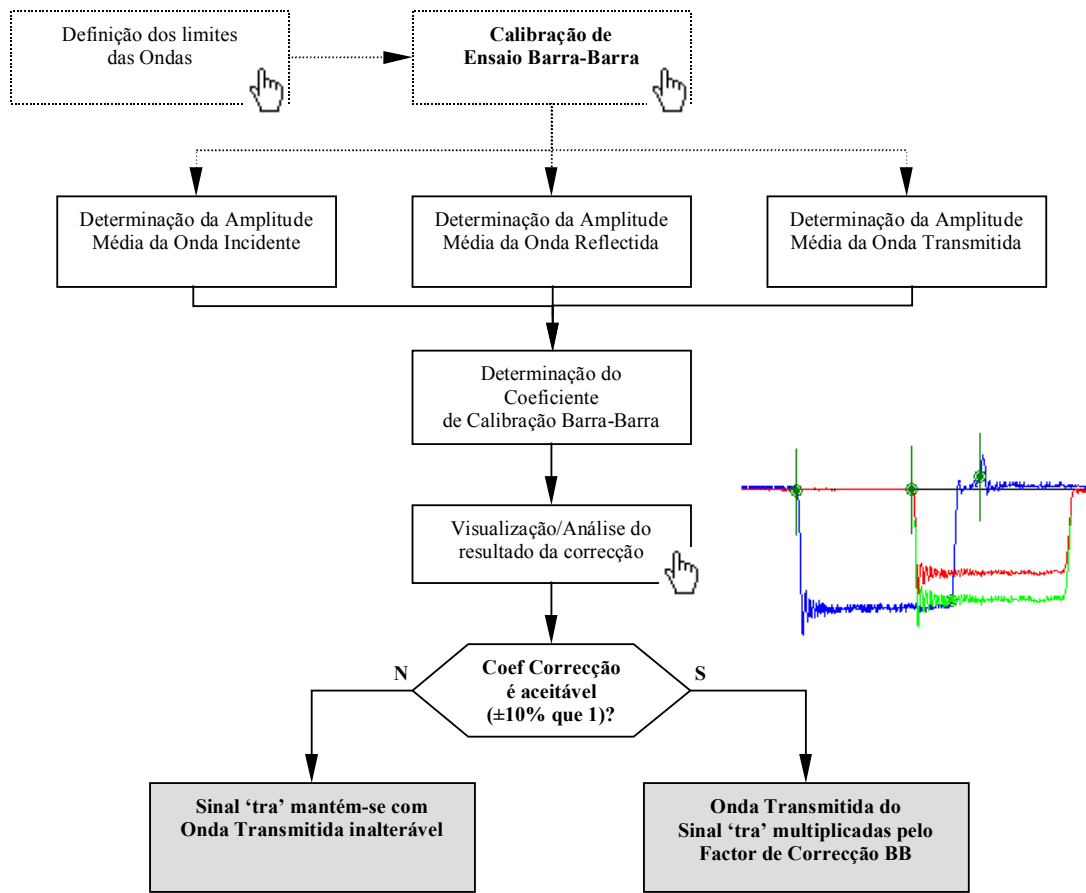


Figura II.2. Calibração por um ensaio barra-barra.

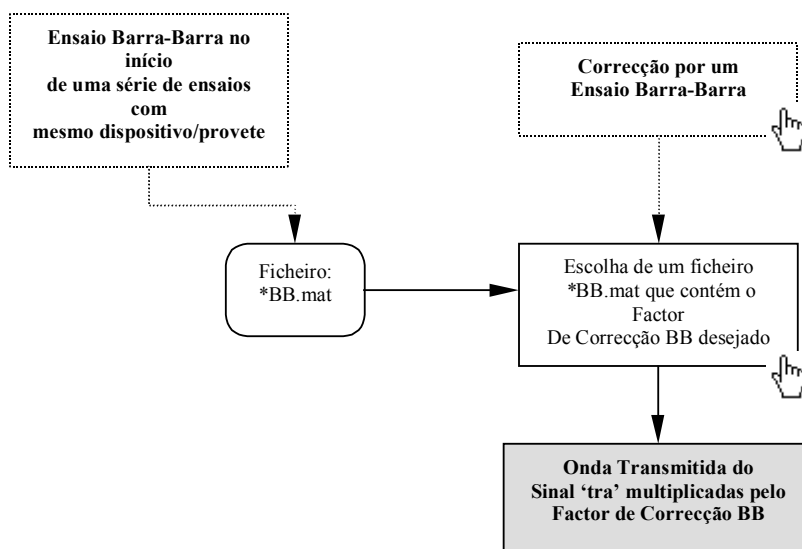


Figura II.3. Correção a partir de um ensaio bara-bara.

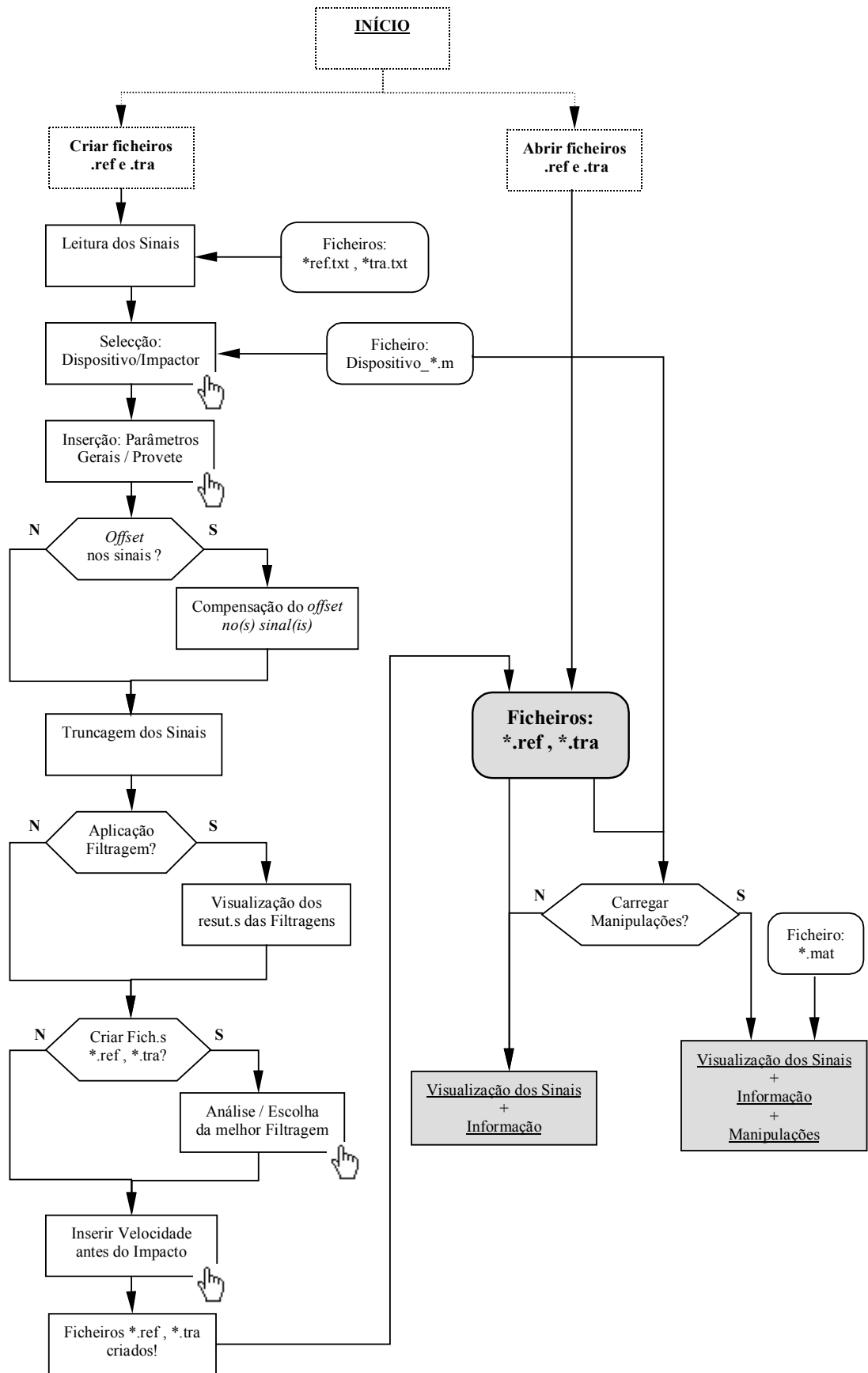


Figura II.4. Criação e/ou abertura de ficheiros *.ref e *.tra.

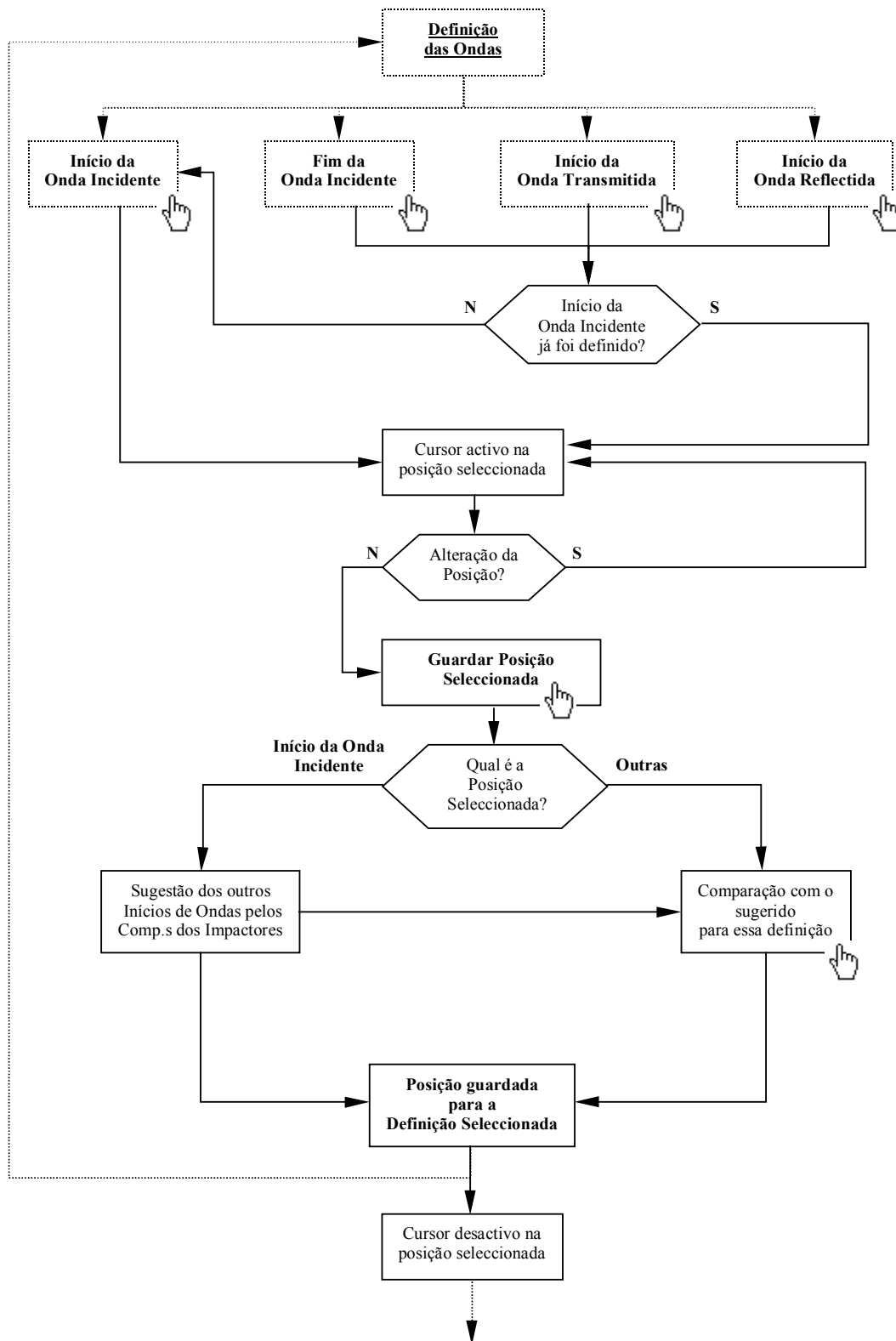


Figura II.5. Definição dos impulsos.

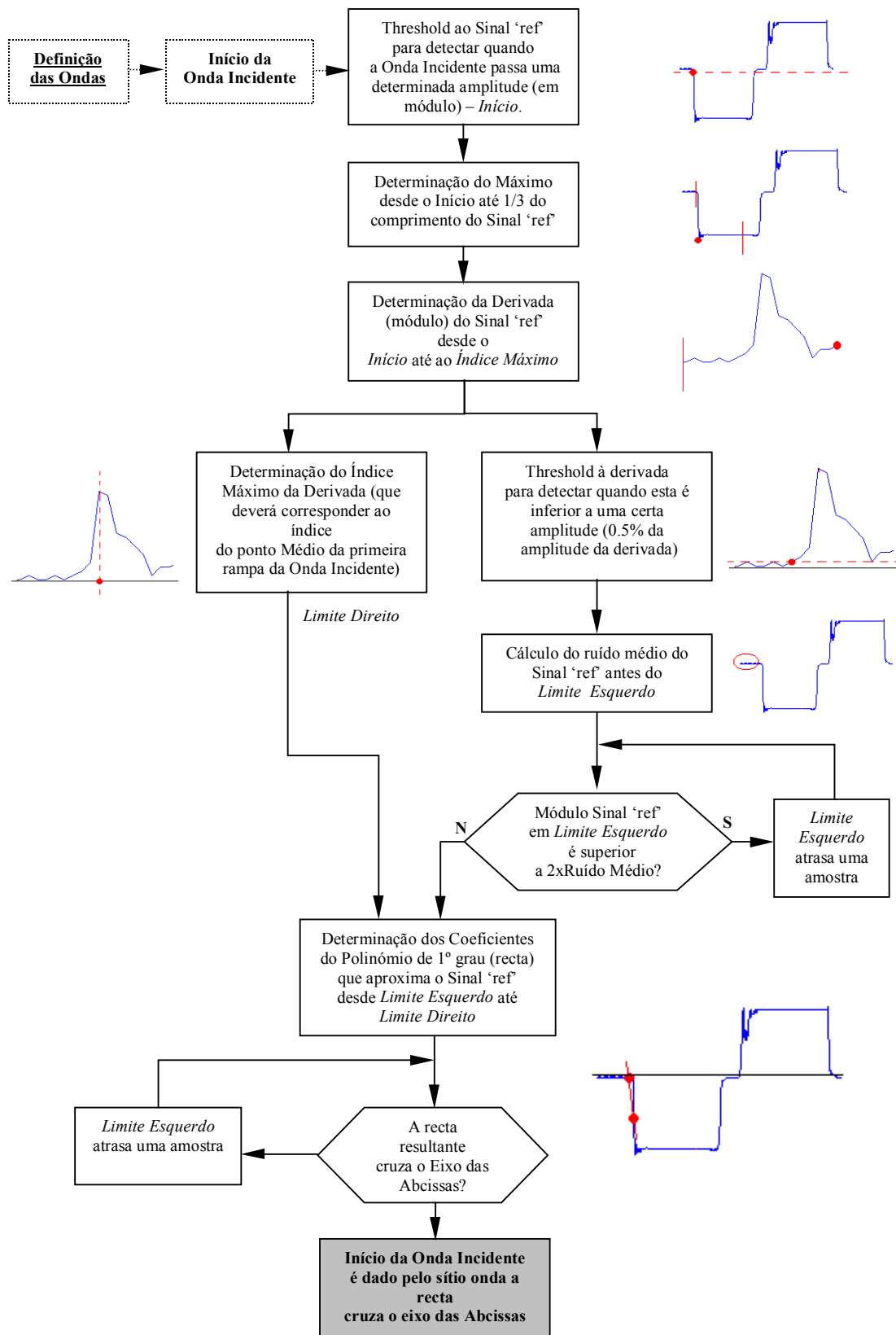


Figura II.6. Determinação da Localização do início do impulso incidente.

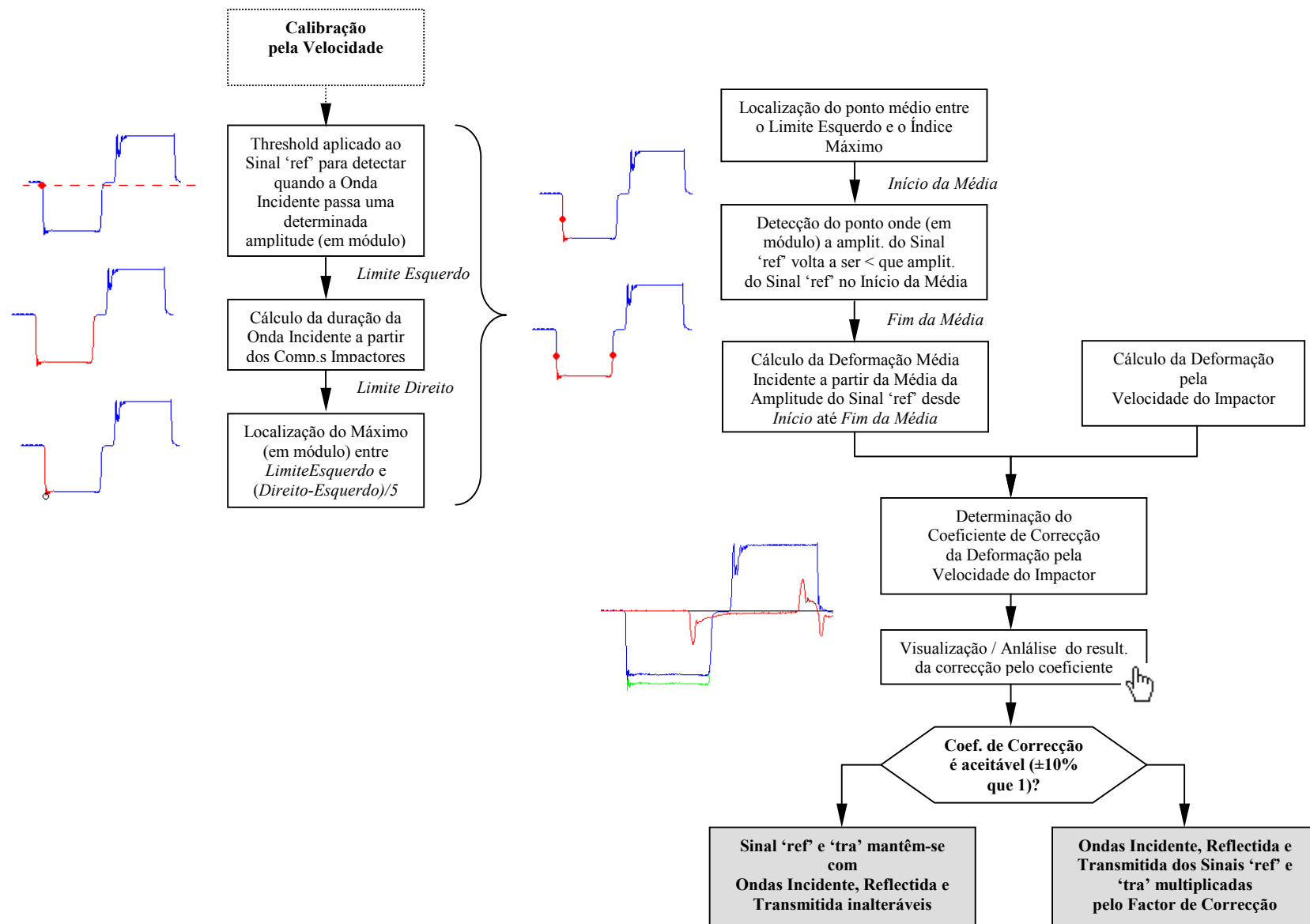


Figura II.7. Esquema de funcionamento de Calibração pela Velocidade de Embate.

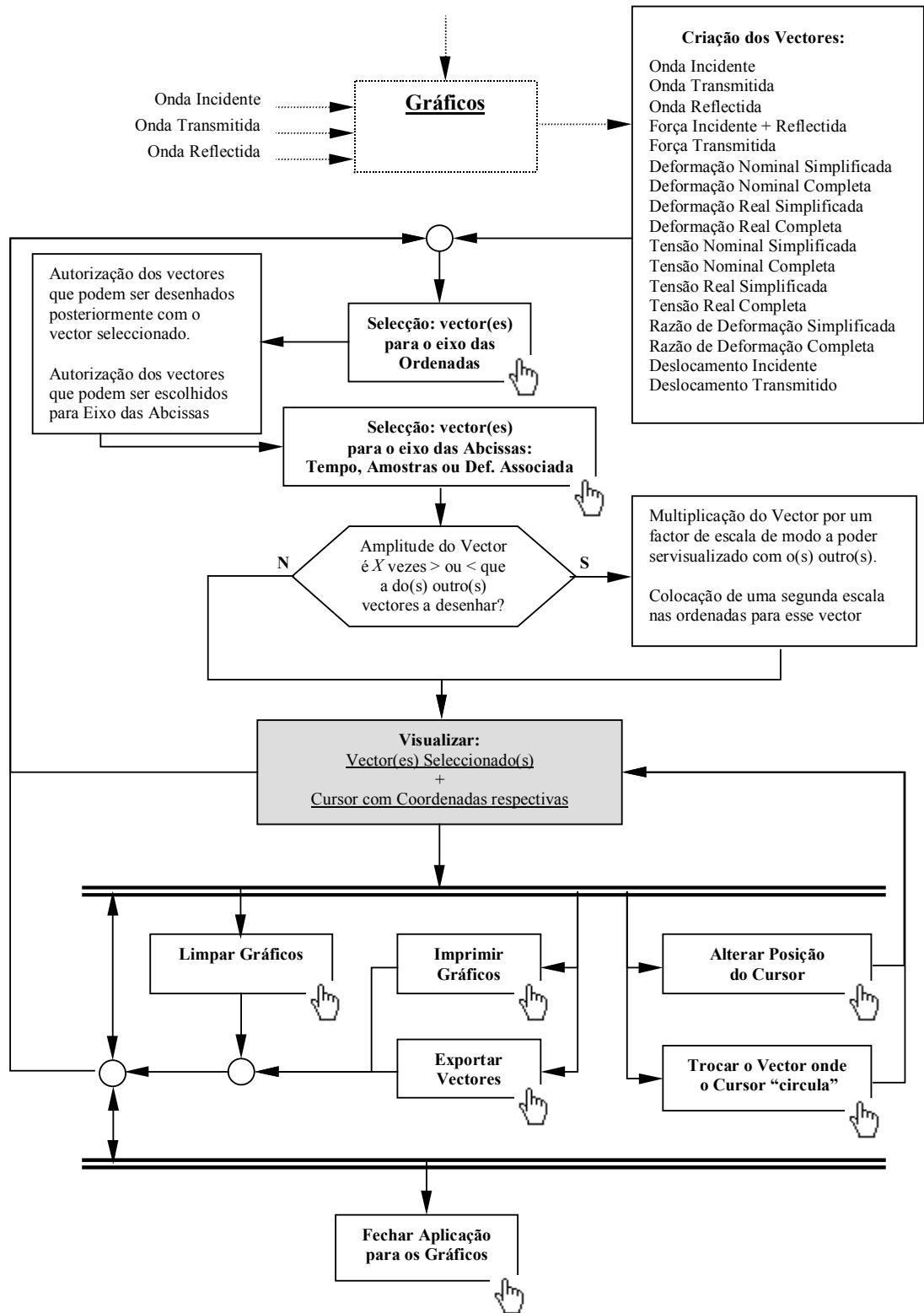
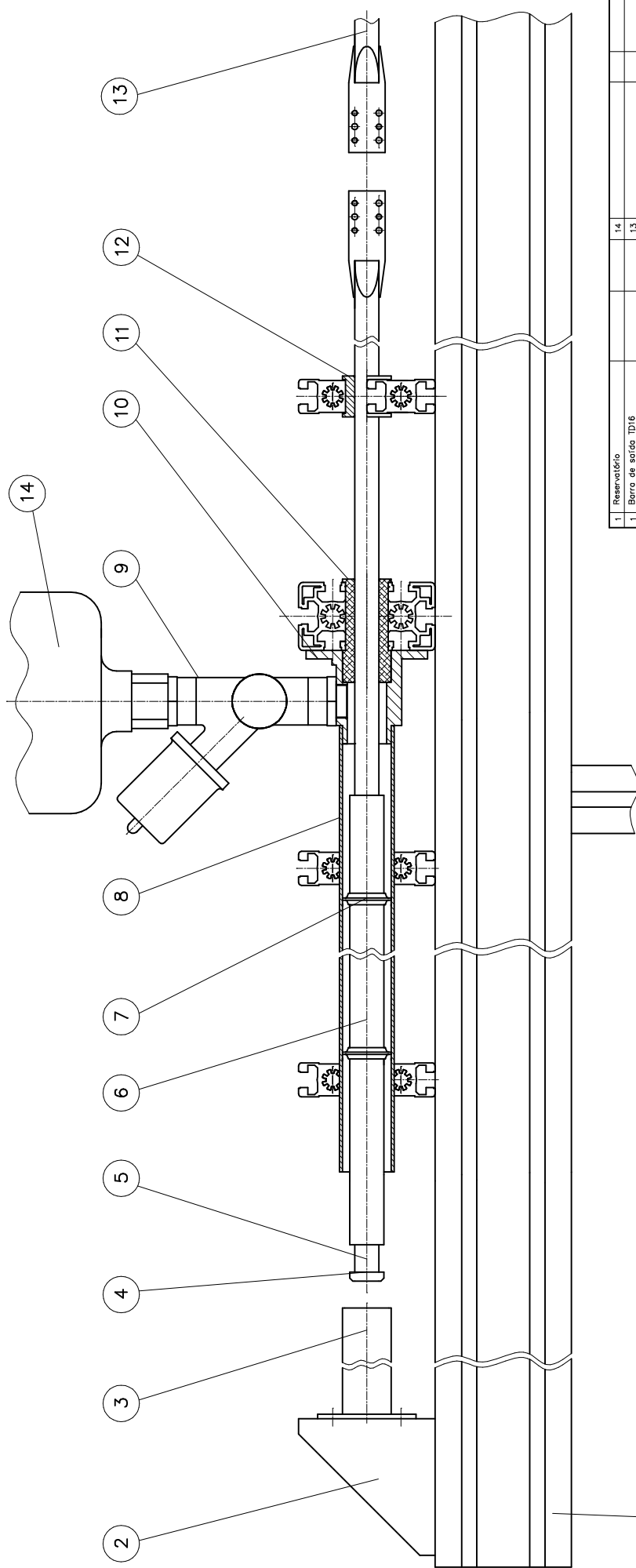


Figura II.8. Esquema de funcionamento do Módulo para Visualização dos Gráficos.

Anexo III

ALGUNS DESENHOS DO DISPOSITIVO TD16

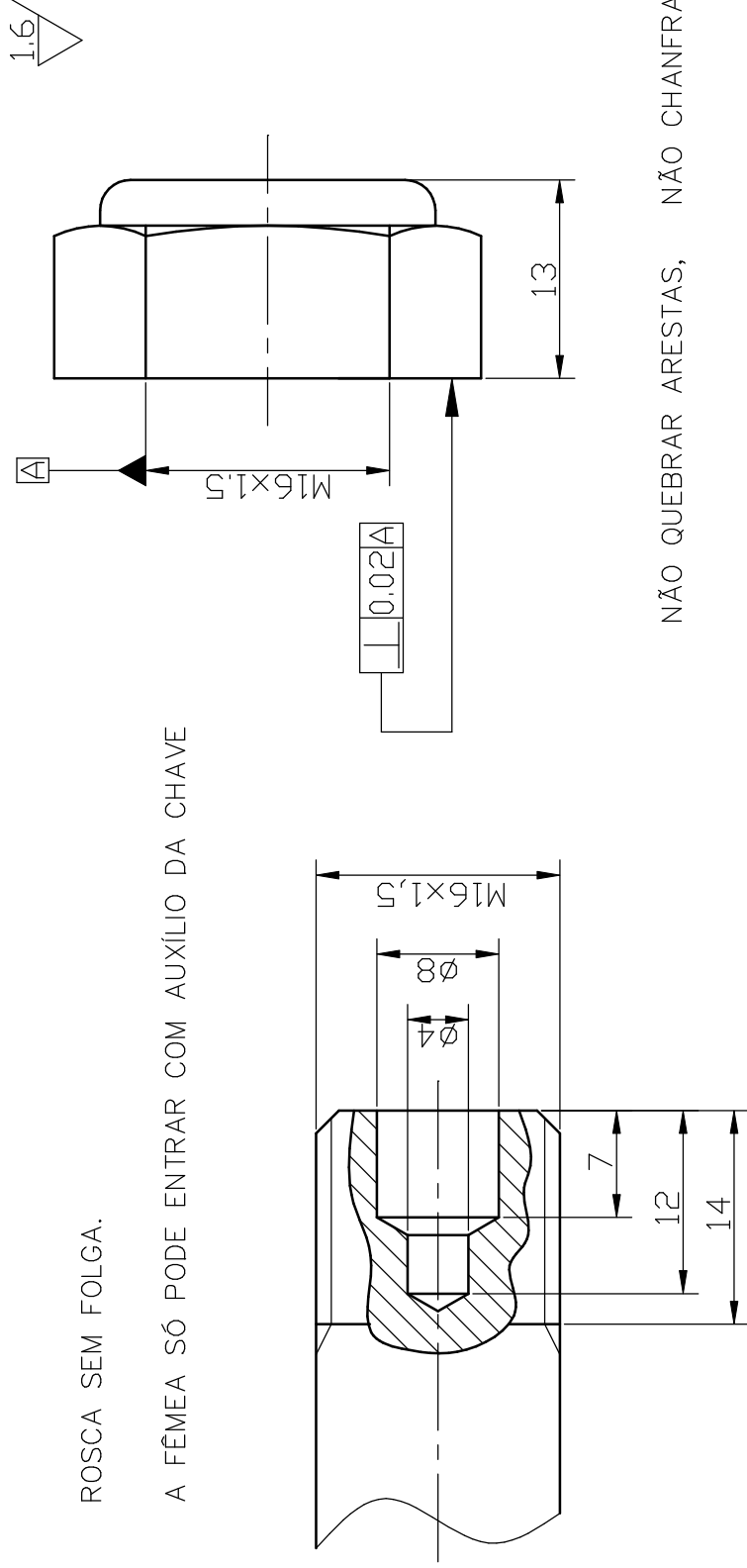


1	Reservatório	14		
1	Barra de saída TD16	13		
20	Casquilho de barra	12		
1	Casquilho de eulatra	11	Nylon	
1	Culatra	10	Aço	
1	Valva de globo c/ pilot. pneum.	9		
1	Cono do cambio ø32	8	Alumínio	
4	Casquilho de impactor	7	Nylon	
1	Impactor tubular	6	Aço C4	
1	Barra de entrada TD16	5	Aço C4	
2	Batente de barra de tracção	4	Aço	
4	Arroltecedor	3	Aço Inox	
8	Esquadro batente 90x80	2	Alumínio	
1	Massa	1	Alumínio	
			Perfis BOSCH	
Nº	DESIGNAÇÃO	NORMA ou BREVETADO Nº	Nº DE PROJETO SEM ACABADO	Massas OBSERVAÇÕES
			MATERIAL	

Desenhado 0.07.12 F. Ferreira	LOME Laboratório de Optica e Mecânica Experimental	
Verificado 0.07.12		
Escalado Principal		
1:1	DISPOSITIVO PARA TRACÇÃO TD16	DES. de Conj. N° 6

ROSCA SEM FOLGA.

A FÊMEA SÓ PODE ENTRAR COM AUXÍLIO DA CHAVE



NÃO QUEBRAR ARESTAS, NÃO CHANFRAR

Desenhou	01.04.03 F. Ferreira	Material	Fêmea M16x1,5 aut.	LOME Laboratório de Óptica e Mecânica Experimental
Verificou		Quant.	2	
Escala Principal	2:1	BATENTE DE BARRA		DES. N° 6.4
toler. geral ISO 2768-fH				

PREPARAÇÃO PARA A SOLDADURA

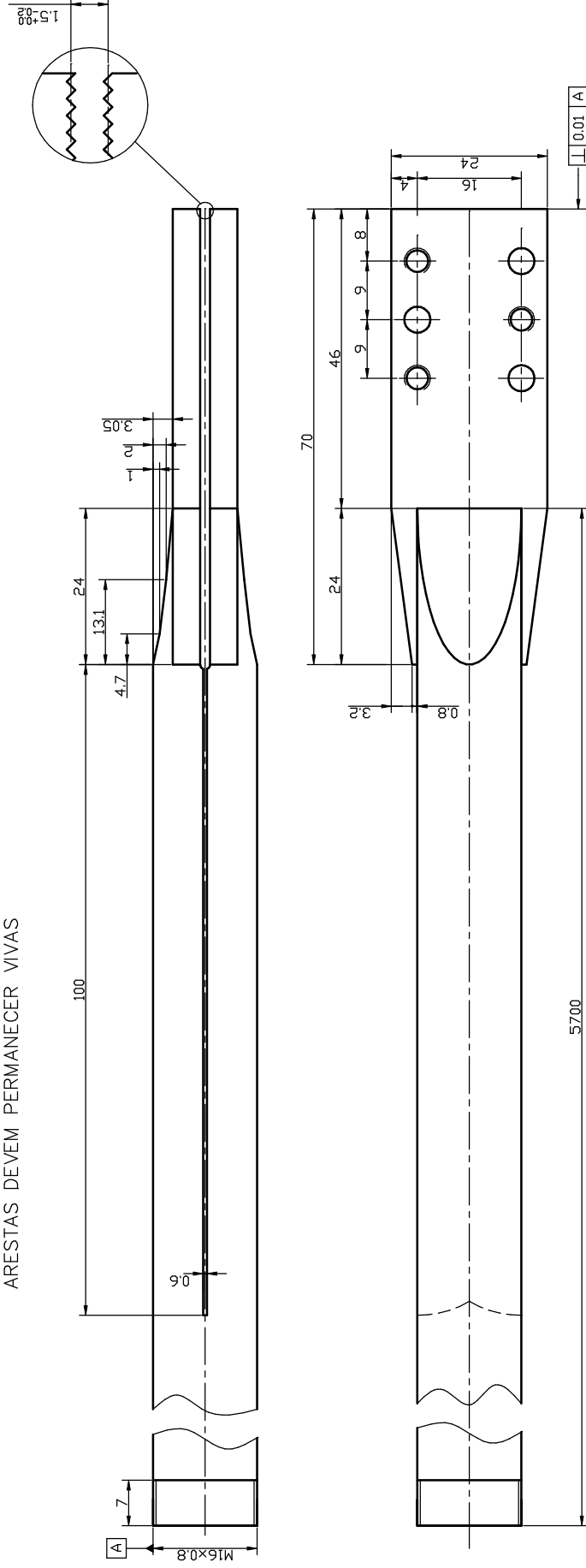
As duas placas devem ser apertadas uma contra a outra e ter entre si uma chapa separadora para garantir o correto afastamento e paralelismo

SOLDADURA POR PROCESSO TIG com adição de material

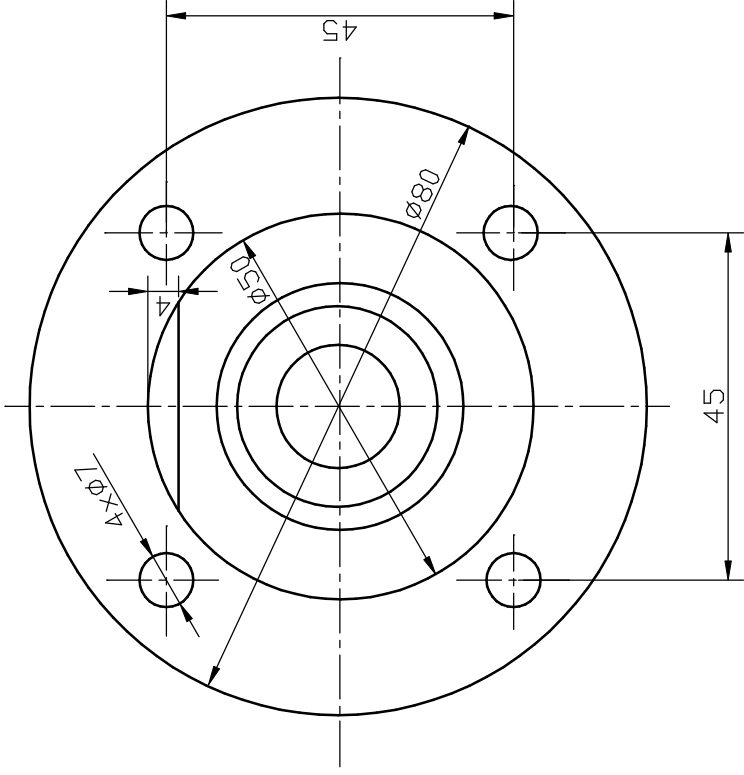
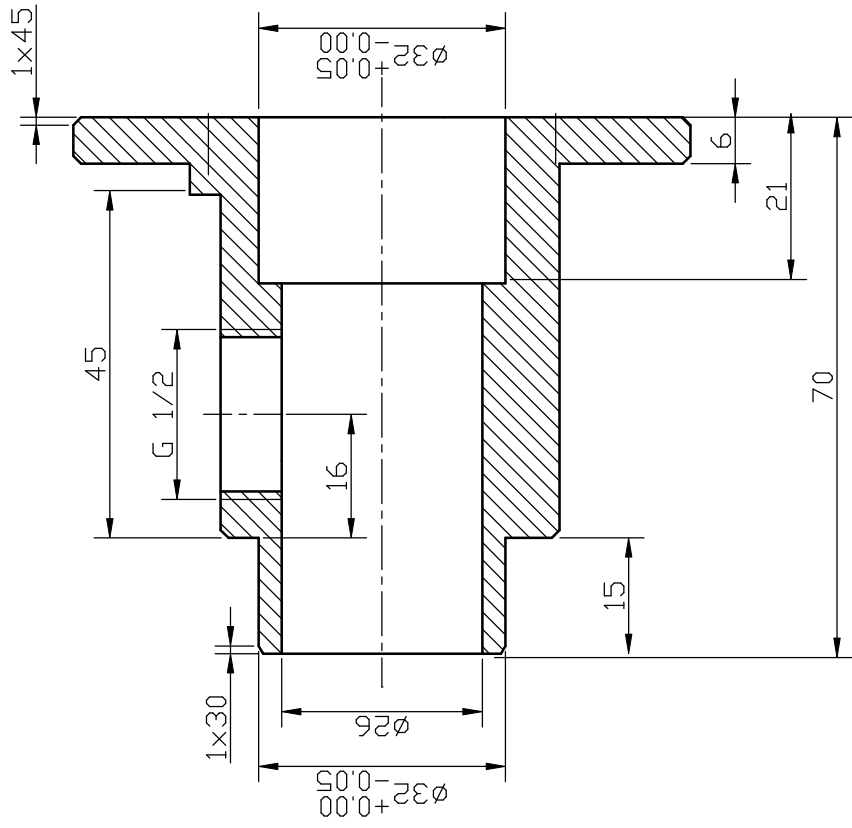
A maquinação das amarras para as medidas finais só devem ser feitas depois da soldadura

NÃO QUEBRAR ARESTAS, NÃO CHANFRAR

ARESTAS DEVEM PERMANECER VIVAS



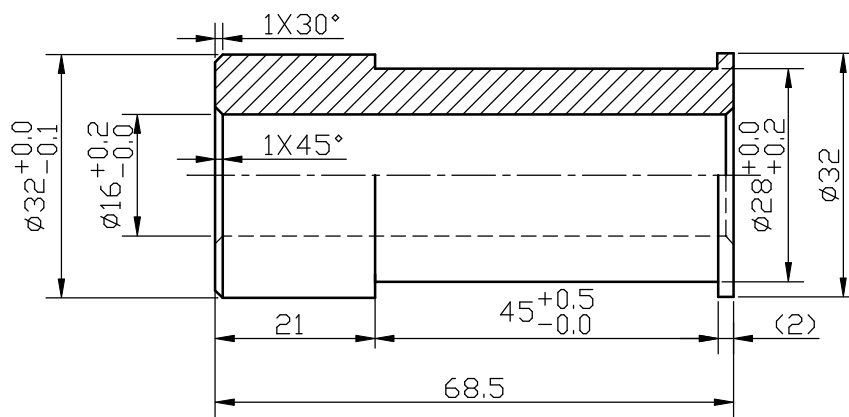
Desenhou	02.04.27	F. Ferreira	Quant.	1	Material	C4 + CK45	LOME	Laboratório de Optica e Mecânica Experimental	
Verificou	02.04.27								
Escala Principal	Barra de entrada TD16							DES. N° 6.5	toler. geral ISO 2768-fH
1:1									



Desenhou	
Verificou	
Escala Principal	1:1

Material: Aço	
Quantidade: 1	
Tratamento Superficial: Oxidado	

LOME	
Laboratório de Optica e Mecânica Experimental	
CULATRA	
DES. N° 6.10	



			Material: Nylon	LOME Laboratório de Optica e Mecânica Experimental
Desenhou			Quantidade: 1	
Verificou				
Escala Principal 1:1	CASQUILHO DA CULATRA			DES. N° 6.11

PREPARAÇÃO PARA A SOLDADURA

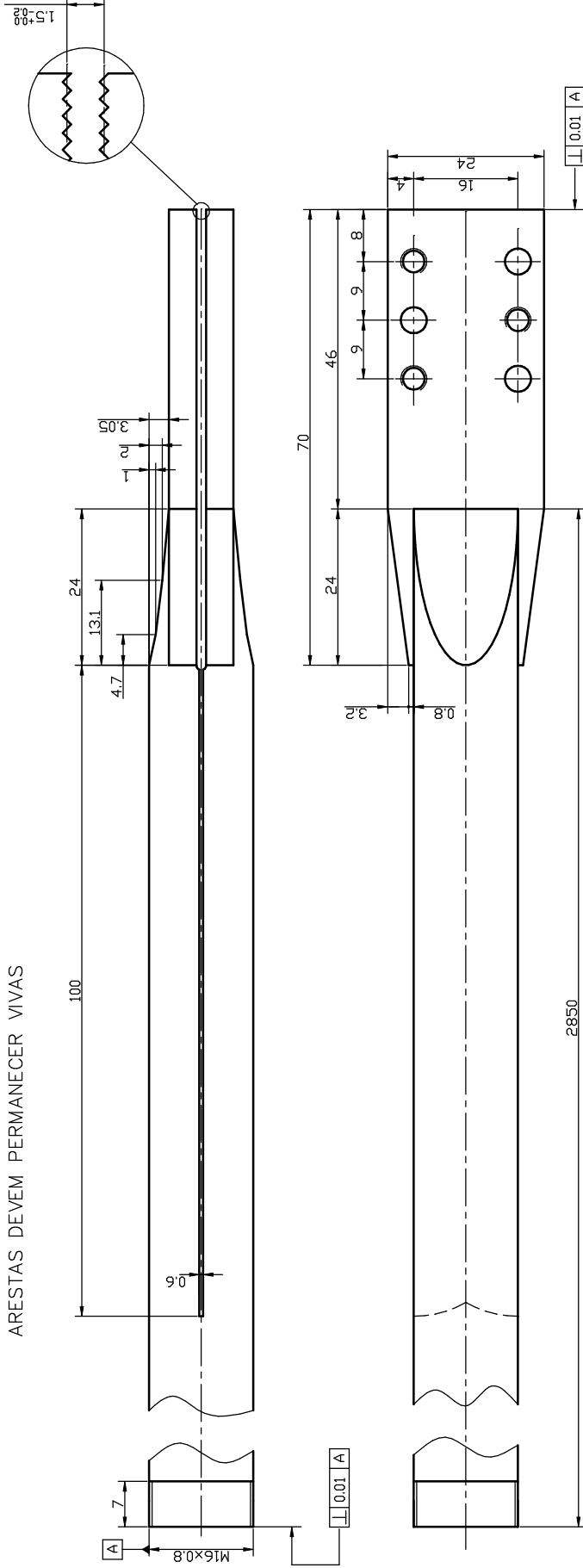
As duas placas devem ser apertadas uma contra a outra e ter entre si uma chapa separadora para garantir o correto afastamento e paralelismo

SOLDADURA POR PROCESSO TIG com adição de material

A maquinação das amarras para as medidas finais só devem ser feitas depois da soldadura

NÃO QUEBRAR ARESTAS, NÃO CHANFRAR

ARESTAS DEVEM PERMANECER VIVAS



Desenhou	02.04.29	F. Ferreira	Material	C4 + CK45
Verificou	02.04.29		Quant.	1
Escala Principal		Barra de saída TD		
1:1		DES. N° 6.13		
		toler. geral ISO 2768-fH		
		LOME Laboratório de Óptica e Mecânica Experimental		