

## Unes pinzellades d'Història\*

Ferran Cedó i Giné

Al llarg de la història, hi ha hagut personatges famosos que han contribuït notablement a l'evolució de la matemàtica. Aquí, presentem una ressenya biogràfica d'alguns d'ells. Això no vol dir que aquests siguin els més importants. La història de la matemàtica és llarga i complexa, i és difícil decidir quins han estat els que han incidit més en el seu desenvolupament.

### Tales de Milet (aproximadament del 624 al 548 a.C.)

Matemàtic, físic, filòsof i astrònom grec, un dels Set Savis de Grècia. Se'l considera el pare de les matemàtiques demostratives, el primer a demostrar resultats geomètrics. És famós, per exemple, el teorema de Tales. Altres resultats que la tradició manté que va demostrar són els següents:

- La suma dels angles d'un triangle equival a dos rectes.
- Un angle inscrit en un semicercle és un angle recte.

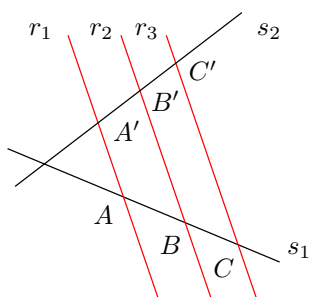


\*Aparegut prèviament com a Capítol 5.1 del llibre *Fes Matemàtiques*, Dept. de Matemàtiques, Univ. Autònoma de Barcelona, 2000.

<sup>1</sup>NOTA: Les fotografies han estat obtingudes de l'adreça d'Internet:

<http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/PictDisplay>

de la School of Mathematics and Statistics de la Universitat de St. Andrews a St. Andrews, Escòcia.



**Teorema de Tales.** Donades tres rectes paral·leles  $r_1, r_2, r_3$  i dues rectes concurrents  $s_1, s_2$  que tallen a les rectes  $r_1, r_2, r_3$  en els punts  $A, B, C$  i  $A', B', C'$  respectivament, es té que

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{B'C'}}{\overline{BC}}$$

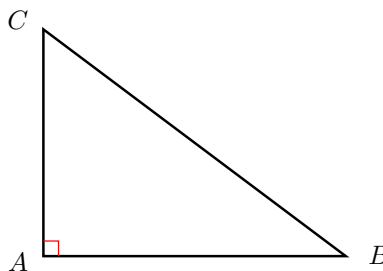
## Pitàgores de Samos (aproximadament del 580 al 500 a.C.)



Matemàtic i filòsof grec. Després de viatjar a Egipte i Babilònia, i possiblement a l'Índia, es va establir a Crotona (al sud-est d'Itàlia), a la Magna Grècia. Allí va fundar una societat secreta, coneguda per nosaltres com escola pitagòrica. El lema d'aquesta escola era "Tot és nombre". El famós teorema de Pitàgores era conegut, abans que ell visqués, pels babilonis. És possible que Pitàgores fos el primer a demostrar-lo, encara que no n'hi ha proves documentals.

**Teorema de Pitàgores.** Si  $ABC$  és un triangle rectangle en  $A$ , llavors

$$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$$



## Euclides d'Alexandria (s. III a.C.)

Matemàtic grec autor dels *Elements*, obra que recull la geometria clàssica grega exposada de forma deductiva. Se sap poc de la seva vida, no es coneix ni on va néixer. Va ser professor a Alexandria. Els *Elements* és potser el llibre de text de matemàtiques més famós de tota la història. A part de la geometria sintètica, els *Elements* també tracten l'aritmètica. Per exemple, es demostra que hi ha infinits nombres primers.



## Arquimedes de Siracusa (aproximadament del 287 al 212 a.C.)

Savi grec i el matemàtic més important de tota l'antiguitat. Va donar un mètode que permet obtenir una aproximació de  $\pi$  tant bona com es vulgui. Va demostrar la relació que hi ha entre l'àrea d'un cercle i la longitud de la seva circumferència:

$$\text{àrea del cercle} = \frac{\text{radi} \times \text{long. circumferència}}{2}$$



Una de les seves obres, el *Mètode*, que va estar perduda durant segles, es va recuperar a l'any 1906. En aquesta obra, hi ha les primeres idees d'infinitesims. Aquestes idees no van tornar a sorgir fins al segle XVII, amb la invenció del càlcul diferencial.

Es diu que Arquimedes va descobrir el seu famós principi de flotació mentre s'estava banyant i que, un cop descobert, va sortir al carrer nu i cridant "Eureka", que vol dir: "Ho he trobat."

Arquimedes va morir durant la presa de Siracusa per l'exèrcit de Marcel el 212 a.C., tot i que Marcel el volia capturar viu.

## Gerolamo Cardano (Pavia, 1501–Roma, 1576)



Metge, matemàtic i filòsof italià. Al 1545, va publicar l'obra *Ars Magna*, on es dona la solució per a resoldre equacions cúbiques i quàrtiques. El mateix Cardano reconeix que Niccolò Fontana (Tartaglia) li suggerí la forma de resoldre l'equació cúbica, i que el seu secretari, Ludovico Ferrari, va descobrir com resoldre l'equació quàrtica. De fet, però, el primer a descobrir com es resolvia l'equació cúbica de la forma  $x^3 + px = q$  va ser Scipione del Ferro, encara que aquest mai no va fer públic el seu resultat. En aquell temps es feien desafiaments matemàtics. Tartaglia en va guanyar un sobre resolució d'equacions cúbiques, fent així que Cardano es fixés en ell.

## René Descartes (L'Haia, 1596–Estocolm, 1650)



Filòsof i matemàtic francès. Va estudiar en un col·legi de jesuïtes i es va llicenciar en Dret a Poitiers. Més tard, va viatjar per diversos països en campanyes militars. La contribució més important de Descartes a la matemàtica fou la creació de la geometria analítica, que publicà com un apèndix, *La Géométrie*, de la seva famosa obra *Dicours de la méthode pour bien conduire sa raison et chercher la vérité dans les sciences* (1637).

## Pierre de Fermat (Beaumont-de-Lomagne, 1601–Castres, 1665)

Va estudiar dret a Tolosa de Llenguadoc, on va ser després conseller al Parlament. Encara que Fermat no fos matemàtic professional, a partir del 1629, va començar a fer descobriments matemàtics de gran importància. Va fundar la geometria analítica al mateix temps que Descartes. Va ser precursor del càlcul diferencial i integral.

Es pot dir d'ell que és el pare de la teoria de nombres moderna. Fermat va demostrar que no existeixen nombres enters positius  $x, y, z$ , tals que  $x^3 + y^3 = z^3$ . Al marge del seu exemplar de l'*Arithmetica* de Diofant, va escriure que per a  $n > 2$  no hi ha enters positius  $x, y, z$ , tals que  $x^n + y^n = z^n$ , i que havia trobat una demostració veritablement meravellosa d'aquest fet, però que aquell marge era massa estret per a contenir-la. Aquest resultat es coneix com "últim teorema de Fermat" o "gran teorema de Fermat". L'estudi d'aquesta conjectura de Fermat ha fet avançar branques importants de la matemàtica. Finalment, a l'any 1995, Andrew Wiles va fer l'últim pas en la demostració d'aquest gran teorema.



## Sir Isaac Newton (Woolsthorpe, Lincolnshire, 1642–Londres, 1727)

Després d'una infància sense gaire afecte (el seu pare havia mort abans del seu naixement i la seva mare es va tornar a casar quan ell tenia tres anys, deixant-lo amb la seva àvia), va estudiar a Cambridge i entrà a formar part del Trinity College al 1661.

Al final de 1664, sembla que ja coneixia tota la matemàtica de l'època; havia tingut de mestre a Barrow. Aquell any i el següent, el Trinity College va estar tancat a causa de la pesta. Així, Newton, a casa seva, en aquest període de temps, va fer quatre dels seus principals descobriments:

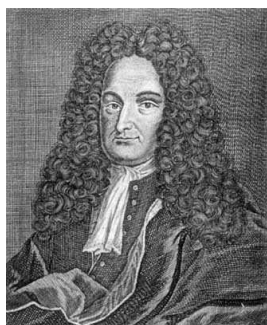


1. El teorema binomial.
2. El càlcul infinitesimal.
3. La llei de gravitació universal.

#### 4. La naturalesa dels colors.

La primera exposició impresa del càlcul de Newton va aparèixer el 1687 al *Philosophiae naturalis principia mathematica*. Leibniz havia descobert el càlcul diferencial cap a l'any 1676 i ho va publicar l'any 1684. Això va fer que s'establís una disputa entre ells per l'autoria de la creació del càlcul. Avui, se sap que Newton i Leibniz crearen el càlcul independentment l'un de l'altre; això sí, Newton ho va fer deu anys abans i Leibniz ho va fer amb una notació més entenedora, que és la que ha perdurat.

### Gottfried Wilhelm Leibniz (Leipzig, 1646–Hanover, 1716)



Va ingressar a la Universitat de Leipzig als quinze anys. Estudià teologia, dret, filosofia i matemàtiques. Als 20 anys, ja estava preparat per a obtenir el doctorat en dret, però, a Leipzig, no li van concedir per massa jove. Això va fer que Leibniz abandonés Leipzig i es doctorés en Dret a la Universitat d'Altdorf, a Nuremberg. Després, va començar la seva carrera diplomàtica, cosa que li permeté viatjar molt.

La contribució més important de Leibniz a la matemàtica fou el càlcul diferencial, creat el 1676 independentment de Newton. Leibniz va ser precursor de la lògica matemàtica i un gran creador de notació. De fet, la notació que s'usa avui de càlcul diferencial és, pràcticament, la de Leibniz.

### Leonhard Euler (Basilea, 1707–Sant Petersburg, 1783)

Va estudiar amb els Bernoulli, una família de matemàtics que havien fugit de Bèlgica a causa de persecucions religioses i s'havien instal·lat a Suïssa. Euler va rebre una formació molt completa, va estudiar matemàtiques, teologia, medicina, astronomia, física i llengües orientals. El 1730, Euler havia anat a Sant Petersburg per ocupar una plaça de medicina a l'Acadèmia i es va



trobar que havia mort l'Emperadriu Caterina I, cosa que va fer perillar la continuïtat de l'Acadèmia. Però l'Acadèmia va sobreviure i Euler va ocupar la càtedra de filosofia natural. El 1733, Daniel Bernoulli, que estava de professor a l'Acadèmia de Sant Petersburg abans que hi arribés Euler, se'n va anar un altre cop a Basilea. Així, Euler es convertí en el matemàtic més important de l'Acadèmia. Tret del període entre 1741 i 1766, que va estar a l'Acadèmia de Berlín per invitació de Frederic el Gran de Prússia, Euler va estar a Sant Petersburg la resta de la seva vida. Allí, es va casar i va tenir 13 fills, als quals no va faltar la seva dedicació, tot i que ha estat el matemàtic que ha publicat més de tota la història. El 1735, va perdre la vista de l'ull dret i, el 1766, va començar a perdre la visió de l'ull esquerre fins a quedar-se cec.

Euler ha estat el matemàtic més important del segle XVIII. Va escriure un total de 886 treballs, cosa que suposa una mitjana de 800 pàgines anuals escrites al llarg de la seva vida. No va deixar de fer matemàtiques ni quan es va quedar cec. Euler va fer avançar pràcticament totes les branques de la matemàtica del seu temps: anàlisi, sèries, equacions diferencials, geometria, probabilitat, teoria de nombres, etc.

El 1783, va morir mentre prenia el te i jugava amb un nét seu.



## Carl Friedrich Gauss (Brunswick, 1777–Göttingen, 1855)

Conegut com el Príncep de les Matemàtiques, va ser un nen prodigi. Un dia, el mestre de l'escola on estudiava, per tal de mantenir els seus alumnes ocupats, els va manar que sumessin tots els nombres de l'1 al 100. Gauss, que tenia llavors 10 anys, quasi immediatament, va posar el resultat correcte sobre la taula del mestre. Havia fet mentalment el càlcul



$$\begin{array}{r}
 1+ \quad 2+ \quad 3+ \quad \dots \quad +50 \\
 +100+ \quad 99+ \quad 98+ \quad \dots \quad +51 \\
 \hline
 =101+ \quad 101+ \quad 101+ \quad \dots \quad 101
 \end{array}$$

que és  $101 \times 50 = 5050$ .

Gauss era de família humil, i no hauria pogut estudiar si no hagués rebut l'ajuda del duc de Brunswick. Gràcies a ell, Gauss va estudiar a la Universitat de Göttingen. El 30 de març de 1796, va fer el seu primer descobriment important: va demostrar que es podia construir amb regle i compàs el polígon regular de 17 costats. Des del temps d'Euclides, feia uns dos mil anys, que no es coneixia cap més polígon regular amb un nombre primer de costats, que es pogués construir amb regle i compàs, que no fos un triangle o un pentàgon. Aquell mateix dia, Gauss va començar a escriure un diari, on va anant apuntant, durant els divuit anys següents, alguns dels seus descobriments més grans.

Gauss no publicava gaire, el seu segell portava escrit el lema: “*pauca sed matura*” (poc però madur). Alguns dels seus descobriments no es van fer públics fins després de la seva mort. Al 1799, va publicar la seva tesi doctoral, on demostrava el teorema fonamental de l'àlgebra. Al 1801, va publicar un treball de teoria de nombres en llatí, les *Disquisitiones arithmeticae*. Al 1827, va publicar *Disquisitiones circa superficies curvas*, iniciant així una nova branca de la geometria: la geometria diferencial. Si Gauss hagués publicat tots els seus descobriments immediatament, potser no hauria fet falta que altres matemàtics els redescobrissin. Per exemple: la geometria no euclidiana, inventada independentment per Lobatxevski i Bolyai, va ser un dels treballs no publicats de Gauss.

## Baró Augustin Louis Cauchy (París, 1789–Sceaux, 1857)



Estudià a l'Escola d'Enginyers Militars. Fou professor de la Sorbona, del Col·legi de França i de l'Escola Politècnica. El 1830, amb l'exili de Carles X, se'n va a Itàlia, on serà professor de la Universitat de Torí. El 1838, tornà a París. Després d'Euler, és el matemàtic que ha publicat més treballs de matemàtiques de tota la història. Contribuí a l'establiment del rigor a la matemàtica. Va fer aportacions importants a pràcticament tots els camps de la matemàtica, però cal destacar la creació de la teoria de les funcions de variable complexa.



El 1816, va ser nomenat membre de l'Acadèmia de Ciències. Aquest càrrec li va permetre perdre, el 1826, un important treball que Abel li havia entregat, quan buscava feina de professor a París. Dos anys més tard, va perdre un altre treball que li havia entregat Galois. Potser aquests dos joves matemàtics de vida intensa i curta, i obra important, no escrivien amb prou rigor com perquè Cauchy es dignés a llegir els seus treballs, o potser Cauchy va entendre que li podien fer ombra.

## Évariste Galois (Bourg-la-Reine, 1811–París, 1832)

Als 12 anys es va interessar per la *Géométrie* de Legendre. Més tard, va estudiar algunes obres de Lagrange i Abel. Els seus professors el consideraven una mica estrany. Als 16 anys, Galois, conscient que era un geni per a les matemàtiques, va presentar una sol·licitud per a entrar a l'Escola Politècnica, però va ser rebutjat per manca de preparació sistemàtica. Als 17 anys, va entregar a Cauchy un escrit amb alguns dels seus descobriments fonamentals per presentar-ho a l'Acadèmia. Cauchy va perdre aquest escrit. Galois va tornar a intentar entrar a l'Escola Politècnica i va tornar a fracassar.



Finalment va entrar a l'Escola Normal per preparar-se per a l'ensenyament. Continuà les seves investigacions matemàtiques i, el 1830, va presentar una memòria per a optar al premi de l'Acadèmia. Fourier es va endur aquesta memòria a casa per llegir-la. Poc després, Fourier es va morir i el treball de Galois es va perdre. Per tercera vegada, Galois presentà un altre treball a l'Acadèmia. Aquest cop, Poisson va retornar el treball a Galois amb l'observació de que era incompreensible. Aquest treball contenia resultats importants del que avui es coneix com teoria de Galois.

Galois va tenir problemes també per les seves idees republicanes. El 1831, va ser empresonat durant sis mesos. El 1832, per qüestions d'honor, es va batre en duel. La nit abans del duel, Galois va redactar, en una carta als seus amics algunes notes sobre els seus descobriments, expressant l'esperança que Jacobi o Gauss se'n poguessin assabentar. Durant el duel, va quedar a

terra ferit de mort. Un pagès el va trobar i el va portar a un hospital, on morí l'endemà. L'obra de Galois va caure en mans de Liouville, qui, el 1846, després de completar alguns detalls de les demostracions de Galois, la va publicar.

## Bernhard Riemann (Breselenz, Hannover, 1826–Selasca, Itàlia, 1866)



Va néixer en una família modesta, però tingué una bona educació. Estudià a la Universitat de Berlín, on tingué de professors a Jacobi i Steiner. Després fou alumne de Dirichlet a la Universitat de Göttingen, on féu la tesi doctoral sobre funcions de variable complexa el 1851. Gauss li proposà un treball sobre els fonaments de la geometria per la seva habilitació. Així, el 1854, per entrar de professor a Göttingen, presentà la tesi d'habilitació *Über die Hypothesen welche der Geometrie zu Grunde liegen* (és a dir, *Sobre les hipòtesis en què es basen els fonaments de la geometria*). Amb aquest treball, es creà una nova branca de la matemàtica, la geometria riemanniana, i s'integraven, definitivament, les geometries no euclidianes a la matemàtica. Riemann també féu grans aportacions a l'anàlisi (integral de Riemann) i a la teoria de nombres, i fou precursor de la topologia. El 1859, ocupà la càtedra que havia deixat Dirichlet a Göttingen. Morí de tuberculosi als 39 anys.

### Ave Riemann

*Mestre Príncep tu tingueres,  
Riemann de família humil.  
Per a tu són les esferes,  
de geometria subtil.  
Integrals i superfícies,  
ara, porten el teu nom,  
i així, la fama acaricies,  
ensenyant, per tot el món,  
la bellesa d'una ciència  
que il·lumina l'experiència.*

## Georg Ferdinand Ludwig Philip Cantor (Sant Petersburg, 1845–Halle, 1918)

Estudià a les Universitats de Zurich, Göttingen i Berlín, filosofia, física i matemàtiques. A Berlín, fou alumne de Weierstrass i de Kronecker. Defensà la seva tesi doctoral sobre teoria de nombres, a Berlín, l'any 1867. Després, fou professor a la Universitat de Halle, on estaria la resta de la seva vida, encara que li hauria agradat ser professor a una universitat més important.



S'interessà profundament per l'aritmètzació de l'anàlisi, seguint al seu mestre Weierstrass. Això el portà a crear la teoria de conjunts. Tenia correspondència amb Dedekind i compartia amb ell aquestes idees revolucionàries. El 1874, demostrà que el conjunt dels nombres reals és no numerable. Aquesta nova teoria tenia detractors importants. Kronecker era un d'ells; s'oposava radicalment a les idees de Cantor sobre l'infinit i intentava destruir les seves teories. Al 1883, Cantor escriví una defensa enèrgica de les seves teories. Potser a causa de l'estrès i les crítiques sobre el seu treball, l'any 1884, patí una crisi nerviosa depressiva i el van haver d'internar al sanatori mental de Halle. La resta de la seva vida, sortiria i entraria al sanatori diverses vegades, però, tot i així, continuà les seves investigacions, produint importants resultats. Per exemple, l'any 1891, demostrà que el cardinal d'un conjunt  $A$  és més petit que el cardinal del conjunt de les seves parts  $P(A)$ . El 1918, morí mentre estava internat al sanatori mental.

Hilbert es referia al seu treball sobre teoria de conjunts com “el més sorprenent producte del pensament matemàtic i una de les realitzacions més belles de l'activitat humana en el domini de la intel·ligència pura.” També deia: “Ningú no ens expulsarà del paradís que Cantor ha creat per a nosaltres.”

## Henri Poincaré (Nancy 1854-París 1912)

Es va graduar a l'Escola Politècnica el 1875. El 1879, es va graduar en enginyeria de mines i es va doctorar en ciències a la Universitat de París, on va ocupar diverses places de professor de matemàtiques i física fins a la seva

mort.



Poincaré va ser un matemàtic universal, i potser el que ha publicat més després d'Euler i Cauchy. Els seus treballs més importants van ser de mecànica celeste i el primer desenvolupament sistemàtic de la topologia. Alguns el consideren el pare de la topologia. Junt amb Hilbert, és el matemàtic més important de la transició entre els segles *XIX* i *XX*.

## David Hilbert (Königsberg, 1862–Göttingen, 1943)



Estudià a la Universitat de Königsberg, on es doctorà l'any 1884. Del 1886 al 1895, fou professor d'aquesta universitat. Del 1895 al 1929, fou professor a la Universitat de Göttingen. Féu grans aportacions a moltes branques de la matemàtica: teoria de nombres, lògica matemàtica, equacions diferencials, equacions integrals, etc. També obtingué resultats matemàtics que s'aplicaren a la física.

Es preocupà molt per la fonamentació de les matemàtiques. El 1899, donà un sistema axiomàtic rigorós de la geometria euclidiana. El 1900, quan era considerat un dels matemàtics més importants del moment, presentà, al Congrés Internacional de Matemàtiques de París, una llista amb 23 problemes, que han estat molt importants en el desenvolupament de la matemàtica del segle *XX*. Alguns d'aquests problemes formaven part d'un pla per a la fonamentació de les matemàtiques.

## Emmy Noether (Erlangen, 1882–Bryn Mawr, Pennsilvània, 1935)

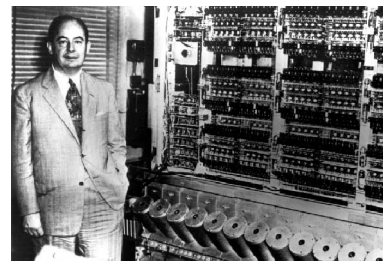
Filla de matemàtic, al 1907, es convertí en la primera dona a obtenir el grau de doctor en una universitat alemanya. Va treballar amb Klein i Hilbert sobre la teoria de la relativitat general a Göttingen. El 1922, va obtenir una plaça de professora de universitat, malgrat l'oposició que hi havia d'atorgar una càtedra a una dona. Albert Einstein comentava d'ella: “Descobrí mètodes de gran importància en el camp de l'àlgebra del qual s'han ocupat quasi tots els matemàtics més excel·lents.”



Amb la creació del Partit Nacional Socialista, va haver d'abandonar Alemanya al 1933. Se'n va anar als Estats Units i, allí, va ser professora a la Universitat de Bryn Mawr a Filadèlfia. D'allí, viatjava sovint a la Universitat de Princeton, on feia conferències a l'Institut d'Estudis Avançats.

## John von Neumann (Budapest, 1903–Washington, 1957)

Molt aviat, demostrà la seva capacitat per a les matemàtiques. Als 10 anys, estudiava sota la direcció dels millors matemàtics hongaresos. Als 21 anys, va obtenir el grau d'enginyer químic a Zuric i el de doctor en Matemàtiques a la Universitat de Budapest. Va passar un quant temps a la Universitat de Berlín. El 1930, va acceptar ser professor visitant a la Universitat de Princeton. Ell i Albert Einstein van ser dels primers professors a temps complet de l'Institut d'Estudis Avançats de la Universitat de Princeton.

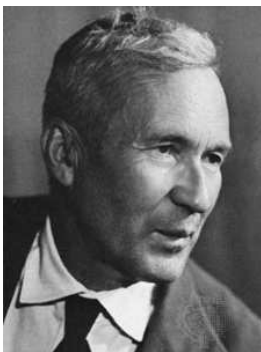


Durant la Segona Guerra Mundial, va participar en la construcció de la bomba atòmica a Los Álamos. Entre 1944 i 1946, va col·laborar en l'elaboració d'un informe per a l'exèrcit sobre computadores, i, el 1949, va començar

a funcionar el primer computador programable. El 1954, el president Eisenhower el va designar membre de la Comissió d'Energia Atòmica. Les aportacions de von Neumann tant en matemàtica aplicada com en matemàtica pura són notables. Se'l considera el pare de la teoria de jocs moderna. Es va interessar també per la mecànica quàntica.

Va morir d'un càncer als 53 anys.

## Andrei Nikolaievitx Kolmogorov (Tambov, 1903–Moscou, 1987)



Va estudiar a la Universitat de Moscou. El 1931, entrà de professor a la Universitat de Moscou. Aquest mateix any, va fer progressos importants en la teoria dels processos de Markov. El 1933, axiomatitzà la teoria de la probabilitat, relacionant-la amb la teoria de la mesura, resolent, així, part d'un dels problemes de Hilbert. Al llarg de la seva vida, va treballar en diverses branques de la matemàtica. Així, a més dels seus resultats en teoria de la probabilitat, féu aportacions importants a l'estudi de l'estabilitat de les òrbites planetàries, a la teoria de conjunts, a la topologia, a les funcions de variable real i a les sèries trigonomètriques. Últimament, treballà en lògica matemàtica i en teoria de la informació.

El 1939, el van nomenar membre de l'Acadèmia Soviètica de Ciències.

## Kurt Gödel (Brno, 1906–Princeton, 1978)

Estudià a la Universitat de Viena, on va ser professor a partir del 1930. Al 1931, resolgué el segon problema de Hilbert, provant que és impossible demostrar la consistència del sistema formal de l'aritmètica dins del mateix sistema formal. Aquest mateix any, demostrà que el sistema formal de l'aritmètica no és complet, és a dir, que hi ha proposicions, dins del sistema, que no es poden provar i tampoc es poden demostrar les seves negacions dins del mateix sistema. Aquests resultats tiraren per terra el pla de Hilbert per a la fonamentació de les matemàtiques.



A partir de 1938, s'establí als Estats Units i fou membre de l'Institut d'Estudis Avançats de Princeton. Al 1940, demostrà la consistència de la hipòtesi del continu i de l'axioma de l'elecció amb els axiomes de teoria de conjunts de Zermelo-Fraenkel; és a dir, si suposem que els axiomes de la teoria de conjunts de Zermelo-Fraenkel no porten a una contradicció, llavors, afegint la hipòtesi del continu i l'axioma de l'elecció, obtenim un sistema d'axiomes que no porten a una contradicció. Això resolva part del primer problema de Hilbert. El 1963, Paul J. Cohen demostrà la independència de l'axioma de l'elecció i de la hipòtesi del continu dels axiomes de la teoria de conjunts de Zermelo-Fraenkel; és a dir, si suposem que els axiomes de Zermelo-Fraenkel no porten a una contradicció i afegim la negació de l'axioma de l'elecció o la negació de la hipòtesi del continu com a nou axioma del sistema, llavors aquest nou sistema d'axiomes no porta a una contradicció. Això acaba la resolució del primer problema de Hilbert, que, de fet, era el recull de dos problemes que van portar de corcoll a Cantor durant part de la seva vida.



Els resultats de Gödel són de gran transcendència per a les matemàtiques. Les matemàtiques actuals es basen en la teoria de conjunts de Zermelo-Fraenkel. I Gödel ens diu que en el sistema formal de la teoria de conjunts de Zermelo-Fraenkel, encara que hi afegim l'axioma de l'elecció o altres axiomes independents, és impossible demostrar la seva pròpia consistència.



Ferran Cedó i Giné  
Dept. de Matemàtiques  
Universitat Autònoma de Barcelona.  
[cedo@mat.uab.cat](mailto:cedo@mat.uab.cat)

*Publicat el 18 de setembre de 2006*