

# **Estudo do contacto roda/carril: análise de tensões e fadiga**

*Daniel Filipe Coutinho Peixoto*

## **Relatório da Dissertação do MIEM**

Orientadores:

Prof. Paulo Manuel Salgado Tavares de Castro

Prof. Luís António de Andrade Ferreira



# **FEUP**

**Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto  
Mestrado Integrado em Engenharia Mecânica**

Julho 2008



*Dedicada aos meus pais.*



## Resumo

O trabalho aqui apresentado consiste na utilização do método dos elementos finitos, nomeadamente o software ABAQUS, para estudar o contacto roda/carril.

Antes de iniciar o estudo do contacto roda/carril, que é um problema de contacto com alguma complexidade, foi feita uma avaliação do desempenho do software ABAQUS no estudo de problemas de contacto envolvendo geometrias mais simples, e para os quais existem soluções analíticas.

No estudo do contacto roda/carril foi feita uma análise de tensões, na qual se incluiu um estudo da influência de variações de geometria.

Também foi realizado um estudo de iniciação de defeitos de fadiga no contacto roda/carril, através da aplicação do critério de Dang Van.

***Palavras-chave:*** *contacto roda/carril; tensões de contacto; problemas de fadiga de contacto na interacção roda/carril, critério de Dang Van.*



## **Abstract**

### **Wheel/rail contact: stress analysis and fatigue**

The wheel /rail contact problem was studied using a three dimensional finite element analysis performed with the software ABAQUS.

Strategies for computation with ABAQUS of contact problems with existing analytical solution were analysed in detail, in order to identify those giving more accurate solutions.

The numerical procedures giving better results were later applied to the wheel/rail contact problem.

The influence of small geometry variations on the stress analysis results was then studied, and the initiation of defects using the Dang Van criteria was analysed.

**Keywords:** *wheel/rail contact; contact stresses; fatigue initiation in wheel/rail problems, Dang Van criterion*





## Agradecimentos

Gostaria de manifestar a minha gratidão para com os meus orientadores, os Professores Paulo Tavares de Castro e Luís Andrade Ferreira, por todo o apoio prestado, e boa orientação de trabalho.

Também gostaria de agradecer aos Professores da FEUP, José César de Sá, Jorge Seabra e Luísa Costa Sousa (DEMEGI), e António Fidalgo Couto (DEC) pela ajuda prestada na recolha de informação nas suas áreas de conhecimento.

Não poderia deixar de agradecer também à EMEF, em particular ao Eng. Carlos Machado e Eng. Augusto Costa Franco, pela cedência de informação relativa ao material circulante da CP, nomeadamente quanto aos perfis das rodas e informação sobre defeitos mais comuns, que foram de grande utilidade.

Este projecto foi financiado pela Fundação para a Ciência e Tecnologia (FCT), através do projecto POCI/V.5/C0006/2005.

Partes do presente trabalho foram objecto das seguintes apresentações públicas:

- Daniel F. C. Peixoto *et al*, “Wheel/rail contact: stress analysis”, *poster* apresentado no 16th International Symposium EURNEX – Žel 2008 “Towards more competitive European rail system”, Žilina, Eslováquia, 4-5 de Junho de 2008
- Daniel F. C. Peixoto, apresentação em: Seminário de investigação no quadro dos projectos EU ‘DATON’ AST3-CT-2004-516053, FCT ‘EURNEX’ POCI / V.5 / C0006 / 2005, FCT ‘WELDING’ PTDC/EME-TME/66362/2006, destinado a investigadores do Depart. de Eng. Civil da FEUP, nas instalações do INEGI-IDMEC FEUP, Porto, 25 de Junho de 2008
- Daniel F. C. Peixoto, Lucas F. M. da Silva, Luís A. A. Ferreira *et al*, “Material Circulante: Requisitos, Materiais e Tecnologias - Introdução geral, alguns resultados e competências na FEUP”, Ciclo de Formação Avançada na Ferrovia – Módulo Geral, FEUP – Centro de Saber da Ferrovia, Porto, 7-8 Julho 2008



## Lista de símbolos

$\tilde{\Sigma}$	tensor das tensões mesoscópicas
$\tilde{\sigma}$	tensor das tensões macroscópicas
$\tilde{\rho}$	tensor das tensões residuais mesoscópicas
a, b	raios da elipse
$a_{DV}$	parâmetro material
$c(u)$	restrição imposta ao deslocamento da massa
d	distância horizontal entre o ponto de aplicação da carga e o plano médio do carril
E	módulo de Young do material
F, $F_n$	Força normal aplicada
$f_r$	força de reacção
g	aceleração da gravidade
h	altura inicial da massa
k	rigidez da mola
Lag. Aum.	Lagrangeano aumentado
m	massa
p	pressão aplicada
$p_{\text{máx}}, p_0$	pressão máxima de Hertz
$R_{\text{carrilprof}}$	raio do carril na direcção longitudinal
$R_{\text{roda}}$	raio da roda
$R_{\text{rodaprof}}$	raio da roda na direcção longitudinal
u	deslocamento da massa
u	deslocamento imposto ao carril para simular o ciclo de carga
Zs	profundidade a que surge a tensão de corte máxima

$\nu$	Coefficiente de Poisson do material
$\sigma_e$	é o limite de vida à fadiga em flexão alternada
$\sigma_h(t)$	valor da tensão hidrostática no ponto considerado
$\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}$	tensões principais
$\Pi(u)$	energia potencial
$\alpha, \varepsilon$	termo da penalidade
$\lambda$	multiplicador de Lagrange
$\theta$	rotação imposta à roda para simular o ciclo de carga
$\tau_a(t)$	valor da tensão de corte num ponto específico do material
$\tau_e$	limite de fadiga do material quando solicitado em corte puro
$\tau_{\text{máx}}, \tau_{\text{Tresca}}$	tensão de corte máxima, critério de Tresca
$\tau_{xz}$	tensão de corte

# Índice de conteúdos

Dedicatória.....	iii
Resumo .....	v
Abstract.....	vii
Agradecimentos.....	ix
Lista de símbolos.....	xi
Índice de conteúdos.....	xiii
Lista de figuras .....	xv
<b>1. Introdução .....</b>	<b>1</b>
1.1. Nota histórica: generalidades.....	1
1.2. Tensões no contacto roda/carril.....	3
1.2.1. Mecânica do contacto .....	3
1.2.2. Teoria de Hertz.....	3
1.2.3.O método dos elementos finitos.....	6
1.3. Fadiga.....	10
1.3.1. Fadiga de contacto com rolamento no contacto roda/carril.....	11
1.3.2.Critério de Dang Van.....	11
1.4. Defeitos .....	13
1.4.1.Defeitos típicos comuns à roda e ao carril.....	13
1.4.2. Defeitos típicos da roda .....	15
1.4.3. Defeitos típicos do carril.....	15
1.5. Objectivos da tese .....	16
1.6. Organização dos capítulos.....	16
<b>2. Breve revisão bibliográfica: Estado-da-arte .....</b>	<b>17</b>
<b>3. Avaliação do desempenho do software ABAQUS no estudo de contacto .....</b>	<b>21</b>
3.1. Descrição dos modelos de elementos finitos	
3.1.1. Contacto cilindro/cilindro .....	22
3.1.2. Contacto cilindro/plano.....	24
3.2. Apresentação e validação de resultados	
3.2.1.Contacto cilindro/cilindro	
3.2.1.1. Solução analítica (MATLAB).....	26
3.2.1.2. Resultados obtidos através da análise em ABAQUS .....	27
3.2.1.3.Comparação de resultados.....	28
3.2.2.Contacto cilindro/plano	
3.2.1.1. Solução analítica (MATLAB).....	29

3.2.1.2. Resultados obtidos através da análise em ABAQUS .....	30
3.2.1.3. Comparação de resultados .....	31
3.3. Comentários finais e conclusões .....	32
<b>4. Contacto roda/carril: análise de tensões.....</b>	<b>33</b>
4.1. Descrição do modelo de elementos finitos.....	34
4.2. Apresentação de resultados.....	39
4.3. Comentários finais e conclusões .....	44
<b>5. Contacto roda/carril: fadiga.....</b>	<b>45</b>
5.1. Descrição do modelo de elementos finitos.....	46
5.1.1. Modelo para aplicação do critério de Dang Van à roda .....	46
5.1.2. Modelo para aplicação do critério de Dang Van ao carril .....	48
5.2. Apresentação de resultados.....	51
5.3. Comentários finais e conclusões .....	56
<b>6. Conclusões e sugestões de trabalhos futuros .....</b>	<b>57</b>
6.1. Conclusões .....	57
6.2. Sugestões de trabalhos futuros.....	58
<b>Referências.....</b>	<b>59</b>
<b>Anexo A:</b> Código MATLAB para cálculo de tensões no interior de sólidos em contacto linear.....	63
<b>Anexo B:</b> Código MATLAB para cálculo de tensões no interior de sólidos em contacto pontual .....	66

## Lista de figuras

<b>Fig. 1.1:</b> Conicidade da roda e tobo do carril (1:20) .....	1
<b>Fig. 1.2:</b> Designação dada a algumas das partes que constituem o carril e a roda .....	2
<b>Fig. 1.3:</b> Área de contacto entre dois corpos .....	4
<b>Fig. 1.4:</b> Distribuição da pressão de Hertz aplicada sobre uma área de contacto elíptica .....	5
<b>Fig. 1.5:</b> Massa concentrada suportada por uma mola e ilustração do método dos multiplicadores de Lagrange .....	9
<b>Fig. 1.6:</b> Massa concentrada suportada por uma mola e ilustração do método da penalidade .....	10
<b>Fig. 1.7:</b> Critério de Dang Van .....	12
<b>Fig. 1.8:</b> Fotografia de uma escama superficial profunda na roda .....	13
<b>Fig. 1.9:</b> Fotografia de uma escama superficial profunda no carril .....	14
<b>Fig. 1.10:</b> Fotografias de uma escama com origem abaixo da superfície da roda .....	14
<b>Fig. 1.11:</b> Fotografia de uma escama com origem abaixo da superfície do carril .....	14
<b>Fig. 1.12:</b> Fotografias de uma roda com a mesa de rolamento desgastada e verdugo secundário .....	15
<b>Fig. 1.13:</b> Fotografia de um carril com a cabeça esmagada .....	15
<b>Fig. 3.1:</b> Geometria para análise do contacto linear entre dois cilindros .....	22
<b>Fig. 3.2:</b> Carga, dimensões [mm] e condições fronteira do modelo .....	22
<b>Fig. 3.3:</b> Zonas auxiliares para construção da malha .....	23
<b>Fig. 3.4:</b> Malha utilizada para estudar o problema de contacto cilindro/cilindro, e zoom da zona de contacto .....	23
<b>Fig. 3.5:</b> Geometria utilizada na análise do contacto cilindro / plano .....	24
<b>Fig. 3.6:</b> Dimensões [mm] e condições fronteira do modelo .....	24
<b>Fig. 3.7:</b> Cotas [mm] para definição das zonas auxiliares à construção da malha .....	25
<b>Fig. 3.8:</b> Malha construída em ABAQUS CAE .....	25
<b>Fig. 3.9:</b> Tensões principais segundo o eixo OZ .....	26
<b>Fig. 3.10:</b> Linhas isobáricas da tensão $\sigma_{xx}$ [Pa] .....	26
<b>Fig. 3.11:</b> Linhas isobáricas da tensão $\sigma_{yy}$ [Pa] .....	26
<b>Fig. 3.12:</b> Linhas isobáricas da tensão $\sigma_{zz}$ [Pa] .....	26
<b>Fig. 1.13:</b> Linhas isobáricas da tensão $\tau_{xz}$ [Pa] .....	27
<b>Fig. 3.14:</b> Linhas isobáricas da tensão $\tau_{\text{máx.}/p0}$ .....	27
<b>Fig. 3.15:</b> Tensões principais segundo o eixo OZ .....	27
<b>Fig. 3.16:</b> Linhas isobáricas da tensão $\sigma_{xx}$ [Pa] .....	27
<b>Fig. 3.17:</b> Linhas isobáricas da tensão $\sigma_{yy}$ [Pa] .....	28
<b>Fig. 3.18:</b> Linhas isobáricas da tensão $\sigma_{zz}$ [Pa] .....	28
<b>Fig. 3.19:</b> Linhas isobáricas da tensão $\tau_{xz}$ [Pa] .....	28

<b>Fig. 3.20:</b> Linhas isobáricas da tensão $\tau_{\text{máx.}/p0}$ .....	28
<b>Fig. 3.21:</b> Tensões principais segundo o eixo OZ.....	29
<b>Fig. 3.22:</b> Linhas isobáricas da tensão $\sigma_{xx}$ [Pa] .....	29
<b>Fig. 3.23:</b> Linhas isobáricas da tensão $\sigma_{yy}$ [Pa] .....	29
<b>Fig. 3.24:</b> Linhas isobáricas da tensão $\sigma_{zz}$ [Pa] .....	29
<b>Fig. 1.25:</b> Linhas isobáricas da tensão $\tau_{xz}$ [Pa].....	30
<b>Fig. 3.26:</b> Linhas isobáricas da tensão $\tau_{\text{máx.}/p0}$ .....	30
<b>Fig. 3.27:</b> Tensões principais segundo o eixo OZ.....	30
<b>Fig. 3.28:</b> Linhas isobáricas da tensão $\sigma_{xx}$ [Pa] .....	30
<b>Fig. 3.29:</b> Linhas isobáricas da tensão $\sigma_{yy}$ [Pa] .....	31
<b>Fig. 3.30:</b> Linhas isobáricas da tensão $\sigma_{zz}$ [Pa] .....	31
<b>Fig. 3.31:</b> Linhas isobáricas da tensão $\tau_{xz}$ [Pa].....	31
<b>Fig. 3.32:</b> Linhas isobáricas da tensão $\tau_{\text{máx.}/p0}$ .....	31
<b>Fig. 4.1:</b> Modelo 3D roda/carril, elaborado em SolidWoks. ....	33
<b>Fig. 4.2:</b> a) perfil do carril UIC60 [43] ; b) perfil roda monobloco cónica [44]; cotas em mm.....	34
<b>Fig. 4.3:</b> Modelo 3D simplificado, utilizado para a análise de tensões .....	35
<b>Fig. 4.4:</b> Esquema estático das cargas aplicadas para: a) um ponto de contacto e b) dois pontos de contacto .....	35
<b>Fig. 4.5:</b> Cargas aplicadas ao modelo: a) equivalente à força vertical, b) equivalente força lateral	36
<b>Fig. 4.6:</b> Elementos: a) C3D20, b) C3D4, c) C3D10M.....	36
<b>Fig. 4.7:</b> Representação, em corte, da malha na zona de contacto .....	37
<b>Fig. 4.8:</b> Malha de elementos finitos utilizada na análise de tensões no contacto roda/carril.....	38
<b>Fig. 4.9:</b> Desenho da roda desgastada.....	38
<b>Fig. 4.10:</b> Linhas isobáricas de tensão $\sigma_1$ [MPa]: a) roda, b) carril .....	39
<b>Fig. 4.11:</b> Linhas isobáricas de tensão $\tau_{\text{Tresca}}$ [MPa]: a) roda, b) carril.....	39
<b>Fig. 4.12:</b> Direcções dos eixos consideradas: a) roda, b) carril.....	39
<b>Fig. 4.13:</b> Tensão principal máxima e tensão de corte máxima ao longo do eixo OZ para a roda ..	40
<b>Fig. 4.14:</b> Tensão principal máxima e tensão de corte máxima ao longo do eixo OZ para o carril..	41
<b>Fig. 4.15:</b> Linhas isobáricas da pressão na superfície de contacto .....	42
<b>Fig. 4.16:</b> Indicação da medição da cota $Z_s$ .....	42
<b>Fig. 4.17:</b> Linhas isobáricas da tensão de corte máxima critério de Tresca $\tau_{\text{Tresca}}$ [MPa], para a situação de dois pontos de contacto. ....	43
<b>Fig. 4.18:</b> Linhas isobáricas de tensão de corte máxima $\tau_{\text{Tresca}}$ [MPa] para o contacto entre uma roda desgastada e um carril novo .....	43



<b>Fig. 5.1:</b> Ciclo de carga roda/carril.....	45
<b>Fig. 5.2:</b> Modelo da roda e carril para aplicação do critério de Dang Van à roda .....	46
<b>Fig. 5.3:</b> Modelo da roda para aplicar o critério de Dang Van .....	47
<b>Fig. 5.4:</b> Cargas e deslocamentos aplicadas ao modelo.....	47
<b>Fig. 5.5:</b> Malha de elementos finitos construída .....	48
<b>Fig. 5.6:</b> Modelo da roda e carril para aplicação do critério de Dang Van ao carril .....	48
<b>Fig. 5.7:</b> Cargas e deslocamentos aplicados ao modelo para aplicar o critério de Dang Van ao carril.....	49
<b>Fig. 5.8:</b> Malha de elementos finitos construída para aplicar o critério de Dang Van ao carril .....	49
<b>Fig. 5.9:</b> Esquema estático da carga aplicada.....	50
<b>Fig. 5.10:</b> Gráfico com a evolução das tensões nos pontos considerados ao longo do ciclo de carga da roda .....	51
<b>Fig. 5.11:</b> Gráfico do critério de Dang Van aplicado à roda.....	52
<b>Fig. 5.12:</b> Gráfico com a evolução das tensões nos pontos considerados ao longo do ciclo de carga do carril.....	53
<b>Fig. 5.13:</b> Zoom da zona central do gráfico da Fig. 5.12 .....	54
<b>Fig. 5.14:</b> Gráfico do critério de Dang Van aplicado ao carril.....	55



## 1. Introdução

Neste capítulo apresentam-se concisamente diversos conceitos que serão usados ao longo do trabalho levado a cabo, que visou modelar o contacto roda/carril e – partindo dessa modelação – utilizar o critério de Dang Van com vista a estudar a iniciação de fendas de fadiga.

A presente introdução ao trabalho aborda sequencialmente o problema do contacto, referindo a teoria de Hertz e métodos numéricos para o estudo do contacto, o problema da fadiga, e alguns defeitos típicos em rodas e carris. A introdução termina com uma breve descrição da organização da tese e seus capítulos.

### 1.1. Nota histórica: generalidades

É no transporte de carvão nas minas que surge o caminho-de-ferro. A princípio as vagonetes carregadas de carvão circulavam sobre carris de madeira, e eram puxadas por animais. Mais tarde com o surgimento da máquina a vapor a tracção animal foi substituída pela tracção a vapor, e os carris passaram a ser fabricados em ferro laminado.

Ao contrário do que sucede actualmente, os primeiros “comboios” circulavam sobre carris com flanges e possuíam rodas cilíndricas que estavam ligadas a um eixo que permitia um movimento independente das rodas.

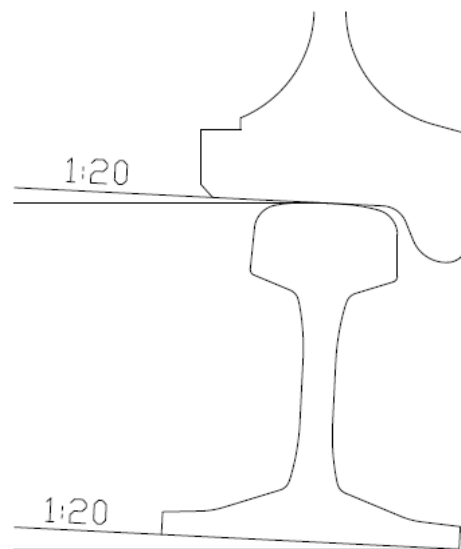
Com o passar dos tempos, a geometria da roda e do carril, bem como a forma como as rodas se encontram ligadas ao eixo sofreram alterações, passando o perfil da roda a ser dotado de uma ligeira conicidade. Enquanto a flange deixou de fazer parte do carril e passou a ser integrada nas rodas, e as rodas passaram a estar ligadas rigidamente ao eixo, não podendo rodar independentemente.

Estas alterações levaram a um aumento do efeito de centragem e guiamento.

O guiamento das rodas é conseguido de duas formas:

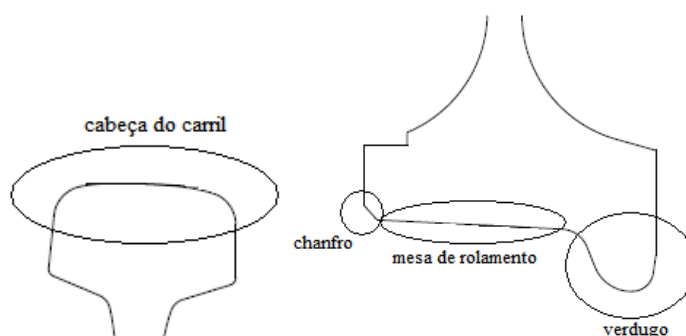
- A roda é cónica e não cilíndrica o que significa que em linha recta é exercida uma força de centragem sobre o eixo que corrige qualquer desvio lateral. Este efeito de centragem promove um melhor ajustamento radial em curva, maior rolamento e menor escorregamento, logo menor desgaste;
- A existência de uma flange ou verdugo do lado interior da roda, previne descarrilamentos, em situações cujo deslocamento lateral é considerável. No entanto, quando existe contacto entre a flange da roda e o carril surgem, na interface, forças laterais elevadas e consequentemente desgaste.

As primeiras rodas cónicas possuíam uma conicidade de 1:20 e foram criadas com o intuito de, conjuntamente com carris com uma inclinação ou tombo de 1:20, permitirem que a transmissão de esforços entre a roda e o carril fosse feita na zona central da cabeça do carril.



**Fig. 1.1:** Conicidade da roda e tombo do carril (1:20).

A utilização de rodas com perfil cónico leva a que exista também um efeito de centragem do rodado. Este efeito surge quando existe um deslocamento lateral do eixo, que por sua vez provoca uma diferença nos diâmetros de rolamento das duas rodas. Uma vez que estas rodam solidárias com o eixo, sendo obrigadas a ter a mesma velocidade angular, o rodado é obrigado a rodar em torno de um eixo vertical para compensar a diferença de velocidade linear entre as duas rodas.



**Fig. 1.2:** Designação dada a algumas das partes que constituem o carril e a roda.

## 1.2. Tensões no contacto roda/carril

### 1.2.1. Mecânica do contacto

O comportamento dos sólidos em contacto é caracterizado pelas teorias de contacto entre corpos elásticos. Estas teorias têm em vista a quantificação dos deslocamentos, das deformações e das tensões resultantes de uma determinada solitação.

Foi no âmbito da Mecânica dos Meios Contínuos Elásticos que, entre 1880 e 1895, foram estabelecidas as teorias de Boussinesq e Cerutti para a análise dos semi-espaços elásticos, e a teoria de Hertz para o contacto normal entre sólidos elásticos.

É em áreas como a Resistência dos Materiais e a Tribologia que os conceitos da Mecânica do Contacto vêm a sua aplicabilidade. Em Resistência dos Materiais é importante conhecer as tensões e deformações que ocorrem nos pontos de aplicação das forças, de modo a conceber correctamente as ligações e evitar fenómenos de fadiga ou outros danos irreversíveis. Já em Tribologia, é na determinação das tensões e deformações na zona de contacto entre elementos mecânicos que os conceitos da Mecânica do Contacto adquirem a sua importância.

Os conceitos da Mecânica do Contacto podem ser aplicados em elementos mecânicos tais como engrenagens, rolamentos, sistemas came/impulsor e roda/carril.

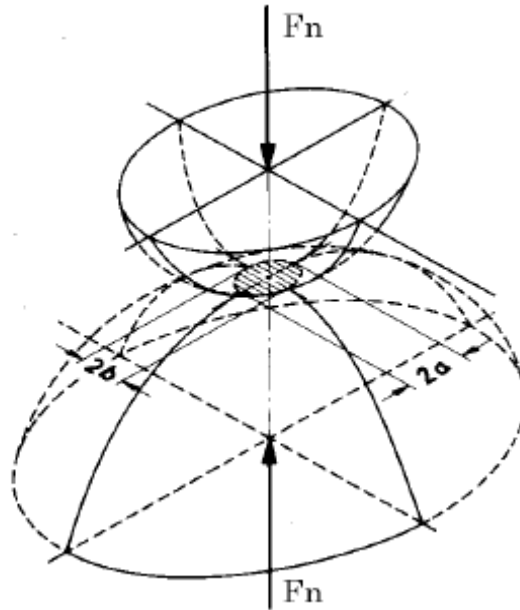
A geometria das superfícies que limitam os sólidos em contacto, permite definir três tipos de contactos:

- a) contacto pontual: ocorre segundo um ponto, como por exemplo nos contactos esfera / esfera, roda / carril, came / impulsor;
- b) contacto linear: ocorre segundo uma linha, como por exemplo no contacto cilindro / cilindro de eixos paralelos;
- c) contacto superficial: ocorre segundo uma superfície, como por exemplo no contacto plano / plano;

A teoria de Hertz só é aplicável aos contactos pontuais e lineares.

### 1.2.2. Teoria de Hertz

Quando dois sólidos elásticos de revolução são postos em contacto um com o outro tocam-se, inicialmente, num único ponto ou segundo uma linha. Se solicitados por uma determinada carga, mesmo de pequena intensidade, eles deformam-se na vizinhança do ponto inicial de contacto, originando uma área de contacto de pequenas dimensões quando comparadas com as dos dois corpos. No caso mais geral o contacto sem atrito entre dois corpos de revolução elásticos produz uma área de contacto elíptica.



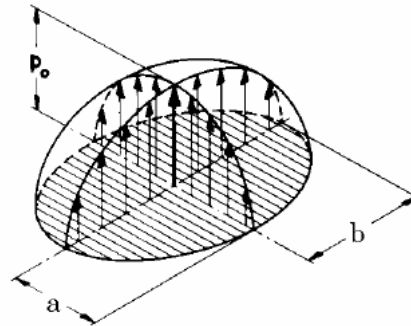
**Fig. 1.3:** Área de contacto entre dois corpos [3].

Para ser possível analisar este problema, é necessário desenvolver uma Teoria de Contacto que permita determinar a forma da área de contacto e a sua evolução com o aumento da solicitação, e a intensidade e a distribuição das pressões superficiais, normais e eventualmente tangenciais, transmitidas através da superfície de contacto. Finalmente, conhecida essa distribuição de pressões superficiais, será necessário determinar os campos de deslocamentos, deformações e tensões a que está submetido cada uma dos sólidos na vizinhança dessa área de contacto.

É neste contexto que em 1882 Hertz encontra a solução do problema de contacto entre dois sólidos elásticos de revolução.

Para derivar tal solução, Hertz partiu de algumas hipóteses base que importa recordar:

- i) o material dos sólidos em contacto tem um comportamento homogéneo, isotrópico e linear elástico, de acordo com a lei de Hooke;
- ii) os sólidos são de revolução, as suas superfícies são contínuas e contraformais, sendo conhecidos os seus raios principais de curvatura na vizinhança do ponto inicial de contacto;
- iii) a solicitação aplicada é puramente normal, e as superfícies não transmitem tracções tangenciais (superfícies sem atrito).
- iv) as dimensões da área de contacto tem de ser pequenas quando comparadas com as dimensões de cada um dos sólidos em contacto;
- v) as dimensões da área de contacto tem de ser pequenas quando comparadas com as dimensões dos raios de curvatura equivalentes.



**Fig. 1.4:** Distribuição de Hertz aplicada sobre uma área elíptica [3].

Segundo a Teoria de Hertz a pressão máxima na zona de contacto ocorre no centro da área de contacto e o seu valor pode ser calculado através da seguinte expressão, transcrita de [4]:

$$p_{m\acute{a}x} = \frac{3}{2} \frac{F}{\pi a b} \quad (1.1)$$

em que

F: força normal aplicada;

a e b: os raios da elipse.

Utilizando a solução da teoria de Hertz como uma aproximação à determinação da pressão máxima no contacto roda/carril, na tabela que se segue indicam-se alguns valores dessa pressão bem como as dimensões da elipse para várias combinações de curvaturas que pretende aproximar a geometria da roda e do carril.

**Tabela 1.1:** Diferentes combinações de curvaturas de roda e carril e respectiva tensão máxima e dimensões da elipse, para uma força normal de 60kN [1].

$R_{roda}$ [mm]	$R_{rodaprof}$ [mm]	$R_{carrilprof}$ [mm]	a [mm]	b [mm]	$p_{m\acute{a}x}$ [GPa]
460	$\infty$	300	6,1	4,7	1,012
460	-330	300	3,9	14,6	0,502
460	-330	80	7,1	2,7	1,520
150	-330	80	4,2	3,3	2,103

Observando a Tabela 1.1 conclui-se que para uma mesma carga normal o valor da pressão máxima varia consoante as curvaturas das superfícies em contacto. Daqui se conclui que as tensões, envolvidas na interacção roda / carril são função da geometria da roda e do carril.

Já que a teoria de Hertz assume um carácter aproximado quando se pretende estudar o campo de tensões no contacto roda/carril, pois permite apenas analisar com rigor geometrias simples, como corpos de revolução, e porque as tensões no contacto são função da geometria, neste trabalho decidiu-se utilizar o método dos elementos finitos para estudar o contacto roda/carril. O método dos elementos finitos possui a vantagem de permitir o estudo de geometrias de maior complexidade, como é o caso da roda e do carril.

### 1.2.3. O método dos elementos finitos

O método dos elementos finitos, desenvolvido nos anos 50, é uma técnica de análise numérica de equações diferenciais que envolve a divisão do domínio num número finito de sub-domínios, os elementos finitos, que se intersectam num número determinado de pontos, os nós. Utilizando conceitos variacionais, o método permite determinar uma solução numérica aproximada dos problemas tratados.

Este método foi evoluindo ao longo dos tempos e hoje em dia tem um vastíssimo campo de aplicações que passa por diversas áreas como a transferência de calor, a mecânica dos fluidos, a acústica, a optimização estrutural, e a mecânica do contacto, que é objecto de interesse nesta tese.

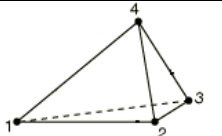

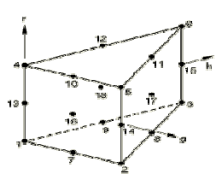

#### Utilização da package comercial ABAQUS

Para se proceder à análise de elementos finitos foi utilizado o software comercial ABAQUS.

Esta *package* comercial possui uma vasta biblioteca de elementos com diferentes formulações que se adaptam aos mais variados problemas.

Para tratar os problemas de contacto apresentados nesta tese foram utilizados apenas elementos sólidos (3D) e elementos de contacto. Na tabela que se segue é feita uma breve descrição dos elementos utilizados.

**Tabela 1. 2:** Descrição dos tipos de elementos finitos utilizados [5].

Designação ABAQUS	Figura	Família	Nº nós	Ordem	Formulação	Recomendações de aplicação	
C3D4		Elementos sólidos para cálculo de tensões e deslocamentos	4	Linear	-	Análises lineares e não lineares, que envolvam: contacto, plasticidade e grandes deformações.	Ideais para geometrias complexas
C3D10M			10	Parabólico	Modificada		Aconselhados para utilização em problemas que envolvam contacto
C3D15			15	Parabólico	-		Devem ser utilizados apenas para completar malhas.
C3D20			20	Parabólico	-		Todo tipo de problemas.
C3D20R					Integração reduzida		



### Métodos variacionais aplicados ao contacto

Uma das dificuldades da modelação numérica de problemas que envolvem contacto é a necessidade de fazer variar as condições de fronteira na zona de contacto, ao longo do processo de cálculo.

A modelação do contacto tem fundamentalmente três componentes:

- em primeiro lugar é necessário determinar o contacto entre as superfícies;
- em seguida é preciso impor restrições de modo a impedir a inter-penetração das superfícies;
- por fim é fundamental averiguar ao longo de todo o processo de cálculo a alteração das condições de contacto.

Para modelar as condições de contacto existem várias metodologias, de entre as quais se encontram as formulações variacionais como o método dos multiplicadores de Lagrange, o método da função de penalidade, ou uma combinação dos dois, o método Lagrangeano aumentado.

Não sendo a análise numérica e matemática o enfoque desta tese, achou-se interessante a utilização de um exemplo prático, retirado do livro de P. Wriggers [6], para ilustrar qual a diferença entre os métodos os métodos variacionais referidos anteriormente.

Consideremos uma massa  $m$  concentrada sob a acção da força gravítica, suspensa numa mola de rigidez  $k$ . O deslocamento máximo da massa é restringido pela presença de um plano rígido. Ver Fig. 1.5.

A energia do sistema  $\Pi(u)$  é dada por:

$$\Pi(u) = \frac{1}{2} k u^2 - m g u \quad (1.2)$$

onde

- k: rigidez da mola;
- u: deslocamento da massa;
- m: massa;
- g: aceleração da gravidade

Se não se colocar qualquer restrição ao deslocamento  $u$  que a massa pode ter, é possível calcular o valor máximo desse deslocamento através de:

$$\delta\Pi(u) = k u \delta u - m g \delta u = 0 \quad (1.3)$$

Uma vez que a segunda derivada de (1.5) é  $\partial^2\Pi(u) = k$ , o extremo da função (1.3) é um mínimo e ocorre para  $u = \frac{mg}{k}$ .

A restrição imposta pelo plano ao movimento da massa pode ser descrita por:

$$c(u) = h - u \geq 0 \quad (1.4)$$

sendo

- c(u): a restrição imposta;
- h: a altura inicial da massa;
- u: o deslocamento da massa.

que exclui a penetração da massa no plano, e permite apenas que a massa se desloque entre 0 e h. A utilização desta variação na forma variacional (1.2) resulta na seguinte inequação variacional:

$$k u \delta u - m g \delta u \geq 0 \quad (1.5)$$

Esta inequação variacional não pode ser utilizada para resolver o problema de contacto, e então somos obrigados a utilizar métodos desenvolvidos para resolver este tipo de problemas.

### Método dos multiplicadores de Lagrange

O método dos multiplicadores de Lagrange pode ser utilizado para solucionar problemas de contacto que utilizam restrições de movimento semelhantes à indicada em (1.7). Para o efeito considera-se que  $h = u \Rightarrow c(u) = 0$ , ou seja a massa esta em contacto com o plano. O método do Multiplicadores de Lagrange consiste em acrescentar à energia do sistema (1.5) um termo que contém as restrições ao movimento da massa multiplicada por uma constante, o multiplicador de Lagrange.

$$\Pi(u, \lambda) = \frac{1}{2} k u^2 - m g u + \lambda c(u) \quad (1.6)$$

A estacionaridade de  $\Pi(u, \lambda)$  é assegurada a partir de um sistema de equações diferenciais onde se prescreve separadamente:

$$\begin{cases} \frac{\partial \Pi}{\partial u} = 0 \\ \frac{\partial \Pi}{\partial \lambda} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k u - m g - \lambda = 0 \\ h = u \end{cases} \quad (1.7)$$

Resolvendo este sistema de equações, obtemos:

$$\lambda = k h - m g \quad (1.8)$$

de onde se constata facilmente que o valor de  $\lambda$  é equivalente ao valor da reacção no plano.

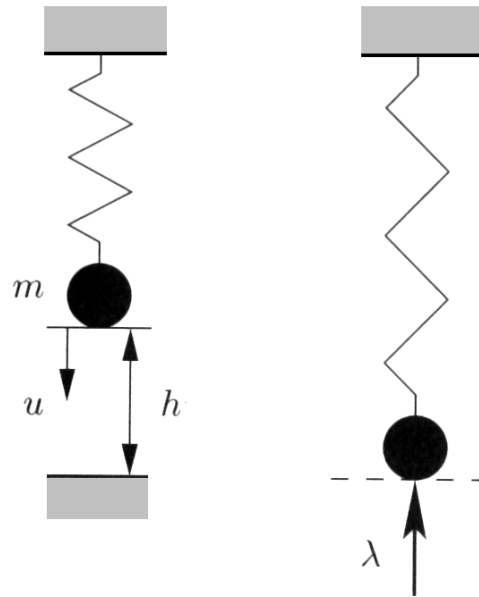


Fig. 1.5: Massa concentrada suportada por uma mola e ilustração do método dos multiplicadores de Lagrange [6].

### Método da Penalidade

Outro método bem conhecido da utilização de elementos finitos para resolver problemas de contacto é o método da penalidade. Neste método por cada restrição é adicionado um termo de penalidade à energia do sistema (1.5), como se indica em seguida:

$$\Pi(u) = \frac{1}{2} k u^2 - m g u + \alpha c (u)^2 \text{ com } \alpha > 0 \quad (1.9)$$

Como pode ser observado na Fig. 1.6, o parâmetro da penalidade ( $\alpha$ ) pode ser interpretado como a rigidez de uma mola existente entre a massa e o plano rígido. Isto porque a energia do termo da penalidade tem a mesma estrutura que a energia potencial de uma mola. Derivando (1.3) e igualando a zero:

$$k u \delta u - m g \delta u - \alpha c(u) \delta u = 0 \quad (1.10)$$

Resolvendo esta equação obtemos:

$$u = \frac{m g + \alpha h}{k + \alpha} \quad (1.11)$$

Substituindo  $u$  na equação de restrição temos:

$$c(u) = h - u = \frac{k h - m g}{k + \alpha} \quad (1.12)$$

A partir do momento que na situação de contacto  $m g \geq k h$ , existe penetração da massa no corpo rígido, que fisicamente equivale à compressão da mola, ver Fig. 1.13. O valor da penetração depende do parâmetro da penalidade, e a equação de restrição do movimento  $u$  é cumprida apenas quando  $\alpha \rightarrow \infty \Rightarrow c(u) = 0$ . Por isso, no método da penalidade podemos distinguir dois casos limite:

- i)  $\alpha \rightarrow \infty \Rightarrow u - h \rightarrow 0$ , o que significa que o resultado obtido com valores de  $\alpha$  muito elevados se encontra muito próximo da solução exacta. É claro também que se  $\alpha$  tomar um valor baixo existirá alguma penetração.
- ii)  $\alpha \rightarrow 0$ , representa o caso de inexistência de restrição.

Para o método da penalidade a força de reacção pode ser determinada a partir da seguinte expressão, que relaciona o multiplicador de Lagrange e o parâmetro da penalidade:

$$\lambda = f_R = \alpha c(u) \quad (1.13)$$

que no limite tende para a solução exacta determinada através da utilização do método dos Multiplicadores de Lagrange.

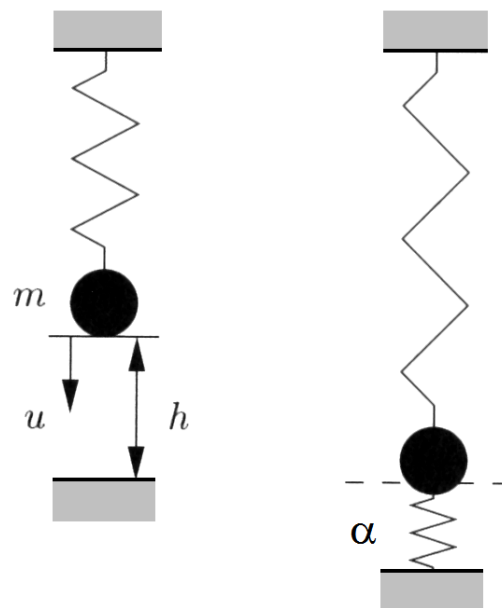


Fig. 1.6: Massa concentrada suportada por uma mola e ilustração do método da penalidade [6].

### 1.3. Fadiga

Designa-se por fadiga o fenómeno de danificação progressiva de materiais sujeitos a ciclos repetidos de tensão ou deformação. O estudo deste fenómeno assume especial importância na concepção de máquinas e estruturas, visto que a grande maioria das roturas observadas em serviço envolvem fadiga. A rotura de veios do rodado de material circulante dos caminhos-de-ferro está na origem do interesse em fenómenos de fadiga.

Por vezes associa-se o fenómeno de fadiga a elevado número de ciclos. Porém, devemos ter cuidado com essa quantificação, já que se este elevado número estiver entre  $10^3$  e  $10^5$  estaremos a lidar, na terminologia técnica de fadiga, com “baixo número de ciclos” de fadiga, e o material está sujeito a níveis de tensão que provocam deformações plásticas macroscópicas cíclicas. Contudo se o número de ciclos for da ordem dos milhões, então temos uma situação que em fadiga é designada de “elevado número de ciclos” e o material sofre deformações plásticas microscópicas.

A fadiga de contacto é um tipo de fadiga que surge em componentes sujeitos a tensões de contacto variáveis. Neste tipo de fadiga a cedência dos componentes é provocada por fendas que podem surgir tanto à superfície como no interior dos corpos em contacto, dependendo da natureza da carga. O grande problema da fadiga em contactos com rolamento, que é em geral um problema de fadiga multiaxial, está associado ao facto das tensões principais alterarem a sua orientação durante um ciclo de carga. Na análise deste tipo de fadiga devemos considerar aspectos como: desgaste, corrosão e enrugamento das superfícies, que também intervêm na vida à fadiga dos componentes.

### 1.3.1. Fadiga de contacto com rolamento no contacto roda/carril

À medida que as cargas e as velocidades nos caminhos-de-ferro aumentam, e os métodos de prevenção de desgaste se estão a tornar cada vez mais eficazes, a determinação de soluções para os problemas de fadiga de contacto com rolamento torna-se crucial. Refira-se, por exemplo, o caso em que ao aumentar demasiado a resistência dos carris ao desgaste, as fendas superficiais que normalmente seriam eliminadas por desgaste deixam de o ser.

No caso das rodas os defeitos podem surgir não só à superfície como abaixo desta. Os defeitos que surgem à superfície são fortemente afectados quer pela presença de tensões residuais, quer pela presença de cargas térmicas devidas por exemplo a uma travagem forçada. Para casos em que o coeficiente de atrito toma valores moderados, abaixo de 0,3, as fendas de fadiga tendem a surgir abaixo da superfície [7]. De acordo com a análise elástica a tensão de corte máxima surge tipicamente entre os 4 e os 5 mm abaixo da superfície da roda, porém algumas fendas podem surgir a profundidades entre os 4 e os 20mm [7].

Quando nos referimos à fadiga em carris o problema torna-se mais complicado, devido à aleatoriedade das forças que actuam sobre estes.

O aparecimento de defeitos subsuperficiais nos carris é muito comum em linhas em que as carruagens transportam cargas elevadas por eixo. Aqui a tensão de corte toma o seu valor máximo a uma profundidade de cerca de 3mm e as fendas aparecem a profundidades compreendidas entre os 3mm até aos 15mm.

### 1.3.2. Critério de Dang Van

O critério de Dang Van faz distinção entre tensões macroscópicas (tensor  $\tilde{\sigma}$ ), à escala do mm, e tensões mesoscópicas (tensor  $\tilde{\Sigma}$ ), à escala de alguns grãos do material. As tensões mesoscópicas incorporam a heterogeneidade das propriedades do material. A relação entre os dois tipos de tensões é:

$$\tilde{\Sigma} = \tilde{\sigma} + \tilde{\rho} \quad (1.14)$$

onde  $\tilde{\rho}$  é o tensor das tensões residuais mesoscópicas.

Normalmente, o critério de Dang Van é utilizado no estudo da iniciação à fadiga. Este critério postula que o dano por fadiga ocorre quando num determinado plano de corte, uma ou ambas as seguintes condições se verificam:

$$\begin{aligned}\tau_{EQ1} &= \tau_a(t) + a_{DV} \times \sigma_h(t) > \tau_e \\ \tau_{EQ2} &= \tau_a(t) - a_{DV} \times \sigma_h(t) > -\tau_e\end{aligned}\quad (1.15)$$

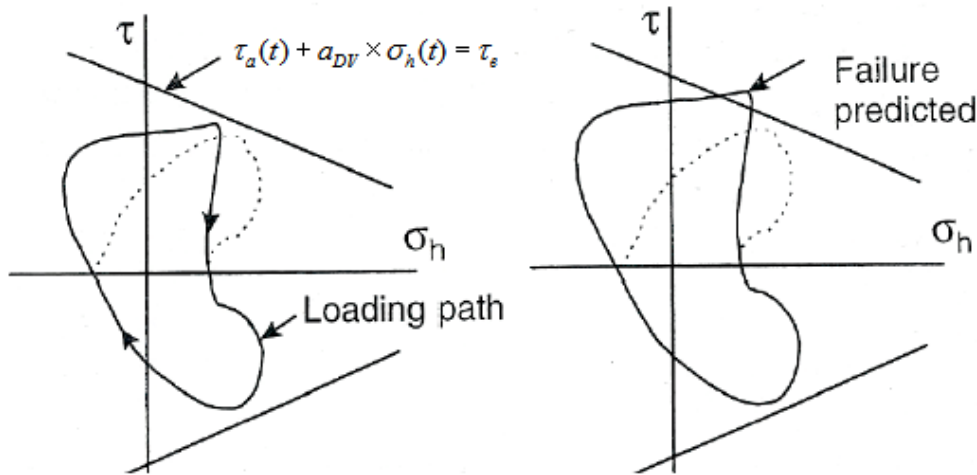
em que:

$\tau_a(t)$ : valor da tensão de corte num ponto específico do material;

$\sigma_h(t)$ : valor da tensão hidrostática no ponto considerado, deve ser considerada tensão mesoscópica;

$\tau_e$ : parâmetro do material, normalmente considerado igual ao limite de fadiga do material quando solicitado em corte puro;

$a_{DV}$ : parâmetro material, adimensional, que representa a influência da tensão hidrostática.



**Fig. 1.7:** Critério de Dang Van [8].

O parâmetro  $a_{DV}$  pode ser calculado através da seguinte expressão:

$$a_{DV} = \frac{\tau_e - \frac{\sigma_e}{2}}{\frac{\sigma_e}{3}} \quad (1.16)$$

onde  $\sigma_e$  é o limite de vida à fadiga em flexão alternada.

O critério de Tresca pode também ser considerado, sendo então apenas identificado o maior dano existente no ponto considerado, [9], e o critério passa a ser definido por:

$$\tau_{EQ3} = \tau_{Tresca}(t) + a_{DV} \times \sigma_h(t) > \tau_e \quad (1.17)$$

onde  $\tau_{Tresca}(t)$  é a tensão de corte máxima calculada pelo critério de Tresca.

No caso de sólidos em contacto, o campo de tensões gerado no interior de cada um deles é predominantemente devido ao contacto de Hertz, o que implica que as tensões máximas de tracção surjam a uma profundidade  $Z_s$  correspondente à profundidade a que ocorre a tensão de corte máxima. Desta forma, as fissuras terão tendência a iniciar-se e a propagar-se no interior dos sólidos.

A utilização da tensão de corte máxima (i.e. critério de Tresca) no critério de Dang Van simplificado pode causar alguns problemas, como por exemplo, o critério não prever qualquer tipo de dano num caso em que a tensão de corte tem magnitude constante, e orientação variável, se não se fizer qualquer tipo de consideração adicional. Isto porque apenas o valor da tensão de corte máxima é considerado, sem ter em atenção a sua direcção. [9]

## 1.4. Defeitos

Uma vez que este trabalho surge com o objectivo de encetar o estudo da iniciação de defeitos no contacto roda/carril, são aqui apresentados alguns dos defeitos que surgem com maior frequência neste contacto, segundo a referência [10] ('Atlas of wheel and rail defects').

### 1.4.1. Defeitos típicos, comuns à roda e ao carril

As escamas superficiais profundas têm origem à superfície em pontos quentes causados por aquecimentos e arrefecimentos bruscos durante o deslizamento da roda sobre o carril, e resultam da interacção entre as tensões residuais e as tensões de contacto. Estas surgem com maior frequência no inverno ou quando há ocorrência de chuvas, ou seja, quando há diminuição da adesão entre a roda e o carril e a propagação das fendas é acelerada pela presença de água no interior das fendas.

A fonte consultada, [10], refere ainda um outro tipo de escamas que surge em profundidade sob a acção das tensões de corte, e em defeitos do material. Este é o típico defeito de fadiga em contactos com rolamento.



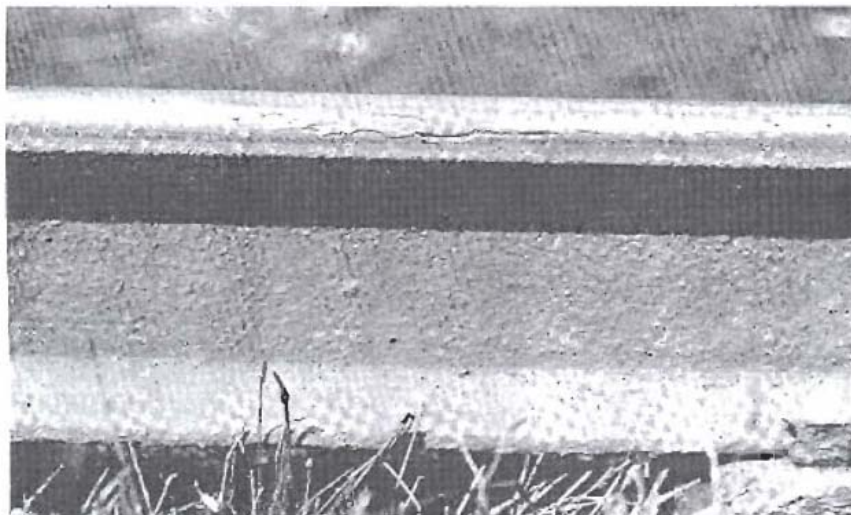
**Fig. 1.8:** Fotografia de uma escama superficial profunda na roda, [10].



**Fig. 1.9:** Fotografia de uma escama superficial profunda no carril, [10]



**Fig. 1.10:** Fotografias de uma escama com origem abaixo da superfície da roda, [10].



**Fig. 1.11:** Fotografia de uma escama com origem abaixo da superfície do carril, [10].



### 1.4.2. Defeitos típicos das rodas

Um mau guiamento do bogie, a circulação em carris com a cabeça demasiado estreita, ou uma linha com um traçado demasiado recto pode provocar desgaste excessivo da mesa de rolamento da roda e consequentemente o aparecimento de um verdugo secundário.



**Fig. 1.12:** Fotografias de uma roda com a mesa de rolamento desgastada e verdugo secundário, [10].

### 1.4.3. Defeitos típicos dos carris

Se num determinado troço de linha circularem com grande frequência composições cuja carga não está equilibrada ou é demasiado elevada, os carris acabam por sofrer esmagamento da cabeça.



**Fig. 1.13:** Fotografia de um carril com a cabeça esmagada, [10].

## 1.5. Objectivos da tese

Apesar de muitas falhas causadas por fadiga de contacto com rolamento não serem catastróficas, podem obrigar a uma paragem para manutenção não planeada, o que diminui a capacidade de resposta e conseqüentemente atrasos nos serviços prestados pelos caminhos-de-ferro. Por este motivo devem ser objecto de estudo para que se evitem este tipo de situações.

Desta forma, este trabalho surge com o objectivo de principiar o estudo de iniciação de defeitos de fadiga no contacto roda/carril.

## 1.6. Organização dos capítulos

De acordo com os objectivos do trabalho desenvolvido, esta tese encontra-se dividida em quatro partes:

- **Breve revisão bibliográfica: Estado-da-arte:** neste capítulo faz-se uma breve descrição de trabalhos realizados até à data que estejam relacionados com o estudo do contacto roda/carril, e que abordam assuntos como estudos de elementos finitos, análise de tensões e fenómenos de fadiga.
- **Avaliação do desempenho do software ABAQUS no estudo de problemas de contacto:** antes de iniciar o estudo do contacto roda/carril, que é um problema de contacto com alguma complexidade, foi feita uma avaliação do desempenho do software ABAQUS no estudo de problemas de contacto envolvendo geometrias mais simples, e para os quais existem soluções analíticas. Avaliação esta que é descrita neste capítulo.
- **Contacto roda/carril – análise de tensões:** A análise de tensões no contacto roda /carril é imprescindível quando se pretende analisar a iniciação de defeitos e/ou a propagação dos mesmos. Por este motivo, é neste capítulo apresentada a análise de tensões no contacto roda / carril.
- **Contacto roda/carril – fadiga:** Actualmente a resolução de problemas de fadiga associados ao material circulante é crucial, e torna-se cada vez mais importante à medida que as cargas e as velocidades nos caminhos-de-ferro aumentam, e os métodos de prevenção de desgaste se estão a tornar cada vez mais eficazes. Neste contexto surgiu a intenção de estudar a aplicação do critério de Dang Van ao contacto roda/carril, estudo esse cuja descrição é feita nesta secção.

## 2. Breve revisão bibliográfica: Estado-da-arte

A face visível do processo de fadiga no transporte por caminho-de-ferro, sobretudo para o público leigo, diz respeito a roturas em carris e em rodas, que podem ter consequências trágicas.

Recentes exemplos de roturas em carris na Europa, incluem o acidente de Hatfield em 2000, numa curva com cerca de 1500m de raio, quando passava um comboio a cerca de 185 km/h. Estes carris estavam danificados por *RCF-rolling contact fatigue* [11, 12]. Exemplos trágicos de roturas em rodas, na Europa, incluem o acidente de 1998 com o comboio ICE “Wilhelm-Conrad Röntgen” entre Munique e Hamburgo, quando passava junto a um viaduto em Eschede [13,14].

Acidentes como os referidos originam grande atenção do público. No entanto, fenómenos de degradação por fadiga estão sempre presentes em comboios, e embora na maior parte dos casos não conduzam a acidentes com perda de vidas, são sempre importante causa de perdas económicas e de custos acrescidos de manutenção e de reparações, e de outros custos derivados da indisponibilidade de equipamentos.

### *O problema da interacção roda/carril no carril*

As origens de muitas formas de rotura de carris estão bem estabelecidas, e portanto, pelo menos em princípio, os procedimentos para as evitar são conhecidos. Estas roturas incluem as originadas por defeitos de fabrico, ou por defeitos originados pelas condições de serviço, manuseamento e instalação do carril, [15].

O conjunto das publicações mais recentes relativas ao carril, à roda, e sua interacção, pode constituir uma lista bastante extensa. Quanto ao carril, e para além de estudos de natureza estatística relativos à caracterização da velocidade de propagação de fendas [16], encontram-se estudos relativos a melhoria do processo de fabricar o carril incluindo eliminação de juntas por uso de soldadura [17, 18], melhoramentos nas travessa e ligações, processos de detecção de defeitos e melhorias nas práticas de manutenção, *e.g.* [19]. Técnicas de melhoria de desempenho baseadas em revestimentos, levando a soluções designadas por “*two-material rails*”, são discutidas em [20, 21].

Existe um grupo de roturas que podem ser consideradas derivadas da exaustão da resistência à fadiga, designadas na literatura técnica em Inglês por “*squat*” e “*head check*”, [22]. O problema de RCF é revisto em detalhe em [7] e refinamentos relativos à consideração de tensões residuais são abordados por ex. em [23]. “*Squats*” e “*head checks*” constituem actualmente a maior fonte de problemas em carris na Europa e no Japão. Na União Europeia foi estimado em finais dos anos 90 que a substituição prematura de carris e outros custos de manutenção são da ordem dos 300 milhões de €ano [15], um valor subsequentemente actualizado para 2 milhões de €ano, [22].

### ***O problema da interacção roda/carril na roda***

A roda é evidentemente um componente crítico, cuja rotura pode conduzir a desastres de grandes proporções, ampliadas no caso de comboios de velocidades elevadas [13,14].

O problema de desgaste foi objecto de uma detalhada revisão em [24]. A influência da deformação plástica no crescimento de fendas abaixo da superfície de contacto foi estudado por Lansler *et al*, [25], e o projecto da roda é discutido em [26, 27]. Uma variedade de materiais e de tratamentos de superfície foi estudada por ex. em [28, 29], e a experiência Japonesa na prevenção de fracturas em rodas é discutida por Sakamoto *et al* em [30]. A concepção do perfil tomando em consideração RCF foi recentemente estudada em [31].

### ***O problema da interacção roda/carril***

Embora muitos estudos relevantes se concentrem na roda ou no carril separadamente, obviamente a interacção entre ambos tem de ser estudada nomeadamente dos pontos de vista dinâmico e de outros efeitos, como as irregularidades do carril [32, 33]. O atrito desempenha papel de relevo no desgaste, em RCF, e em problemas de manutenção. O coeficiente de atrito roda carril é fortemente dependente das características mecânicas e físicas da interface [34]. Situações de impacto são particularmente relevantes em agulhas e cruzamentos, [35].

### ***O problema específico desta tese – análise de tensões no contacto roda/carril e iniciação de defeitos.***

Uma revisão geral do tema foi apresentada recentemente por Zerbst *et al*, que tratam em [36] as aplicações da Mecânica da Fractura em problemas de caminhos-de-ferro.

Entre as metodologias utilizadas para estudar o contacto roda/carril podemos destacar a utilização de programas capazes de simular o comportamento de comboios sujeitos a situações reais [37].

Os elementos finitos também assumem um papel importante no estudo da interacção roda/carril. Têm sido utilizados para estudar a influência dos perfis da roda e carril na distribuição das tensões na zona de contacto [38], calcular factores de intensidade de tensão em rodas com defeitos, em situações de RCF [39], e modelar uma máquina de discos utilizada para simular o contacto roda/carril, com o objectivo de estudar a correlação entre a iniciação de defeitos e a distribuição das tensões de corte abaixo da superfície de contacto [40].

Recentemente, vários métodos têm sido propostos para descrever o risco de falha devida a RCF, em particular o critério de fadiga multiaxial de Dang Van. Neste campo têm sido apresentados métodos numéricos para análise computacional de dano induzido RCF, no carril [41] e nas rodas [42], baseados no critério de Dang Van [41] ou derivações deste [42]. Por vezes também são feitos trabalhos de revisão dos fenómenos de RCF que ocorrem nas rodas e nos carris, onde são abordados aspectos relacionados com os mecanismos que estão por detrás destes fenómenos e formas de prevenção possíveis [9].

A revisão do tema dos problemas mecânicos de veículos de tracção apresentada em [43] continha alguma referência ao problema da fadiga. A presente revisão ilustra a evolução ocorrida em menos de duas décadas.



### **3. Avaliação do desempenho do software ABAQUS no estudo de problemas de contacto**

Antes de iniciar o estudo do contacto roda/carril, que é um problema de contacto com alguma complexidade, foi feita uma avaliação do desempenho do software comercial ABAQUS, no estudo de problemas de contacto envolvendo geometrias mais simples, e para os quais existem soluções analíticas.

Esta avaliação foi levada a cabo estudando dois dos casos típicos de contacto hertziano que são o contacto entre dois cilindros e o contacto entre um cilindro e um plano.

A grande diferença entre estes dois problemas típicos de contacto linear, é que no contacto cilindro/plano temos um corpo com um raio finito, o cilindro, e outro com um raio infinito, o plano, e no contacto cilindro/cilindro temos a contactar dois corpos de raio finito. Desta forma é possível avaliar qual a influência causada pela diferença de raios entre os dois corpos em contacto.

Nos dois casos, o estudo principiou por uma análise da teoria de Hertz, acompanhada pela construção de um código MATLAB, que permite calcular as tensões no interior de sólidos em contacto linear, sujeitos apenas a uma força normal.

Em seguida, foram elaborados modelos de elementos finitos em ABAQUS, capazes de representar da melhor forma cada um dos casos de contacto estudados.

Posteriormente os resultados de cada uma destas soluções foram comparados.

### 3.1. Descrição dos modelos de elementos finitos

#### 3.1.1. Contacto cilindro / cilindro

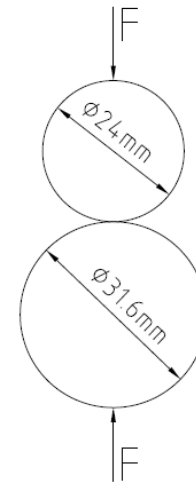
Uma vez que o principal objectivo deste estudo de elementos finitos é a análise das tensões na proximidade da zona de contacto, e de forma a reduzir o trabalho computacional e consequentemente o tempo de cálculo, construiu-se um modelo de elementos finitos simplificado.

Este modelo consiste em dois semicilindros que contactam entre si segundo uma geratriz, o semicilindro superior é sujeito a uma pressão de 1 000Pa uniformemente distribuída, e aplicada sobre o lado coincidente com o plano de simetria horizontal do mesmo.

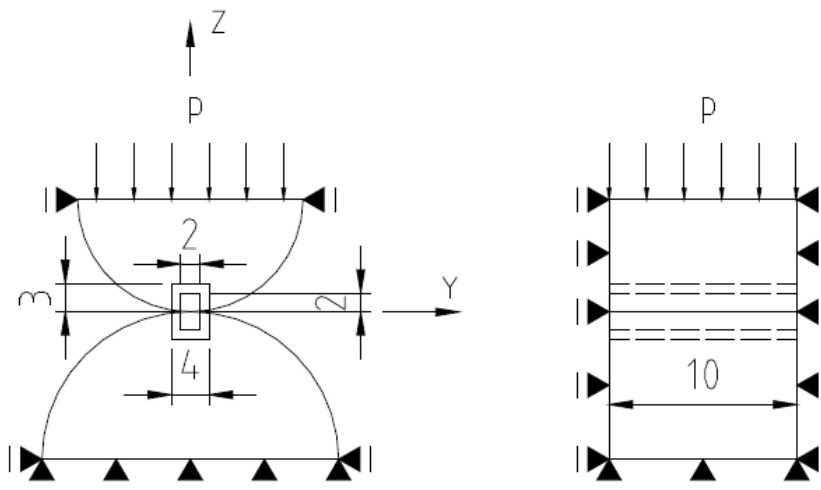
Quanto às condições de fronteira, estas foram escolhidas de forma que o modelo simplificado fosse equivalente à geometria indicada na Fig.3.1.

No que diz respeito ao material, foi escolhido um material com um comportamento elástico, cujas propriedades são  $E=30 \times 10^6 \text{Pa}$  e  $\nu=0,25$ .

Em seguida apresenta-se um esquema com as dimensões, carga e condições de fronteira utilizadas para construir o modelo de elementos finitos simplificado.



**Fig. 3.1:** Geometria para análise do contacto linear entre dois cilindros.



**Fig. 3.2:** Carga, dimensões [mm] e condições fronteira do modelo.

Como se pode observar no esquema da Fig. 3.2, o modelo possui 10mm de largura. Esta dimensão não foi escolhida ao acaso, já que foram experimentadas várias larguras, com ordem de grandeza semelhante à do modelo, de forma a determinar qual seria a que permite obter o estado plano de deformação no plano médio dos cilindros.

Outro aspecto que merece ser realçado é o facto de cada um dos cilindros possuir três zonas distintas. Estas zonas foram criadas com o intuito de facilitar a construção da malha de elementos finitos, como se verificará mais adiante.



Sendo este o primeiro estudo de contacto por mim realizado, foram experimentadas várias estratégias para reduzir o número de elementos, chegando-se à conclusão que uma estratégia possível seria utilizar várias zonas, uma na zona de contacto com maior refinamento e malha paramétrica, uma zona de transição e uma zona com uma malha aleatória na zona mas afastada da zona de contacto.

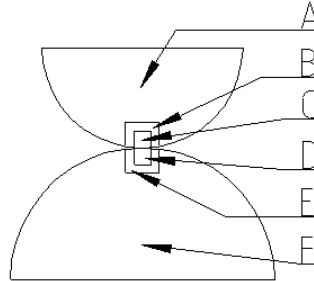
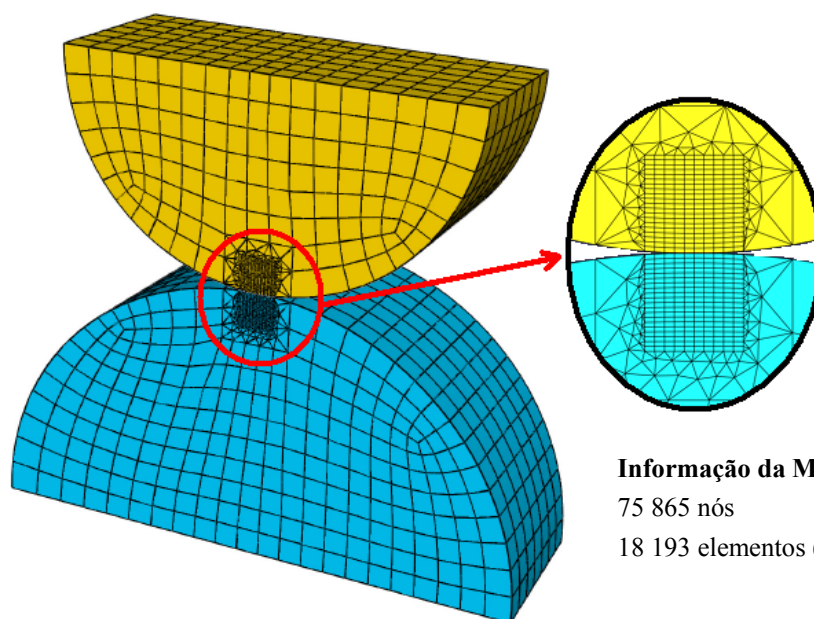


Fig. 3.3: Zonas auxiliares para construção da malha.

Tabela 3.1: Descrição da malha e dos elementos utilizados

Zona	Elementos		Tipo de Malha	Objectivo
	Designação ABAQUS	Descrição		
A	C3D20	Elementos quadráticos 3D de 20 nós	Aleatória	-
B	C3D15	Elementos prismáticos, quadráticos, 3D de 15 nós	Aleatória	Transição entre a zona A e C
C	C3D20	Elementos quadráticos 3D de 20 nós	Paramétrica	Definição pormenorizada da zona de contacto
D	C3D20	Elementos quadráticos 3D de 20 nós	Paramétrica	Definição pormenorizada da zona de contacto
E	C3D15	Elementos prismáticos, quadráticos, 3D de 15 nós	Aleatória	Transição entre a zona D e F
F	C3D20	Elementos quadráticos 3D de 20 nós	Aleatória	-



**Informação da Malha:**

75 865 nós

18 193 elementos (C3D20 e C3D15)

Fig. 3.4: Malha utilizada para estudar o problema de contacto cilindro/cilindro, e zoom da zona de contacto.

Para simular o contacto foi utilizado o método Lagrangeano Aumentado, e foram utilizados elementos de contacto com discretização do tipo superfície – superfície [5].

### 3.1.2. Contacto cilindro / plano

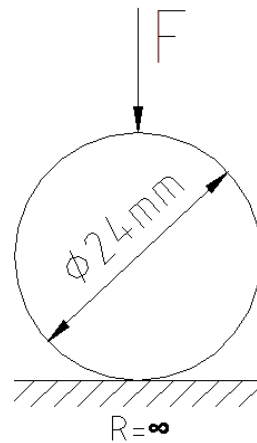


Fig. 3.5: Geometria utilizada na análise do contacto cilindro / plano.

Tal como sucedeu no trabalho em que se estudou o contacto cilindro / cilindro, também neste estudo se construiu um modelo simplificado da geometria real.

Neste caso, o modelo consiste em  $\frac{1}{4}$  de cilindro e um plano rígido que contactam entre si segundo uma aresta.

A carga é uma pressão uniformemente distribuída de valor igual a 1 000Pa, aplicada sobre a face horizontal do  $\frac{1}{4}$  de cilindro, e que corresponde a uma força de 0,24N.

Em seguida mostra-se um esquema representativo do modelo construído, em que se indicam as condições de fronteira, carga e algumas dimensões.

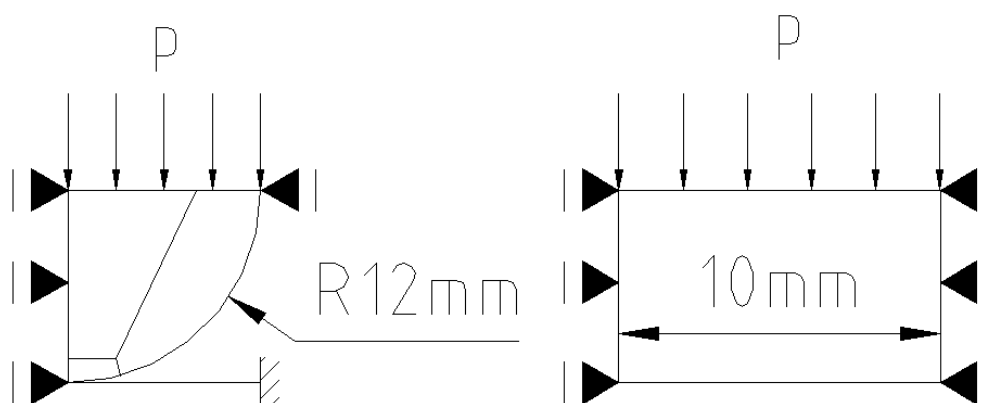
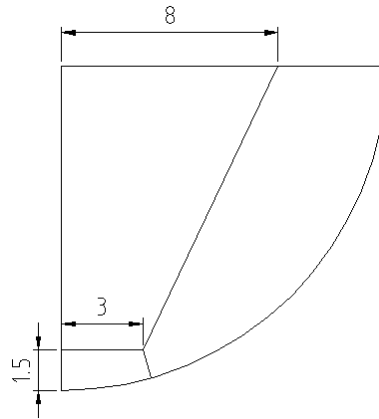


Fig. 3.6: Dimensões [mm] e condições fronteira do modelo.

O material do cilindro, é elástico e tem Módulo de Young  $30 \times 10^6$  Pa e coeficiente de Poisson  $\nu=0,25$ .

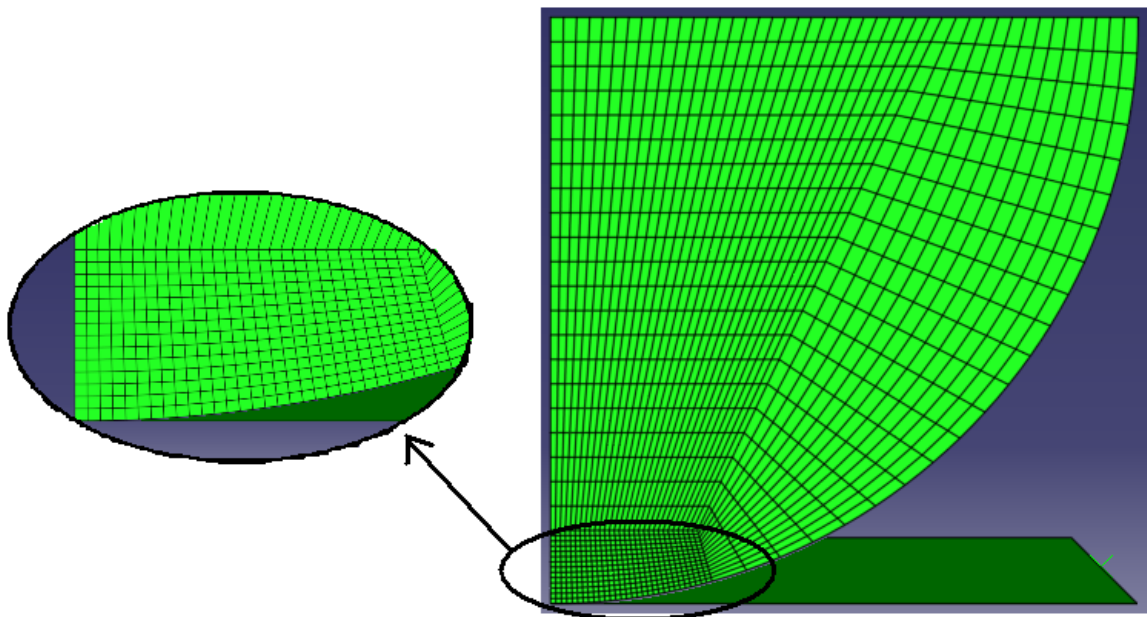


**Fig. 3.7:** Cotas [mm] para definição das zonas auxiliares à construção da malha.

Quanto ao tipo de malha utilizada, esta foi construída com base na malha indicada em [44].

Os tipos de elementos utilizados neste caso foram apenas os elementos C3D20.

Em seguida apresenta-se uma das malhas construídas em ABAQUS CAE. A malha aqui apresentada possui 60 494 nós e 13 441 elementos C3D20 [5].



**Fig. 3.8:** Malha construída em ABAQUS CAE.

Na zona de contacto foram utilizados elementos de contacto com discretização do tipo superfície – superfície [5].

Os métodos da Penalidade e Lagrangeano Aumentado foram utilizados para simular o contacto, e posteriormente os resultados obtidos com cada um deles foram comparados.

### 3.2. Apresentação e validação de resultados

Para a avaliar a qualidade dos resultados obtidos através da análise de elementos finitos, estes foram comparados com a solução obtida através do código MATLAB indicado no Anexo A. Em seguida são apresentados alguns dos resultados obtidos através dos dois métodos. Note-se que apenas são apresentados os resultados para um corpo, pois as tensões são simétricas relativamente ao plano tangente comum às superfícies de contacto.

#### 3.2.1. Contacto cilindro / cilindro

##### 3.2.1.1. Solução analítica (MATLAB)

Os resultados apresentados nesta secção, referentes à solução analítica, foram obtidos através do código MATLAB construído, e estão de acordo com a literatura consultada.

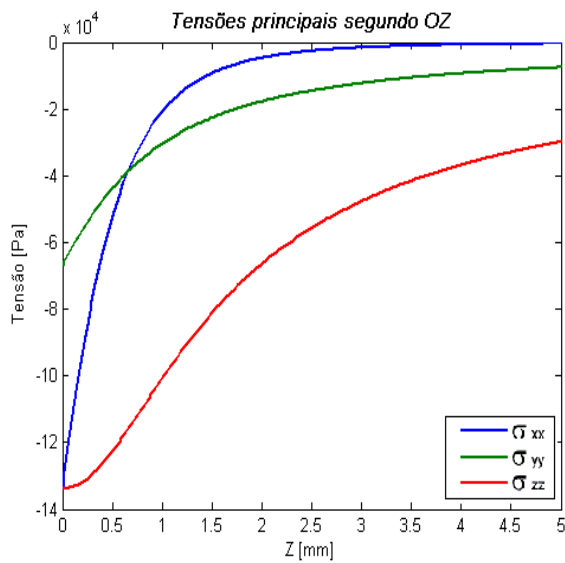


Fig. 3.9: Tensões principais segundo o eixo OZ.

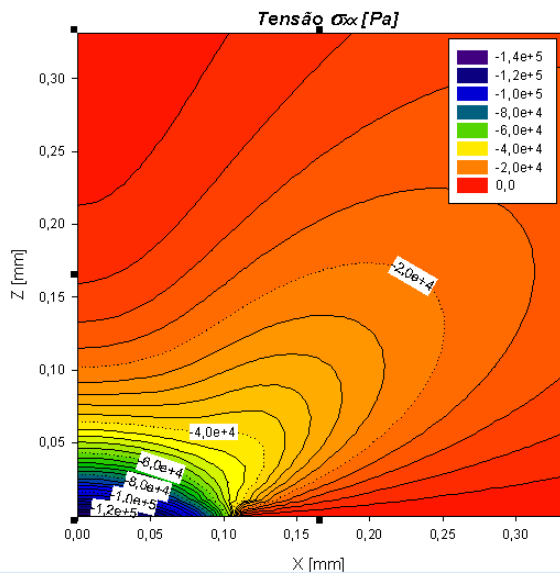


Fig. 3.10: Linhas isobáricas da tensão  $\sigma_{xx}$  [Pa].

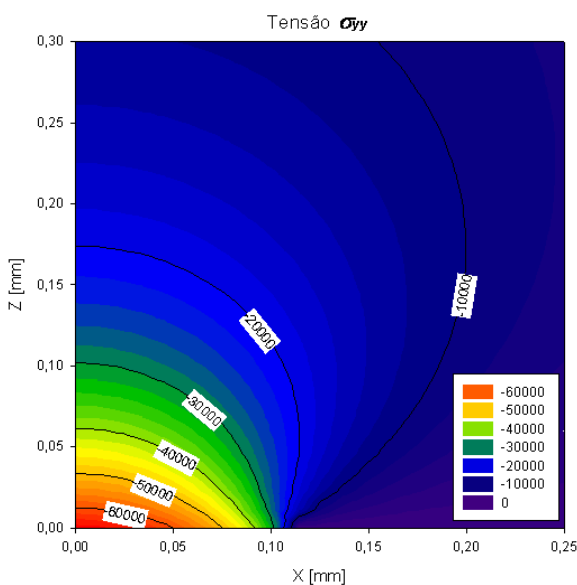


Fig. 3.11: Linhas isobáricas da tensão  $\sigma_{yy}$  [Pa].

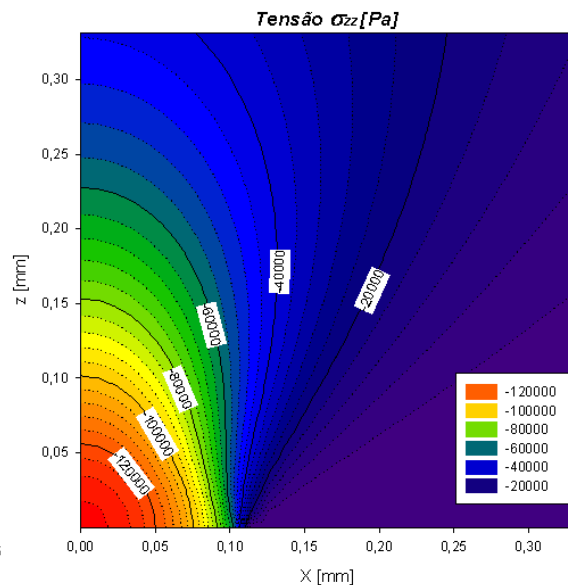


Fig. 3.12: Linhas isobáricas da tensão  $\sigma_{zz}$  [Pa].

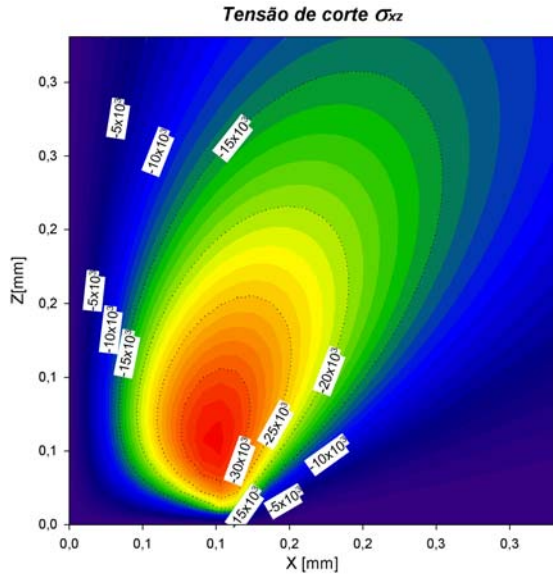


Fig. 3.13: Linhas isobáricas da tensão  $\tau_{xz}$  [Pa].

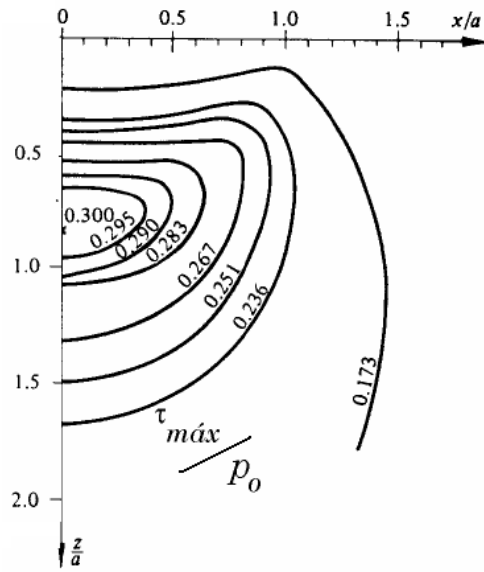


Fig. 3.14: Linhas isobáricas da tensão  $\tau_{máx}/p_0$  [2].

### 3.2.1.2. Resultados obtidos através da análise em ABAQUS

Em seguida apresentam-se alguns dos resultados obtidos através da análise realizada em ABAQUS.

Os resultados indicados foram obtidos recorrendo ao uso de uma malha com 185 589 nós e 43 477 elementos.

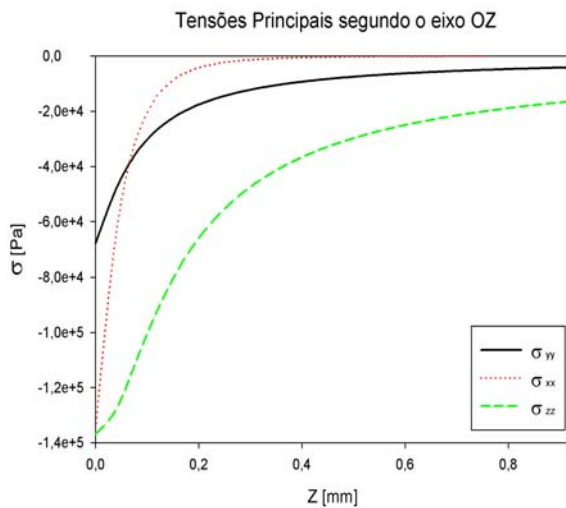


Fig. 3.15: Tensões principais segundo o eixo OZ.

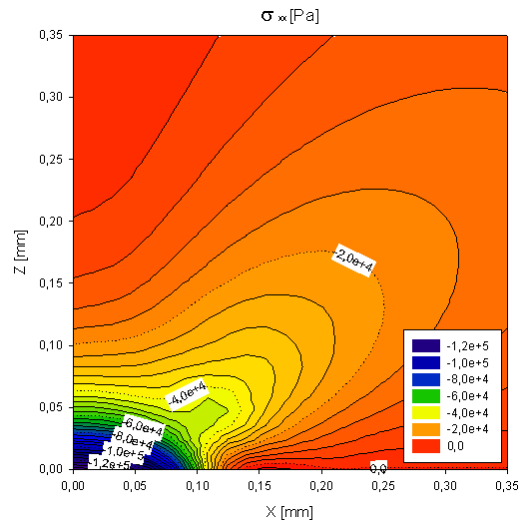


Fig. 3.16: Linhas isobáricas da tensão  $\sigma_{xx}$  [Pa].

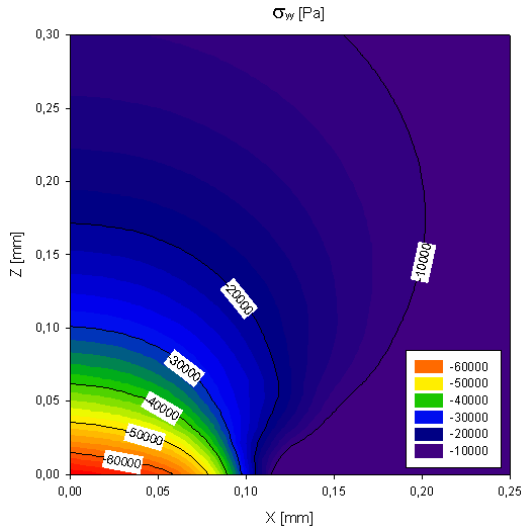


Fig. 3.17: Linhas isobáricas da tensão  $\sigma_{yy}$  [Pa].

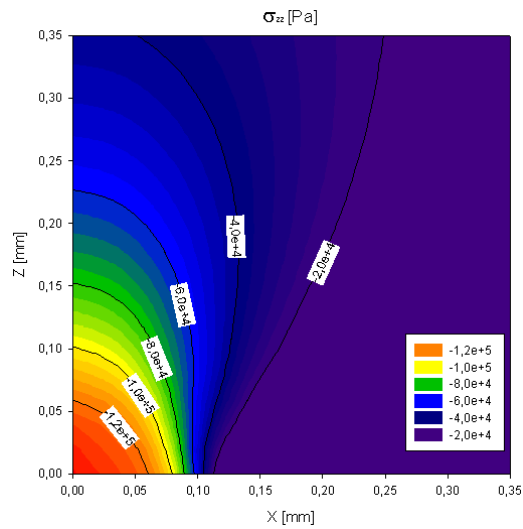


Fig. 3.18: Linhas isobáricas da tensão  $\sigma_{zz}$  [Pa].

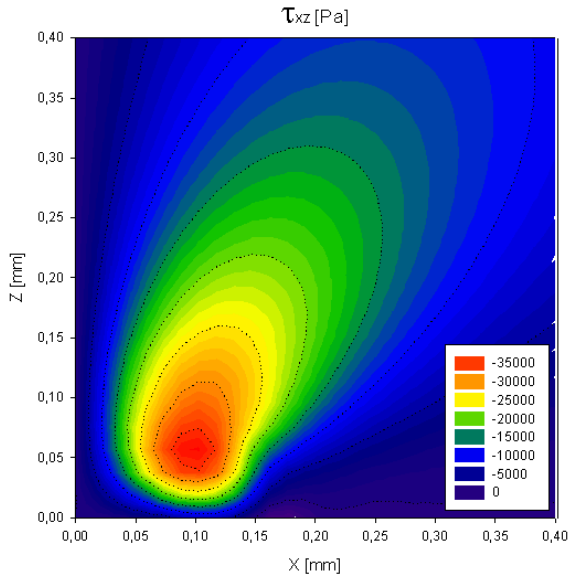


Fig. 3.19: Linhas isobáricas da tensão  $\tau_{xz}$  [Pa].

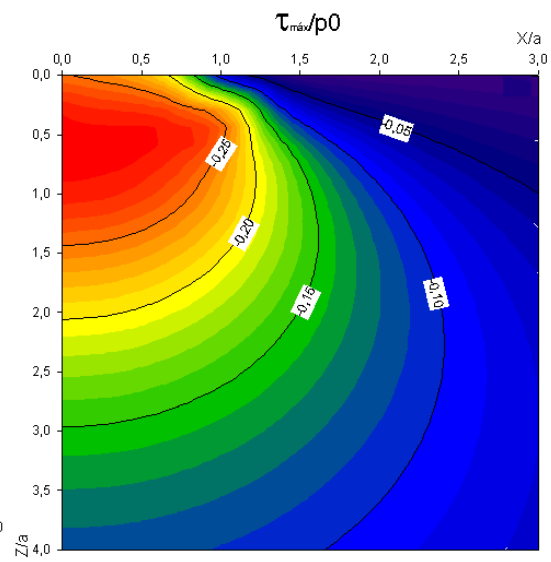


Fig. 3.20: Linhas isobáricas da tensão  $\tau_{\max}/p_0$ .

### 3.2.1.3. Comparação de resultados

Na Tabela 3.2 faz-se uma comparação entre alguns dos valores tidos em consideração nesta análise, como o valor máximo das tensões principais, a pressão máxima de Hertz e a tensão corte máxima (critério de Tresca).

Tabela 3.2: Comparação de resultados para o contacto cilindro / cilindro.

Solução	Tensões principais máximas			$p_0$ [Pa]	$\tau_{\max}$ [Pa]
	$\sigma_{zz}$ [Pa]	$\sigma_{xx}$ [Pa]	$\sigma_{yy}$ [Pa]		
Hertz	-133 870	-133 870	-66 937	133 870	40 162
MEF	-135 801	-135 083	-67 734	133 642	40 423

### 3.2.2. Contacto cilindro / plano

#### 3.2.2.1. Solução analítica (MATLAB)

Os resultados apresentados nesta secção, referentes à solução analítica, foram obtidos através do código MATLAB construído, e estão de acordo com a literatura consultada.

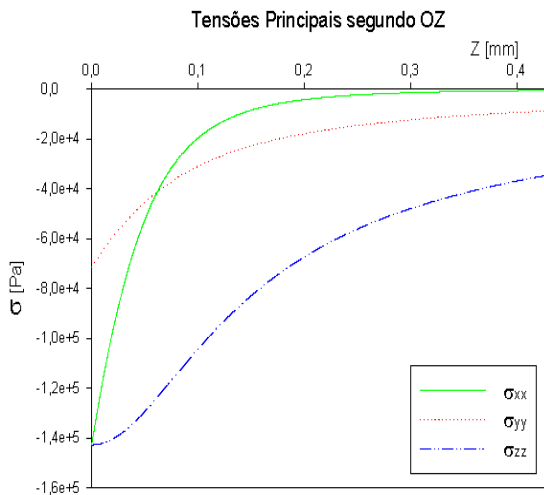


Fig. 3.21: Tensões principais segundo o eixo OZ.

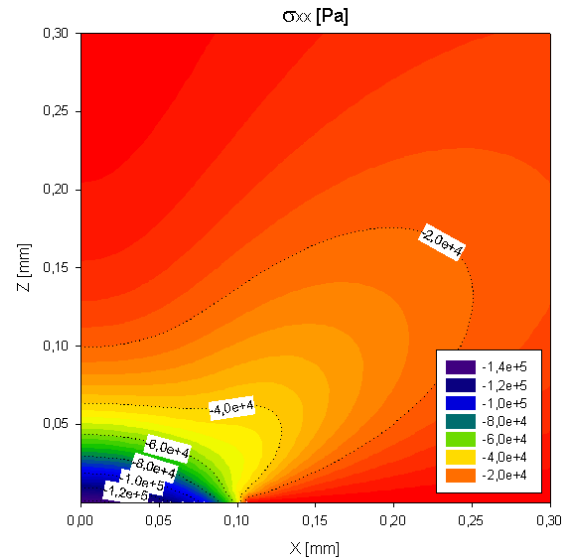


Fig. 3.22: Linhas isobáricas da tensão  $\sigma_{xx}$  [Pa].

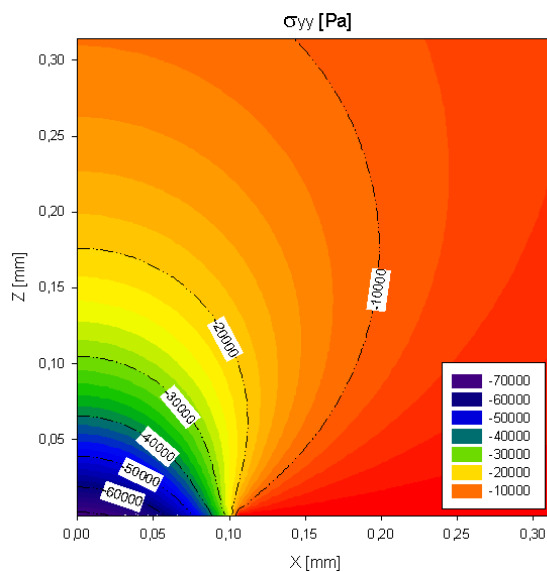


Fig. 3.23: Linhas isobáricas da tensão  $\sigma_{yy}$  [Pa].

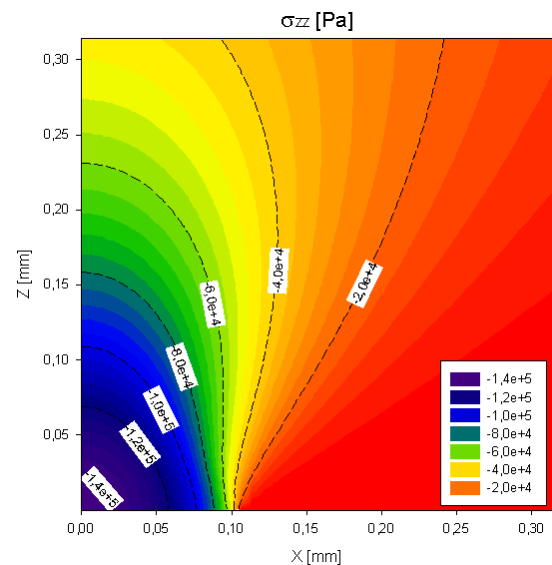


Fig. 3.24: Linhas isobáricas da tensão  $\sigma_{zz}$  [Pa].

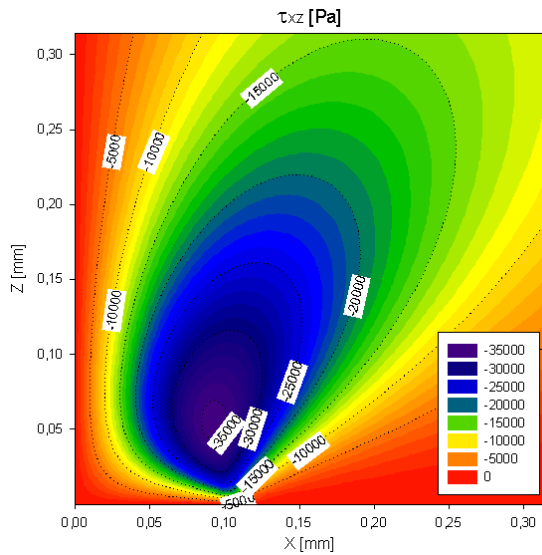


Fig. 3.25: Linhas isobáricas da tensão  $\tau_{xz}$  [Pa].

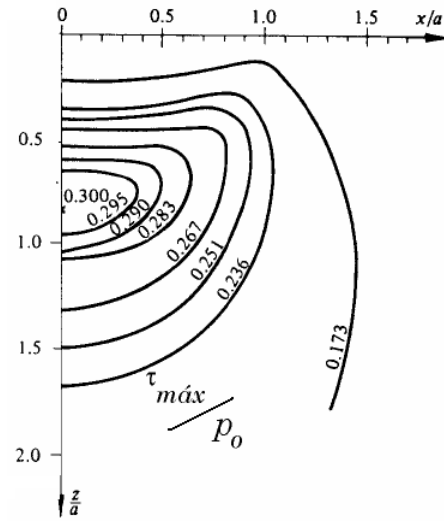


Fig. 3.26: Linhas isobáricas da tensão  $\tau_{m\acute{a}x}/p_0$ .

### 3.2.2.2. Resultados obtidos através da análise em ABAQUS

Em seguida apresentam-se os resultados obtidos em ABAQUS para uma malha com cerca de 109 801 elementos C3D20 e 480 994 nós.

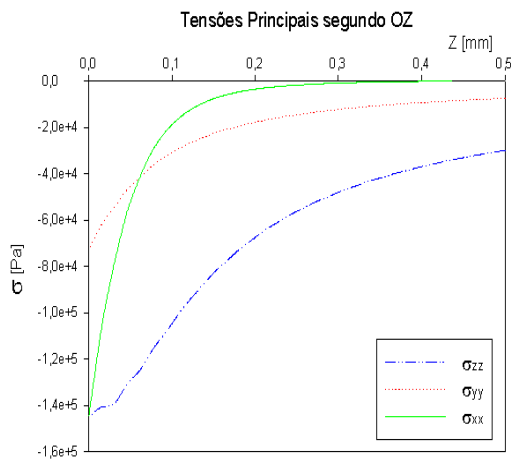


Fig. 3.27: Tensões principais segundo o eixo OZ.

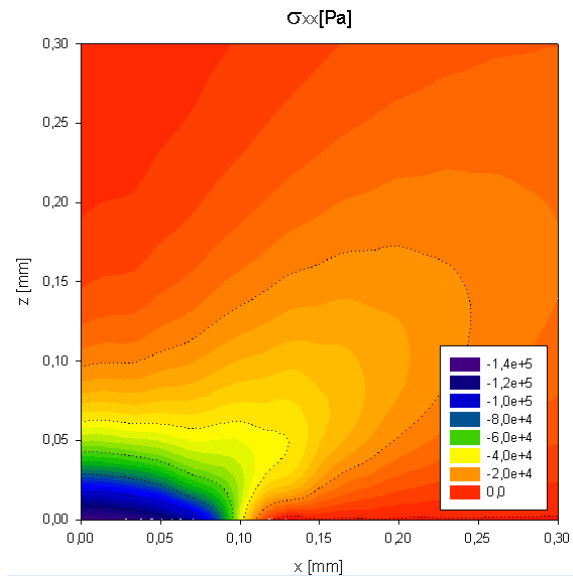


Fig. 3.28: Linhas isobáricas da tensão  $\sigma_{xx}$  [Pa].



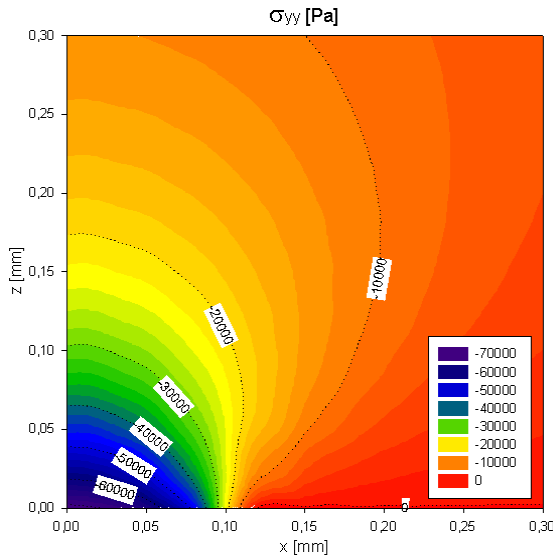


Fig. 3.29: Linhas isobáricas da tensão  $\sigma_{yy}$  [Pa].

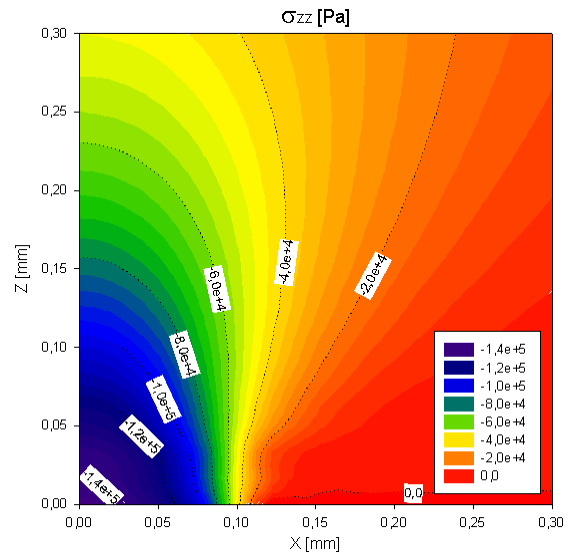


Fig. 3.30: Linhas isobáricas da tensão  $\sigma_{zz}$  [Pa].

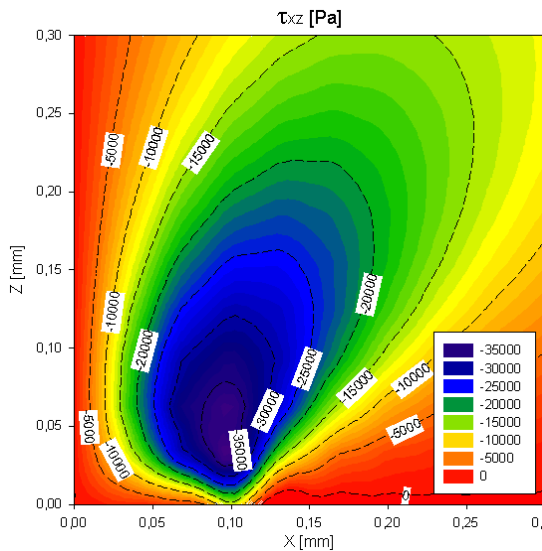


Fig. 3.31: Linhas isobáricas da tensão  $\tau_{xz}$  [Pa].

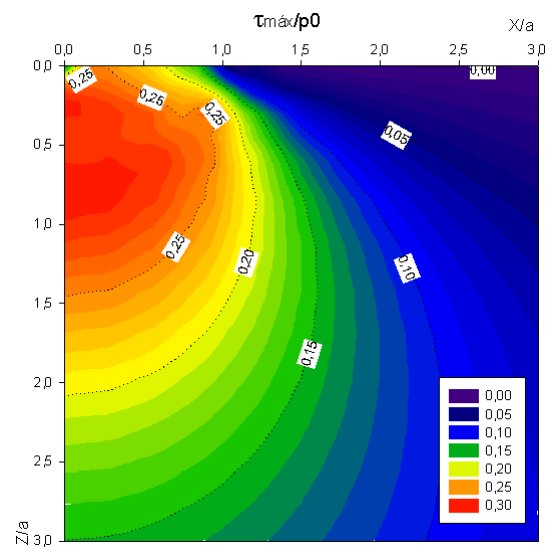


Fig. 3.32: Linhas isobáricas da tensão  $\tau_{\max}/\rho_0$ .

### 3.2.2.3. Comparação de resultados

Em seguida apresentam-se alguns dos valores tidos em consideração para uma comparação entre solução de Hertz e a solução obtidos através do MEF, como o valor máximo das tensões principais, a pressão máxima de Hertz e a tensão corte máxima (critério de Tresca). Mostram-se também os valores obtidos com a utilização do método da Penalidade e Lagrangeano Aumentado para simular o contacto.

Tabela 3.3: Comparação de resultados para o contacto cilindro / plano

Solução	Tensões principais máximas			$\rho_0$ [Pa]	$\tau_{\max}$ [Pa]	
	$\sigma_{zz}$ [Pa]	$\sigma_{xx}$ [Pa]	$\sigma_{yy}$ [Pa]			
Hertz	-142 730	-142 730	-71 365	142 730	42 819	
MEF	Lag. Aum.	-144 327	-144 069	-72 099	143 344	43 128
	Penalidade	-145 289	-144 967	-72 564	143 344	43 338

### 3.3. Comentários finais e conclusões

Ao observar a Fig.3.27, verifica-se que existe uma irregularidade no valor da tensão  $\sigma_{zz}$  perto da cota  $Z=0$  mm. Este fenómeno pode ser provocado pelo facto de apenas se utilizar  $\frac{1}{4}$  de cilindro para construir o modelo, que por sua vez faz com que o contacto cilindro/plano se dê ao longo de uma aresta. Isto implica que perto da cota referida o raio do modelo tenda para zero, o que nos elementos finitos pode ser uma fonte de erros.

Após comparação dos resultados obtidos através do método dos elementos finitos, ABAQUS, com os obtidos através da solução analítica, MATLAB, conclui-se que é possível obter bons resultados em problemas de contacto utilizando o método dos elementos finitos. No entanto, a qualidade desses resultados está dependente do tipo de método variacional que se utiliza para definir a zona de contacto e do refinamento que se utiliza na zona de contacto.

Aquando do estudo do contacto cilindro/plano utilizaram-se dois métodos variacionais para definir o contacto, o método da penalidade e o Lagrangeano aumentado. Ao analisar os resultados obtidos com cada um deles verificou-se que o método Lagrangeano aumentado permite obter resultados melhores, mais próximos da solução analítica.

#### 4. Contacto roda / carril: análise de tensões

Neste capítulo será apresentado um dos principais objectos de estudo desta tese, a análise de tensões no contacto roda / carril.

A análise de tensões no contacto roda /carril é imprescindível quando se pretende analisar a iniciação de defeitos e/ou a propagação dos mesmos. Esta análise surge tendo em vista a aplicação do critério de Dang Van, que trata o problema da iniciação.

Todos os casos estudados nesta fase do trabalho correspondem a uma situação estática em que as tensões na zona de contacto são provocadas apenas por uma força normal.

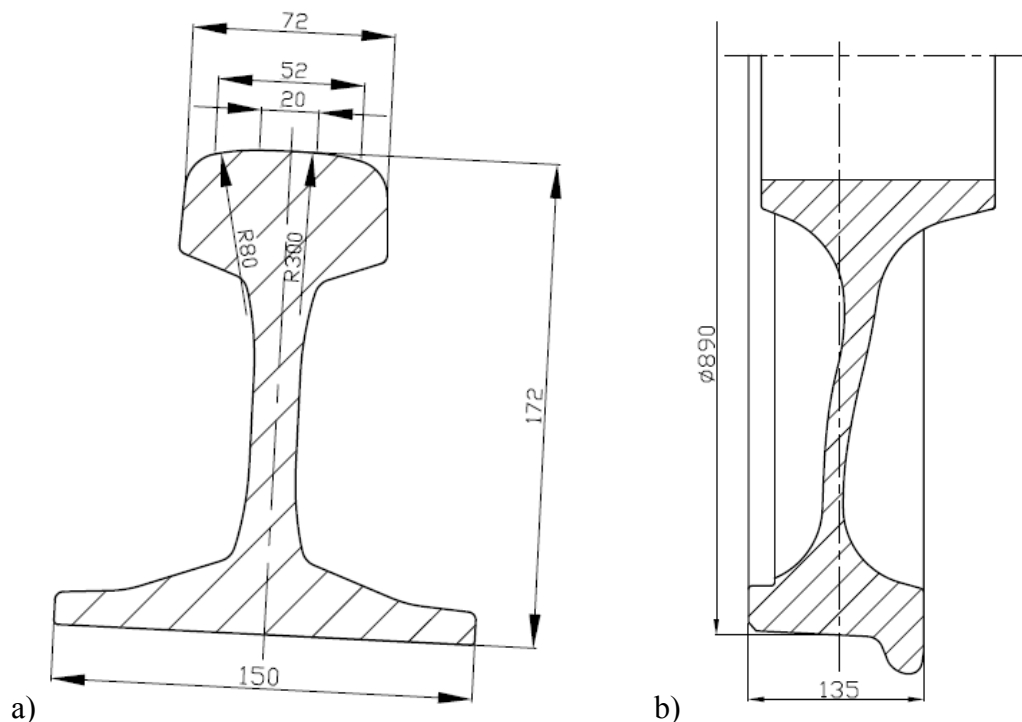
São várias as possibilidades de contacto roda/carril que podemos encontrar na prática. No entanto, neste estudo apenas se analisou a situação em que o centro do eixo do comboio e o eixo da linha estão coincidentes e o contacto se dá apenas num ponto e a situação em curva apertada que provoca o aparecimento de um ponto de contacto entre o verdugo e o carril. Também se analisaram as tensões numa situação de contacto entre uma roda desgastada e um carril novo.



**Fig. 4.1:** Modelo 3D roda/carril, elaborado em SolidWoks.

#### 4.1. Descrição do modelo de elementos finitos

Antes de principiar a análise de elementos finitos, foi necessário seleccionar o perfil da roda e do carril com os quais se iria proceder à análise de tensões. Assim, optou-se por desenhar em AutoCAD 2D o perfil de carril UIC60 e o perfil de uma roda monobloco de perfil cónico (1:20) do Alfa Pendular (Fiat Ferroviária), utilizados pelos caminhos-de-ferro portugueses (CP).



**Fig. 4.2:** a) perfil do carril UIC60 [45]; b) perfil roda monobloco cónica [46]; cotas em mm.

Posteriormente, estes desenhos foram exportados para ABAQUS CAE, onde foi construído o modelo de elementos finitos.

A construção do modelo de elementos finitos principiou pela construção de um modelo 3D simplificado, capaz de representar a geometria real da roda e do carril. Na Fig.4.3 mostra-se o modelo construído, bem como algumas das suas dimensões.

Observando a Fig. 4.3, percebe-se que cada um dos corpos é constituído por várias partes na proximidade do plano médio. Estas surgem com o objectivo de delimitar as zonas com diferentes refinamentos de malha.

O comprimento do carril foi escolhido para que as condições de fronteira não afectassem o valor das tensões na zona de contacto. Quanto ao modelo da roda, optou-se por desenhar todo o perfil, para assim se poder contabilizar a deformação da jante.

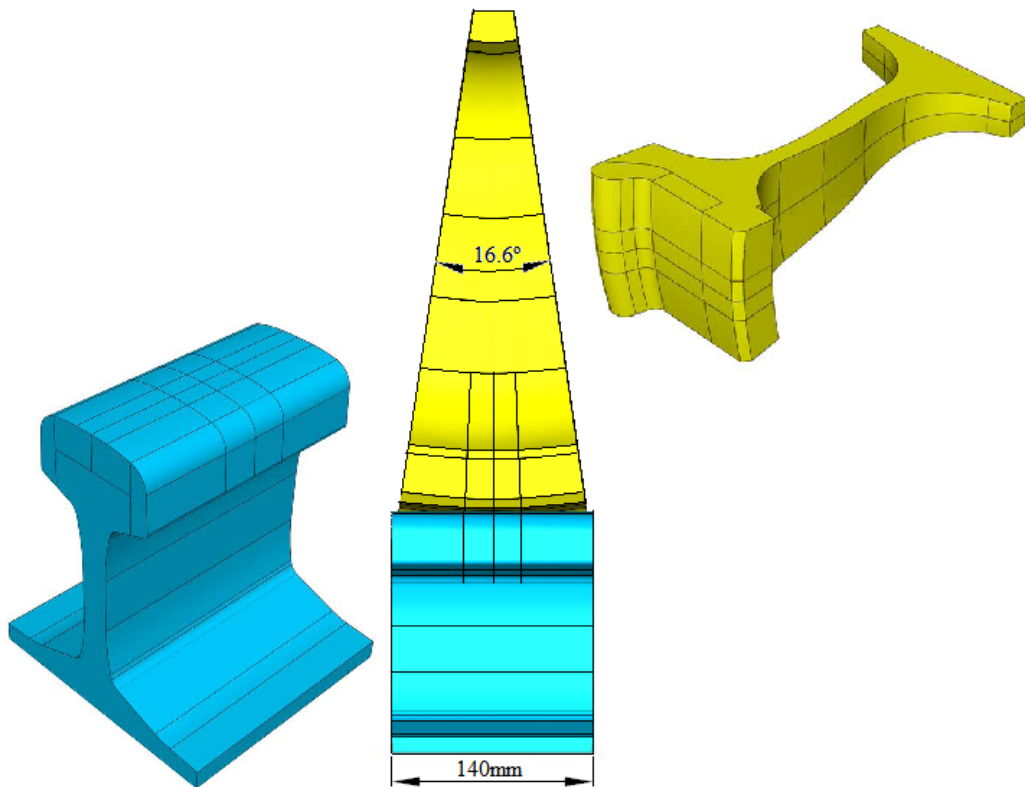


Fig. 4.3: Modelo 3D simplificado, utilizado para a análise de tensões.

Para caracterização das tensões no contacto roda carril considerou-se que ambos os corpos são constituídos por aço com módulo de Young  $E=210\ 000\text{MPa}$  e coeficiente de Poisson  $\nu=0,3$ . Nesta análise apenas foi considerado o domínio elástico.

As cargas aplicadas foram uma força normal de 110kN que corresponde a metade da carga máxima permitida por eixo, e uma força lateral de 28kN correspondente a uma força centragem.

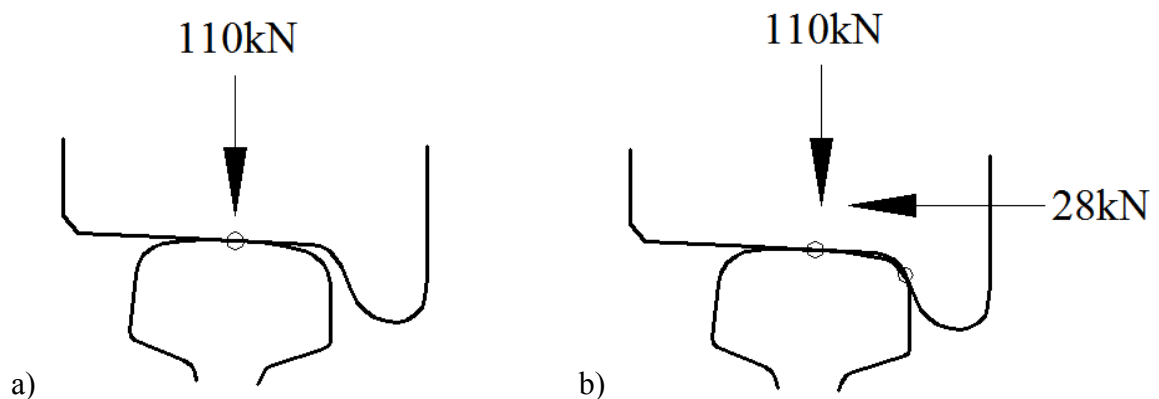
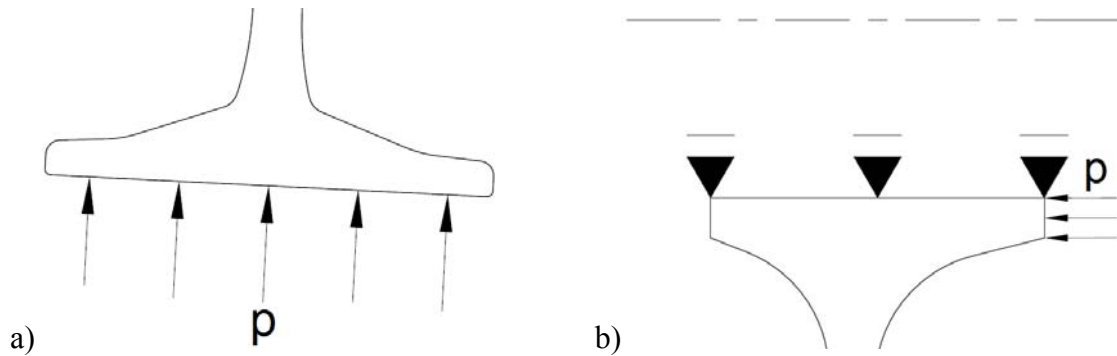


Fig. 4.4: Esquema estático das cargas aplicadas para:  
a) um ponto de contacto e b) dois pontos de contacto

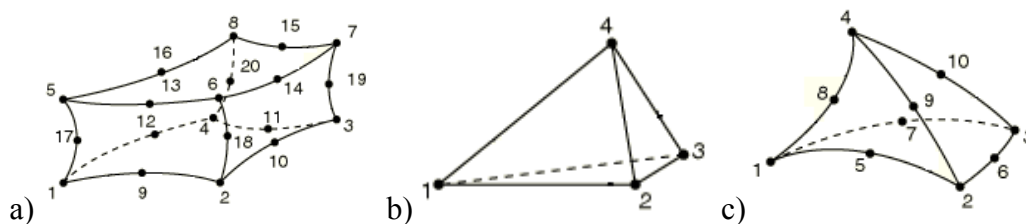
As cargas representadas por vectores na Fig. 4.4 foram aplicadas ao modelo sobre a forma de pressão, no caso da força normal, esta foi aplicada sobre a base do carril, e a força lateral foi aplicada na zona do cubo da roda, como se mostra na Fig. 4.5.



**Fig. 4.5:** Cargas aplicadas ao modelo: a) equivalente à força vertical, b) equivalente força lateral.

As condições de fronteira aplicadas foram condições de fronteira que impedem o movimento nas direcções  $x$  e  $y$  dos planos por onde se “cortou” a roda e o carril e na zona do cubo da roda foi impedido o movimento na direcção vertical,  $z$ .

Antes de se proceder à análise de tensões propriamente dita, construíram-se várias malhas com diferentes tipos de elementos, de forma a avaliar qual o tipo de elementos mais apropriado para fazer a análise de tensões. De entre a vasta biblioteca de elementos do ABAQUS, optou-se por comparar os elementos 3D tais como os C3D20R (elementos quadráticos de 20 nós, com integração reduzida), C3D10M (elementos 3D tetragonais, quadráticos, de 10 nós com formulação modificada) e C3D4 (elementos tetragonais, lineares de 4 nós).



**Fig. 4.6:** Elementos: a) C3D20, b) C3D4, c) C3D10M.

No final desta comparação, optou-se por escolher os elementos C3D4, por várias razões, sendo elas: a grande facilidade de adaptação da malha ao modelo 3D, grande flexibilidade na adaptação a zonas de transição entre de zonas com diferentes refinamentos, tornam o cálculo mais rápido, apesar de ser necessário utilizar uma malha com maior número de elementos.

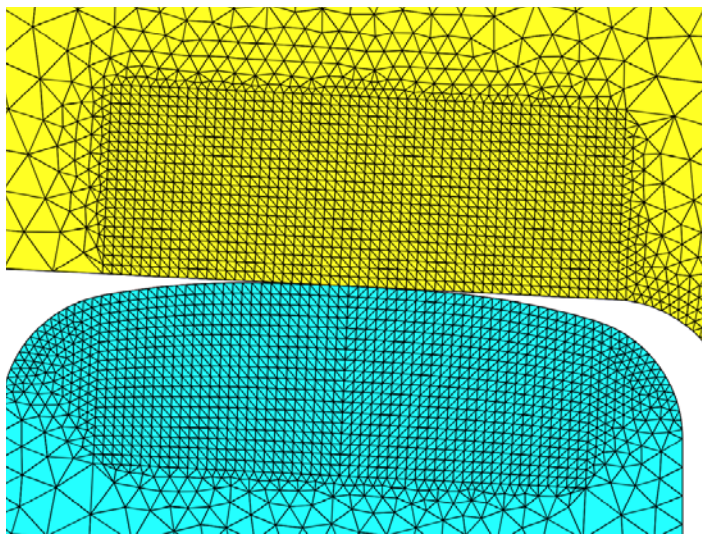
A interacção roda/carril foi definida através do “Interaction Module” do ABAQUS, que além de outras funcionalidades permite definir o contacto entre duas superfícies que interagem como um par “master/slave”. Este módulo permite também a escolha de elementos com diferentes métodos variacionais aplicados ao contacto.

De entre os métodos variacionais aplicados ao contacto disponíveis, escolheu-se o Lagrangeano Aumentado, já que anteriormente se tinha chegado à conclusão de que o Lagrangeano Aumentado é o mais indicado para simular situações de contacto.

Quanto aos tipos de elementos escolhidos para definir as superfícies de contacto, foram seleccionados elementos que fazem uma discretização do contacto do tipo superfície – superfície, com pequeno deslizamento relativo entre as superfícies em contacto.

Para construir a malha foi utilizado o “Mesh Module” do ABAQUS CAE.

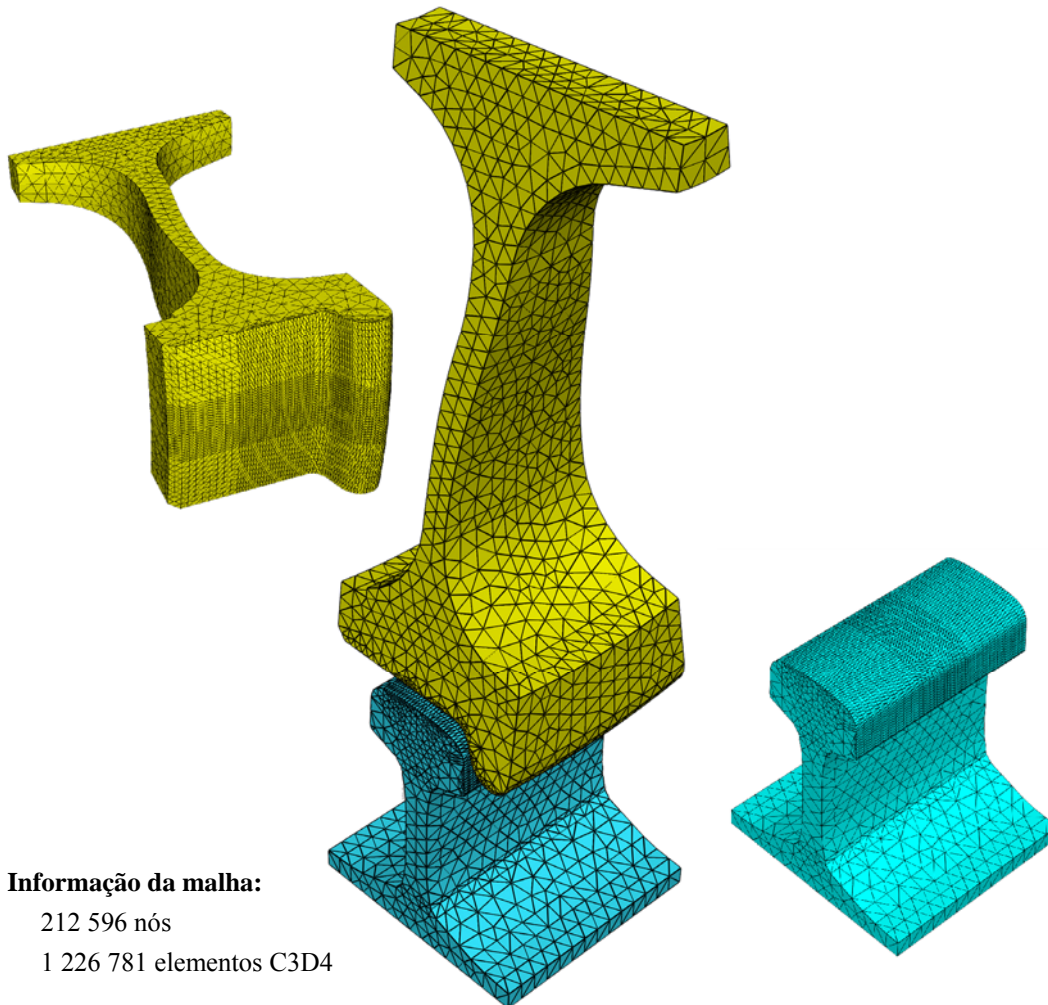
No processo de construção da malha de elementos finitos teve-se em atenção a construção de uma malha capaz de caracterizar não só a pressão na superfície de contacto, mas também as tensões no interior de cada um dos corpos. Para tal, a malha elaborada não possui apenas maior refinamento ao longo da superfície de contacto mas mantém esse refinamento até cerca de 20mm na direcção do interior do corpo, nas imediações da área de contacto.



**Fig. 4.7:** Representação, em corte, da malha na zona de contacto.

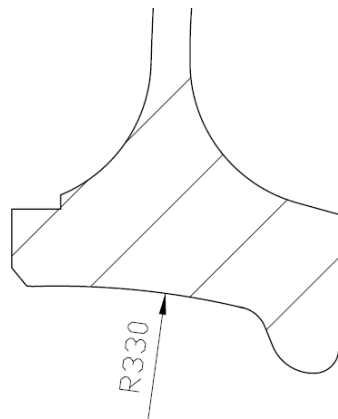
A malha de maior refinamento possui elementos com cerca de 1mm na chamada zona de contacto. Os restantes elementos possuem uma dimensão suficiente para definir a geometria.

Em seguida mostra-se uma representação da malha construída.



**Fig. 4.8:** Malha de elementos finitos utilizada na análise de tensões no contacto roda/carril.

Foi referido anteriormente que se estudou o contacto entre um perfil de uma roda desgastada e um carril novo. A principal diferença na análise deste caso relativamente ao contacto num ponto, é foi introduzida uma curvatura na chamada mesa de rolamento da roda, de acordo com o que se indica na Fig. 4.9.



**Fig. 4.9:** Desenho da roda desgastada.



### 4.2. Apresentação de resultados

Nesta secção serão apresentados os resultados mais importantes desta análise, como o campo de tensões de corte instalado em cada um dos corpos, no caso do contacto em apenas um ponto também se apresenta a distribuição 3D da tensão principal máxima.

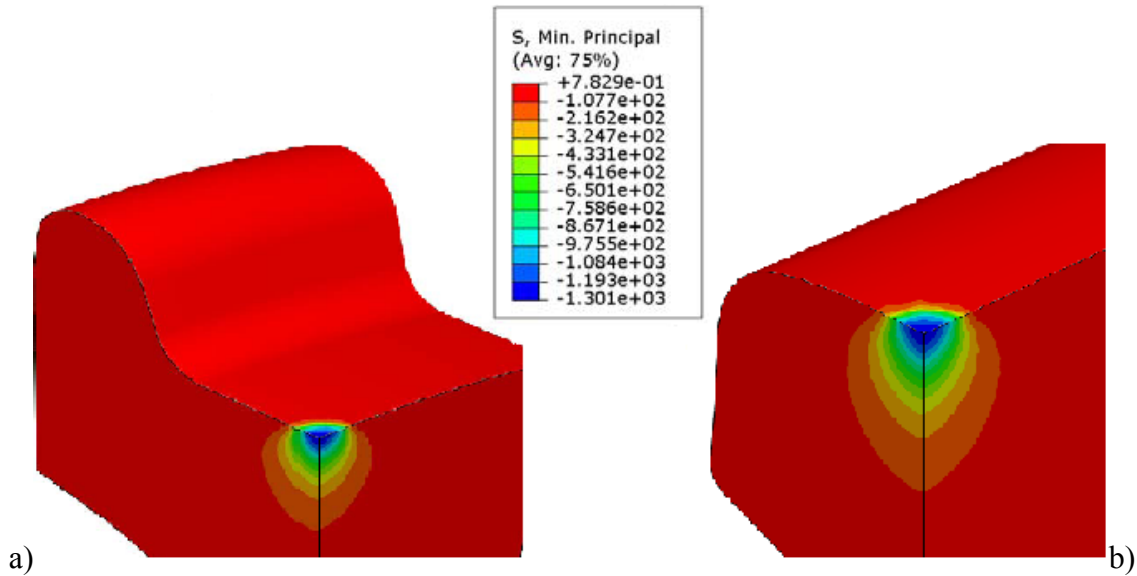


Fig. 4.10: Linhas isobáricas de tensão  $\sigma_1$  [MPa]: a) roda, b) carril.

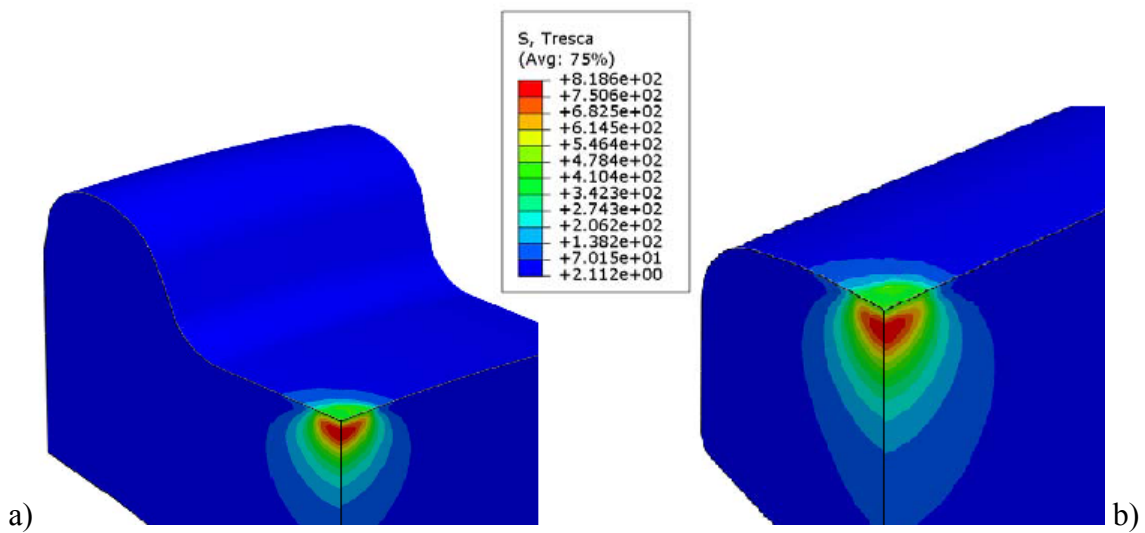


Fig. 4.11: Linhas isobáricas de tensão  $\tau_{Tresca}$  [MPa]: a) roda, b) carril.

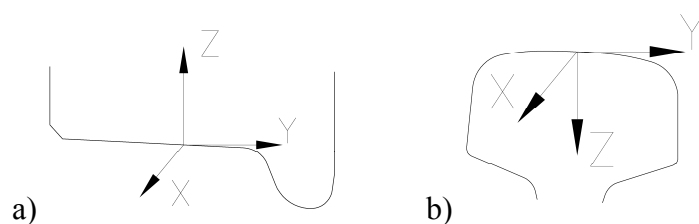
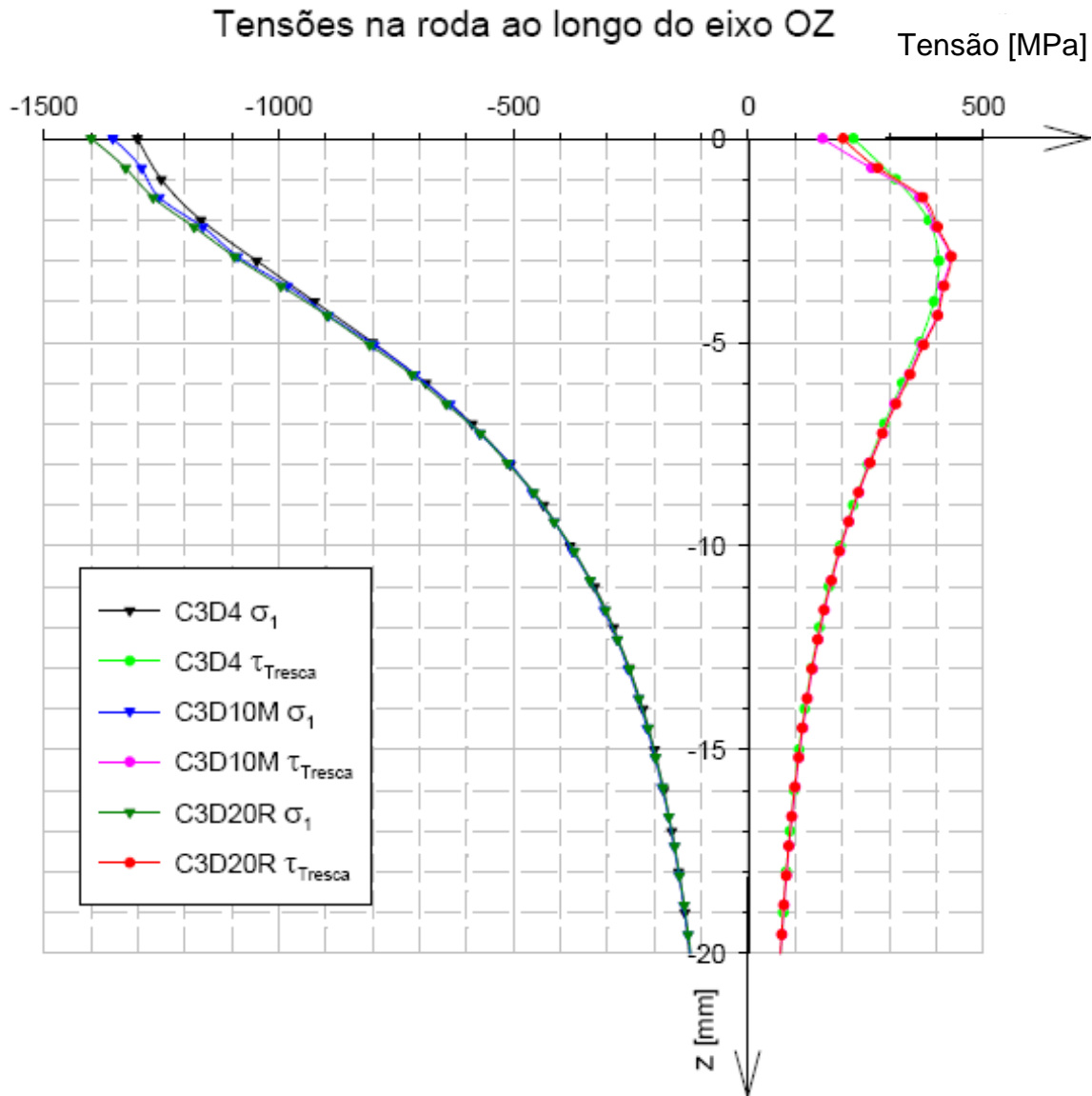
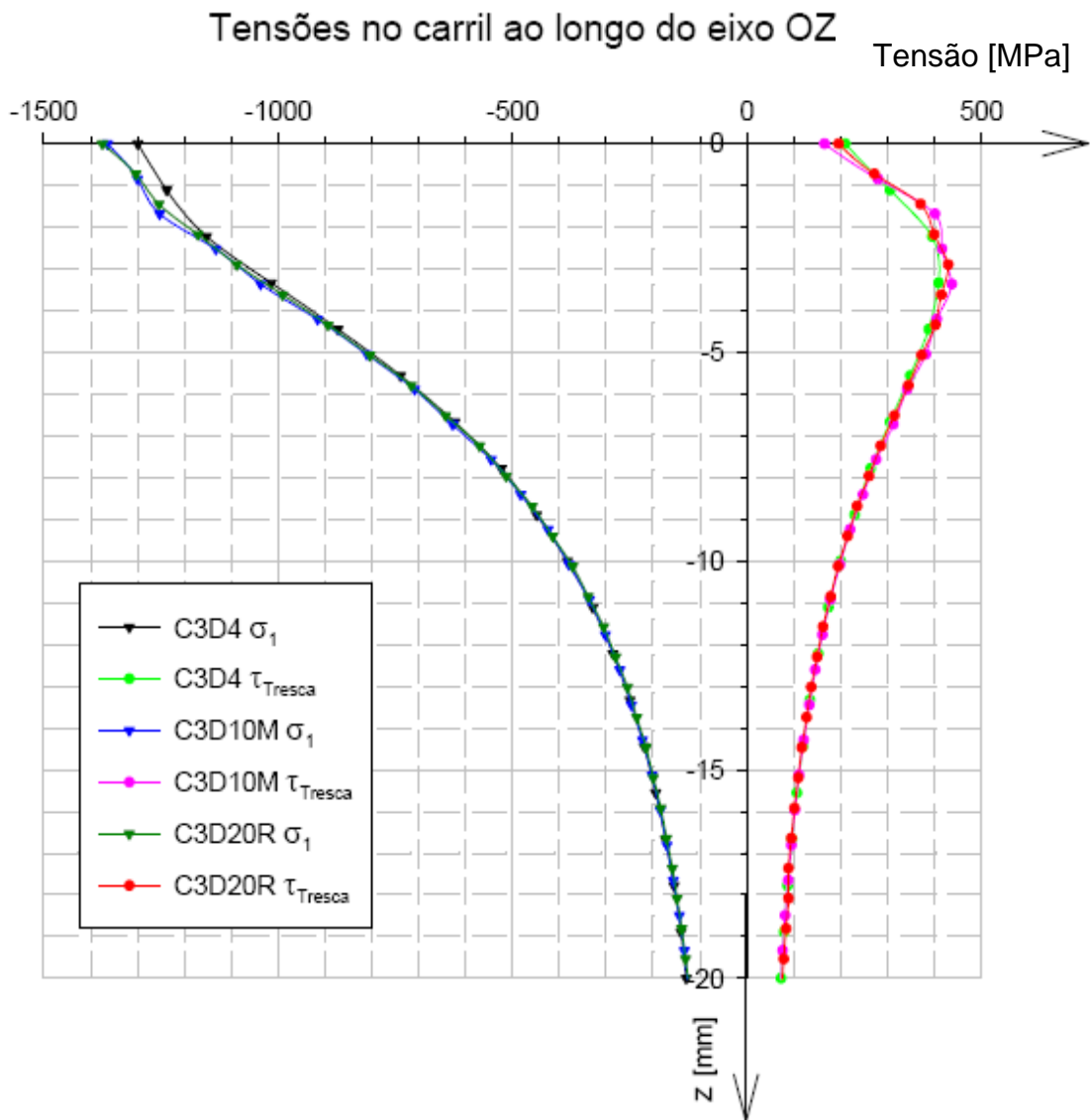


Fig. 4.12: Direcções dos eixos consideradas: a) roda, b) carril.



**Fig. 4.13:** Tensão principal máxima e tensão de corte máxima ao longo do eixo OZ para a roda.



**Fig. 4.14:** Tensão principal máxima e tensão de corte máxima ao longo do eixo OZ para o carril.

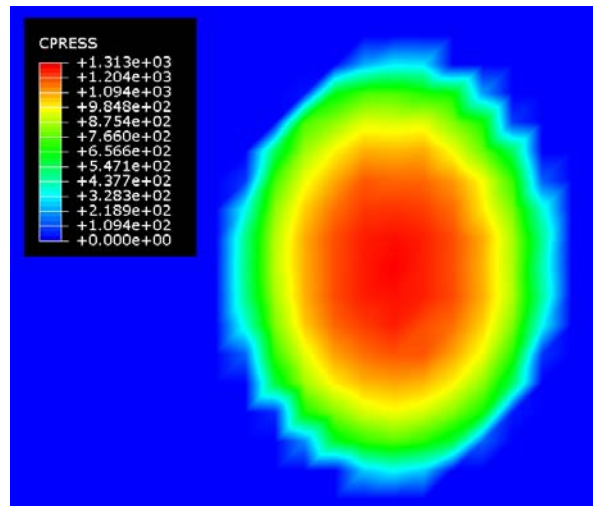


Fig. 4.15: Linhas isobáricas da pressão na superfície de contacto.

Tabela 4. 1: Informação das malhas de EF utilizadas, e alguns resultados.

Malha			p <sub>0</sub> [GPa]	Tensão de corte máxima	
Tipo de Elementos	Nº nós	Nº elementos		τ Tresca [MPa]	Zs [mm]
C3D4	138 050	780 457	1,313	409,3	≈3 a 4
C3D10M	397 065	288 895	1,303	437,1	≈3 a 4
C3D20R	289 293	66 276	1,403	432,5	≈3 a 4

Na tabela em cima apresenta-se uma cota Zs associada à tensão de corte máxima, esta cota refere-se à profundidade a que surge esta tensão.

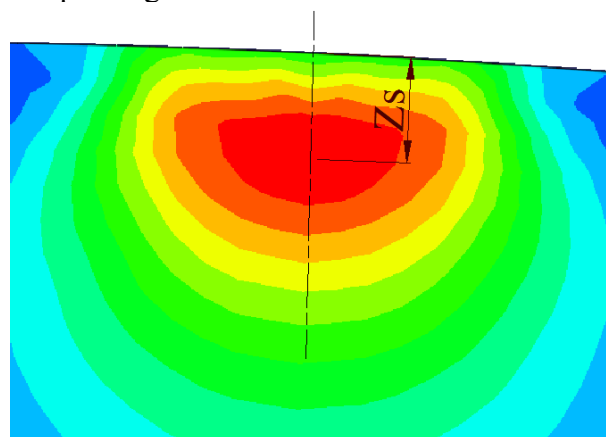
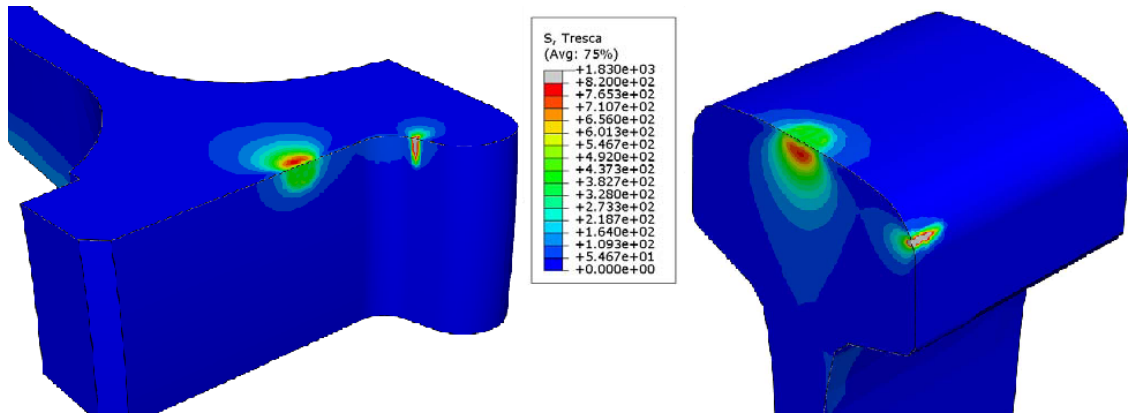
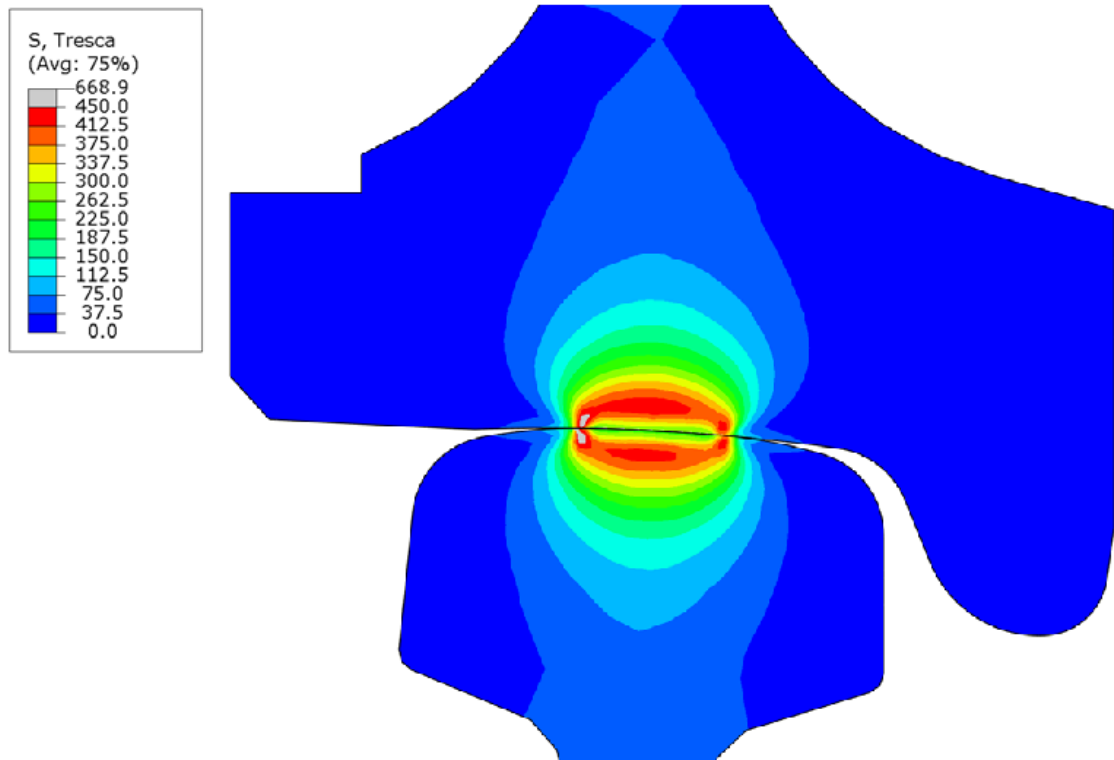


Fig. 416: Indicação da medição da cota Zs.



**Fig. 4.17:** Linhas isobáricas da tensão de corte máxima critério de Tresca  $\tau_{Tresca}$  [MPa], para a situação de dois pontos de contacto.



**Fig. 4.18:** Linhas isobáricas de tensão de corte máxima  $\tau_{Tresca}$  [MPa] para o contacto entre uma roda desgastada e um carril novo.

### 4.3. Comentários finais e conclusões

Também nesta fase foi elaborado um código MATLAB que permite calcular as tensões no interior de sólidos em contacto Hertziano, mas com a diferença que este calcula as tensões em contactos Hertzianos pontuais. No entanto, os resultados obtidos com este código apenas serviram como indicadores da ordem de grandeza das tensões provocadas pelo contacto entre os dois corpos, pois, como se referiu anteriormente, o valor das tensões na de contacto é fortemente dependente da geometria das superfícies. Quando a área de contacto se aproxima do verdugo da roda, a solução de Hertz é cada vez mais inapropriada para estudar o valor das tensões nessa zona, uma vez que a geometria das superfícies em contacto é demasiado complexa para poder ser analisada.

Como seria de esperar, as tensões de corte surgem tanto no carril como na roda a uma profundidade entre os 3 e os 4 mm, desta forma quando se proceder à análise de iniciação de defeitos de fadiga, o ponto onde estas surgem será um ponto de grande importância.

Analisando as tensões no contacto entre a roda desgastada e o carril novo, verifica-se que estas são consideravelmente mais baixas do que na situação em que ambos os perfis são novos. Assim pode surgir a questão “Porque não se utilizam perfis com um raio de curvatura semelhante ao utilizado?”. A resposta é que ao introduzir essa curvatura o efeito de centragem, referido no ponto 1.1 da “Introdução”, é perdido.

No processo de construção do modelo numérico capaz de representar a realidade do contacto roda/carril, foram várias as dificuldades encontradas. Estas dificuldades estão relacionadas com a dificuldade de convergência do cálculo de elementos finitos aplicados a problemas de contacto. O software ABAQUS permite a definição de zonas de contacto, no entanto é necessário ter especial cuidado com a definição das possíveis zonas em que os sólidos irão contactar, pois não devem ser demasiado extensas nem demasiado reduzidas, distorções da malha devem ser evitadas, a escolha do tipo de método variacional aplicado ao contacto deve ter uma especial atenção, uma vez que a qualidade e a convergência de resultados está dependente do tipo de método utilizado.

## 5. Contacto roda/carril: fadiga

Como já foi referido, no capítulo 1 “Introdução”, a determinação de soluções para os problemas de fadiga de contacto com rolamento tem-se tornado crucial à medida que as cargas e velocidades nos caminhos-de-ferro aumentam. É neste âmbito que recentemente se tem verificado um aumento significativo do interesse em desenvolver métodos computacionais capazes de analisar estes problemas.

Um dos critérios propostos para analisar fenómenos de fadiga de contacto com rolamento é o critério de fadiga multiaxial de Dang Van.

Em seguida faz-se uma descrição das metodologias utilizadas para implementar este critério na previsão de iniciação de defeitos no contacto roda/carril utilizando o método dos elementos finitos.



**Fig. 5.1:** Ciclo de carga roda/carril.

## 5.1. Descrição dos modelos de elementos finitos

O ponto forte do critério de Dang Van é que este se baseia nos valores da tensão de corte máxima e pressão hidrostática que actuam num determinado ponto, num determinado instante. Para avaliar a possibilidade de iniciação de defeitos nesse ponto é necessário criar um historial das tensões que actuam sobre este durante um ciclo de carga.

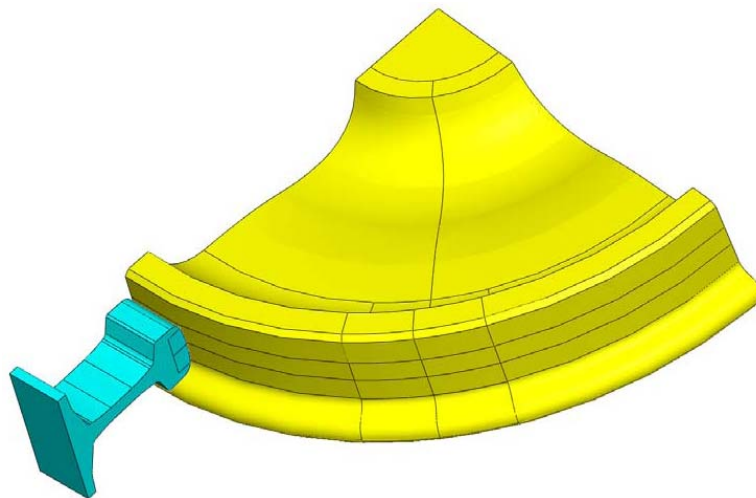
É na escolha dos pontos em que a possibilidade de surgir um defeito é maior, que a análise de tensões realizada adquire importância, pois esta permite identificar os pontos onde ocorre a tensão de corte máxima onde a probabilidade de ocorrência de defeitos é maior.

Uma vez que os modelos de elementos finitos têm de ser capazes de simular um ciclo de carga quer para a roda quer para o carril, foi necessário proceder a algumas alterações no modelo de elementos finitos utilizado para realizar a análise de tensões. Assumindo a minimização do trabalho computacional como um objectivo na construção dos modelos de elementos finitos, optou-se por construir dois modelos distintos, um para simular o ciclo de carga da roda e outro para simular o ciclo de carga do carril.

A construção destes dois modelos tem um aspecto em comum. Ambos devem representar uma parte significativamente grande do corpo, que permita quantificar o estado de tensão num ponto, desde a situação de estado de tensão nulo, passando pelo máximo, e regressando ao nulo.

### 5.1.1. Modelo para aplicação do critério de Dang Van à roda

Para analisar a evolução das tensões, provocadas pelo contacto, nos pontos críticos da roda, construiu-se um modelo semelhante ao indicado nas Fig. 5.2 a 5.4. As principais diferenças relativamente ao modelo construído para analisar as tensões no contacto é que o modelo representativo do carril é mais curto, apenas é necessária uma boa definição da superfície da cabeça que entra em contacto com a roda. A roda passou a ter incluído o eixo, apenas para se poder ter um eixo de rotação, e também passou a ser maior.



**Fig. 5.2:** Modelo da roda e carril para aplicação do critério de Dang Van à roda.



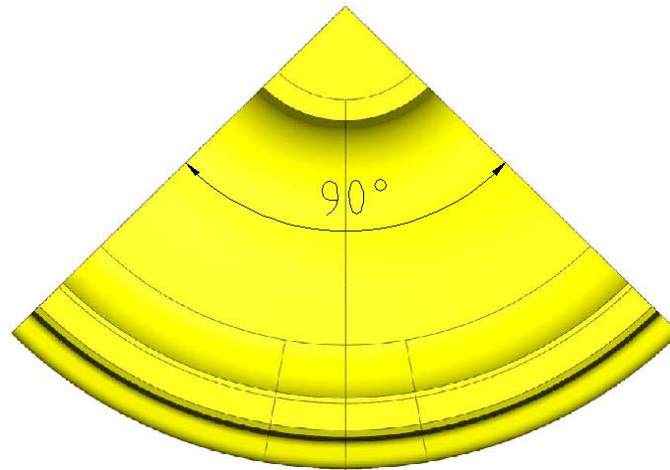


Fig. 5.3: Modelo da roda para aplicar o critério de Dang Van.

As cargas e os deslocamentos impostos ao modelo estão de acordo com a Fig. 5.4. Quanto a condições de fronteira, estas impedem todos os deslocamentos do carril excepto o vertical, e qualquer deslocamento do eixo de revolução da roda.

O objectivo era fazer com que a roda gire em torno do seu eixo de revolução, ao mesmo tempo que o carril está fixo e a carga é aplicada sobre a base deste, sob a forma de uma pressão.

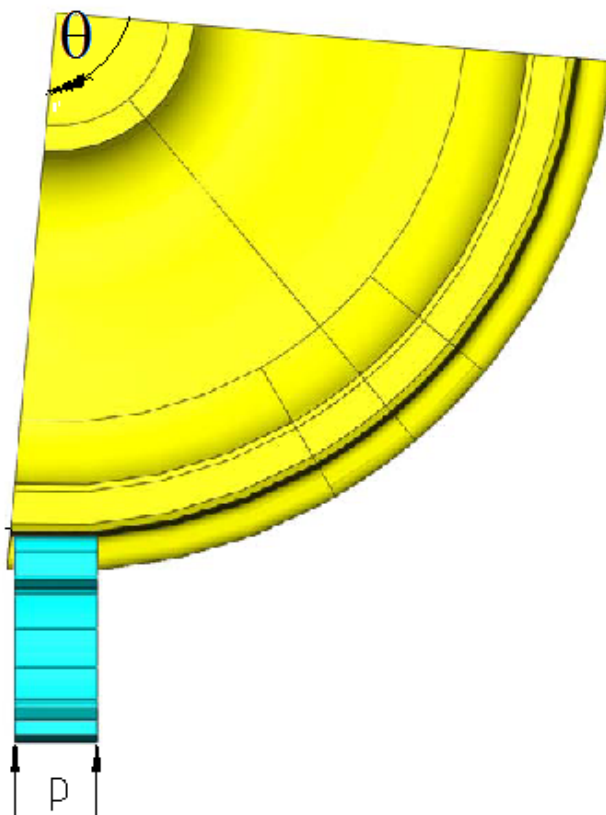
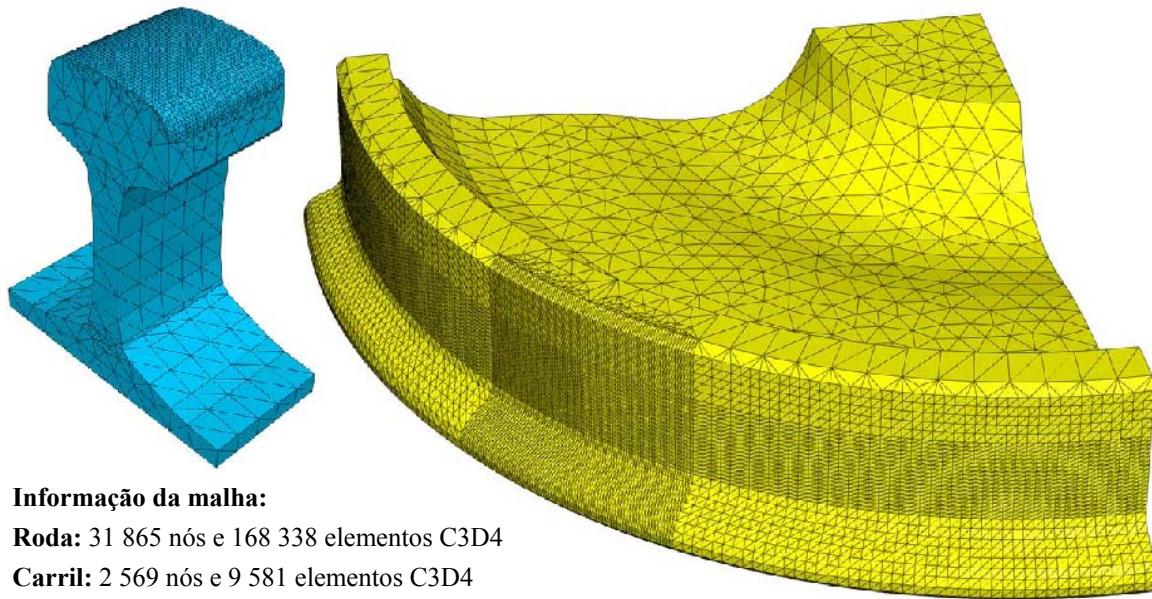
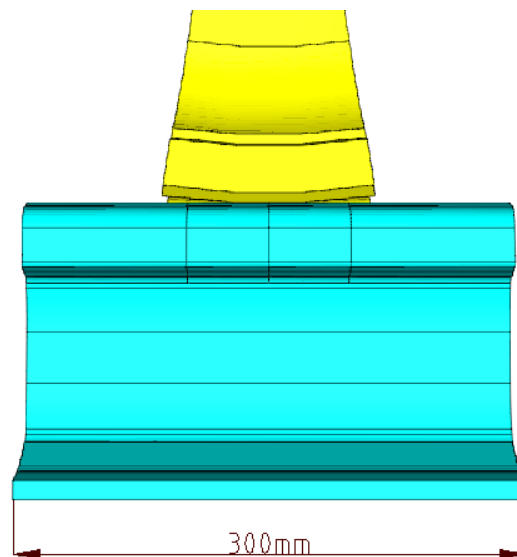


Fig. 5.4: Cargas e deslocamentos aplicadas ao modelo.

**Informação da malha:****Roda:** 31 865 nós e 168 338 elementos C3D4**Carril:** 2 569 nós e 9 581 elementos C3D4**Fig. 5.5:** Malha de elementos finitos construída.**5.1.2. Modelo para aplicação do critério de Dang Van ao carril**

Para aplicar o critério de Dang Van ao carril, foi apenas necessário aumentar o comprimento do modelo do carril e retirar as condições de fronteira que impedem o seu movimento no sentido longitudinal.

**Fig. 5.6:** Modelo da roda e carril para aplicação do critério de Dang Van ao carril.

Na Fig. 5.7 mostram-se as cargas e os deslocamentos impostos ao modelo para simular um ciclo de carga no carril. Desta vez a roda é fixada, isto é, não tem qualquer movimento de translação, e o carril desloca-se mantendo-se em contacto com a roda.

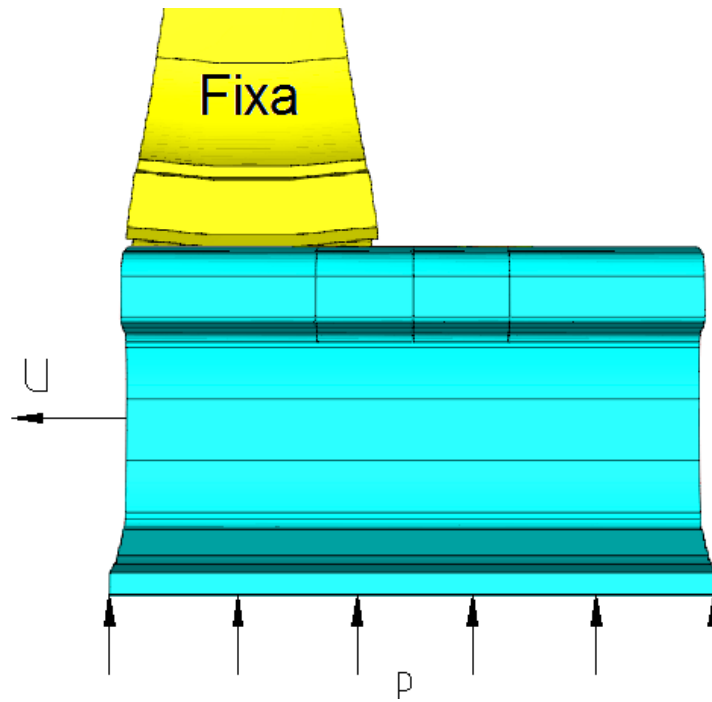
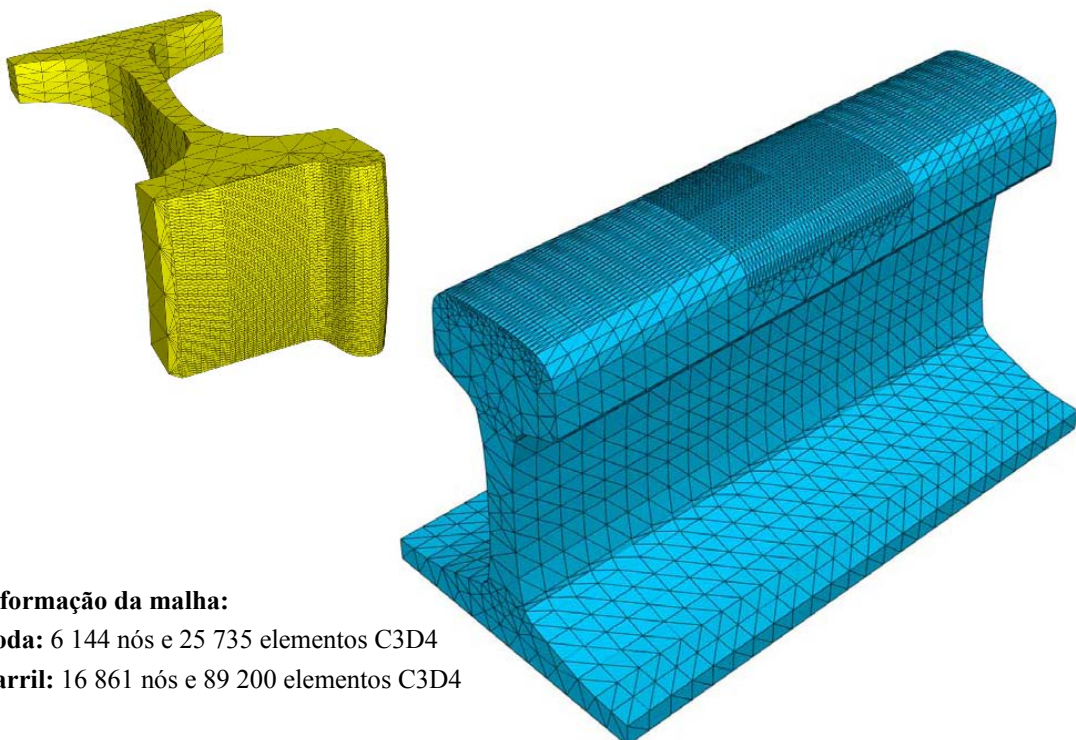


Fig. 5.7: Cargas e deslocamentos aplicados ao modelo para aplicar o critério de Dang Van ao carril.



**Informação da malha:**

**Roda:** 6 144 nós e 25 735 elementos C3D4

**Carril:** 16 861 nós e 89 200 elementos C3D4

Fig. 5.8: Malha de elementos finitos construída para aplicar o critério de Dang Van ao carril.

No decorrer da realização deste trabalho não foi possível realizar ensaios para determinar as propriedades mecânicas do material que constitui a roda e o carril. Por esta razão, o módulo de Young ( $E$ ), o coeficiente de Poisson ( $\nu$ ), o limite de vida à fadiga em flexão alternada ( $\sigma_e$ ) e o limite de fadiga do material quando solicitado em corte puro ( $\tau_e$ ), necessários para aplicação do critério de Dang Van, foram retirados de [10], e admitiu-se que a roda é fabricada no mesmo material que o carril. Nestas circunstâncias o trabalho apresentado visa a demonstração da metodologia da aplicação do critério sem pretender chegar a conclusões definitivas quanto à iniciação de defeitos, que carecia de estudos mais demorados e acesso a valores reais das propriedades mecânicas relevantes para o estudo.

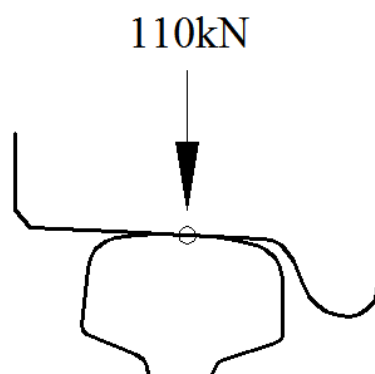
Estes dados foram utilizados aqui não na perspectiva de chegar a conclusões definitivas sobre a iniciação de fendas nos corpos estudados, mas sim para ilustrar a metodologia de aplicação do critério. Conclusões definitivas sobre a iniciação de fendas quer na roda quer no carril apenas poderiam ser propostas caso estivessem disponíveis as propriedades mecânicas relevantes para os materiais usados, o que não foi o caso.

**Tabela 5.1:** Propriedades do material da roda e do carril [40].

<b>E [GPa]</b>	<b><math>\nu</math></b>	<b><math>\sigma_e</math> [MPa]</b>	<b><math>\tau_e</math> [MPa]</b>
210	0,3	460	270

Note-se que o modelo usado é elástico, desprezando a plastificação provocada pelas tensões elevadas no contacto, e consequentes tensões residuais que daí advêm. Trata-se assim de uma aproximação, a partir da qual subsequentes estudos permitirão uma modelação mais realista dos fenómenos de danificação aqui abordados.

Neste estudo apenas uma situação de carregamento foi estudada, a situação em que existe apenas um ponto de contacto, e a carga aplicada é uma carga vertical de 110kN, como se indica na figura seguinte.



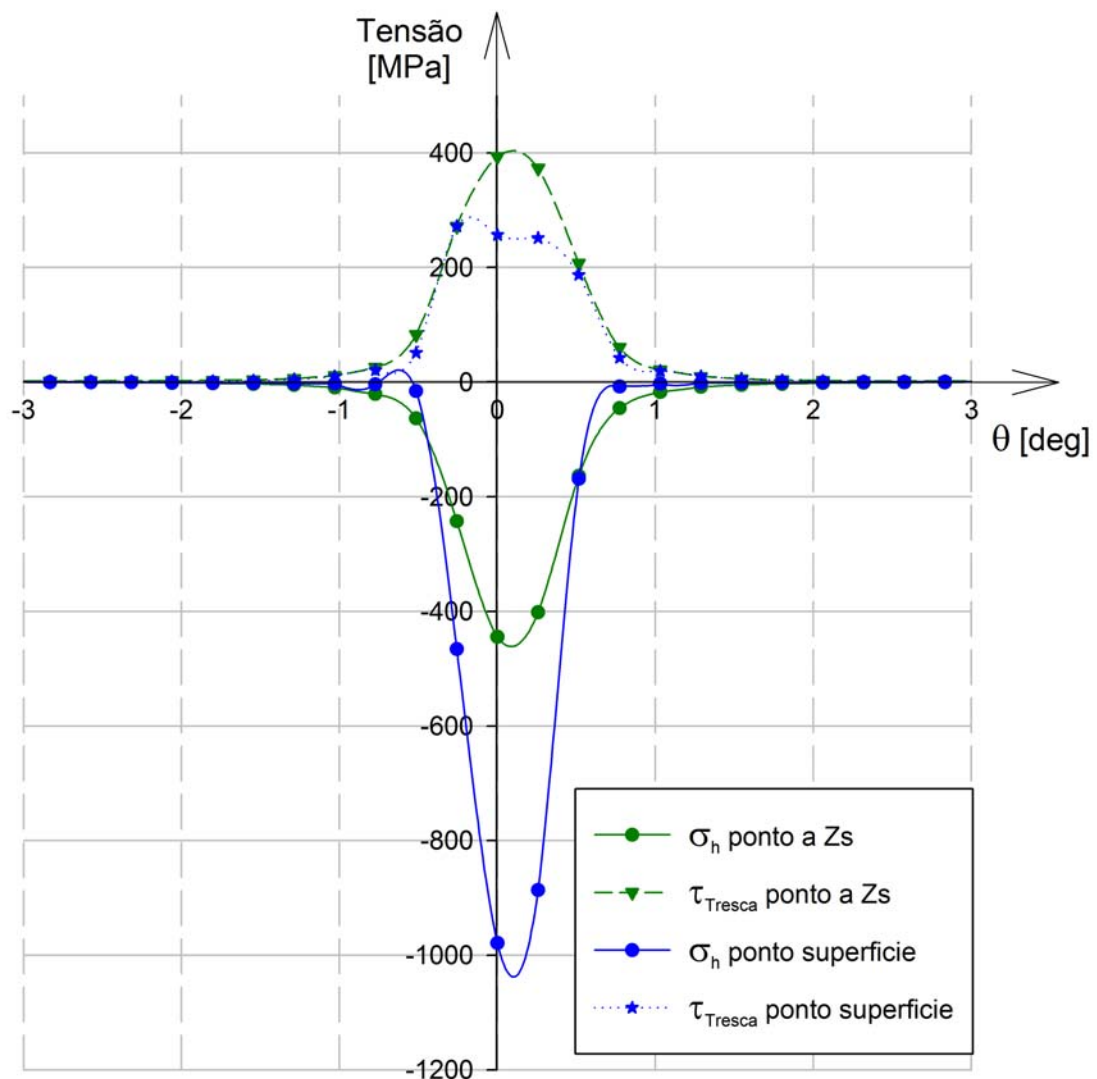
**Fig. 5.9:** Esquema estático da carga aplicada.

## 5.2. Apresentação de resultados

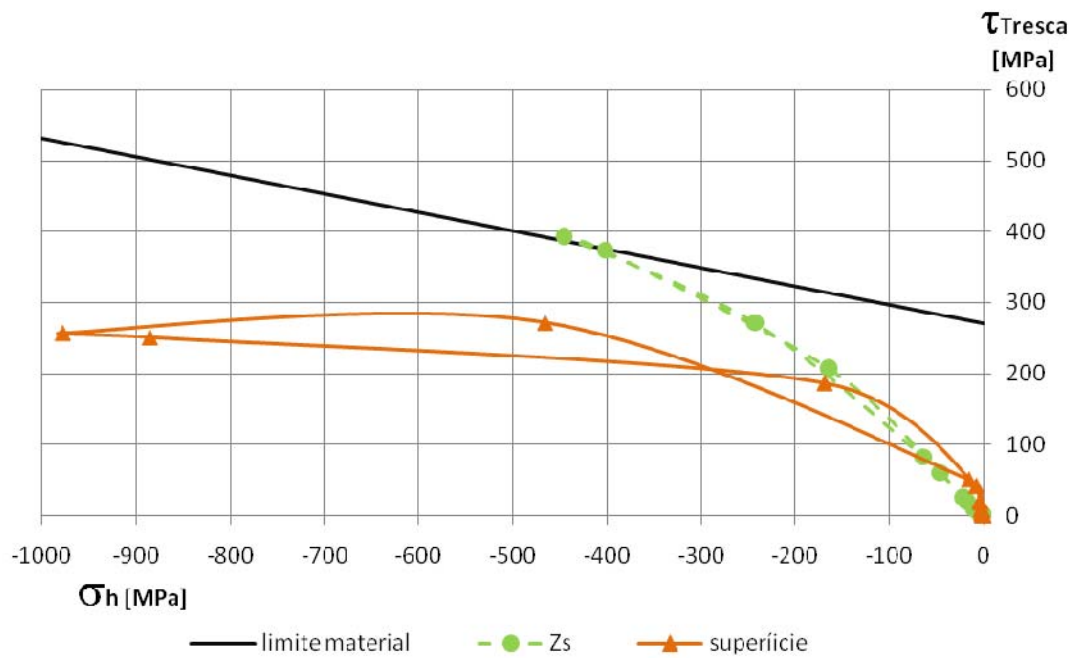
Em seguida são apresentados os gráficos com a evolução das tensões ao longo de um ciclo de carga e do critério de Dang Van aplicado à roda e ao carril. Para cada um dos casos foram analisados dois pontos situados no plano médio de cada um dos corpos, um à superfície onde surge a pressão hidrostática máxima, e outro em profundidade, no ponto onde surge a tensão de corte máxima (Zs).

A Fig.5.10 mostra a evolução das tensões nos pontos considerados ao longo do ciclo de carga da roda.

A Fig. 5.11 apresenta, para os dois pontos de interesse acima referidos, um ciclo de carregamento expresso nas variáveis de interesse para a utilização do critério de Dang Van.



**Fig. 5.10:** Gráfico com a evolução das tensões nos pontos considerados ao longo do ciclo de carga da roda



**Fig. 5.11:** Gráfico do critério de Dang Van aplicado à roda.

Com vista a melhor apreciar o carácter local do fenómeno do contacto, a Fig. 5.12 é constituída por duas partes. Na parte de baixo, apresenta-se a posição da roda sobre o carril; enquanto que o gráfico da parte superior mostra o correspondente estado de tensão nos pontos considerados. Visto que esta representação não permite apreciar da melhor forma as diferentes curvas, a Fig. 5.13 mostra uma ampliação (“zoom”) da região de interesse.

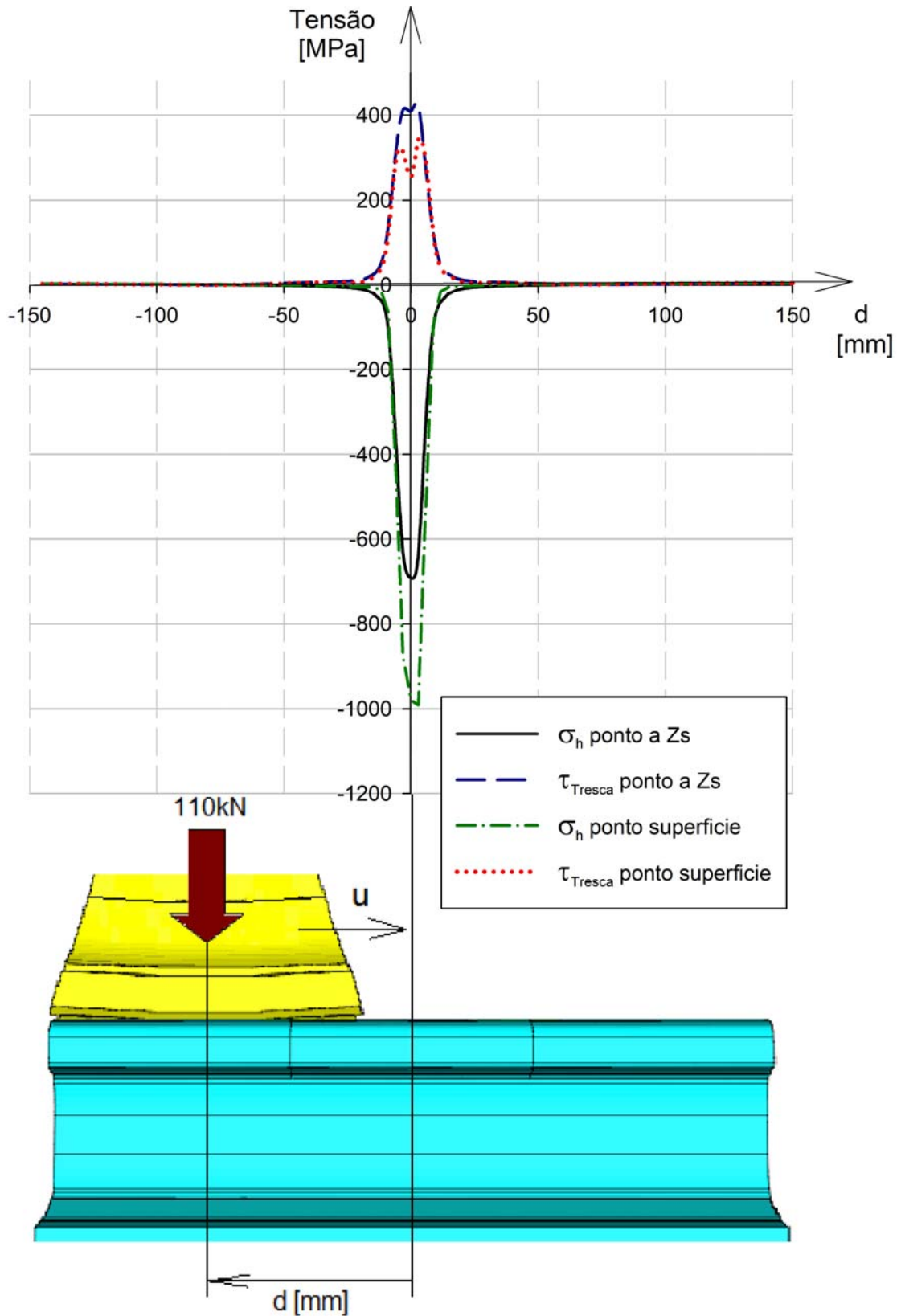


Fig. 5.12: Gráfico com a evolução das tensões nos pontos considerados ao longo do ciclo de carga do carril

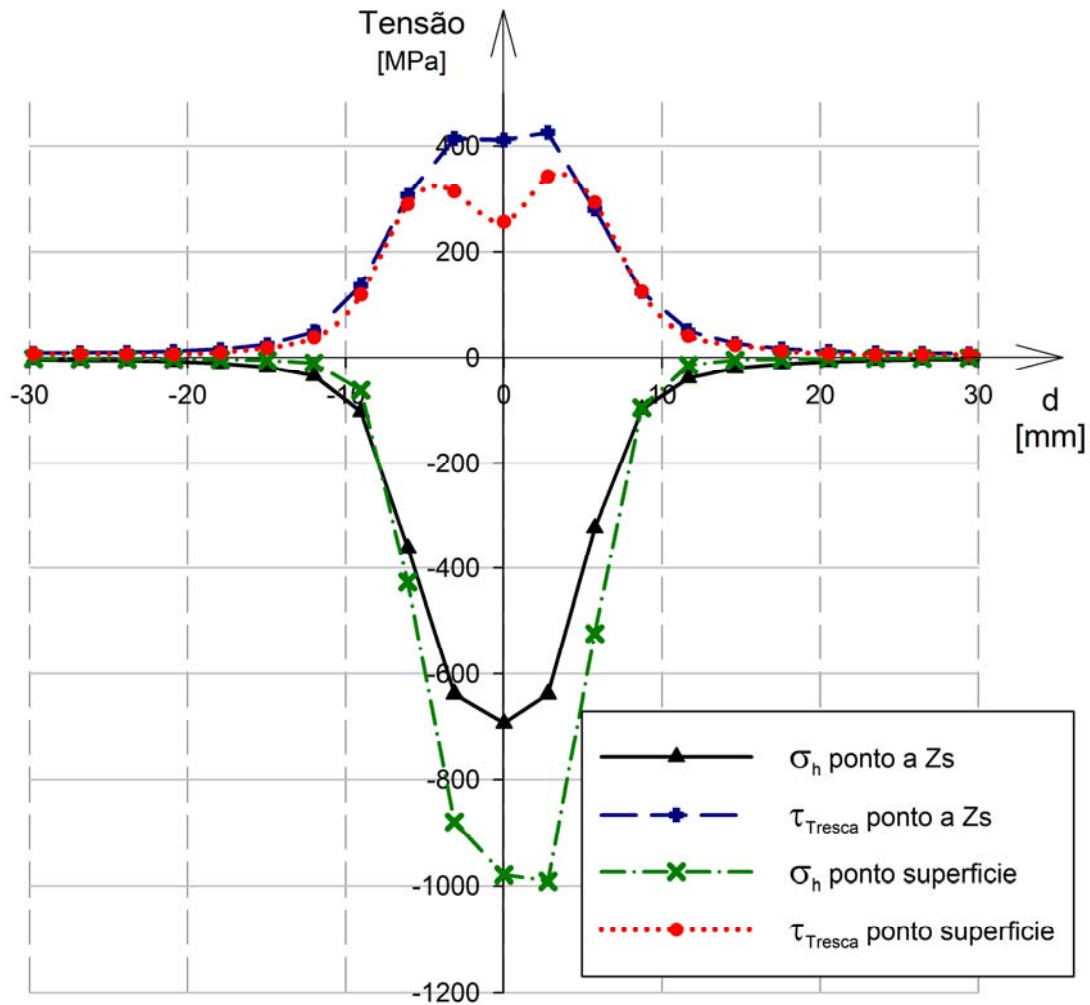
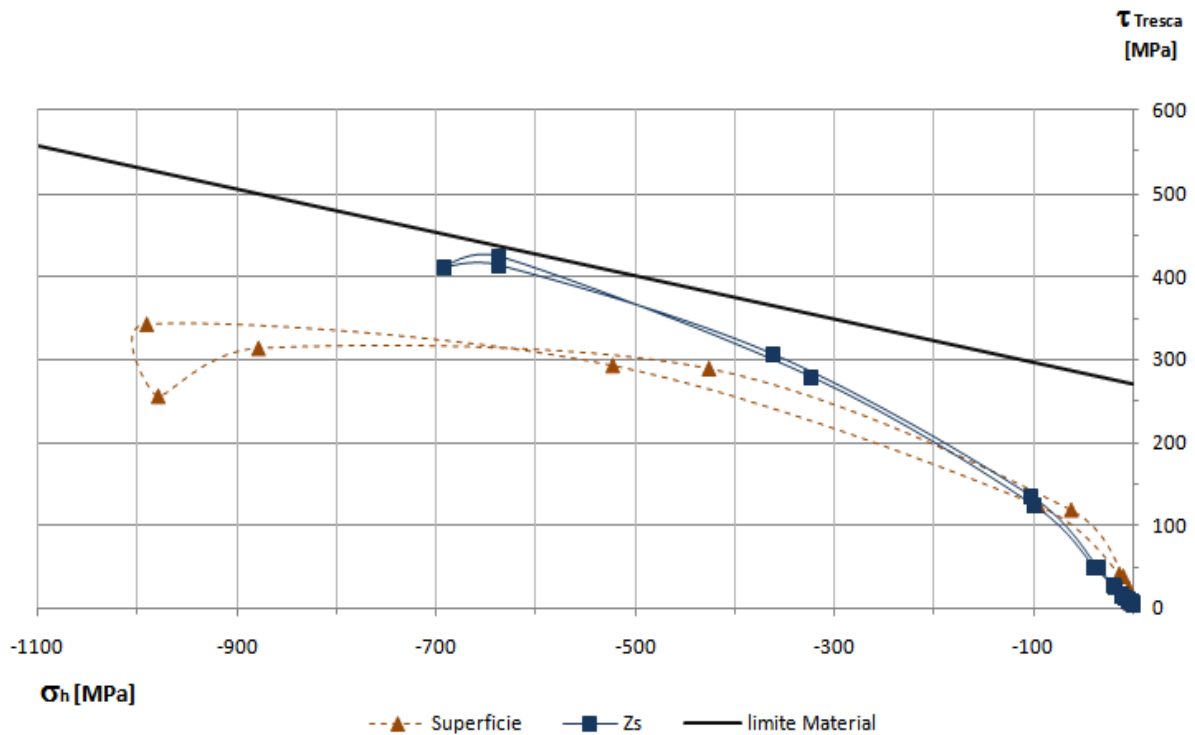


Fig. 5.13: Zoom da zona central do gráfico da Fig. 5.12.

Analisando as Fig. 5.12 e 5.13, verifica-se que existe uma irregularidade no valor da tensão  $\tau_{Tresca}$  do ponto localizado à superfície, para o valor de  $d=0$  mm. Pensa-se que este facto é fruto de imprecisão numérica associada a este cálculo de elementos finitos.





**Fig. 5.14:** Gráfico do critério de Dang Van aplicado ao carril.

Dado que a evolução das tensões  $\sigma_h$  e  $\tau_{Tresca}$  se realiza com variação simultânea, no mesmo sentido, do valor absoluto de cada uma delas, a representação do ciclo de carga nas Fig. 5.11 e 5.14 é uma linha coincidente para o carregamento e descarregamento. Nas Fig. 5.11 e 5.14 aparece um trajeto no carregamento ligeiramente diferente do de descarregamento; isso é resultado das medidas do estado de tensão não serem, obviamente, contínuas, mas pelo contrário serem realizadas com um determinado incremento espacial. Também, o carácter aproximado dos métodos numéricos utilizados, justifica alguma discrepância dos resultados obtidos.

### 5.3. Comentários finais e conclusões

A aplicação do critério de Dang Van em dois pontos distintos, para a roda e para o carril, surge com o objectivo de comparar qual dos factores, pressão hidrostática ou tensão de corte tem maior influência na iniciação de defeitos segundo este critério.

Verificou-se que o ponto onde ocorre o maior valor da tensão de corte máxima está mais próximo do limite de segurança previsto pelo critério de Dang Van do que o ponto onde ocorre o maior valor da pressão hidrostática.

Ao observar o gráfico do critério de Dang Van aplicado à roda, verifica-se que existe um ponto sobre, ou ligeiramente acima da linha de limite do material; isto significaria que é previsível que nesse ponto se inicie um defeito. Esta observação deve porém ter presente que não foram feitos ensaios mecânicos dos materiais, e a escolha de parâmetros para ilustrar a aplicação deste método foi baseada em dados disponíveis na literatura que não correspondem necessariamente à realidade desta aplicação.

## 6. Conclusões e sugestões de trabalhos futuros

### 6.1. Conclusões

No fim de cada um dos capítulos desta tese contendo os resultados obtidos, foram incluídas observações finais e conclusões parcelares que, por motivo de economia de espaço não serão repetidas aqui.

Neste capítulo serão apenas feitas observações finais de conjunto, e apresentadas sugestões para trabalhos que permitam aprofundar este, que visou estudar:

- a aplicação do método dos elementos finitos ao problema do contacto roda/carril;
- a aplicação do critério de Dang Van ao problema da iniciação de fendas nesse contacto.

A validação da utilização do software ABAQUS em problemas linear-elásticos de contacto com solução analítica conhecida, revelou elevada precisão, sugerindo que os resultados obtidos para os campos de tensão no contacto roda/carril também apresentam elevado rigor.

Foi feita a análise linear-elástica de dois problemas de contacto roda/carril, designadamente o do contacto num ponto, e o contacto em dois pontos (verdugo e mesa de rolamento).

Dado o período de tempo disponibilizado para a realização deste trabalho os resultados obtidos dizem respeito a um tratamento simplificado do problema real. A simplificação decorre da consideração de geometrias teóricas sem desgaste ou outras irregularidades, da não consideração de quaisquer efeitos não lineares como plasticidade, e da não consideração de quaisquer campos de tensão residuais.

Quanto ao problema de iniciação de fendas de fadiga, foi utilizada uma forma simplificada do critério de Dang Van recorrendo à tensão de corte máxima dada pelo critério de Tresca.

As limitações da análise de tensões, referidas nos parágrafos anteriores, designadamente a não consideração de plasticidade e de tensões residuais confere um carácter aproximado aos presentes resultados, que sobretudo pretendem ilustrar uma metodologia possível para o tratamento deste problema. Por estes motivos, não foi possível comparar os resultados obtidos neste trabalho com os resultados alcançados por K. Dang e M. H. Maitournam indicados na ref.[40].

De igual modo, uma análise mais rigorosa exigiria um conhecimento mais minucioso da dependência do estado de tensão com o tempo, ao longo de cada ciclo de carga. Por limitações de peso computacional, optou-se por fazer a caracterização da evolução do estado de tensão utilizando um número limitado de iterações.

O carácter ilustrativo da metodologia adoptada neste trabalho decorre também de, na ausência de medições experimentais realizadas, se terem utilizado propriedades mecânicas retiradas da literatura técnica, que possivelmente diferem das reais, para os exemplos tratados.

## 6.2. Sugestões de trabalhos futuros

Após o ponto de partida representado pelo presente trabalho, importa abordar no tocante ao contacto roda/carril os seguintes aspectos:

- consideração de geometrias desgastadas e/ou com irregularidades geométricas;
- consideração de efeitos não lineares, designadamente plasticidade;
- consideração de campos de tensão residuais.

Quanto à aplicação do critério de Dang Van, importará estudar com mais profundidade a influência do procedimento de cálculo da tensão de corte. Também, a comparação deste critério com outros aplicáveis a estados de tensão multiaxiais constitui um problema de grande interesse. Finalmente a realização de medidas laboratoriais das propriedades mecânicas relevantes, permitiria validar de forma substancial os trabalhos que venham a ser feitos.

## Referências

- [1] Coenraad Esveld, “Modern Railway Track”, MRT Productions, 2001.
- [2] Jorge H. O. Seabra, “Mecânica do Contacto Hertziano”, 2ª Edição, Faculdade de Engenharia Universidade do Porto, Departamento de Engenharia Mecânica e Gestão Industrial, Porto, 2003
- [3] P. Eschman, L. Hasbargen, K. Weigand, “Ball and Roller Bearings – Theory, Design and Application”, 2<sup>nd</sup> Edition, John Wiley & Sons, Chichester, UK, 1985, ISBN-0-471-26283-8.
- [4] S. P. Timoshenko, J. N. Goodier, “Theory of Elasticity”, 3<sup>rd</sup> Edition, McGraw-Hill Kogakusha, Tokio, 2000, ISBN 0-07-085805-5.
- [5] ABAQUS v6.7-1 documentation.
- [6] Peter Wriggers, “Computational Contact Mechanics”, John Wiley & Sons, Ltd, 2002, ISBN: 0-471-49680-4.
- [7] Anders Ekberg, Elena Kabo, “Fatigue of railway wheels and rails under rolling contact and thermal loading—an overview”, *Wear*, vol.258, 2005, pp.1288–1300
- [8] Darrell Socie, Gary B. Marquis, “Multiaxial Fatigue”, Society of Automotive Engineers, 1999. ISBN: 0768004535.
- [9] A. Ekberg, H. Bjarnehed, “Rolling Contact Fatigue of Wheel/Rail Systems - A Literature Survey”, Chalmers University of Technology, Göteborg, Sweden, 1995.
- [10] “Atlas of Wheel and Rail Defects”, UIC, 2004.
- [11] Train Derailment at Hatfield: A Final Report by the Independent Investigation Board, Office of Rail Regulation, July 2006 <http://www.rail-reg.gov.uk/upload/pdf/297.pdf>
- [12] Stuart L. Grassie, “Rolling contact fatigue on the British railway system: treatment”, *Wear*, vol.258, 2005, pp.1310–1318
- [13] Volker Esslinger, Rolf Kieselbach, Roland Koller, Bernhard Weisse, “The railway accident of Eschede – technical background”, *Engineering Failure Analysis*, vol.11, 2004, pp.515–535
- [14] H.A. Richard, M. Fulland, M. Sander, G. Kullmer, “Fracture in a rubber-sprung railway wheel”, *Engineering Failure Analysis*, vol.12, 2005, pp.986–999
- [15] D.F. Cannon, “The fight against rail rolling contact fatigue”, *International Railway Journal*, Dec.1999, [http://findarticles.com/p/articles/mi\\_m0BQQ/is\\_12\\_39/ai\\_58446312?tag=content](http://findarticles.com/p/articles/mi_m0BQQ/is_12_39/ai_58446312?tag=content); coll
- [16] L.F.M. da Silva, D.J. Stewardson, F.M.F. de Oliveira, P.M.S.T. de Castro, “Fatigue crack growth of rails for railways”, *Proc. Instn Mech. Engrs vol.217 Part F: J. Rail and Rapid Transit*, 2003, pp.89-97
- [17] S. Beretta, M. Boniardi, M. Carboni, H. Desimone, “Mode II fatigue failures at rail butt-welds”, *Engineering Failure Analysis*, vol.12, 2005, pp.157–165
- [18] P.J. Mutton, E.F. Alvarez, “Failure modes in aluminothermic rail welds under high axle load conditions”, *Engineering Failure Analysis*, vol.11, 2004, pp.151–166

- [19] Bozyslaw Bogdaniuk, Andrzej Massel, Rafal Radomski, “Increasing rail life by forecasting fatigue failure”, *NDT&E International*, vol.36, 2003, pp.131–134
- [20] Jonas W. Ringsberg, Francis J. Franklin, B. Lennart Josefson, “Fatigue evaluation of surface coated railway rails using shakedown theory, finite element calculations, and lab and field trials”, *International Journal of Fatigue*, vol.27, 2005, pp.680–694
- [21] F. J. Franklin, G.-J. Weeda, A. Kapoor, E.J.M. Hiensch, “Rolling contact fatigue and wear behaviour of the infrastar two-material rail”, *Wear*, vol.258, 2005, pp.1048–1054
- [22] D. F. Cannon, K.-O. Edel, S. L. Grassie, K. Sawley, “Rail defects: an overview”, *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, vol.26, 2003, pp.865–887
- [23] J. W. Ringsberg, H. Bjarnehed, A. Johansson, B. L. Josefson, “Rolling contact fatigue of rails - finite element modelling of residual stresses, strains and crack initiation”, *Proc Instn Mech Engrs*, vol.214 Part F, 2000, pp.7-19
- [24] J. Tunna, J. Sinclair, J. Perez, “A review of wheel wear and rolling contact fatigue”, *Proc. IMechE* vol.221 Part F: *J. Rail and Rapid Transit*, 2007, pp.271-289
- [25] E. Lansler, A. Ekberg, E. Kabo, H. Andersson, “Influence of plastic deformations on growth of subsurface rolling contact fatigue cracks in railway wheels”, *Proc. IMechE*, vol.220 Part F: *J. Rail and Rapid Transit*, 2006, pp.461-472
- [26] M. Sitarz, A. Ślaskowski, K. Bizon, K. Chruzik, “Designing of railway wheels. Part 1: finite element method”, *Proc. IMechE*, vol.219 Part F: *J. Rail and Rapid Transit*, pp.91-110
- [27] M. Sitarz, A. Ślaskowski, K. Bizon, K. Chruzik, “Designing of railway wheels. Part 2: comparison of numerical analysis and experimental research”, *Proc. IMechE* vol.219 Part F: *J. Rail and Rapid Transit*, pp.111-120
- [28] M. Kuna, M. Springmann, K. Mädler, P. Hübner, G. Pusch, “Fracture mechanics based design of a railway wheel made of austempered ductile iron”, *Engineering Fracture Mechanics*, vol.72, 2005, pp.241–253
- [29] R. Fuoco, M.M. Ferreira, C.R.F. Azevedo, “Failure analysis of a cast steel railway wheel”, *Engineering Failure Analysis*, vol.11, 2004, pp.817–828
- [30] H. Sakamoto, K. Hirakawa, “Prevention of railroad wheel fracture”, *JSME International Journal, Series A*, vol.46, (4), 2003, pp.613-619
- [31] I.Y. Shevtsov, V.L. Markine, C. Esveld, “Design of railway wheel profile taking into account rolling contact fatigue and wear”, *Wear*, 2008, in press
- [32] J. Jösön, E. Svensson, J. T. Christensen, “Strain gauge measurement of wheel–rail interaction forces”, *Journal of Strain Analysis*, vol 32 (3), pp.183-191
- [33] Per Gullers, Lars Andersson, Roger Lundén, “High-frequency vertical wheel–rail contact forces - Field measurements and influence of track irregularities”, *Wear*, 2008, in press
- [34] X. Lu, J. Cotter, D.T. Eadie, “Laboratory study of the tribological properties of friction modifier thin films for friction control at the wheel/rail interface”, *Wear*, vol.259, 2005, pp.1262–1269

- [35] C. Andersson, T. Dahlberg, “wheel/rail impacts at a railway turnout crossing”, *Proc Instn Mech Engrs* vol.212 Part F, 1998, pp.123-134
- [36] Uwe Zerbst, Katrin Mädler, Hartmut Hintze, “Fracture mechanics in railway applications—an overview”, *Engineering Fracture Mechanics*, vol.72, 2005, pp.163–194
- [37] S. Iwnicki, “Simulation of wheel-rail contact forces”, *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, vol.26, 2003, pp.887-900.
- [38] Aleksander Sladkowski, Marek Sitarz, “Analysis of Wheel-rail interaction using FE software”, *Wear*, vol.258, 2005, pp.1217-1223.
- [39] Yongming Liu, Liming Liu, Sankaran Mahadevan, “Analysis of subsurface crack propagation under rolling contact loading in railroad wheels using FEM”, *Engineering Fracture Mechanics*, vol.74,2007, pp.2659-2674.
- [40] J.W. Ringsberg, M. Loo-Morrey, B.L. Josefson, A. Kapoor, J.H. Beynon, “Prediction of fatigue crack initiation for rolling contact fatigue”, *International Journal of Fatigue*, vol.22, 2000, pp.205-215.
- [41] K. Dang Van, M. H. Maitournam, “On some recent trends in modelling of contact fatigue and wear in rail”, *Wear*, vol.253, 2002, pp.219-227.
- [42] Youngming Liu, Liming Liu, Brant Stratman, Sankaran Mahadevan, “Multiaxial fatigue reliability analisys of railroad wheels”, *Reliability Engineering and System Safety*, vol.93, 2008, pp.456-467.
- [43] P.M.S.T. de Castro, “Problemas mecânicos dos veículos de tracção”, *Revista Engenharia*, (AEFEUP), IV série, (5) Abril-Junho 1991, pp.31-45.
- [44] T.W. McDevitt, T.A. Laursen, “A mortar-finite element formulation for frictional contact problems”, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol.48, 2000, pp.1525-1547.
- [45] *Jornal Oficial das Comunidades Europeias*, 12 de Setembro de 2002, L 245 / pp.143-279.
- [46] Comunicação pessoal, EMEF, 2008.

Partes do presente trabalho foram objecto das seguintes apresentações públicas:

- Daniel F. C. Peixoto *et al*, “Wheel/rail contact: stress analysis”, *poster* apresentado no 16th International Symposium EURNEX – Žel 2008 “Towards more competitive European rail system”, Žilina, Eslováquia, 4-5 de Junho de 2008
- Daniel F. C. Peixoto, apresentação em: Seminário de investigação no quadro dos projectos EU ‘DATON’ AST3-CT-2004-516053, FCT ‘EURNEX’ POCI / V.5 / C0006 / 2005, FCT ‘WELDING’ PTDC/EME-TME/66362/2006, destinado a investigadores do Depart. de Eng. Civil da FEUP, nas instalações do INEGI-IDMEC FEUP, Porto, 25 de Junho de 2008
- Daniel F. C. Peixoto, Lucas F. M. da Silva, Luís A. A. Ferreira *et al*, “Material Circulante: Requisitos, Materiais e Tecnologias - Introdução geral, alguns resultados e competências na FEUP”, Ciclo de Formação Avançada na Ferrovia – Módulo Geral, FEUP – Centro de Saber da Ferrovia, Porto, 7-8 Julho 2008





**ANEXO A****Código MATLAB para cálculo das tensões no interior de sólidos em contacto linear.**

```
% Cálculo das tensões no interior de sólidos em contacto linear
```

```
clc
```

```
clear all
```

```
L=10/1000; % comprimento do contacto [m]
```

```
Fn=0.24; % Força normal aplicada [N]
```

```
% Corpo1
```

```
R1=12/1000; % raio[m]
```

```
E1=30e6; % [Pa]
```

```
nu1=0.25;
```

```
% Corpo2
```

```
R2=15.8/1000; % raio[m]
```

```
E2=30e6; % [Pa]
```

```
nu2=0.25;
```

```
E=1/((1-nu1^2)/E1+(1-nu2^2)/E2);
```

```
Rx=1/(1/2*(1/R1+1/R2));
```

```
a=sqrt(2*Fn*Rx/(pi*L*E)) % largura do contacto[m]
```

```
p0=sqrt(2*Fn*E/(pi*L*Rx)) % pressão máxima de Hertz
```

```
nu=nu1; % calcula as tensões no sólido 1
```

```
% nu=nu2; % calcula as tensões no sólido 2
```

```
% Tensões no interior de sólidos em contacto linear
```

```
intervalo=a/15;
```

```
nintervalos=45;
```

```
z=1e-8;
```

```
S=zeros(nintervalos^2,6);
```

```
for j=1:nintervalos
```

```
    x=0;
```

```
    for i=1:nintervalos
```

```
        M=sqrt((a+x)^2+z^2);
```

```
        N=sqrt((a-x)^2+z^2);
```

```
        fi1=pi*(M+N)/(M*N*sqrt(2*M*N+2*x^2+2*z^2-2*a^2));
```

```
        fi2=pi*(M-N)/(M*N*sqrt(2*M*N+2*x^2+2*z^2-2*a^2));
```

```

S11=-a/Rx*E/pi*(z*((a^2+2*z^2+2*x^2)*fi1/a-2*pi/a-3*x*fi2));
S22=-a/Rx*E*2*nu/pi*(z*((a^2+z^2+x^2)*fi1/a-pi/a-2*x*fi2));
S33=-a/Rx*E/pi*(z*(a*fi1-x*fi2));
T13=-a/Rx*E/pi*(z^2*fi2);
n=(j-1)*nintervalos+i;
S(n,1)=x;
S(n,2)=z;
S(n,3)=S11;
S(n,4)=S22;
S(n,5)=S33;
S(n,6)=T13;
x=x+intervalo;
end
z=z+intervalo;
end
%Escrever ficheiro com as tensões
fid = fopen('Sigmas.txt', 'w+');
for m=1:n
    for k=1:6
        fprintf(fid, strcat(num2str(S(m,k)), '\t'));
    end
    fprintf(fid, '\n');
end
%Tensões Principais Segundo OZ
intervaloP=a/50;
nintervalosP=4*a/intervaloP;
z=0;
SP=zeros(nintervalosP,4);
for j=1:nintervalosP
    SP1=-a/Rx*E*((sqrt(1+(z/a)^2)-z/a)^2/(sqrt(1+(z/a)^2))); % [Pa]
    SP2=-a/Rx*E*2*nu*((sqrt(1+(z/a)^2)-z/a)); % [Pa]
    SP3=-a/Rx*E/(sqrt(1+(z/a)^2)); % [Pa]

    SP(j,1)=z;
    SP(j,2)=SP1;
    SP(j,3)=SP2;

```

```
SP(j,4)=SP3;
z=z+intervaloP;
end
plot(SP(1:j,1:2))
plot(SP(1:j,1:3))
plot(SP(1:j,1:4))
% Valores máximos das tensões segundo OZ
disp('Valores máximos das tensões segundo OZ [Pa]')
Sxx_max=-a/Rx*E
Syy_max=-2*nu*a/Rx*E
Szz_max=-a/Rx*E
% Critério de Tresca
% Valor máximo da Tensão de Corte Máxima (Critério de Tresca)
disp('Critério de Tresca')
disp('  profundidade a que ocorre [m]')
Zs=0.7861*a %profundidade a que ocorre
disp('  Valor máximo da Tensão de Corte [Pa]')
Tresca=0.3*a/Rx*E
% Tensão de Corte octaédrica maxima (Critério de von-Mises)
disp('Critério de von-Mises')
disp('  Valor máximo da Tensão de Corte octaédrica [Pa]')
MisesMax=0.270*a/Rx*E
disp('Consultar o ficheiro Sigmas para uma análise mais detalhada dos resultados')
```

**ANEXO B****Código MATLAB para cálculo das tensões no interior de sólidos em contacto pontual**

```

%Determinação da solução do problema de Hertz
%Pressão de Hertz aplicada sobre uma área elíptica

clc
clear all
format short e;

%Força normal aplicada [N]
Fn=22.5e3*9.81/2

%Carril
Rx1=300e-3;    %raio na direcção x [m]
Ry1=inf;      %raio na direcção y [m]
E1=210e9;     %Módulo de Young [Pa]
nu1=0.3;      %Coef. Poisson

%Roda
Rx2=inf;      %raio na direcção x [m]
Ry2=445e-3;  %raio na direcção y [m]
E2=210e9;     %Módulo de Young [Pa]
nu2=0.3;      %Coef. Poisson

%Curvaturas equivalentes (A e B)
Rx=1/(1/2*(1/Rx1+1/Rx2));
Ry=1/(1/2*(1/Ry1+1/Ry2));

if Rx<Ry
    A=1/Rx
    B=1/Ry
else
    A=1/Ry
    B=1/Rx
end

%Razão de curvaturas
AB=A/B

%Módulo de Young Equivalente (Eeq)
Eeq=1/((1-nu1^2)/E1+(1-nu2^2)/E2);

%Cálculo dos Factores para a solução do problema de Hertz
%Método iterativo para determinação de k (elipticidade)

k0=(AB)^(-2/3);
erro=100;
while erro>1e-5

```

```

e2=1-k0^2;
[Ke,Ee] = ellipke(e2,1e-5);
klinha=sqrt(Ee/((Ke-Ee)*AB+Ke));
kn=(k0+klinha)/2;
erro=abs(kn-k0)/k0*100;
k0=kn;
end

kh=kn
e2=1-kh^2
[Ke,Ee] = ellipke(e2,1e-5);%Integrais elipticos completos
Ke
Ee
Ca=(3*kh*Ee/(2*pi))^(1/3)
Cdelta=(3*kh*Ke)/2
Cs=3*kh/(2*pi*(Ca^3))

%Determinação das dimensões da área de contacto
a=Ca*(Fn/((A+B)*Eeq))^(1/3) % [m]
b=a/kh % [m]

%Determinação da penetração (delta) [m]
delta=Cdelta*Fn/(pi*a*Eeq)

%Pressão máxima de Hertz (p0)[Pa]
p0=3*Fn/(2*pi*a*b)

%Pressão média no interior do contacto (pm)[Pa]
pm=Fn/(pi*a*b)

Sref=a*(A+B)*Eeq; % tensão de referência
pref=p0/Sref % pressão de referência [Pa]

nu=nu1;

% Tensões no interior de sólidos [Pa]
nint=401;
SZ=zeros(nint,6);

kza=linspace(1e-6,2,nint);%k*z/a
kzb=kza*kh;
kh2=kh*kh;

theta=sym('theta');
inte=sqrt(1-e2*(sin(theta))^2);
intf=1/inte;

% Tensões ao longo do eixo OZ
for j=1:nint

kza2=kza(j)*kza(j);

```

```

kzb2=kzb(j)*kzb(j);

zeta=kzb(j);
phi=acot(zeta);

intE_phie=int(inte,theta,0,phi);
E_phie=double(intE_phie);

intF_phie=int(intf,theta,0,phi);
F_phie=double(intF_phie);

T=kh*sqrt((1+kza2)/(1+kzb2));

omegax=1/2*(T-1)+zeta*(F_phie-E_phie);
omegaxl=1-(T/kh2)+zeta*((E_phie/(kh^2))-F_phie);

omegay=1/2+(1/(2*T))-(T/(kh^2))+zeta*((E_phie/(kh^2))-F_phie);
omegayl=-1+T+zeta*(F_phie-E_phie);

% Determinação das Tensões sxx, syy, szz
Sxx=2*kh/e2*(omegax-nu*omegaxl); %sxx/p0
Syy=2*kh/e2*(omegay-nu*omegayl); %syy/p0
Szz=-kh/e2*((1-(T^2))/T); %szz/p0

% Determinação das Tensões: tau e toct

Smax=max(Sxx,Syy);
Smin=Szz;

tau=1/2*(Smax-Smin);

toct=1/3*sqrt((Sxx-Syy)^2+(Syy-Szz)^2+(Szz-Sxx)^2);

SZ(j,1)=kza(j);
SZ(j,2)=Sxx;
SZ(j,3)=Syy;
SZ(j,4)=Szz;
SZ(j,5)=tau;
SZ(j,6)=toct;

if j==1
    tau_max=tau;
    ztau_max=kza;
    toct_max=toct;
    ztoct_max=kza;
end

if tau>tau_max
    tau_max=tau;
    ztau_max=kza(j);
end

```

```
    if toct>toct_max
        toct_max=toct;
        ztoct_max=kza(j);
    end

end

% Valores máximos das tensões tau e toct e profundidade a que ocorrem
tau_max
ztau_max

toct_max
ztoct_max

% Determinação da tensão de corte ortogonal - txz

% Representação das Tensões segundo Z
figure(10);

plot(SZ(:,2),SZ(:,1),'b',SZ(:,3),SZ(:,1),'k',SZ(:,4),SZ(:,1),'r',SZ(:,5),SZ(:,1),'b',SZ(:,6),SZ(:,1),'
k');
axis ij;
grid on;
xlabel('s/p0'); ylabel('kz/a'); title('Tensões SZx/p0, SZy/p0, SZz/p0');

%Escrever ficheiro com as tensões segundo Z
fid = fopen('CH_SZ.txt', 'w+');

for m=1:nint
    for k=1:6
        fprintf(fid, strcat(num2str(SZ(m,k)), '\t'));
    end
    fprintf(fid, '\n');
end
```