

# Principi d'Arquímedes: tres variants experimentals

Xavier Pagès i Segarra, IES Botànic Cavanilles (La Vall d'Uixó), [xpages53@hotmail.com](mailto:xpages53@hotmail.com)

Marian Benavent i Jarque, IES Botànic Cavanilles (La Vall d'Uixó), [marian.benavent.jarque@gmail.com](mailto:marian.benavent.jarque@gmail.com)

Blanca Pagès i Artola, [jupiter410@hotmail.com](mailto:jupiter410@hotmail.com)

*Presentem experimentalment el Principi d'Arquímedes en tres variants per realitzar a 4t d'ESO. En primer lloc utilitzant una balança de laboratori, en segon lloc amb una balança hidrostàtica i per últim amb el dinamòmetre. Tractem d'aclarir al màxim tant la primera part qualitativa del principi com la segona part quantitativa.*

**Paraules clau:** massa, balança, volum, proveta, pes, empenyiment, dinamòmetre, densitat

## Objectiu

Es tracta de demostrar el principi d'Arquímedes mitjançant tres experiències diferents:

- 1a.- Utilitzant la balança de laboratori
- 2a.- Utilitzant la balança hidrostàtica específica
- 3a.- Utilitzant el dinamòmetre

## Introducció



**Figura 1.** Vinyeta que representa a Arquímedes, banyant-se i meditant en el problema que li ha plantejat el rei Heròn.

Segons compta la llegenda (Asimov, 1986), Heròn II rei d'Alexandria, li havia proposat al seu parent Arquímedes tractar de descobrir, sense fer-la malbé, la composició de la corona que li havia fet l'orfebre amb 60 monedes d'or que li havia donat. Era tota d'or o contenia algun altre metall menys valuós?

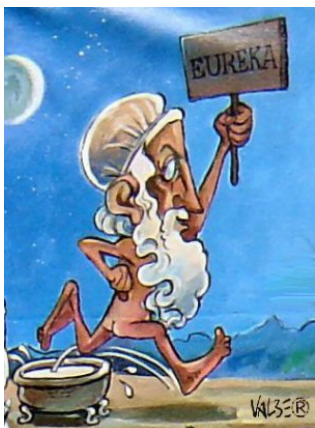
Arquímedes, acceptà el repte i passats dos dies no trobava la solució.



**Figura 2.** Arquímedes troba la inspiració.

Estava prenent un bany i meditant al voltant de com ho podria esbrinar. Semblava un problema impossible de resoldre. Quan de sobte, li vingué la inspiració...!

I sortí de la banyera cridant com un boig: “εὕρηκά” que es pronuncia “eureka” i significa “ho he descobert”. Tan abstrert estava que no s'adonava que anava corrent completament nu.



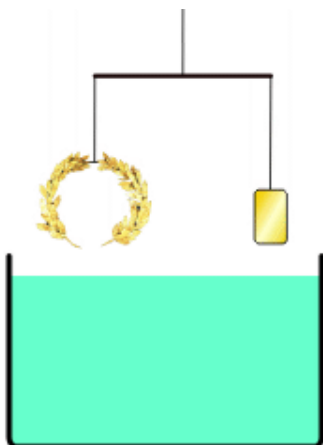
**Figura 3.** Surt embogit cridant “εὕρηκά”.

Arquímedes explicà al rei que equilibrant en l'aire la corona i les 60 monedes d'or, una vegada introduïts els dos objectes dins de l'aigua simultàniament, la balança no es desequilibraria, cas de ser la corona completament d'or.

I que fou el que passà? Doncs, que es desequilibrà, en el sentit d'enfonsar-se menys la corona, com si pesés menys dins de l'aigua.

Arquímedes explicà que això era degut a que la corona tenia més volum que les monedes d'or del mateix pes (avui diríem que la corona tenia menys densitat que les 60 monedes d'or), i en conseqüència quedava demostrat que la corona no era d'or pur.

El rei recompensà a Arquímedes i es desfè de l'orfebre que, segons totes les evidències, l'havia volgut robar.



**Figura 4.** L'experiment per demostrar que la corona no era d'or pur. (En posarem un altre exemple: un kilogram de palla i un kilogram de ferro, tenen la mateixa massa, però ocupen distint volum, ja que tenen distinta densitat. La densitat és una propietat que ajuda a caracteritzar una substància).

## Arquímedes

Tot açò va succeir fa més de 2000 anys.

Arquímedes neix a Siracusa, Sicília, a l'imperi de la magna Grècia el 287 aC i és mort per un soldat romà al 212 aC.

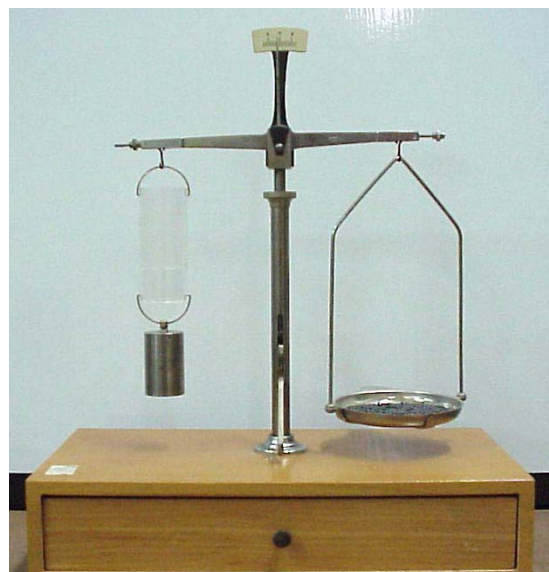
Estudià amb Euclides a Alexandria, seguint la tradició dels filòsofs de la naturalesa. S'interessà per la matemàtica, l'astronomia, l'enginyeria...

Ha passat a l'història, pels seus treballs d'hidrostàtica, màquines simples (cargols, palanques, politges...) i la demostració experimental del valor del número  $\pi$ .

### Primera variant de l'experiment: amb una balança de laboratori

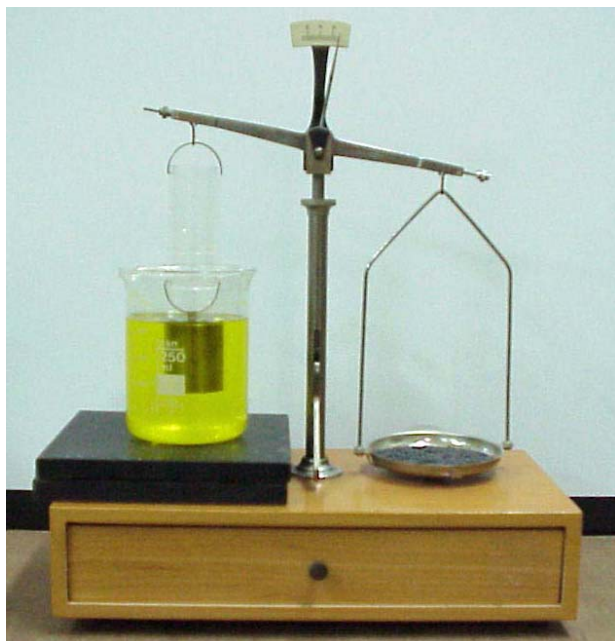
Observeu (fig. 5) que hem substituït un dels portaplats de la balança pel conjunt format per un cilindre de ferro (també n'hi ha d'alumini) que penja d'un recipient de plàstic de capacitat equivalent al volum del cilindre. Cal equilibrar la balança granetari a l'aire, per exemple amb perdigons o qualsevol altra tara.

Què hi passarà al submergir el cilindre dins l'aigua?

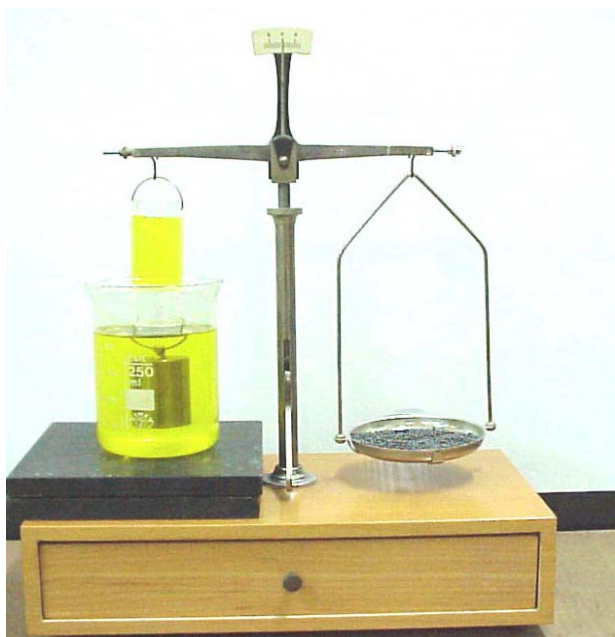


**Figura 5.** Balança hidrostàtica (I). Balança en equilibri amb cilindre suspès a l'aire.

Com observem (fig. 6), s'acompleix la primera part del principi d'Arquímedes que diu: “*Tot cos submergit en un fluid (un líquid o un gas), experimenta un empenyiment (força de direcció vertical i sentit ascendent, aplicada al centre de gravetat del fluid desplaçat)*”.



**Figura 6.** Balança hidrostàtica (II). Desequilibri de la balança, doncs apareix una força d'empenyiment en introduir el cilindre en el líquid.



**Figura 7.** Balança hidrostàtica (III). Nou equilibri de la balança a l'afegir-hi el pes del líquid desplaçat.

A la fig. 7 es pot veure la demostració de la segona part del principi, al quantificar el valor de la força empenyiment. L'empenyiment és contrarestat per una força pes, equivalent al volum d'aigua desallotjada.

L'equació de l'empenyiment és:

$$E = V_{(\text{cos submergit})} \cdot \rho_{(\text{fluid})} \cdot g$$

on  $V_{(\text{cos submergit})}$  = volum de cos submergit

$\rho_{(\text{fluid})}$  = densitat del fluid

$g = 9,8 \text{ N/Kg}$  (intensitat del camp de gravitació al nostre planeta)

Queda així demostrat el principi d'Arquímedes en la primera variant.

Segona variant:  
amb una balança hidrostàtica

Com ja suposem conegut l'enunciat del principi, tan sols comentarem les característiques més significatives de la segona variant.

Cal dir que aquesta balança (fig. 8) té mòbil la part dels braços en sentit vertical i en conseqüència per submergir el cos afluixarem el cargol i baixarem tot el conjunt.

També ressaltar el sistema de sifó, (eixe tubet doblat en forma de "V" invertida), que cal preparar inicialment, omplint-lo d'aigua (acolorida amb safrà, per visualitzar-la millor).



**Figura 8.** Balança equilibrada en l'aire. La pressió en els dos extrems del tub invertit, és la mateixa i equivalent a la pressió atmosfèrica.





**Figura 9.** Balança desequilibrada al submergir el cos dins l'aigua i "aparèixer" l'empenyiment. Observeu la sortida de líquid equivalent al volum de cos submergit, ja que s'ha incrementat la pressió de l'extrem del tub de dins de la copa en un valor igual a la pressió hidrostàtica (el nivell d'aigua ha pujat al submergir-hi el cos).



**Figura 11.** Balança equilibrada de nou, culminant la demostració del principi d'Arquímedes per la segona variant.

Tercera variant:  
amb un dinamòmetre

Prèviament cal fer un exercici de conversió d'unitats.



**Figura 10.** Balança en procés de recuperació del seu equilibri, contrarestant l'empenyiment amb el pes de l'aigua desallotjada.

- **QUÍNA MASSA EXPRESSADA EN kg , TÉ UN VOLUM D'AIGUA DE 18 ml?**
- DADES:  $D = M/V$ ;  $D_{H_2O} = 1 \text{ g/ml}$ ;  $1 \text{ Kg} = 10^3 \text{ g}$
- $M = V \cdot D = (18 \text{ ml}) \cdot (1 \text{ g/ml}) = 18 \text{ g}$
- $18 \text{ g} \equiv 18 \text{ g} \cdot (1 \text{ Kg} / 10^3 \text{ g}) = 1,8 \cdot 10^{-2} \text{ kg}$
- **Conclusió : 18 ml d'aigua equivalen a una massa de  $1,8 \cdot 10^{-2} \text{ kg}$**
- **QUIN PES EXPRESSAT EN NEWTONS CORRESPON A UN VOLUM D'AIGUA DE 18 ml?**
- DADES:  $P = M \cdot g$ ;  $M = V \cdot D$ ;  $g = 9,8 \text{ N/Kg}$
- $P = (1,8 \cdot 10^{-2} \text{ kg}) \cdot (9,8 \text{ N/Kg}) = 0,1764 \text{ N}$
- **Conclusió: 18 ml d'aigua tenen un pes equivalent a 0,1764 N**

Amb aquest procediment es demostra que l'empenyiment també és la diferència entre el pes real i l'aparent.



**Figura 12.**  $V_{(Al)} = 18 \text{ ml}$  (mesurat amb una proveta).

A la fig. 12 s'hi observa el càlcul de l'empenyiment que generaria el cilindre completament submergit, aplicant la fórmula de l'empenyiment:

$$E = V_{(\text{cos submergit})} \cdot \rho_{(\text{fluid})} \cdot g$$

$$E = 0,176 \text{ N}$$



**Figura 13.** A la foto s'observa la diferència entre el pes real (a l'aire) del cilindre i el seu pes aparent (diferència entre el pes real i l'empenyiment).



**Figura 14.** Lectura del dinamòmetre: 0,49 N, corresponent al pes real del cilindre (suspès a l'aire).



**Figura 15.** Lectura del dinamòmetre: 0,32 N, corresponent al pes aparent del cilindre (suspès dins de l'aigua). Restant les dues mesures trobarem l'empenyiment:

$$E = P_{(\text{real})} - P_{(\text{aparent})} = 0,49 \text{ N} - 0,32 \text{ N} = 0,17 \text{ N}$$

## Conclusions

Els tres procediments experimentals son vàlids per demostrar el principi d'Arquímedes, que afirma que *"tot cos submergit en un fluid experimenta un empenyiment equivalent al pes de volum de fluid desallotjat."*

Tal vegada el més fàcil de realitzar siga el tercer, amb el dinamòmetre, ja que poden mesurar densitats de sòlids pel mètode de Jolly, fent tan sols dues pesades (pes real i pes aparent):

$$\rho_{(\text{sòlid})} = P(\text{real}) / E$$

i comparar el valor de densitat amb el que s'obté amb la fórmula

$$\rho_{(\text{sòlid})} = \text{Massa sòlid} / \text{Volum sòlid}$$

## Bibliografia

Asimov, I. (1982). *Enciclopedia biogràfica de la ciència y tecnologia*. Madrid: Alianza Editorial.