

# 「位置エネルギー」に関する教材の開発

## —位置エネルギー概念を把握させるためのガウス加速器の活用に向けて—

越 智 啓 太・奥 沢 誠

群馬大学教育学部理科教育講座物理学教室

### Development of teaching materials for potential energy —For the use of a Gaussian accelerator in order to understand the concept of potential energy—

Keita OCHI and Makoto OKUSAWA

Department of Physics, Faculty of Education, Gunma University

キーワード：ガウス加速器、エネルギー、位置エネルギー、エネルギー保存則

Keywords : Gauss Accelerator, energy, potential energy, conservation of energy

(2011年10月31日受理)

#### 1 はじめに

最も基本的な物理法則のひとつであるエネルギー保存則は、古典力学において、「位置エネルギーと運動エネルギーの和は一定である」と表現できる。しかし、エネルギーの概念は抽象的であるため捉えにくく、中学校の理科の内容の中でも「難しい」ものの最右翼にあげられる。特に、位置エネルギーは捉えにくいものとされている<sup>1)</sup>。これは、位置エネルギーはpotential energyの訳語であり、potentialは「潜在的な、可能性のある」を意味することからも想像できる。元来「潜在的な」エネルギーであるため、位置エネルギーを直接的に捉えるのが難しいことはむしろ当然ともいえる。

位置エネルギーの学習において、中学校では、重力による位置エネルギー、高等学校では、重力の他に弾性力や静電気力による位置エネルギーが取り扱われている。中学校で扱われる重力はその大きさが一定と見なされる範囲であり、位置エネルギーの学習では斜面を下る物体と振子の実験が行われる。高等学校では重

力や静電気力はそれぞれ万有引力の法則、クーロンの法則に従うものとして扱われるが、この範囲で位置エネルギーについての実験を行うことは簡単ではない。また、弾性力の場合は単振動（調和振動）を例として、弾性力の大きさは変位に比例するとする。弾性力による位置エネルギーに関する実験はばねで台車を打ち出すなど考えられるが、効果的な実験は教科書には見当たらないようである。

位置エネルギーは、ここで挙げた力に加えて、磁力による位置エネルギーもあるが、あまり取り扱われてこなかった。ところが、近年強力な希土類磁石が安価に入手できるようになったため、磁石を使った効果的な教材の開発がなされている。これらの中に磁気線形加速器の一種であるガウス加速器と呼ばれる教材がある<sup>2)</sup>。これは組み立てが比較的簡単ではあるものの、鉄製のベアリングの運動エネルギー（速度）を急速に増加させることのできる装置である。この運動エネルギーの劇的な変化から、エネルギー保存則が成立しないような感覚にとらわれる。このため、ガウス加速器は、磁場エネルギー、磁気力など幾つかの物理概念の

教材としての可能性も持っているが、特に位置エネルギーやエネルギー保存則についての興味・関心を強く喚起できる教材として期待できる。

ガウス加速器は、写真1のように、鉄球とネオジウム磁石によって構成されている。入射鉄球（写真1の一番右側の鉄球）をネオジウム磁石に近づけると、磁力による位置エネルギーが入射鉄球の運動エネルギーに変換されるので、鉄球が加速される。この鉄球がネオジウム磁石に衝突した際、この入射鉄球の運動エネルギーは、運動量保存則により発射側の鉄球へ伝達される。その入射鉄球の持つ運動エネルギーが発射鉄球の磁力による位置エネルギーより大きい場合、発射鉄球は力学的エネルギー保存則より運動エネルギーを得ることができる。この時、発射鉄球は大きな速度で発射されることがある。以上のことから、ガウス加速器は発射鉄球を加速させる能力を持つ装置であるといえる。

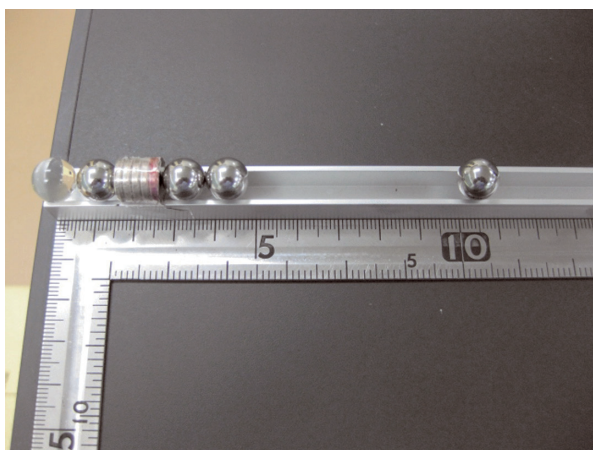


写真1 ガウス加速器（発射側に1個、入射側に2個の鉄球が引き付けられた配置の例）。一番右側の鉄球が入射鉄球。左端にはビー玉が配置されている。

磁力による位置エネルギー測定用のガウス加速器が開発されている<sup>3)</sup>。そこではガウス加速器の磁石の磁力と鉄球にかかる重力とのつり合いと、磁石と鉄球の距離との関係から、ガウス加速器の磁石の磁力による位置エネルギーの算出を行っている。また、水平投射用にガウス加速器を設置し、発射される鉄球の運動エネルギーを算出している。2つの実験から算出された、磁石の持つ磁力による位置エネルギーと発射時のその球の運動エネルギーとを比較することによって、位置エネルギー測定用のガウス加速器の評価を行った。

この研究では発射球に鉄球を使用している。このた

めに、発射鉄球の発射時の運動エネルギーと、（入射鉄球の）磁力による位置エネルギーを比較する際には、先に述べたように発射鉄球に作用する磁力による位置エネルギーを考慮しなければならない。つまり、磁石の磁力による位置エネルギーを測定する際に、既存の装置では発射鉄球の磁力による位置エネルギーという複雑な要因が含まれてしまうので、教育現場の中では扱いにくいと考えられる。

本研究では、位置エネルギー測定用のガウス加速器の改良を行い、その装置を、位置エネルギー概念を捉えやすくする教材に改良することを目的とした。主要な改良点は、磁石の磁力からの影響が発射球に全く及ばないようにするため、写真1のように磁場と相互作用しないガラス球を発射球に採用したことである。

本論文では、第2章で平成20年告示の学習指導要領から「エネルギー」と「磁気」の学習に関する部分をまとめ、第3章でガウス加速器の原理、第4章で実験方法、第5章で結果及び考察、第6章で結論について述べる。

## 2 学習指導要領での「エネルギー」と「磁気」の取り扱い

小中高等学校の学習指導要領で取り扱われる「エネルギー」と「磁気」についてまとめる。まず「エネルギー」については小学校では取り扱われない。中学校では、中学校第3学年で仕事とエネルギー、力学的エネルギーの保存、高等学校の「基礎物理」で、運動エネルギーと位置エネルギー、力学的エネルギーの保存という内容が取り扱われる。

また、「磁気」の内容は、小学校第3学年で磁石と引きつけられる物、異極と同極、小学校第5学年で、電磁石の強さ、鉄心の磁化、極の変化であり、（電）磁石に関わるものである。中学校では第2学年で電流がつくる磁界、磁界中の電流が受ける力、電磁誘導、高等学校の「物理」では電流による磁界、電流が磁界から受ける力、電磁誘導が取り扱われる内容であり、アンペールの回路定理、ローレンツ力、及びファラデー（電磁誘導）の法則が繰返し取り上げられる。ガウス加速器の原理である磁気に関するクーロンの法則にはあらわには触れられていない。以下に20年度版小中学校学習指導要領と21年度版高等学校学習指導要領の「エネ

ルギー」と「磁気」の磁石に関わる部分を抜粋して示す。

#### 小学校学習指導要領<sup>4)</sup>

### 第2章 各教科

#### 第4節 理科

#### 第2 各学年の目標及び内容

#### 〔第3学年〕

#### 2 内容

#### A 物質・エネルギー

#### (4) 磁石の性質

磁石につく物や磁石の働きを調べ、磁石の性質についての考えをもつことができるようにする。

ア 物には、磁石に引き付けられる物と引き付けられない物があること。また、磁石に引き付けられる物には、磁石に付けると磁石になる物があること。

イ 磁石の異極は引き合い、同極は退け合うこと。

#### 中学校学習指導要領<sup>5)</sup>

### 第2章 各教科

#### 第4節 理科

#### 第2 各分野の目標及び内容

#### 〔第1分野〕

#### 2 内容

#### (5) 運動とエネルギー

物体の運動やエネルギーに関する観察、実験を通して、物体の運動の規則性やエネルギーの基礎について理解させるとともに、日常生活や社会と関連付けて運動とエネルギーの初歩的な見方や考え方を養う。

#### イ 力学的エネルギー

#### (ア) 仕事とエネルギー

仕事に関する実験を行い、仕事と仕事率について理解すること。また、衝突の実験を行い、物体のもつエネルギー量は物体が他の物体になしうる仕事で測れることを理解すること。

#### (イ) 力学的エネルギーの保存

力学的エネルギーに関する実験を行い、運動エネルギーと位置エネルギーが相互に

移り変わることを見だし、力学的エネルギーの総量が保存されることを理解すること。

#### 高等学校学習指導要領<sup>6)</sup>

### 第2章 各学科に共通する各教科

#### 第5節 理科

#### 第2款 各科目

#### 第2 物理基礎

#### 2 内容

#### (1) 物体の運動とエネルギー

日常に起こる物体の運動を観察、実験などを通して探究し、それらの基本的な概念や法則を理解させ、運動とエネルギーについての基礎的な見方や考え方を身に付けさせる。

#### ウ 力学的エネルギー

#### (ア) 運動エネルギーと位置エネルギー

運動エネルギーと位置エネルギーについて、仕事と関連付けて理解すること。

#### (イ) 力学的エネルギーの保存

力学的エネルギー保存の法則を仕事と関連付けて理解すること。

## 3 ガウス加速器の原理

### 3-1 エネルギーの形態とエネルギー変換

前章でも述べたように、中学校の理科や、高等学校の物理の科目では、「エネルギー」についての学習が行われており、取り扱われるエネルギーの形態も様々である。

エネルギーには様々な形態があり、視点により様々な分類法があるが、中高等学校の範囲では大まかに、力学的エネルギー、電磁気エネルギー、熱エネルギー等に分けることができる。表1に、エネルギーの形態を種別ごとに分けたものをまとめた。

表1 エネルギーの分類

力学的エネルギー	電磁気エネルギー	熱エネルギー	その他のエネルギー
運動エネルギー 位置エネルギー 弾性エネルギー	電気エネルギー 磁気エネルギー	熱エネルギー	光エネルギー 音エネルギー etc.

尚、力学的エネルギーに属するとして「位置エネル

ギー」には、力の種類は異なるが、位置の関数としてのエネルギーとの視点からは、重力以外に、電気力や磁力も含めることができる。

エネルギーの形態が変わることや形態を変化させることをエネルギー変換という。

### 3-2 ガウス加速器でのエネルギー変換

エネルギー変換は、ガウス加速器の中でも行われている。ガウス加速器に参与するエネルギーとして、力学的エネルギー（運動エネルギー、位置エネルギー（重力、磁力））と、熱エネルギーが挙げられる。以下に各々のエネルギーの概要について述べる。

#### (1) 力学的エネルギー

本研究で用いるガウス加速器では、鉄球とビー玉といった物体が運動する。これらの物体は球状の剛体とみなされるから、運動は重心の運動と重心の周りの回転運動とに分離できる。その物体の重心運動の速度を  $v$ 、物体の質量を  $m$  としたとき、物体の並進の運動エネルギー  $K_t$  は、

$$K_t = \frac{1}{2} m v^2 \quad (1)$$

である。

また、物体の慣性モーメントを  $I$ 、角速度を  $\omega$  としたとき、物体の重心の周りの回転エネルギー  $K_r$  は、

$$K_r = \frac{1}{2} I \omega^2 \quad (2)$$

と表される。特に、物体が一様な球とみなされ、球が滑らずに地面を転がっているとき、(2) は、

$$K_r = \frac{1}{5} m v^2 \quad (3)$$

と表すことができる。

また、物体の位置を  $r$ 、物体に及ぼされる保存力を  $F(r)$  とすると、その力によるポテンシャルエネルギー  $U(r)$  は、

$$U(r) = - \int^r F(r) dr \quad (4)$$

と表すことができる。

磁石の磁場による位置エネルギーは、磁極の大きさが無視できる場合は磁極間の距離に反比例するが、磁極が有限の大きさをもつ場合は解析的な式で表されるとは限らない。

以上 (1) ~ (4) より、一様な球状の物体の持つ全エネルギー  $E$  は力学的エネルギー保存則より、

$$E = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} I \omega^2 + U(r) \quad (5-a)$$

であるが、特に滑らず回転する場合は、

$$E = \frac{7}{10} m v^2 + U(r) \quad (5-b)$$

と表すことができる。

#### (2) 熱エネルギー

力学的エネルギーが変化して熱エネルギーになる現象は日常的によく観察される。例えば、手をこすり合わせた時、摩擦によって手は熱くなる。このように、摩擦によって生じる熱のことを摩擦熱といい、物体を運動させたとき、運動エネルギーの一部が熱エネルギー（摩擦熱）に変化している。

物体に及ぼされる垂直抗力を  $R$ 、動摩擦係数を  $\mu$ 、物体が移動した距離を  $L$  としたとき、摩擦によって生じる熱エネルギーの大きさ  $W$  は、

$$W = \mu R L \quad (6)$$

と表すことができる。

また、熱エネルギーは物体同士の摩擦に限らず、物体同士の衝突によっても生み出される。そこで、物体同士が衝突した時に、運動エネルギーの一部から損失したエネルギーについて考える。質点とみなせる二つの物体が衝突する場合は、一つの物体の速度と質量をそれぞれ  $v_1$ 、 $m_1$ 、もう一方の物体の速度と質量をそれぞれ  $v_2$ 、 $m_2$  とし、反発係数を  $e$  とすれば、運動エネルギーからの損失量  $\Delta E$  は、

$$\Delta E = \frac{1}{2} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \cdot (1 - e^2) \cdot (v_1 - v_2)^2 \quad (7)$$

となる。尚、損失したエネルギー  $\Delta E$  は、熱エネルギーだけでなく、音、破壊等のエネルギーにも変換される。

### 3-3 本研究で用いたガウス加速器の原理

本研究でガウス加速器に用いられているビー玉（発射球）の運動エネルギーの測定方法について述べる。

測定に用いた実験系を図1に示す。この実験系では、入射鉄球の持つ磁力による位置エネルギーが運動エネルギーに変換される。この運動エネルギーを持った入射鉄球がネオジム磁石に衝突した瞬間に運動量保存則

により、発射球であるビー玉にこの運動エネルギーが移動し、ビー玉が水平投射される仕組みとなっている。

このとき、ビー玉の質量を $m$ 、ビー玉の初期の位置から着弾地点までの水平距離を $X$ 、ビー玉の初期の高さを $Y$ 、重力加速度を $g$ とすると、ビー玉の運動エネルギー $K$ は、

$$K = \frac{mgX^2}{4Y} \quad (8)$$

になる。

また、(6)、(7)のような物体同士の摩擦や衝突によるエネルギー損失がない場合を考えた時、磁力による位置エネルギー $U$ は、下式になる。

$$U = \frac{mgX^2}{4Y} \quad (9)$$

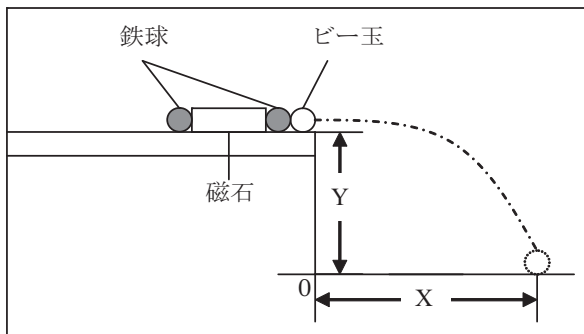


図1 本研究の実験系を示す図

## 4 実験方法

### 4-1 運動エネルギー測定用 Gauss 加速器

本研究では、磁石の磁力による位置エネルギーを簡単に測定することができるように Gauss 加速器を改良した。ここでは改良を行った Gauss 加速器について述べる。

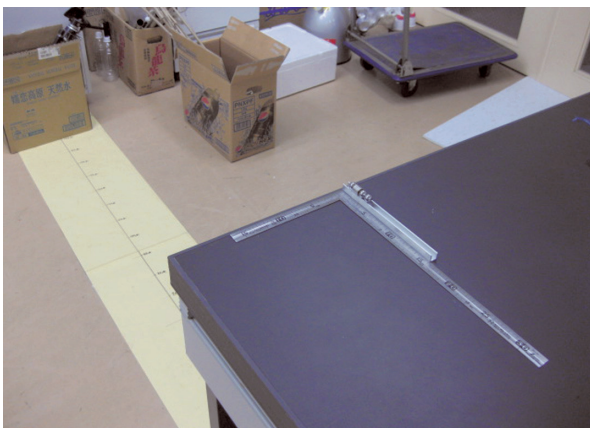


写真2 本研究で用いた Gauss 加速器

写真2に本研究で用いた Gauss 加速器を示す。この Gauss 加速器は、磁力による位置エネルギーから変換された運動エネルギーを、運動量保存則を利用してビー玉に伝え、ビー玉を水平投射させる装置である。ビー玉の運動エネルギーは、それが水平投射される位置と落下地点の位置との水平距離から求められる。尚、発射球であるビー玉の持つ運動エネルギーの算出には式(8)を用いた。以降、この装置を「装置〈A〉」とする。

本実験は、ネオジウム磁石の入射側に0個、1個、2個の鉄球を引き付けた3種の配置で行われた。以降、ネオジウム磁石に引き付けられた鉄球を「磁化鉄球」と呼ぶ。1個の磁化鉄球が磁石の入射側に引き付けられている様子を写真3に示す。

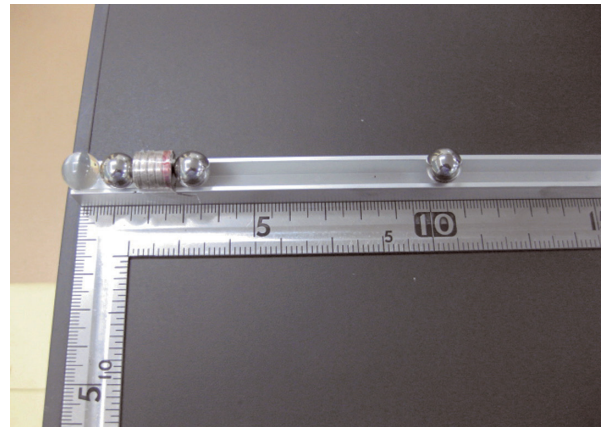


写真3 入射側に1個の磁化鉄球を配置した Gauss 加速器

### 4-2 位置エネルギー測定用装置

本研究で用いる Gauss 加速器は、発射球であるビー玉の運動エネルギーを測定することはできるが、直接的に磁石の磁力による位置エネルギーを測定するには至らない。

そこで、改良した Gauss 加速器の検証を行うためには、直接的に測定した磁石の磁力による位置エネルギーと、Gauss 加速器より得られる、発射球の持つ運動エネルギーとを比較する必要がある。そのために、磁力による位置エネルギーを直接的に測定することができる装置の開発が必要である。

写真4に、錘や分銅による重力と磁力のつり合いから、磁力による位置エネルギーを算出する装置を示す。この装置を今後、「装置〈B〉」と呼ぶことにする。アルミニウムの磁化が無視できることを考慮し、この装置は写真5のように、装置の入射鉄球部と磁石の間に

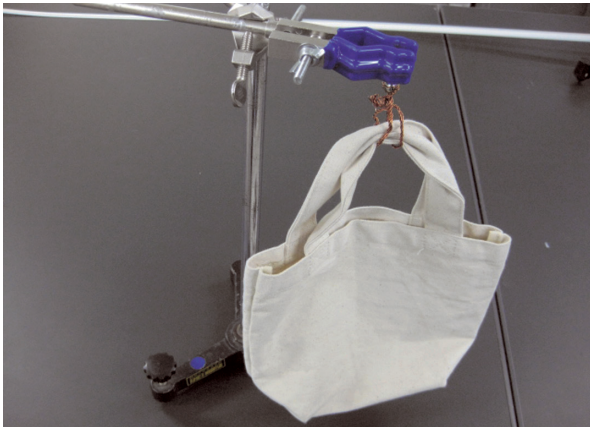


写真4 錘と分銅を用いた位置エネルギー測定用装置

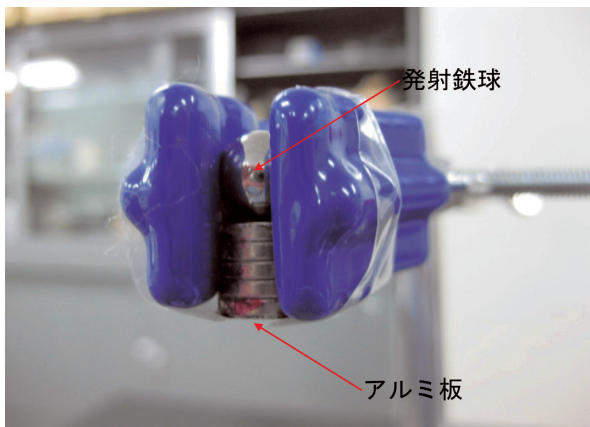


写真5 発射側に鉄球を1個、入射側に入射鉄球から磁石までの距離を変化させるアルミ板をスペーサーとして配置した様子

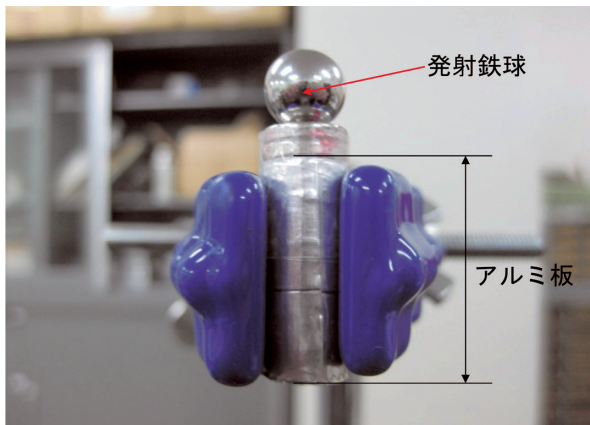


写真6 発射側に1個の鉄球と、入射側に2個の磁化鉄球を固定するための円筒アルミ板とを配置した装置〈B〉。3個の磁石はアルミ板に覆われている。

厚さ0.09mmのアルミ板を挟むことにより、入射鉄球部と磁石との距離を変化させることができ、磁石から0.09mm刻みで各位置での磁石に働く磁力を測定できる。磁力は、分銅や錘を入れた袋を磁石が支える限界値を測定することにより得る。

装置〈A〉での実験と条件を同じにするために、磁化鉄球を0個、1個、2個設置した3種の配置で実験を行った。このとき写真6のように、磁化鉄球は、安定のために円筒状のアルミ板によって固定され、磁石に設置される。

尚、装置〈A〉、装置〈B〉には、共に径が1.0cmのビー玉、鉄球を使用している。

## 5 結果及び考察

### 5-1 装置〈B〉の実験結果

磁化鉄球が0個、1個、2個の時の装置〈B〉で得られた結果をそれぞれ図2、図3、図4に示す。

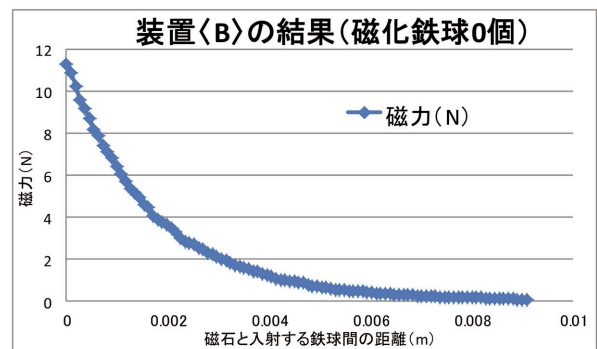


図2 装置〈B〉の実験結果(磁化鉄球0個)

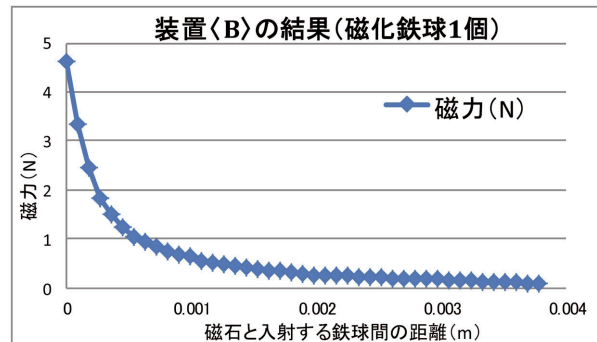


図3 装置〈B〉の実験結果(磁化鉄球1個)

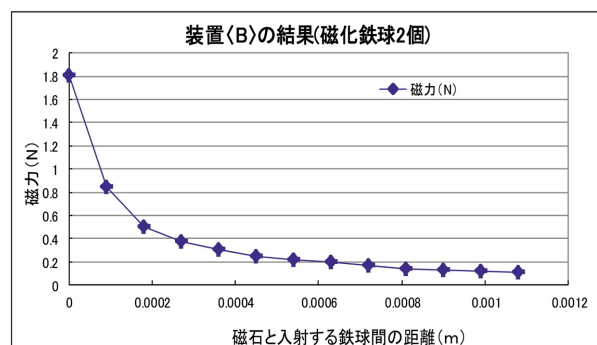


図4 装置〈B〉の実験結果(磁化鉄球2個)

図2、図3、図4全てのグラフにおいて、横軸に磁石と鉄球間の距離をとり、縦軸に鉄球に働く磁気による力をとっている。尚、図2に示す実験の測定点は102点、図3では43点、図4では13点である。これらのグラフからわかるように磁石からの距離が遠ざかるにつれて、磁力が小さくなっていくことがわかる。

尚、磁石の磁力による位置エネルギーは、図5のようにグラフの塗りつぶされた部分の面積を求めること（積分）で、算出することができる。

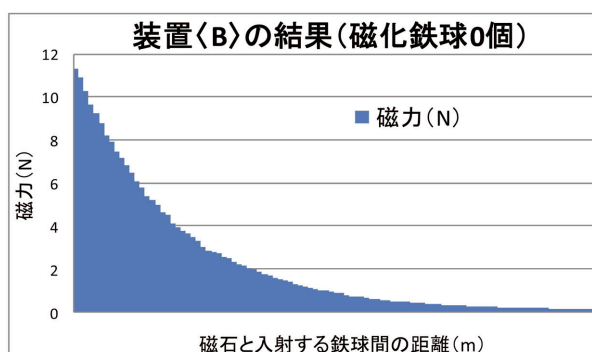


図5 磁石の磁力による位置エネルギーの算出を示す。

### 5-2 装置〈A〉及び装置〈B〉の実験結果の比較

装置〈A〉より得られた発射ビー玉の運動エネルギーと、装置〈B〉より得られた磁石の磁力を距離で積分した位置エネルギーとの比較を行う。

図6には、磁化鉄球を0、1、2個とそれぞれ設置した時の、装置〈A〉より得られたそれぞれの発射ビー玉の運動エネルギーと、装置〈B〉より得られる磁石の磁力による位置エネルギーの値を示している。また、表2には図6に示す各々のグラフの値を示す。

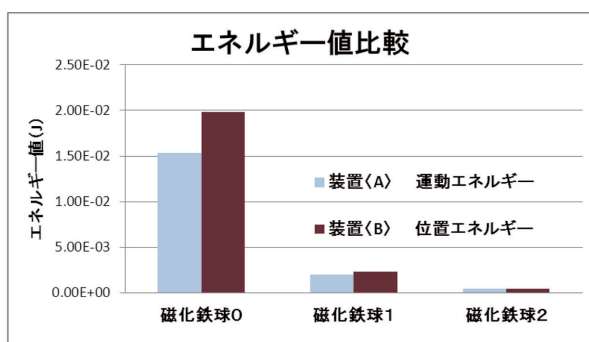


図6 運動エネルギーと位置エネルギーの測定値の比較

表2 エネルギー値の詳細

	磁化鉄球0	磁化鉄球1	磁化鉄球2
装置〈A〉	1.53E-02 (J)	2.00E-03 (J)	4.07E-04 (J)
装置〈B〉	1.98E-02 (J)	2.35E-03 (J)	4.30E-04 (J)

### 5-3 考察

装置〈A〉と装置〈B〉の実験結果を比較し、考察を行う。まず図6において、磁化鉄球が0個で、直径が1.0cmのビー玉を発射球として用いた場合の装置〈A〉と装置〈B〉の結果を比較すると、運動エネルギーの値が位置エネルギーのものより1/4程度小さくみえる。実際、表2から位置エネルギーの値19.8mJに対して運動エネルギーの値は15.3mJであるから、運動エネルギーの値は位置エネルギーの値に比して約22.7%小さいことがわかる。これは先行研究で得られた結果約23%<sup>3)</sup>とほぼ一致する。このことは、ガウス加速器による運動エネルギーと位置エネルギーとの値を得る実験の再現性はある程度は確保されたといえる。

磁石の磁力による位置エネルギーと、発射球の運動エネルギーとの値に不一致が生じる原因として、先行研究では、入射球がネオジウム磁石に衝突する際、その球がネオジウム磁石に擦れることで、回転エネルギーが熱エネルギーに変換されることによるエネルギーの消失があること、鉄球とネオジウム磁石は完全弾性衝突を行わないので、(7)よりエネルギーの損失があったということの原因を挙げている<sup>3)</sup>。本研究では、上記の原因に加えて、発射球が回転をしていれば、その分の回転エネルギーがエネルギーの消失分の要因であるということも考えた。そこで、本研究では、0.25秒間隔で写真撮影ができるカメラを用いて、発射球が回転しているかどうかを確認しようと試みたが、発射球の並進速度が大きいため、回転を捉えることができなかった。

本研究の結果は先行研究の結果とほぼ一致したが、本研究の装置は改良され、測定・解析過程が減じた。発射球が鉄球からガラス玉に変更されたため、発射球と磁石の間の磁気力がなくなり、発射球の位置エネルギーについての解析の必要がなくなり、その分誤差が生じる要因も減った。

また、本研究の位置エネルギー(19.8mJ)は先行研究<sup>3)</sup>の位置エネルギー(5.9mJ)より約3.4倍大きくなったため、ガウス加速器での球の加速現象がより印象深くなり、位置エネルギー概念を捉える教材としてより可能性が出てきたと思われる。

図6と表2から、磁化鉄球1個、2個と増えるに従い、位置エネルギーの値に対して運動エネルギーの値

はそれぞれ14.9%、5.5%小さく、磁化鉄球の個数が増加すると共に、両者の差が減少してくる。この傾向を示す原因については現在考察中であるが、磁化鉄球2個の場合は運動エネルギーと位置エネルギーの差が大きくないため精度よく実験を行うことができる可能性があり、特別の補正や考察なしに、エネルギー保存則の実験のための教材として使用できる可能性がある。

また、磁力を抑えた方が誤差が小さくなることから、100円ショップで購入できるコストが小さいネオジム磁石でも十分に代用が可能であるということも考えられる。

## 6 結論

本研究におけるまとめと今後の展望について以下に箇条書きで示す。

〈実験のまとめ〉

- (1) 発射球を鉄球からビー玉に変更することにより、発射側の球の磁力による位置エネルギーといった夾雑な要因をできる限り取り除くことができ、教材化に適したガウス加速器に改良できた可能性がある。
- (2) ネオジム磁石の入射側に設置する磁化鉄球の個数を変えて行った実験から、改良した装置は弱い磁力において、精度よく実験することができる可能性がある。

(3) 100円ショップで入手可能なネオジム磁石を用いても、精度のよい測定することができる可能性がある。

(4) 磁力と重力のつり合いから、位置エネルギーを導くための実験の測定データを増やした。

〈今後の展望〉

- (1) 開発したガウス加速器によって、磁石のより正確な位置エネルギーを測定するために、発射であるビー玉の回転速度や、鉄球とネオジム磁石、鉄球とビー玉が衝突した時の、エネルギーの損失についての解析を行う。
- (2) 磁石と鉄球の位置と、磁力による位置エネルギーとの関係を示すことができるような、装置の更なる教材化を図る。
- (3) 教材化を行ったガウス加速器を用いて授業実践を行う。

## 参考文献

- 1) 例えば、辻本昭彦：「エネルギーの学習における主体的な探究活動の実践的研究」第13回東書教育賞（1997）.
- 2) James A. Rabchuk : The Gauge Rifle and Magnetic Energy, PHYS. THACHER 41, 158 (2005).
- 3) David Kagan : Energy and Momentum in the Gauss Accelerator, PHYS. THACHER 42, 24 (2004).
- 4) 小学校学習指導要領解説 理科編 (2008).
- 5) 中学校指導要領解説 理科編 (2008).
- 6) 高等学校学習指導要領解説 理科編 理数編 (2009).

(おち けいた・おくさわ まこと)