ナンバーセンスの瞬発力・創造力・適応力

江　森　英　世・野　尻　和　宏
群馬大学教育学部数学教育講座
（2010 年 9 月 24 日受理）

Three types of power of number sense

Hideyo EMORI and Kazuhiro NOJIRI
Department of Mathematics, Faculty of Education, Gunma University
Maebashi, Gunma 371-8510, Japan
(Accepted on September 24th, 2010)

1．はじめに

ナンバーセンス（number sense）は，一般的に数感覚と和訳されている。ナンバーセンスを和訳する場合，筆者も数感覚という和訳でよいと考えているが，数感覚という単語ではナンバーセンスそのものを表現することができていないように感じている。原因として筆者は，「センス」という単語の和訳として「感覚」という単語の意味を当てはめて考えるだけでは，ナンバーセンスの「センス」の持つ意味を捉えることが不十分であるからと考えている。例えば，計算を分配法則など上手に用いて行う生徒にはナンバーセンスが働いている。筆者は，その生徒に周囲の人が「計算のセンスがよい」ということはあっても，「計算の感覚がよい」ということはないと考えている。認知心理学者である山口（2009）が，「英単語の sense を直訳すれば，『感覚』だが，私の専門分野から言ってもセンスは『感覚』だ（p.28）」と述べているが，同時に山口（2009）は，「センスという言葉には様々な意味がある（p.4）」ということも述べている。つまり，各分野にとって「センス」の意味することが違い，「センス」は様々な意味を持っていることが示唆されている。筆者は「センス」を「感覚」と直訳して捉えるのではなく，数学教育としての「センス」の持つ意味を考えておかないかぎり，ナンバーセンスを本当の意味で捉えることはできないと考えている。

ナンバーセンスに関する先行研究は，主に分数や概算など数学の内容に関する枠組みからナンバーセンスを捉えて分析をして，数学教育にナンバーセンスが必要であることを明らかにしてきた（cf. 銀島, 1995；McIntosh, 1992；Sowder, 1992）。また，ナンバーセンスの本質的な構成要素を明らかにしてきた（cf. Yang, Hsu & Huang, 2004）。近年のナンバーセンスの研究では，教師もよいナンバーセンスを持つ必要性を示している（cf. Yang, Reys, Reys, 2009）。筆者はナンバーセンスのさらなる理解のために，数学教育で扱う「センス」という単語の持つ意味を考える必要があると考えている。なぜならば，ナンバーセンスを「センス」という観点に注目して捉えることは，数学の内容に関する枠組みから捉えている先行研究の成果と合わせることによってナンバーセンスの理解に繋がるからである。

筆者は，数学教育の分野として扱う「センス」が含んでいる重要な能力の中に，瞬発力・創造力・適応力の 3 つの能力があると考えている。そして，筆者は数学教育の場面で「センス」を「感覚」と和訳したときに若干のニュアンスを感じているが，瞬発

力・創造力・適応力の 3 つの能力が「感覚」という単語では表せないことを具体的な原因の 1 つとして考えている。筆者はナンバーセンスを理解するために，瞬発力・創造力・適応力の 3 つの能力に注目してナンバーセンスを捉えることが必要になると考える。したがって本研究の目的は，数学教育の分野として扱う「センス」の能力である瞬発力・創造力・適応力の 3 つの能力に注目してナンバーセンスを捉えることで，ナンバーセンスを「センス」の観点からも理解できるようにすることである。

2．研究の方法

本研究の目的を達成するために，数学教育の分野として扱う「センス」が含んでいる瞬発力・創造力・適応力の 3 つの能力を観点にして，事例からナンバーセンスを分析するという研究方法論を用いる。本研究で用いる方法は，数学の授業の中に表れる子どものナンバーセンスを「センス」に重点を置いて分析するという方法である。また，筆者は数学教育の分野として扱う「センス」に含まれている能力として，瞬発力・創造力・適応力という 3 つの能力を考えている。ナンバーセンスの瞬発力とは，数に関する問題を解く際に，瞬間的な場面でナンバーセンスが働く能力のことである。ナンバーセンスの創造力とは，数に関する問題を解く際に，同一の観点からストラテジーを発展することや，他の観点からもストラテジーを構成していく能力のことである。ナンバーセンスの適応力とは，数や式に関する新しい知識をすぐに定着させ，実際に使うことや利用できるという能力のことである。

3．本研究でのナンバーセンスの捉え方

ナンバーセンスについて McIntosh (1992) は，「個人の数や演算に対する全般的な理解に関係して，数や演算に対して理解していることを柔軟な方法で使って数学的な判断をすることや，数や演算を扱うために役立つストラテジーを発達させるための能力や意向を伴っている（p.3)」と捉えている。筆者も，ナンバーセンスを McIntosh（1992）が捉えているように解釈している。

筆者は，ナンバーセンスを大きく 2 つの領域に分けて捉えるならば，数に対するセンスと式に対するセンスの 2 つの領域に分けて捉えられると考えている。数に対するセンスとは，数の解釈，数を用いた表現という 2 つの能力を統合したセンスのことであると考えている。数の解釈とは，数のイメージ，数の知識，数経験，数の妥当性の 4 つに支えられていると筆者は考えている。数のイメージとは，例えば，8 は漢字にすると「八」だから末広がりになるから縁起がよい数と思うこと，21 は出席番号で愛着を感じること，19 は 1 と 19 自身でしか割れなくて気持ち悪いと感じることなどである。数の知識とは，例えば，整数までの数の世界を知っていることや複素数の世界まで知っているなどの数概念，6 は最初の完全数であることを知っているなどの特定の数の性質を知っていること，0 を他の数と同様な数として記号化したのはインド人の功績であるなどの数に関する歴史や逸話などを知っていること，円周率は 3.1415…であることを知っていることなどである。数経験とは，例えば，車のナンバーで「11-22」と見たら語呂合わせで「いい夫婦」と読むことを教わったこと，72 という数について，72 を年利で割ると元金がいつ 2 倍になるかが分かる数であることを教わったなどの知識として定着していないが数について学習した経験であると筆者は考えている。数の知識と数経験は，先天的な知識とは違い，数経験があって数の知識を手にすることができるので，どちらかだけ考慮すればよいと考えられる。しかし，問題を考えるときに数経験から直接その問題を解決するための数の知識を構成することもセンスの創造力にあたる部分になると考えているので，数の知識になっていない潜在的な数の知識としての意味を込めて，数経験という言葉で捉えて数の知識と分けて考えている。数の妥当性とは，例えば，「1 個 180 円のケーキを x 個買って 50 円の箱に入れてもらったら，代金は 1490 円になった。ケーキを何個買ったか。」という一元一次方程式の問題を考える。式を立てる前か後かは問わないが，この問題を解く前提として「答

えは自然数になるだろう」という暗黙の了解ともいえる日常生活の常識がある。なぜならば，負の数の意味を知っていれば，負の数が物の個数を表せないことは理解できているからである。0個は明らかに代金からおかしいうえに問題にするはずもない。分数も可能性がないわけではないが日常的におかしい。したがって，「答えは自然数になるだろう」という前提を持つ。このような前提を持てば，万が一答えが負の数などになっても，答えが妥当でないと判断できることから，式が間違っているかもしれないことや計算を間違ったかもしれないと見直して誤答を防ぐことができる。例のように，問題にふさわしい数であるかどうかということを判断できることが数の妥当性である。数を用いた表現とは，主に見積もりや量感と関係する。例えば，100人まで収容できる映画館で半分くらいの空席があれば，約50人と数値で映画を観ている人数を表すことができるのは数を用いた表現である。

式に対するセンスとは，筆者は式読の能力，式変形の能力という2つの能力を統合したセンスのことであると考えている。式読の能力とは，数式や文字式を解釈する能力のことである。例えば，式 $s=ab$ を見たときに，(長方形の面積)＝(たて)×(よこ)，(値段)＝(単価)×(個数)，(道のり)＝(速さ)×(時間）と様々な関係に読み取ることである。他の例として，「2つの奇数の和」について文字を使って表現すると，$(2m+1)+(2n+1)=2(m+n+1)$ である（m，n は整数）。このとき，「2つの奇数の和は，偶数になる」や「偶数は，2つの奇数の和に分解できる」のように式を解釈できることが式読の能力である。式変形の能力とは，計算を効率よく行えるように分配法則を用いることや，数式や文字式を目的に合わせて表現できるなどの能力のことである。例えば，「2つの奇数の和は偶数である」ことを説明する場合，2つの奇数を $2m+1$，$2n+1$ と表して，$(2m+1)+(2n+1)$ を計算する。計算の結果は $2m+2n+2$ となり，この $2m+2n+2$ を $2(m+n+1)$ と偶数であることが分かるように式変形できることが，数式や文字式を目的に合わせて表現できる能力である。つまり式変形の能力とは，計算規則の知識や式を豊かに扱う経験に支えられている能力である。計算規則の知識とは，例えば，四則が混じっている計算は乗除から行うことなどの知識である。式を豊かに扱う経験とは，例えば，図1のように，マッチ棒を並べていくとき，正方形を n 個作るのに必要なマッチ棒の本数を式で表現してみる。そうすると，$4n-(n-1)$ や $2n+(n+1)$ などのように表すことができる。そのまま計算を続けてまとめるといずれも $3n+1$ となるが，$4n-(n-1)$ と $2n+(n+1)$ は明らかに思考のプロセスが違う。式の表し方によって同じ問題に対して様々な思考のプロセスを表現することは，式を豊かに扱う経験となる。

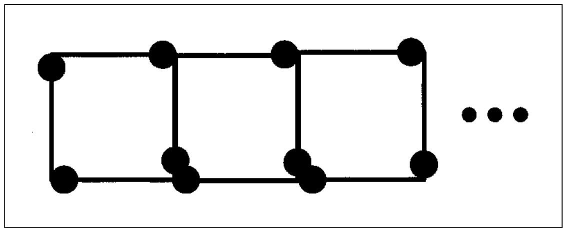

図1　マッチ棒の並べ方

ナンバーセンスは，筆者は言語化されたストラテジーの中から抽出することができる性質を持つと考えている。この場合の言語化とは，筆者は文章化，記号化，数値化と考えている。例えば，ある生徒が25×99を計算するときに，即座に暗算で2475と答えを求めたとする。他者には即座に暗算できた理由は分からないが，その生徒が「25×99という式が25×100−25という式に見えた」と説明すれば，他者は即座に暗算した理由が分かるだろう。そして，「25×99という式は，99を100−1という数に見る」ことができれば，同じように25×99を暗算できるようになる。この例では，数を分解するというストラテジーから，数を分解して考えることができるというナンバーセンスが抽出される。また，言語化されたストラテジーの中から抽出することができるという性質は，お湯に触って熱いなどの「感覚」の「センス」とは違う「センス」の性質の1つである。どんなにお湯の熱さを言語化して他者に伝えても，他者は同じ状態のお湯に触らない限り，その人が感じたお湯の熱さの「感覚」は正確に分からない。そも

そも，熱さの「感覚」は人それぞれ違うので，全く同じ「感覚」が伝わることは不可能であると思う。したがって「感覚」とは，筆者は他者に伝えられないものであると考えているが，ナンバーセンスの「センス」は「感覚」の性質以外の性質を持つことから，言語化されたストラテジーの中から抽出することができるという性質を持つと考えている。つまり，数に関する問題のストラテジーを言語化できれば，ナンバーセンスを伝えられる可能性があり，他者からのナンバーセンスを受け継ぐことができることを示唆している。さらに筆者は，そのままナンバーセンスを受け継ぐことができないまでも，他者がそれまで持っていた自分のナンバーセンスを上回るナンバーセンスを手にすることや，受け継いだナンバーセンスを超越するナンバーセンスを手にする可能性も示唆していると考えている。

言語化されたストラテジーからナンバーセンスを抽出するときに留意しておく点があるので，ここでもう一度先程の 25×99 の例を考えてみる。25×99 の例では，数を分解するというストラテジーから，数を分解して考えることができるというナンバーセンスを抽出できる。このときに留意する点として，数を分解するというストラテジーを教えることに力点を置いてはいけないということである。つまり，ナンバーセンスを伝えているつもりが，ストラテジーを教えているだけの状況にならないようにすることを留意したいのである。具体的に 25×99 の例で考えてみると，「25×99 という式は，99 を 100－1 という数に見る」というストラテジーを知った生徒は，25×101 や 35×98 のような類題でも，その生徒のナンバーセンスにもよるが，「101 を 100＋1 と見る」ことや「98 を 100－2 と見る」というストラテジーを構成して，暗算できる可能性がある。確かにストラテジーを知り，さらに応用して類題に適用できているからよいと思う。しかし筆者は，この類の問題には数を分解するというストラテジーを使うことを理解できていることよりも，数を分解して考えることができるというナンバーセンスを身につけることができたほうがよいと考える。なぜならば，25×99 の類の問題は数を分解すれば簡単に計算できることが分かっても，「2 の 10 乗」を「2 の 5 乗×2 の 5 乗」と見ることができるような数の見方に結びつくとは思えないからである。つまり，数に関する問題を解くためのストラテジーを機械的に適用することを教えることよりも，数に関する見方や考え方を伝えて欲しいのである。筆者は，数に関する見方や考え方が身につけば，数に関する問題を解くためのストラテジーは自ずと身につき，忘れてしまったとしても自分の力でストラテジーを構成することができると考えている。

言語化されたストラテジーからナンバーセンスを抽出するときに，ナンバーセンスの構成要素は抽出できることを述べてきた。先行研究の成果からも，事例からナンバーセンスの構成要素を抽出している。ナンバーセンスの構成要素ではなく，数学教育として扱うナンバーセンスの能力を抽出しようとするならば，筆者は瞬発力・創造力・適応力の 3 つの能力が客観的にも評価でき，数学教育として扱う能力でもあると考えている。例えば，数に関する問題で様々な方法を短時間に考えなければいけないときには，ナンバーセンスの瞬発力や創造力，適応力の 3 つが必要になる。例のようにナンバーセンスの瞬発力・創造力・適応力の 3 つの能力は，同時に働いていることが多いことも留意しておきたい。次章からは，ナンバーセンスの瞬発力・創造力・適応力について事例から分析していく。

4．ナンバーセンスの瞬発力

ナンバーセンスの瞬発力とは，数に関する問題を解く際に，瞬間的な場面でナンバーセンスが働く能力のことである。具体的には，数や式に関する問題を解く際に，即座に問題の構造を見抜くことや，即座にストラテジーが思いつくこと，複数のストラテジーを考えることができた場合にどのストラテジーを選択すればよいのか即座に判断することができることなどがナンバーセンスの瞬発力である。先程の 25×99 の問題の例は，即座に「99 を 100－1 と見る」ことができることを示しているのでナンバーセンスの瞬発力がある例でもある。

事例の中でナンバーセンスの瞬発力を分析する。筆者が中学校第2学年の生徒を対象に暗算のストラテジーとナンバーセンスに関する授業を実践した際に，図2の2つの問題を順番に出した[1]。

生徒達が図2の問題Iと問題IIで考えたストラテジーの数を集計すると，表1のようになった。

I．次の計算をしてください。
　1－2＋3－4＋5－6＋7－8＋9－10
II．次の計算をしてください。
　1－2＋3－4＋5－6＋7－8＋9－10＋…＋91－92＋93－94＋95－96＋97－98＋99－100
　※Iの問題の形を，100まで計算する問題です。

図2　中学校第2学年の生徒を対象にした授業で扱った問題

表1　ストラテジー数と該当する生徒数

ストラテジーの数	該当する生徒数
0個	0人
1個	3人
2個	33人
3個	1人
4個	0人
5個	0人
6個	0人
7個	1人

表1のように，生徒達が図2の問題Iと問題IIで考えたストラテジーの数は，1個が3人，2個が33人，3個が1人，最も多い7個が1人という結果であった。

7個という最も多くのストラテジーを考え出した生徒は図3のような7個のストラテジーを考えた。それぞれのストラテジーを見ていくと，「①：－1＋(－1)＋(－1)＋(－1)＋(－1)＝－5」のストラテジーは，2つの項ずつ括ると－1が作れることを利用したストラテジーである。「②：(1＋3＋5＋7＋9)－(2＋4＋6＋8＋10)＝－5」のストラテジーは，正の数と負の数に分けて計算をしたストラテジーである。「③：1＋1＋1＋1＋1－10＝－5」のストラテジーは，

問題Iの解答結果
①：－1＋(－1)＋(－1)＋(－1)＋(－1)＝－5
②：(1＋3＋5＋7＋9)－(2＋4＋6＋8＋10)＝－5
③：1＋1＋1＋1＋1－10＝－5
④：－5＋5－5＋5－5＝－5

問題IIの解答結果
⑤：－1×50＝－50
⑥：－100×1/2＝－50
⑦：－100＋1＋1×49＝－50

図3　最も多くのストラテジーを考え出した生徒の解答結果

最初の項からではなく次の項から2つの項を括ると＋1が作れることを利用したストラテジーである。「④：－5＋5－5＋5－5＝－5」のストラテジーは，1－6, －2＋7, 3－8, －4＋9, 5－10と組み合わせて＋5と－5を作ることを利用したストラテジーである。「⑤：－1×50＝－50」のストラテジーは，問題Iで用いた「①：－1＋(－1)＋(－1)＋(－1)＋(－1)＝－5」のストラテジーを利用したもので，2つの項ずつ括ると－1が50個（100÷2）作れることを利用したストラテジーである。「⑥：－100×1/2＝－50」のストラテジーは，実は問題Iと問題IIのような構造の計算は，「答え＝最後の項の数÷2」となり，そのことに気づいたストラテジーである。「⑦：－100＋1＋1×49＝－50」のストラテジーは，問題Iで用いた「③：1＋1＋1＋1＋1－10＝－5」のストラテジーを利用したもので，＋1を作る際に問題IIでは最初の1と最後の－100が余ることを考えて利用したストラテジーである。

限られた時間の中でストラテジーを構成する速さが違うことに関して，個人のそれぞれのナンバーセンスの瞬発力が一番の要因になると筆者は考えている。ただし，様々なストラテジーを構成することについて，最も多くのストラテジーを考えた生徒が用いていたように，類似している構造の問題は既存のストラテジーを利用して解くというナンバーセンスの適応力にも関係する。また，見抜いた構造からストラテジーを構成することはナンバーセンスの創造力である。つまり筆者は，ナンバーセンスの瞬発力があるかないかについては，ナンバーセンスの創造

力と適応力が発達しているかどうかに起因していると考えている。

5．ナンバーセンスの創造力

ナンバーセンスの創造力とは，数に関する問題を解く際に，同一の観点からストラテジーを発展することや，他の観点からもストラテジーを構成していく能力のことである。ナンバーセンスの創造力は，様々な現象と関係する。なぜならば，筆者は「反省的思考や反照的思考（Reflective Thinking）」[2)]が行われていることや，問題を解こうとする意欲，試行錯誤をしていく積極さ，1つのストラテジーで満足しない気持ちなどの情意に関係している能力でもあると考えているからである。反照的思考とは，江森（2010）が，「表現nを反省的思考により表現n＋1に改めるという循環のプロセスから脱して，別種の思考過程への移行が必要になる（p.73）」という言葉の，別種の思考過程へ移行させる思考を筆者は反照的思考と捉えている。例えば，表現によって予期していなかった構造に気づかされることなどが反照的思考であると筆者は考えている。本研究では，特に情意の面に注目してナンバーセンスの創造力を事例から分析することにする。情意とは，Inprasitha（2009）がMcLeod（1989）の研究で情意を「信念（belief），態度，情動（p.120）」と構成要素に区分していることを取り上げている。また，Inprasitha（2009）がMcLeod（1989）の研究で情意と情動の区別について，「情意は，情動そのもの全てではなく，情動の認知的側面，価値観，態度，信念，情動の本質を教える考えに限定されるべきである（p.121）」という提案を取り上げている。以上のことから，筆者は情意を，「信念・態度・情動」と捉えることにする。また，信念という言葉には，価値観が内包され，価値観はInprasitha（2009）が「文化的，社会的なもの（p.121）」と述べているように，文化的・社会的背景に影響を受けていると考えることにする。

ナンバーセンスの瞬発力の章で取り上げた中学校第2学年の生徒を対象に暗算のストラテジーとナンバーセンスに関する授業の事例で，最も多くのストラテジーを構成した生徒のナンバーセンスの創造力を分析する。この生徒は，1つのストラテジーだけでなく，他のストラテジーも考えてみようという意欲がある。また，既存のストラテジーからの反省的思考や別の観点からのストラテジーの構成という反照的思考を行っているので，他の生徒よりもストラテジーを多く構成することができたと分析することができる。この分析から，この生徒には，「数学の問題を解く際には，様々な解法を考えることができたほうがよい」という価値観が存在していたと考えることができる。「数学の問題を解く際には，様々な解法を考えることができたほうがよい」という価値観は，この生徒の数学に対する信念を構成している。したがって，数学の問題に対して積極的な情意がこの生徒に存在していると考えられるので，ナンバーセンスの創造力という能力が表れ，多くのストラテジーを構成することができたと考えられる。このとき，同じ文化で育ってきた他の生徒にも同じような信念を持っていることが考えられる。しかし実際には，ストラテジーを問題1つにつき1つずつしか構成しなかった生徒が約87％である。これは江森（2010）で，「安心という気持ちが見えるものを見えなくしてしまうことがある（p.74）」と指摘したように筆者は，他の生徒はそれぞれの問題に1つずつのストラテジーを作り，答えが出たので安心して他のストラテジーを作ることを止めたと考えている。このことから，1つの問題に1つのストラテジーを用いて答えが出たことに安心しないという情意が，ナンバーセンスの創造力に影響を与えるため，必要であると考えられる。

6．ナンバーセンスの適応力

ナンバーセンスの適応力とは，数や式に関する新しい知識をすぐに定着させ，実際に使うことや利用できるという能力のことである。適応力という能力は，「センス」という単語が含む能力の中では日常的に使われている能力であると筆者は考えている。例えば，テニスのラケットを初めて握り，1時間の練習で真っ直ぐ球を打てるようになった人がいれば，そ

の人は「テニスのセンスがある」と周囲の人は考えるだろう。筆者は，運動などの技術の習得が早いことに対して使われる「センス」は，「センス」の適応力という能力を指していると考える。

「センス」の適応力について議論される課題として考えられることに，筆者は生まれつきの才能の影響が大きいのではないかということがあると考えている。しかし筆者は，ナンバーセンスはもちろん「センス」全般に関しても，生まれつきの才能が絶対的な影響を及ぼすと考えていない。なぜならば，才能というものが仮にあったとしても，何も努力しなければ才能や能力が発揮されることはないからである。記憶力や運動神経などに関する才能については，人間の脳や体から受ける影響は確かに大きいかもしれない。しかし筆者は，工夫や努力の仕方の方がより大きな影響を与えると考え，記憶力や運動神経などに関する才能はあれば少し得なぐらいなものに過ぎないと考えている。なぜならば，例えば，テニスでは他の選手の動きを見るときに打たれて飛んでいる球ばかり見ていても上達はあまりしないが，上手い選手の足の動きをよく見ていると上達が早いという考え方がある。同じ観察という行為でも，工夫の仕方によって学習の質が違うのである。これは，中学生や高校生で体格にも運動神経にも恵まれているがテニスに対する工夫や努力が足りない選手が，体格も運動神経も恵まれていないがテニスに対して工夫や努力を怠らない選手に負けてしまう理由の 1 つである。体格も運動神経も恵まれていて工夫や努力も怠らない選手に勝とうとする場合は，工夫や努力をその選手以上に行って補えばよいのである。したがって，筆者は記憶力や運動神経などに関する才能は，あれば少し得なぐらいなものに過ぎないと考えているのである。

ナンバーセンスの適応力を，瞬発力と創造力と同様の中学校第 2 学年の生徒を対象に暗算のストラテジーとナンバーセンスに関する授業の事例から分析してみる。問題 I の「1－2＋3－4＋5－6＋7－8＋9－10」という計算で，そのまま計算するストラテジーしか構成することができなかった生徒がいるとする。ここで，図 3 にある「①：－1＋(－1)＋(－1)＋(－1)＋(－1)＝－5」という 2 つの項ずつ括ると－1 が作れることを利用したストラテジーを他の生徒の発表によって知ることができたとする。この後，そのまま計算することしかできなかった生徒のナンバーセンスの適応力を分析することができる。まず，2 つの項を括ると－1 が作れるストラテジーを関係的理解まで達することができるかという適応力を分析できる。なぜならば，筆者は道具的理解では応用できるまで発展しない理解であると考えているので，問題 II で 2 つの項を括ると－1 が作れるストラテジーを利用することができているのか見れば，関係的理解をしているか道具的理解までかは分かるからである。つまり，ナンバーセンスの適応力の分析の仕方として，理解の水準を見ることによって分析できるのである。ここで 2 つの項を括ると－1 が作れるストラテジーを関係的理解まで達することができたとする。次に障害になることは，関係的理解まで達していたとしても，問題 II の「1－2＋3－4＋5－6＋7－8＋9－10＋…＋91－92＋93－94＋95－96＋97－98＋99－100」という式の構造を見抜いて，「①：－1＋(－1)＋(－1)＋(－1)＋(－1)＝－5」のストラテジーが利用できることに気づかなければ言語化して他者に分かるまでにはいかないことである。この瞬間には，即座に問題の構造を見抜くことも必要になるので，ナンバーセンスの瞬発力も影響している。無事に問題 I と問題 II の構造が似ていることに気づいて，即座に問題 II に合わせてストラテジーを再構成して計算することができると，ナンバーセンスの瞬発力も適応力もよいということになる。ここで，すぐに気づかなかった場合も考えてみる。問題 II の構造が問題 I の構造と似ていることが見えなかった場合，新しいストラテジーを考えることになる。このときに「新しい方法を考えて解いてみよう」という情意も関係するので，ナンバーセンスの創造力とも関係すると分析することができる。新しいストラテジーを考えようと思えたとすると，問題 I のときには 2 つの項ずつ括ることをしなかったが，とりあえず問題 II で 2 つの項ずつ括ろうとしてすることができるかどうかが次の障害である（2 つの項ずつ括ると－1 が作れることを利用したスト

ラテジーは理解している)。ここで，問題Ⅰの解説で理解したばかりのストラテジーを試してみるという気持ちになれば，問題Ⅱの構造に合わせて「①：－1＋(－1)＋(－1)＋(－1)＋(－1)＝－5」のストラテジーを利用することができるかどうかでナンバーセンスの適応力が分析できる。つまり，2つの項ずつ括ると－1が50個（100÷2）作れると問題Ⅱに合わせて適応していくことができるかどうかというナンバーセンスの適応力が分析できる。問題Ⅰの解説で理解したばかりのストラテジーを試してみるという気持ちにならない場合，他の観点からのストラテジーを考えることになる。おそらくそのようなナンバーセンスの適応力では，ナンバーセンスの創造力も乏しいと考えられ，他のストラテジーを構成することもできない可能性が高いと筆者は考える。

筆者が中学校第2学年の生徒を対象に暗算のストラテジーとナンバーセンスに関する授業実践の事例でナンバーセンスの適応力を分析してきた。ナンバーセンスの適応力はナンバーセンスの瞬発力・創造力とも関係して，そのため多様な現象と結びついている能力と分析することができる。特に筆者は，生まれつきの才能が全てであるという信念を超えた信念を持つことが，ナンバーセンスの適応力をよくするために必要だと考えている。

7．ナンバーセンスのセンスが含む能力に注目した数学教育における示唆

数学教育の分野として扱う瞬発力・創造力・適応力というナンバーセンスが含む3つの能力を分析することにより，筆者はそれぞれのナンバーセンスの能力を養うための示唆を得ることができたと考えている。

ナンバーセンスの瞬発力を養うためには，ナンバーセンスの瞬発力がナンバーセンスの創造力と適応力に関係あると分析できたので，ナンバーセンスの瞬発力を養うためには，ナンバーセンスの創造力と適応力を養うとよいと考えられる。そして，即座に問題の構造などを見抜くために，論理的な思考に慣れていることや，ある種のテクニック的な知識を知っていること，問題のパターンを覚えていることもナンバーセンスの瞬発力の役に立つ。ただし，数に関する問題の見方や考え方を疎かにして，ストラテジーの教授に陥ることは望ましくないと筆者は考えている。さらに筆者は，例えば，問題を見たときにすぐに答えを求める活動に入らないで，答えなどの予想をするなど数に関する問題で直感的・直観的な見方をする場面を入れることも，ナンバーセンスの瞬発力を養うためには必要であると考えている。

ナンバーセンスの創造力を養うためには，筆者は情意の分野についても考えなければならないと考えている。なぜならば，Inprasitha（2009）が「両親や，後々現れる人々や，教師は，文化的価値観や，私たちの世界で私たちが課す積極的，消極的評価を与える最初の人である（p.121）」と述べているように，教師によって生徒の情意を変化させることができることが示唆される。教師が生徒の情意を変化させることができることは，ナンバーセンスの創造力を養うことができる可能性を示している。情意は他者からの働きかけで即座に身につく類の現象ではないと思うので，ナンバーセンスの創造力は長時間かけて養っていく必要がある能力であることも考えられる。

ナンバーセンスの適応力を養うためには，生徒の勉強でも運動でも才能が全てであるという価値観を払拭する必要がある。なぜならば，学習の質は工夫や努力によって高めることができるので，工夫や努力の仕方が生徒に身につけば「センス」の適応力をよくできると考えられるからである。

8．おわりに

本研究では，「センス」を「感覚」と直訳して捉えるのではなく，数学教育として扱う「センス」が含む能力を考えてナンバーセンスを捉える必要があることを考えた。そして，数学教育の分野として扱うナンバーセンスの「センス」が含む瞬発力・創造力・適応力という3つの能力に注目して，野尻（2010）の研究で行った授業実践の事例でナンバーセンスの瞬発力・創造力・適応力の3つの能力を分析した。

筆者は，これまでの数学的な枠組みによってナンバーセンスの構成要素を分析するという見方ではなく，ナンバーセンスの能力を分析するという見方もできることを提案できたと感じている。そして，ナンバーセンスの能力に注目してナンバーセンスを捉えたことから，ナンバーセンスに対する様々な示唆を得ることができ，ナンバーセンスの理解が深まったと感じている。また，筆者は瞬発力・創造力・適応力の3つのナンバーセンスの能力を養うための示唆を，事例を分析することによって得ることや，数学教育の他の学際的な研究課題との結びつきを明らかにすることができたことも成果として考えている。

今後の課題として，ナンバーセンスの創造力について反省的思考や反照的思考との関係も分析することがある。本研究のナンバーセンスの創造力の分析には，情意の面に焦点を当てて行った。実際にナンバーセンスの創造力，反省的思考と反照的思考，情意の関係は複雑に絡み合っていると考えられるので，ナンバーセンスを理解するために反省的思考や反照的思考との関係も分析することも必要なことであると考える。

注

1）野尻（2010）において，生徒のナンバーセンスの構成要素を分析するために，中学校第2学年の生徒を対象に暗算のストラテジーとナンバーセンスに関する授業を実践したときのデータである。

2）江森（2010）では，「Reflective Thinking」という用語に「反省的思考」という和訳をつけたことに対して，「反省という和訳をつけたことが，例示された表現に対する Reflective Thinking の役割を創発現象と結びつけて考えることを困難にしてきた（p.72）」と述べた。さらに江森（2010）では，「既に所有している知識や経験をもとにした反省という形式の思考は，自分自身の思考枠組みを超越し得ない範囲内で行われると考えられる（p.72）」と述べ，「Reflective Thinking の役割に対して，反省的思考と訳出されない別の特性を見いだす必要がある（p.72）」と指摘した。そこで江森（2010）は Reflective Thinking に，「反照的思考」という側面を見いだした。

引用・参考文献

伊藤説朗編（1995），数感覚を育てることの意義：小学校算数実践指導全集2豊かな数感覚を育てる数の指導．日本教育図書センター.

上野富美夫（1995），数の話題事典．東京堂出版.

江森英世（2006），数学学習におけるコミュニケーション連鎖の研究．風間書房.

江森英世（2010），数学的コミュニケーションの創発連鎖における反省的思考と反照的思考，科学教育研究，34, No.2, pp.71–85.

銀島　文（1995），数感覚の記述枠組みによる事例の分析，教育学研究集録，19，筑波大学大学院教育学研究科，pp.65–74.

齋藤茂太（2010），「センスのいい生き方」をする人の共通点，ぶんか社.

野尻和宏（2010），暗算のストラテジーとナンバーセンス，群馬大学教育実践研究，第27号，pp.31–40.

宮崎祥子（2008），「センスのいい子」の育て方，双葉社.

文部科学省（2008），中学校学習指導要領解説数学編，教育出版.

望月　実（2008），問題は「数字センス」で8割解決する，技術評論社.

山口真美（2009），センスのいい脳．新潮社.

Howden, H. (1989), Teaching number sense The Arithmetic Teacher, 36, pp.6–11.

Inprasitha, M., 江森英世，飯島智隆（2009），Emotional Model of Mathematical Communication, In 江森英世，森本　明編，聴覚障害児の数学教育におけるコミュニケーション連鎖の創発性とその可能性（pp.107–191），平成17～20年度科学研究費補助金（基礎研究(B)），研究成果報告書，課題番号17300244.

McIntosh, A., Reys, B.J., Reys, R.E. (1992), A proposed framework for examining basic number sense, For the Learning of Mathematics, 12, pp.2–8.

Reys, R., Reys, B., Nohda, N., Emori, H. (1995), Mental computation performance and strategy use of Japanese students in grades 2, 4, 6, and 8, Journal for research in mathematics education, National Council of Teachers of Mathematics, pp.304–326.

Sowder, J. (1992), Estimation and number sense, Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning, pp. 371–389.

Verschaffel, L., Greer, B., DeCorte, E. (2007), Whole number concepts and operations, In F. Lester (Ed.), Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning (second edition), pp.580–581.

Yang, D.C., Hsu, C.J. & Huang, M.C. (2004), A study of teaching and learning number sense for sixth grade students in Taiwan, International Journal of Science and Mathematics Education, 2(3), pp.407-430.

Yang, D.C., Reys, R., Reys, B. (2009), Number sense strategies used by pre-service teachers in Taiwan, International Journal of Science and Mathematics Education, 7(2), pp. 383-403.