

Technical University of Denmark



Kombinerede påvirkninger af uarmerede og fiberarmerede betonbjælker

Hansen, Lars Zenke; Nielsen, Mogens Peter

Publication date:
2002

Document Version
Også kaldet Forlagets PDF

[Link back to DTU Orbit](#)

Citation (APA):
Hansen, L. Z., & Nielsen, M. P. (2002). Kombinerede påvirkninger af uarmerede og fiberarmerede betonbjælker. (BYG Rapport; Nr. R-037).

DTU Library

Technical Information Center of Denmark

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal

If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

BYG·DTU

DANMARKS
TEKNISKE
UNIVERSITET



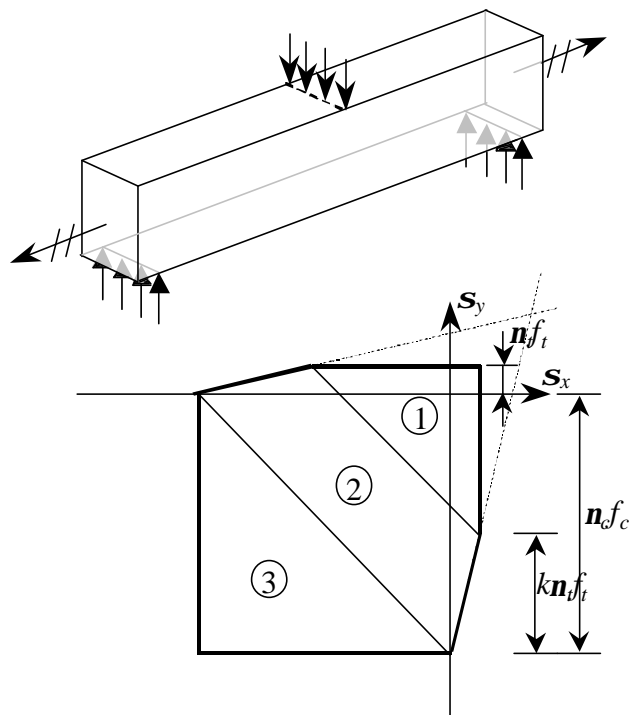
Lars Zenke Hansen
M. P. Nielsen

Kombinerede påvirkninger af uarmerede og fiberarmerede betonbjælker

Rapport
BYG·DTU R-037
2002
ISSN 1601-2917
ISBN 87-7877-095-5

Kombinerede påvirkninger af uarmerede og fiberarmerede betonbjælker

Lars Zenke Hansen
M. P. Nielsen



Department of Civil Engineering
DTU-bygning 118
2800 Kgs. Lyngby
<http://www.byg.dtu.dk>

1. Sammenfatning

Nærværende rapport behandler kombinerede påvirkninger af uarmerede og fiberarmerede betonbjælker. Der gøres i denne forbindelse nogle teoretiske overvejelser baseret på plasticitetsteorien.

Det har vist sig at ved anvendelse af flydebetingelsen for armerede skiver kan kombineret bøjning og vridning behandles og et simpelt interaktionsudtryk bestemmes. Dette tilfælde er eftervist eksperimentelt med fire forsøg på uarmeret beton og seks forsøg på fiberarmeret beton. Sammenligninger har vist at hvis effektivitetsfaktoren på trækstyrken, n_t , sættes til henholdsvis 0,67 og 0,89 er overensstemmelsen mellem teori og forsøg god.

Vilkårlige påvirkninger kan behandles vha. en simpel nedreværdiløsning. For bøjning med forskydning henvises til nedreværdiløsninger for homogent armerede skiver.

For tilfældet ren bøjning af fiberarmerede bjælker er fundet en effektivitetsfaktor, n_t , på 1, når fiberindholdet er større end 3%, n_t kan sættes til 0,67 for et fiberindhold mindre end 2 %. For et fiberindhold større end 2 % og mindre end 3 % findes effektivitetsfaktoren vha. lineær interpolation mellem (0,67 , 2%) og (1 , 3%). Den stigende sejhed med fiberindholdet fremgår tydeligt af arbejdskurverne for de forskellige fiberindhold. Ved et højt fiberindhold er arbejdskurven næsten ideal-plastisk.

2. Indholdsfortegnelse

1. SAMMENFATNING.....	1
2. INDHOLDSFORTEGNELSE.....	3
3. SYMBOLLISTE.....	4
4. INDLEDNING	6
5. TEORI.....	7
5.1. BAGGRUND	7
5.2. BÆREEVNE AF BJÆLKE UNDER KOMBINERET PÅVIRKNING.....	9
5.2.1. <i>Ren bøjning</i>	9
5.2.2. <i>Ren vridning</i>	10
5.2.3. <i>Kombineret bøjning og vridning</i>	11
5.2.4. <i>Kombineret bøjning, vridning og forskydning</i>	12
5.2.5. <i>Bøjning med forskydning</i>	14
6. FORSØG	16
6.1. BESKRIVELSE.....	16
6.2. KOMBINERET BØJNING OG VRIDNING.....	17
6.3. REN BØJNING.....	18
7. SAMMENLIGNING MELLE M TEORI OG FORSØG	21
8. KONKLUSION	25
9. LITTERATUR.....	26

3. Symbolliste

Geometri

b	Bredde af bjælke
h	Højde af bjælke
L	Længde af bjælke
L_{arm}	Længde af arm
d	Udbøjning
u	Udbøjning
y_0	Trykzonehøjde

Fysiske størrelser

e_1, e_2	Hovedtøjninger
e	Tøjning
s_1, s_2	Hovedspændinger
s_x, s_y, t_{xy}	Spændinger i et xy-koordinatsystem
s_c	Trykspænding
s_t	Trækspænding
s	Normalspænding
t	Forskydningsspænding
f_c	Trykstyrke
f_t	Trækstyrke
n_c	Effektivitetsfaktor på trykstyrken
n_t	Effektivitetsfaktor på trækstyrken
l	Proportionalitetsfaktor
k	$\frac{1 + \sin j}{1 - \sin j}$
j	Friktionsvinkel
C	Trykresultant
T_p	Flydemoment ved ren vridning
T	Vridende moment
M_p	Flydemoment ved ren bøjning

M	Bøjende moment
M_{exp}	Bøjende moment fundet ved eksperiment
V	Forskydningskraft
p	Jævnt fordelt belastning
q	Jævnt fordelt reaktion
P	Enkeltkraft
P_b	Enkeltkraft der fremkalder bøjning
P_v	Enkeltkraft der fremkalder vridning
r	Densitet

4. Indledning

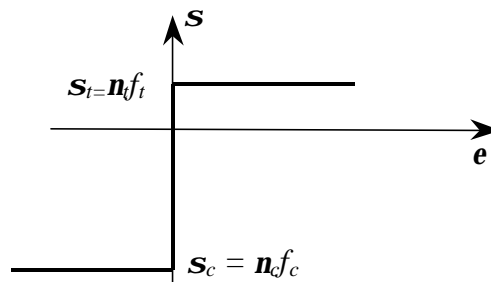
Nærværende rapport omhandler kombineret bøjning, vridning og forskydning af uarmerede og fiberarmerede betonbjælker. Mange konstruktioner er uarmerede og det er derfor af stor betydning at kende deres bæreevne under kombineret påvirkning, da dette ofte forekommer.

Emnet behandles vha. plasticitetsteorien, hvor bæreevnen bestemmes ved at opstille en flydebetingelse for uarmeret beton. De teoretiske overvejelser vil blive sammenlignet med forsøg udført af Sonja Lezaja [5] i forbindelse med et eksamensprojekt og forsøg taget fra [6]. Der vil i denne forbindelse blive givet en kort beskrivelse af forsøgene, herunder opstillingen som er benyttet, betonens karakteristika og andet som er nødvendigt for senere brug.

5. Teori

5.1. Baggrund

I dette afsnit fremlægges en teori til beregning af uarmerede og fiberarmerede betonkonstruktioner. Beregningsmetoden bygger på plasticitetsteorien. Dette betyder at materialeopførslen af beton antages at være stift plastisk som skitseret i Figur 5.1.

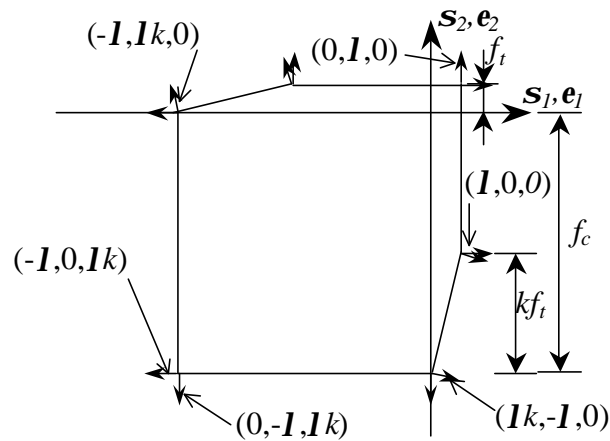


Figur 5.1 Stift plastisk materialeopførsel af beton

Det antages at von Mises' hypotese vedr. det maksimale plastiske arbejde er gældende, hvilket betyder at tøjningsvektoren står vinkelret på flydefladen (normalitetsbetingelsen). For en mere grundig beskrivelse henvises til [2] og [3]. Ydermere vil plasticitetsteoriens nedreværdisætning blive benyttet.

Beton antages at følge Coulombs modificerede brudhypotese som i hovedspændingsplanen for tilfældet plan spændingstilstand er illustreret i Figur 5.2.

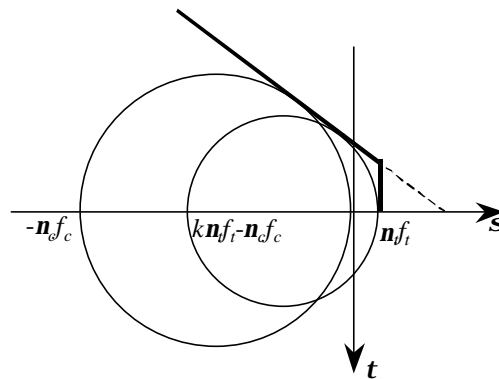
Hovedspændingerne er betegnet s_1 og s_2 og de tilsvarende hovedtøjninger e_1 og e_2 . Trykstyrken er betegnet f_c og trækstyrken f_t . Parameteren k afhænger af friktionsvinklen \mathbf{j} , se [2]. For $\mathbf{j} = 37^\circ$ er $k = 4$. Parameteren $I > 0$ er en ubestemt proportionalitetsfaktor.



Figur 5.2 Coulombs brudhypotese for plan spændingstilstand

Ud fra ovenstående antagelser er det muligt at udlede en flydebetingelse for beton ved plan spændingstilstand. Man finder at flydefladen består af tre kegleflader, se Figur 5.4.

Kegleflade nummer 2 fremkommer ved, at man ikke kan have 1. hovedspænding lig med f_t og samtidigt opnå den enaksede trykstyrke f_c . Dette ses lettest ud fra Mohrs cirkel, se Figur 5.3.



Figur 5.3 Mohrs cirkel

Flydebetingelsen kan skrives:

For område 1: $s_x \leq n_t f_t$, $s_y \leq n_t f_t$ og $s_x + s_y \geq (1+k)n_t f_t - n_c f_c$

$$t_{xy}^2 - (n_t f_t - s_x)(n_t f_t - s_y) \leq 0 \quad (1.1)$$

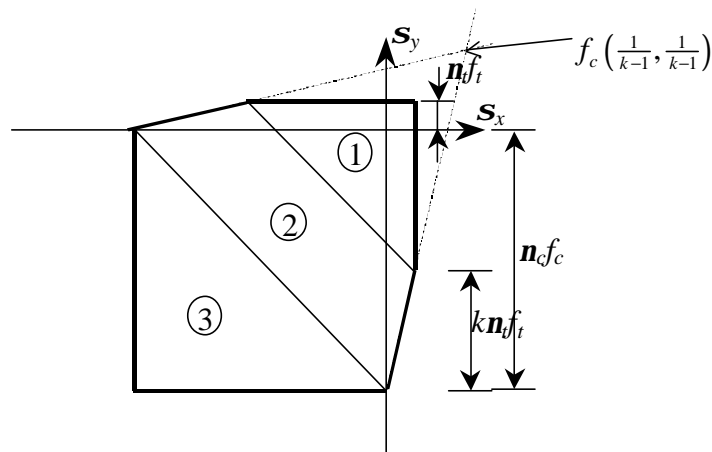
For område 2: $s_x \geq k s_y - f_c$, $s_y \geq k s_x - f_c$ og $(1+k)n_t f_t - n_c f_c \geq s_x + s_y \geq -n_c f_c$

$$t_{xy}^2 - \frac{1}{(k-1)^2} (n_c f_c + s_x - k s_y)(n_c f_c + s_y - k s_x) \leq 0 \quad (1.2)$$

For område 3: $s_x \geq n_c f_c$, $s_y \geq n_c f_c$ og $s_x + s_y \leq -n_c f_c$

$$t_{xy}^2 - (n_c f_c + s_x)(n_c f_c + s_y) \leq 0 \quad (1.3)$$

Spændingstilstanden i planen er betegnet s_x , s_y og t_{xy} , hvor x,y - koordinatsystemet er et sædvanligt retvinklet koordinatsystem. Effektivitetsfaktoren på trykstyrken er betegnet n_c og effektivitetsfaktoren på trækstyrken er betegnet n_t .



Figur 5.4 Flydefladen for uarmeret beton

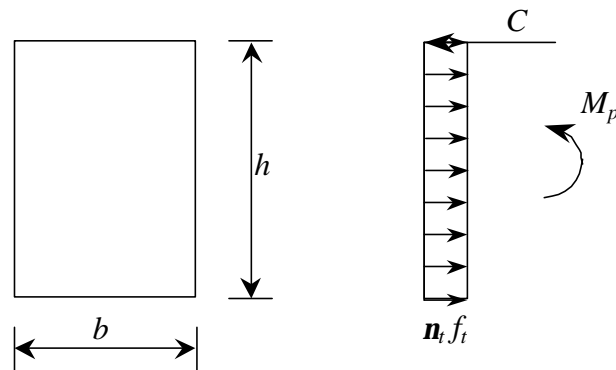
Keglefladen for område 2 har en spids i punktet $f_c \left(\frac{1}{k-1}, \frac{1}{k-1} \right)$ som skitseret i Figur 5.4.

5.2. Bæreevne af bjælke under kombineret påvirkning

I dette afsnit skal en bjælkes bæreevne bestemmes under kombinerede påvirkninger. Først behandles tilfældene ren bøjning og ren vridning. Herefter behandles kombineret bøjning og vridning, kombineret bøjning, vridning og forskydning og til slut bøjning med forskydning. Kun bjælker med rektangulært tværsnit behandles

5.2.1. Ren bøjning

Bjælkens bæreevne i tilfældet ren bøjning bestemmes vha. spændingsfordelingen vist i Figur 5.5, hvor trykzonens udstrækning er nul. Denne simplificering gøres da trækstyrken er meget mindre end trykstyrken, hvorved man vil få en lille udstrækning af trykzonen. Fejlen bliver således lille.



Figur 5.5 Spændingsfordeling ved ren bøjning

Tages moment omkring trykresultanten C , fås flydemomentet.

$$M_p = \frac{1}{2} n_t f_t b h^2 \quad (1.4)$$

Projektionsligningen giver $C = h b n_t f_t$.

Medtages en trykzone findes højden af denne af projektligningen

$$0 = n_c f_c y_0 b - n_t f_t b (h - y_0) \Leftrightarrow$$

$$y_0 = h \frac{n_t f_t}{n_c f_c + n_t f_t} \quad (1.5)$$

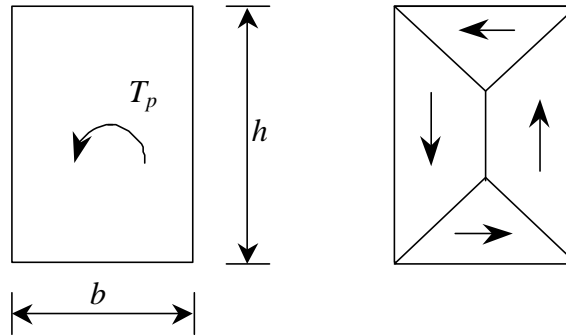
Momentligningen bestemmer momentet som tværsnittet kan optage

$$M_p = \frac{1}{2} n_t f_t b h (h - y_0) \quad (1.6)$$

For $f_c = 20$ MPa, $h = 170$ mm, $b = 120$ mm og $n_t = n_c = 1$, bliver trykzonehøjden 11,23 mm, når $f_t = \sqrt{0,1 \cdot f_c}$, f_c i MPa. Dertil svarer ifølge (1.6) et moment på 2,29 kNm. Når trykzonens udstrækning negligeres, finder man for samme værdier et flydemoment på 2,45 kNm, hvilket betyder, at man, ved at regne trykzonens udstrækning til nul, overvurderer bæreevnen med ca. 7 %. Dette viser, at det er rimeligt ikke at tage hensyn til trykzonens udstrækning. Simplificeringen medfører, at beregningerne bliver meget simple.

5.2.2. Ren vridning

Tilfældet ren vridning behandles ud fra spændingstilstanden skitseret i Figur 5.6. Forskydningsspændingerne er konstante i de viste områder. Forholdene er detaljeret behandlet i [3].



Figur 5.6 Spændingsfordeling for ren vridning

Vridningsflydemomentet, T_p , bestemmes ud fra ækvivalensbetingelsen mellem T_p og forskydningspændingerne, som maksimalt kan have værdien $\mathbf{n}f_t$.

$$T_p = \frac{\mathbf{t}_f b^2}{6} (3h - b) = \frac{\mathbf{n}_t f_t b^2}{6} (3h - b) \quad (1.7)$$

Denne formel bestemmer bæreevnen af bjælken i tilfældet ren vridning, se også [3].

5.2.3. Kombineret bøjning og vridning

Kombineret bøjning og vridning behandles ved at kombinere normalspændingerne hidrørende fra bøjning med forskydningspændingerne fra vridning ved anvendelse af flydebetingelsen (område 1) for plan spændingstilstand

$$-(\mathbf{n}_t f_t - \mathbf{s}_x)(\mathbf{n}_t f_t - \mathbf{s}_y) + \mathbf{t}_{xy}^2 = 0 \quad (1.8)$$

For en bjælke med $\mathbf{s}_y = 0$, fås

$$-(\mathbf{n}_t f_t - \mathbf{s})\mathbf{n}_t f_t + \mathbf{t}^2 = 0 \quad (1.9)$$

Spændingerne fra momentet bestemmes analogt til afsnittet ren bøjning

$$M = \frac{1}{2} \mathbf{s} b h^2 \Leftrightarrow \mathbf{s} = \frac{2M}{b h^2} \quad (1.10)$$

hvor \mathbf{s} angiver trækspændingen i betonen i bjælkens længderetning.

Spændingerne fra vridning bestemmes analogt til afsnittet ren vridning.

$$T = \frac{\mathbf{t} b^2}{6} (3h - b) \Leftrightarrow \mathbf{t} = \frac{6T}{b^2 (3h - b)} \quad (1.11)$$

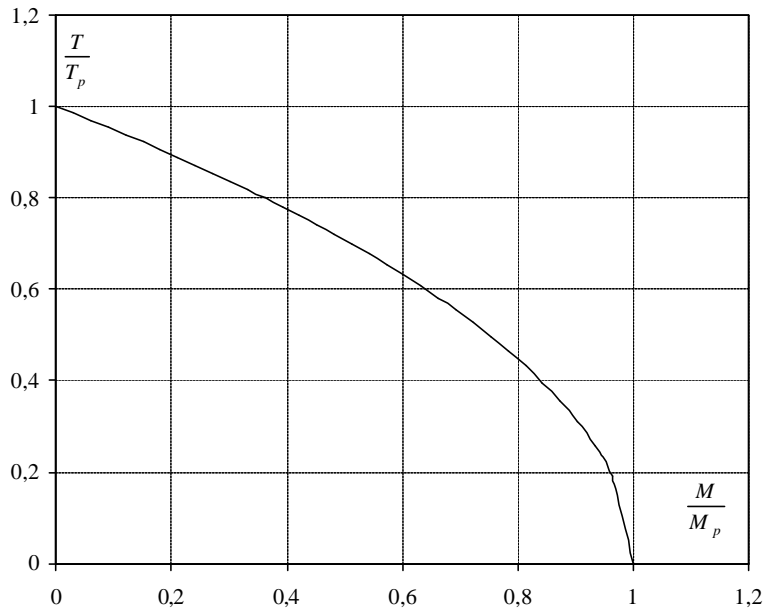
hvor \mathbf{t} angiver forskydningspændingen i betonen.

Indsættes disse spændinger i flydebetingelsen findes

$$-\left(n_t f_t - \frac{2M}{bh^2}\right)n_t f_t + \left(\frac{6T}{b^2(3h-b)}\right) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\frac{M}{M_p} + \left(\frac{T}{T_p}\right)^2 = 1 \quad (1.12)$$

Dette svarer til en parabolisk sammenhæng som illustreret i Figur 5.7.



Figur 5.7 Interaktionskurve mellem bøjende moment (M) og vridende moment (T)

Det ses, at der er lodret tangent ved ren bøjning.

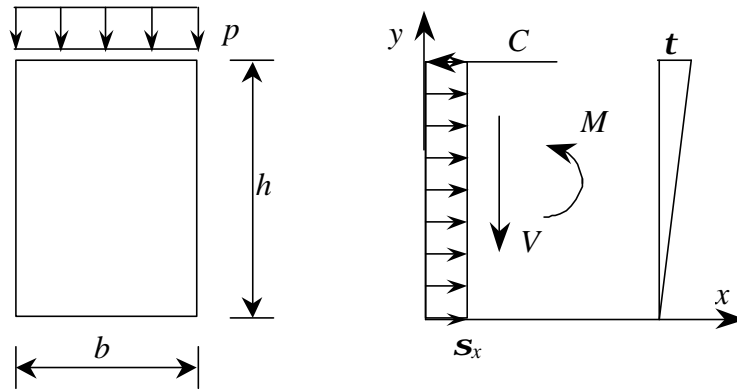
5.2.4. Kombineret bøjning, vridning og forskydning

Uarmerede bjælker påvirket med en vilkårlig spænding p på oversiden af bjælken kan behandles ud fra den opstillede teori. En simpel nedreværdiløsning kan udvikles på følgende måde:

Først behandles spændingerne fra det bøjende moment, M , og forskydningskraften V . Fordelingen af s_x -spændingerne vælges at være som i afsnittet med ren bøjning, jf. afsnit 5.2.1.

Dette betyder, at vi sætter

$$s_x = \frac{M}{M_p} n_t f_t \text{ for } 0 \leq y \leq h \quad (1.13)$$



Figur 5.8 Spændingstilstand fra M og V

Skal denne spændingstilstand være statisk tilladelig, må den tilfredsstille ligevægtsligningerne, der, hvis man ser bort fra egenvægten, er givet ved:

$$\begin{aligned}\frac{\partial s_x}{\partial x} + \frac{\partial t_{xy}}{\partial y} &= 0 \\ \frac{\partial s_y}{\partial y} + \frac{\partial t_{xy}}{\partial x} &= 0\end{aligned}\quad (1.14)$$

Den første ligevægtsligning bestemmer variationen af forskydningsspændingerne:

$$\frac{\partial t_{xy}}{\partial y} = -\frac{\partial s_x}{\partial x} = -\frac{dM}{dx} \frac{n_t f_t}{M_p} \quad \text{for } 0 \leq y \leq h \quad (1.15)$$

Randbetingelsen for t_{xy} er

$$t_{xy} = 0 \quad \text{for } y = 0 \quad (1.16)$$

Ligevægtsbetingelsen og randbetingelsen er tilfredsstillet for

$$|t_{xy}| = \frac{V n_t f_t}{M_p} y \quad (1.17)$$

For tilfældet bøjning med forskydning bliver forskydningsspændingerne som tværsnittet skal optage givet ved ($M = M_p$)

$$|t_{xy}| = \frac{V n_t f_t}{M_p} y = \frac{V}{\frac{1}{2} b h^2} y \quad (1.18)$$

Dette giver en maksimal forskydningsspænding på $|t_{xy}| = 2V/bh = t$.

Fordelingen af s_y -spændingerne bestemmes ud fra den anden ligevægtsligning.

$$\frac{\partial s_y}{\partial y} = -\frac{\partial t_{xy}}{\partial x} = \frac{dV}{dx} \frac{n_t f_t}{M_p} y \quad (1.19)$$

Idet $\frac{dV}{dx} = -pb$ fås ved benyttelse af randbetingelsen

$$s_y = 0 \text{ for } y = 0 \quad (1.20)$$

følgende udtryk for s_y

$$s_y = -\frac{1}{2} \frac{pb n_t f_t}{M_p} y^2 \quad (1.21)$$

For en bjælke påvirket til bøjning og forskydning havs $s_y = \frac{pb}{\frac{1}{2}bh^2} y^2 = 2p \left(\frac{y}{h} \right)^2$.

Spændingsfordelingen fra det vridende moment bestemmes som i afsnit 5.2.2.

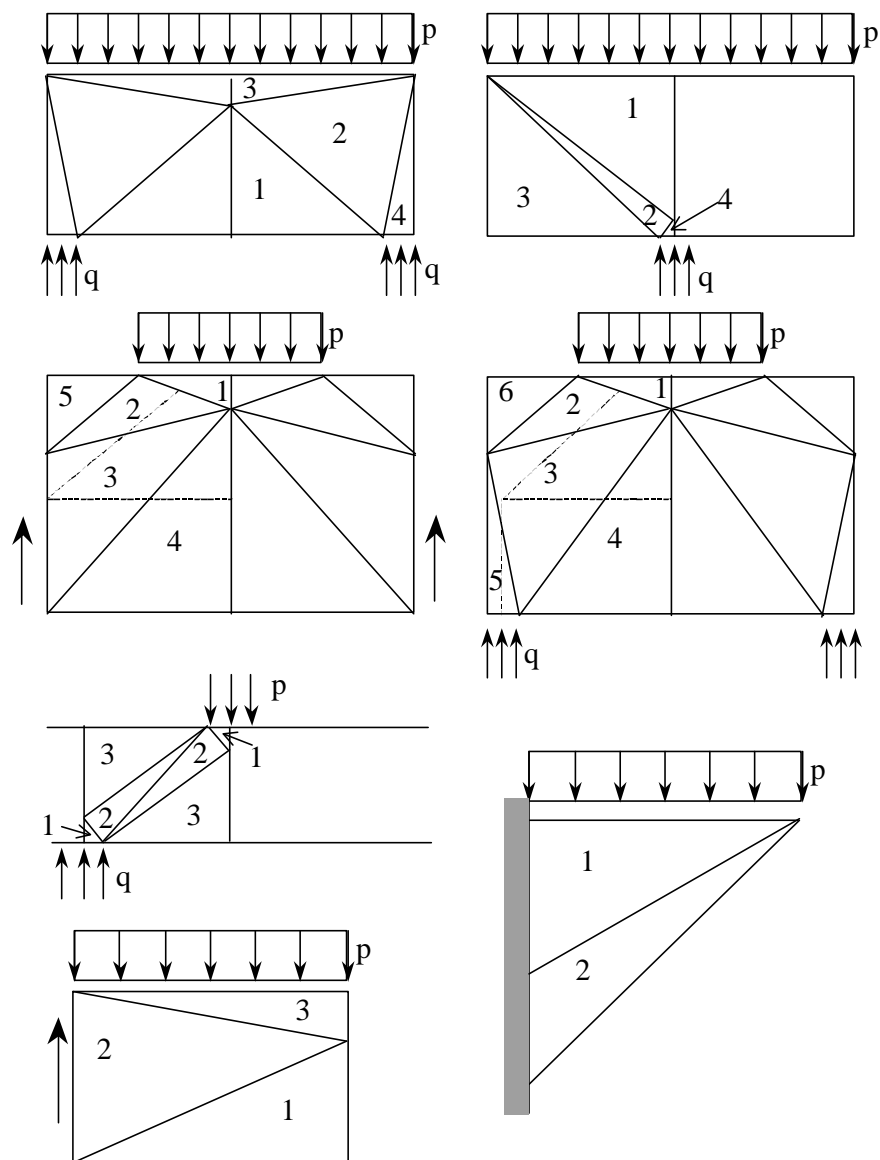
Forskydningsspændingerne fra forskydningskraften og fra det vridende moment adderes. Når samtlige spændinger er bestemt undersøges det vha. flydebetingelserne (1.1)-(1.3) om påvirkningerne kan optages.

5.2.5. Bøjning med forskydning

For tilfældet bøjning med forskydning er i [1] udviklet en lang række løsninger for bjælker med homogen armering. Disse vil kunne overføres direkte til uarmerede bjælker, når flydebetingelsen som en tilnærmelse regnes at være bestemt af (1.1) og (1.3).

Da løsningerne i [1] viser, at bjælkerne altid kan bære bøjningsbrudlasten, behøver man således kun at undersøge bøjningsbæreevnen.

Løsningerne i [1] kan som bekendt ikke benyttes i praksis for armerede bjælker, fordi der kan indtræffe et forskydningsbrud i en skrå revne, se [2] og [4]. For en uarmeret bjælke vil den farligste revne altid være en bøjningsrevne ved maksimalt moment, hvorfor et forskydningsbrud i en skrå revne er udelukket.



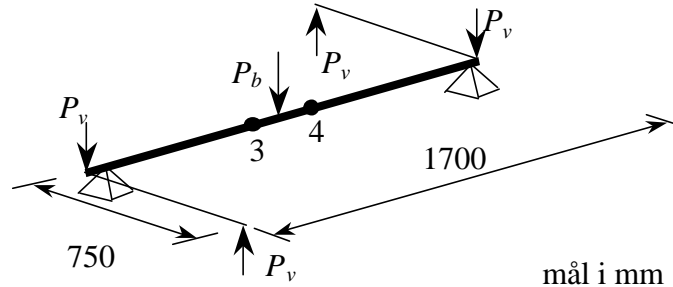
Figur 5.9 Løsninger fra [1] og [2] for bjælker med homogen spændingstilstand

6. Forsøg

6.1. Beskrivelse

Forsøgene med kombineret bøjning og vridning er udført på DTU's bygningsafdeling (BYG) i efteråret 2001 i forbindelse med et eksamensprojekt [5]. Forsøgsopstillingen er skitseret i Figur 6.1. Bjælkerne havde alle et rektangulært tværsnit med bredden $b = 120$ mm og højden $h = 170$ mm og en spændvidde på $L = 1700$ mm. Det bøjende moment blev påført via en enkeltkraft på midten af bjælken, det vridende moment via et kraftpar ved hver understøtning. Understøtningerne var vippelejer, som vippede omkring bjælkeaksen.

I forbindelse med forsøgene er der foretaget målinger af både nedbøjninger og rotationer. Et eksempel på førstnævnte er vist i Figur 6.2. Ydermere er trykstyrken f_c og spaltetrækstyrken f_{sp} målt. Disse størrelser er angivet i Tabel 6.1.

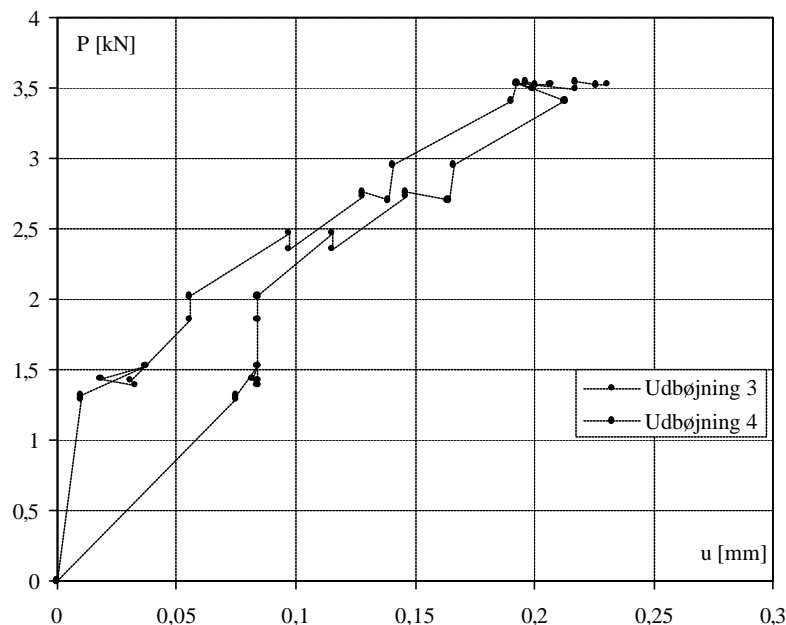


Figur 6.1 Skitse af forsøgsopstillingen

Fiberarmeret	Uarmeret
--------------	----------

	f_c	f_{sp}		f_c	f_{sp}
	[MPa]	[MPa]		[MPa]	[MPa]
Mix 3	18,50	2,66	Mix 1	20,30	2,70
	18,50	2,55		20,30	2,42
	18,50	2,65		20,30	2,12
Mix 4	18,00	2,58	Mix 2	20,10	2,15
	18,00	2,52		20,10	2,26
	18,00	2,65		20,10	2,48
Middel	18,25	2,60	Middel	20,20	2,36

Tabel 6.1 Styrker målt på fiberarmeret og uarmeret beton



Figur 6.2 Last-udbøjnings kurve for bjælke B20.3

Punkt 3 og 4 er vist i skitsen af forsøgsopstillingen.

6.2. Kombineret bøjning og vridning

For uarmerede betonbjælker skulle forsøgsserien have indeholdt seks bjælker, men to af bjælkerne brød uden at målinger blev opsamlet, hvilket betyder, at kun fire punkter for kombineret bøjning og vridning kan beregnes.

Det bøjende moment er

$$M = \frac{1}{4} P_b L \quad (1.22)$$

hvor L er længden af bjælken (1700 mm)

Det vridende moment er

$$T = P_v L_{arm} \quad (1.23)$$

hvor L_{arm} er lig med 750 mm

Bjælke	P_b	P_v	M	T	M/M_p	T/T_p
	[kN]	[kN]	[kNm]	[kNm]	[]	[]
B20.1	0,00	1,21	0,00	0,91	0,00	1,01
B20.2	3,90	0,00	1,66	0,00	1,00	0,00
B20.3	3,53	0,46	1,50	0,35	0,90	0,39
B20.4	2,57	0,96	1,09	0,72	0,66	0,80

Tabel 6.2 Data fra forsøg med uarmerede betonbjælker taget fra [5]

For fiberarmerede bjælker blev værdier bestemt for seks bjælker, som det fremgår af Tabel 6.3.

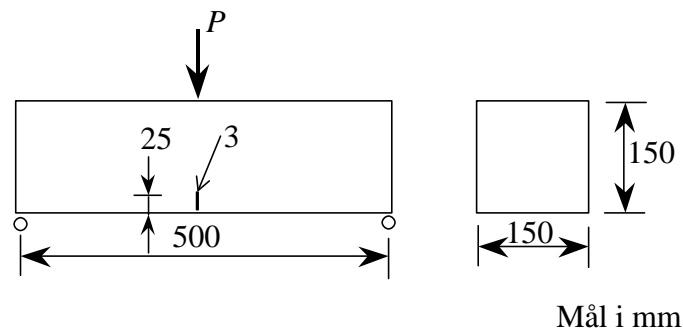
Bjælke	P_b	P_v	M	T	M/M_p	T/T_p
	[kN]	[kN]	[kNm]	[kNm]	[]	[]
B20.1F	5,91	0,00	2,51	0,00	1,20	0,00
B20.2F	0,00	1,44	0,00	1,08	0,00	0,96
B20.3F	5,16	0,36	2,19	0,27	1,05	0,24
B20.4F	4,17	0,56	1,77	0,42	0,85	0,38
B20.5F	3,83	0,70	1,63	0,52	0,78	0,46
B20.6F	2,83	1,05	1,20	0,79	0,58	0,70

Tabel 6.3 Data fra forsøg med fiberarmerede betonbjælker taget fra [5]

6.3. Ren bøjning

I [6] er der samlet en række forsøg til klarlæggelse af tilfældet ren bøjning. Resultaterne er gengivet i Tabel 6.4. Bjælkerne havde de geometriske mål angivet i Figur 6.3. Som det ses var prøvelegemerne forsynet med en kærve for at gøre det muligt at måle CMOD¹ under forsøget.

¹ CMOD: Crack Mouth Opening Displacement



Figur 6.3 Geometrisk udformning af bjælker fra [6]

Ref Nr	Fibre [kg/m ³] l	r [kg/m ³]	Fibre [%]	f_c [MPa]	f_t [MPa] l	P_u [kN]	Antal Forsøg	s^2	M_{exp} [kNm/m]	n_t	n_t	M_p [kNm/m]	M_{exp} M_p
Fiber armerede bjælker													
C25/30	25 ²	2400	1,04	39,50	1,99	14,10	30,00	0,17	1,76	-	0,67	1,56	1,13
C25/30	50 ¹	2370	2,11	34,08	1,85	13,60	40,00	0,28	1,70	-	0,75	1,62	1,05
C25/30	75 ²	2407	3,12	36,00	1,90	17,60	30,00	0,28	2,20	-	1,00	2,22	0,99
C70/85	25 ³	2401	1,04	71,68	2,68	22,70	30,00	0,16	2,84	-	0,85	2,67	1,06
Uarmerede Bjælker													
C25/30	0	2367	0,00	35,30	1,88	12,06	40,00	0,08	1,51	0,67	-	1,48	1,02
C70/85	0	2395	0,00	73,44	2,71	22,90	30,00	0,10	2,86	0,85	-	2,70	1,06

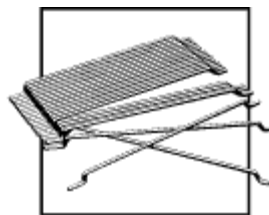
¹ Dramix 80/60 BN, normalstyrke fibre, diameter på 0,8 mm, længde 60 mm

² Dramix 65/60 BN, normalstyrke fibre, diameter på 0,65 mm, længde 60 mm

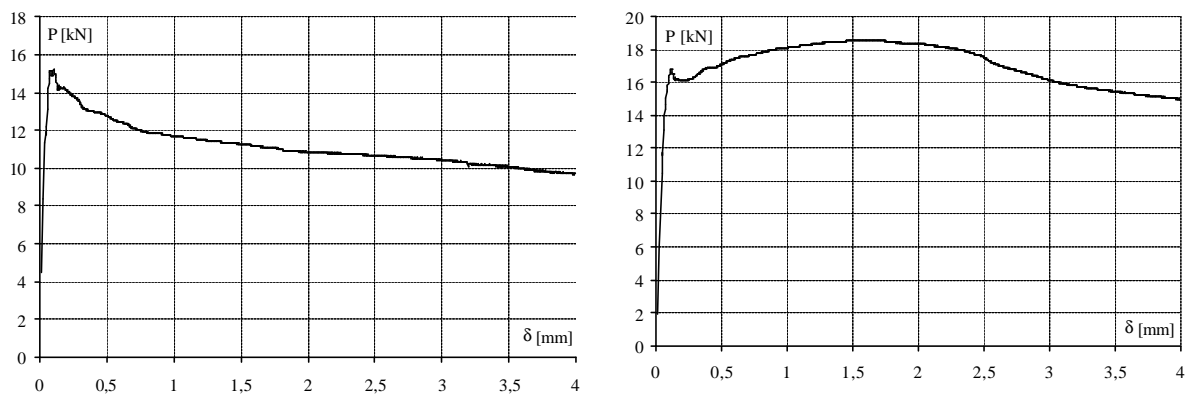
³ Dramix 80/60 BP, højstyrke fibre, diameter på 0,8 mm, længde 60 mm

Tabel 6.4 Resultater taget fra [6]

Fibrene som blev anvendt til forsøgene var alle af fabrikatet Dramix og havde et udseende som vist i Figur 6.4. Styrken af fibrene varierede fra 1100 MPa til 1380 MPa.

Figur 6.4 Dramix fibre (<http://www.dramix.dk/>)

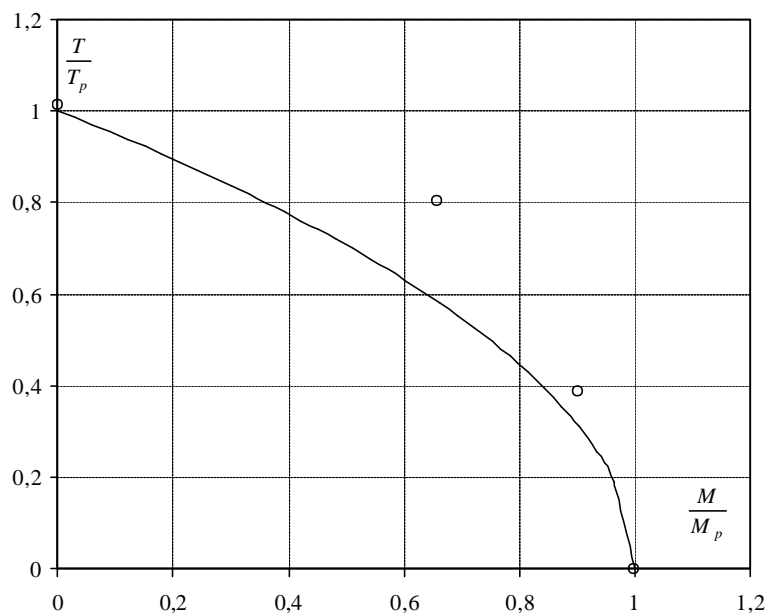
Last-udbøjningskurver målt i forbindelse med de pågældende forsøgsserier og to kurver for C25/30 beton med forskelligt fiberindhold er gengivet i Figur 6.5.



Figur 6.5 Last-udbøjningskurver for to bjælker. Til venstre en bjælke med fiberindhold på 1.04% og til højre en bjælke med et fiberindhold på 3.12 %

7. Sammenligning mellem teori og forsøg

De eksperimentelle resultater for uarmerede bjælker påvirket til bøjning og vridning er vist i Figur 7.1, og for fiberarmerede bjælker i Figur 7.2.

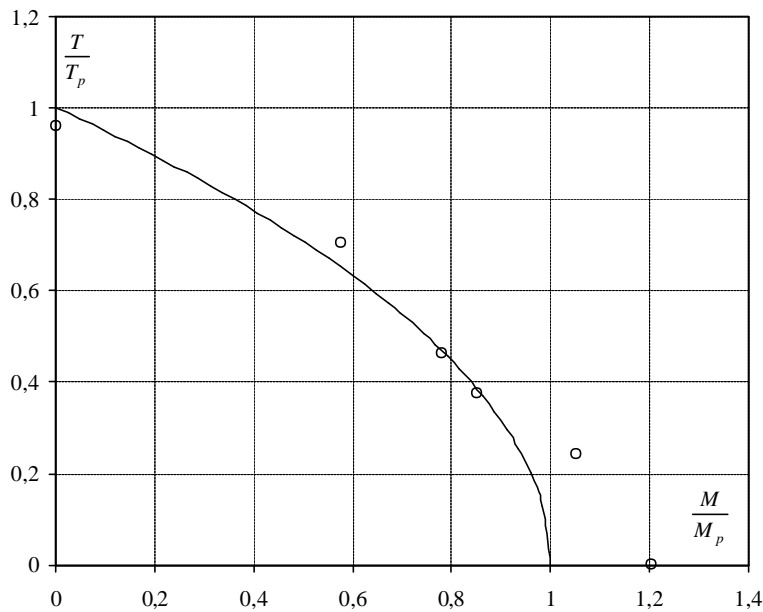


Figur 7.1 Interaktionsudtryk for kombineret bøjning og vridning i uarmerede bjælker sammenlignet med forsøg fra [5]

Af Figur 7.1 fremgår det at der er god overensstemmelse mellem forsøg og teori. Trækstyrken er beregnet vha. formlen.

$$f_i = \sqrt{0,1f_c} \quad (f_c \text{ i MPa}) \quad (1.24)$$

Effektivitetsfaktoren n_t for uarmeret beton er herved fundet til 0,67.

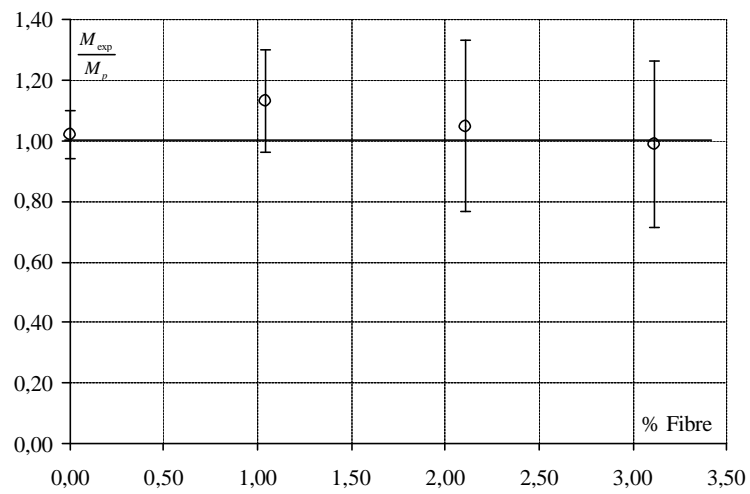


Figur 7.2 Interaktionsudtryk for kombineret bøjning og vridning i fiberarmerede bjælker sammenlignet med forsøg fra [5]

Af Figur 7.2 fremgår at teori og forsøg stemmer udmærket overens for fiberarmerede bjælker, dog er der en afvigelse for ren bøjning. Resultaterne er fundet ved at sætte $n_t = 0,89$.

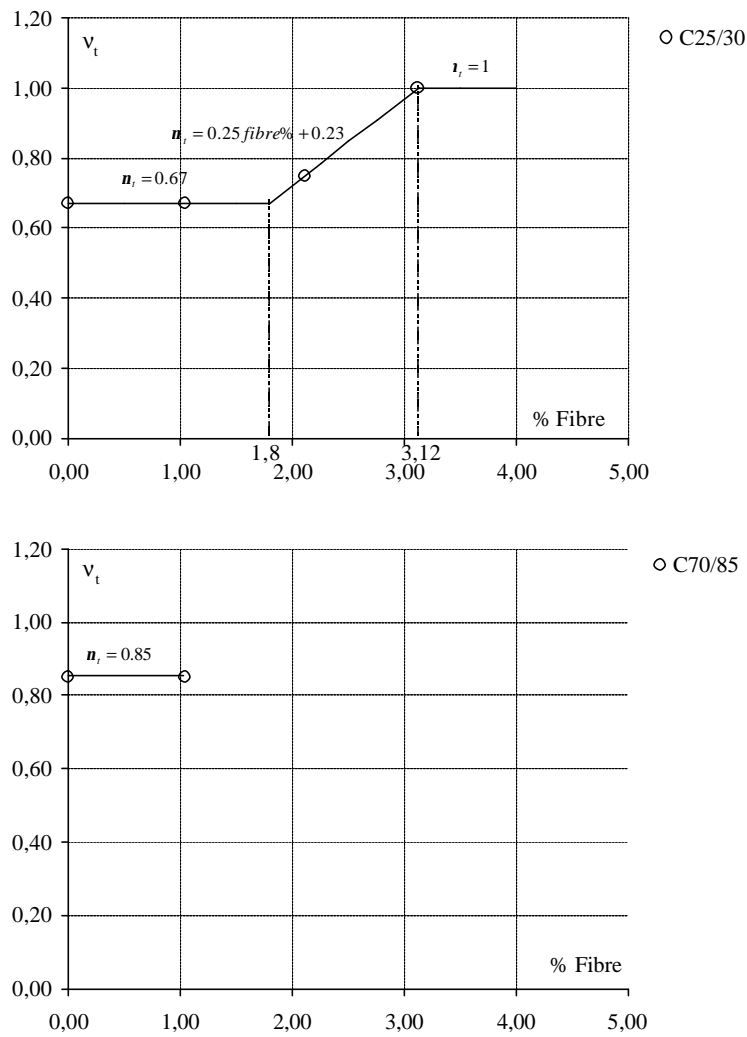
For tilfældet ren bøjning finder man for $n_t = 1$ et forhold $M/M_p = 1,07$. Dette kunne tyde på at effektivitetsfaktoren for ren bøjning af fiberarmerede bjælker er forskellig fra effektivitetsfaktoren for kombinerede påvirkninger.

Tilfældet ren bøjning er behandlet yderligere ud fra forsøgene i [6]. Der er fundet god overensstemmelse mellem beregnede og eksperimentelle værdier. Resultaterne er gengivet i Figur 7.3.



Figur 7.3 Resultater for ren bøjning med C25/30 beton

Resultaterne i Figur 7.3 er bestemt ved benyttelse af en effektivitetsfaktor, der varierer med fiberindholdet. Variationen er illustreret i Figur 7.4.



Figur 7.4 Variationen af n_t med fiberindholdet

Figur 7.4 viser at for små fiberindhold er der ikke forskel på bæreevnen af uarmeret og fiberarmeret beton. Det er først ved et fiberindhold større end ca. 2% at fibre får en indflydelse på bæreevnen.

8. Konklusion

Nærværende rapport behandler kombinerede påvirkninger af uarmerede og fiberarmerede betonbjælker.

For kombineret bøjning og vridning er en flydebetingelse bestemt vha. plasticitetsteorien. Dette tilfælde er eftervist eksperimentelt med fire forsøg på uarmeret beton og seks forsøg på fiberarmeret beton. Sammenligninger har vist at hvis effektivitetsfaktoren, n_t sættes til henholdsvis 0,67 og 0,89 er overensstemmelsen mellem teori og eksperimenter god.

For vilkårlige påvirkninger er opstillet en nedreværdiløsning. For bøjning med forskydning henvises til nedreværdiløsninger for homogent armerede skiver.

Behandling af tilfældet ren bøjning af fiberarmerede bjælker har vist, at effektivitetsfaktoren n_t kan sættes til 0,67 for et fiberindhold mindre end 2 %. For et fiberindhold større end 3 % er effektivitetsfaktoren lig med 1, imellem 2 og 3% fortages lineær interpolation. Disse forhold illustreres af arbejdskurverne for de forskellige fiberindhold. For et højt fiberindhold er arbejdskurven næsten ideal-plastisk, hvorimod der for lavere fiberindhold må ske en korrektion pga. den ikke ideal-plastiske arbejdskurve.

9. Litteratur

- [1] NIELSEN, M. P.: Om jernbetonskivers styrke, *Polyteknisk forlag, 1969.*
- [2] NIELSEN, M. P.: *Limit Analysis and Concrete Plasticity, Second Edition, CRC Press, 1998*
- [3] NIELSEN, M. P., HANSEN, L. P. and RATHKJEN, A.: Mekanik 2.2 del 2. Rumlige spændings og deformationstilstande, *Danmarks Tekniske Universitet, Institut for Bærende Konstruktioner og Materialer, København/Aalborg, 2001.*
- [4] ZHANG, JIN-PING: Strength of cracked concrete Part 1, *DTU, ABK, Serie R, No. 311, 1994.*
- [5] LEZAJA, S.: Uarmerede/fiberarmerede betonbjælkers bæreevne- kombinerede påvirkninger med bøjning og vridning. *Eksamensprojekt, BYG□DTU , 2002.*
- [6] STANG, H. Personlig samtale og udlevering af materiale.