

VALIDACIÓN DE MODELO EXPERIMENTAL EN LA DESCARGA DE UN TANQUE QUE CONTIENE AGUA

MÉNDEZ CHÁVEZ, L.; GALICIA PINEDA, M. L. y GUTIÉRREZ LARA, M. R.

Facultad de Química (UNAM), Circuito Interior s/n, Edificio A, Ciudad Universitaria, 04510 México DF (México).

Palabras clave: Modelo de descarga; Mecánica de fluidos; Diferencial e infinitesimal; Teoría y experimentación.

OBJETIVOS

Se pretende aquí que los alumnos logren los siguientes objetivos: 1) promover el aprendizaje significativo mediante la comprobación de un modelo experimental, 2) facilitar la recuperación de conocimientos previos al aplicarlos en una nueva situación, 3) reforzar la interpretación de datos experimentales mediante su organización y análisis.

MARCO TEORICO

Se ha detectado que las prácticas de laboratorio resultan a menudo poco eficaces. Una de las causas es porque se diseñan en forma de recetas y son poco atractivas para el alumno, por lo que los profesores que enseñan la teoría acaban por prescindir de ellas. Es decir, no se establece una sinergia entre conocimiento teórico y conocimiento experimental. Por otro lado, si las actividades experimentales están dentro de un marco de verificación de principios o en el énfasis del empleo de métodos analíticos, de instrumentos y equipos “cuasi industriales”, esto no representará ningún reto para el alumno y se propiciará un aprendizaje pasivo.

¿Es posible ofrecerle al alumno actividades experimentales en las que se propicie un aprendizaje activo?. ¿Podrá el alumno desarrollar modelos explicativos de una realidad como un reto?. ¿Se puede lograr el gusto por aprender?. Las respuestas a estas preguntas se transforman en un verdadero reto para el profesor. Él debe diseñar guiones experimentales que permitan enfrentar al alumno a los hechos, que los observe, que identifique el o los fenómenos presentes y las relaciones causa – efecto. Estos guiones experimentales deben acercar al alumno a la realidad y por su propio pie debe llegar a ella, mediante la solución de un problema (Hernández, 1994). Los guiones experimentales deben propiciar la comprensión de lo que realmente sucede en un fenómeno físico o químico mediante una serie de actividades cognitivas como son el análisis, el razonamiento, la justificación teórica, la verificación, la contrastación; actividades que son el origen de un pensamiento científico experimental. (Giere, 1992). Este tipo de actividades deben estar al alcance de los alumnos y de todos aquellos que quieren saber cómo funcionan los procesos físicos y químicos y cómo intervenir en ellos. Estas actividades conforman una construcción de significados (Izquierdo, 1999) y no solo la acumulación de conocimientos.

En la construcción del conocimiento, los modelos representan un papel importante en las respuestas a los diferentes problemas planteados y algunos son tan complejos que es imposible estudiarlos directamente.

En la enseñanza de la ciencia ocurre frecuentemente que el modelo resulta incompleto respecto a lo que se pretende estudiar, esto hace que sea necesario emplear otros modelos para una misma situación en sus distintos aspectos. Por otra parte, la aceptación, el rechazo o la modificación del modelo requieren de un cuidadoso diseño de pruebas, una ejecución rigurosa y una atenta recopilación de resultados, que han de ser interpretados y valorados, a fin de obtener una respuesta específica para el problema. Los modelos son una poderosa herramienta epistemológica importante en la enseñanza y el aprendizaje de las ciencias, sirven como un medio para explorar, describir y explicar científicamente ideas y conceptos abstractos.

También ayudan a que un conocimiento sea tangible e interesante para los alumnos e imprimen un carácter motivacional para el aprendizaje de las ciencias.

El diseño de las actividades experimentales también debe guiar al alumno a generar su información, estimulando sus habilidades de atención y percepción en la memoria de trabajo, identificando y activando los conocimientos previos para así organizar las ideas y conceptos centrales. Esto es con el fin de facilitar el procesamiento, la auto-generación de conceptos y la recuperación de información en la memoria de largo plazo (Talanquer, 2004), para que de ahí se transfiera a otras situaciones que promuevan el desarrollo de la metacognición. Finalmente ésta es la que regula y monitorea los procesos cognitivos como la conceptualización, el razonamiento y la solución de problemas.

Por otro lado, la organización y secuenciación de actividades puede hacer que los conocimientos previos sean potencialmente útiles para promover el aprendizaje significativo (Sanmartí, 2002). En la enseñanza de las ciencias, ¿Qué es primero, la teoría o la práctica?. Si el punto es la deducción de un modelo teórico, esto requiere de ciertos conocimientos previos para llegar a establecerlo correctamente, si posteriormente se le solicita que contraste el modelo teórico deducido con el modelo obtenido experimentalmente, esto promoverá una interiorización de lo hablado y lo hecho, de lo teórico y lo práctico, y es la validación un elemento importante de razonamiento, de transferencia y enlace de conceptos. Aunque para los profesores es evidente esta relación teórica práctica. ¿Qué tan evidente es para los alumnos? (Sanmartí, 2002).

El plantear actividades para que el alumno comprenda, aplique, analice, evalúe, critique, argumente, reflexione al realizar un experimento, representa un gran reto para el profesor. Además, lo es también lograr que el alumno pueda tener respuesta a las siguientes preguntas:

- ¿Qué importancia tiene el fenómeno que voy a aprender?
- ¿Qué razones válidas tengo para intentar aprenderlo?
- ¿De qué me sirve o me servirá hacerlo?

Estas preguntas deben tomarse muy en cuenta en el diseño del guión experimental.

DESARROLLO DEL TEMA

Las actividades secuenciadas, que aquí se presentan plantean el siguiente problema: Establecer el modelo matemático que describe la velocidad de descarga en un tanque; primero experimentalmente y después teóricamente.

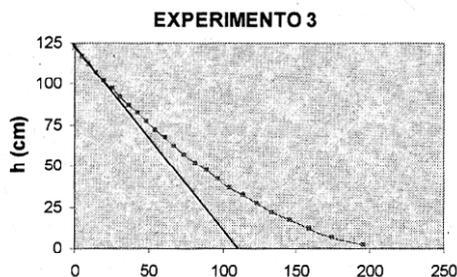
La primera actividad consiste en determinarlo experimentalmente y la segunda teóricamente.

El objetivo académico del guión experimental, primera actividad, consiste en que el alumno logre:

- la identificación clara entre causa – efecto en la descarga de un líquido;
- la diferenciación entre función discreta y función continua;
- una mejor comprensión de los conceptos de derivada y límite.

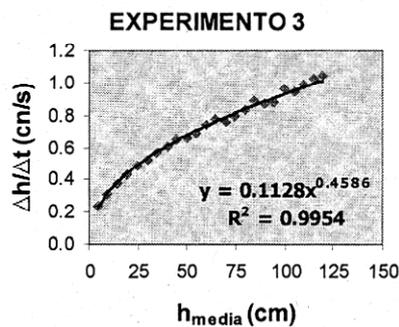
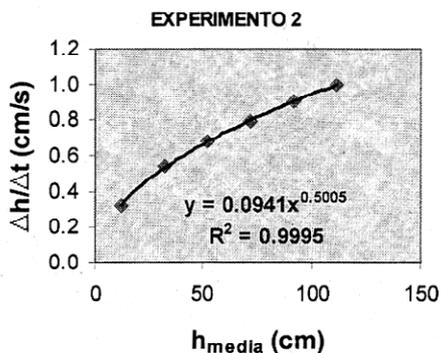
El equipo consiste de un tanque de acrílico de 130 cm de altura con diámetro interior de 19 cm, un orificio en la parte inferior con diámetro de 1.1 cm. El líquido utilizado es agua a la temperatura ambiente; el agua descarga en otro recipiente el cual cuenta con una bomba para recircular el líquido.

El desarrollo experimental consiste, primero, en que el alumno observe como descarga el líquido desde el principio hasta el final; después retorna el agua al tanque y marca los límites máximo y mínimo de altura de descarga del líquido quedando una altura neta de 120 cm. La primera parte del experimento es dividir la altura total en 3 intervalos ($Dh = 40 \text{ cm}$), la segunda es con 6 intervalos ($Dh = 20 \text{ cm}$) y la tercera con 24 intervalos ($Dh = 5 \text{ cm}$). El alumno mide, en cada actividad, tres veces el tiempo (t) de descarga para cada altura. Calcula el tiempo promedio y hacen las graficas de las variables medidas. Se muestra la gráfica correspondiente al experimento 3.



Posteriormente calcula las pendientes de las gráficas trazadas, para facilitar la identificación de la variable que causa el cambio en la velocidad de descarga, se guía al alumno en el cuestionario del guión, de la siguiente manera:

Si los valores de las pendientes cambian durante la descarga, ¿qué variable causa dicho cambio? Haga, para cada experimento, las gráficas: pendiente *versus* variable que causa el cambio.



Finalmente se le pide analice las gráficas y que deduzca el modelo que relaciona a las variables graficadas, si se presenta alguna dificultad para que el alumno recupere sus conocimientos previos de matemáticas; en este caso, se busca la identificación de la ecuación correspondiente a la serie de datos, el profesor lo guía para deducir el modelo que relaciona las variables graficadas. Los alumnos determinan (con ayuda de la computadora) el coeficiente de regresión, llegan a lo siguiente:

$$-\frac{\Delta h}{\Delta t} = kh^n$$

Posteriormente se le solicita que determine el valor de las constantes k y n , con ello obtiene las ecuaciones, expresadas en intervalos, para cada experimento:

Primero: $Dh/Dt = 0.0727h^{0.5572}$

Segundo: $Dh/Dt = 0.0941h^{0.5005}$

Tercero: $Dh/Dt = 0.1128h^{0.4586}$

Para tratar el concepto de límite, función discreta y continua, se induce con preguntas para que, utilizando las ecuaciones encontradas de cada experimento, calcule los tiempos de descarga. Luego compara el tiempo experimental y el tiempo calculado y determina el error por ciento. Se pide analice sus resultados y se le pregunta: ¿Qué sucede con el error por ciento conforme disminuye el intervalo de distancia?

Para hacer notoria la diferencia entre función discreta y función continua. Se le pregunta:

- ¿Qué modificación matemática tiene que hacer a la ecuación identificada para que el error disminuya?.

$$\lim_{\Delta h \rightarrow 0} \frac{\Delta h}{\Delta t} = \frac{dh}{dt}$$

- Escriba la nueva expresión matemática

$$-\frac{dh}{dt} = kh^n$$

- Con la nueva ecuación calcule el tiempo de descarga de cada altura, dentro de los límites del sistema.

$$\int_{h_{\max}}^h \frac{dh}{h^n} = k \int_0^t dt$$

Integrando:

$$t = \frac{1}{k} \left[\frac{h_{\max}^{-n+1}}{-n+1} - \frac{h^{-n+1}}{-n+1} \right]$$

- Calcule ahora el nuevo error por ciento. Analice, ¿El error disminuye hacia un valor cercano a cero?
- Escriba su modelo:

$$dh/dt = 0.0941h^{0.5005}$$

La Tabla 1 resume los resultados de lo anteriormente expuesto.

TABLA 1

3 PUNTOS		$\Delta h/\Delta t = 0.0727h^{0.5572}$									
t_{exp} (s)	h_{exp} (cm)	Δt (s)	Δh (cm)	$h/\Delta t$ (cm/s)	h_{media} (cm)	$h/\Delta t$ (cm/s)	t calc Δ 's	% Error	t calc int	% Error	
0.00	122						0		0		
42.18	82	42.18	-40	-0.94832	102	0.948317	47.22245	-11.9546	42.05179	0.303961	
96.69	42	54.51	-40	-0.73381	62	0.73381	115.7793	-19.7428	98.1071	-1.46561	
195.41	2	98.72	-40	-0.40519	22	0.405186	489.7105	-150.607	218.4508	-11.791	
6 PUNTOS		$\Delta h/\Delta t = 0.0941h^{0.5005}$									
t_{exp} (s)	h_{exp} (cm)	Δt (s)	Δh (cm)	$h/\Delta t$ (cm/s)	h_{media} (cm)	$h/\Delta t$ (cm/s)	t calc Δ 's	% Error	t calc int	% Error	
0.00	122						0		0		
19.97	102	19.97	-20	-1.0015	112	1.001502	20.99597	-5.13757	20.05587	-0.42997	
42.18	82	22.21	-20	-0.9005	92	0.900495	44.41541	-5.2997	42.1975	-0.04149	
67.45	62	25.27	-20	-0.79145	72	0.791452	71.35236	-5.78556	67.25292	0.292185	
96.69	42	29.24	-20	-0.68399	52	0.683995	104.0867	-7.64995	96.80714	-0.12115	
133.70	22	37.01	-20	-0.54039	32	0.540394	149.3304	-11.6907	134.7934	-0.81783	
195.41	2	61.71	-20	-0.3241	12	0.324097	299.5667	-53.3016	204.3518	-4.57593	

24 PUNTOS		$\Delta h/\Delta t = 0.1128h^{0.4586}$									
t_{exp} (s)	h_{exp} (cm)	Δt (s)	Δh (cm)	$dh/\Delta t$ (cm/s)	h_{media} (cm)	$dh/\Delta t$ (cm/s)	t_{calc} Δ s	% Error	t_{calc} int	% Error	
0.00	122						0		0		
4.77	117	4.77	-5	-1.04822	119.5	1.048218	4.991038	-4.63392	4.94312	-3.62936	
9.63	112	4.86	-5	-1.02881	114.5	1.028807	10.08305	-4.70458	9.98411	-3.67715	
14.67	107	5.04	-5	-0.99206	109.5	0.992063	15.28284	-4.17749	15.12941	-3.13164	
19.97	102	5.30	-5	-0.9434	104.5	0.943396	20.598	-3.14474	20.38622	-2.08421	
25.15	97	5.18	-5	-0.96525	99.5	0.965251	26.03711	-3.52727	25.76259	-2.43576	
30.81	92	5.66	-5	-0.88339	94.5	0.883392	31.80984	-2.59603	31.26765	-1.4854	
36.53	87	5.72	-5	-0.87413	89.5	0.874126	37.32722	-2.18237	36.91172	-1.04496	
42.18	82	5.65	-5	-0.88496	84.5	0.884956	43.20192	-2.42277	42.70664	-1.24854	
48.18	77	6.00	-5	-0.83333	79.5	0.833333	49.24859	-2.21792	48.66601	-1.00873	
54.48	72	6.30	-5	-0.79365	74.5	0.793651	55.48434	-1.84349	54.80567	-0.59778	
61.04	67	6.56	-5	-0.7622	69.5	0.762195	61.92934	-1.45697	61.14421	-0.17073	
67.45	62	6.41	-5	-0.78003	64.5	0.780031	68.6077	-1.71638	67.7037	-0.37612	
74.20	57	6.75	-5	-0.74074	59.5	0.740741	75.54861	-1.81754	74.51065	-0.41867	
81.46	52	7.26	-5	-0.68871	54.5	0.688705	82.788	-1.63025	81.59747	-0.16876	
89.00	47	7.54	-5	-0.66313	49.5	0.66313	90.37093	-1.54037	89.00441	-0.00495	
96.69	42	7.69	-5	-0.6502	44.5	0.650195	98.35526	-1.72227	96.78255	-0.09572	
104.92	37	8.23	-5	-0.60753	39.5	0.607533	106.8175	-1.80849	104.9985	-0.07478	
113.77	32	8.85	-5	-0.56497	34.5	0.564972	115.8623	-1.83904	113.7417	0.024883	
123.32	27	9.55	-5	-0.52356	29.5	0.52356	125.64	-1.88128	123.1378	0.147726	
133.70	22	10.38	-5	-0.4817	24.5	0.481696	136.3805	-2.00488	133.373	0.244575	
145.20	17	11.50	-5	-0.43478	19.5	0.434783	148.4692	-2.25148	144.7454	0.31309	
158.63	12	13.43	-5	-0.3723	14.5	0.372301	162.6515	-2.53515	157.7925	0.527983	
174.60	7	15.97	-5	-0.31309	9.5	0.313087	180.8108	-3.55716	173.7043	0.513029	
195.41	2	20.81	-5	-0.24027	4.5	0.240269	213.0667	-9.0357	196.8307	-0.72704	

En la segunda actividad “Validación del modelo Experimental” el alumno deduce el modelo teórico mediante un cuestionario en donde debe recuperar los conocimientos previos de las asignaturas: Balances de materia y energía y de Fenómenos de transporte:

- Aplicando al sistema bajo estudio exprese, en una ecuación, el siguiente enunciado: “La variación del flujo másico en el tanque es igual al flujo másico en la salida del tanque”
- Utilizando la ecuación de Bernoulli exprese en una ecuación, el siguiente enunciado: “La suma de energías en el punto 1 es igual a la suma de energías en el punto 2”

Con otras preguntas y la aplicación de los principios anteriores el alumno deduce la ecuación:

$$-\frac{dh}{dt} = \frac{A_2}{A_1} \sqrt{2gh}$$

donde: A_1 es el área del tanque, A_2 es el área del orificio, g es la aceleración de la gravedad

Como estos términos son constantes se induce al alumno para que exprese la ecuación anterior de la siguiente manera:

$$-\frac{dh}{dt} = k' h^{0.5}$$

El resultado obtenido no es otra cosa que el principio de Torricelli. Al comparar el modelo experimental con el modelo teórico, a los alumnos les causa una “agradable” sorpresa ver que la expresión matemática obtenida por ambos caminos es del mismo del tipo y que los valores de las constantes k y n muy semejantes. Sin embargo, al hacer la comparación entre los tiempos de descarga experimentales y los calculados con el modelo teórico, observa que estos últimos son mayores que los experimentales. Nuevamente se les induce a ver la necesidad de introducir un factor de corrección. Este factor corresponde a la pérdida de energía debida al orificio en la salida del tanque, pérdida no considerada (con intención didáctica) en la ecuación de Bernoulli. Es así como se introduce un nuevo concepto: el coeficiente de descarga (C_d), en la búsqueda del aprendizaje significativo. Al introducir este factor en el modelo anterior llega al siguiente modelo:

$$-\frac{dh}{dt} = C_d k' h^n$$

El alumno calcula el factor de corrección a partir de sus datos experimentales: $C_d = 0.636$, como se muestra en la Tabla 2

TABLA 2

t_{exp} (s)	$t_{Teorico}$ (s)	C_D
0.00	0	
4.77	3.082307	0.646186
9.63	6.23121	0.647062
14.67	9.451221	0.644255
19.97	12.74739	0.638327
25.15	16.12538	0.641168
30.81	19.59162	0.635885
36.53	23.1534	0.633819
42.18	26.81908	0.635825
48.18	30.59834	0.635084
54.48	34.50242	0.633304
61.04	38.54459	0.631464
67.45	42.74061	0.633664
74.20	47.10952	0.634899
81.46	51.67464	0.634356
89.00	56.46505	0.634439
96.69	61.51779	0.636237
104.92	66.88138	0.637451
113.77	72.62139	0.638318
123.32	78.8303	0.639234
133.70	85.64616	0.640585
145.20	93.29185	0.642506
158.63	102.1733	0.644098
174.60	113.2023	0.648352
195.41	129.7998	0.664244

El nuevo concepto, coeficiente de descarga, como pérdida de energía, será aplicado en posteriores actividades experimentales y en el curso teórico de Flujo de Fluidos

CONCLUSIONES

La secuencia que aquí se presenta no solo busca el aprendizaje significativo, y una actitud motivacional. Pretende, entre otras cosas, que el alumno tenga confianza en su trabajo experimental, que se de cuenta que es capaz de deducir modelos que interpretan una realidad fenomenológica, que los mismos modelos muestran la interrelación entre las variables y que no son solo ecuaciones en donde se despejan incógnitas y sustituyen los datos. Cuando se hace la comparación entre modelos, se logra introducir un momento de duda. Sin embargo, al encontrar más similitudes que diferencias y sobre todo una explicación para la discrepancia con la teoría, el alumno queda satisfecho. Para finalizar, comentamos que la primera actividad ha sido un guión con polémica porque a veces se le considera fuera del tema, de flujo de fluidos, por el manejo de conceptos matemáticos, también lo consideran con cierto grado de dificultad. Al correr de los semestres la mayoría de los profesores quedan convencidos que esta consideración está correctamente introducida si se sigue la secuencia aquí presentada.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- GIERE, R. (1992) *Cognitive Models of Science*. Minneapolis: University of Minnesota Press.
 HERNANDEZ LUNA, M. (1994) Propuesta de Reforma de la Enseñanza Experimental, *Revista Instituto Mexicano de Ingenieros Químicos*, 2, pp. 5-7.

- IZQUIERDO, M. (1999) Fundamentación y diseño de las prácticas escolares de ciencias experimentales, *Enseñanza de las Ciencias*, 17(1), pp. 45-49.
- SANCHEZ BLANCO, G. (2003) Los modelos en la enseñanza de la química: concepto de sustancia pura, *Alambique Didáctica de las Ciencias Experimentales*, 35, pp. 45-52.
- SANMARTI, N. (2002) Didáctica de las Ciencia en la educación secundaria obligatoria. Madrid: Síntesis Educación, S. A.
- TALANQUER, V. (2004) *El Aprendizaje desde la perspectiva cognitiva*, documento impreso sin edición.