



## **Pulsudbredelse og instabiliteter i et ion-beam-plasma system og vekselvirkning mellem elektron-plasma bølger og ion-akustiske bølger**

**Rasmussen, Jens Juul**

*Publication date:*  
1977

*Document Version*  
Også kaldet Forlagets PDF

[Link back to DTU Orbit](#)

*Citation (APA):*

Juul Rasmussen, J. (1977). Pulsudbredelse og instabiliteter i et ion-beam-plasma system og vekselvirkning mellem elektron-plasma bølger og ion-akustiske bølger. (Risø-M; Nr. 1950).

## **DTU Library** Technical Information Center of Denmark

---

### **General rights**

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal

If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

Risø

Risø - M - 1950

Risø - M - 1950

<p><b>Title and author(s)</b></p> <p>Pulsudbredelser og instabiliteter i et ion-beam-plasma system</p> <p>og</p> <p>Vekselvirkning mellem elektron-plasma bølger og ion-akustiske bølger</p> <p>af</p> <p>Jens Juul Rasmussen</p>	<p><b>Date</b> August 1977</p> <p><b>Department or group</b> Fysik</p> <p><b>Group's own registration number(s)</b></p>
<p>77 pages + tables + 41 illustrations</p>	<p><b>Copies to</b></p>
<p><b>Abstract</b></p> <p>De generelle udbredelsesmønstre af ion-akustiske tæthedspulser i et ion-beam-plasma system er beregnet for både stabile og ustabile situationer. Beregningerne er udført for forskellige excitationformer og viser, at udbredelsesmønstret er stærkt afhængigt af excitationmetoden. Endvidere er den elektrostatiske ion-cyclotron-instabilitet exciteret af et ion-beam undersøgt eksperimentelt i et Q-maskine-plasma. Resultaterne er sammenlignet med teoretiske forudsigelser, og der er fundet god overensstemmelse. Endelig omtales eksperimentelle observationer af vekselvirkningen mellem ion-akustiske bølger og elektron-plasma bølger. Også muligheden for at anvende elektron-plasma bølger til stabilisering af lavfrekvente instabiliteter diskuteres.</p> <p><b>Ansvarlig faglærer:</b> Prof. P.L. Ølgaard Afdelingen for Elektrofysik Danmarks tekniske Højskole</p> <p><b>Medfaglærer:</b> Civ.ing., lic.techn. P. Michelsen Fysikafdelingen Forsøgsanlæg Risø</p> <p>Risø, den 25.08.1977 Jens Juul Rasmussen <i>Jens Juul Rasmussen</i></p> <p>Available on request from Risø Library, Risø National Laboratory (Risø Bibliotek, Forsøgsanlæg Risø), DK-4000 Roskilde, Denmark. Telephone: (03) 35 51 01, ext. 334, telex: 43116</p>	

INDHOLDSFORTEGNELSE

	side
I. Indledning.....	1
II. Udbredelse af en tæthedspuls i et ion-beam-plasma system.....	3
1. Introduktion.....	3
2. Teori.....	5
a. Model.....	5
b. Dispersionsrelation.....	6
c. Pulsudbredelse.....	9
3. Numeriske resultater.....	11
a. "Dispersionsrelation" for pulsudbredelse....	11
b. Pulsudbredelsesmønstre for hastigheds- og tæthedsmodulation af ion-beamet.....	14
4. Diskussion og konklusion.....	17
III. Ion-beam-exciterede, elektrostatisk ion-cyclotron bølger.....	21
1. Introduktion.....	21
2. Stabilitet og dispersionsrelation.....	23
a. Model.....	23
b. Stabilitet.....	26
c. Frekvens af de ustabile modes.....	31
3. Eksperimentelle undersøgelser.....	34
a. Måleopstilling.....	34
b. Måleresultater.....	35
Natrium-beam i caesium-plasma.....	36
Natrium-beam i natrium-plasma.....	39
4. Diskussion og konklusion.....	42
IV. Vekselvirkning mellem elektron-plasma bølger og ion-akustiske bølger.....	45
1. Introduktion.....	45
2. Teori.....	46

3. Eksperimentelle undersøgelser af vekselvirkningen mellem elektron-plasma bølger og ion-akustiske bølger.....	51
a. Måleresultater.....	51
b. Diskussion.....	56
4. Stabilisering af en ion-akustisk instabilitet ved hjælp af elektron-plasma bølger.....	58
5. Konklusion.....	60
V. Konklusion.....	62
Appendix I Q-maskinen.....	64
Appendix II Kalibrering af mikrobølgeopvarmningen.	68
Referencer.....	70
Figurer.....	76

## I. INDLEDNING

Denne rapport beskriver dele af det arbejde, som er udført i Q-maskine gruppen på Risø under mit licentiatstudium i tiden 1975-77. Beskrivelsen omfatter følgende to hovedområder:

- (1) undersøgelser af pulsubbredelser og instabiliteter i et ion-beam-plasma system (kapitel II og III). Indflydelsen af et ion-beam, som gennemstrømmer et plasma, har stor betydning i forbindelse med systemets stabilitet og opvarmning. Den frie energi, som beamet repræsenterer, kan excitere og drive plasmaets egenoscillationer. Ion-beam-exciterede instabiliteter kan f.eks. få betydning i forbindelse med opvarmningen af et fusionsplasma ved hjælp af injektion af neutrale atomer. Kapitel II beskriver beregninger af pulsubbredelser i beamets retning i et ion-beam-plasma system for såvel stabile som ustabile situationer. Vi har her ønsket at fastslå de generelle egenskaber for pulsubbredelsen under forskellige excitationsformer og mener, at resultaterne er af betydning ved fortolkningen af eksperimentelle undersøgelser af perturbationers udbredelser i beam-plasma systemer. I kapitel III omtales eksperimentelle og teoretiske undersøgelser af den ion-beam-exciterede, elektrostatisk ion-cyclotron-instabilitet, som netop er en af de instabiliteter, der forventes at spille en rolle i forbindelse med opvarmning ved hjælp af neutral beam injektion.
- (2) undersøgelser af vekselvirkningen mellem højfrekvente elektron-plasma bølger og lavfrekvente ion-akustiske bølger (kapitel IV). Denne vekselvirkning har betydning for mulighederne for at anvende elektronoscillationer til dynamisk stabilisation af lavfrekvente instabiliteter, f.eks. ion-

beam genererede instabiliteter.

Hvert kapitel er skrevet, så det udgør en særskilt helhed. En del af indholdet har været publiceret før, derfor vil beskrivelserne være af oversigtsmæssig karakter med referencer til de originale publikationer.

## II. UDBREDELSE AF TÆTHEDSPULSER I ET ION-BEAM-PLASMA SYSTEM

### II.1 Introduktion

Et ion-beam, der gennemstrømmer et plasma, kan give anledning til excitation af forskellige instabiliteter, som omtalt i kapitel I. En af de instabiliteter, der er blevet studeret mest, er den såkaldte ion-ion-instabilitet, som skyldes vekselvirkning mellem beam-ionerne og ionerne i baggrundsplasmaet. Det er blevet postuleret, at denne instabilitet spiller en rolle i forbindelse med opvarmning af ionerne i solvinden (D'Angelo and Jensen, 1972), hvor man netop senere har observeret ion-beam-hastighedsfordelinger med parametre, der kan give anledning til ion-ion-instabiliteten (Feldman et al. 1973), og som dissipativ mekanisme i kollisionsfrie chok, f.eks. jordens "bow-shock" (Tidmann 1967).

Stabilitetskriteriet for ion-ion-instabiliteten er undersøgt af Stringer (1964) for det tilfælde, hvor de to ion-beams er identiske og modstrømmende, og Fried og Wong (1966) har undersøgt stabiliteten for forskellige beamtætheder og -temperaturer. Adskillige eksperimentelle undersøgelser af instabilitetens lineære såvel som ulineære udvikling er foretaget i de senere år, dels i Q-maskine-plasmaer (Baker et al., 1971; Baker, 1972 og 1973; Christoffersen and Prahm, 1973), dels i dobbelt-plasma- (DP)-maskiner (Taylor and Coroniti, 1972; Kiwamoto 1974; Grésillion and Doveil, 1975; Fujita et al., 1975). I alle disse eksperimenter iagttog man udbredelsen af en externt exciteret perturbation for at undersøge stabilitetsforholdene. Hvis perturbationen voksede rumligt i et område, blev plasmaet klassificeret som ustabil. Imidlertid har Sato et al. (1975 og 1977) også observeret rumlig vækst af perturbationer i et ion-beam-plasma system, selv når plasmaet skulle være stabilt, ifølge de ovenfor

nævnte teoretiske beregninger. Dette eksperiment blev udført i en Q-maskine opereret som DP-maskine (se også afsnit III.1). Væksten af perturbationerne forklaredes ved hjælp af en lineær bølge-teori for "beam-bunching". Denne "beam-bunching" optræder i forbindelse med en hastighedsmodulation af beamet, og kan opfattes som interferens mellem den langsomme ion-beam mode og den hurtige ion-beam mode, der begge exciteres ved hastighedsmodulationen. Fænomenet er snævert knyttet til "elektron-beam-bunching" i forbindelse med klystroner (se f.eks. Harman, 1953).

I de citerede eksperimenter er der benyttet forskellige metoder til at excitere perturbationerne. Dobbelt-plasma-excitation (Taylor and Coroniti, 1972; Kiwamoto, 1974; Grésillion and Doveil, 1975; Fujita et al. 1975; Sato et al. 1975 og 1977), d.v.s. modulation af beamhastigheden ved at overlejlre forspændingen af "driver plasmaet" i en DP-opereret maskine med en spændingsoscillation, giver altid anledning til næsten ren hastighedsmodulation. Gitter-excitation (Baker et al., 1971; Baker, 1972 og 1973; Christoffersen and Prahm, 1973) kan også resultere i hastighedsmodulation under visse omstændigheder (Christoffersen, 1971), og Sato et al. (1975 og 1977) hævder, at deres "beam-bunching-vækst" også kunne findes for gitter-exciterede perturbationer.

I dette kapitel omtales numeriske beregninger af pulsubbredelser i et ion-beam-plasma system, både for stabile og ustabile situationer. En bekvem og ofte benyttet eksperimentel metode til at undersøge stabiliteten af plasmaet har været at iagttage opførslen af en externt exciteret puls (Baker et al. 1971, Baker 1972 og 1973; Taylor and Coroniti, 1972; Kiwamoto, 1974). Vi har beregnet udbredelsen af pulser exciteret ved både en ren hastighedsmodulation og en ren tæthedsmodulation af beamet, for at fastslå de generelle egenskaber ved pulsubbredelse i et beam-



plasma system (Michelsen et al., 1976a).

Endvidere har vi, på grundlag af den lineære dispersionsrelation for ion-beam-plasma systemet, beregnet fasehastighederne af systemets egenmodes for varierende parametre, og sammenlignet disse med hastighederne af beregnede pulser. Beregningerne er baseret på teorien udviklet af Jensen et al. (1974), blot har vi benyttet en puls af endelig bredde. Denne teori er opsummeret i afsnit II.2, hvor også den lineære dispersionsrelation for systemet er behandlet.

## II.2 Teori

### a. Model

I dette afsnit opsummeres teorien, der er brugt ved beregningerne af pulsubbredelsen. Vi ønsker kun at betragte den lineære udbredelse af "små" perturbationer, hvorfor vi kan benytte lineariserede ligninger. Ionerne beskrives ved deres lineariserede Vlasov-ligning, elektronerne som et masseløst isotermt fluidum (vi er kun interesseret i svingninger med frekvenser  $\omega \ll \omega_{pe}$  (elektron-plasma-frekvensen) og udbredelseshastigheder  $v_p \ll c_e$  (elektron-termisk-hastighed)), ionerne og elektronerne er koblede via Poisson-ligningen, og vi betragter en 1-dimensionel situation. Altså har vi følgende grundligninger:

$$\frac{\partial f(x,v,t)}{\partial t} + v \frac{\partial f(x,v,t)}{\partial x} = \frac{e}{M} \frac{\partial \phi(x,t)}{\partial x} \frac{df_0(v)}{dv}, \quad (2.1)$$

$$\tau_e \frac{\partial n_e(x,t)}{\partial x} = n_0 e \frac{\partial \phi(x,t)}{\partial x}, \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial^2 \phi(x,t)}{\partial x^2} = \frac{e}{\epsilon_0} (n_e(x,t) - n_i(x,t)), \quad (2.3)$$

$$n_i(x,t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x,v,t) dv \quad (2.4)$$

hvor  $f(x,v,t)$  er den pertuberede ion-fordelingsfunktion,

$n_i$  og  $n_e$  er de pertuberede tætheder for henholdsvis ioner og elektroner,

$T_e$  er elektrontemperaturen målt i energienheder

( $v \kappa T_e$ ,  $\kappa$  er Boltzmann's konstant),

$M$  er ionmassen

$\phi(x,t)$  er det elektriske potentiale i perturbationen,

$n_0$  er den ensartede, upertuberede tæthed for både ioner og elektroner,

$f_0$  er den upertuberede ionfordelingsfunktion og

$$n_0 = \int_{-\infty}^{\infty} f_0(v) dv.$$

Ligningssættet (2.1)-(2.4) beskriver for eksempel udbredelsen af perturbationer langs det homogene magnetfelt i et kollisionsfrit Q-maskine-plasma (Jensen, 1976).

### b. Dispersionsrelation

Dispersionsrelationen for bølgeudbredelser af formen  $\exp[i(kx - \omega t)]$  i et plasma kan generelt skrives som:

$$1 + \chi_e(\omega, k) + \chi_i(\omega, k) = 0,$$

hvor  $\chi_{e,i}$  er susceptibiliteten af henholdsvis elektronerne og ionerne. Med ligningerne (2.1)-(2.2) fås:

$$\chi_e = \frac{1}{(k \lambda_D)^2} \quad \text{og} \quad \chi_i = - \frac{e^2}{M \epsilon_0 k^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f_0'(v)}{v - \omega/k} dv,$$

hvor  $\lambda_D$  er elektron-Debye-længden,  $\lambda_D = (\epsilon_0 T_e / n_0 e^2)^{1/2}$ . Dispersionsrelationen bliver da:

$$(k \lambda_D)^2 = \frac{c_s^2}{n_0} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f_0(v)}{v - \omega/k} dv - 1 \quad (2.5)$$

hvor  $c_s = (T_e/M)^{1/2}$ .

I det tilfælde hvor fordelingsfunktionen består af en sum af to Maxwellfordelinger:

$$f_0(v) = f_p(v) + f_b(v) = n_0 \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left\{ n_p \frac{1}{c_p} \exp\left[-\left(\frac{v-V_p}{c_p}\right)^2\right] + n_b \frac{1}{c_b} \exp\left[-\left(\frac{v-V_b}{c_b}\right)^2\right] \right\} \quad (2.6)$$

kan dispersionsrelationen (lign. (2.5)) skrives:

$$(k\lambda_D)^2 = \frac{T_e}{2T_p} n_p Z'\left(\frac{\omega - kV_p}{kc_p}\right) + \frac{T_e}{2T_b} n_b Z'\left(\frac{\omega - kV_b}{kc_b}\right) - 1 \quad (2.7)$$

hvor indices p og b refererer til henholdsvis ionerne i baggrundsplasmaet og beam-ionerne,  $n_{p,b}$  er de relative tætheder ( $n_p + n_b = 1$ ),  $c_{p,b} = (2 T_{p,b}/M)^{1/2}$  er de termiske hastigheder,  $V_{p,b}$  er driftshastighederne og  $Z'$  er den afledede af plasmadispersionsfunktionen (Fried and Conte, 1961).

Har dispersionsrelationen løsninger,  $\omega(k)$ , for et k med  $\text{Im } \omega > 0$ , vil der eksistere voksende bølger;  $f_0$ -fordelingen er da ustabil. Stabilitetsgrænserne kan udregnes ved hjælp af Penrose-kriteriet (Penrose, 1960). For ens beam og baggrund ( $T_b = T_p = T_i$ ,  $n_b = n_p = 0.5$ ) finder vi det stabilitetsdiagram (Rasmussen, 1975; Michelsen and Prahm, 1971), der er vist på fig. 2.1, hvor temperaturforholdet  $T_e/T_i$  er plottet som funktion af  $V \equiv V_b - V_p$ . Stabilitetskurver for forskellige kombinationer af parametrene  $n_p/n_b$  og  $T_p/T_b$  er beregnet af Fried og Wong (1966).

Løsningerne til dispersionsrelationen, lign. (2.5) og (2.7), er plasmaets såkaldte egenmodes. For lange bølgelængder ( $(k\lambda_D)^2 \ll 1$ ) og med kun én ion-komponent (eks.  $n_p = 1$ ,  $n_b = 0$ ) giver den principale rod (den rod, som har mindst imaginærdel) til ligning (2.7) de stabile ion-akustiske modes med fasehastigheder  $\text{Re}(\omega/kc_p) \approx V_p \pm \xi_r$ . Her er  $\xi_r$  den reelle del af  $\xi$ , der er løsningen med mindst imaginærdel til:  $Z'(\xi) = 2 T_p/T_e$ . For  $V_p < \xi_r$  har vi to modstrømmende modes, mens vi for  $V_p > \xi_r$  har to modes, der udbreder sig i samme retning: den hurtige ion-beam

mode (hastighed  $V_p + \xi_r$ ) og den langsomme ion-beam mode (hastighed  $V_p - \xi_r$ ). I et plasma, der gennemstrømmes af et ion-beam, kan man da forvente, at der eksisterer fire modes, to for hver iongruppe, og disse er brugt som startværdier i en iterativ løsning af ligning (2.7). For baggrundsplasmaet er dog kun den hurtige (fremadstrømmende) mode medtaget.

Den reelle del af fasehastigheden ( $\text{Re}(\omega/kc_i)$ ) af disse principale modes er vist i fig. 2.2 (fuldt optrukne kurver), som funktion af  $V(\equiv V_b - V_p)$ , for det tilfælde hvor beam og baggrund er ens ( $T_b = T_p = T_i$ ,  $n_b = n_p = 0.5$ ),  $V_p = 1.5c_i$  og  $T_e/T_i = 4$ , svarende til den horisontale, stiplede linie i fig. 2.1. For store beamhastigheder eksisterer der tre stabile modes: baggrundsplasmaets ion-akustiske mode (nederste kurve), den langsomme (mellemste kurve) og den hurtige ion-beam mode (øverste kurve). Når  $V$  aftager til ca.  $4c_i$ , smelter den langsomme beam mode og plasma moden sammen til én mode, og for  $V \approx 3.6c_i$  bliver denne mode ustabil (se fig. 2.1). Dens vækstrate,  $\text{Im}(\omega/kc_i)$ , er også vist på fig. 2.2 (stiplet kurve). Den ustabile mode ses at have en fasehastighed, som ligger midt mellem beamet og baggrunden ( $\text{Re}(\omega/k) = (V_b + V_p)/2$ ). Hastighederne af beam og baggrund er angivet ved de to prik-stiplede linier, betegnet 2 og 1. Ved lavere beamhastighed,  $V \lesssim 2.55c_i$ , bliver moden igen stabil, og for  $V \lesssim 1.2c_i$  har ligning (2.7) ingen løsninger med  $\text{Re}(\omega/k) = (V_b + V_p)/2$  og kun den hurtige beam mode er tilstede. For  $V \rightarrow 0$  går denne over i den sædvanlige ion-akustiske mode.

I fig. 2.3 er  $\text{Re}(\omega/kc_i)$  (fuldt optrukne kurver) afbildet som funktion af temperaturforholdet  $T_e/T_i$  for fastholdt  $V = 4.5c_i$  ( $V_p = 1.5c_i, V_b = 6c_i$ , prik-stiplede linier, 1 og 2), svarende til den vertikale, stiplede linie i fig. 2.1. Også her er beam og baggrund ens. For lave værdier af  $T_e/T_i$  eksisterer der tre modes: plasma moden, den langsomme og den hurtige beam mode.

Med voksende  $T_e/T_i$  øges forskellen mellem fasehastighederne af de tre modes og de respektive beamhastigheder, og ved  $T_e/T_i = 6$  smelter den langsomme beam mode og plasma moden sammen til én mode, som bliver ustabil for  $T_e/T_i > 6.45$ . Vækstraten,  $\text{Im}(\omega/kc_i)$ , af denne mode (stiplet kurve) øges med voksende  $T_e/T_i$ . Igen ser vi, at fasehastigheden af den ustabile mode er givet ved  $(V_b + V_p)/2$ .

Endelig viser fig. 2.4  $\text{Re}(\omega/kc_i)$  for de to tilfælde, hvor beamet optræder alene ( $n_p = 0$ ,  $n_b = 1$ ,  $T_b = T_i$ ,  $V_b = 6c_i$ ) (fuldt optrukne kurver) og baggrundspasmaet optræder alene ( $n_p = 1$ ,  $n_b = 0$ ,  $T_p = T_i$ ,  $V_p = 1.5c_i$ ) (stiplet kurve). Det bemærkes, at forskellen mellem fasehastighederne og  $V_b$ , henholdsvis  $V_p$ , er større end i fig. 2.3. Alligevel er skæringspunktet mellem den langsomme beam mode og plasma moden sammenfaldende med det punkt, hvor disse modes smelter sammen i fig. 2.3.

### c. Pulsudbredelse

For at finde udbredelsen af en tæthedspuls i systemet beskrevet ved ligningerne (2.1) - (2.4) søger vi plasmaets respons på en begyndelsesperturbation med hastighedsfordelingen:

$$f_0(x, v, t=0) = g(v) \frac{1}{\pi} \frac{\alpha}{\alpha^2 + x^2} \quad (2.8)$$

hvor  $\alpha$  angiver bredden af begyndelsespulsen. I grænsen for  $\alpha \rightarrow 0$  er ligningerne løst af Jensen et al. (1974) for et ustabil plasma, d.v.s. Green's funktionen for systemet er fundet (se også Rasmussen, 1975). Disse resultater kan umiddelbart generaliseres til det tilfælde, hvor  $\alpha$  er endeligt, og vi får (Michelsen et al., 1976a):

$$n_e = n_{es} + n_{eu} = \frac{1}{t} \frac{1}{\pi} \text{Im} \left( \frac{I\left(\frac{x+i\alpha}{t}\right)}{1 - P\left(\frac{x+i\alpha}{t}\right)} - \frac{I(u_p)}{(u_p - \frac{x+i\alpha}{t})P'(u_p)} \right) +$$

$$\frac{1}{\pi} \operatorname{Re} \frac{I(v_0)}{P'(v_0)} \int_0^{k_m} \exp\left\{ ikx - ak - ikt \left[ v_0 + \frac{k_m^2 - k^2}{\omega_{pi}^2} A(v_0) \right] \right\} dk, \quad (2.9)$$

hvor

$$I\left(\frac{x+i\alpha}{t}\right) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} \frac{g(v)}{v - \frac{x+i\alpha}{t}} dv, \quad P\left(\frac{x+i\alpha}{t}\right) \equiv \frac{c_s^2}{n_0} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f^N(v)}{v - \frac{x+i\alpha}{t}} dv,$$

$u_p$  er løsningen til ligningen  $1 - P(u_p) = 0$  med  $\operatorname{Im} u_p \geq 0$ ,

$v_0$  er hastigheden af minimumet i  $f_0$ -fordelingen,

$k_m$  er den maximale  $k$ -værdi for hvilken ustabile oscillationer optræder (Jensen et al., 1974; Rasmussen 1975),

$\omega_{pi} [= (e^2 n_0 / \epsilon_0 M)^{1/2}]$  er ion-plasma-frekvensen,

$c_s = (T_e / M)^{1/2}$  og

$$A(v_0) \equiv \left( - \lim_{\epsilon \rightarrow 0^+} \frac{1}{n_0} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f^N(v)}{v - (v_0 + i\epsilon)} dv \right)^{-1}.$$

Ligning (2.9) er den generelle løsning for et ustabil beam-plasma system. Er systemet stabilt, kommer der kun bidrag fra det første led i  $n_{eu}$ . Løsningen er asymptotisk og kun gyldig for tider, der er lange sammenlignet med en plasmaperiode d.v.s.  $t \gg \omega_{pi}^{-1}$ , og for svagt ustabile plasmaer, d.v.s.  $k_m \lambda_D \ll 1$ .

Ved at substituere med  $z = k/k_m$  i udtrykket for  $n_{eu}$  (2.9) får vi:

$$n_{eu} = k_m \frac{1}{\pi} \operatorname{Re} \frac{I(v_0)}{P'(v_0)} \int_0^1 \left\{ \cos[k_m z(x - tv_0)] + i \sin[k_m z(x - tv_0)] \right\} \\ \times \exp[-i\beta_1(1-z^2)zt] \exp[(1-z^2)\beta_2 - k_m z\alpha] dz, \quad (2.10)$$

hvor  $\beta = \beta_1 + i\beta_2 = (k_m^3 / \omega_{pi}^2) [ \operatorname{Re} A(v_0) + i \operatorname{Im} A(v_0) ]$ ,

dette udtryk er benyttet i de numeriske regninger, der er beskrevet i næste afsnit.

### II.3 Numeriske resultater

De numeriske beregninger af tæthedspulsernes udbredelse ud fra ligningerne (2.9) og (2.10) er foretaget med et regneprogram, som er en videreudvikling af programmet beskrevet af Rasmussen (1975), således at også usymmetriske fordelinger kan betragtes. Fordelingsfunktionen,  $f_0(v)$ , kan bestå af en sum af to Maxwellfordelinger givet ved lign. (2.6), og  $g(v)$  kan være en vilkårlig sum af Maxwellfordelinger; man kan derfor benytte plasmadispersionsfunktionen ved beregning af integralerne  $I(\xi)$ ,  $P(\xi)$  og  $A(\xi)$ .

#### a) "Dispersionsrelation" for pulsubbredelse

Løsningerne til dispersionsrelationen (2.7), som er afbildet på figurerne 2.2-2.4, er plasmaets egenmodes og afhænger kun af  $f_0(v)$  og ikke af excitationmekanismen beskrevet ved  $g(v)$ . For lave temperaturforhold,  $T_e/T_i \ll 3$ , har det imidlertid vist sig at det hovedsaglig er  $g(v)$ , som bestemmer udbredelsen af en bølge (eller en puls). Man siger også, at det fritstrømmende bidrag til udbredelsen (hidrørende fra ledene på venstre side i lign. (2.1)) dominerer over det kollektive (bestemt af ledet på højre side af lign. (2.1)) (Andersen et al., 1971a; Jensen and Michelsen, 1972; Christoffersen et al., 1974; Pécseli, 1974a; and Jensen 1976). Derfor er pulsubbredelser udregnet for de samme tilfælde som dispersionskurverne på figurerne 2.2-2.4.

På fig. 2.5 er udbredelsen af en deltapuls ( $\alpha = 0$  i lign. (2.8)) - d.v.s. systemets Green's funktion - vist for forskellige beamhastigheder, svarende til parametrene i fig. 2.2 og med  $g(v) \equiv f_0(v)$ , idet tæthedsperturbationen er plottet som funktion af den normaliserede tid,  $t\omega_{pi}$ , for en fastholdt afstand,  $x/\lambda_D = 100$ . For store beamhastigheder (fig. 2.5a) eksisterer der tre stabile pulser: den hurtige (til venstre) og den langsomme (i

midten) beam mode, samt plasmamoden (til højre), i overensstemmelse med fig. 2.2. Når systemet bliver ustabil for mindre værdier af  $V$  (fig. 2.5b), finder vi to pulser: den stabile, hurtige beam mode (til venstre), og den ustabile mode (til højre) som vokser for voksende  $x/\lambda_D$ . Endelig ses på fig. 2.5c situationen, når systemet igen er blevet stabilt for små beamhastigheder. Ud fra sådanne udbredelsesmønstre er pulsernes hastigheder beregnet, idet vi har taget hastigheden af pulsernes maxima. Disse hastigheder er også afsat på fig. 2.2, hvor cirklerne repræsenterer de to beam modes, krydsene plasma moden og trekkanterne den ustabile mode. Det ses, at hastighederne af pulserne følger dispersionskurverne. Dog er der en systematisk afvigelse mellem de stabile pulseres hastigheder og kurverne, hvilket skyldes det fritstrømmende bidrag. Hastigheden af den ustabile puls er derimod nøjagtig lig med fasehastigheden udregnet fra dispersionsrelationen. Men den ustabile mode skyldes jo også alene kollektive effekter, den er dannet af plasmaet, d.v.s.  $f_0(v)$ , og er uafhængig af  $g(v)$ . Vore beregninger er i fin overensstemmelse med Kiwamotos (1974) eksperimentelle resultater for pulsudbredelse i et ion-beam-plasma system, og også med Grésillon og Doveil's (1975) undersøgelser af bølgeudbredelse i et tilsvarende system.

Hastighederne af pulserne for parametrene svarende til fig. 2.3 og fig. 2.4 er også udregnet og plottet på fig. 2.3, henholdsvis fig. 2.4, med samme signaturer som i fig. 2.2. I begge tilfælde ses, at pulshastighederne rykker nærmere og nærmere mod dispersionskurverne for voksende temperaturforhold,  $T_e/T_i$ , hvilket er i overensstemmelse med, at det kollektive bidrag får større og større betydning for voksende  $T_e/T_i$ , som også fundet af Jensen og Michelsen (1972). Den ustabile puls har også her en hastighed, der er givet ved fasehastigheden af den ustabile mode. Det skal bemærkes, at selvom pulshastighederne er i god overens-



stemmelse med fasehastighederne af plasmaets egenmodes, i hvert-fald for store  $T_e/T_i$ , vil formen af pulserne være stærkt afhængig af  $g(v)$  og vil almindeligvis være dårligt beskrevet ved beregninger, der kun tager hensyn til de kollektive led (Nielsen, 1969).

En vis fysisk indsigt i excitationen af den ustabile mode kan opnås ved at bemærke, at den langsomme beam mode er en såkaldt negativ energi bølge (se f.eks. Hasagawa, 1975, og Pécseli, 1974b kap. 4 og 7), som dæmpes, når den tilføres energi, og tilsvarende vokser i amplitude, når den fratages energi. Man kan da opfatte den her behandlede to-beam instabilitet, som opstået ved en vekselvirkning mellem beamets langsomme, negative energi mode og plasma moden, der har positiv energi, idet beam moden ved at afgive energi til plasma moden bevirker, at begge modes vokser i amplitude (Fukai and Harris, 1971). Man ser da også i figurerne 2.2 og 2.3, at instabiliteten opstår, når de to modes er smeltet sammen. Denne form for instabilitet involverer alene den såkaldte reaktive kobling mellem to bølger med energi af modsat fortegn. En anden mekanisme, som kan drive en instabilitet i et beam-plasma system, er den inverse Landau-dæmpning (Hasegawa, 1975). Denne instabilitet kan exciteres, når plasma modens (positiv energi) fasehastighed,  $u$ , er beliggende, hvor fordelingen har positiv hældning ( $f'_0(u) > 0$ ); her vil bølgen nemlig kunne modtage energi fra partiklerne, der ligger tæt ved fasehastigheden. Man bemærker, at mens en instabilitet exciteret ved invers Landau-dæmpning altid har en fasehastighed,  $u$  således  $f'_0(u) > 0$ , så kan fasehastigheden af instabiliteten exciteret ved reaktiv kobling mellem beam og plasma moden udmærket være beliggende, hvor  $f'_0(u) \leq 0$ . Den ustabile mode behandlet i dette afsnit har netop en fasehastighed,  $u$ , for hvilken  $f'_0(u) = 0$ , og vi vil da også opfatte den som opstået på grund af koblingen mellem den langsomme beam mode

og plasma moden. Idehara et al. (1977) har fornylig rapporteret eksperimentelle observationer af overgangen mellem de to typer instabiliteter i et elektron-beam-plasma system.

Endelig skal det kort omtales, at eksistensen af en negativ energibølge i et ion-beam-plasma system åbner muligheder for excitation af eksplosive instabiliteter (Engelman and Wilhelmsson 1969; Wilhelmsson et al., 1970; og Dum and Ott 1971). Disse instabiliteter kan f.eks. opstå ved resonant bølgekobling mellem tre bølger, hvoraf en har negativ energi og alle tre bølger vokser mod uendelig inden for en endelig tid, altså hurtigere end exponentielt. En speciel egenskab ved den eksplosive instabilitet (som er ulineær) er, at plasmaet meget vel kan være lineært stabilt. Nakamura (1977) har observeret den eksplosive instabilitet i et ion-beam-plasma system, hvor de tre vekselvirkende bølger var de to ion-plasma modes og den langsomme beam mode. Disse eksplosive instabiliteter åbner mulighed for en hurtig dissipation af bølgeenergi til termiske bevægelser, og kan altså føre til en effektiv plasmaopvarmning.

b. Pulsudbredelsesmønstre for hastigheds- og tæthedsmodulation af ion-beamet

For at få et indblik i det generelle udbredelsesmønster af en tæthedspuls i et ion-beam-plasma system er udbredelsen af pulser beregnet for de to tilfælde, hvor de er exciteret ved en ren hastighedsmodulation, henholdsvis ren tæthedsmodulation af beamet (Michelsen et al. 1976a). I alle de tilfælde, der er betragtet i dette afsnit, er hastigheden af baggrundspasmaet  $V_p = 0$  og temperaturforholdet  $T_e/T_p = 1$ . Temperaturen af beam-ionerne er bestemt ved:

$$\frac{T_b}{T_p} = \left[ 1 - \frac{3}{2(V_b/c_p)^2} \right] / 2(V_b/c_p)^2$$

hvilket tilnærmelsesvis er den temperatur et beam opnår ved adiabatisk afkøling, når det accelereres til hastigheden  $V_b$  (Sato et al., 1975 og 1977).  $f_0(v)$  er vist på fig. 2.6a. I tilfælde af hastighedsmodulation af beamet har vi benyttet en begyndelses-perturbation,  $g(v) = f_n(v + \tilde{v}) - f_b(v)$ , hvor  $\tilde{v}$  er amplituden af hastighedsmodulationen.  $g(v)$  for dette tilfælde er vist på fig. 2.6b. Tæthedsmodulationen af beamet er realiseret med et  $g(v)$  proportionalt med  $f_b(v)$ . For at få et realistisk mål for bredden,  $\alpha$ , af begyndespulsen, har vi benyttet en karakteristisk bredde,  $\Delta t$ , af de tidlige pulser fra de citerede eksperimenter (se afsnit 2.1) og multipliceret denne med  $V_b$ .  $\Delta t$  er af størrelsen få gange  $\omega_{pi}^{-1}$ . En oversigt over de behandlede tilfælde er givet i tabel 2.1.

Tabel 2.1.

Parametrene for de undersøgte tilfælde.  $T_p = T_e$ .

Figur nr.	$V_b/C_p$	$T_b/T_p$	$n_p$	$n_b$	$\alpha/\lambda_D$	Modulationsform	Stabilitet
2.7	5	0.02	0	1	80	hastighed	stabil
2.8	5	0.02	0.5	0.5	80	hastighed	stabil
2.9	2	0.078	0	1	32	hastighed	stabil
2.10	2	0.078	0.5	0.5	32	hastighed	ustabil
2.11	2	0.078	0	1	32	tæthed	stabil
2.12	2	0.078	0.5	0.5	32	tæthed	ustabil

Udbredelsesmønstrene i tilfælde af hastighedsmodulation med  $\tilde{v}/V_b = 1\%$  er vist i figurerne 2.7 - 2.10. Tilnærmelserne der førte frem til udtrykket (2.9) er, som omtalt, kun gyldige for store værdier af  $t\omega_{pi}$ , hvilket er antydnet gennem den stiplede del af kurverne. I figurerne 2.7 og 2.8 er  $V_b = 5c_p$  og  $T_b = 0.02T_p$ , hvorfor de kollektive beam modes vil dominere over de frit-strømmende bidrag ( $T_e/T_b = 50$ ). Kurverne på fig. 2.7, der viser tæthedsvariationen som funktion af  $t\omega_{pi}$  for voksende af-

stand,  $x/\lambda_D$ , fra excitationpunktet, er beregnet for det tilfælde, hvor vi har beamet alene,  $n_p = 0$ ,  $n_b = 1$ , og vi har naturligvis en stabil situation. Vi ser to pulser, en hurtig positiv og en langsom negativ, som begge vokser i begyndelsen, indtil de når en maximal amplitude for  $x/\lambda_D = 1500$ . Derefter udbreder de sig uafhængigt, som henholdsvis den hurtige og den langsomme beam mode. Et tilsvarende udbredelsesmønster blev observeret eksperimentelt af Sato et al. (1977). I fig. 2.8 har vi både baggrundsplasma og beam,  $n_p = n_b = 0.5$ , men systemet er stadig stabilt (Fried and Wong, 1966). Vi ser samme udbredelseskaraktistika som på fig. 2.7, og der er intet bidrag fra baggrundspasmaet. Imidlertid er hastigheden af den langsomme og den hurtige puls ændret, og den maximale amplitude er vokset. Dette kan forstås ud fra den simple lineære teori for "beam-bunching" (Sato et al., 1977), hvor man finder, at fasehastigheden af den hurtige,  $v_h$ , henholdsvis langsomme,  $v_l$ , beam mode er givet ved:

$$v_{h,l} = V_b \pm \epsilon^{1/2} c_s, \quad (2.11)$$

hvor  $\epsilon = n_b/(n_b + n_p)$ ,

mens amplituden er proportional med  $\epsilon^{-1/2}$ . Det bemærkes, at udtrykkene (2.11) også kan findes af lign. (2.7) ved at rækkeudvikle  $Z'$ -funktionerne for  $\omega/k \gg c_p$  og  $(\omega/k - V_b) \gg c_b$ .

Figurerne 2.9 og 2.10 viser beregninger for en mindre beamhastighed,  $V_b = 2c_p$  og  $T_b = 0.08T_p$ , altså  $T_e/T_b = 13$  - de kollektive beam modes vil stadig være dominerende. Fig. 2.9 svarer til fig. 2.7,  $n_p = 0$ ,  $n_b = 1$ , og vi ser også her en vækst for små afstande; men de maximale amplituder opnås her for en mindre  $x/\lambda_D$ -værdi ( $x/\lambda_D = 200$ ). Fig. 2.10, med  $n_b = n_p = 0.5$ , viser en ustabil situation (Fried and Wong, 1966). I starten ( $x/\lambda_D < 800$ ) udbreder pulserne sig som i fig. 2.9, men kun den hurtige puls når en maximal amplitude, hvorefter den dæmpes svagt. Den lang-

somme mode giver derimod, gennem vekselvirkning med plasma moden, anledning til den ustabile mode, som fortsætter væksten. Den ustabile mode udbreder sig med en hastighed, som er mindre end  $V_b$ .

Figurerne 2.11 og 2.12 viser egenskaberne i tilfælde af tæthedsmodulation. Vi har  $V_b = 2c_p$  og  $T_b = 0.08T_p$ . Amplituden,  $\hat{n}$ , af modulationen ( $\hat{n} = \int_{-\infty}^{\infty} g(v)dv$ ) vil ikke berøre formen af udbredelsesmønstret, men kun ændre amplituden, idet beregningerne er baseret på en lineær teori. Figur 2.11 illustrerer det stabile tilfælde,  $n_p = 0$ ,  $n_b = 1$ . Perturbationen splitter op i 2 positive pulser, der for store  $x/\lambda_D$ -værdier udbreder sig som henholdsvis den hurtige og den langsomme beam mode, og begge dæmpes. Figur 2.12 viser en ustabil situation:  $n_b = n_p = 0.5$ . Vi har stadig opsplittningen i 2 pulser, som begge dæmpes for små  $x/\lambda_D$ -værdier. Den langsomme mode's vekselvirkning med plasma moden giver derimod, som i fig. 2.10, anledning til den ustabile mode, der vokser, mens den hurtige puls fortsat aftager. Den ustabile mode udviser samme opførsel som i tilfældet med hastighedsmodulering, fig. 2.10, blot er polariteten ændret.

#### II.4 Diskussion og konklusion

Beregningerne af pulsubredelsen i et ion-beam-plasma system, som er rapporteret i dette kapitel, er foretaget for et begyndelsesværdiproblem. Resultaterne kan derfor ikke direkte sammenlignes med eksperimentelle målinger, idet sådanne skulle beskrives ved et randværdiproblem. Imidlertid vil vore resultater beskrive de generelle karakteristika for pulsubredelsen. De beregnede pulsubredelser viste sig at være i kvalitativ overensstemmelse med forudsigelserne ud fra den lineære dispersionsrelation, både hvad angår antallet af modes og deres hastigheder, ihvertfald for relativt høje temperaturforhold,  $T_e/T_i \gtrsim 4$ . De ustabile pulser har hastigheder, der er lig med fasehastigheden af de usta-

bile modes beregnet ud fra dispersionsrelationen. Dannelsen af den ustabile mode kan forklares ved reaktiv kobling mellem den langsomme beam mode, der bærer negativ energi, og plasma moden, der bærer positiv energi. Ved at beregne udbredelsesmønstre for pulserne exciteret ved både ren hastigheds- og ren tæthedsmodulation af beamet, viste vi at opførslen er stærkt afhængig af excitationmekanismen, d.v.s. af begyndelsesperturbation,  $g(v)$ , selv for meget høje temperaturforhold,  $T_e/T_i$ , hvor kollektive effekter er dominerende. Samme konklusion er fundet af Jensen og Michelsen (1972), som også undersøgte afhængigheden af andre parametre i stabile systemer. Pécseli (1974b og 1975a) har vist, at man fra et givet udbredelsesmønster af en stabil tæthedsbølge kan regne tilbage til et  $g(v)$ , som vil resultere i dette udbredelsesmønster. Den ustabile mode vil imidlertid altid være bestemt af plasmasytemet og vokse eksponentielt, dog kan dens form være afhængig af  $g(v)$ , som vi ser i figurerne 2.10 og 2.12.

På grund af "beam-bunching-væksten" i tilfælde af hastighedsmodulation af beamet, må man være meget forsigtig med at klassificere et beam-plasma system, som er ustabilt alene ud fra observationen af en voksende perturbation. Selv hvis systemet er ustabilt, kan det være meget svært at bestemme den korrekte vækstrate, d.v.s. at skelne mellem den ustabile vækst og "beam-bunching-væksten". I tilfældet med ren tæthedsmodulation vil derimod kun en instabilitet give anledning til vækst. Eksperimentelle excitationer giver ofte begyndelsesfordelinger, der er komplicerede funktioner (Christoffersen, 1971). I mange tilfælde kan disse imidlertid beskrives som en kombination af hastigheds- og tæthedsmodulationer. Under sådanne omstændigheder vil vi forvente resultater, der også viser en "beam-bunching-vækst", og derfor vil man have de samme vanskeligheder, som ved ren hastighedsmodulation. Vore resultater viser, at "beam-bunching-væksten" ikke kun

er en "nærfelts" effekt; men den kan fortsætte over et stort område til  $x = 1500\lambda_D$ , som svarer til  $x = 15 - 45$  cm, under karakteristiske eksperimentelle betingelser ( $T_e = 0.2$  eV,  $n_0 = 10^9 - 10^8$  cm<sup>-3</sup>).

Vi har kun betragtet svagt ustabile situationer, og vore resultater er naturligvis kun gyldige, indtil instabiliteten når et ulineært niveau. Den ustabile mode udviser samme opførsel for de to modulationstilfælde, undtagen at polariteten er ændret, hvilket skyldes, at den langsomme beam mode er exciteret som en negativ puls i tilfældet med hastighedsmodulation og som en positiv puls i tilfældet med tæthedsmodulation. Men i begge tilfælde er dens hastighed,  $u$ , mindre end beamhastigheden og endog mindre end  $f_0(v)$ 's minimumshastighed, således  $f'_0(u) < 0$  (se også diskussionen i afsnit II.3.a)

Ved udbredelsen af kontinuert exciterede tæthedsbølger i et ion-beam-plasma system giver "beam-bunching-effekten" sig udslag i interferens mellem den hurtige og langsomme beam mode, og man observerer periodiske oscillationer i bølgeamplituden (Sato et al. 1975 og 1977). Beregninger af en kontinuert exciteret tæthedsbølges udbredelse i et ion-beam-plasma system for både hastigheds- og tæthedsmodulation af beamet har givet resultater, som passer næsten eksakt med Sato's eksperimentelle observationer (Jensen, 1977). I en single-ended Q-maskine har man et ion-beam, som gennemløber elektronbaggrunden (se appendiks 1), altså en situation der svarer til figurerne 2.7, 2.9 og 2.11. Christoffersen (1972) har da også observeret amplitude oscillationer af gitter-exciterede ion-akustiske bølger i en single-ended Q-maskine i tilfælde, hvor hans  $g(v)$ , som blev direkte målt, indeholdt en stor komponent af hastighedsmodulation. Man kan også tænke sig, at amplitude-oscillationer af tæthedsbølger kan fremkomme ved interferens mellem andre af plasmaets modes. Således har

Grésillon and Doveil (1975) observeret amplitude oscillationer, som de identificerede som interferens mellem den langsomme beam mode og plasma moden. Amplitude oscillationer af ion-akustiske bølger er blevet forklaret ved ulineære effekter (Sato et al., 1969); imidlertid må man, på grund af de ovennævnte muligheder for "lineære" amplitude oscillationer, undersøge sin begyndelses-perturbation, før man drager sådanne konklusioner. I den forbindelse skal det nævnes, at Ichikawa (1970) har forklaret de "ulineære effekter", observeret af Sato et al. (1969), som værende forårsaget af interferens mellem "ion-bursts", der er moduleret af det exciterende gitter, altså igen noget der er afhængig af excitationmekanismen.



### III. ION-BEAM-EXCITEREDE, ELEKTROSTATISKE ION-CYCLOTRON BØLGER

#### III.1 Introduktion

Den ion-beam-exciterede, elektrostatiske ion-cyclotron-instabilitet er en af de instabiliteter, som forventes at få betydning i forbindelse med injektion af neutrale partikler i toroidale plasma-maskiner (Stix, 1973; Gaffey, 1976b). Elektrostatiske ion-cyclotron bølger er egenmodes af et magnetiseret plasma, og de udbreder sig næsten vinkelret på magnetfeltet med en frekvens, der ligger lige over ion-cyclotron-frekvensen. Disse bølger blev først observeret eksperimentelt af Motley og D'Angelo (1963) i et Q-maskine-plasma, hvor bølgerne exciteredes af en elektronstrøm. Kriteriet for excitation af denne instabilitet blev givet teoretisk af Drummond og Rosenbluth (1962). Senere er instabilitetens lineære såvel som ulineære opvækst og udbredelse blevet grundigt undersøgt i en række arbejder af Rynn og hans medarbejdere (se bl.a. Benford et al. (1974) og Correll et al. (1975)).

Betingelserne for excitation af elektrostatiske ion-cyclotron-bølger i et system af to identiske modstrømmende ion-beams er undersøgt teoretisk af Weibel (1970), Michelsen (1976) og Perkins (1976). Eksperimentelle undersøgelser af disse bølger, exciteret af et højenergetisk ion-beam (energi i keV området) parallelt med magnetfeltet, er rapporteret af Ishizuka et al. (1974) og Sugawa et al. (1976). Imidlertid viser de ovenfor omtalte teoretiske undersøgelser, at excitation af cyclotron bølgerne er mulig for langt mindre beamenergier, d.v.s. beamhastigheder af størrelsen  $10 c_i$  ( $c_i$  er ion-termisk-hastighed). Observationer af den elektrostatiske ion-cyclotron-instabilitet,

exciteret af et lav-energetisk ion-beam (2-10 eV) parallelt med magnetfeltet, blev først rapporteret af Michelsen et al. (1976b). Dette eksperiment blev udført i Risøs Q-maskine opereret som DP-maskine (Sato et al., 1975 og 1977). En DP-Q-maskine er opbygget som en normal Q-maskine i "double ended operation mode" (se appendix 1), blot er plasmasøjlen delt i to med et negativt forspændt gitter, som reflekterer alle elektroner. Når den ene varme plade er forspændt positivt, vil plasmapotentialet i plasmaet foran denne, "driver plasmaet", også være positivt i forhold til det andet plasma, "target plasmaet". Dette medfører, at ioner fra "driver plasmaet" strømmer ind i "target plasmaet" som et ion-beam med en energi bestemt af potentialforskellen mellem de to varme plader.

Kort efter rapporterede Hendel et al. (1976) også observationer af den elektrostatiske ion-cyclotron-instabilitet i en lignende eksperimentel opstilling, og fornylig er deres observationer blevet mere udførligt beskrevet af Yamada et al. (1977). Endelig er ion-cyclotron bølger, exciteret af ion-beams med en stor hastighedskomponent vinkelret på magnetfeltet, undersøgt af Böhmer et al. (1976) og Böhmer (1976).

Dette kapitel omhandler de eksperimentelle undersøgelser af den elektrostatiske ion-cyclotron-instabilitet, som er rapporteret af Michelsen et al. (1976c), Michelsen et al. (1977a) og (1977b). Undersøgelserne er udført i Risøs Q-maskine i "single ended operation mode" (se appendix 1), hvor et ion-beam er produceret ved hjælp af en simpel ion-emitter (Sato et al., 1974), der er placeret i plasmasøjlen. Denne opstilling har, sammenlignet med DP-Q-maskinen, den fordel, at ion-hastighedsfordelingen direkte kan måles ved hjælp af en elektrostatiske energianalysator (Andersen et al., 1971b), placeret som afslutning på plasmasøjlen. Herved

kan parametrene af beamet og baggrundspasmaet bestemmes, og sammenligninger med teoretiske beregninger kan retages. Endvidere gives en teoretisk behandling af instabiliteten, idet vi har udregnet stabilitetsgrænserne for et bredt parameterområde samt tilnærmede udtryk for frekvenserne af de ustabile modes.

### III.2 Stabilitet og dispersionsrelation

#### a. Model

Vi betragter et ion-beam, der strømmer gennem et baggrundspasma indesluttet i et stærkt magnetfelt, B. Q-maskine-plasmaet, som denne model skal beskrive, har cylindrisk form og beskrives derfor bedst i cylindriske koordinater. Imidlertid antager vi, at de indgående størrelser ikke varierer azimuthalt, altså kan systemet beskrives ved to-dimensionale kartesiske koordinater, vinkelret på ( $\perp$ ) og parallel med ( $\parallel$ ) B-feltet. Baggrundspasmaet består af Maxwellfordelte ioner og elektroner med temperaturerne  $T_{i\perp} = T_{i\parallel} = T_p$ , henholdsvis  $T_{e\perp} = T_{e\parallel} = T_e$ . Ion-beamet strømmer i B-feltets retning med hastigheden  $V$  (i baggrundsplasmaets reference) og  $T_{b\perp} = T_p$ , mens  $T_{b\parallel} = T_b$  kan være forskellig fra  $T_p$ . Tætheder for beam og baggrund er konstante over plasmasøjlen, og alle partikler er enkeltladede, hvorfor  $n_e = n_p + n_b$ ;  $n_e$ ,  $n_p$ ,  $n_b$  er elektron-, baggrunds-ion- og beam-ion-tætheder. (Samme model er betragtet af Yamada et al. 1977).

Dispersionsrelationen for elektrostatiske bølger i et sådant system kan findes af den generelle dispersionsrelation givet af Stix (1962). (Elektromagnetiske bølger, som også kan exciteres i systemet (Perkins, 1976), kan lades ude af betragtning. Deres bølgelængde er nemlig flere størrelsesordner større end de eksperimentelle dimensioner ved de her betragtede frekvenser

omkring ion-cyclotron-frekvensen, typisk 50 kHz). Antager vi, at fasehastigheden er lille sammenlignet med elektron-termisk hastighed, at bølgelængden er lang sammenlignet med elektron-Debye-længden og at bølgelængden vinkelret på B-feltet er meget større end elektron-gyroradius - med andre ord vi betragter elektronerne som et isotermt, masseløst fluidum - får vi følgende simplificerede dispersionsrelation (Michelsen et al. 1976c):

$$1 + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ \alpha_p \Gamma_{np} \left[ 1 + \frac{\omega}{kc_p} Z \left( \frac{\omega + n\Omega_p}{kc_p} \right) \right] + \alpha_b \Gamma_{nb} \left[ 1 + \frac{\omega - kV + n\Omega_b (1 - T_b/T_p)}{kc_b} Z \left( \frac{\omega + n\Omega_b - kV}{kc_b} \right) \right] \right\} = 0 \quad (3.1)$$

hvor

$c_j$  er termisk hastighed  $(= (2 T_j/M_j)^{1/2})$ ,

$M_{p,b}$  er massen af henholdsvis baggrunds- og beam-ionerne,

$T_j$  er temperatur målt i energienheder  $\sim kT_j$  ( $k$  er Boltzmann's konstant),

$\Omega_j$  er cyclotronfrekvens  $(= eB/M_j)$ ,

$k$  er bølgetal parallel med B-feltet,

$Z$  er plasmadispersionsfunktionen (Fried and Conte, 1961),

$$\alpha_j = \frac{T_e}{T_j} \frac{n_j}{n_e}, \text{ og}$$

$\Gamma_{nj} = e^{-\lambda_j} I_n(\lambda_j)$ , hvor  $I_n$  er den modificerede Bessel-funktion af  $n$ 'te orden,

$$\lambda_j \equiv \frac{1}{2} (k_{\perp} \rho_j)^2,$$

$\rho_j$  er ion-gyroradius  $(= (2 T_p/M_j \Omega_j^2)^{1/2})$  (husk  $T_{b\perp} = T_{p\perp} = T_p$ ), og

$k_{\perp}$  er bølgetal vinkelret på B-feltet.

Betragtes imaginærdelen af ligning (3.1) ser man, at ustabile løsninger med  $\omega \approx n\Omega_p$  findes, når argumenterne til to Z-funktioner er små samtidig, idet  $\text{Im}Z(\xi) \approx \exp(-\xi^2)$ , d.v.s.:

$$\omega + n' \Omega_p \approx 0 \quad \text{og} \quad \omega - kV + n'' \Omega_b \approx 0$$

hvoraf

$$\omega \approx -n' \Omega_p \tag{3.2}$$

$$k \approx \frac{n'' \Omega_b - n' \Omega_p}{V} \tag{3.3}$$

I det følgende vil vi kun beskæftige os med løsninger, hvor  $\omega \approx \Omega_p$ , altså  $n' = -1$ . Vi ser da af ligningerne (3.2) og (3.3), at (3.1) giver mulighed for to forskellige typer af ustabile modes, som også fundet i de tidligere behandlinger af den ion-beam-exciterede, elektrostatisk ion-cyclotron-instabilitet (Weibel, 1970; Michelsen, 1976; Perkins, 1976; Yamada et al., 1977). De to typer er dels de såkaldte cyclotron-cyclotron modes for  $n'' \geq 1$ , dels den såkaldte resonante mode for  $n'' = 0$ . Cyclotron-cyclotron-instabiliteten drives af reaktiv kobling mellem baggrundsplasmaets og beamets cyclotron modes (tilsvarende dannelsen af ion-ion-instabiliteten (afsnit II.3.a)). Disse bølger vil have fasehastigheder,  $\frac{\omega}{k}$ , som afhænger af  $n''$  og forholdet mellem  $\Omega_b$  og  $\Omega_p$ :

$$\frac{\omega}{k} \approx V \Omega_p / (n'' \Omega_b + \Omega_p).$$

Den resonante ion-cyclotron mode derimod opstår som følge af kobling mellem baggrundsplasmaets cyclotron mode og den langsomme beam-akustiske mode, når den inverse Landau-dæmpning (be-

stemt ved imaginærdelen af  $Z(\frac{\omega - kV}{c_p k})$ ) af beam-ionerne er større end baggrundens cyclotrondæmpning (bestemt ved imaginærdelen af  $Z(\frac{\omega - \Omega}{k c_p})$ ). For denne bølge er fasehastigheden sammenlignelig med, men en smule mindre end, beamhastigheden.

### b. Stabilitet

Numeriske beregninger, baseret på en ligning tilsvarende (3.1), af stabilitetskriteriet - hermed menes den beamhastighed, der til en given elektrontemperatur er nødvendig for at systemet bliver ustabil - for de to modes er rapporteret af Michelsen (1976) for det tilfælde, hvor de to beams er identiske og strømmer mod hinanden. Han fandt, at cyclotron-cyclotron moden var mest ustabil, d.v.s. for en given elektrontemperatur kræver den lavest drifhastighed for at blive ustabil. Samme resultat er opnået af Weibel (1970). Senere beregninger af Perkins (1976) på samme system har imidlertid vist, at når forholdet mellem de to beams' vinkelrette og parallelle temperaturer (de to beams er ens) er tilstrækkelig stort, så vil den resonante mode være mere ustabil end cyclotron-cyclotron moden. Det skal dog bemærkes, at Perkins' beregninger kun er gyldige for store beamhastigheder,  $V/c_p \gg 1$ , og for tilfælde, hvor de to modstrømmende beams er identiske. Alligevel benytter Yamada et al. (1977) Perkins' konklusion på deres model (der som nævnt svarer til den her betragtede) i deres argumentation for, at de finder den resonante mode mest ustabil.

Udregning af stabilitetsforholdene for de to modes ud fra ligning (3.1) kræver komplicerede numeriske beregninger. Imidlertid kan ligningen simplificeres væsentligt, hvis man betragter det tilfælde, hvor beam og baggrund består af samme slags ioner

( $\Omega_p = \Omega_b = \Omega$  og  $\Gamma_{np} = \Gamma_{nb} = \Gamma_n$ ) og kun ser på store beamhastigheder,  $V/c_p \gg 1$ . Yderligere vil vi kun betragte bidraget fra  $n' = 1$ , som er det dominerende for  $V/c_p \gtrsim 6$  (Michelsen, 1976), til cyclotron-cyclotron moden. Vi kan nu bruge den asymptotiske udvikling  $Z(\xi) = -\xi^{-1}$  i ligning (3.1) i alle ikke-"resonante" led. Hermed menes led med  $n' \neq -1$  og  $n'' \neq 1$  for cyclotron-cyclotron moden, henholdsvis  $n'' \neq 0$  for den resonante mode, idet nemlig  $\xi \gtrsim V/2c_p$  for alle disse led. For cyclotron-cyclotron moden får man da følgende ligning:

$$\begin{aligned}
 & 1 + \alpha_p \Gamma_1 \left[ 2 - \frac{\omega}{\omega + \Omega} + \frac{\omega}{kc_p} Z\left(\frac{\omega - \Omega}{kc_p}\right) \right] \\
 & + \alpha_b \Gamma_1 \left[ 2 - \frac{\omega - kV - \Omega(1 - T_b/T_p)}{\omega - kV - \Omega} \right. \\
 & \quad \left. + \frac{\omega - kV + \Omega(1 - T_b/T_p)}{kc_b} Z\left(\frac{\omega - kV + \Omega}{kc_b}\right) \right] \\
 & - \sum_{n=2}^{\infty} \Gamma_n 2(n\Omega)^2 \left( \frac{\alpha_p}{\omega^2 - (n\Omega)^2} + \frac{\alpha_b T_b/T_p}{(\omega - kV)^2 - (n\Omega)^2} \right) = 0 \quad (3.4)
 \end{aligned}$$

mens man for den resonante mode får:

$$\begin{aligned}
 & 1 + \alpha_p \Gamma_1 \left[ 2 - \frac{\omega}{\omega + \Omega} + \frac{\omega}{kc_p} Z\left(\frac{\omega - \Omega}{kc_p}\right) \right] \\
 & + \alpha_b \Gamma_0 \left[ 1 + \frac{\omega - kV}{kc_b} Z\left(\frac{\omega - kV}{kc_b}\right) \right] \\
 & - \sum_{n=2}^{\infty} \alpha_p \Gamma_n \frac{2(n\Omega)^2}{\omega^2 - (n\Omega)^2} - \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_b \Gamma_n \frac{2(n\Omega)^2 T_b/T_p}{(\omega - kV)^2 - (n\Omega)^2} = 0 \quad (3.5)
 \end{aligned}$$

Vi bemærker, at  $\Gamma_1$  har et bredt maximum for  $\lambda \simeq 1.5$ , hvorfor vi vil forvente, at denne  $\lambda$ -værdi giver de mest ustabile modes, hvilket også fandtes af Michelsen (1976). Vi vil da kun betragte moderate værdier af  $\lambda$  (d.v.s.  $\lambda < 2$ ), hvorfor summationerne for  $n \geq 2$  i ligningerne kan negligeres. Yderligere benytter vi  $\omega \simeq \Omega$  og  $\frac{\omega}{k} \simeq V/2$  (i ligning (3.4)), samt  $\frac{\omega}{k} = V$  (i ligning (3.5)). Ligningerne (3.4) og (3.5) kan nu skrives på den simplificerede form:

$$1 + \alpha_p \Gamma_1 \frac{V}{2c_p} Z(\xi_p) - \alpha_b \Gamma_1 \frac{V}{2c_b} Z(\xi_{bc}) + \Gamma_1 \left[ \frac{3}{2} \alpha_p + \alpha_b \left( 1 + \frac{T_b}{2T_p} \right) \right] = 0 \quad (3.6)$$

og

$$1 + \alpha_p \Gamma_1 \frac{V}{c_p} Z(\xi_p) - \alpha_b \Gamma_0 \frac{1}{2} Z'(\xi_{br}) + \Gamma_1 \left( \frac{3}{2} \alpha_p + 2\alpha_b \frac{T_b}{T_p} \right) = 0 \quad (3.7)$$

hvor  $\xi_p = (\omega - \Omega)/kc_p$ ,  $\xi_{bc} = (\omega - kV + \Omega)/kc_b$ ,  $\xi_{br} = (\omega - kV)/kc_b$ , og vi har benyttet  $Z'(\xi) = -2(1 + \xi Z(\xi))$ . Ligningerne (3.6) og (3.7) er komplekse ligninger for marginal stabilitet ( $\text{Im } \xi_j = 0$ ). Splittes ligningerne op i deres real- og imaginærdele, og løses realdelene for  $T_e/T_p = \theta$ , fås:

$$\theta = \frac{1}{\Gamma_1 \left\{ \frac{1}{2} \alpha [\tau N_b Z_R(\xi_{bc}) - N_p Z_R(\xi_p)] - \left[ \frac{1}{2} N_p + N_b \left( \tau + \frac{1}{2} \right) \right] \right\}} \quad (3.8a)$$



$$\frac{N_p}{\tau N_b} Z_I(\xi_p) = Z_I(\xi_{bc}) \quad (3.8b)$$

henholdsvis

$$\theta = \frac{1}{\frac{1}{2} \tau \Gamma_0 Z_R'(\xi_{br}) W_b - N_p \Gamma_1 U Z_R(\xi_p) - \Gamma_1 (\frac{1}{2} N_p + 2 N_b)} \quad (3.9a)$$

$$\frac{2 N_p \Gamma_1 U}{N_b \tau \Gamma_0} Z_I(\xi_p) = Z_I'(\xi_{br}) \quad (3.9b)$$

hvor vi har indført de normaliserede størrelser  $U = v/c_p$ ,  
 $\theta = T_e/T_p$ ,  $\tau = T_p/T_b$  og  $N_{p,b} = n_{p,b}/n_e$ . De marginale stabilitetsgrænser kan nu findes ved for et givet  $U$  at minimalisere  $\theta$  med hensyn til  $k_{\perp}$  - og dermed  $\xi_p$ , idet  $\xi_{bc}$  og  $\xi_{br}$  bestemmes således, at de imaginære ligninger (3.8b) og (3.9b) tilfredsstilles. Hermed får man for et givet parametersæt ( $N_p$ ,  $N_b$ ,  $\tau$ ) stabilitetsgrænserne for de mest ustabile modes. I et aktuelt eksperiment vil man imidlertid forvente, at der sker en udvælgelse af  $k_{\perp}$ -værdier, som passer ind i geometrien, d.v.s.  $k_{\perp}$  vil være bestemt af beamradius. For en cylindergeometri (som i det her betragtede tilfælde) vil de udvalgte værdier af  $k_{\perp}$  være bestemt ved  $k_{\perp} = p_{nm}/r$  (Ohnuma et al., 1976), hvor  $p_{nm}$  er det  $m$ 'te nulpunkt for  $n$ 'te ordens Bessel-funktionen,  $J_n$ , og  $r$  er beamradius. Det bemærkes, at vi har set bort fra azimutale variationer, hvilket svarer til, at kun bidragene fra  $J_0$  er medtaget. For at sammenligne stabilitetskriterierne for de to modes i en bestemt geometri må man da udregne dem for fastholdt  $k_{\perp}$ .

Figurerne 3.1 - 3.3 viser numerisk udregnede stabilitetskurver - fra ligningerne (3.8), henholdsvis (3.9) - for en række

værdier af parametrene  $k_{\perp}$ ,  $\tau$ ,  $N_b$  og  $N_p$ . Fig. 3.1 viser stabilitetskurverne for den  $\lambda$ -værdi ( $\lambda = 1.5$  svarende til  $k_{\perp} \rho \approx 1.7$ ), der giver den laveste stabilitetsgrænse for cyclotron-cyclotron moden (se ovenfor). Man ser klart, at denne, selv for store værdier af  $\tau$ , er mere ustabil end den resonante mode, i modsætning til Perkins' (1976) tilfælde. Endvidere findes, på trods af de simplificerende antagelser, at stabilitetskurverne for  $\tau=1$  er i fin overensstemmelse med Michelsen's (1976) kurver for  $V/c_p \gtrsim 8$ .

For små værdier af  $\lambda$  (Fig. 3.2 med  $\lambda=0.1$  svarende til  $k_{\perp} \rho = .45$ , samme størrelsesorden som fundet ved eksperimentet, se næste afsnit) bliver imidlertid den resonante mode mest ustabil for  $\tau=1$ , mens man for større  $\tau$ -værdier og større beamhastighed stadig finder, at cyclotron-cyclotron moden er mest ustabil. Endelig viser fig. 3.3 effekten af varierende tæthedsforhold  $N_p/N_b$ . Det skal dog bemærkes, at tilnærmelserne, der førte frem til ligningerne (3.8) og (3.9), gælder bedst for  $N_p = N_b$ . Man ser, at den elektrostatiske ion-cyclotron-ustabilitet har lavere stabilitetsgrænse end den parallelle ion-ion-ustabilitet (kapitel II) for store beamhastigheder (jfr. figs. 2.1 og 3.1 - 3.3). Michelsen's (1976) beregninger, som også er gyldige for små beamhastigheder, viser at ion-ion instabiliteten har lavest stabilitetsgrænse for  $V \lesssim 3.2 c_p$ , i tilfældet hvor beam og baggrund er ens.

En direkte sammenligning med resultaterne opnået af Yamada et al. (1977), ifølge hvilke den resonante mode altid har lavest tærskelværdi for  $T_e/T_p = 1$ , kan ikke drages. De betragter nemlig et beam, hvis temperatur er givet ved  $T_b/T_p \approx \frac{1}{2}(V/c_p)^{-2}$  (se afsnit II.3.b) i overensstemmelse med deres eksperimentelle resultater. Herved bliver tærskelværdien for insta-

bilitet  $V/c_p = 3$ , for  $T_e/T_p = 1$ , mens vore beregninger kun gælder for fastholdt  $T_b/T_p$  og  $V/c_p \gg 1$ . Alligevel viser det sig, at beregninger ud fra ligningerne (3.8) og (3.9) med  $T_p/T_b = 2(V/c_p)^2$  er i overensstemmelse med resultaterne opnået af Yamada et al. (1977). Vi finder også, at den resonante mode har lavest tærskelhastighed ved  $T_e/T_p = 1$  (selv for  $\lambda = 1.5$ ), og ydermere får vi en tærskelhastighed af den rigtige størrelse,  $V/c_p = 3$ .

I et aktuelt eksperiment vil både beam- og baggrundspasma have radiære tæthedsgradienter, som giver anledning til diamagnetiske driftsstrømme (Motley, 1975). Disse strømme vil reducere cyclotrone-dæmpningen (Yamada et al. 1977) og altså forøge væksten af den resonante mode (som jo skyldes en konkurrence mellem cyclotrone-dæmpningen og den inverse Landau-dæmpning), mens cyclotron-cyclotron moden ikke berøres. Altså kan den resonante mode få det laveste stabilitetskriterium.

Endvidere kan de diamagnetiske driftsstrømme på beamet føre til excitation af den såkaldte ion-cyclotron-drift-instabilitet (Yamada et al., 1977). Denne instabilitet har også en frekvens i nærheden af cyclotronfrekvensen, men den har maximal amplitude på randen af beamet, mens cyclotron-instabiliteten vil have maksimal amplitude i centret af beamet, for  $m=1$ ,  $n=0$  moden.

### c. Frekvens af de ustabile modes

For at udlede et simpelt udtryk for  $\omega$ , ud fra ligning 1, som umiddelbart kan sammenlignes med eksperimentelle målinger, antager vi, at temperatureffekter er af mindre betydning, og vi benytter approximationen,  $Z(\xi) \sim -\xi^{-1}$ . Endvidere bortkastes led med  $n>1$ , idet vi stadig kun betragter moderate  $\lambda$ -værdier. Ligning

(3.1) kan så skrives:

$$1 - \alpha_p \Gamma_p \frac{2 \Omega_p^2}{\omega^2 - \Omega_p^2} - \alpha_b \Gamma_b \frac{2 \Omega_b^2 T_p / T_e}{(\omega - kV)^2 - \Omega_b^2} = 0 \quad (3.10)$$

Ligningen løses nu for de to modes, cyclotron-cyclotron moden og den resonante mode, hver for sig. Af ligningerne (3.2) og (3.3) ses, at k for cyclotron-cyclotron moden er bestemt ved (for  $n' = -1$ ,  $n'' = 1$ ):

$$k \approx \frac{\omega(\Omega_p + \Omega_b)}{\Omega_p V}$$

Indsættes dette i ligning (3.10), fås efter en del regninger:

$$\omega^2 = \Omega_p^2 \left[ 1 + 2 \frac{T_e}{T_p} \left( \frac{n_p}{n_e} \Gamma_p + \frac{n_b}{n_e} \Gamma_b \right) \right] \quad (3.11)$$

Ligning (3.11) giver frekvensen i baggrundsplasmaets reference-system. Har baggrunden imidlertid en driftshastighed,  $V_p$  (regnet positiv i beamhastighedens retning), i laboratoriesystemet, bliver frekvensen,  $\omega'$ , af cyclotron-cyclotron moden i laboratoriesystemet givet ved:

$$\omega' - kV_p = \omega$$

Her er k bestemt ved:

$$k \approx \omega' \frac{\Omega_p + \Omega_b}{V_b \Omega_p + V_p \Omega_b}$$

hvor  $V_b$  er beamhastigheden i laboratoriesystemet ( $V_b = V + V_p$ ).

Ved hjælp af disse ligninger findes:

$$(\omega')^2 \approx \left[ 1 + 2 \frac{T_e}{T_p} \left( \frac{n_b}{n_e} \Gamma_{1p} + \frac{n_b}{n_e} \Gamma_{1b} \right) \right] \left( \frac{V_b \Omega_p + V_p \Omega_b}{V_b - V_p} \right)^2 \quad (3.12)$$

Af ligning (3.12) ses, at  $\omega'$  vokser med  $T_e$  og for  $V_p > 0$  aftager med  $V_b$ , dog vil det gælde at  $\omega' \geq \Omega_p$ . For store beam-hastigheder ( $V_b/V_p \gg \Omega_b/\Omega_p$ ) og små  $\lambda$ -værdier ( $\lambda \lesssim 0.2$  svarende til  $k_{\perp \rho_j} \lesssim 0.6$ ) kan ligning (3.12) udvikles til:

$$(\omega')^2 \approx \left[ \Omega_p^2 + k_{\perp}^2 c_{sp}^2 \left( \frac{n_e}{n_e} + \frac{n_b}{n_e} \frac{M_b}{M_p} \right) \right] \left[ 1 + 2 \frac{V_p}{V_b} \frac{\Omega_p + \Omega_b}{\Omega_p} \right] \quad (3.13)$$

hvor  $M$  er massen af de respektive ioner,  $c_{sp}$  er lydhastigheden ( $= (T_e/M_p)^{1/2}$ ), og vi har brugt at  $\Gamma_{1j} \approx \lambda_j/2$ .

For den resonante mode er  $k$  bestemt ved ligning (3.2) og (3.3):

$$k \approx \frac{\omega}{V}$$

Indsættes dette i ligning (3.10), findes frekvensen for den resonante mode:

$$\omega^2 \approx \Omega_p^2 \left[ 1 + \frac{T_e}{T_p} \frac{2 \frac{n_b}{n_e} \Gamma_{1p}}{1 + 2 \frac{T_e}{T_p} \frac{n_b \Gamma_{1p}}{n_e \Gamma_{1b}}} \right] \quad (3.14)$$

hvorfra frekvensen,  $\omega'$ , i laboratoriesystemet bliver:

$$(\omega')^2 \approx \Omega_p^2 \left[ 1 + \frac{T_e}{T_p} \frac{2 \frac{n_e}{n_e} \Gamma_{ip}}{1 + 2 \frac{T_e}{T_e} \frac{n_e}{n_e} \Gamma_{ib}} \right] \left( 1 - \frac{V_p}{V_b} \right)^{-2} \quad (3.15)$$

For store beamhastigheder og små  $\lambda$ -værdier kan ligning (3.15) udvikles på tilsvarende måde som ligning (3.12), og vi får (idet  $\Omega_j \gg k_{\perp}^2 c_{sj}^2$ ):

$$(\omega')^2 \approx \left[ \Omega_p^2 + \frac{n_p}{n_e} k_{\perp}^2 c_{sp}^2 \right] \left( 1 + 2 \frac{V_p}{V_b} \right) \quad (3.16)$$

Som det ses af ligningerne (3.12) og (3.15) ((3.13) og (3.16)), vil det være svært at skelne mellem cyclotron-cyclotron moden og den resonante mode alene ud fra kendskab til deres frekvenser. Derimod er en sikker identifikation af de to modes mulig ud fra deres fasehastigheder.

### III.3 Eksperimentelle undersøgelser

#### a. Måleopstilling

De eksperimentelle undersøgelser af den elektrostatiske ion-cyclotron-instabilitet er udført i Risø's Q-maskine (se nærmere i appendix 1) i "single-ended operation mode". Måleopstillingen er skitseret på fig. 3.4. Et Cs- eller Na-plasma produceres ved overfladeionisation på den varme Ta-plade (2200 K). Plasmasøjlen afsluttes på en elektrostatisk energianalysator (Andersen et al., 1971b), som kan bevæges langs akse af maskinen.

Et ion-beam, som består af Na-ioner, dannes af en ion-emitter (Sato et al., 1974), der er placeret i plasmasøjlen. Denne ion-emitter består af én bifilar vinding, 5 mm i diameter,

fremstillet af 0.5 mm nikkel-chrom-tråd. Vindingen er dækket af et tyndt lag natriumsilicat (vandglas  $\text{Na}_2\text{O}$ ,  $n \text{ SiO}_2$ ;  $n = 3-5$ ). Når den bliver opvarmet til ca. 1100 K ved hjælp af en DC-strøm gennem tråden, udsendes Na-ioner. Herved får man dannet et ion-beam, der gennemstrømmer plasmaet i magnetfeltets retning. Hastigheden af beamet kontrolleres ved at DC-forspænde emitteren.

To forskellige Langmuir-prober blev brugt til at detektere bølgerne. Da plasmatætheden var ret lav ( $\sim 10^8 - 10^9 \text{ cm}^{-3}$ ), var begge prober temmelig store. En radiært bevægelig probe (1), som bestod af en cirkulær plade (2 mm i diameter) vinkelret på magnetfeltet, blev brugt ved måling af den radiære bølgeudbredelse. Den anden probe (2) var aksialt bevægelig og formet som en asterisk. Den var fremstillet af molybdentråde (25 mm lange og 0.5 mm i diameter) og blev brugt ved målinger af dispersionsrelationen samt den aksiale bølgelængde.

Elektronerne kan opvarmes i en mikrobølgeresonator (kobber-rør), der omslutter plasmasøjlen, og som fødes med en frekvens omkring elektron-cyclotron-frekvensen (Pécseli og Petersen, 1973). Mikrobølgeeffekten kan varieres fra 0-500 mW, hvilket resulterer i en elektrontemperatur i området 0.2 - ca. 1.5 eV. Denne temperatur er bestemt ved at undersøge fasehastigheden for ion-akustiske bølger, og også verificeret ved Langmuir-probe karakteristikker (se appendix 2).

### b. Måleresultater

De første resultater (figs. 3.5 - 3.7), der omtales, er for tilfældet, hvor et Na-ion-beam gennemstrømmer en Cs-baggrund (Michelsen et al., 1976c), mens de øvrige resultater (figs. 3.8 - 3.11) er for et Na-beam igennem en Na-baggrund (Michelsen et al., 1977a og 1977b).

### Natrium-beam i caesium-plasma

Ion-hastighedsfordelingen målt med den elektrostatisk energianalysator er vist på fig. 3.5 for varierende emitterpotentiale,  $\phi_B$ . Baggrunds-ionerne (Cs) er repræsenteret ved gruppen til venstre på figuren, mens beamet (Na) er angivet ved gruppen til højre. Af figuren ses, at ændringen i beamenergien svarer fint til ændringen i emitterpotentialet. For at bestemme beamenergien absolut, må man kende plasmapotentialet, som er nulpunktet for energiskalaen i energifordelingsmålingerne (Andersen et al., 1971b). Dette vides erfaringsmæssigt at ligge umiddelbart til venstre for baggrunds-ion-gruppen, som er accelereret gennem det negative "sheath" foran den varme plade (se appendix 1). Plasmapotentialet er markeret med en pil på fig. 3.5. Det ses altså, at også den absolutte beamenergi med god tilnærmelse er bestemt ved emitterforspændingen,  $\phi_B$ , hvilket også fandtes af Sato et al. (1974),

Når beamhastigheden blev tilstrækkelig stor ( $\phi_B \gtrsim 5V$ ), kunne vi observere spontant exciterede oscillationer målt på probe 2 forbundet til en spektrumanalysator, hvilket indikerer en instabilitet. Et typisk frekvensspektrum er vist på fig. 3.6a. De to spidser i spektret har frekvenser lige over ion-cyclotron-frekvenserne for henholdsvis Cs- og Na-ioner. Variationen med magnetfeltet af de to spidser er vist på fig. 3.6b, hvor de fuldt optrukne linier angiver cyclotronfrekvenserne for henholdsvis Cs og Na. Det ses tydeligt, at begge ustabile frekvenser (trekanter angiver Na-spidsen, mens de sorte cirkler angiver Cs-spidsen) følger dispersionsrelationer svarende til ligningerne (3.13) og (3.16), hvorfor de to modes identificeres som elektrostatisk ion-cyclotron bølger. Imidlertid vil emitteren, når den er positivt forspændt, trække en elektronstrøm, hvilket også kan



excitere elektrostatiske ion-cyclotron bølger (Motley og D'Angelo, 1963). For at sikre, at den observerede instabilitet virkelig skyldtes ion-beamet slukkede vi for emitterens opvarmningsstrøm uden at ændre forspændingen. Når emitteren var kold, forsvandt oscillationerne, selv om elektronstrømmen forblev uændret, altså var instabiliteten exciteret af ion-beamet.

Den ustabile mode med frekvens nær caesiums cyclotronfrekvens exciteres af Na-beamet, som løber gennem Cs-baggrunden, mens moden nær natriums cyclotronfrekvens må skyldes tilstedeværelsen af et Na-baggrundsplasma, som gennemstrømmes af Na-beamet, ifølge ligningerne (3.13) og (3.16). Denne Na-baggrund etableres af de beam-ioner, som bevæger sig mod den varme plade, hvor de reflekteres med en energi, der svarer til den de får ved acceleration gennem "sheath'et" (se appendix 1). De vil derfor opnå samme middelenergi som Cs-ionerne, hvorfor de ikke kan observeres ved hjælp af energianalysatoren.

I alle tilfælde fandtes, at "Cs-moden" var kraftigere end "Na-moden", og kun for den førstnævnte var det muligt at måle en bølgeudbredelse. På fig. 3.7a er vist et typisk bølgemønster for "Cs-moden", målt langs plasmasøjlen med probe 2, idet vi har benyttet et interferrometer-system med reference-signal fra emitteren. Det ses af figuren, at de ustabile oscillationer vokser op over et meget kort område nær emitteren (venstre side af figuren), hvorefter de dæmpes. Samtidig med dette fandt vi også en ændring af fordelingsfunktionen langs plasmasøjlen, således at området mellem beam og baggrund gradvis fyldtes op for voksende afstand fra emitteren. Dette vil blive diskuteret senere.

Fra bølgemønstre som i fig. 3.7a målttes bølgelængden,  $\lambda$ , hvorfra fasehastigheden,  $v_p (= \lambda \cdot \frac{\omega}{2\pi})$ , blev beregnet. I fig. 3.7b

er denne fasehastigheds (sorte cirkler) afhængighed af beamhastigheden vist. Det ses, at fasehastigheden er tæt ved, men mindre end beamhastigheden. Vi kan altså identificere den ustabile mode som den resonante ion-cyclotron mode.

For at bestemme beamhastigheden mere nøjagtigt, exciterede vi bølger med frekvenser større end den ustabile frekvens ved at modulere beamenergien med et sinusformet signal overlejret emitterpotentialet. Fasehastighederne af de exciterede bølger er også vist på fig. 3.7b (åbne cirkler). Denne fasehastighed vil bestemme beamhastigheden (Sato et al., 1974; Sato et al., 1975 and 1977), og det ses, at den er i fin overensstemmelse med beamhastigheden, givet ved  $V_b = (2e\phi_B/M)^{1/2}$ .

Med den radialt bevægelige probe 1 målte vi den radiære bølgeudbredelse. Resultaterne var ikke helt tydelige, men kunne dog tolkes som en kombination af en kraftig, stående bølge ( $n = 0$ ,  $m = 1$ ), og en noget svagere udbredende bølge. For den stående komponent fandtes  $k_{\perp} \simeq 4 \text{ cm}^{-1}$ , hvilket er sammenligneligt med den forventede værdi ud fra beamradius ( $k_{\perp} = P_{01}/r_b$ , jfr. afsnit III.2.b). Dette  $k_{\perp}$  svarer til et  $\lambda_{CS} = \frac{1}{2}(k_{\perp} \rho_{CS})^2 \simeq 0.26$  ( $B = 0.4 \text{ T}$ ). Grunden til at cyclotronbølgen har en udbredende komponent vinkelret på magnetfeltet, og ikke kun en stående komponent bestemt af beamradius, som man ville forvente og som fandtes af Yamada et al. (1977), kan muligvis søges i, at beamet i vores tilfælde ikke har en skarpt afgrænset radiær udstrækning.

Overslagsberegninger af stabilitetskriteriet ud fra ligning (3.1), med parametre aktuelle for den her behandlede situation, viste sig i overensstemmelse med den målte beamenergi, der var nødvendig for excitation af instabiliteten ( $\phi_B \simeq 5 \text{ V}$ ) (Michelsen et al., 1976c).

### Natrium-beam i natrium plasma

For at lette den direkte sammenligning mellem de teoretiske forudsigelser og de eksperimentelle resultater, udskiftede vi caesium-baggrundsplasmaet med et natrium-plasma, således at beam og baggrund nu bestod af samme slags ioner. Også i dette system exciteredes ion-cyclotron bølger med frekvenser lidt højere end Na-cyclotronfrekvensen, når beamenergien blev tilstrækkelig stor. Vi fandt samme karakteristika for disse bølger, som for bølgerne exciteret i det ovenfor omtalte system. Endvidere undersøgte frekvensafhængigheden af beamenergien, der er vist på fig. 3.8, hvor  $(\omega/\Omega_{\text{Na}})^2$  er plottet som funktion af  $\phi_B$  med fastholdt tæthedsforhold  $n_p/n_b \simeq 1$ . Når beamenergien vokser, aftager frekvensen og nærmer sig til  $\Omega_{\text{Na}}$ . Den fuldt optrukne kurve er beregnet ud fra ligning (3.16) (for konstant  $k_{\perp}$  og  $n_p/n_e$ ) og det ses, at der er fin overensstemmelse mellem målinger og teori. Driftshastigheden af baggrunds-ionerne,  $V_p$ , som er benyttet til at tilpasse den beregnede kurve til de målte punkter, er i god overensstemmelse med værdien målt med energi-analysatoren,  $V_p \simeq c_p$ . Det bemærkes, at frekvensudtrykket for cyclotron-cyclotron moden, ligning (3.13), har samme afhængighed af  $\phi_B$ , som det her benyttede udtryk for den resonante mode, ligning (3.16). Imidlertid vil en tilpasning af ligning (3.13) til de målte punkter give et  $V_p \simeq \frac{1}{2}c_p$ , hvilket kan tages som et yderligere tegn på, at instabiliteten er den resonante mode.

For at undersøge indflydelsen af voksende elektrontemperatur,  $T_e$ , på instabilitetsfrekvensen, opvarmedes elektronerne ved hjælp af mikrobølgerne, som omtalt i afsnit III.3a. I fig. 3.9 er  $(\omega/\Omega_{\text{Na}})^2$  vist som funktion af  $T_e$  for konstant  $\phi_B$  (= 19 V), og det ses, at de målte punkter med god tilnærmelse ligger på en

ret linie som forventet ud fra ligning (3.16). Af denne linie kan  $k_{\perp}$  bestemmes til  $k_{\perp} \approx 4 \text{ cm}^{-1}$  (for  $n_p/n_e = \frac{1}{2}$ ), hvilket svarer fint til den værdi, vi fandt ved direkte måling (se ovenfor) og  $\lambda = \frac{1}{2}(k_{\perp} \rho_{\text{Na}})^2 \approx 0.03$  ( $B = 0.4 \text{ T}$ ), d.v.s. antagelsen  $\lambda \leq 0.2$ , der fører til ligning (3.16) (og ligning (3.13)) er rigeligt opfyldt. For at tilpasse udtrykket for cyclotron-cyclotron moden til de målte punkter i fig. 3.9 må man benytte et  $k_{\perp} \approx 3 \text{ cm}^{-1}$ .

Stabilitetskriteriet for cyclotron-instabiliteten, d.v.s. den nødvendige beamenergi for excitation, som funktion af elektrontemperaturen, er vist på fig. 3.10. For fastholdt mikrobølgeeffekt, altså konstant elektrontemperatur, skruede vi op for beamenergien, indtil instabiliteten observeredes på en spektrumanalysator forbundet til probe 2. Trekkanterne på figuren viser tilfældet med et Na-beam i et Na-plasma, mens cirklerne viser et Na-beam i et Cs-plasma. I begge tilfælde fandtes, at den for excitation nødvendige beamenergi aftog med voksende elektrontemperatur, som forventet ud fra de teoretiske beregninger vist i figurerne 3.1 - 3.3. På fig. 3.11a er ion-hastighedsfordelingen for et Na-beam i et Na-plasma - målt samtidig med stabilitetskriteriet fig. 3.10 - vist for varierende emitterforspænding. Af figuren findes, at baggrunds-ionerne har en temperatur på 0.1 - 0.2 eV, mens temperaturen af beam-ionerne er omkring 0.1 eV (Andersen et al., 1971b), og endvidere at tætheden af de to ion-grupper er omtrentlig ens. På grund af forholdsvis stor usikkerhed på målepunkterne i fig. 3.10, ikke alene på beamenergien - nødvendig for excitation - og elektrontemperaturen (se appendix 2), men også på plasmametere, temperaturer og tætheder, er en direkte sammenligning mellem de beregnede og målte stabilitetsdiagrammer ikke mulig. Den teoretiske kurve - taget fra Michelsen (1976) - på fig. 3.10 giver stabilitetsgrænsen

for cyclotron-cyclotron moden med  $\lambda = 1.5$  i det tilfælde, hvor tæthed og temperatur (= 0.1 eV) af beam- og baggrunds-ioner er ens. Ifølge de ovenfor omtalte undersøgelser af instabiliteten forventes, at den ustabile mode i det aktuelle tilfælde er den resonante cyclotron mode med  $\lambda \approx 0.1$ . Imidlertid bemærkes, at stabilitetsgrænserne for de to modes både i form og i absolutte værdier ligger relativt tæt ved hinanden (se figs. 3.1 - 3.3). Man ser da af fig. 3.10, at den målte stabilitetsgrænse for Na-beamet gennem Na-plasmaet er i god kvalitativ overensstemmelse med teorien.

Instabilitetens indflydelse på fordelingsfunktionen er demonstreret på fig. 3.11b, hvor hastighedsfordelingen er målt for varierende mikrobølgeeffekt, altså varierende elektrontemperatur (fra 0.2 - 1.5 eV) og fastholdt beamenergi ( $\phi_B = 6$  V). I dette temperaturområde og med denne beamenergi er systemet ustabil (se fig. 3.10), hvilket ses at føre til en udfladning af den lavenergetiske side af beam-fordelingen. Udfladningen bliver mere og mere udtalt med voksende elektrontemperatur, d.v.s. stærkere instabilitet. Idet bølgen er exciteret på bekostning af den parallelle beamenergi (invers Landau-dæmpning, se afsnit III.2.a), vil man netop forvente en sådan diffusion i hastighedsrummet omkring fasehastigheden af bølgen. Denne diffusion fører til mætning af instabiliteten, hvad vi også fandt i forbindelse med fig. 3.7. Yamada et al. (1977) observerede en tilsvarende udfladning af beam-fordelingen i deres eksperiment, og de beregnede løseligt en diffusionstid for ionerne i den parallelle hastighedskomponent ud fra en quasi-lineær teori (Montgomery, 1971). Denne tid viste sig at være omkring en størrelsesorden mindre end den tid, beam-ionerne bruger til at passere gennem maskinen. Udfladningen i hastighedsfordelingen kan

derfor forklares ud fra quasi-linear diffusion i hastighedsrummet. Man kan opfatte det således, at instabiliteten producerer anormale friktionskræfter, som bremser beam-ionerne.

#### III.4 Diskussion og konklusion

I dette kapitel er elektrostatiske ion-cyclotron bølger, exciteret af et ion-beam, undersøgt både teoretisk og eksperimentelt. De teoretiske undersøgelser viser, at der kan exciteres to typer instabiliteter: de såkaldte cyclotron-cyclotron modes, som drives af reaktiv kobling mellem plasmaets og beamets cyclotron modes, og de såkaldte resonante modes, der opstår som følge af den inverse Landau-dæmpning af beamet. Begge slags modes har frekvenser lige over ion-cyclotron-frekvensen og dens harmoniske. Kun de grundharmoniske modes, som har de laveste stabilitetsgrænser, er behandlet. Den resonante mode har en fasehastighed, der er en smule mindre end beamhastigheden, mens cyclotron-cyclotron moden har en fasehastighed, som for ens beam og baggrund er halvdelen af beamhastigheden. Tilnærmede beregninger (gyldige for store beamhastigheder) af stabilitetskriteriet for de to modes med varierende parametre viser, at cyclotron-cyclotron moden har lavest stabilitetsgrænse for store værdier af  $k_{\perp}$ . Den resonante mode kan dog blive mest ustabil for mindre værdier af  $k_{\perp}$ , i hvert fald når beam og baggrund har temperaturer af samme størrelsesorden. Imidlertid vil man i et eksperiment forvente, at de diamagnetiske driftsstrømme på beam og baggrund reducerer cyclotron-dæmpningen, hvorved væksten af den resonante mode forøges, mens cyclotron-cyclotron moden ikke påvirkes (se afsnit III.2.b).

Den observerede ustabile mode i de eksperimentelle undersøgelser af cyclotron-instabiliteten, exciteret af et ion-beam, kunne da også identificeres som den resonante mode ved hjælp af målinger af frekvens og bølgelængde for forskellige parametre. De eksperimentelle resultater viste sig at være i god overensstemmelse med de teoretiske beregninger.

Stabilitetskriteriet for excitation af bølgerne viste sig også i overensstemmelse med teorien: beamhastigheden, nødvendig for excitation af instabiliteten, aftager med voksende elektron-temperatur. Endvidere observerede vi en ulineær udfladning af beamets parallelle hastighedsfordeling, forårsaget af instabiliteten, hvilket indikerer en forøget energitransport fra beamet til plasmaet.

Den her behandlede elektrostatiske ion-cyclotron-instabilitet kan få betydning i forbindelse med opvarmning af fremtidige fusionsreaktorer ved hjælp af injektion af neutrale partikler (Stix, 1973; Gaffey, 1976b) og i "kolliderende beam Tokamaks" (Jassby, 1977). Umiddelbart efter injektionen vil de ioniserede atomer alle have energier nær ved injektionshastigheden (Stix, 1973; Gaffey, 1976a), og systemet vil være ustabil med hensyn til bl.a. den elektrostatiske ion-cyclotron-instabilitet. Efter en vis tid,  $\tau$  (den såkaldte Spitzer nedbremsningstid (Spitzer, 1962)), vil beamets hastighedsfordeling være meget udbredt på grund af Coulomb-kollisions nedbremsning, og systemet forventes at være stabilt. Imidlertid kan instabiliteternes vækstitider være meget mindre end  $\tau$ , og disse kan derfor spille en afgørende rolle i energioverførslen fra beam til plasma i injektionens begyndelsesfase. Endvidere kan instabiliteterne tænkes at give anledning til en anormal diffusion af partiklerne på tværs af magnetfeltet, d.v.s. forøgede tab, som beregnet af Drummond og

Rosenbluth (1962) for elektron-beam exciterede, elektrostatisk ion-cyclotron bølger. Det er derfor essentielt at have et detaljeret kendskab til ion-beam-exciterede instabiliteter og deres anormale betydning for fusionsplasmaer, således at man kan optimere og kontrollere energiforsætningen ved injektion af neutrale partikler.

Sluttelig skal nævnes, at elektrostatisk ion-cyclotron bølger også kan tænkes exciteret i forbindelse med en anden lovende opvarmningsmetode af et fusionsplasma, nemlig den såkaldte RF-opvarmning (Ono et al., 1977). Undersøgelser af ion-cyclotron bølger har derfor også betydning for effektiviseringen af denne metode.



#### IV. VEKSELVIRKNING MELLEM ELEKTRON-PLASMA BØLGER OG ION-AKUSTISKE BØLGER

##### IV.1 Introduktion

Udbredelsen af lavfrekvente bølger i et højfrekvent elektrisk felt er undersøgt i mange arbejder både teoretisk (f.eks. Aliev and Silin 1965, Fainberg and Shapiro 1967, Kaw and Dawson 1971, Albright 1972) og eksperimentelt (f.eks. Demirkhanov et al. 1969, Takamura et al. 1971, Lee et al. 1976). Det er vist, at det højfrekvente felt kan forårsage udtalte ændringer i udbredelsesegenskaberne af de lavfrekvente bølger, og at det kan have en stabiliserende effekt på visse lavfrekvente instabiliteter. I de ovenfor nævnte arbejder var det højfrekvente felt kun tidsvarierende, d.v.s. bølgelængden var meget længere end bølgelængden af de lavfrekvente oscillationer. Det modsatte tilfælde, hvor de lavfrekvente bølger har bølgelængder meget længere end de højfrekvente elektronoscillationer, er undersøgt teoretisk af bl.a. Vedenov et al. (1967). Her er de højfrekvente oscillationer behandlet som bølgepakker, der udbreder sig i overensstemmelse med den bølgekinetiske ligning. Bevægelsen af bølgepakkerne er studeret i et medium, som varierer langsomt i tid og rum på grund af den lavfrekvente oscillation. Vekselvirkningen giver anledning til en rumlig amplitudemodulation af de højfrekvente bølger, som resulterer i ponderomotive kræfter på elektronerne, hvilket virker tilbage på de lavfrekvente bølger og ændrer deres udbredelseskarakteristika. Pécseli (1975b) og (1976) har benyttet denne teori ved undersøgelser af vekselvirkningen mellem elektronplasma bølger og ion-akustiske bølger, og blandt andet påvist muligheden for at stabilisere ion-ion-instabiliteten.

Dette kapitel omhandler eksperimentelle undersøgelser af udbredelsesforholdene af en ion-akustisk bølge ( $\Omega$ ,  $q$ ) under ind-

flydelse af en udbredende elektron-plasma bølge  $(\omega, k)$ , hvor  $\omega \gg \Omega$  og  $k \gg q$  (Michelsen et al. 1977c og 1977d). De eksperimentelle resultater understøttes af teoretiske betragtninger baseret på en simpel model svarende til den, der er foreslået af Vedenov et al. (1967). Vi fandt, at effekten af elektronbølgerne bekvemt kunne beskrives ved at indføre en formindsket, effektiv elektrontemperatur, som resulterede i en reduceret fasehastighed og dæmpningslængde for den ion-akustiske bølge. Endvidere gives en kort behandling af en eksperimentel undersøgelse af stabiliseringen af en strømdrevet ion-akustisk instabilitet ved hjælp af elektron-plasma bølger (Rasmussen et al. 1977). Denne stabilisering er forklaret ud fra resultaterne omtalt ovenfor.

#### IV.2 Teori

I dette afsnit gives en teoretisk beskrivelse af vekselvirkningen mellem højfrekvente (HF) elektron-plasma bølger og lavfrekvente (LF) ion-akustiske bølger baseret på en simpel én-dimensional model, indeholdende de essentielle karakteristika. Vi betragter en monokromatisk elektronbølge  $(\omega, k)$ , der udbreder sig i et medium, som er langsomt varierende i tid og rum. Denne variation skyldes den ion-akustiske bølge  $(\Omega, q)$ , idet vi antager  $q \ll k$  og  $\Omega \ll \omega$ . På den lavfrekvente tidsskala kan vi betragte elektronerne som et masseløst isotermt fluidum (jvf. afsnit II.2.a):

$$eE = - \frac{T_e}{n_e} \frac{\partial n_e}{\partial x} + P \quad (4.1)$$

hvor E er det kollektive elektriske felt, og P er den ponderomotive kraft (se f.eks. Chen 1974) på elektronerne:

$$P = - \frac{e^2}{2m} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\langle E_{HF}^2 \rangle}{\omega^2} \right) \quad (4.2)$$

hvor  $m$  er elektronmassen,  $E_{HF}$  er det højfrequente elektriske felt, og den trekantede parentes angiver tids-midling over en periode af de højfrequente oscillationer. Den ponderomotive kraft opstår som følge af amplitudemodulationen, der skyldes den ion-akustiske bølge, af elektronbølgen. En simpel demonstration af effekten af ponderomotive kræfter er givet af Michelsen et al. (1977e). Ved at excitere to elektron-plasma bølger, som udbredte sig mod hinanden, dannede vi en stående bølge. Den rumlige variation af det elektriske felt i denne stående bølge resulterede i stationære ponderomotive kræfter på elektronerne, som gav anledning til en stationær variation af plasmatætheden, således at tætheden havde maxima i det stående elektriske felts knudepunkter.

Ion-dynamikken beskrives ved Vlasov-ligningen (jvf. afsnit II.2.a). Den ponderomotive kraft på ionerne er negligeret, idet den er givet ved  $P \cdot m/M$  ( $M$  er ionmassen) og altså meget mindre end  $P$ . Ionerne og elektronerne er forbundet gennem antagelsen om quasi-neutralitet,  $n_e \approx n_i = n$ , hvilket er en rimelig antagelse, når vi betragter ion-akustiske bølger med lange bølgelængder, således  $q\lambda_D \gg 1$  ( $\lambda_D = (\epsilon_0 T_e / e^2 n_e)^{1/2}$  er elektron-Debye længden).

Variationen af HF-feltet på LF-tidsskalaen er beskrevet ved ligningen for bevarelse af bølgevirksomhedsstæthed (wave action density), som med god tilnærmelse er givet ved:

$$N = \epsilon_0 \langle E_{HF}^2 \rangle / \omega, \quad (4.3)$$

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (v_g N) = 0 \quad (4.4)$$

Det bemærkes, at denne ligning formelt kan udledes som det første moment til den generelle bølge-kinetiske ligning (Vedenov et al. 1967).  $v_g$  er gruppehastigheden,  $\frac{d\omega}{dk}$ , givet ved den lokale dispersionsrelation for elektron-plasma bølgen. Denne er for et Q-maskine-plasma tilnærmelsesvis givet ved dispersionrelationen for

elektronbølger i en plasmafyldt bølgeleder i et stærkt magnetfelt (Trivelpiece and Gould 1959, Barrett et al. 1968):

$$\omega^2 = \omega_p^2(x) \frac{(ak(x))^2}{1+(ak(x))^2} + 3k^2(x)v_e^2, \quad (4.5)$$

hvor  $\omega_p = (n_e e^2 / \epsilon_0 m)^{1/2}$  er elektron-plasma-frekvensen,  $v_e = (T_e/m)^{1/2}$ , og parametren  $a$  ( $\approx$  plasmaradius/2.4) bestemmer det vinkelrette bølgetal (se også Rasmussen 1977). De eksperimentelle målinger af elektronbølgerne viste sig at være i god overensstemmelse med dispersionsrelationen (4.5). Den rumlige variation, indiceret ved  $x$ -afhængigheden i lign. (4.5), skyldes LF-variationen af elektrontætheden. Det bemærkes, at  $\omega$  er konstant med hensyn til  $x$ , idet vi betragter elektronbølgen som exciteret med en fast frekvens, mens bølgetallet følger tæthedsvariationerne. Af lign. (4.5) findes nu gruppehastigheden:

$$v_g(x) = \frac{1}{2\omega} \left[ \omega_p^2(x) \frac{2a^2 k(x)}{[1+(ak(x))^2]^2} + 6k(x)v_e^2 \right]. \quad (4.6)$$

Indsættes ligningerne (4.2) og (4.3) i (4.1), og lineariseres ligningerne (4.1), (4.4), (4.6) samt ion-Vlasov-ligningen, finder vi modulationen, som følge af den lavfrekvente tæthedsvariation,  $\delta n$ , i bølgevirkningstætheden,  $\delta N$ :

$$\frac{\delta N}{N_0} = - \frac{v_g}{v_g - \Omega/q} F(k) \frac{\delta n}{n_0}. \quad (4.7)$$

Endvidere fås dispersionrelationen for den ion-akustiske bølge ( $\Omega, q$ ) under indflydelse af elektron-plasma bølgen ( $\omega, k$ ):

$$1 - \frac{1}{n_0 M} \left\{ T_e - \frac{N_0 \omega_p^2}{2n_0 \omega} F(k) \frac{v_g}{v_g - \Omega/q} \right\} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f_0'(v)}{v - \Omega/q} dv = 0 \quad (4.8)$$

Her er

$$F(k) = \frac{1 + 3(ka)^2 + 3\alpha^2 \{ [1+(ka)^2]^2 [1-(ka)^2] \}}{2 \{ 1 + 3\alpha^2 [1+(ka)^2]^2 \}} \quad (4.9)$$

$\alpha \equiv \lambda_D/a$ ,  $f_0(v)$  er nulte-ordens ion-fordelingsfunktionen;  $v_g$ ,  $\omega_p$  samt  $k$  svarer til den upertuberede tæthed  $n_0$ , og  $N_0$  er den upertuberede bølgevirkningstæthed,  $\epsilon_0 E_0^2/2\omega$ , idet  $E_0$  er amplituden af den exciterede elektron-plasma bølge.

Af lign. (4.8) fremgår tydeligt, at indflydelsen af elektron-bølgen kan beskrives ved indførelsen af en effektiv elektrontemperatur,  $T_e^{\text{eff}} = T_e + \Delta T_e$  med:

$$\Delta T_e = - \frac{\epsilon_0 E_0^2 \omega_p^2}{4 n_0 \omega^2} F(k) \frac{v_g}{v_g - \Omega/q} \quad (4.10)$$

Vi bemærker, at  $v_g > v_e$  (lign. (4.6)), og da  $v_e \gg \Omega/q$  får vi, hvis vi indfører amplituden af bølgepotentialet  $\phi_0 = E_0/k$ ,

$$\frac{\Delta T_e}{T_e} \approx - \frac{1}{4} \left( \frac{e\phi_0}{T_e} \right)^2 \frac{\omega_p^2}{\omega^2} (k\lambda_D)^2 F(k) \quad (4.11)$$

På fig. 4.1 er  $(\Delta T_e/T_e) (e\phi_0/T_e)^{-2}$  plottet som funktion af  $ka$  for tre værdier af parametren  $\alpha$ . Vi ser, at  $\Delta T_e$  er negativ for  $ka \lesssim \alpha^{-1/2}$  eller  $k\lambda_D \lesssim \alpha^{1/2}$ . Landau-dæmpningen af elektron-plasma bølgen, som vi negligerede ovenfor, vil sætte ind for  $k\lambda_D \gtrsim 0.2$ . Landau-dæmpningen er altså uden betydning i størstedelen af området, hvor  $\Delta T_e$  er negativ, men begynder at få betydning, hvor  $\Delta T_e$  skifter fortegn.

Den nedsatte, effektive elektrontemperatur reducerer den ion-akustiske hastighed og giver anledning til en stærkere Landau-dæmpning af den ion-akustiske bølge. For at se dette mere explicit antager vi, at  $f_0(v)$  er en drivende Maxwellfordeling med driftshastigheden  $v_d$  og termisk hastighed  $c_i = (2T_i/M)^{1/2}$ . Ligning (4.8) kan da skrives (jvf. afsnit II.2.b.):

$$1 - \frac{T_e + \Delta T_e}{2T_i} Z' \left( \frac{\Omega - qV_d + q\Delta v}{q c_i} \right) = 0 \quad (4.12)$$

hvor  $\Delta v$  står for den af  $\Delta T_e$  forårsagede ændring i den komplekse fasehastighed, mens  $\Omega$  og  $q$  er løsningen til ligning (4.12) med

$\Delta T_e = 0$ ,  $q = q_r + iq_i$  og  $\Omega$  er reel, og  $Z'$  er den afledede af plas-  
madispersionsfunktionen (Fried and Conte, 1961). Vi betragter kun  
den principale rod til ligning (4.12) (jvf. afsnit II.2.b). An-  
tager vi, at  $|\Delta v| \ll |\Omega/q - v_d|$  og udvikles  $Z'$  omkring  $\Delta v = 0$   
til første orden, får vi:

$$\Delta v \approx - \frac{Z'(\xi)}{Z''(\xi)} \frac{\Delta T_e}{T_e + \Delta T_e}$$

hvor  $\xi \equiv (\Omega - qv_d)/qc_i$ . Efter en del regninger finder vi udtryk-  
kene for den relative ændring i fasehastigheden ( $v_p \equiv \Omega/q_r$ ) og  
i den relative dæpningslængde ( $\delta/\lambda \equiv q_r/2\pi q_i$ ):

$$\frac{\Delta v_p}{v_{p0}} = \frac{\Delta T_e}{T_e + \Delta T_e} D_1 \quad (4.13)$$

$$\frac{\Delta(\delta/\lambda)}{(\delta/\lambda)_0} = \frac{\Delta T_e}{T_e + \Delta T_e} D_2 \quad (4.14)$$

hvor

$$D_1 = \frac{q_r c_i}{\Omega} \left\{ \operatorname{Re} \left[ \frac{-Z'(\xi)}{Z''(\xi)} \right] \left[ 1 - \left( \frac{q_i}{q_r} \right)^2 \right] - 2 \operatorname{Im} \left[ \frac{-Z'(\xi)}{Z''(\xi)} \right] \frac{q_i}{q_r} \right\}$$

$$D_2 = \frac{q_r c_i}{\Omega} \left\{ \operatorname{Re} \left[ \frac{-Z'(\xi)}{Z''(\xi)} \right] \left[ 1 + \left( \frac{q_i}{q_r} \right)^2 \right] + \operatorname{Im} \left[ \frac{-Z'(\xi)}{Z''(\xi)} \right] \left[ \frac{q_r}{q_i} + \frac{q_i}{q_r} \right] \right\}$$

og index 0 refererer til størrelserne uden elektronbølge. Idet  
 $\xi$  er løsningen til lign. (4.12) med  $\Delta T_e = 0$  ses, at  $D_1$  og  $D_2$   
afhænger af  $v_d$  og  $T_e/T_i$  gennem lign. (4.12). Figur 4.2 viser  $D_1$   
og  $D_2$  som funktion af  $v_d/c_i$  med  $T_e/T_i$  som parameter. Af lig-  
ningerne (4.13) og (4.14) ser vi, at  $\Delta v_p$  og  $\Delta(\delta/\lambda)$  er proportio-  
nale med  $\Delta T_e$ , d.v.s. med  $\phi_0^2$  (lign. 4.11), for små  $\phi_0$ , mens vi  
for større  $\phi_0$  får en afhængighed, som er stærkere end kvadratisk.

IV.3 Eksperimentelle undersøgelser af vekselvirkningen mellem elektron-plasma bølger og ion-akustiske bølger

a. Måleresultater

Eksperimentet er udført i Risøs Q-maskine i "single-ended operation mode" (appendix 1). Måleopstillingen er skitseret på fig. 4.3. Vi benyttede et Cs-plasma med tætheder i området  $10^7$ - $10^8$   $\text{cm}^{-3}$  og temperaturer  $T_e \approx 2T_i \approx 0.2$  eV. Plasmasøjlen er afsluttet på den elektrostatisk energianalysator (Andersen et al., 1971b).

Elektron-plasma bølger blev exciteret af en probe, P1, (3 cm lang, 0.2 mm diameter) som var forbundet til en højfrekvens-generator (1-400 MHz) gennem tilpasningen vist på fig. 4.3. Bølgeudbredelsen blev målt med en aksialt bevægelig Langmuir-probe, P2, identisk med P1. P2 var ved disse målinger ikke forspændt, og bølgeudbredelsen blev målt ved hjælp af et "sampling-oscilloscope" og en "lock-in amplifier". De målte dispersionsrelationer for elektronbølgerne er vist på fig. 4.4 for to forskellige tætheder,  $n_0 = 2.4 \cdot 10^8$   $\text{cm}^{-3}$  (sorte cirkler) og  $n_0 = 8 \cdot 10^7$   $\text{cm}^{-3}$  (trekanter), idet vi har plottet frekvensen som funktion af bølgetallet. De fuldt optrukne kurver er dispersionsrelationen, lign. (4.5) uden x-variation, der er tilpasset de målte punkter med  $a = 0.74$  cm. Denne a-værdi er en smule større end den teoretisk forventede,  $a = (\text{plasmaradius}/2.4) \approx 0.63$  cm, hvilket skyldes, at tæthedsprofilen ikke er ensartet tværs over søjlen, som det forudsattes i udledningen af lign. (4.5). Det ses af fig. 4.4, at der er god overensstemmelse mellem de målte punkter og de teoretiske kurver, hvilket retfærdiggør brugen af lign. (4.5) i den kvalitative teori omtalt i afsnit IV.2.

Ion-akustiske bølger blev exciteret med gitteret, G, som var

indsat i plasmasøjlen vinkelret på akse, ved at overlejlre dets DC-forspænding,  $\phi_G =$  plasmapotentialet, med en lavfrekvent (0-100 kHz) svingning. Gitteret er placeret mellem P1 og den varme plade, ca. 1 cm bagved P1, se fig. 4.3. Bølgeudbredelsen blev målt ved en interferometermåling af ionmætningsstrømmen til P2, DC-forspændt til -20V. Vi karakteriserer de ion-akustiske bølgers egenskaber ved deres fasehastighed,  $v_p = \Omega/q_r$ , og relative dæmpningslængde,  $\delta/\lambda = q_r/2\pi q_i$ , hvor  $q = q_r + iq_i$ . Begge størrelser fandtes at være tilnærmelsesvis konstante over adskillige bølgelængder og i god overensstemmelse med de forventede værdier ud fra en teori, hvor både kollektive og fritstrømmende led er taget i betragtning (Christoffersen et al., 1974; Pécseli, 1974a).

Når den ion-akustiske bølge blev exciteret samtidig med elektron-plasma bølgen, observerede vi en modulation af den sidste. Fig. 4.5a viser det højfrekvente spektrum målt med P2 (ikke forspændt) forbundet til en spektrumanalysator. Centerfrekvensen (60 MHz) angiver elektronbølgen, og de to sidebånd, der er separeret fra denne med den ion-akustiske frekvens (15 kHz), viser, at elektronbølgen er moduleret af ionbølgen. For at undersøge denne modulation nøjere, har vi taget signalet fra P2 og separeret den lavfrekvente del fra den højfrekvente ved hjælp af passende filtre. En sådan måling er vist på fig. 4.5b, hvor det øverste spor viser det ion-akustiske signal, mens det nederste spor viser det hurtigt (på denne LF-tidsskala) oscillerende elektronbølgepotentiale. Af figuren ses tydeligt, at i det mindste en del af sidebåndene i fig. 4.5a skyldes amplitudemodulation, dette diskuteres i detaljer nedenfor. Endvidere ses, at modulationen af elektronbølgen er ude af fase med ionbølgen i overensstemmelse med lign. (4.7). Dette betyder, at den ponderomotive kraft,  $P$ , der opstår som følge af modulationen af HF-feltet, vil



tvinge elektronerne fra dal til top i den ion-akustiske bølge (jvf. lign. 4.2), og altså modvirke det termiske tryk, som driver bølgen. Den resulterende effekt vil da kunne beskrives ved en effektiv, nedsat elektrontemperatur, som udledt i lign. (4.8). I overensstemmelse hermed observerede vi en klar reduktion af såvel dæmpningslængden som fasehastigheden af de ion-akustiske bølger, når de blev exciteret samtidig med elektronbølgen. Dette er tydeligt demonstreret i fig. 4.6, hvor typiske ion-akustiske bølgemønstre, målt langs plasmajølen, er vist for voksende elektronbølgeamplitude, indiceret med pilen. Fra sådanne bølgemønstre målte vi fasehastigheden og dæmpningslængden for varierende frekvens af elektronbølgerne, men med fastholdt ionbølgefrekvens. Figur 4.7 viser  $(\delta/\lambda)/(\delta/\lambda)_0$  og  $-\Delta v_p/v_{p0}$  som funktion af frekvensen af elektronbølgen med fastholdt påtrykt bølgepotential for de to tætheder, der svarer til fig. 4.4 (indeks 0 refererer til størrelserne uden elektronbølge). Målingerne på fig. 4.7 er i god kvalitativ overensstemmelse med de teoretiske forudsigelser (ligningerne 4.13 og 4.14). Endvidere ser vi, at  $\Delta v_p$  og  $\Delta(\delta/\lambda)$  viser samme afhængighed af frekvensen som  $\Delta T_e$  af bølgetallet (fig. 4.1): for voksende frekvens vokser  $-\Delta v_p$  og  $-\Delta(\delta/\lambda)$ , de når et maximum og aftager ved yderligere øgning af frekvensen. Denne opførsel afspejler kvalitativt  $-\Delta T_e$ 's afhængighed af  $k$  (fig. 4.1), idet frekvens og bølgetal er knyttet sammen ved dispersionsrelationen lign. (4.5) og fig. 4.4. Da Landau-dæmpningen af elektronbølgen bliver af betydning ved højere frekvenser, vil vi ikke kunne observere  $\Delta T_e$ 's fortegnsskift. Ved at kombinere figurerne 4.1 og 4.4 ser vi, at maximet af  $-\Delta v_p$  og  $-\Delta(\delta/\lambda)$  vil rykke mod højere frekvenser, når tætheden øges. Også dette er i overensstemmelse med målingerne vist på fig. 4.7a og 4.7b. Det skal bemærkes, at vi observerer en effekt af elektronbølgerne, selv når deres bølgelængder er sammenlignelige med den ion-akustiske

bølgelængde, skønt teorien ikke er gyldig i dette område.

Ændringen i fasehastigheden, som funktion af den påtrykte elektronbølgeamplitude for fastholdt frekvens af begge bølger, er vist på fig. 4.8. For små  $\Delta T_e$  viste ligningerne (4.13) og (4.11), at  $-\Delta v_p$  er proportional med  $\phi_0^2$ , d.v.s. med kvadratet af det påtrykte potential, hvilket er rimeligt opfyldt i fig. 4.8. For større amplituder er overensstemmelsen dog ikke helt tilfredsstillende, idet  $-\Delta v_p$ 's afhængighed af  $\phi_0$  her skulle være endog stærkere end kvadratisk (jvf. ligningerne (4.11) og (4.13)). Imidlertid kan vi ved så høje bølgeamplituder ikke udelukke forstyrrelser af elektron-fordelingsfunktionen og sådanne effekter, f.eks. en elektronopvarmning, kan også influere på udbredelsen af ion-akustiske bølger. Tilsvarende observationer er rapporteret fra andre lignende eksperimenter (Takamura et al. 1971; Lee et al. 1976). Selvom disse eksperimenter behandlede situationer, hvor bølgelængden af HF-oscillationen var meget længere end bølgelængden af LF-bølgen, skulle fasehastighedsændringen af den sidste stadig variere med kvadratet på HF-amplituden, i modsætning til de rapporterede observationer. Det skal påpeges, at den overensstemmelse, som Lee et al. (1976) hævder at have mellem teori og eksperimentelle resultater, i virkeligheden skyldes en ukorrekt behandling af deres ligning (4).

Vi vil nu gå over til en nærmere undersøgelse af oprindelsen af sidebåndene vist i fig. 4.5a. Vi bemærker, at der er to effekter, som medvirker til dannelsen af disse: 1) den allerede nævnte amplitudemodulation, som ses på fig. 4.5b og er forklaret gennem lign. (4.7), og 2) fasemodulationen af elektronbølgen forårsaget af den ion-akustiske bølge. Den sidste proces kan beskrives ved at udtrykke elektronbølgeamplituden som:

$$\phi = \phi_0 \exp(-i\omega t + i \int_0^x k(x', t) dx'). \quad (4.15)$$

Da bølgelængden af den ion-akustiske bølge er meget længere end af elektronbølgen, kan vi bruge den lokale dispersionsrelation, lign. (4.5) med  $\omega_p = \omega_p(x', t)$ , til bestemmelsen af  $k(x', t)$ . Løses ligning (4.15) under disse forudsætninger, finder vi at størrelsen af sidebåndene, der hidrører fra fase modulationen, har en  $x$ -variation, som er bestemt af ionbølgen.  $x$ -variationen er vist på fig. 4.9 (nederste kurve) sammen med en måling af sidebåndsamplituden (øverste kurve). Differensen mellem de to kurver hidrører fra amplitudemodulationen. Endvidere finder vi, at sidebåndene fra lign. (4.15) skal adderes til dem, der hidrører fra amplitudemodulationen, med forskelligt fortegn for henholdsvis nedre og øvre sidebånd, hvilket kan forklare den observerede forskel i størrelsen af nedre og øvre sidebånd i fig. 4.5a.

Som det ses af den teoretiske kurve i fig. 4.9, forsvinder fase modulationseffekten, når vi går tæt på exciteren, P1. Sidebåndene fra amplitudemodulationen er derimod størst, hvor ionbølgen har maximal amplitude. Ved at placere den detekterende probe, P2, tæt ved exciteren (d.v.s. i en afstand, der er meget mindre end ionbølgelængden) er vi således i stand til at undersøge effekten af amplitudemodulationen alene. Fig. 4.10 viser variationen af sidebåndsamplituden for fastholdt ionbølgefrequens (og dermed bølgelængde) og amplitude samt fastholdt HF-amplitude, men varierende elektronbølgefrequens. Den teoretiske kurve er beregnet ud fra lign. (4.7), idet vi har brugt  $\delta N/N_0 = 2\delta E/E_0 = 2\delta\phi/\phi_0$  og den målte værdi af den relative amplitude af ionbølgen,  $\delta n/n_0$ . Ved små elektronbølgefrequenser kan vi ikke forvente overensstemmelse mellem målinger og teori, idet bølgelængden her er sammenlignelig med afstanden mellem exciter og detektor.

Endelig har vi målt sidebåndsamplituden som funktion af henholdsvis HF- og LF-amplituden, se fig. 4.11. Vi observerer den

lineære sammenhæng mellem amplituderne som forudsagt i lign. (4.7) for små modulationer, hvor  $\delta N/N_0 \approx 2\delta E/E_0$ . Specielt ses, at forholdet mellem HF- og sidebåndsamplituden forbliver konstant, når HF-amplituden varierer, fig. 4.11b.

#### b. Diskussion

Vore eksperimentelle resultater omtalt ovenfor viste sig at være i god kvalitativ overensstemmelse med de teoretiske forudsigelser baseret på en simpel model (afsnit IV.2). Desuden stemmer teorien også kvantitativt rimelig overens med de målte størrelser. For at forklare de målte ændringer i fasehastigheden af den ion-akustiske bølge, figurerne 4.7b og 4.8, kræves der en amplitude af elektronbølgen af størrelsen  $\phi_0 \approx 4 T_e/e$ . Denne værdi er to til tre gange større end den forventede værdi ud fra det påtrykte signal, når vi tager hensyn til koblingskoefficienten mellem exciteren,  $P_1$ , og plasmaet. Denne koblingskoefficient fandtes at være af størrelsen -15 dB. Tilsvarende ses også af fig. 4.10, at amplituden af sidebåndene hidrørende fra amplitude-modulationen er noget større end den beregnede. I teorien har vi imidlertid benyttet den tilnærmede dispersionsrelation, lign. (4.5). Bruger man i stedet de målte værdier af  $\omega = \omega(k)$ , finder man, at funktionen  $F(k)$ , lign. (4.9), er temmelig følsom overfor selv små ændringer i dispersionsrelationen. Ved at beregne  $F(k)$  på basis af de målte værdier findes da også en mere tilfredsstillende kvantitativ overensstemmelse. Imidlertid er brugen af den tilnærmede dispersionsrelation (4.5) mere bekvem, fordi den tillader simple analytiske beregninger. Ydermere bemærkes, at dispersionsrelationen (4.5) er lineær, d.v.s. uafhængig af bølgeamplituden. Både teoretiske (Rasmussen, 1977) og eksperimentelle (Sugai and Märk, 1975) undersøgelser af elektronbølger i en geo-

metri, der svarer til den her betragtede, viser, at det ulineære bølgetalsskift kan give mærkbare korrektioner til ligning (4.5), især for frekvenser, hvor elektronindfangning (trapping) får betydning. En mere generel teori, end den vi har præsenteret i afsnit VI.2, må også indeholde disse effekter.

Med energianalysatoren (Andersen et al. 1971b) målte vi den upertuberede ion-hastighedsfordelingsfunktion for varierende frekvens og amplitude af elektronbølgen, og vi så kun ubetydelige forandringer. Ændringerne i de ion-akustiske bølgers udbredelses-karakteristika kan altså ikke forklares ved variationer i nulte-ordens parametrene. Derfor vil det fritstrømmende bidrag til bølgeudbredelsen ikke berøres af elektronbølgerne, hvilket retfærdiggør brugen af lign. (4.12) til beregningen af ændring i fasehastighed og dæmpningslængde. Altså kan vore resultater også tages som et bevis for kollektiv vekselvirkning i ion-akustiske bølger i et Q-maskine-plasma ved lave tætheder.

Endelig skal en betydningsfuld konsekvens af den observerede fasemodulation (fig. 4.9) påpeges. Det kan hævdes, at figurerne 4.5 og 4.11 kun viser en mixning af de to bølger i det ulineære probe-sheath. En sådan proces skulle imidlertid kun afhænge af de indgående bølgers amplituder i probens position. Man måtte da forvente en monotont aftagende sidebåndsamplitude, eftersom den ion-akustiske bølge dæmpes, i klar modstrid med fig. 4.9. Vi mener derfor, at den observerede rumlige variation af sidebåndene kan tages til indtægt for forklaringen af vore resultater, som diskuteret i afsnit IV.3a.

#### IV.4 Stabilisering af en ion-akustisk instabilitet ved hjælp af elektron-plasma bølger\*

I dette afsnit omtales kort en eksperimentel undersøgelse af indflydelsen af en elektron-plasma bølge på en ion-akustisk instabilitet exciteret af en elektronstrøm (Rasmussen et al. 1977).

Eksperimentet blev udført i Q-maskinen på Innsbruck Universitet. Opstillingen er skematisk vist på fig. 4.12. Vi benyttede et Na-plasma i tæthedområdet  $10^7 - 5 \cdot 10^7 \text{ cm}^{-3}$ . Plasmasøjlen, som holdes sammen radiært af et homogent magnetisk felt,  $B = 1.5 \text{ kG}$ , er 2.5 cm i diameter, 66 cm lang og afsluttes på den kolde plade (CP), der er jordet.

Et aksialt bevægeligt gitter, G, er indsat mellem den varme plade, HP, og CP. Når en positiv DC-spænding,  $\phi_G$  påtrykt G, oversteg en kritisk værdi ( $\approx 2-3 \text{ V}$ ), observeredes spontant exciterede oscillationer i området mellem HP og G ved at måle potentialefluktuationerne på proben  $P_1$  (0.2 mm i diameter, 1.25 cm lang wolfram tråd). Sato et al. (1976) identificerede denne instabilitet som en strømdrevet ion-akustisk instabilitet. De fandt, at den kunne karakteriseres som en halv stående bølge med knudepunkter ved den varme plade og gitteret, og at dens frekvens var omvendt proportional med afstanden, d, mellem HP og G. Et typisk frekvensspektrum af instabiliteten, målt på  $P_1$  forbundet til en spektrumanalysator, er vist på fig. 4.13a.

Et højfrekvent (HF) signal kunne overlejres DC-gitterfor-spændingen ved hjælp af tilpasningskredsløbet vist på fig. 4.12.

---

\*Dette arbejde blev udført i sommeren 1976 under et ophold ved Institut für Theoretische Physik, Universität Innsbruck, Østrig, i samarbejde med D. Sandu (Iasi, Rumænien) og R. Schrittwieser.

Herved exciteredes elektron-plasma bølger, som, i det mindste for lave gitterforspændinger, udbredte sig i området fra G med HP. Udbredelsen af disse fandtes at være i god overensstemmelse med en dispersionsrelation svarende til lign. (4.5). Vi observerede en stor indflydelse af gitterforspændingen på bølgernes udbredelseskarakteristika, nemlig at bølgerne dæmpedes kraftigt for voksende  $\phi_G$ . Denne effekt kan skyldes den negative rumladning, som bygges op omkring G for  $\phi_G > 0V$  (Rasmussen and Schrittwieser 1976, Schrittwieser 1977).

Amplituden og frekvensen af instabiliteten under indflydelsen af HF-signalet blev undersøgt ved at måle spektret på proben P<sub>1</sub>. For lave gitterforspændinger ( $\phi_G \approx 5-10 V$ ), d.v.s. en svag instabilitet, var det muligt at undertrykke instabiliteten ved hjælp af HF-oscillationerne. Typiske eksempler på denne undertrykkelse er vist i fig. 4.13. I fig. 4.13a er der ikke påtrykt noget HF-signal. Når amplituden af dette signal øges, ser vi en klar formindskelse af både instabilitetens amplitude og frekvens, figurerne 4.13b-c. Ved  $\phi_{HF} = 1 V_{pp}$  er instabiliteten næsten fuldstændig stabiliseret. Figur 4.14 viser den relative amplitude,  $A/A_0$ , og frekvensskiftet,  $\Delta f$ , af instabiliteten som funktion af frekvensen,  $f_{HF}$ , af HF-signalet for fastholdt amplitude ( $\phi_{HF} = 1 V_{pp}$ ) (index 0 refererer til størrelser uden HF-signal). Det ses af denne figur, at vi har en klar undertrykkelse af instabiliteten og formindskelse i frekvensen over et bredt frekvensbånd,  $0.5 \text{ MHz} \lesssim f_{HF} \lesssim 30 \text{ MHz}$ .

Undertrykkelsen af instabiliteten er i god overensstemmelse med resultaterne omtalt i afsnit IV.3. Elektronbølgen reducerer instabilitetens frekvens, d.v.s. fasehastighed, idet bølgelængden er fastholdt af geometrien. En reduceret fasehastighed vil give anledning til en forøget ion-Landau-dæmpning, som vil ophæve

væksten. I afsnit IV.3 så vi, at effekten af elektronbølgerne på de ion-akustiske bølger også var til stede, når de to bølgelængder var sammenlignelige, og den nedre grænse for stabilisationen i fig. 4.14 ( $f_{\text{HF}} \approx 0.5$  MHz) skyldes snarere tilpasningskredsløbets afskæring ved disse frekvenser end plasma effekter. Den øvre frekvensgrænse ( $f_{\text{HF}} \approx 30$  MHz) skyldes dels fortegnsskiftet i  $\Delta T_e$ , og dermed  $\Delta v_p$ , se fig. 4.1, og dels den kraftige Landau-dæmpning af elektronbølgerne for disse frekvenser ( $\omega_p/2\pi \approx 28$  MHz). For større gitterforspændinger ( $\phi_{\text{HF}} \gtrsim 10$  V) blev undertrykkelsen af instabiliteten meget svag, i overensstemmelse med at elektronbølgerne var meget kraftigt dæmpede for disse gitterspændinger, jvf. diskussionen ovenfor.

Endelig skal det nævnes, at vi for store amplituder af HF-signalet ( $\phi_{\text{HF}} \gtrsim 5 V_{\text{pp}}$ ) fandt en kraftig destabilisation af instabiliteten fulgt af en voksende frekvens, som vi ser i fig. 4.13d. For endnu højere amplituder ( $\phi_{\text{HF}} \gtrsim 20 V_{\text{pp}}$ ) stabiliseredes instabiliteten påny, fig. 4.13e. Disse effekter er endnu ikke klart forståede, men de blev eksperimentelt eftervist over et bredt parameterområde (Rasmussen et al. 1977).

#### IV.5 Konklusion

Vi har her undersøgt effekten af højfrekvente elektron-plasma bølger på udbredelseskaraktistika af lavfrekvente ion-akustiske bølger. Denne effekt kan bekvemt beskrives ved at indføre en effektiv, reduceret elektrontemperatur, som giver anledning til en formindsket fasehastighed og dæmpningslængde af den ion-akustiske bølge. Muligheden for at reducere den effektive elektrontemperatur gør det muligt at stabilisere visse lavfrekvente instabiliteter, som demonstreret i afsnit IV.4 for den strømdrevne ion-akustiske instabilitet. Også ion-ion-instabiliteten (kapitel II)



og den ion-beam-exciterede, elektrostatisk ion-cyclotron-instabilitet (kapitel III) stabiliseres ved en reducere af elektron-temperaturen (se fig. 2.1, henholdsvis figurerne 3.1-3.3). Foreløbige eksperimentelle undersøgelser af stabiliseringen af ion-cyclotron-instabiliteten ved hjælp af elektron-plasma bølger har da også givet lovende resultater. Endvidere har Sugai og Sato (1975) observeret stabilisering af Kelvin-Helmholtz-instabiliteten med elektronbølger, idet de refererer til en teori af Petviashvili (1968).

Endelig skal nævnes, at den her behandlede vekselvirkning mellem højfrekvente og lavfrekvente bølger sandsynligvis også er af stor betydning i solvinden. Her har man observeret ion-beam-hastighedsfordelinger (Feldman et al. 1973) med parametre, der indikerer, at plasmaet er svagt ustabil med hensyn til ion-ion-instabiliteten. I så tilfælde vil selv et relativt lavt niveau af elektron-plasma bølger kunne gøre plasmaet stabilt. Elektron-plasma bølger i solvinden er virkelig blevet detekteret (Gurnett og Anderson, 1977). Til behandling af dette problem kan man dog ikke benytte dispersionsrelationen (4.5), men må bruge den, der gælder for et uendeligt plasma, og i stedet for én monokromatisk bølge må man betragte et helt spektrum af elektronoscillationer (Pécseli 1975b, Yu and Spatschek 1976).

## V. KONKLUSION

Denne rapport har beskrevet dele af det arbejde, der er udført i Q-maskine gruppen på Risø i tiden 1975-77. Hvert af kapitlerne indeholder omfattende diskussioner og konklusioner af de opnåede resultater, hvorfor vi her kun vil opridsede hovedresultaterne.

Ved at beregne de generelle udbredelsesmønstre af en tæthedspuls i et ion-beam-plasma system for både stabile og ustabile situationer fandt vi, at udbredelsen er særdeles afhængig af excitationmekanismen. Under visse omstændigheder voksede pulsen i amplitude over et område, selvom systemet var stabilt. Disse resultater kan især have betydning ved eksperimentelle undersøgelser af beam-exciterede instabiliteter, hvor man for at undersøge stabilitetsforholdene har iagttaget opførselen af en exciteret tætheds-perturbation og klassificeret systemet som ustabil, hvis perturbationen voksede.

Vi har endvidere observeret den elektrostatiske ion-cyclotron-instabilitet exciteret af et ion-beam i et Q-maskine-plasma. Dens lineære opvækst og udbredelse fandtes at være i god overensstemmelse med forudsigelser baseret på den generelle dispersionsrelation for bølgeudbredelse i et magnetiseret plasma. Stabilitetskriteriet for excitation af instabiliteten viste sig også i overensstemmelse med teorien: den for excitation nødvendige beamhastighed aftager med voksende elektrontemperatur. Endvidere så vi at instabiliteten forårsagede en ulineær udfladning af beamets hastighedsfordeling, hvilket indikerer en forøget energitransport fra beamet til plasmaet.

Endelig viste undersøgelser af vekselvirkningen mellem lavfrekvente ion-akustiske bølger og højfrekvente elektron-plasma

bølger, at effekten af de sidste på udbredelsesforholdene for ionbølgerne kunne beskrives ved en effektiv, reduceret elektron-temperatur, som resulterede i en formindskelse af fasehastigheden og dæmpningslængden af ionbølgen. Denne reduktion af den effektive elektrontemperatur åbner muligheder for at stabilisere visse lavfrekvente instabiliteter, som vi demonstrerede det for den strømdrevne ion-akustiske instabilitet. Elektron-plasma bølger kan da blive et effektivt værktøj til at kontrollere og stabilisere lavfrekvente instabiliteter, som f.eks. de ovenfor omtalte ion-ion- og ion-cyclotron-instabiliteter. Undersøgelser af sådanne stabiliseringer er under forberedelse i Q-maskine-gruppen.

I undersøgelserne af de tre emner har vi kun beskæftiget os med de lineære forhold; en naturlig fortsættelse af arbejdet omtalt i denne rapport vil da være undersøgelser af de ulineære effekter. Især for den elektrostatiske ion-cyclotron-instabilitet vil resultaterne af sådanne undersøgelser være af stor interesse i forbindelse med denne instabilitets betydning for opvarmningen af et fusionsplasma ved injektion af neutrale partikler.

Denne rapport indeholder en oversigt over en del af det arbejde jeg har deltaget i under mit licentiatstudium i plasmagruppen på Risø. Jeg takker forsøgsanlæg Risø for det stipendium, der har muliggjort studiet, og jeg takker medarbejderne i plasmagruppen for megen hjælp og støtte under studiet.

APPENDIX I

Q-MASKINEN

En skitse af Risø's Q-maskine (Andersen 1970, Motley 1975) er vist på fig. Al.1, og i tabel Al.1 er givet de vigtigste dimensioner og parametre. Apparatet består af et rustfrit stålør, som kan udpumpes ved hjælp af en diffusionspumpe og en forpumpe. Røret er omgivet af spoler, der kan producere et aksialt magnetfelt. Spolerne fødes fra en motorgenerator, der leverer op til 1.5 kA. En cirkulær tantal-plade, diameter 3 cm, er placeret i den ene ende af røret vinkelret på systemets akse. Denne plade

Tabel Al.1 Vigtigste dimensioner og parametre

---

Længde af plamasøjlen, op til:	120 cm
Diameter af vakuumrør:	15 cm
Diameter af plamasøjle:	~ 3 cm
Opvarmningseffekt til den varme plade:	1 kW
svarende til pladetemperaturen:	~2000°C
Magnetfelt på aksen, B, op til:	1.0 T
typisk:	0.4 T
Baggrundstryk:	$5 \cdot 10^{-6}$ mm Hg
Plasmataethed, typisk (single ended mode):	$10^7 - 10^{10}$ cm <sup>-3</sup>
Elektrontemperatur (single ended mode):	~2000°C ~ 0.2 eV
Plasmapotentialet afhænger af bl.a. tætheden, men er typisk af størrelsen:	-2 - -3 V
Middel-driftshastigheden af ionerne afhænger af bl.a. plasmapotentialet, men er typisk af størrelsen få gange $(2kT_i/m_i)^{1/2}$	~10 <sup>3</sup> m/s

---

kan opvarmes ved bombardement med elektroner emitteret af filamentet, som opvarmes ved hjælp af en DC-strøm, og accelereret gennem det elektriske felt mod bagsiden af Ta-pladen. Filamentsystemet udpumpes separat. Fra ovnen sendes en stråle af neutrale atomer, oftest caesium men også natrium eller kalium kan bruges, mod den varme plade, hvor de ioniseres ved overfladeionisation. Endvidere emitterer den varme plade ( $\sim 2000^{\circ}\text{C}$ ) elektroner gennem Richardson-emission, herved opbygges der et plasma uden for overfladen. Et plasma vil altid søge mod ladningsneutralitet - nettostrømmen ind i et isoleret plasma skal være nul. For at opnå denne neutralitet dannes der et ladet grænselag, et såkaldt "sheath", mellem plasmaet og enhver overflade, som er i kontakt med dette. Sheath'et kan være enten positivt eller negativt med hensyn til den varme plade, afhængigt af ladningsbalancen. Man vil almindeligvis have, at elektronstrømmen ind og ud fra den varme plade langt overstiger ionstrømmen, således at sidstnævnte kan negligeres i diskussionen af potentialet i plasmaet. Hvis den termiske emission fra den varme plade overstiger elektronfluxen fra plasmaet ind mod pladen, får man et negativt sheath, og man benævner plasmaet "elektron-rigt". I det modsatte tilfælde fås et positivt sheath, og plasmaet benævnes "ion-rigt". I langt de fleste tilfælde arbejder man i Q-maskiner med elektron-rige plasmaer.

Plasmapartiklerne kan strømme frit i aksiel retning (magnetfeltets retning), mens de af magnetfeltet er bundet radiært, og der dannes en plasmasøjle af samme diameter som den varme plade. Plasmasøjlen kan afsluttes på to principielt forskellige måder. I den såkaldte "double ended operation mode" er søjlen afsluttet af en varm plade identisk med den før omtalte, og der opstår en ligevægt mellem ionisering på de to plader og tab, dels ved re-

kombination på pladerne, dels ved radiær diffusion af ioner. I denne "operation mode" kan man opnå tætheder af størrelsesordenen  $10^{11}$ - $10^{12}$   $\text{cm}^{-3}$  og en ionisationsgrad på op mod 99%, og både ioner og elektroner vil med god tilnærmelse være i termisk ligevægt med de to plader. Denne "double ended mode" har hovedsageligt været anvendt ved studier af kollisions-dominerede fænomener (kollisioner mellem ladede partikler). I den såkaldte "single ended operation mode" er søjlen afsluttet af en kold plade, eventuelt negativt forspændt, således at alle ionerne absorberes mens elektronerne reflekteres. Man vil da, i et elektron-rigt plasma, få den situation, at ionerne accelereres over det negative sheath og driver ned langs søjlen gennem en stationær, neutraliserende elektronbaggrund. Denne "operation mode" er fortrinsvis blevet anvendt ved studier af kollisionsfrie fænomener, f.eks. bølgeudbredelser, hvorfor tætheden ofte er noget lavere end ved "double ended operation"; for tætheder under  $10^9$   $\text{cm}^{-3}$  er den frie middelvejlængde for kollisioner mellem de ladede partikler meget længere end længden af plasmasøjlen, og plasmaet kan betragtes som kollisionsfrit. Elektronerne vil i denne situation med god tilnærmelse være Maxwell-fordelte med en temperatur lig den varme plades temperatur, mens ionerne i det ideelle kollisionsfrie tilfælde vil have en hastighedsfordeling, hvor ingen partikler har hastigheder lavere end hastigheden bestemt ved potentialespringet over det negative sheath ved den varme plade, d.v.s. en trunkeret fordelingsfunktion. Udstrækningen af de to sheaths ved endepladerne er af størrelsen få Debye-længder (typisk 0.1 mm) og er neglignable sammenlignet med længden af hele plasmasøjlen.

Reguleringen af tætheden for begge de omtalte "operation modes" sker ved at regulere fluxen af neutrale atomer på den

varme plade, i praksis ved at regulere ovntemperaturen. Diagnostisk udstyr til måling af plasmaparametrene kan indføres i plasmaet gennem porte i vakuumrøret og den ene endeflange.

APPENDIX 2

KALIBRERING AF MIKROBØLGEOPVARMNINGEN

Som omtalt i afsnit III.3a kan elektronerne i Q-maskine-plasmaet opvarmes i en mikrobølgeresonator, der omslutter plasma-søjlen (se fig. 3.4). Mikrobølgerne, der fødes ind i resonatoren gennem en bølgeleder, har en frekvens omkring elektron-cyclotron-frekvensen (Pésceli and Petersen 1973), d.v.s. ca. 11 GHz ved  $B = 0.4$  T. For at få en sammenhæng mellem mikrobølgeeffekten og den resulterende elektrontemperatur, målte vi fasehastigheden af ion-akustiske bølger for varierende mikrobølgeeffekt (0-500 mW). De ion-akustiske bølger blev exciteret af et gitter, der var anbragt ca. 20 cm foran mikrobølgeresonatoren (mellem resonatoren og energianalysatoren, fig. 3.4). Bølgeudbredelsen målte ved en interferometermåling af ion-mætningsstrømmen til en probe, svarende til probe 2 i fig. 3.4. På fig. A2.1 er fasehastigheden,  $v_p = \lambda \cdot \omega / 2\pi$ , af disse bølger plottet som funktion af mikrobølgeeffekten, P. Det ses, at fasehastigheden vokser med P, hvilket indikerer en forøget elektrontemperatur. Med sådanne målinger kan  $T_e$  vurderes ud fra dispersionsrelationen for ion-akustiske bølger (jvf. afsnit II.2b):

$$1 - \frac{T_e}{2T_i} Z' \left( \frac{\omega - V_d k}{k c_i} \right) = 0, \quad (\text{A2.1})$$

hvor  $V_d$  er driftshastigheden af ionerne. Den principale rod til lign. (A2.1) bestemmer plasmaets egenmodes (jvf. afsnit II.2b). Idet vi her betragter et randværdiproblem, hvor frekvensen,  $\omega$ , er reel og bølgetallet,  $k$ , er komplekst,  $k = k_r + i k_i$ , er fasehastigheden af disse egenmodes givet ved:

$$v_p = \omega / k_r = c_i \left( \epsilon_r \pm V_d / c_i + \frac{\epsilon_i^2}{\epsilon_r \pm V_d / c_i} \right), \quad (\text{A2.2})$$



hvor  $\xi = \xi_r + i\xi_i$  er løsningen til lign. (A2.1) og altså afhænger af  $T_e/T_i$ . I fig. A2.2 er fasehastigheden af den hurtige mode (+ i lign. (A2.2)) plottet som funktion af  $T_e/T_i$  med driftshastigheden,  $V_d/c_i$ , som parameter. Ved at sammenholde fig. A2.2 med målingerne i fig. A2.1, kan vi nu få en sammenhæng mellem  $T_e$  og  $P$ . Antager vi, at iontemperaturen  $T_i = 0.1\text{eV}$  og, at de uopvarmede elektroner har temperaturen  $T_e = 0.2\text{eV}$ , finder vi en driftshastighed,  $V_d \approx 2.3c_i$ , ud fra fig. A2.1 og lign. (A2.2). Disse størrelser er i rimelig overensstemmelse med målingerne af ion-hastighedsfordelingen. Den stiplede kurve i fig. A2.2 er beregnet for denne driftshastighed, og ved at sammenholde den med målingerne i fig. A2.1 får vi fig. A2.3, hvor  $T_e$  er plottet som funktion af  $P$ . Den fuldt optrukne kurve er et bedste fit til punkterne. Det viser sig med god tilnærmelse, at  $(T_e - 0.2\text{eV}) \propto \sqrt{P}$ . Langmuir-probe-målinger af  $T_e$  har givet resultater, som er i overensstemmelse med fig. A2.3.

Det bemærkes, at vi i kalibreringen af mikrobølgeopvarmningen har sammenlignet fasehastigheden af plasmaets egenmode med de målte fasehastigheder, d.v.s. vi har negligeret det fritstrømmende bidrag til den ion-akustiske bølge (jvf. kapitel II). Det viser sig dog (Jensen og Michelsen 1972), at langt fra det exciterende gitter er fasehastigheden af de ion-akustiske bølger i god overensstemmelse med fasehastigheden beregnet ud fra lign. (A2.2) selv for relativt lave temperaturforhold,  $T_e/T_i \approx 1-2$ , når  $g(v)$  ikke er altfor forskellige fra  $f_0(v)$  (se afsnit II.2). Fasehastighederne i fig. A2.1 er netop målt langt fra gitteret, d.v.s. efter 3-4 bølgelængder. Derfor mener vi, at kalibreringen, fig. A2.3, har en rimelig nøjagtighed inden for måleusikkerheden, hvilket også den gode overensstemmelse i fig. 3.9 kan tages til indtægt for.

REFERENCER

- Albright, N.W. (1972). Phys. Fluids 15, 2013-2019.
- Aliev, Yu. M. and Silin, V.P. (1965). Sov. Phys. JETP 21, 601-607.
- Andersen, H.K. (1970). Fysisk Tidsskrift 68, 7-38.
- Andersen, S.A., Christoffersen, G.B., Jensen, V.O., Michelsen, P., and Nielsen, P. (1971a). Phys. Fluids 14, 990-998.
- Andersen, S.A., Jensen, V.O., Michelsen, P., and Nielsen, P. (1971b). Phys. Fluids 14, 728-736.
- Baker, D.R., Bartoli, C., and Bitter, M. (1971). Proc. 3rd Int. Conf. on Quiescent Plasmas, Elsinore, Risø Report No. 250, pp. 111-117.
- Baker, D.R. (1972). Phys. Rev. Lett. 28, 1189-1192.
- Baker, D.R. (1973). Phys. Fluids 16, 1730-1739.
- Barrett, P.J., Jones, H.G., and Franklin, R.N. (1968). Plasma Phys. 10, 911-918.
- Benford, G., Rynn, N., Thomson, J.J., and Williamson, W.S. (1974). Phys. Fluids 17, 1001-1007.
- Böhmer, H. (1976). Phys. Fluids 19, 1371-1374.
- Böhmer, H., Hauck, J.P., and Rynn, N. (1976). Phys. Fluids 19, 450-452.
- Chen, F.F. (1974). Introduction to Plasma Physics (Plenum Press, New York) p. 256 ff.
- Christoffersen, G.B. (1971). Proc. 3rd Int. Conf. on Quiscent Plasmas, Elsinore, Risø Report No. 250 pp. 55-62.
- Christoffersen, G.B. (1972). Risø-M-1513, 42 p.

- Christoffersen, G.B. and Prahm L.P. (1973). Phys. Fluids 16, 708-710.
- Christoffersen, G.B., Jensen, V.O., and Michelsen, P. (1974). Phys. Fluids 17, 390-399.
- Correll, D.L., Rynn, N., and Böhmer, H. (1975). Phys. Fluids 18, 1800-1808.
- D'Angelo, N. and Jensen, V.O. (1972). Cosm. Electrodyn. 2, 396-398.
- Demirkhanov, R.A., Khorasanov, G.L., and Sidorova, J.K. (1969). Nucl. Fusion Special Supplement 199-203.
- Drummond, W.E. and Rosenbluth, M.N. (1962). Phys. Fluids 5, 1507-1513.
- Dum, C.T. and Ott, E. (1971). Plasma Phys. 13, 177-190.
- Engelmann, F. and Wilhelmsson, H. (1969). Z. Naturforsch. 24A, 206-207.
- Fainberg, Ya. B. and Shapiro, V.D. (1967). Sov. Phys. JETP 25, 189-198.
- Feldman, W.C., Asbridge, J.R., Bame, S.J., and Montgomery, M.D. (1973). J. Geophys. Res. 78, 2017-2027.
- Fried, B.D. and Conte S.D. (1961). The Plasma Dispersion Function (Academic, New York).
- Fried, B.D. and Wong, A.Y. (1966). Phys. Fluids 9, 1084-1089.
- Fujita, T., Ohnuma, T., and Adachi, S. (1975). Phys. Fluids 18, 1216-1218.
- Fukai, J. and Harris, E.G. (1971). Phys. Fluids 14, 1748-1752.
- Gaffey, J.D. (1976a). J. Plasma Phys. 16, 149-170.
- Gaffey, J.D. (1976b). J. Plasma Phys. 16, 171-179.

- Grésillon, D. and Doveil, F. (1975). *Phys. Rev. Lett.* 34, 77-80.
- Gurnett, D.A. and Anderson, R.R. (1977). *J. Geophys. Res.* 82, 632-650.
- Harman, W.W. (1953). *Fundamentals of Electronic Motion* (McGraw-Hill), kap. 7.
- Hasagawa, A. (1975). *Plasma Instabilities and Nonlinear Effects* (Springer-Verlag, Berlin), kap. 1 og 2.
- Hendel, H.W., Yanada, M., Seiler, S.W., and Ikezi, H. (1976). *Phys. Rev. Lett.* 36, 319-322.
- Ichikawa, Y.H. (1970). *Phys. Fluids* 13, 2541-2545.
- Idehara, T., Miyama, N., Tanaka, M., and Ishida, Y. (1977). *Phys. Lett.* 60A, 227-229.
- Ishizuka, H., Ôno, H., and Kojima, S. (1974). *J. Phys. Soc. Jpn.* 36, 1158-1163.
- Jassby, D.L. (1977). *Nucl. Fus.* 17, 309-365.
- Jensen, T.D. (1977). Eksamensprojekt, under udførelse.
- Jensen, V.O. and Michelsen, P. (1972). *Risø Report No. 257*, 33 p.
- Jensen, V.O., Michelsen, P., and Hsuan, H.C.S. (1974). *Phys. Fluids* 17, 2208-2214, and errata (1975). *Phys. Fluids* 18, 754.
- Jensen V.O. (1976). *Risø Report No. 322*, 98 p.
- Kaw, P.K. and Dawson, J.M. (1971). *Phys. Fluids* 14, 792-794.
- Kiwamoto, Y. (1974). *J. Phys. Soc. Jpn.* 37, 466-474.
- Lee, A., Jones, W.D., Gleman, S.M., and Doucet, H.J. (1976). *Phys. Fluids* 19, 557-560.
- Michelsen, P. and Prahm, L.P. (1971). *Proc. 3rd Int. Conf. on Quiescent Plasmas, Elsinore, Risø Report No. 250*, pp. 103-110.
- Michelsen, P. (1976). *Phys. Fluids* 19, 337-339.

- Michelsen, P., Rasmussen, J. Juul, and Sato, N. (1976a). *Phys. Fluids* 19, 1021-1025.
- Michelsen, P., Pécseli, H.L., Rasmussen, J. Juul, and Sato, N. (1976b). *Phys. Lett.* 55A, 345-346.
- Michelsen, P., Pécseli H.L., Rasmussen, J. Juul, and Sato N. (1976c). *Phys. Fluids* 19, 453-456.
- Michelsen, P., Pécseli, H.L., and Rasmussen J. Juul (1977a). *Phys. Fluids* 20, 866-867.
- Michelsen, P., Pécseli H.L., and Rasmussen, J. Juul (1977b). To be presented at the XIIIth Int. Conf. on Phenomena in Ionized Gases, Berlin, DDR.
- Michelsen, P., Pécseli, H.L., and Rasmussen, J. Juul (1977c). *Phys. Lett.* 59A, 445-447.
- Michelsen, P., Pécseli, H.L., and Rasmussen, J. Juul (1977d). *Plasma Phys.* In press.
- Michelsen, P., Pécseli, H.L., Rasmussen, J. Juul, and Sato, N. (1977e). *Phys. Fluids* 20, 1094-1096.
- Montgomery, D.C. (1971). *Theory of the unmagnetized plasma* (Gordon and Breach, New York), kap. 6.
- Motley, R.W. and D'Angelo, N. (1963). *Phys. Fluid* 6, 296-299.
- Motley, R.W. (1975). *Q-Machines* (Academic Press, New York).
- Nakamura, S. (1977). *J. Phys. Soc. Jpn.* 42, 280-289.
- Nielsen, P. (1969). *Risø Report No. 190*, 35 p.
- Ohnuma, T., Miyake, S., Watanabe, T., Sato T. og Watari T. (1976). *J. Phys. Soc. Japan* 41, 640-647.
- Ono, M., Porkolab, M., and Chang, R.P.H. (1977). *Phys. Rev. Lett* 38, 962-966.

- Pécseli, H.L. and Petersen, P.I. (1973). Risø Report No. 290, 17 p.
- Pécseli, H.L. (1974a). Phys. Fluids. 17, 378-383.
- Pécseli, H.L. (1974b). Risø-M-1733, 65 p.
- Pécseli, H.L. (1975a). Physica Scripta 11, 311-315.
- Pécseli, H.L. (1975b). Phys. Lett. 53A, 491-492.
- Pécseli, H.L. (1976). Phys. Lett. 58A, 216-218.
- Penrose, O. (1960). Phys. Fluids 3, 258-265.
- Perkins, F.W. (1976). Phys. Fluids 19, 1012-1020.
- Petviashvili, V.I. (1968) Sov. Phys. JETP 26, 555-559.
- Rasmussen, J. Juul (1975). Eksamensprojekt, 81 p.
- Rasmussen, J. Juul and Schrittwieser, R. (1976). Jahresbericht 1976 des Forschungsschwerpunktes Plasmaphysik Innsbruck, Fonds zur Förderung der wissenschaftlichen Forschung, pp. 81-93.
- Rasmussen, J. Juul (1977). Risø-M-1911, 34 p.
- Rasmussen, J. Juul, Sandu, D., and Schrittwieser, R. (1977). Plasma Phys. Presented for publication.
- Sato, N., Ikezi, H., Takahashi, N., and Yamashita, Y. (1969). Phys. Rev. 183, 278-287.
- Sato, N., Hatta, Y., Hatakeyama, R., and Sugai, H. (1974). Appl. Phys. Lett. 24, 300-302.
- Sato, N., Sugai H., and Hatakeyama, R. (1975). Phys. Rev. Lett. 34, 931-934.
- Sato, N., Popa, F., Märk, E., Mravlag, E., and Schrittwieser, R. (1976). Phys. Fluids 19, 70-73.
- Sato, N., Sugai, H., and Hatakeyama, R. (1977). Plasma Phys. 19, 187-207.

- Schrittwieser, R. (1977). Phys. Lett. Presented for publication.
- Spitzer, L. (1962). The Physics of Fully Ionized Gases (Interscience).
- Stix T.H., (1962). The Theory of Plasma Waves (McGraw-Hill, New York) p. 225 ff.
- Stix, T.H. (1973). Phys. Fluids 16, 1922-1926.
- Stringer, T.E. (1964). J. Nucl. Energy C 6, 267-279.
- Sugai, H. and Märk, E. (1975). Phys. Rev. Lett. 34, 127-130.
- Sugai, H. and Sato, N. (1975). Plasma Phys. 17, 917-928.
- Sugawa, M., Sugaya, R., and Nomoto, H. (1976) Phys. Lett. 57A, 230-232.
- Takamura, S., Aihara, S., and Takayama, K. (1971). J. Phys. Soc. Japan 31, 925-934.
- Taylor, R. J. and Coroniti, F.V. (1972). Phys. Rev. Lett. 29, 34-38.
- Tidmann, D.A. (1967). Phys. Fluids 10, 547-564.
- Trivelpiece, A.W. and Gould, R.W. (1959). J. Appl. Phys. 30, 1784-1793.
- Vedenov, A.A., Gordeev, A.V., and Rudakov, L.I. (1967). Plasma Phys. 9, 719-735.
- Weibel, E.S. (1970). Phys. Fluids 13, 3003-3006.
- Wilhelmsson, H., Stenflo, L., and Engelmann, F. (1970). J. Math. Phys. 11, 1738-1742.
- Yamada, M., Seiler, S., Hendel, H.W., and Ikezi, H. (1977). Phys. Fluids 20, 450-458.
- Yu, M.Y. and Spatschek, K.H. (1976). Phys. Fluids 19, 705-707.

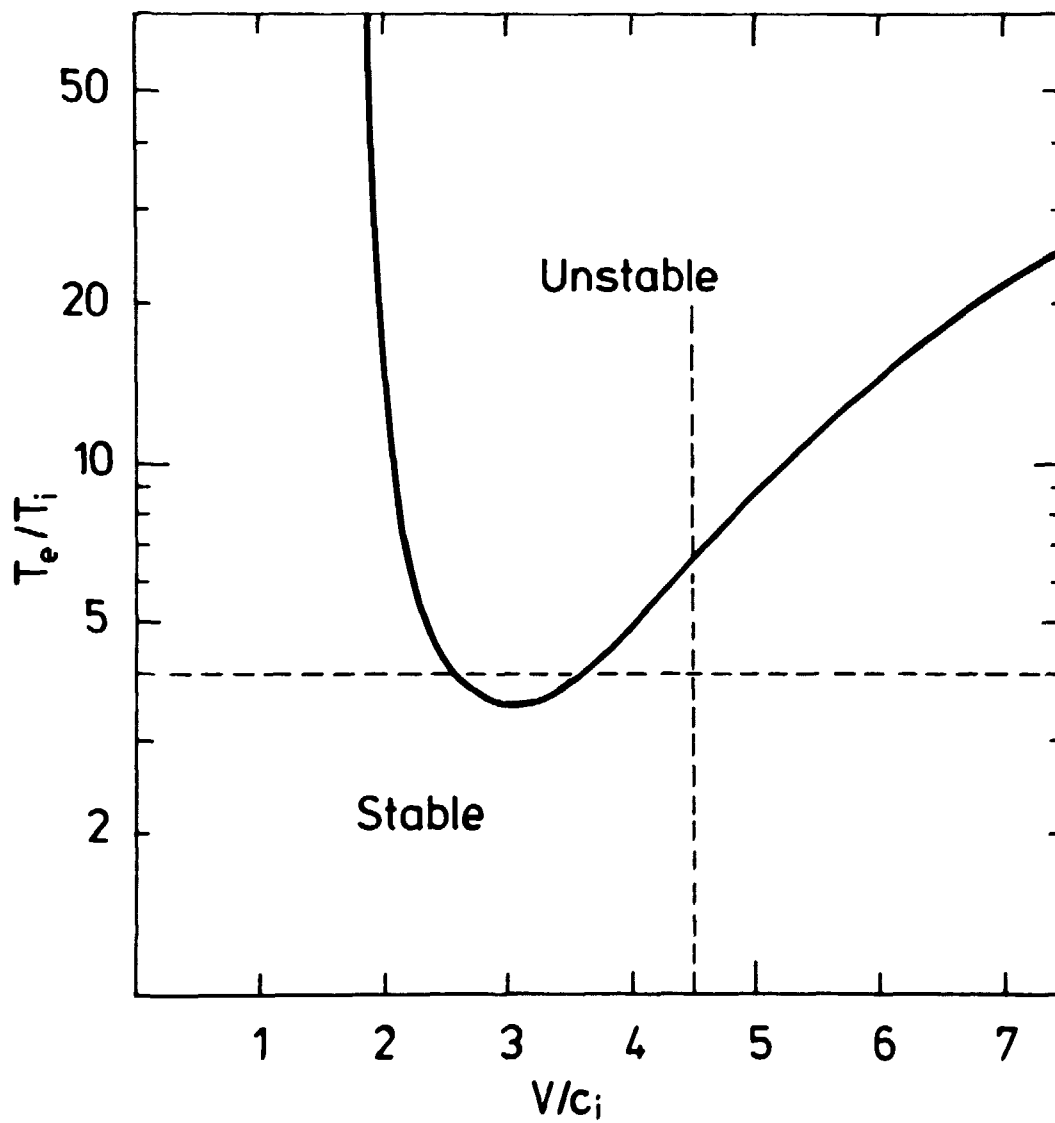


Fig. 2.1 Stabilitetsdiagram for symmetrisk to-beam-fordeling,  $n_b = n_p = 0.5$ ,  $T_b = T_p = T_i$ .



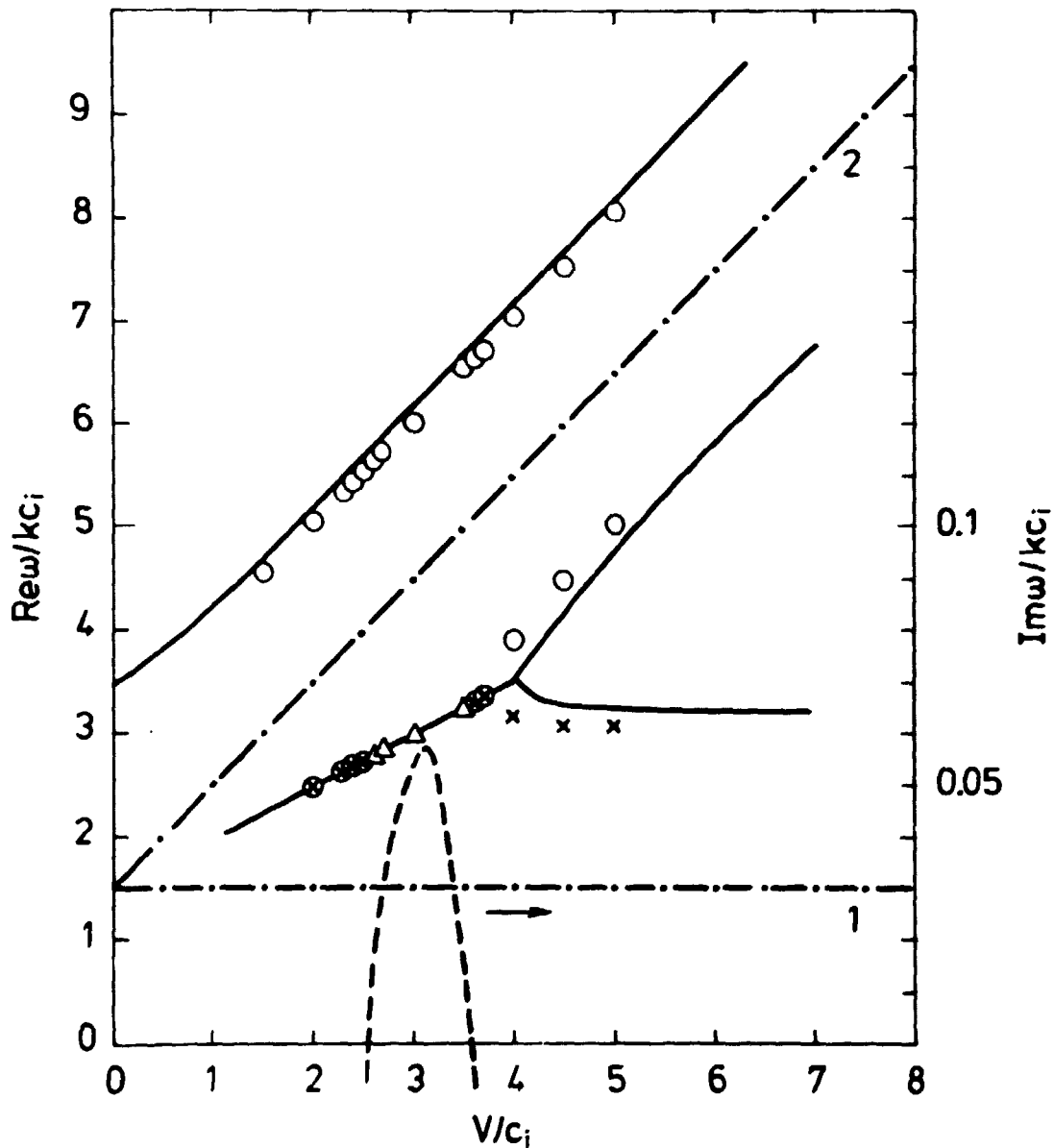


Fig. 2.2 Fasehastigheder af plasmaets egenmodes (fuldt optrukne kurver) som funktion af beam-hastigheden for  $n_b = n_p = 0.5$ ,  $T_b = T_p = T_i$  og  $T_e/T_i = 4$ . Hastighederne af pulserne er markeret ved åbne cirkler for de to beam modes, krydser for plasma mode og trekanteder for den ustabile mode. Stiplet kurve angiver vækstraten af den ustabile mode og prik-stiplede linier angiver hastigheden af de to beams.

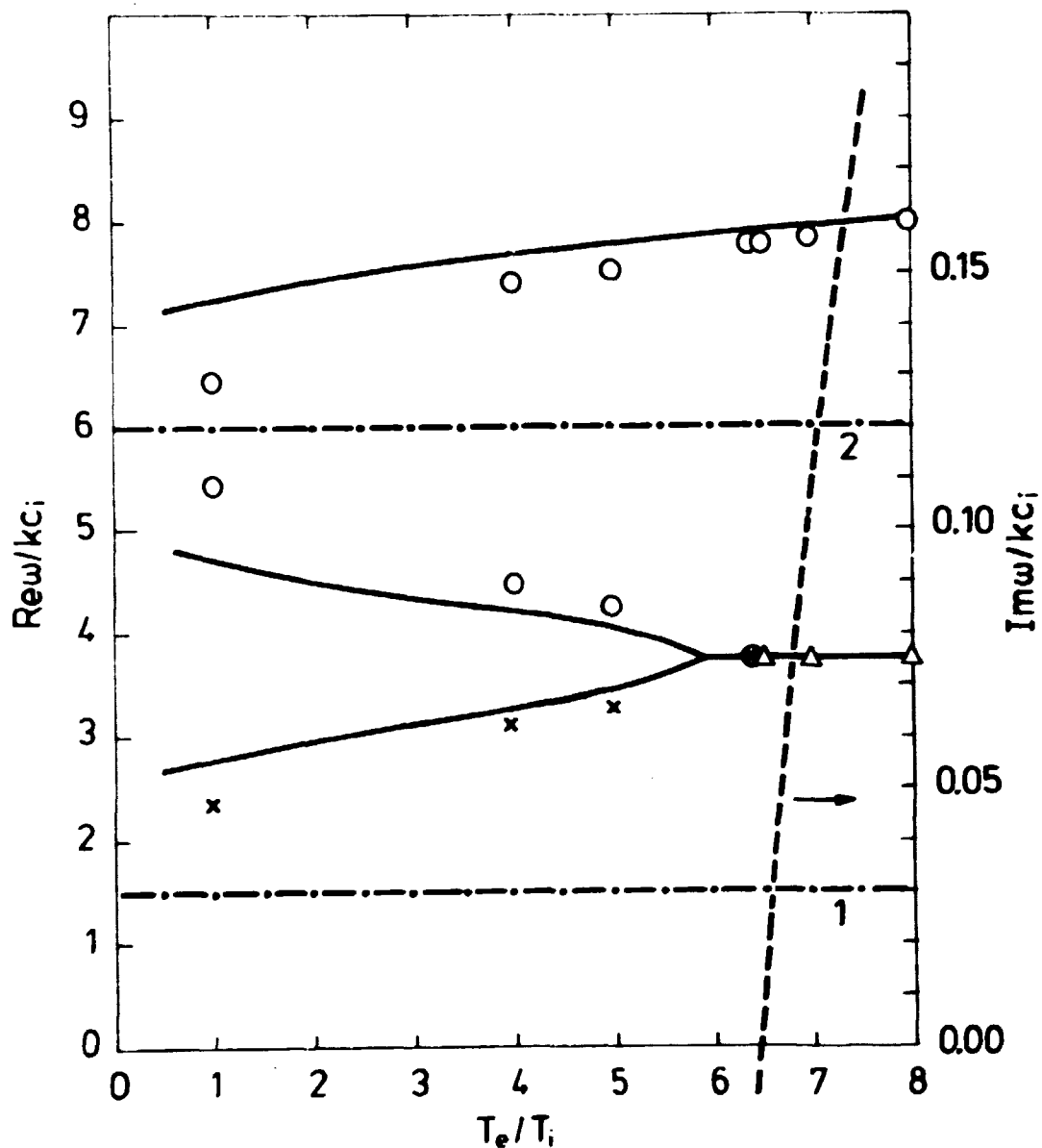


Fig. 2.3 Fasehastigheder af plasmaets egenmodes (fuldt optrukne kurver) som funktion af temperaturforholdet,  $T_e/T_i$ , for  $n_b = n_p = 0.5$ ,  $T_b = T_p = T_i$ , hastigheden af beamet (2) og båggrunden (1) er angivet ved de prik-stiplede linier. Hastighederne af pulserne er markeret ved åbne cirkler for de 2 beam modes, krydser for plasma moden og trekanteder for den ustabile mode. Stiplet kurve angiver vækstraten af den ustabile mode.

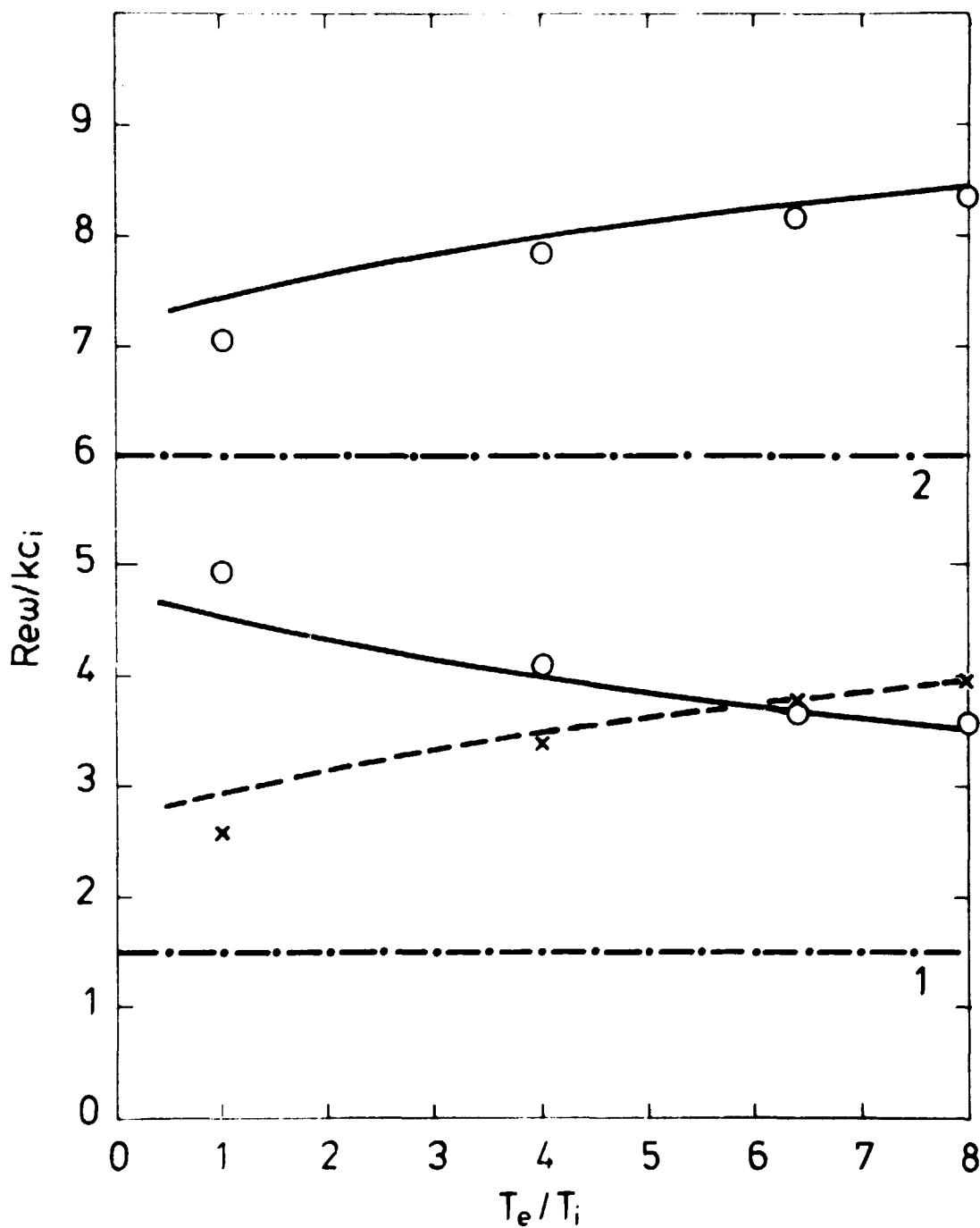


Fig. 2.4 Fasehastigheder af plasmaets egenmodes som funktion af temperaturforholdet,  $T_e/T_i$ , for  $n_b = 1$ ,  $n_p = 0$ ,  $T_b = T_i$  (fuldt optrukne kurver) henholdsvis  $n_b = 1$ ,  $n_p = 0$ ,  $T_b = T_i$  (stiplet kurve), svarende til fig. 2.4. De åbne cirkler er hastighederne af pulserne for  $n_b = 1$ ,  $n_p = 0$  og krydserne er hastigheden af pulsen for  $n_b = 1$ ,  $n_p = 0$ . Hastighederne af beamet (2) og baggrundplasmaet (1) er angivet ved de prik-stiplede linier.

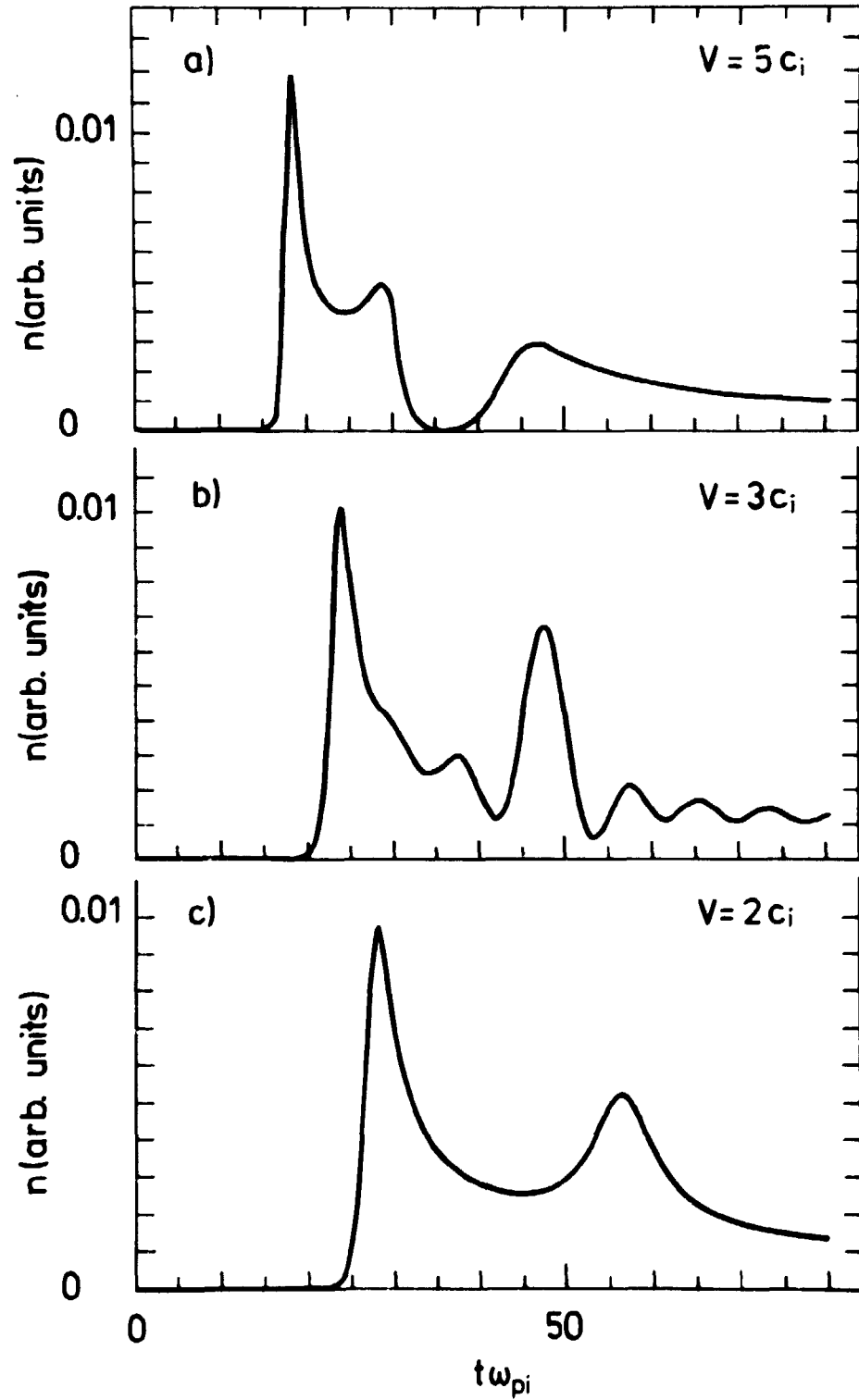
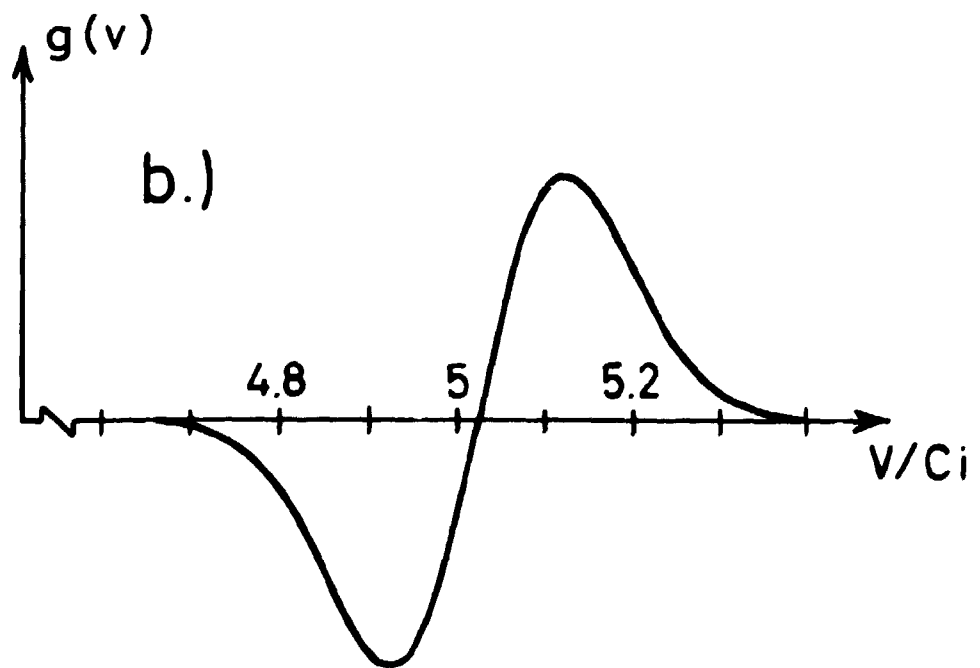
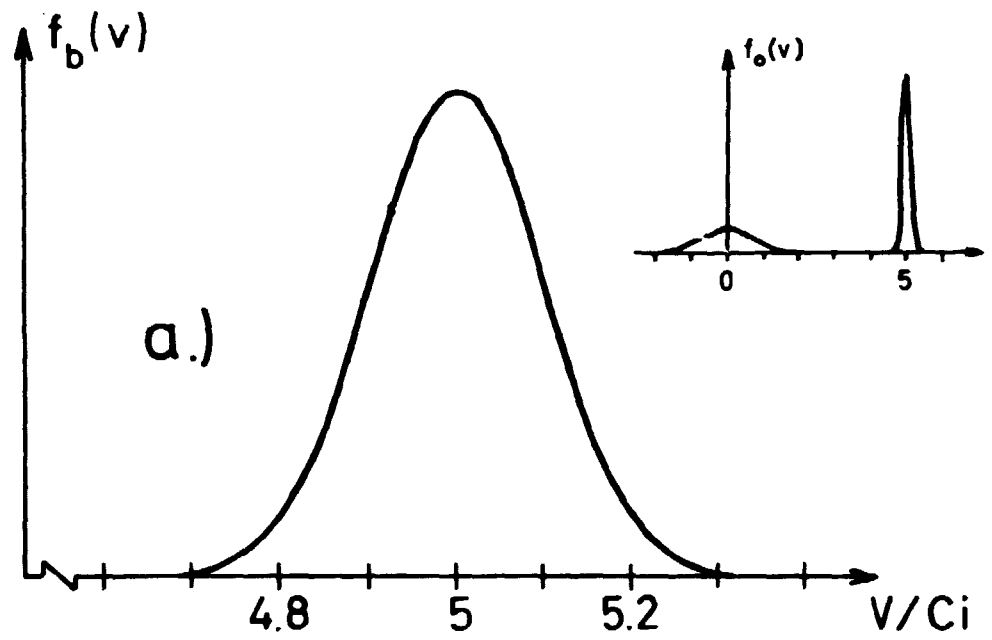


Fig. 2.5 Udbredelsen af en deltapuls, når  $n_b = n_p = 0.5$ ,  $\frac{T_b}{T_p} = \frac{T_e}{T_i}$ ,  $f_o(v) = g(v)$ , for varierende beamhastigheder,  $V$ , svarende til fig. 2.2,  $T_e/T_i = 4$ ,  $x/\lambda_D = 100$ .



**Fig. 2.6** (a) Nulte-ordens fordelingsfunktionen,  $f_b(v) = f_0(v) + f_1(v)$ . (b) Fordelingsfunktionen for begyndelsesperturbationen,  $g(v)$ , i tilfælde af hastighedsmodulation.

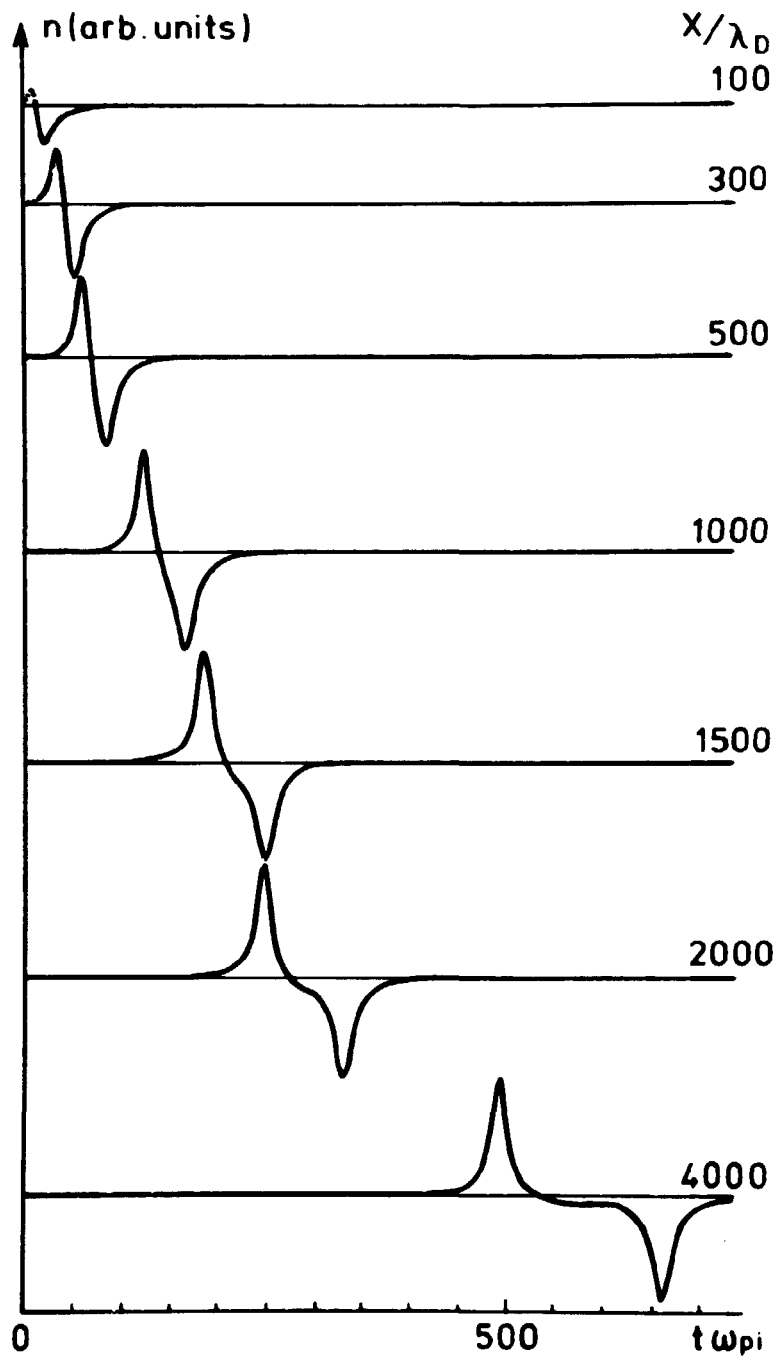


Fig. 2.7 Pulsudbredelse for hastighedsmodulation af beamet i et stabilt system,  $V_b = 5$ ,  $n_p = 0$ ,  $n_b = 1$ .

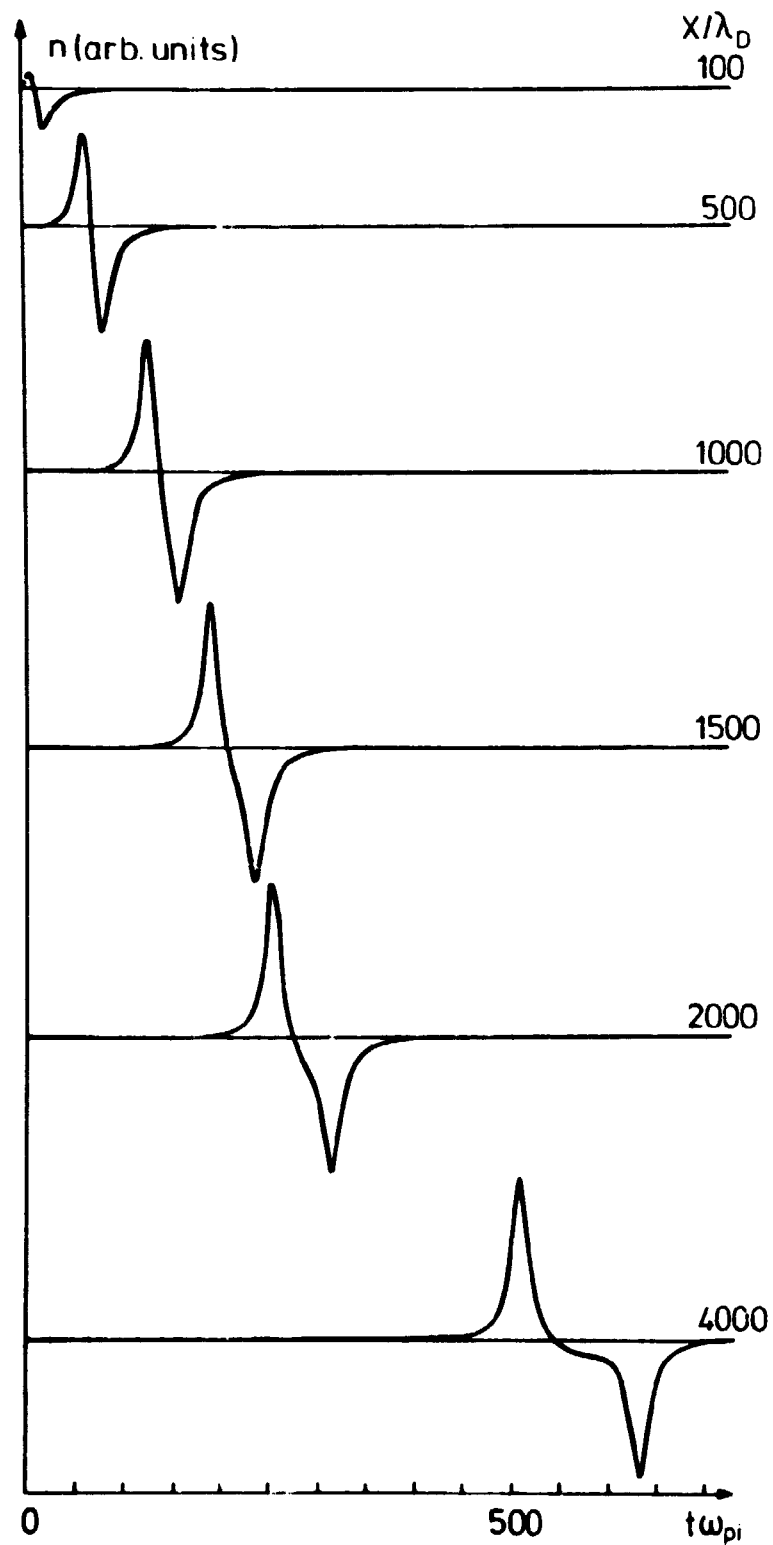


Fig. 2.8 Pulsudbredelse for hastighedsmodulation af beamet i et stabilt system,  $v_b = 5$ ,  $n_p = n_b = 0.5$ .

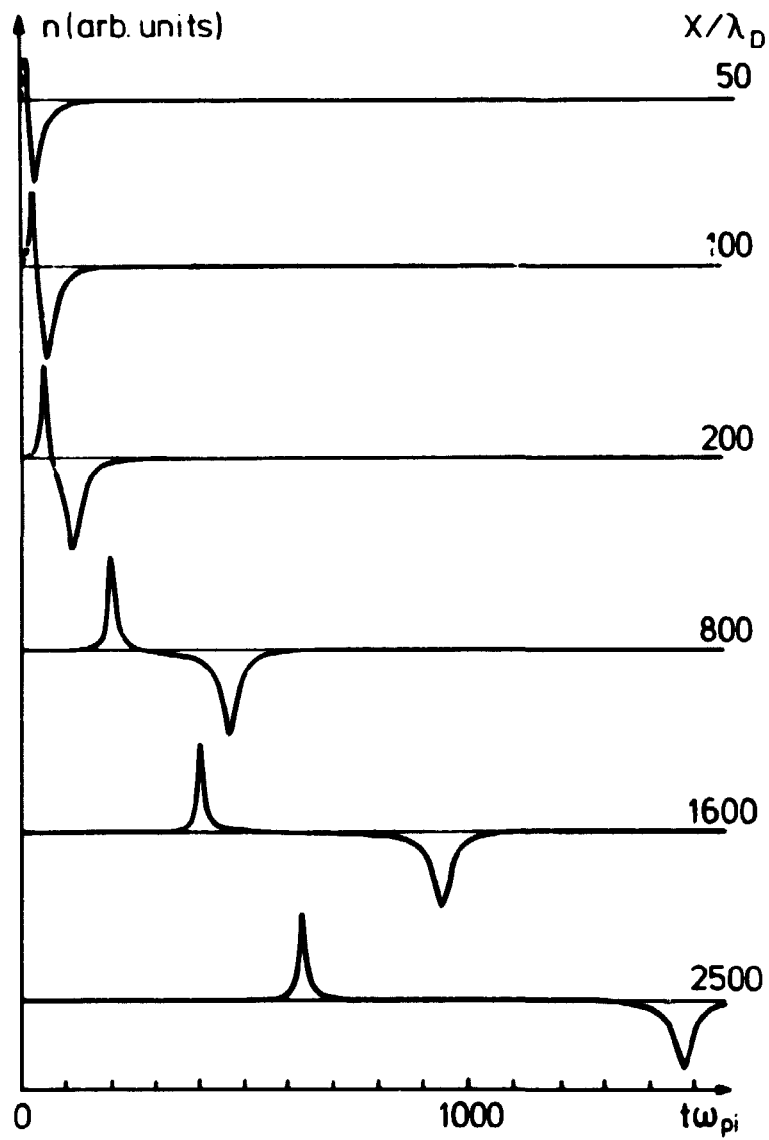


Fig. 2.9 Pulsudbredelse for hastighedsmodulation af beamet i et stabilt system,  $V_b = 2$ ,  $n_p = 0$ ,  $n_b = 1$ .



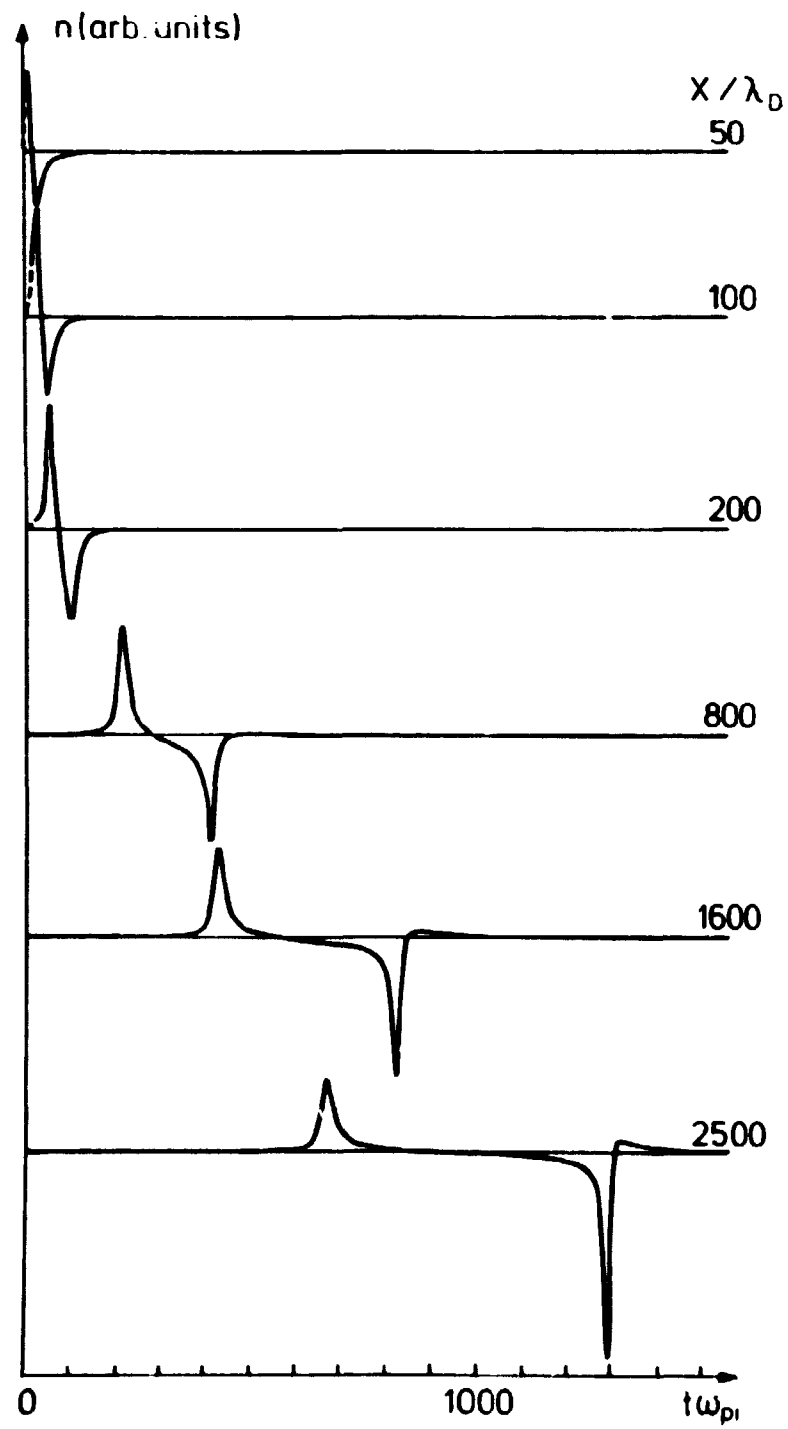


Fig. 2.10 Pulsudbredelse for hastighedsmodulation af beamet i et ustabil system,  $V_b = 2$ ,  $n_p = n_b = 0.5$ .

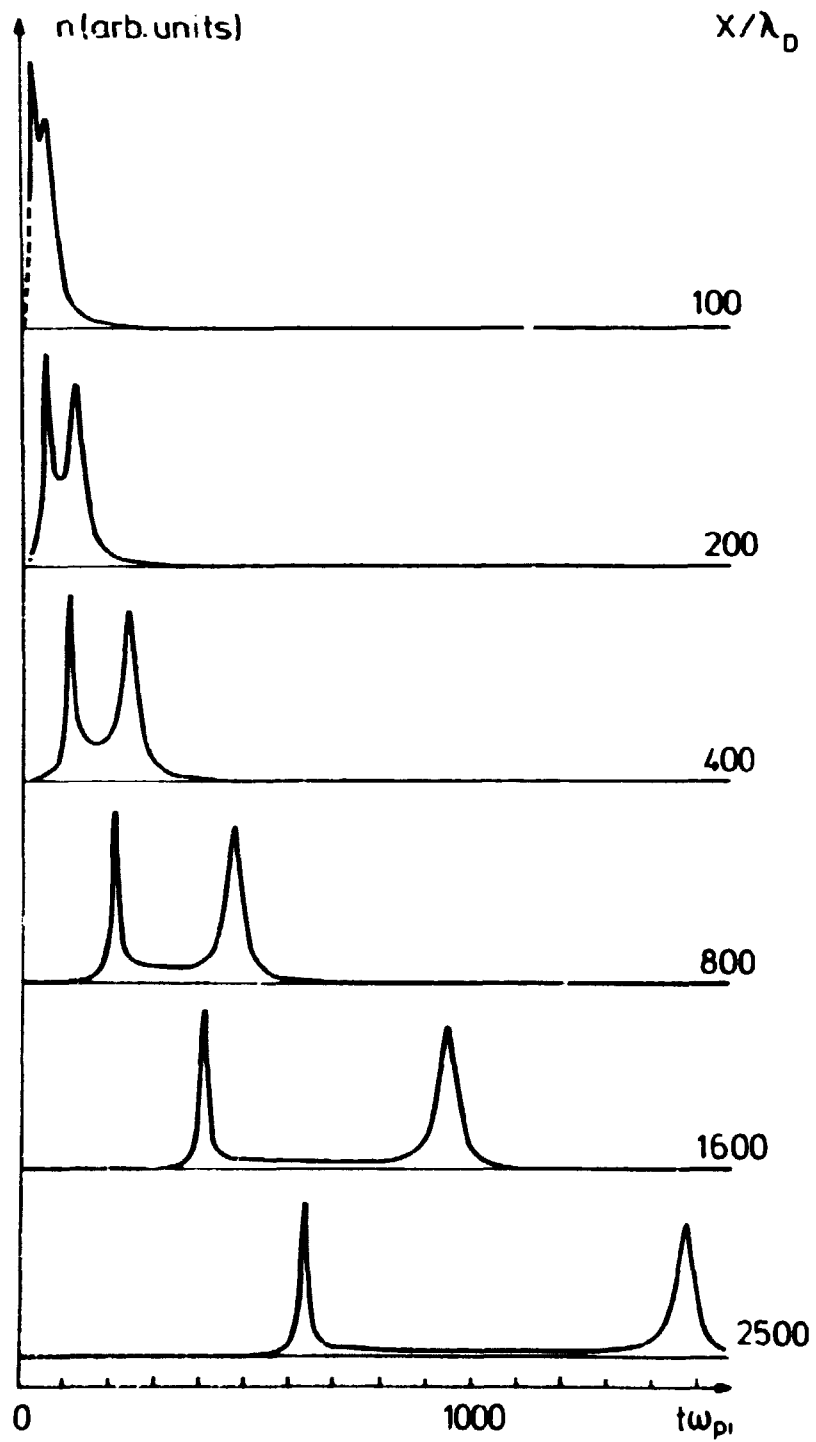


Fig. 2.11 Pulsusbredelse for tæthedsmodulation af beamet i et stabilt system,  $v_b = 2$ ,  $n_p = 0$ ,  $n_b = 1$ .

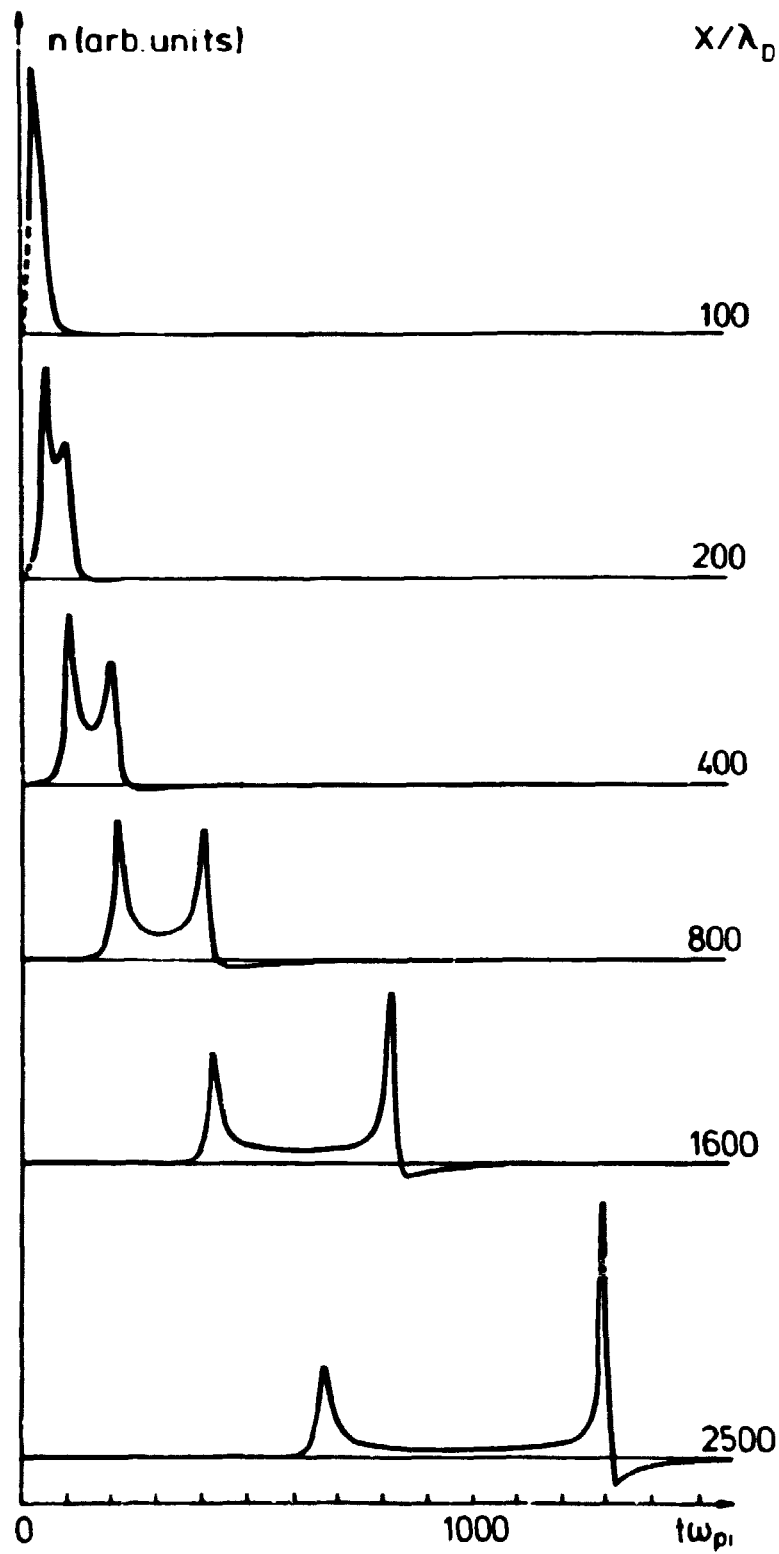


Fig. 2.12 Pulsudbredelse for tæthedsmodulation af beamet i et ustabil system,  $V_b = 2$ ,  $n_p = n_b = 0.5$ .

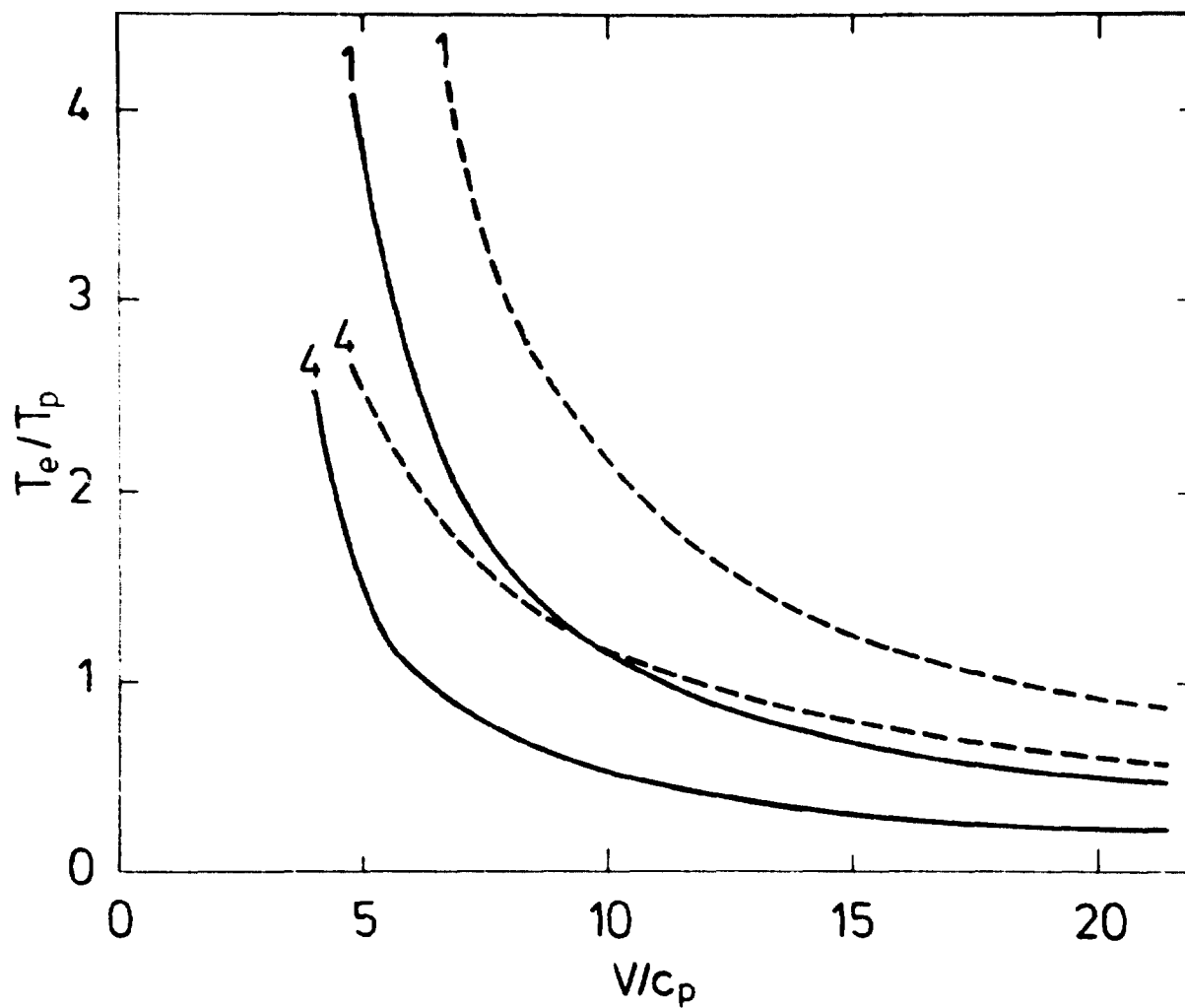


Fig. 3.1 Stabilitetskurver for cyclotron-cyclotron-moden (fuldt optrukne kurver) og den resonante mode (stiplede kurver), for to værdier af temperaturforholdet  $T_e/T_p$  angivet ved tallene på kurverne. De to modes er ustabile i området over de respektive kurver.  $\nu = 1.5$ ,  $N_b = N_p = 0.5$ .

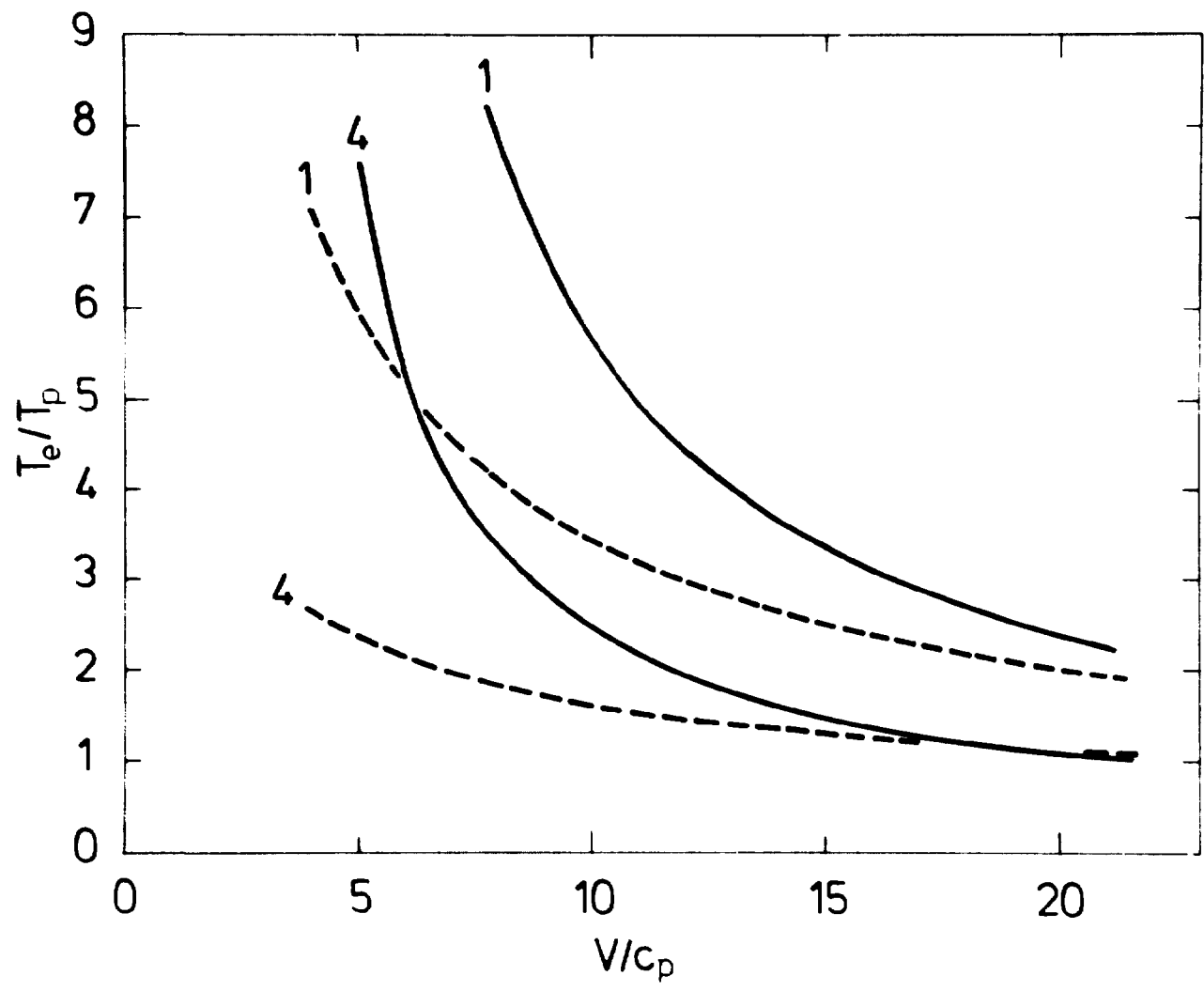


Fig. 3.2 Stabilitetskurver for cyclotron-cyclotron-moden (fuldt optrukne kurver) og den resonante mode (stiplede kurver).  $\lambda = 0.1$ , ellers som i fig. 3.1.

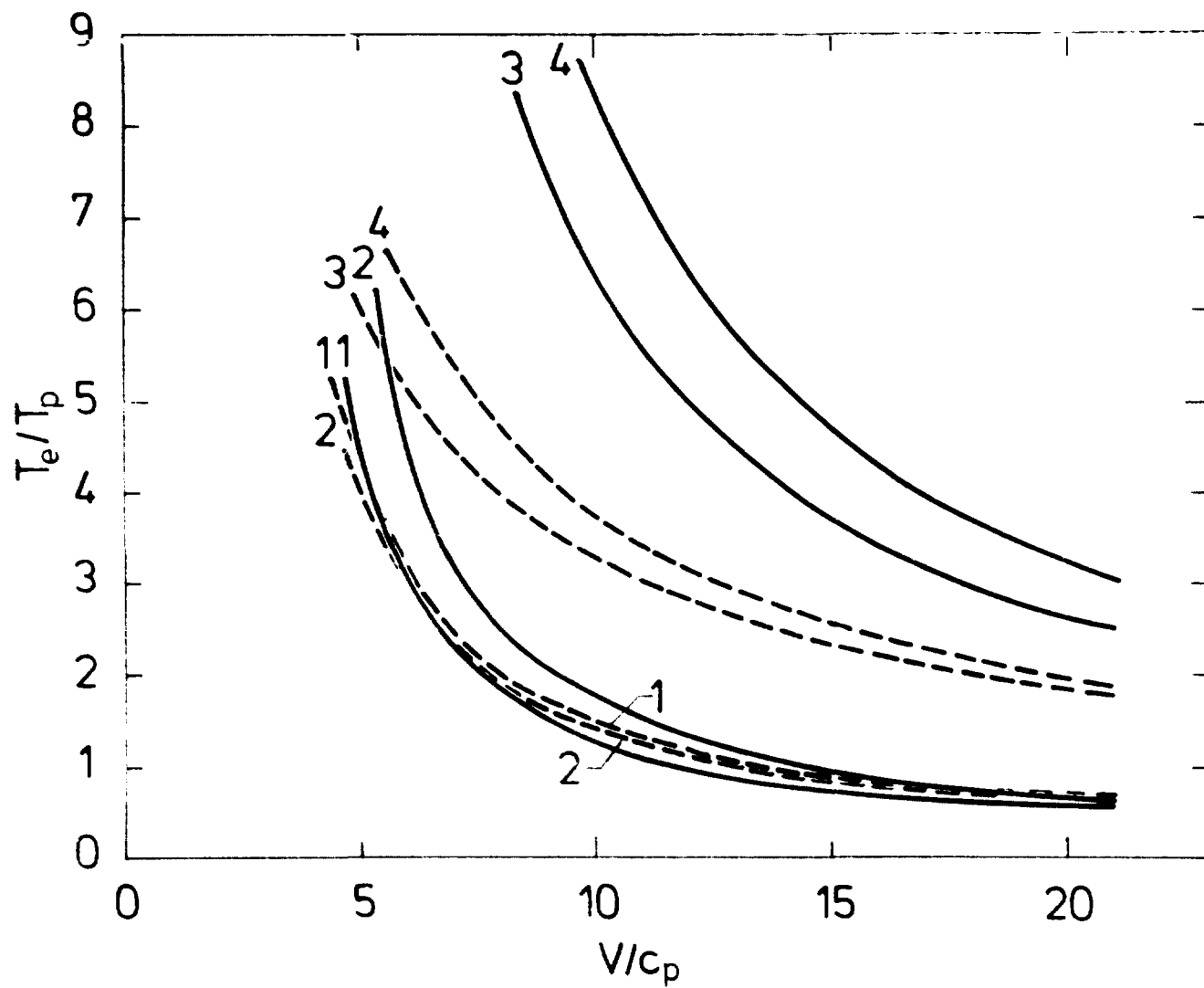


Fig. 3.3 Stabilitetskurver for cyclotron-cyclotron-moden (fuldt optrukne kurver) og den resonante mode (stiplede kurver), alle kurver  $T_e/T_p = 1$ .  
 1)  $N_p = 0.75$ ,  $N_b = 0.25$ ,  $\lambda = 1.5$ . 2)  $N_p = 0.9$ ,  $N_b = 0.1$ ,  $\lambda = 1.5$ . 3)  $N_p = 0.75$ ,  $N_b = 0.25$ ,  $\lambda = 0.1$ . 4)  $N_p = 0.9$ ,  $N_b = 0.1$ ,  $\lambda = 0.1$ .

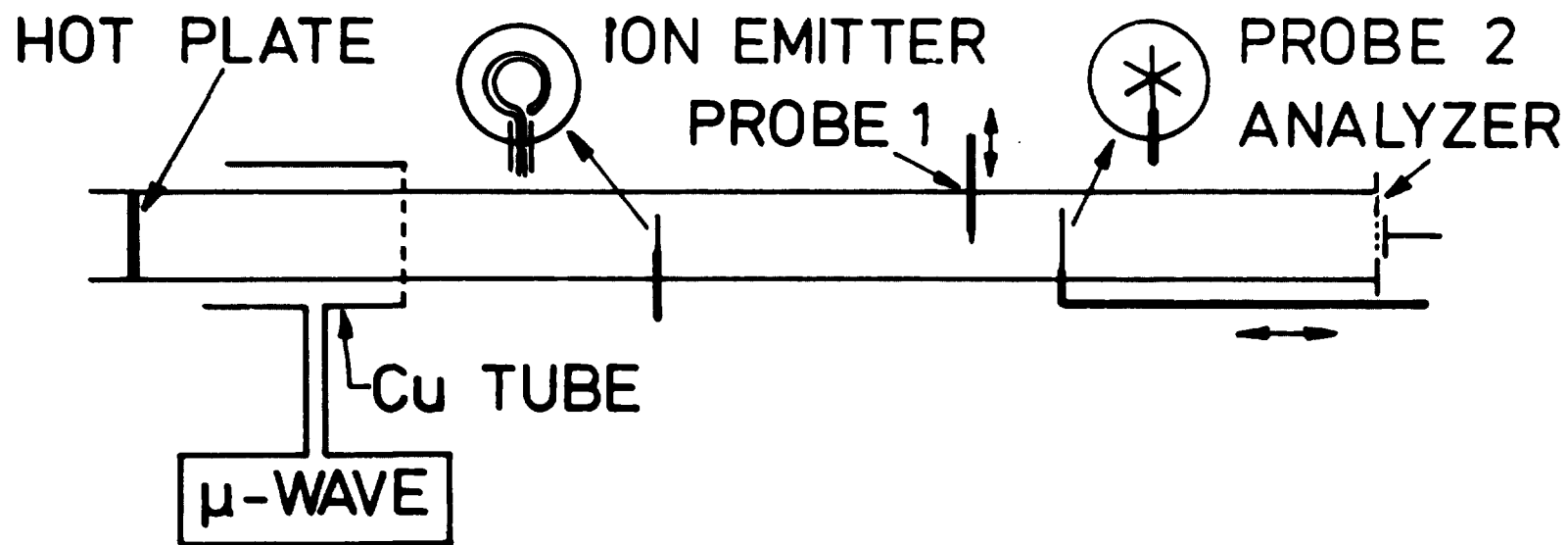


Fig. 3.4 Måleopstilling til eksperimentelle undersøgelser af den ion-beam-exciterede, elektrostatisk, ion-cyclotron-instabilitet.

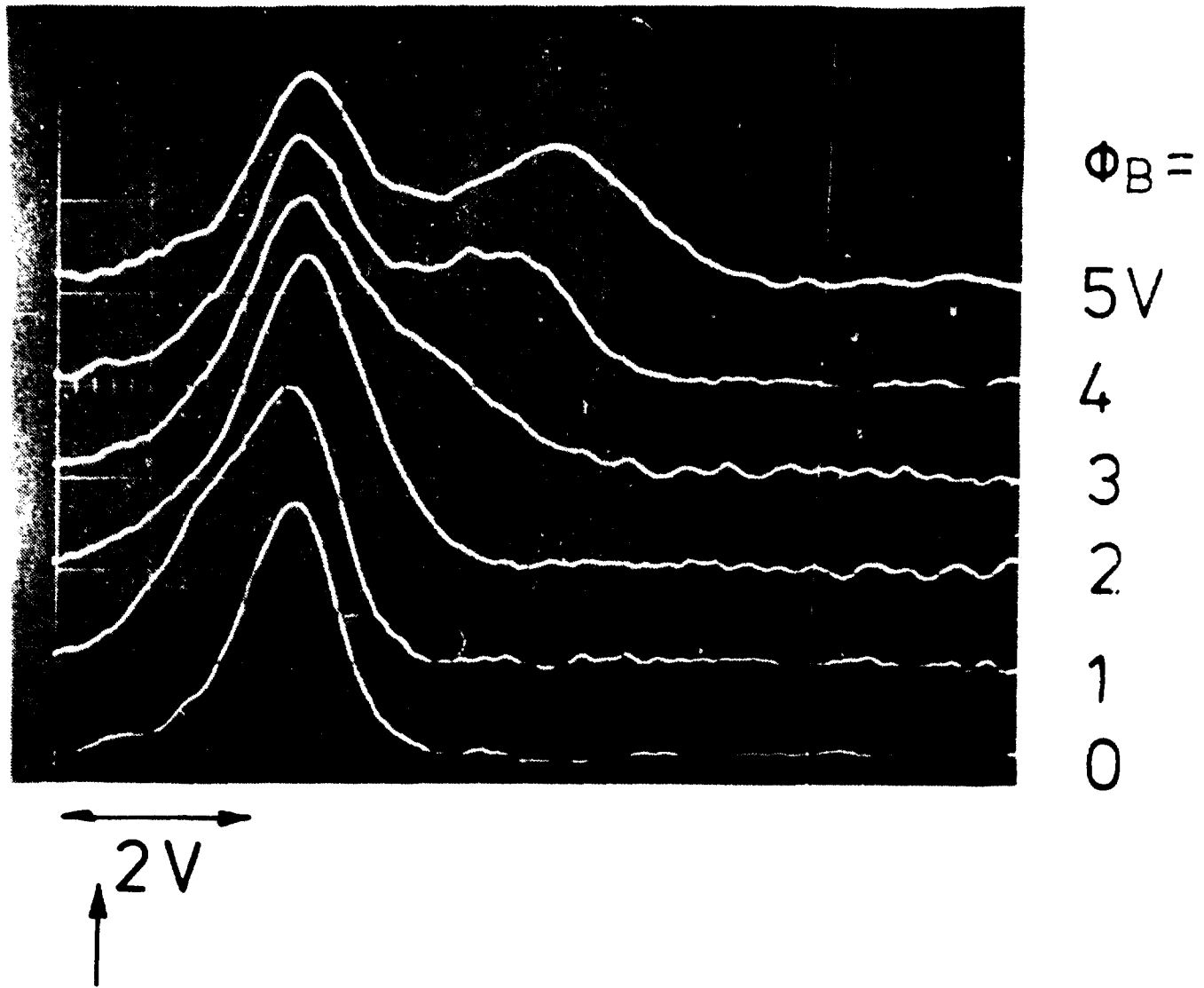


Fig. 3.5 Ion-fordelingsfunktionen for forskellige beamenergier,  $\Phi_B$ . Natrium-beam i caesium-plasma. Pilen angiver plasmapotentialet.



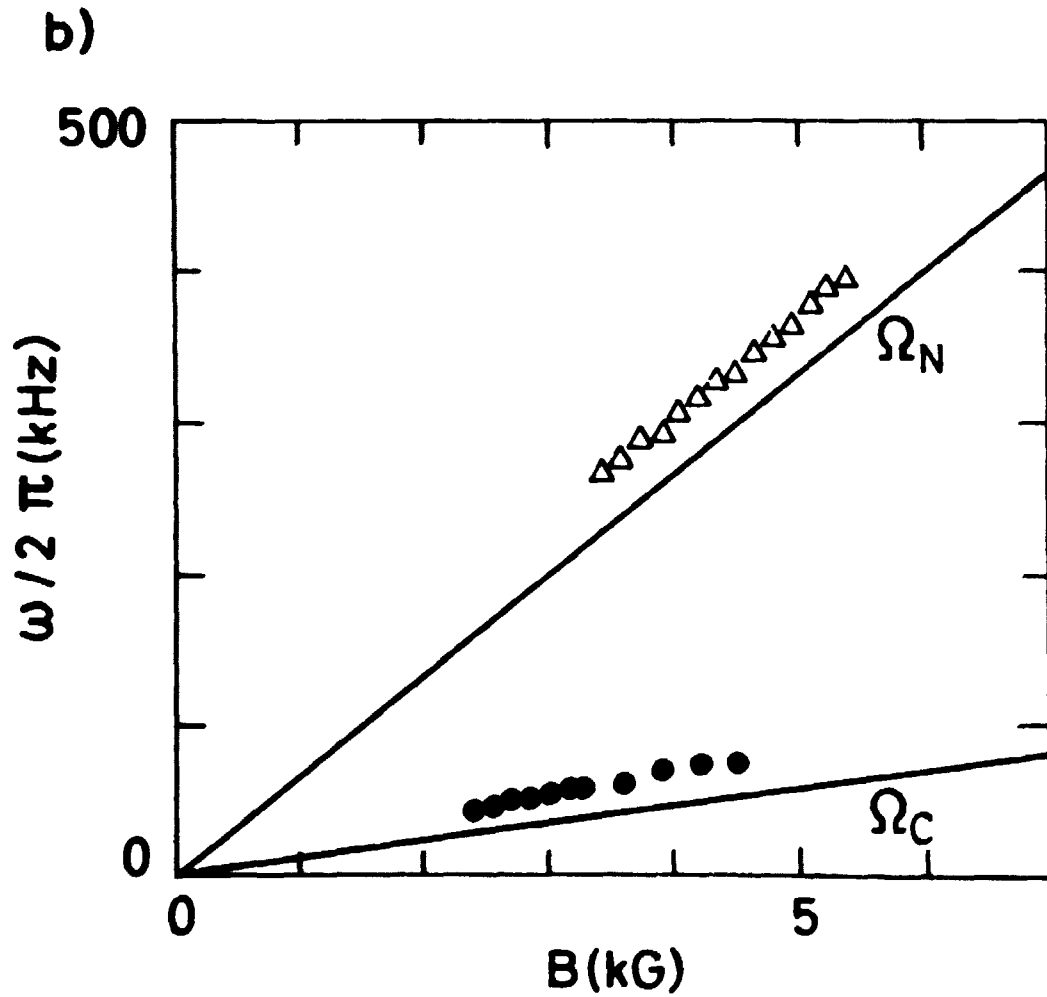
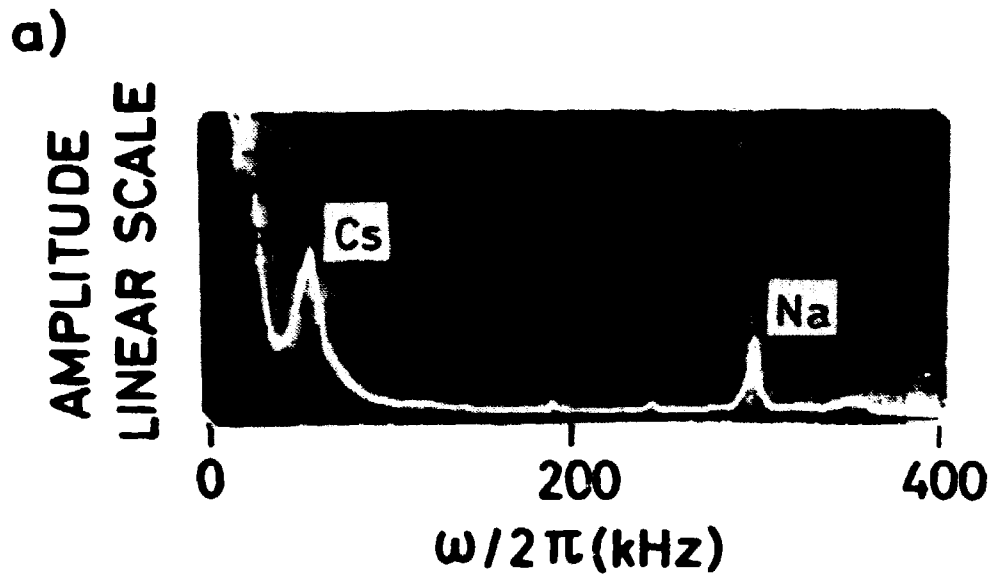
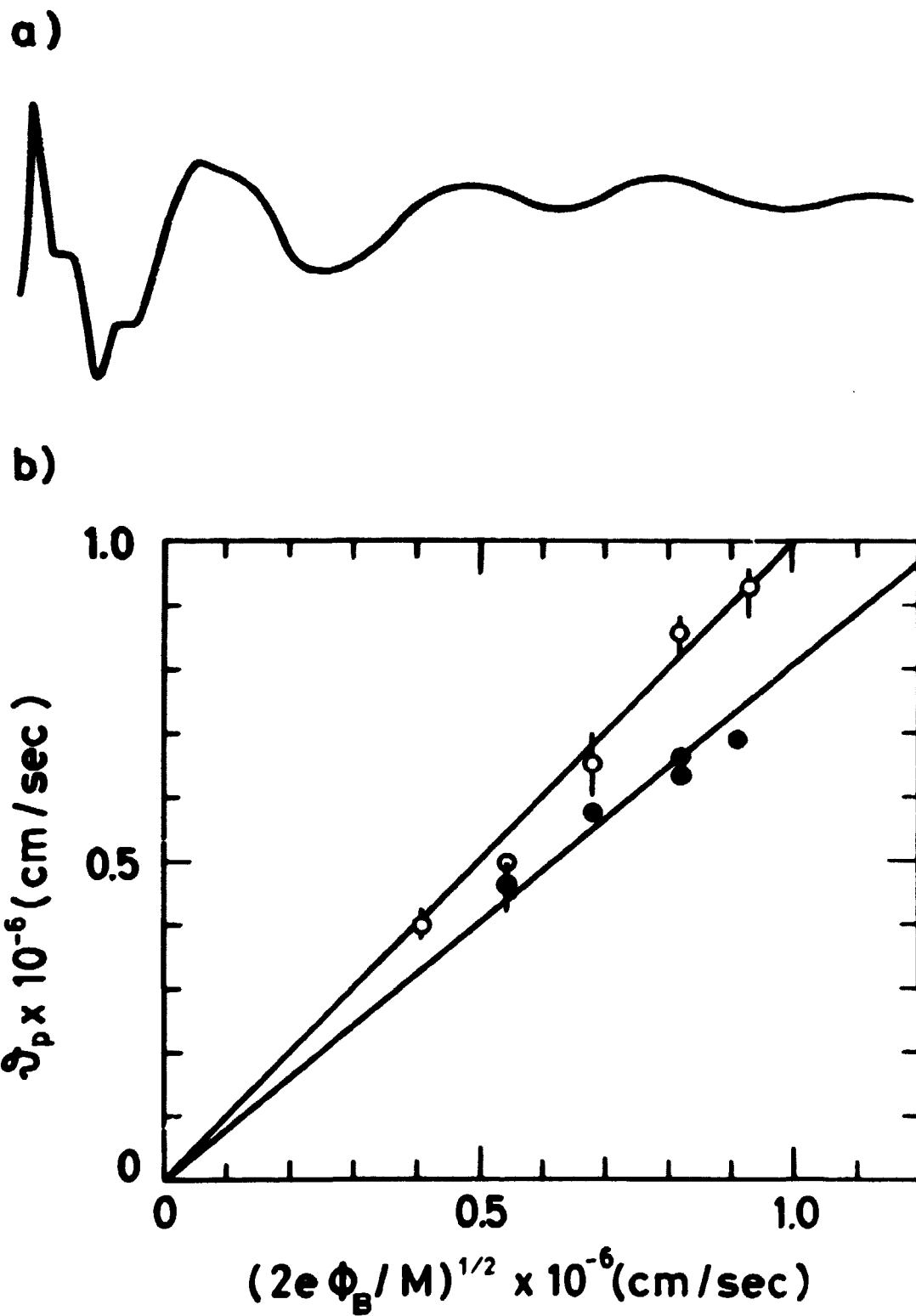
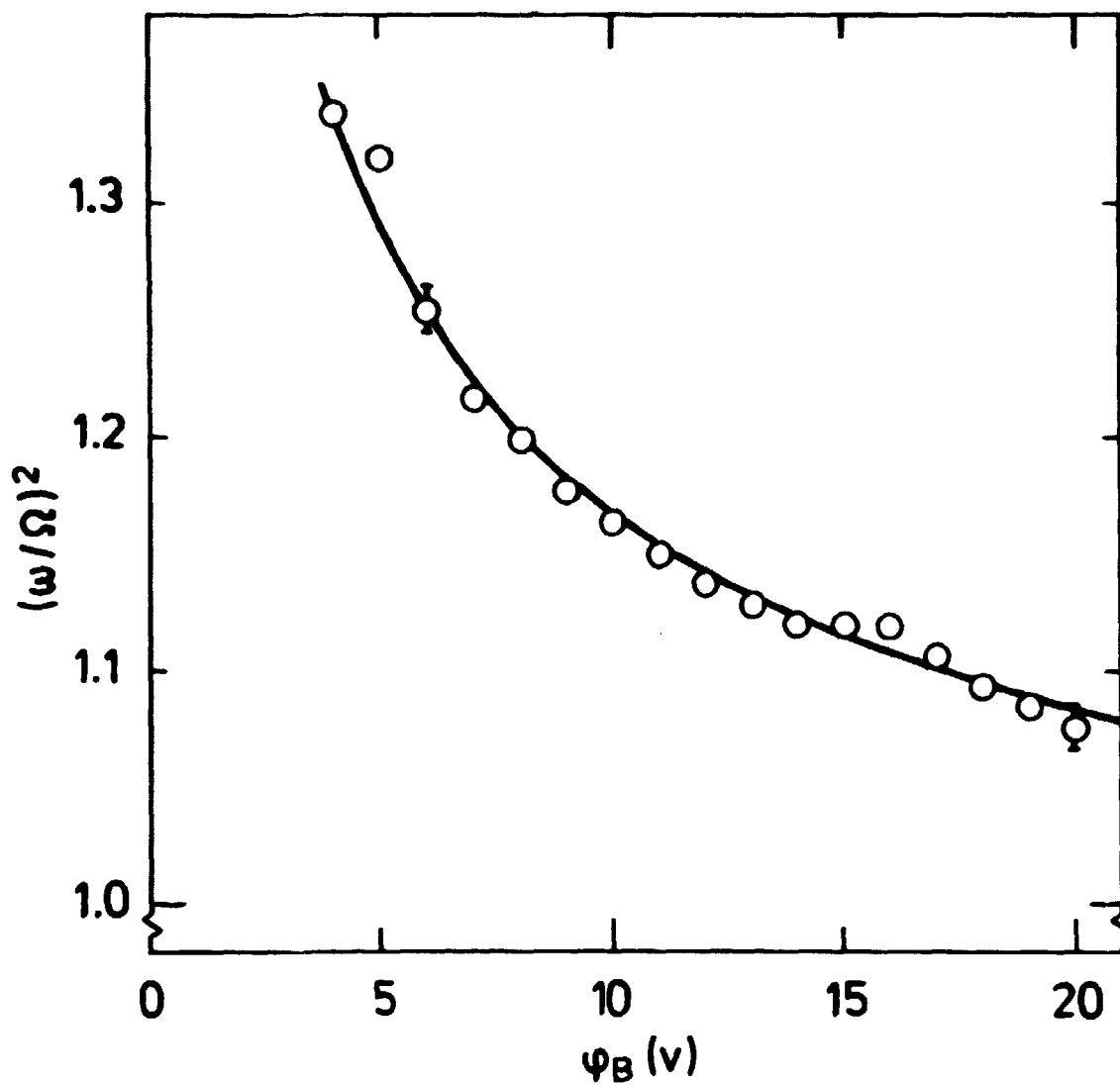


Fig. 3.6 (a) Typisk frekvensspektrum der viser de to ustabile modes. (b) Frekvenserne af de ustabile modes som funktion af magnetfeltet. De to linier angiver cyclotronfrekvensen for henholdsvis Cs ( $\Omega_C$ ) og Na ( $\Omega_N$ ).



**Fig. 3.7** (a) Typisk bølgemønster for Cs-moden. (b) Fasehastigheden af de ustabile bølger (●) og af externt exciterede bølger (○) som funktion af beamhastigheden.



**Fig. 3.8** Frekvens af den ustabile mode som funktion af beam-energien,  $\phi_B$ , for natrium-beam i natrium-plasma.  $\Omega$  er cyclotron-frekvensen. Den teoretiske kurve er beregnet fra lign. (3.16).

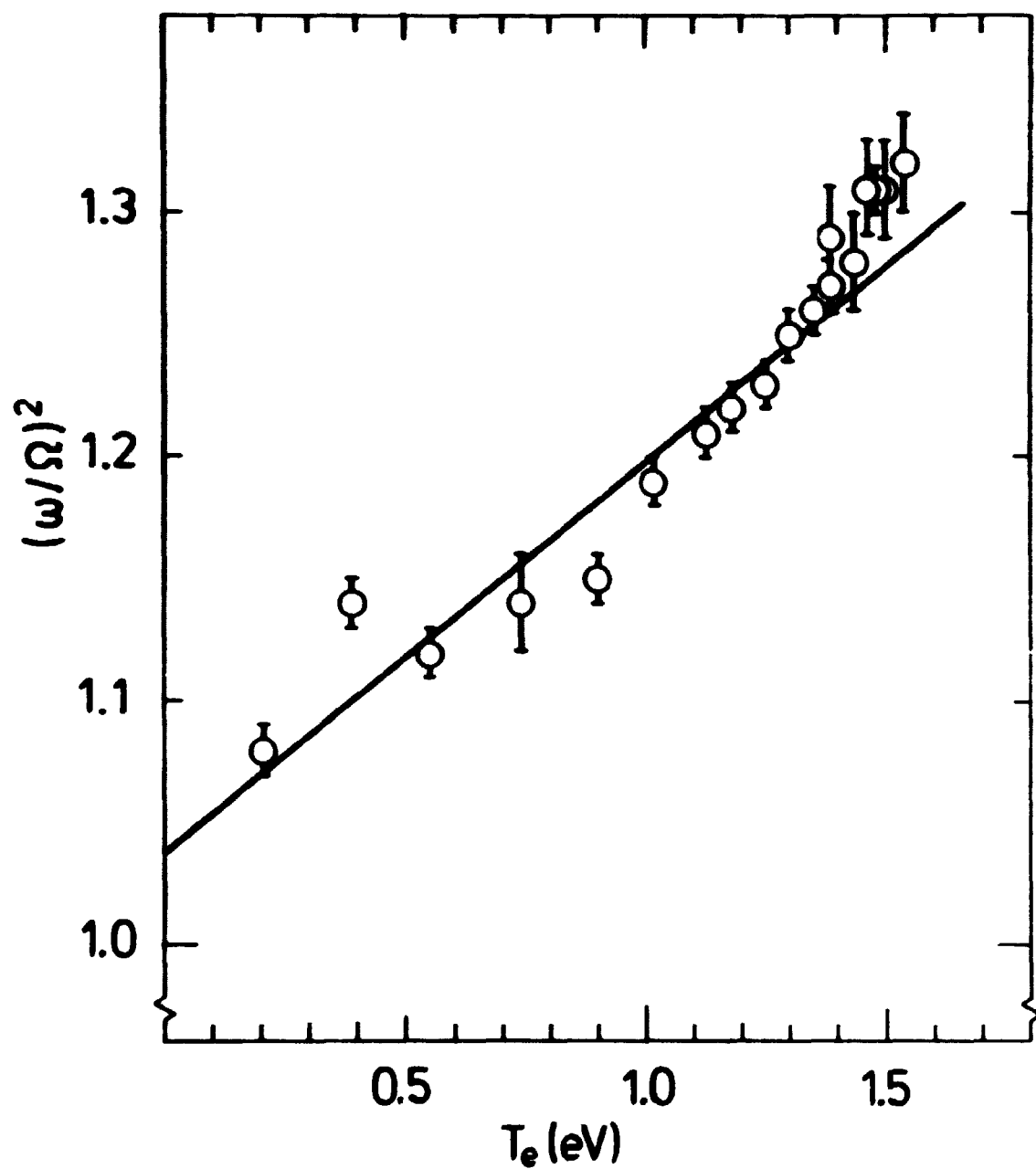
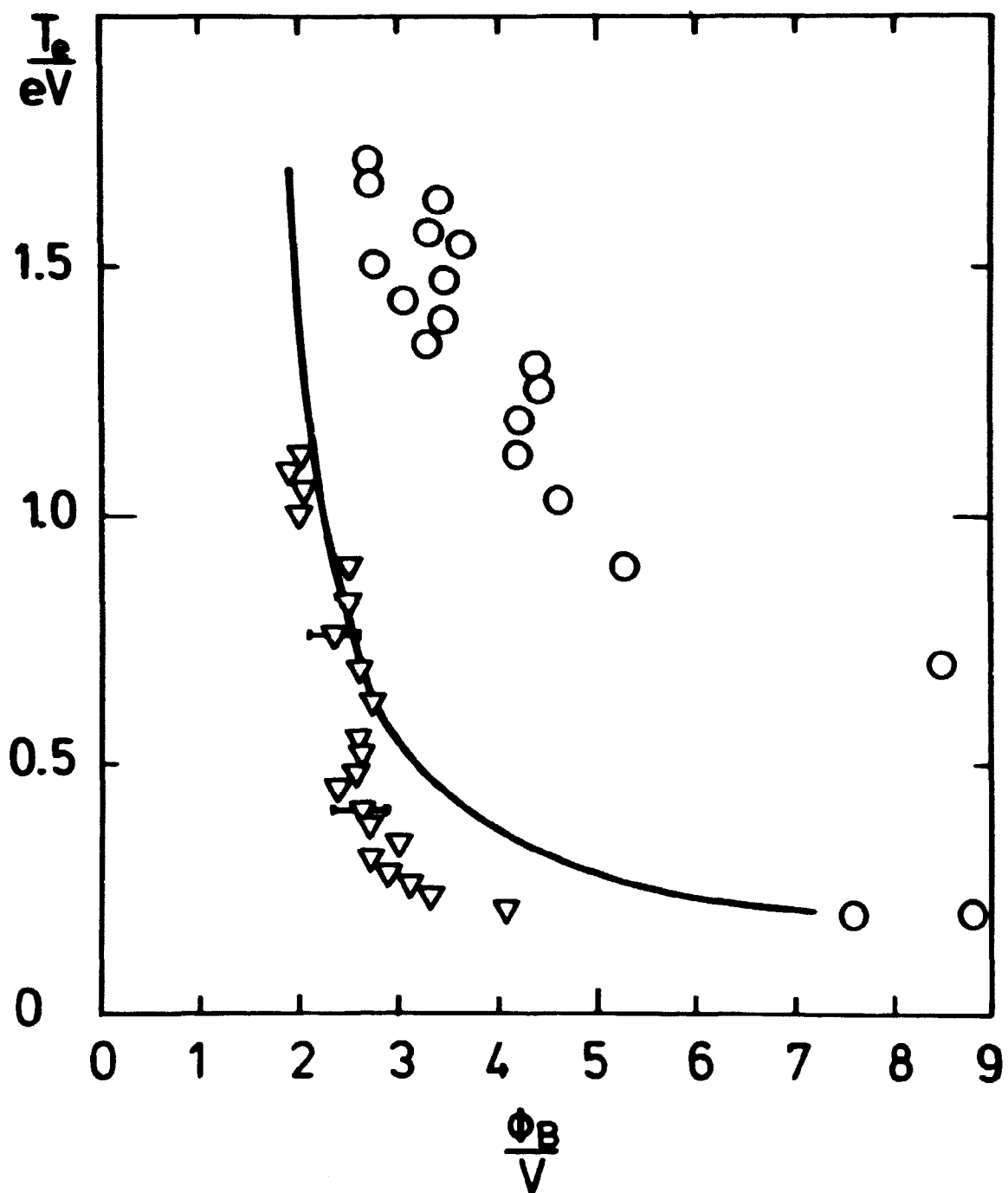
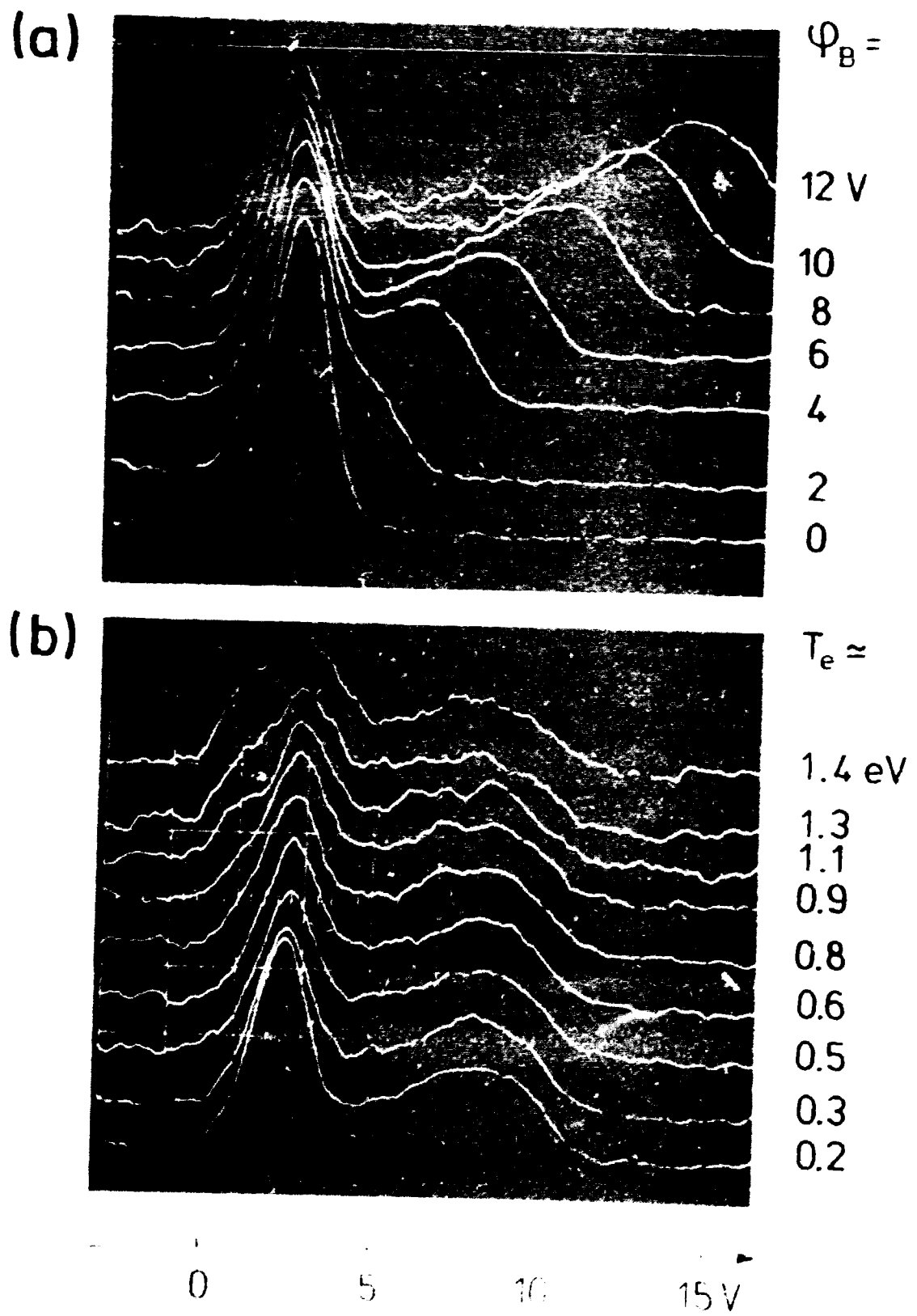


Fig. 3.9 Frekvens af den ustabile mode som funktion af elektron-temperaturen,  $T_e$ , for natrium-beam i natrium-plasma.  $\omega$  er cyclotronfrekvensen. Den teoretiske kurve er beregnet fra lign. (3.16).



**Fig. 3.10** Elektrontemperaturen som funktion af den beamenergi, der er nødvendig for excitation af cyclotron-instabiliteten. Trekkanterne repræsenterer et Na-beam i et Na-plasma og cirklerne et Na-beam i et Cs-plasma. Den teoretiske kurve, taget fra Michelsen (1976), er beregnet for tilfældet, hvor beam og baggrund er identiske.



**Fig. 3.11** Electron energy distribution functions (a) as a function of beam energy,  $\phi_B$ , and (b) as a function of electron temperature,  $T_e$ , for a 100-keV electron beam in Ni-plasma.

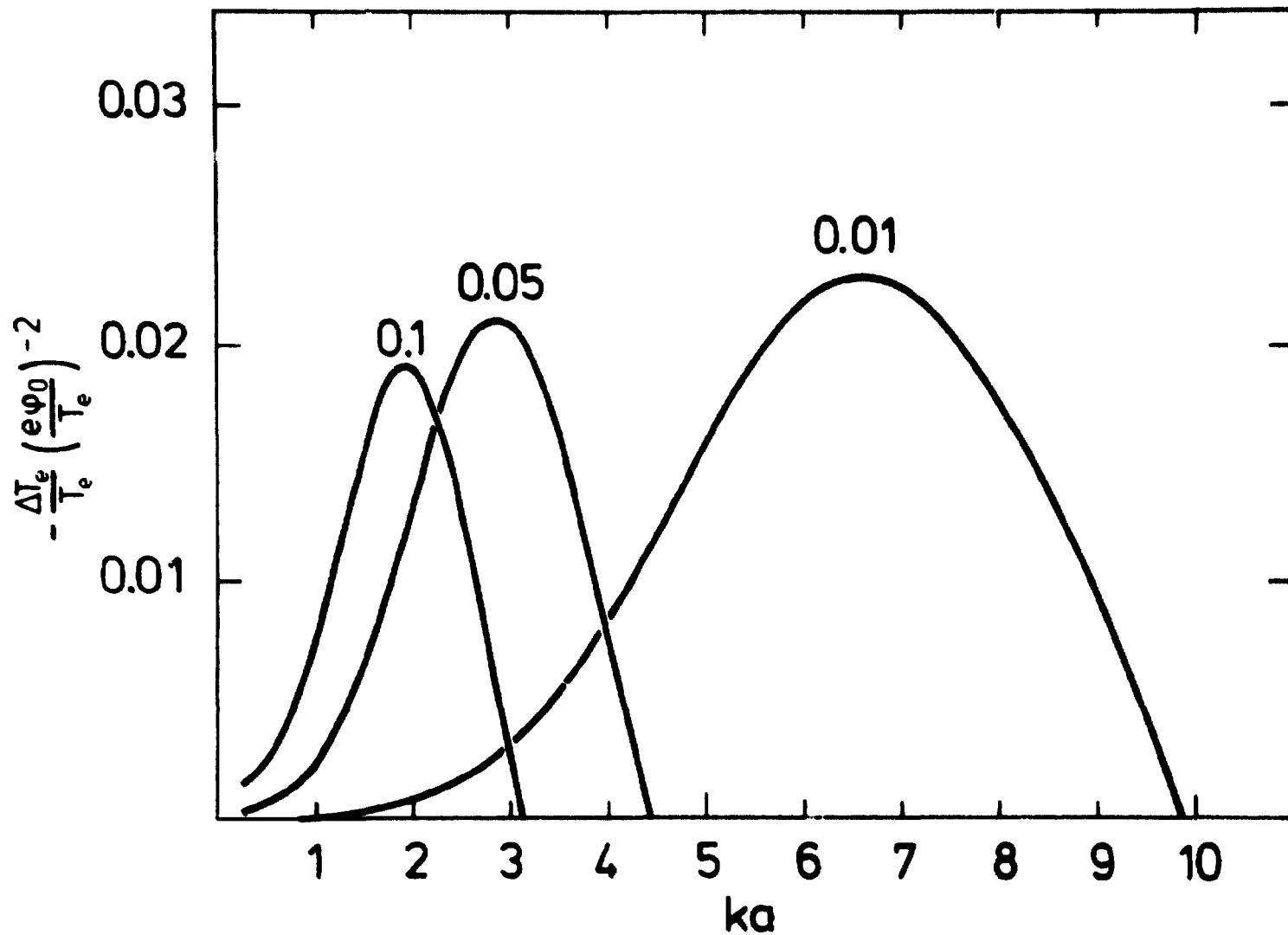


Fig. 4.1 Den normaliserede reduktion af elektrontemperaturen som funktion af bølgetallet, for forskellige værdier af parameteren  $\alpha = \lambda_D/a$  angivet ved tallene på kurverne.

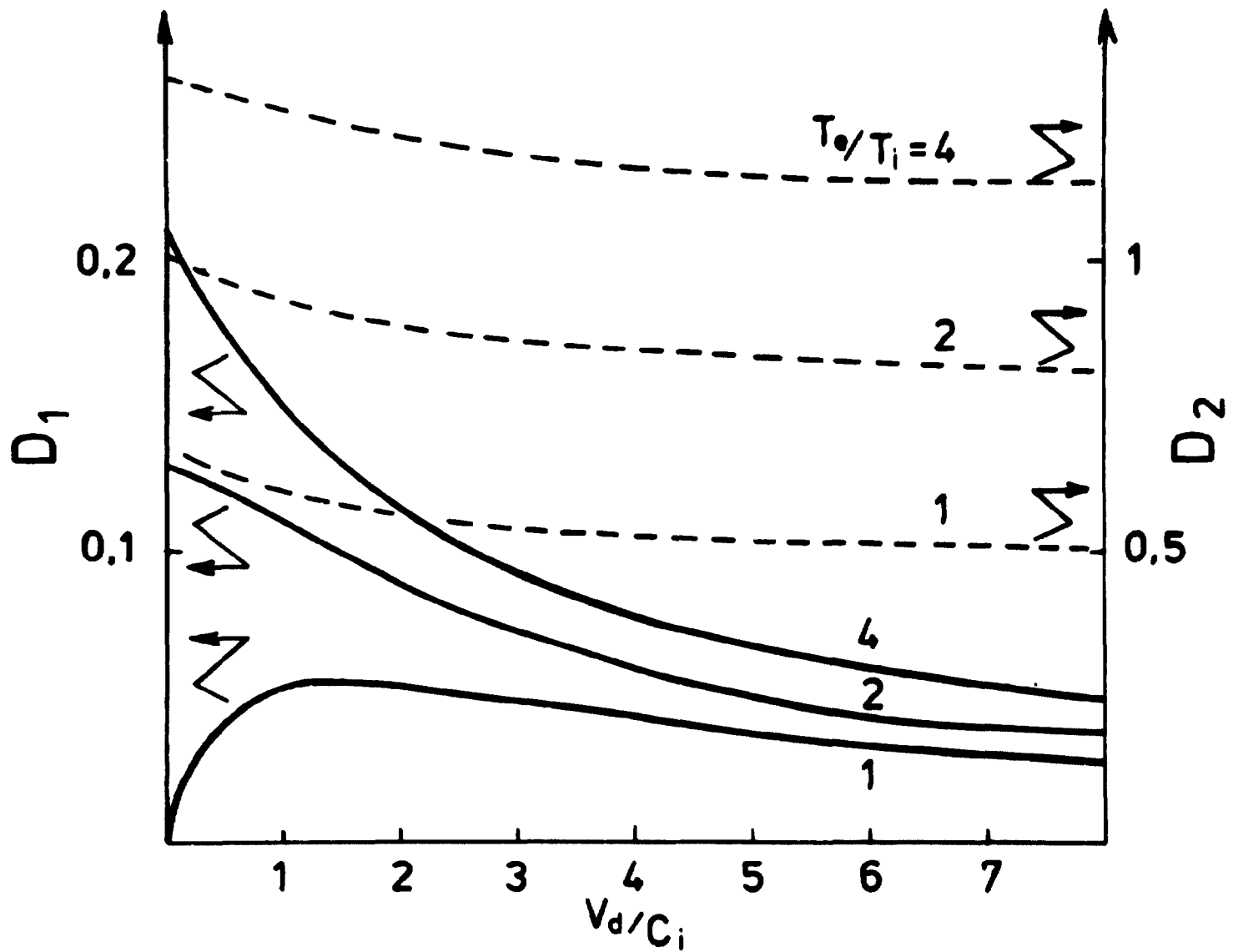


Fig. 4.2 Funktionerne  $D_1$  (fuldt optrukne kurver) og  $D_2$  (stiplede kurver) defineret i afsnit IV.2, tallene på kurverne angiver temperaturforholdet,  $T_e/T_i$ .



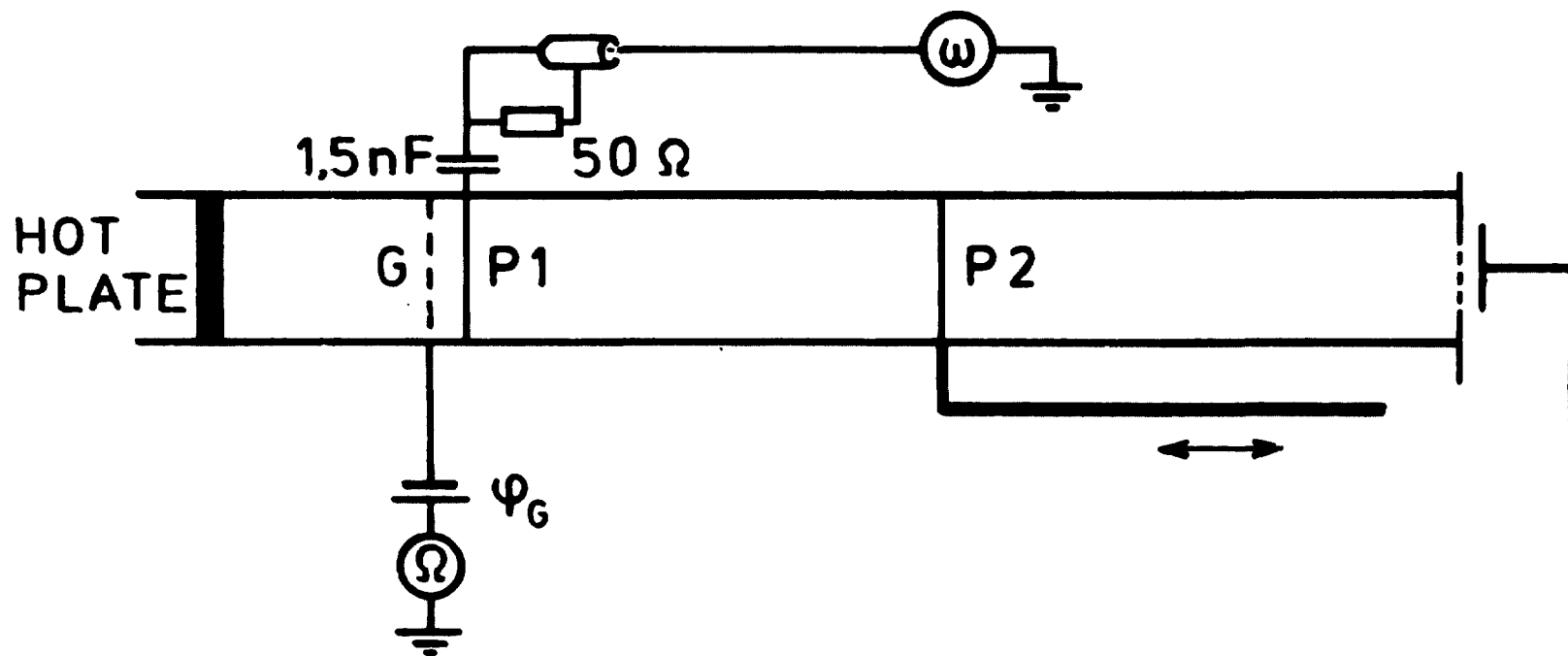
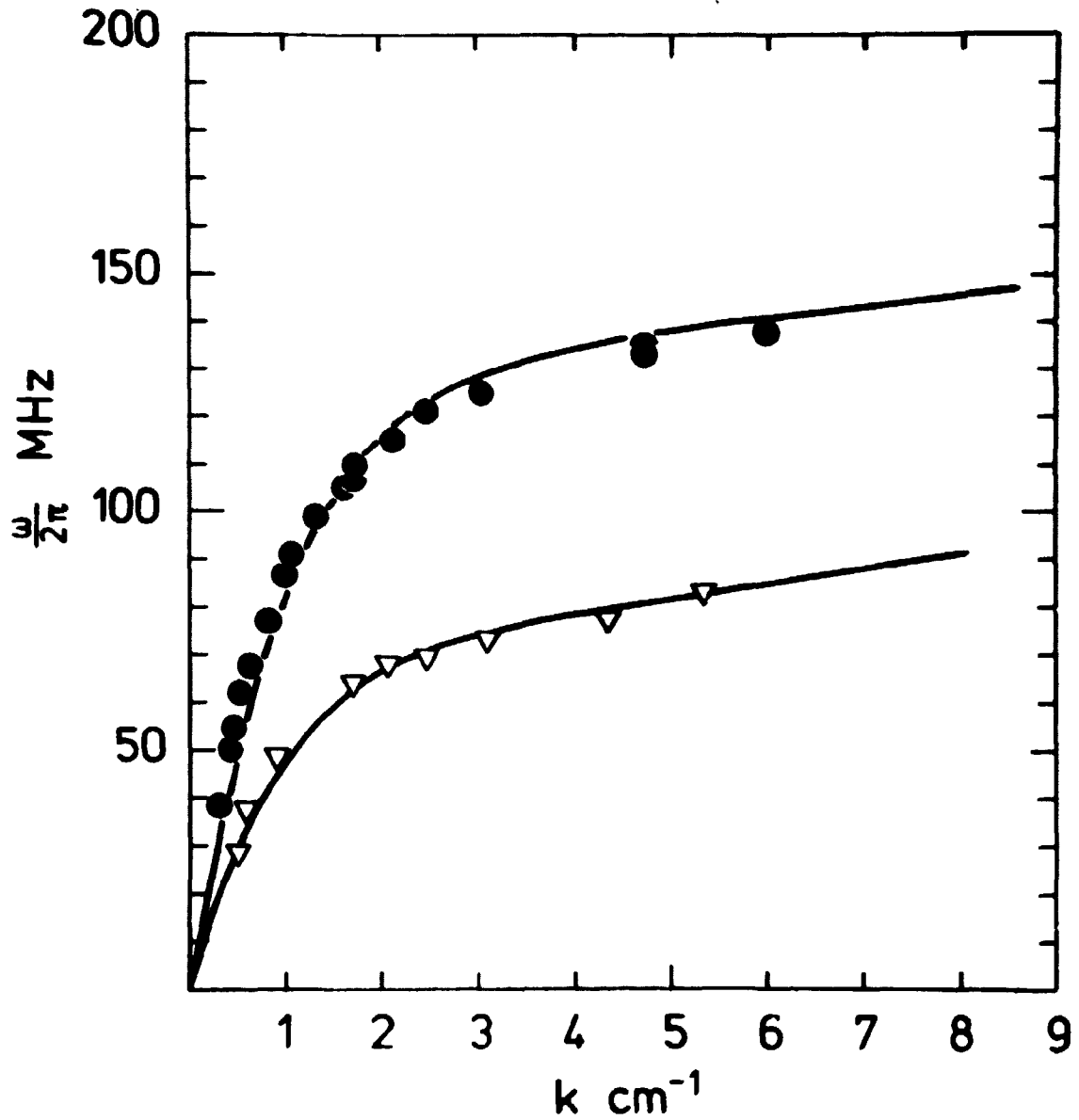
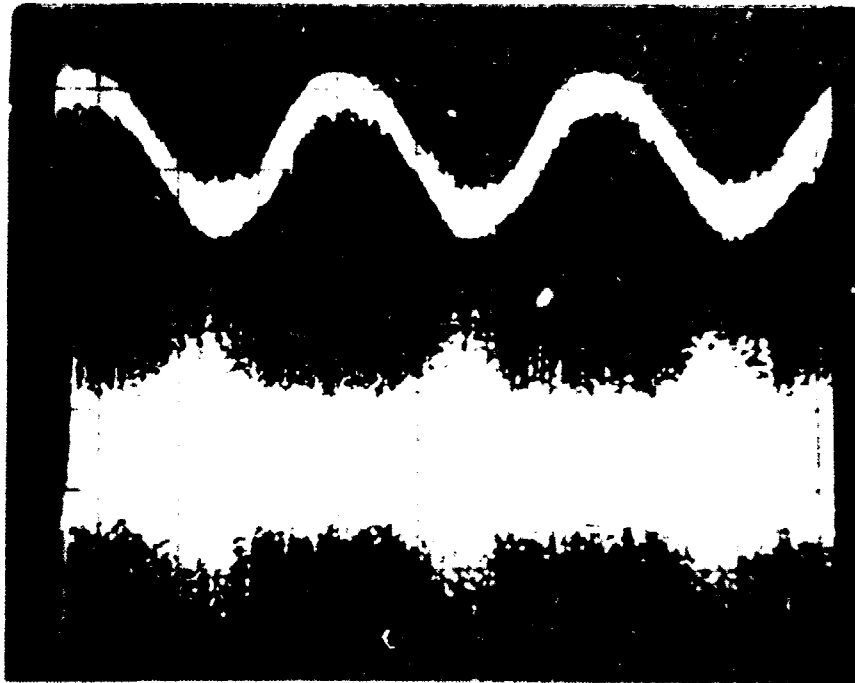


Fig. 4.3 Måleopstillingen til undersøgelse af vekselvirkningen mellem ion-akustiske bølger og elektron-plasma bølger.



$$\omega^2 = \omega_p^2 \frac{(ka)^2}{1 + (ka)^2} + 3(kv_e)^2, \quad a = 0.74 \text{ cm}$$

Fig. 4.4 Dispersionsrelationen for elektronplasma bølgerne. De sorte cirkler (●) er målte punkter for tætheden  $n = 2.4 \cdot 10^8 \text{ cm}^{-3}$ , trekkanterne (▽) for tætheden  $n = 8 \cdot 10^7 \text{ cm}^{-3}$ . De fuldt optrukne kurver er beregnet fra den anførte teoretiske dispersionsrelation.

**a****b**

**Fig. 4.5** (a) Frekvensspektrum der viser resonansen. Centerfrekvensen angiver elektronsplasmasbølgem,  $\omega_{pe} = 60$  MHz. Frekvens af den ion-akustiske bølge, 15 kHz. Sweep, 5 kHz/div. Vertikal skala 10 dB/div. (b) Det øverste spor er den ion-akustiske bølge, det nedre spor er den modulerede elektronsplasmabølge. Sweep, 20  $\mu$ s/div. Vertikal skala, 10 dB/div. omvendt.

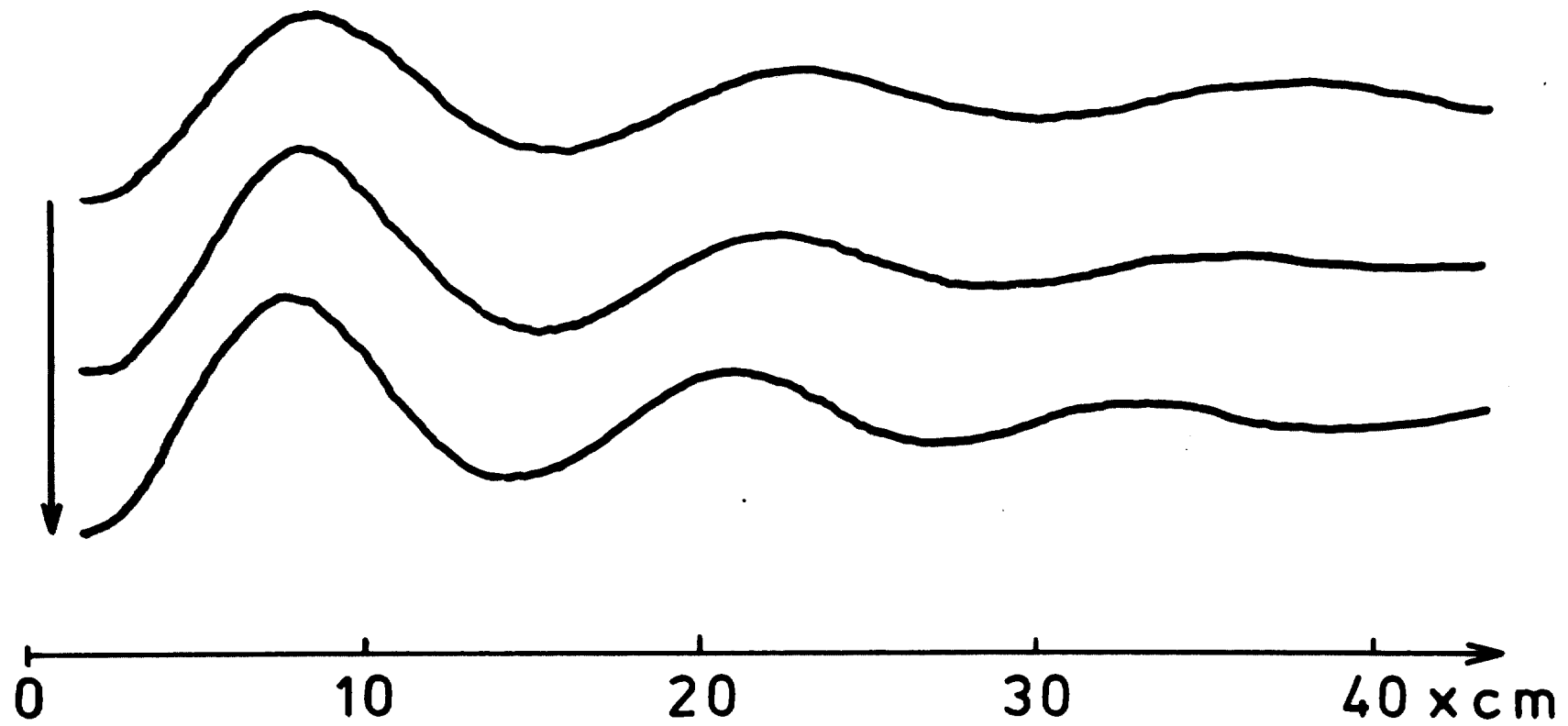


Fig. 4.6 Typiske ion-akustiske bølger målt langs plasmasøjlen. Pilen angiver voksende elektronbølgeamplitude.

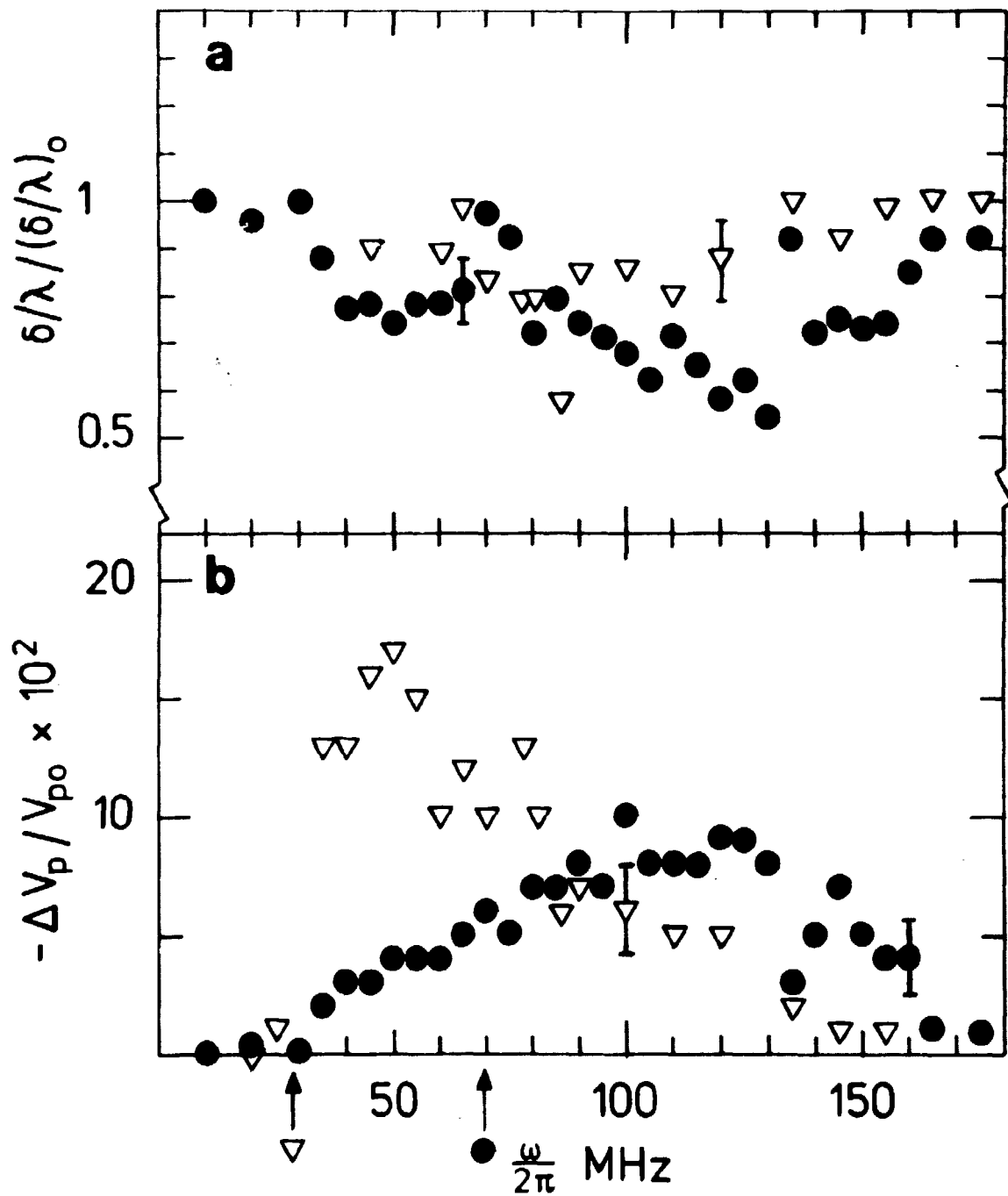
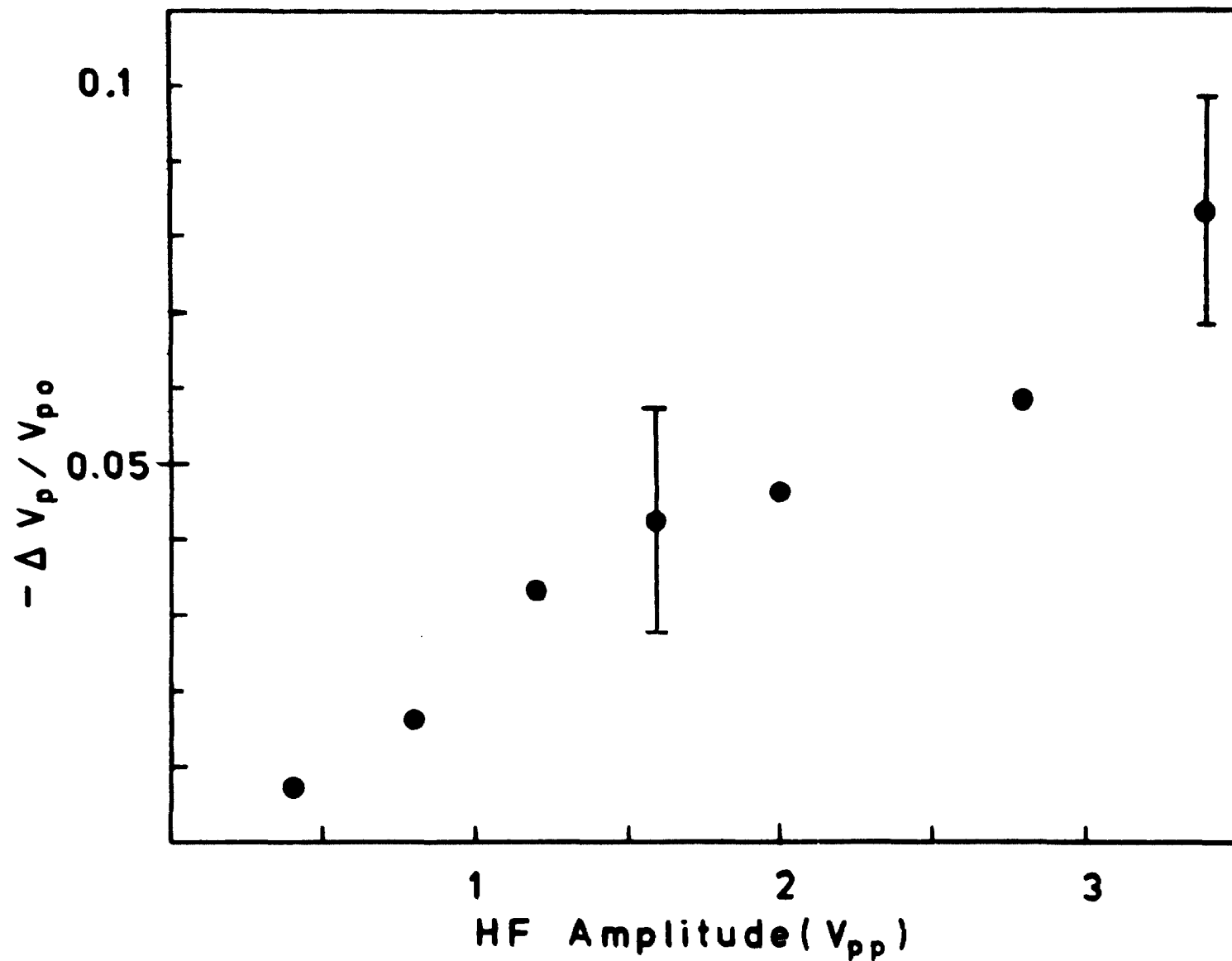


Fig. 4.7 (a) Den relative normaliserede dæmpningslængde  $(\delta/\lambda)/(\delta/\lambda)_0$  og (b) den normaliserede fasehastighedsændring  $-\Delta v_p/v_{po}$  som funktion af elektronbølgens frekvens. Frekvens af den  $\pi$ -ion-akustiske bølge og tæthed:  $\bullet$ :  $\Omega/2\pi = 25$  kHz,  $n = 2.4 \cdot 10^8$  cm $^{-3}$ ,  $\nabla$ :  $\Omega/2\pi = 15$  kHz,  $n = 8 \cdot 10^7$  cm $^{-3}$ . Pilene indikerer frekvensen, hvor de to bølger har ens bølglængder.



**Fig. 4.8** Den normaliserede fasehastighedsændring som funktion af den påtrykte HF-amplitude. Frekvens af den ion-akustiske bølge  $\Omega/2\pi = 20$  kHz, og af elektronbølgen  $\omega/\omega_p = 0.7$ .

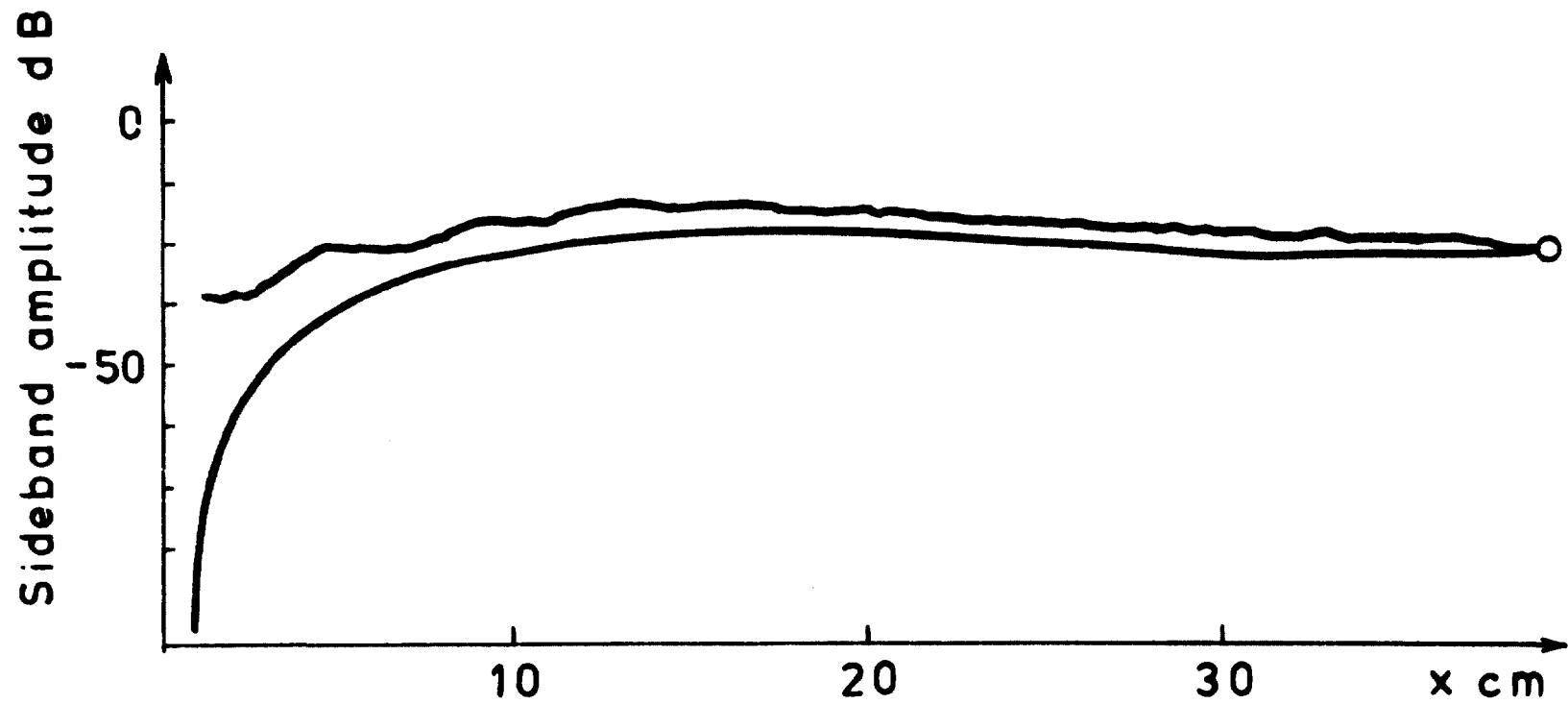


Fig. 4.9 Sidebåndsamplitude målt langs plasmasøjlen (øverste kurve). Den teoretiske kurve (nederste kurve) er beregnet for fasemodulation. Bølgelængden af den ion-akustiske bølge  $\approx 40$  cm. Frekvens af elektronbølgen  $\omega/\omega_p \approx 0.7$ .

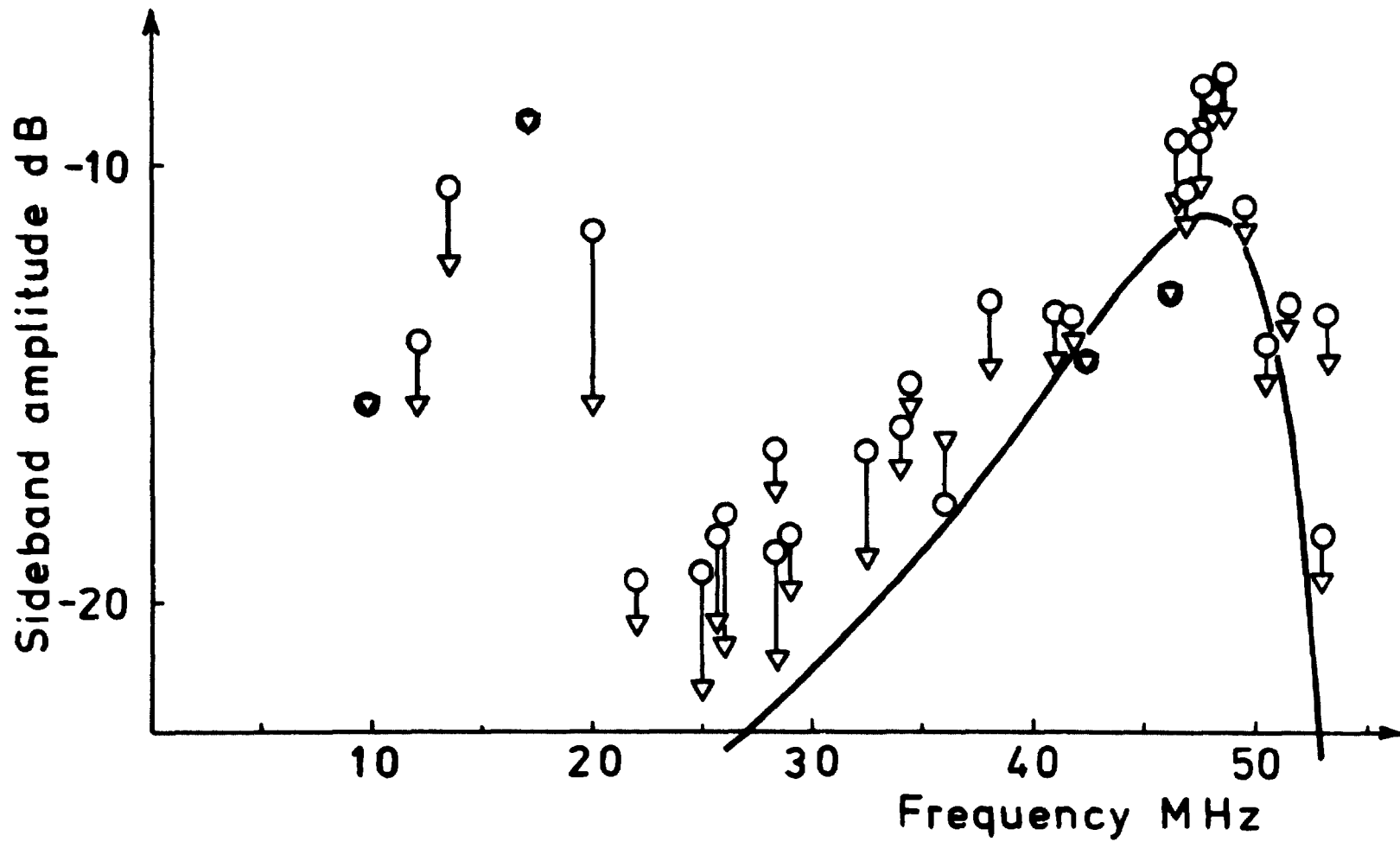


Fig. 4.10 Sidebåndsamplituder som funktion af elektronbølgefrequensen.  $\omega_p/2\pi = 52$  MHz,  $\alpha = 0.058$ , frekvens af den ion-akustiske bølge  $\Omega/2\pi = 2^p$  kHz, og afstanden mellem P1 og P2 er 7 cm. Cirklerne og trekantederne betegner nedre henholdsvis øvre sidebånd. Den fuldt optrukne linie er den teoretiske kurve.



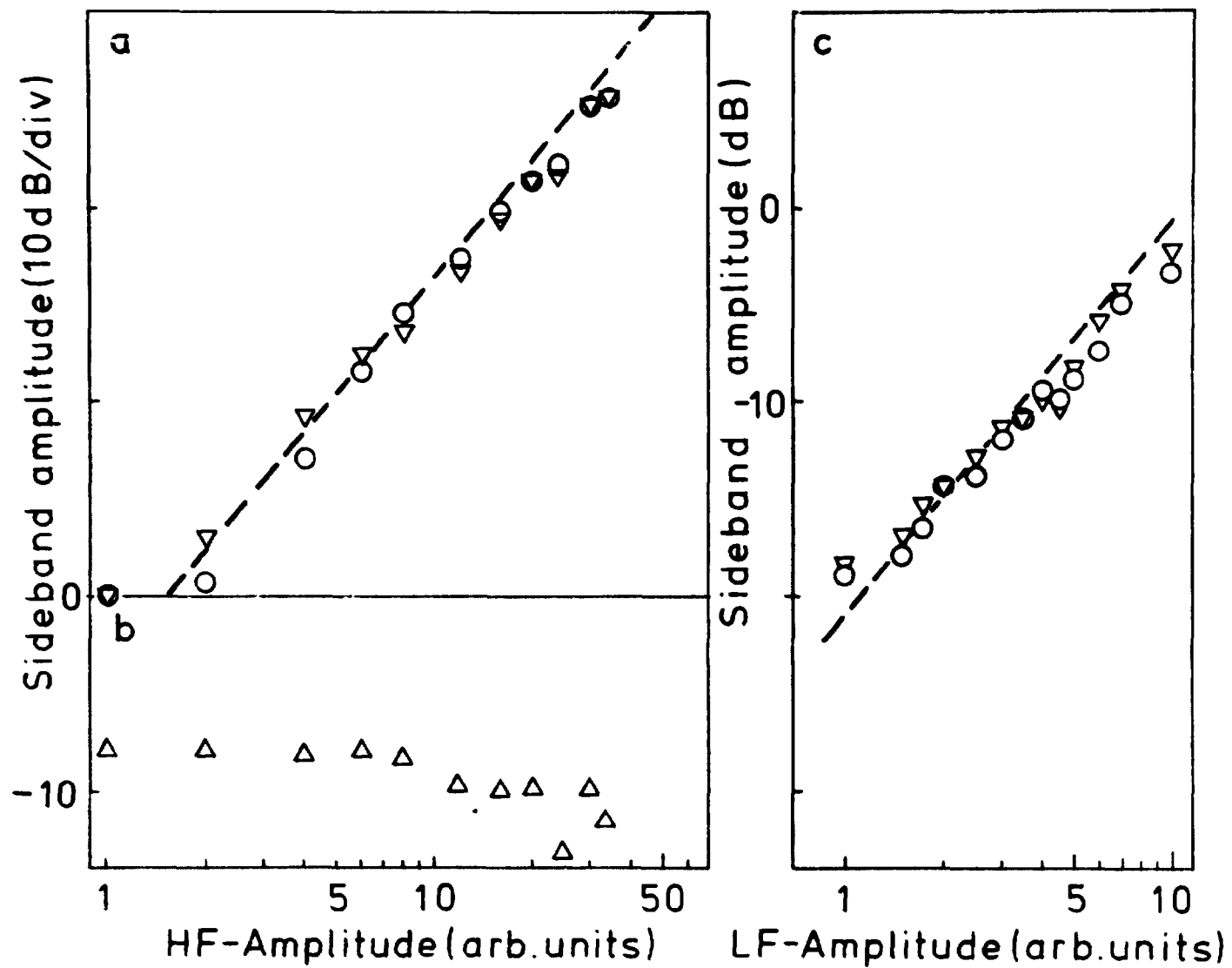
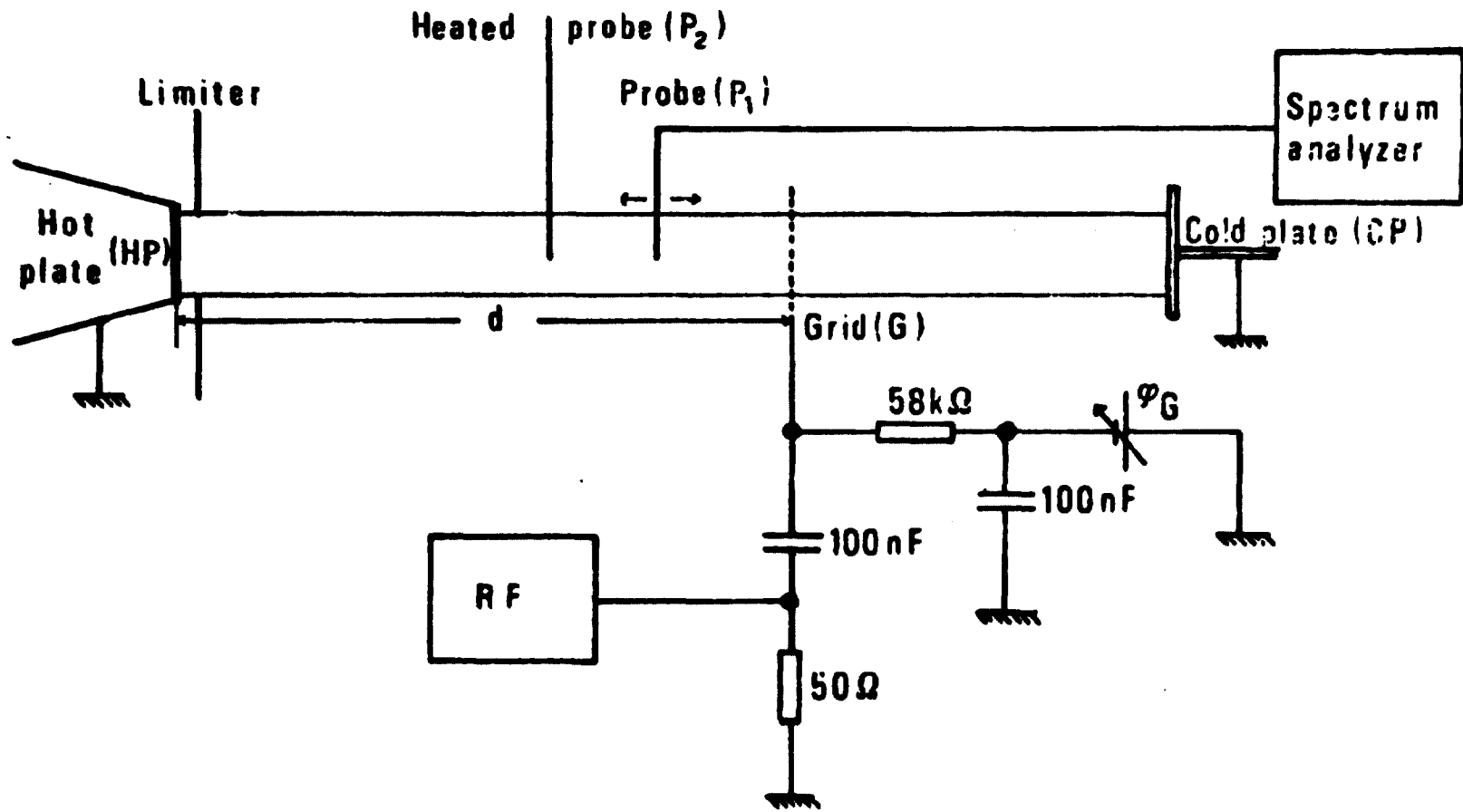


Fig. 4.11 (a) Sidebåndsamplitude for varierende HF-amplitude. (b) Forholdet mellem sidebåndsamplituden og HF-amplituden for varierende HF-amplitude. (c) Sidebåndsamplitude for varierende LF-amplitude. Parametrene er som i fig. 4.10.



**Fig. 4.12** Måleopstilling til undersøgelse af vekselvirkningen mellem en strøm-drevet ion-akustisk instabilitet og elektron-plasma bølger.

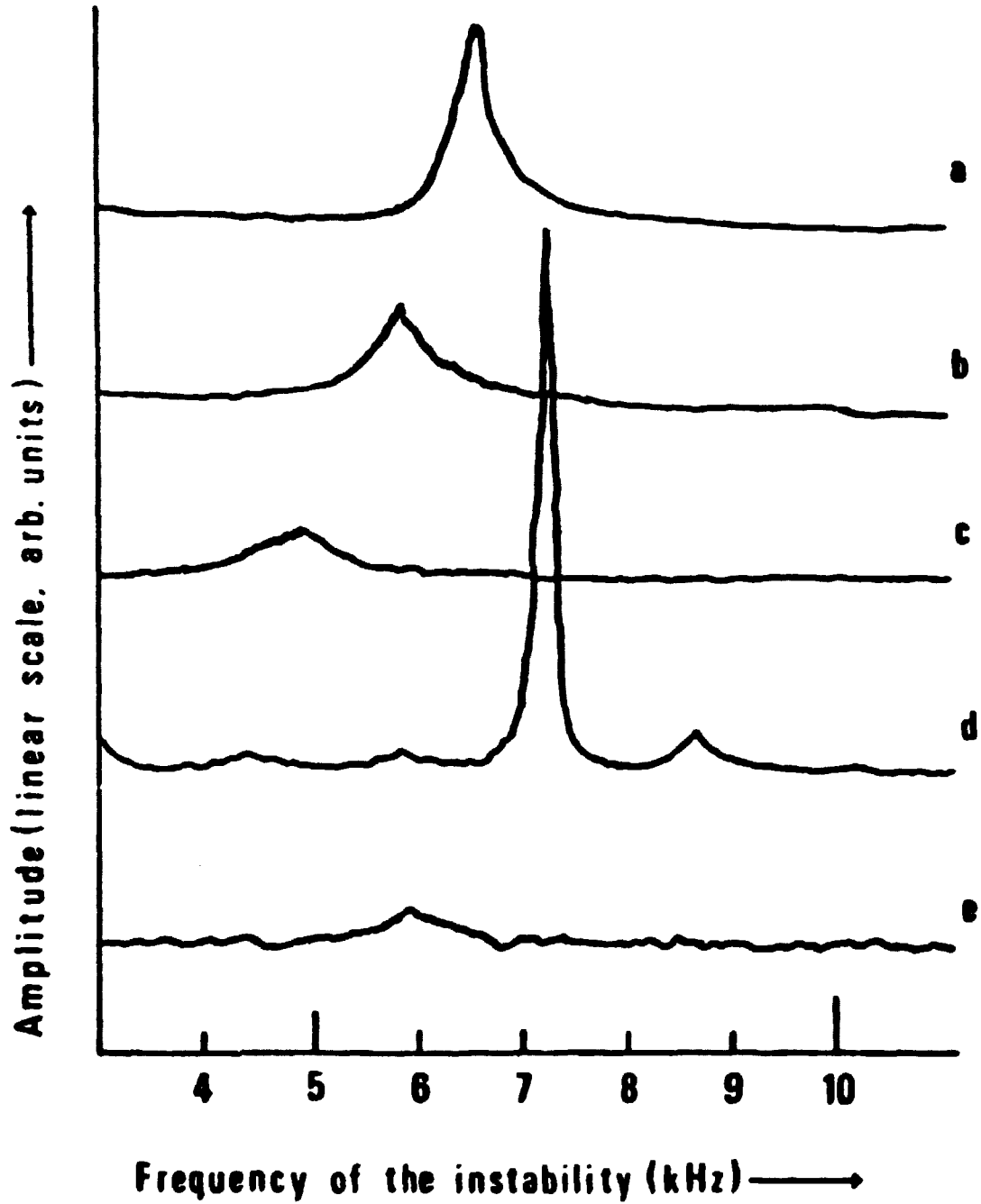


Fig. 4.13 Typiske frekvensspektra af den ion-akustiske instabilitet for  $\phi_G = 5$  V og  $d = 15$  cm (a) uden elektronbølge, (b)-(e) med elektronbølge  $f_{HF} \approx 0.6 \omega_p / 2\pi$ , (b)  $\phi_{HF} = 0.5$  V<sub>pp'</sub>, (c)  $\phi_{HF} = 1$  V<sub>pp'</sub>, (d)  $\phi_{HF} = 8$  V<sub>pp'</sub>, (e)  $\phi_{HF} = 20$  V<sub>pp'</sub>

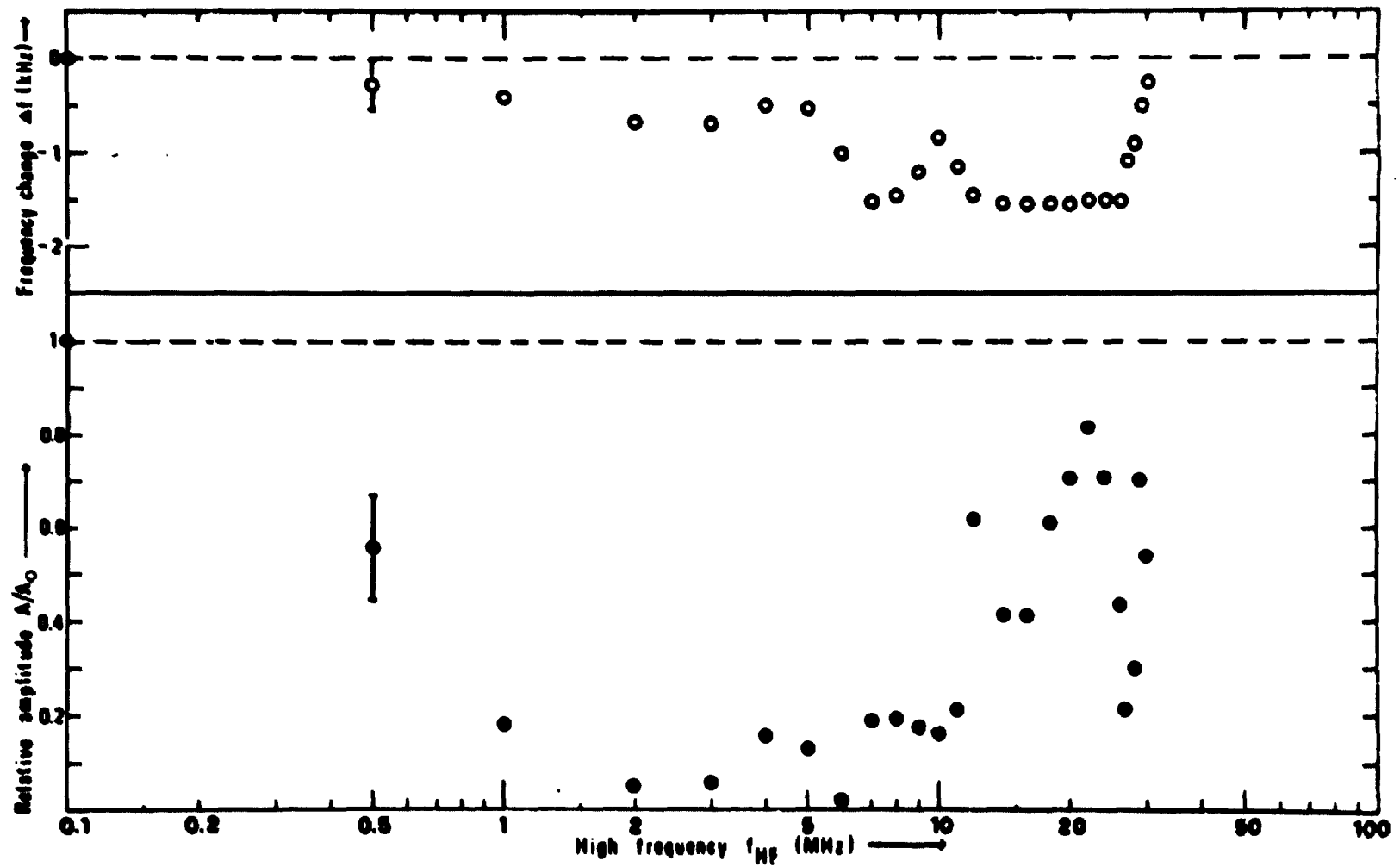


Fig. 4.14 Frekvensændring  $\Delta f$  (o) og relativ amplitude  $A/A_0$  (e) af den ion-akustiske instabilitet som funktion af frekvensen af HF-signalet, for  $\phi_{HF} = 1$  V<sub>pp</sub>,  $\omega_p/2\pi = 28$  MHz og  $d = 15$  cm.  $A_0$  er amplituden for  $\phi_{HF} = 0$ .

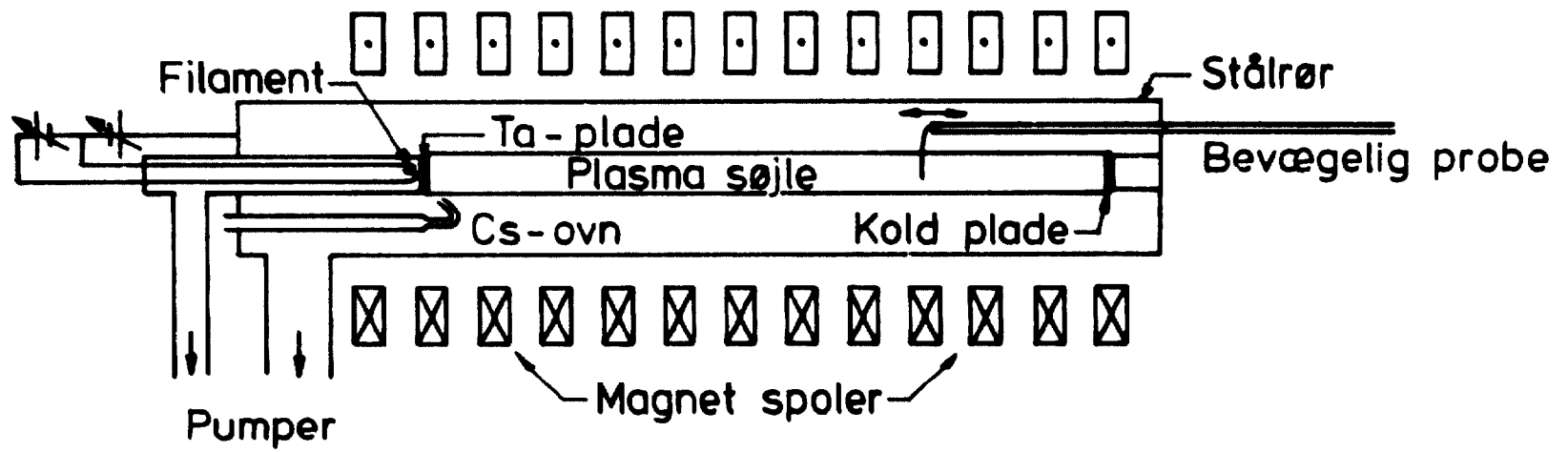


Fig. A1.1 Risø's Q-maskine.

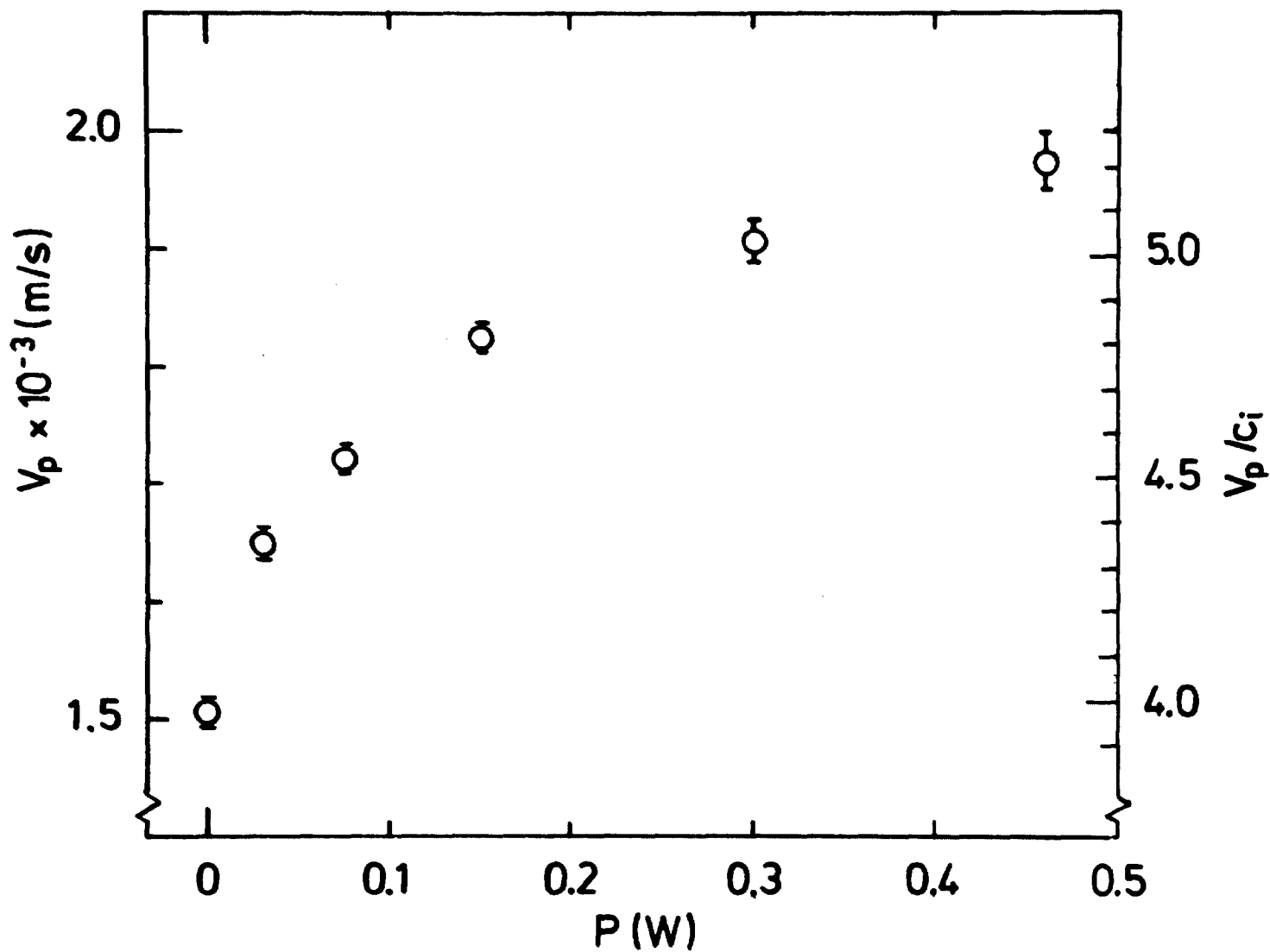
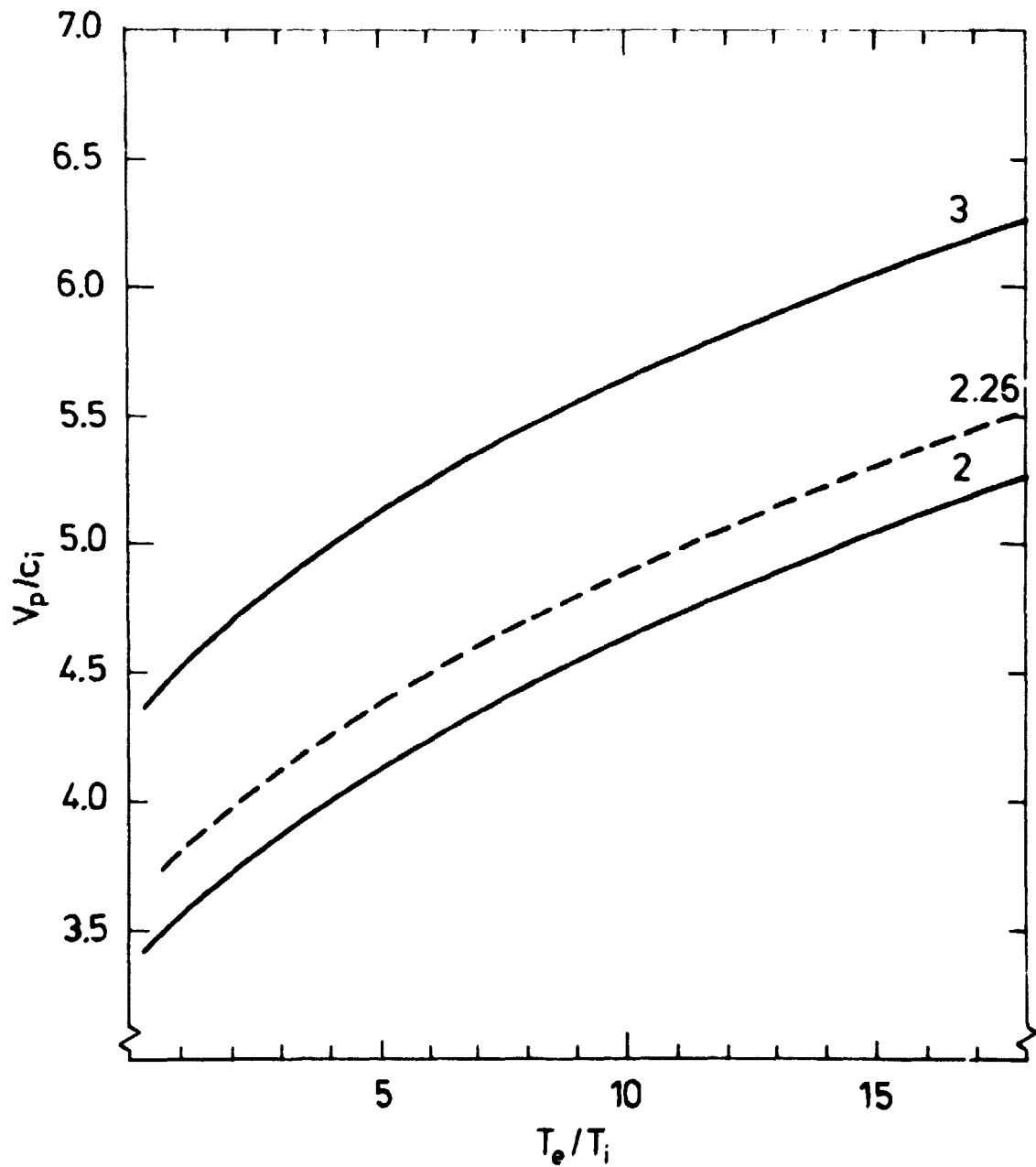
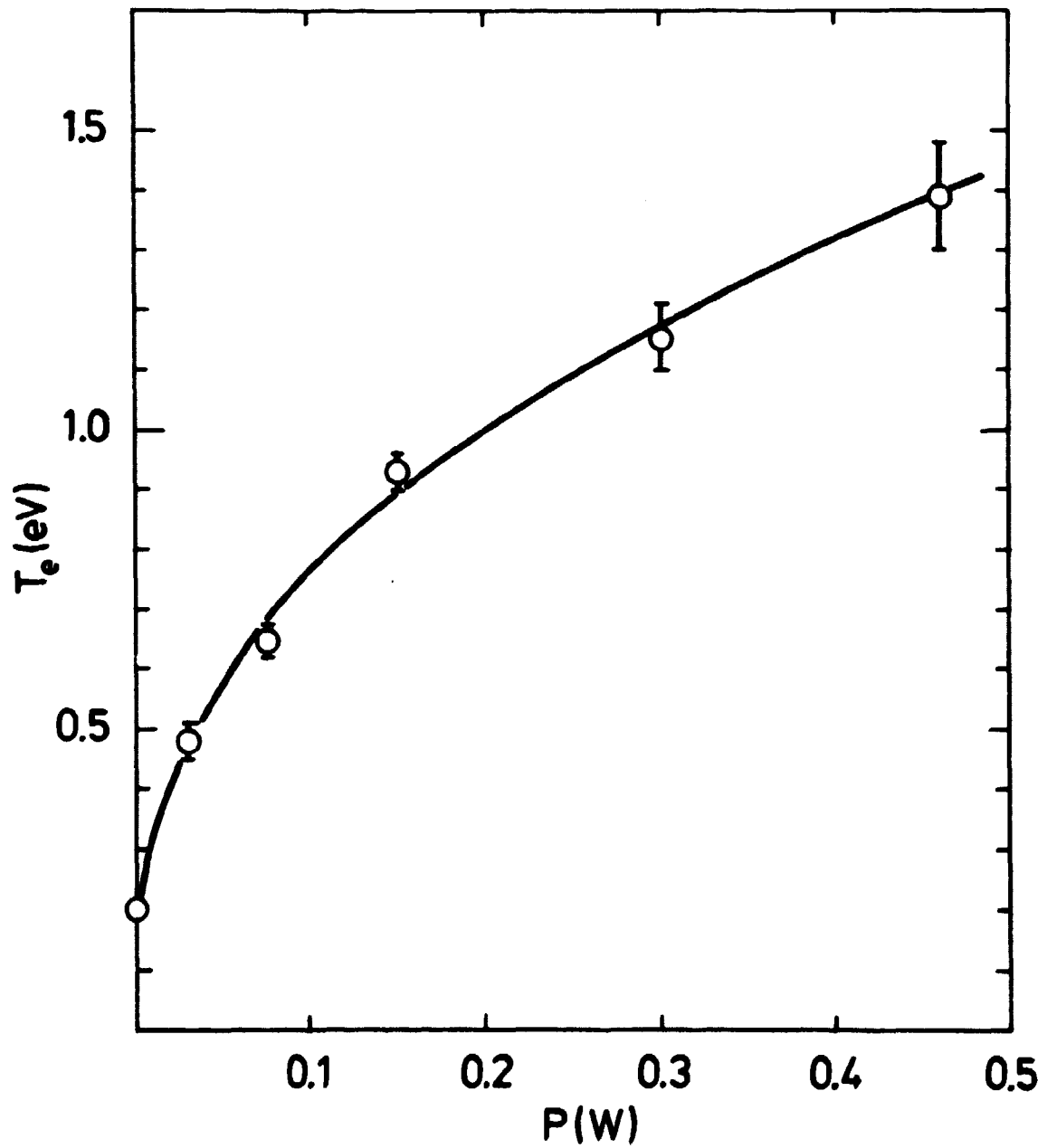


Fig. A2.1 Fasehastigheden,  $v_p$ , af ion-akustiske bølger som funktion af mikrobølgeeffekten,  $P$ . På den højre vertikale skala er  $v_p$  normaliseret med ion-termisk-hastighed,  $c_i = (2T_i/M)^{1/2}$  for  $T_i = 0.1$  eV.



**Fig. A2.2** Fasehastigheden af plasmaets egenmode, beregnet fra ligning (A2.2), som funktion af temperaturforholdet, med den normaliserede driftshastighed,  $v_d/c_1$ , som parameter angivet ved tallene på kurverne.



**Fig. A2.3** Elektrontemperaturen som funktion af mikrobølgeeffekten. Den fuldt optrukne kurve er et bedste fit til punkterne, der er udregnet ved at sammenholde figurerne A2.1 og A2.2.