



Simulació d'un sistema OFDM per a canals mòbils selectius en freqüència

Memòria del Projecte Fi de Carrera
d'Enginyeria Tècnica de
Telecomunicació,
especialitat en Sistemes Electrònics
realitzat per

Marçal Cot Padró

i dirigit per

Antoni Morell Pérez.

Bellaterra, 4 de Febrer de 2008

El sotasignat, Antoni Morell Pérez

Professor/a de l'Escola Tècnica Superior d'Enginyeria de la UAB,

CERTIFICA:

Que el treball a què correspon aquesta memòria ha estat realitzat sota la seva direcció per en

Marçal Cot Padró

I per tal que consti firma la present.

Signat:

Bellaterra, 4 de Febrer de 2008

Introducció	5
1. La Modulació multiportadora.....	8
1.1. Introducció.....	8
1.2. Transmissió de dades utilitzant múltiples portadores.....	8
1.2.1. El Transmissor.....	10
1.2.2. El Receptor	11
1.3. Modulació multiportadora amb sub-canals solapats	12
1.4. Implementació discreta de la multiportadora	14
1.4.1. La DFT i les seves propietats	14
1.4.2. Convolució lineal i convolució circular.....	15
1.4.3. El prefix cíclic	15
1.4.4. El transmissor OFDM discret.....	18
1.4.5. El receptor OFDM discret	19
1.4.6. Estimació de canal (algoritme <i>Least Squares</i>)	20
1.5. Pal·liació dels esvaïments en les sub-portadores.....	21
1.5.1. Equalització en freqüència.....	21
1.5.2. Precoding.....	22
1.5.3. Codificació amb entrellaçat.....	23
1.6. Conclusions	24
1.7. Bibliografia.....	26
2. Caracterització del canal	27
2.1. Introducció als canals Wireless	27
2.2. Propagació	28
2.2.1. Propagació per l'espai lliure.....	28
2.2.2. Efectes sobre la propagació de senyals.....	28
2.2.2.1. Reflexió	29
2.2.2.2. Difracció	29
2.2.2.3. Dispersió.....	30
2.2.2.4. Zones d'ombra.....	30
2.3. Modelat del canal mòbil	30
2.3.1. Variacions a llarg termini	31
2.3.1.1. Model de dos raigs.....	31
2.3.2. Variacions a mig termini	32
2.3.3. Variacions a curt termini	33
2.3.3.1. Canal d'esvaïments Rayleigh	33
2.3.4. Multitrajecte i esvaïments.....	35
2.3.4.1. Model de línia de retards	35
2.4. Efecte Doppler.....	36
2.5. Caracterització del canal mòbil en banda ampla	37
2.5.1. Interferència Inter-simbòlica	39
2.6. Conclusions	41
2.7. Bibliografia.....	43
3. L'estàndard DVB-T i DVB-H.....	44
3.1. El DVB-T	44
3.1.1. El transmissor DVB-T.....	45
3.1.2. Paràmetres del DVB-T per al sistema OFDM.....	46
3.2. El DVB-H.....	47
3.3. Bibliografia.....	48
4. Simulació del sistema	49
4.1. Introducció.....	49

4.2.	El Matlab com a eina de treball.....	49
4.3.	Simulacions	50
4.4.	Definició del sistema simulat.	50
4.4.1.	El transmissor OFDM discret.....	51
4.4.2.	El receptor OFDM discret	53
4.4.3.	Estimació de canal	54
4.4.4.	Canal ideal	55
4.4.5.	Canal Gaussià.	56
4.4.5.1.	Resultats	57
4.4.6.	Canal Rayleigh selectiu en freqüència.....	61
4.4.6.1.	Resultats	64
4.5.	Conclusions	67
4.6.	Bibliografia.....	69
5.	ANNEX: Codi en Matlab	70
5.1.	Sistema OFDM. Canal amb esvaïments Rayleigh	70
5.1.1.	Funció <i>canalrayleighse</i>	70
5.1.2.	Funció <i>transmissor</i>	72
5.1.3.	Funció <i>receptor</i>	72
5.1.4.	Funció <i>matofdm</i>	73
5.1.5.	Funció <i>matqam</i>	74
5.1.6.	Funció <i>dematqam</i>	76
5.1.7.	Funció <i>rayleigh</i>	78
5.1.8.	Funció <i>afegirsoroll</i>	79
5.1.9.	Funció <i>oulu</i>	79

Introducció

Avui en dia el paper que desenvolupen les comunicacions sense fils ha anat guanyant terreny en l'àmbit de les comunicacions. Tot i així, encara representen només una petita part dins d'aquest camp. Per tal d'entendre les comunicacions sense fils és essencial tenir un ampli coneixement de les ones electromagnètiques sobre les que, de fet, en tenim coneixement fa relativament poc temps. En aquest curt període hi ha hagut nombrosos descobriments que ens han permès ampliar el nostre saber en el terreny de les comunicacions sense fils. En podem citar alguns dels més rellevants:

- Al 1864, James Clerk Maxwell va formular la teoria de les ones electromagnètiques. Ell va donar nom a les conegudes equacions de Maxwell, referides a la propagació de les ones electromagnètiques. Albert Michelson i Edward Morley van demostrar físicament l'existència de les ones electromagnètiques mitjançant un experiment l'any 1887.
- Un any més tard, Heinrich Hertz va construir el primer generador d'ones electromagnètiques.
- Al 1894 Maxwell, Heinrich Hertz i Oliver Lodge van dur a terme projectes pioners en el desenvolupament de comunicacions sense fils i van demostrar la seva existència (tot i que la distància de l'enllaç no superava els 150 metres).
- Durant el període de 1895 al 1905, Guglielmo Marconi va desenvolupar un aparell per a transmetre ones de ràdio a llarga distància, culminant l'experiment amb una transmissió a través de l'oceà atlàntic al desembre del 1901, des d'Anglaterra a Canadà.
- Al 1906, Reginald Fessenden va fer història quan va aconseguir la primera radiodifusió, tot transmetent música i veu. Va fer servir la tècnica que es coneixeria com a *modulació en amplitud* (AM).
- La primera difusió de televisió es va produir al 1927 paral·lelament a Anglaterra i Estats Units. Bell Labs ho va demostrar a Nova York i John Baird va fer-ho al Regne Unit.
- L'aparició de les tècniques d'espectre eixamplat van tenir lloc durant i després de la Segona Guerra Mundial. Es feien servir per a camuflar (o encriptar) els senyals de veu dins uns senyals que tenien l'aspecte de soroll.
- Al 1946 va aparèixer el primer sistema de telefonia mòbil públic a 5 ciutats americanes.
- Finalment, i sota el nom de *Global System for Mobile* (GSM) *Communications*, es va introduir a Europa el primer sistema de telefonia mòbil digital.

Tots aquests descobriments que es remunten als darrers últims 150 anys i més avenços que no han estat esmentats són els que ens permeten gaudir de diversos sistemes de comunicació sense fils; els sistemes de telefonia mòbil, la televisió per satèl·lit o la connexió a Internet sense fils (*Wireless*) en són un clar exemple. La principal característica és que la introducció d'aquests serveis sense fils ha incrementat la zona de mobilitat dels sistemes.

Alguns dels aspectes fonamentals de la transmissió de senyals a través de l'espai lliure (com els fenòmens de propagació o el problema d'eliminar les interferències) es converteixen en problemes essencials que cal resoldre. A més, el fet que el receptor sigui mòbil afegeix complexitat. Tots aquests petits inconvenients fan que sigui una línia atractiva d'investigació i que avui en dia encara quedi molt de camí per investigar i millorar els actuals sistemes.

La següent memòria pretén recollir com simular un sistema amb modulació multiportadora; en concret OFDM, per a canals mòbils. L'estudi contempla la capa física del sistema, que s'encarrega de transmetre les cadenes de bits d'informació entre els transmissor i el receptor. L'objectiu és simular el sistema OFDM per a canals mòbils, veure com es comporta i discutir els diferents factors que influeixen en la qualitat de l'enllaç

Al primer capítol es fa un anàlisi de la tècnica de multiplexació en freqüència: la modulació multiportadora (FDM). Aquesta tècnica divideix l'ample de banda del sistema en sub-bandes o sub-canals per tal d'enviar informació simultàniament per cadascun d'aquests sub-canals. Gràcies a l'ús de les sub-portadores ortogonals (OFDM) es pot aprofitar encara més l'ample de banda del sistema ja que aquestes permeten solapar els sub-canals i separar-los al receptor.

Al segon capítol, i amb l'objectiu d'obtenir un model adient que caracteritzi el canal, es descriuen els efectes que pateix el senyal transmès durant la seva propagació fins al receptor. Concretament s'estudien els efectes de la propagació per a canals mòbils i s'analitzen com afecten en la recepció del senyal. Es tracten aspectes com les diferents velocitats de variació de la potència al receptor, els esvaïments a llarg i curt termini i el multitrajecte. Seguidament s'exposen alguns dels models de canal més comuns alhora de simular aquests sistemes: el model de línia de retards (que modela els diferents rajos que arriben al receptor i els esvaïments associats) i el canal d'esvaïments Rayleigh (que modela els esvaïments ràpids degut al multitrajecte).

Al tercer capítol s'exposen breument les bases del DVB-T, un estàndard que s'encarrega de la difusió i la transmissió de la televisió digital. S'expliquen els dos modes de funcionament del DVB-T (que s'usaran per a realitzar les simulacions) i les diferències entre aquest i el DVB-H.

El quart capítol exposa com s'han realitzat les simulacions del sistema OFDM. Inclou com s'han programat el transmissor, el receptor OFDM i el canal mòbil selectiu en freqüència mitjançant el Matlab©. Seguidament es presenten els resultats segons els diferents paràmetres del sistema (mode, nombre de símbols, longitud del prefix cíclic i SNR del canal) en funció dels diferents models de canal: canal ideal (que ajuda a comprovar la validesa del sistema), canal Gaussià i canal amb esvaïments Rayleigh. Dels resultats d'aquestes simulacions es veurà l'efecte del soroll sobre la senyal rebuda,

la importància d'una bona estimació de canal i de la relació de la longitud del prefix cíclic amb el canal. Tots aquests factors influeixen sobre la qualitat de l'enllaç, que a les simulacions reflexa la taxa d'error, que és el principal paràmetre d'estudi d'aquest projecte.

[1] HAYKIN, Simon i MOHER, Michael. (2005). *Modern Wireless Communications*. Ontario, Canada. Editorial: Pearson Prentice Hall.

[2] TSE, David. (2005). *Fundamentals of Wireless Communication*. California. Editorial: Cambridge University Press

[3] RAPPORT, Theodore S. (2002) *Wireless Communications: Principles and Practice*. USA. Editorial: Prentice Hall. Segona edició

1. La Modulació multiportadora

1.1. Introducció

La modulació multiportadora s'utilitza actualment en nombrosos sistemes de comunicació sense fils. No és una tècnica nova; es començava a utilitzar en aplicacions militars a la dècada dels 50 i d'ençà se n'ha fet ús en sistemes tant cablejats com sense fils, incloent-hi aplicacions de difusió d'àudio i vídeo a Europa. La modulació multiportadora és també una candidata per a la següent generació de telefonia mòbil [1].

Els sistemes multiportadora divideixen l'ample de banda assignat a transmetre en sub-bandes o sub-canal; i a cada sub-banda se li assigna una de les sub-portadores (cada sub-canal correspon a una sub-portadora). S'anomena modulació multiportadora perquè d'aquesta manera podem transmetre simultàniament informació per a cada sub-portadora modulant diferents senyals sobre cadascuna d'elles. Així, la taxa de bit total és la suma de les taxes de bit de cada sub-canal de la mateixa manera que l'ample de banda total del sistema és la suma de l'ample de banda de tots els sub-canal. [1]

Gràcies a l'ús de les sub-portadores ortogonals, els sub-canal es poden solapar entre ells de manera que al receptor es poden separar per a extreure la informació que porta cadascun d'ells. Això implica una reducció de l'ample de banda utilitzat per a transmetre mentre que la taxa de transmissió total es manté. És un gran avantatge respecte als sistemes de multiplexació en freqüència tradicionals. Aquest tipus de modulació, però, no es va posar a la pràctica fins que la revolució digital aportà nous recursos per a implementar-ho digitalment, ja que analògicament no era viable.

Aquest capítol es centra en la modulació multiportadora enfocada al sistema OFDM. En primer lloc es presenta el sistema de múltiples portadores tradicional i, seguidament, s'explica el sistema multiportadora amb sub-canal solapats (OFDMA). A continuació s'explica detalladament el sistema OFDM discret i els seus avantatges enfront al model analògic i finalment es revisen les tècniques que aquest sistema utilitza per a contrarestar els efectes del canal.

1.2. Transmissió de dades utilitzant múltiples portadores

L'estratègia de la modulació multiportadora consisteix en dividir la cadena de bits d'informació entrants (R) en N sub-cadenes per tal de ser transmesos pels diferents sub-canal centrats a diferents freqüències.

El nombre de sub-cadenes (N) del sistema s'escull en funció del temps de símbol de cada sub-cadena (T_N), que interessa que sigui molt més gran que la dispersió del retard del canal (T_m) (1. 1) per tal d'evitar la Interferència Inter-simbòlica (ISI), que com veurem en el proper capítol (capítol 2.5.1), comporta que tot l'ample de banda assignat a la sub-cadena (B_N) experimenti un guany aproximadament constant (fenomen anomenat *flat fading*):

$$T_N \gg T_m \quad (1.1)$$

Per a modulacions d'amplitud o fase (com és el cas de $M-QAM$ i $M-PSK$ dels sistemes de modulació multiportadora) el temps de símbol de cada sub-cadena (T_N) és proporcional a l'ample de banda de cada sub-cadena (B_N):

$$T_N \approx \frac{1}{B_N} \quad (1.2)$$

Com es veurà més endavant (capítol 2.5), la dispersió del retard (T_m) és proporcional a l'ample de banda de coherència (B_C) (per a modulacions d'amplitud o fase):

$$T_m \approx \frac{1}{B_C} \quad (1.3)$$

on l'ample de banda de coherència és l'interval de freqüències per les que el guany del canal està altament correlat o té un guany molt semblant. Aleshores per tal d'evitar la ISI podem concloure equivalentment a l'equació (1.1), que l'ample de banda de cada sub-cadena ha de complir la següent relació:

$$B_N \ll B_C \quad (1.4)$$

Si no es compleix la relació (1.4) el sub-canal pateix l'anomenat *selective fading* o esvaïments selectius¹ en freqüència, fet que comporta que els sub-canals experimentin ISI importants (secció 2.5.1). La Fig. 1 mostra com si es compleix $B_N \ll B_C$ (o equivalentment $T_N \gg T_m$) cada sub-canal experimenta un guany aproximadament constant (degut al canal $H(f)$) dins l'ample de banda de la sub-cadena:

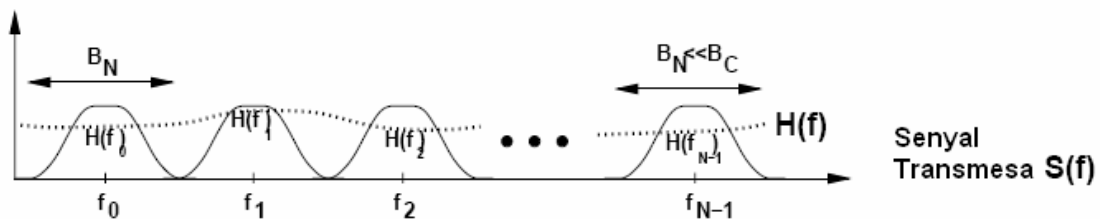


Fig. 1 Senyal transmesa utilitzant múltiples portadores. El canal $H(f)$ afecta de manera no selectiva a cada sub-banda.

Per tant interessa que el nombre de sub-canals (N) sigui suficientment gran per a que l'ample de banda total del sistema (B) es divideixi en molts sub-canals ($B_N = B/N$) i es compleixi la relació (1.3).

¹ Els **esvaïments selectius** en freqüència són guanys que afecten de manera diferent a les diferents bandes freqüencials.

1.2.1. El Transmissor

La Fig. 2 il·lustra un transmissor de modulació multiportadora (FDM). La cadena de bits entrants (R) es divideix en N sub-cadenes paral·leles mitjançant un *Convertidor Sèrie Paral·lel*. Cada sub-cadena resultant té $R_N = \frac{R}{N}$ bits. Seguidament el Mapejador de símbols converteix la sub-cadena de R_N bits ($\log_2 M$ bits) en un símbol (típicament es mapeja seguint una modulació $M-QAM$ o $M-PSK$). El símbol passa per un pols conformador $g(t)$; si es tracta d'un pols de cosinus alçat el temps de símbol és $T_N = (1 + \beta) / B_N$ per a cada sub-cadena, on β és el factor de *roll-off* del pols. Aquest resultat està d'acord amb l'equació (1. 2). Tot seguit el símbol resultant es modula a la freqüència sub-portadora $f_i, (i = 0, \dots, N - 1)$, tot ocupant l'ample de banda pas-banda B_N . Finalment tots els símbols modulats (associats a cada sub-canal) es sumen de manera que el senyal transmès (en $t \in [0, T_N]$) és $s(t)$ (1. 5), anomenat *símbol OFDM*:

$$s(t) = \sum_{i=0}^{N-1} s_i g(t) \cos(2\pi f_i t + \phi_i); t \in [0, T_N] \quad (1.5)$$

on s_i és el símbol associat al i -èsim sub-canal i ϕ_i és la fase que introdueix la i -èsima sub-portadora. Per a sub-canals no solapats $f_i = f_0 + i(B_N)$, on $i = 1, \dots, N - 1$. Les sub-cadenes ocupen els sub-canals amb ample de banda pas-banda B_N , per tant l'ample de banda total és $N \cdot B_N = B$ amb una taxa de bit total $N \cdot R_N = R$.

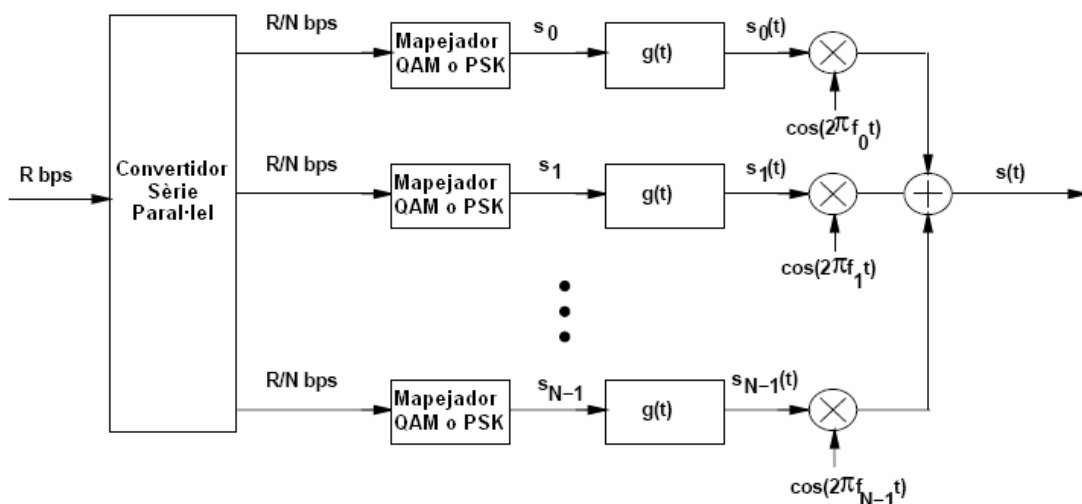


Fig. 2 Esquema de blocs del transmissor.

1.2.2. El Receptor

La Fig. 3 mostra el receptor per a aquest tipus de modulació multiportadora. El senyal rebut és $s(t)+n(t)$ (per a $t \in [0, T_N]$), que correspon al símbol OFDM amb soroll AWGN (*Additive White Gaussian Noise*).

Primerament es passa el senyal rebut $s_i(t)+n_i(t)$ per un filtre pas-banda d'ample de banda (B_N) centrat a la freqüència $f_i, (i = 0, \dots, N-1)$ que selecciona la i -èsima sub-banda. A continuació es demodula cada sub-canal tenint en compte la seva freqüència central (f_i) i en resulta el símbol associat al i -èsim sub-canal, on $i = 1, \dots, N-1$. Després de demodular i mostrejar el senyal $s_i(t)+n_i(t)$, cadascun dels símbols amb soroll (s_i+n_i) passa pel bloc que desmapeja el símbol per a transformar-lo en la sub-cadena de bits R_N . Finalment es disposen en sèrie les N sub-cadenes paral·leles a través del *Convertidor Paral·lel Sèrie* per a reconstruir la cadena de dades original R .

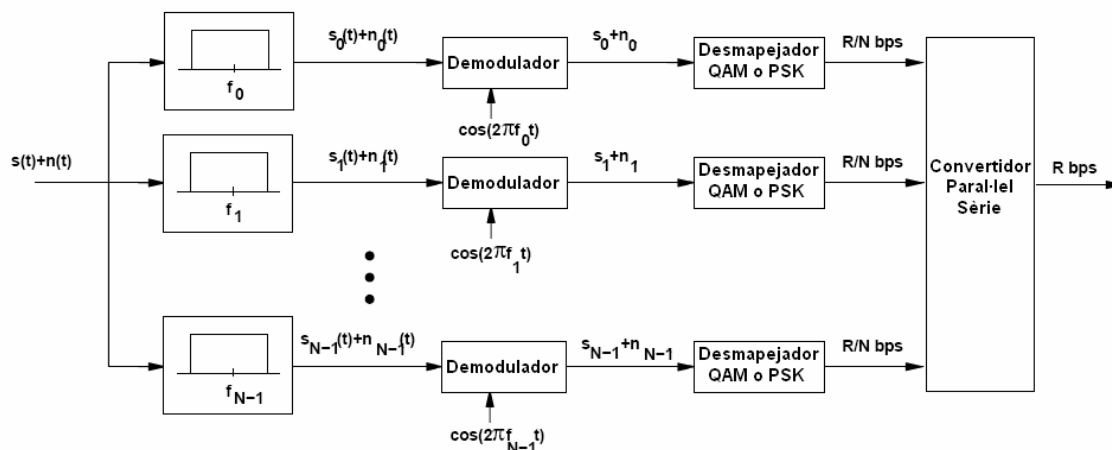


Fig. 3 Esquema de blocs del receptor.

Tot i la seva simplicitat conceptual aquest sistema presenta varis inconvenients a l'hora d'implementar-lo. En una concepció realista els sub-canals ocuparan un ample de banda major que el pols de cosinus alçat ideal. Els sub-canals hauran d'estar separats per $(1 + \beta)/T_N$ (per tal d'evitar interferències) i donat que el sistema multiportadora té N sub-canals l'ample de banda total necessari per a un sistema (amb els sub-canals no solapats) és [4]:

$$B = \frac{N(1 + \beta)}{T_N} \quad (1.6)$$

Així, amb aquest ample de banda, aquesta forma de modulació multiportadora pot ser espectralment ineficient. A més, els filtres pas-banda gairebé ideals (i conseqüentment molt cars) són necessaris per a recuperar les sub-portadores al receptor. D'altra banda aquest sistema necessita N moduladors i demoduladors, el que implica importants despeses en les dimensions i en el consum d'energia. Al següent apartat 1.3 s'explica com la superposició de les sub-portadores millora l'eficiència de l'espectre utilitzat.

1.3. Modulació multiportadora amb sub-canals solapats

Gràcies a les sub-portadores ortogonals es poden solapar els sub-canals i recuperar la informació que porta cadascuna de les sub-portadores al receptor. D'aquesta forma la modulació multiportadora amb sub-canals solapats aconseguix millorar espectralment el sistema perquè redueix l'ample de banda utilitzat.

La ortogonalitat de les sub-portadores ve donada pel fet que el producte escalar definit com a $\int_0^{T_N} p_i(t)p_j(t)dt$ és zero per a dues sub-portadores diferents ($j \neq i$). Així mateix, el producte escalar entre dues sub-portadores idèntiques és diferent de zero. D'aquesta manera es pot recuperar la sub-portadora d'interès al receptor.

Mitjançant el producte escalar de dues sub-portadores es pot observar a l'equació (1. 7) que les sub-portadores $\{\cos(2\pi(f_0 + i/T_N)t + \phi_i), i = 0,1,2,\dots\}$ formen (aproximadament) un conjunt de bases ortogonals dins l'interval de temps $[0, T_N]$ independentment de la fase de la i -èsima sub-portadora ϕ_i ; on i és la i -èsima sub-portadora i f_0 és la freqüència on està centrada la sub-portadora [4]:

$$\int_0^{T_N} \cos(2\pi(f_0 + i/T_N)t + \phi_i) \cos(2\pi(f_0 + j/T_N)t + \phi_j) dt = 0.5T_N \delta(i - j) \quad (1. 7)$$

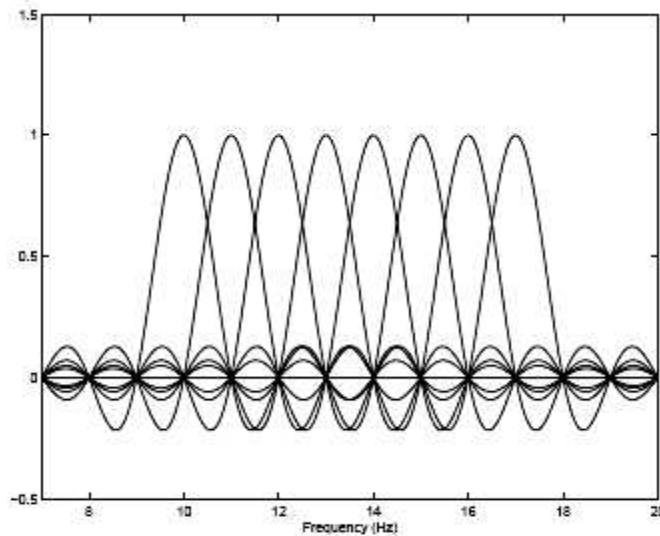


Fig. 4 Espectre de símbols OFDM amb canals solapats

Com que les sub-portadores són ortogonals el conjunt de funcions $\{g(t) \cos(2\pi(f_0 + i/T_N)t + \phi_i), i = 0,1,\dots, N-1\}$ també forma un conjunt (aproximadament) de bases ortonormals per als polsos $g(t)$, segons l'equació (1. 8). La família dels polsos de cosinus alçat són els més utilitzats per al pols $g(t)$ [4].

Conseqüentment cal canviar l'estructura del receptor per tal de separar els senyals que viatgen sobre les diferents sub-portadores tal i com mostra l'esquema de la Fig. 5, que demodula el símbol del sub-canal associat sense patir ISI (causada pels sub-

canals solapats). A la nova estructura s'ha afegit un filtre adaptat $g^*(t)$ i un mostrejadore a kT_N (instant en que la SNR és màxima).

El senyal d'entrada a cada bloc *Desmapejador QAM o PSK* és [4]:

$$\begin{aligned} \hat{s}_i &= \int_0^{T_N} \left(\sum_{j=0}^{N-1} s_j g(t) \cos(2\pi f_j t + \phi_j) \right) \cos(2\pi f_i t + \phi_i) dt = \\ &= \sum_{j=0}^{N-1} s_j \int_0^{T_N} g^2(t) \cos(2\pi(f_0 + j/T_N)t + \phi_j) \cos(2\pi(f_0 + i/T_N)t + \phi_i) dt, \quad (1.8) \\ &= \sum_{j=0}^{N-1} s_j \delta(j-i) = s_i \end{aligned}$$

d'on de la última igualtat se n'extreu el fet que $\{g(t) \cos(2\pi f_j t + \phi_j)\}$ forma un conjunt de bases ortogonals dins l'interval de temps $[0, T_N]$.

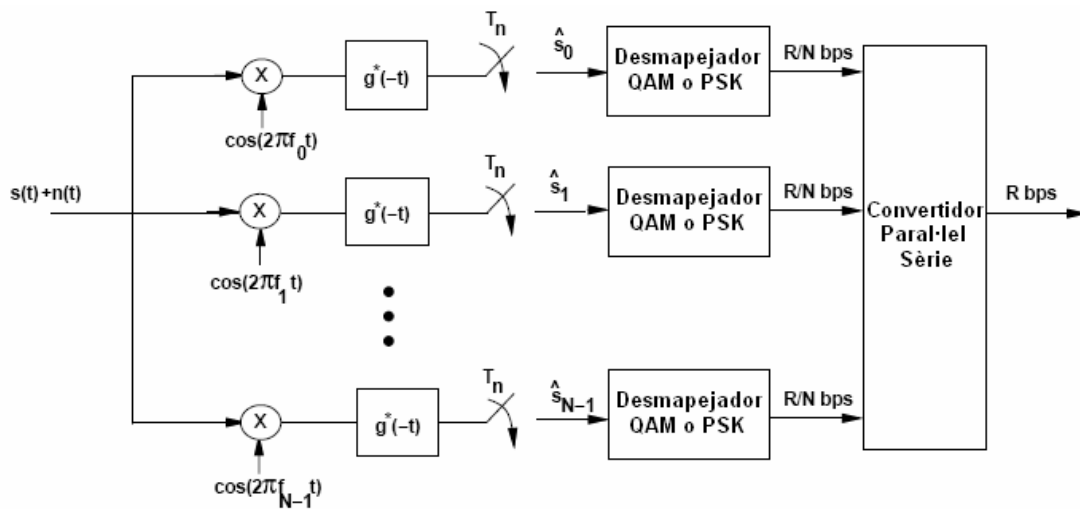


Fig. 5 Receptor multiportadora per a sub-canals solapats.

Si considerem un sistema multiportadora (amb un transmissor com el de l'esquema de la Fig. 2) on cada sub-canal està modulad mitjançant un pols cosinus alçat $g(t)$ amb un factor de *roll-off* β , l'ample de banda per a cada sub-canal és $B_N = (1 + \beta)/T_N$. La freqüència i -èsima de la sub-portadora és $(f_0 + i/T_N)$, on $i = 0, 1, \dots, N-1$ i les sub-portadores estan separades $1/T_N$. A la Fig. 6 es mostra l'espectre d'un senyal transmès amb sub-canals solapats:

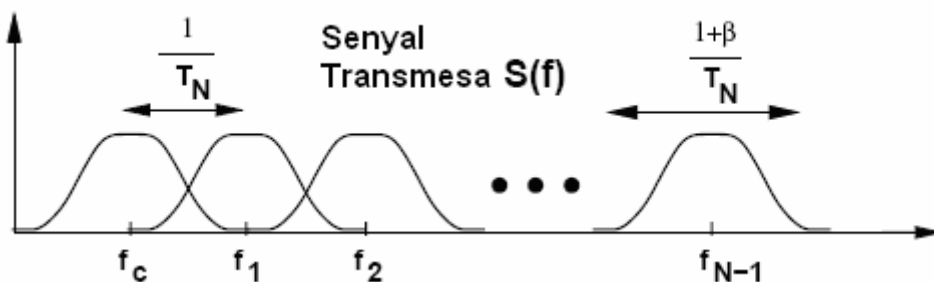


Fig. 6 Modulació multiportadora amb sub-canals solapats.

L'ample de banda total d'un sistema multiportadora amb sub-canals solapats (tenint en compte que les sub-portadores estan separades $1/T_N$) és:

$$B_{\text{sub-canals}_{\text{solapats}}} = \frac{N + \beta}{T_N} \approx \frac{N}{T_N} \quad (1.9)$$

on l'aproximació es fa per a valors grans de N . D'aquesta manera l'impacte del factor de *roll-off* β a l'ample de banda total del sistema és despreciable, al contrari que l'ample de banda necessari $B = N(1 + \beta)/T_N$ per als sistemes amb sub-canals no solapats.

1.4. Implementació discreta de la multiportadora

Tot i que la modulació multiportadora es va inventar a la dècada dels 50, encara era massa complex sintetitzar els moduladors i demoduladors de cada sub-canal per a la majoria d'implementacions. No obstant, vint anys més tard i gràcies a la transformada de Fourier discreta (DFT), i la DFT inversa (IDFT), el desenvolupament de procediments senzills i barats junt amb la presa de consciència de que la modulació multiportadora podia ser aplicada eficientment amb aquests algorismes va fer que es comencés a fer un ús generalitzat d'aquesta modulació.

En aquesta secció es fa una revisió de les propietats bàsiques de la DFT, i després es mostra el sistema OFDM implementat de manera discreta amb la DFT i la IDFT.

1.4.1. La DFT i les seves propietats

Sigui $x[n], 0 \leq n \leq N - 1$ una seqüència discreta en temps, els N -punts de la DFT d' $x[n]$ es defineixen com [1]:

$$DFT\{x[n]\} = X[i] \equiv \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j\frac{2\pi ni}{N}}, 0 \leq i \leq N - 1 \quad (1.10)$$

La DFT en temps discret és equivalent a la transformada de Fourier en temps continu. $X[i]$ caracteritza la component en freqüència discreta de la discretització ($x[n]$) del senyal original $x(t)$.

La seqüència $x[n]$ es pot recuperar fent la IDFT de la seva DFT:

$$IDFT\{X[i]\} = x[n] \equiv \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{i=0}^{N-1} X[i] e^{j\frac{2\pi ni}{N}}, 0 \leq n \leq N - 1 \quad (1.11)$$

La DFT i la seva inversa s'implementen computacionalment mitjançant la *Fast Fourier Transform* (FFT) i la seva inversa (IFFT) [1].

1.4.2. Convulsió lineal i convulsió circular

Quan una seqüència $x[n]$ s'envia a través d'un canal discret lineal i invariant en el temps $h[n]$, la sortida $y[n]$ és la convulsió lineal de l'entrada amb la resposta impulsional del canal:

$$y[n] = h[n] * x[n] = x[n] * h[n] = \sum_k h[k]x[n-k] \quad (1.12)$$

En canvi, la **convulsió circular** d' $x[n]$ amb $h[n]$ es defineix com:

$$y[n] = h[n] \otimes x[n] = x[n] \otimes h[n] = \sum_k h[k]x[n-k] \text{ mod } N \quad (1.13)$$

que és una versió periòdica de la convulsió normal de període N .

Tenint en compte les propietats de la DFT [4] la convulsió circular en temps es tradueix en una multiplicació en freqüència:

$$DFT\{y[n] = x[n] \otimes h[n]\} = X[i]H[i], 0 \leq i \leq N-1 \quad (1.14)$$

Es pot fer una lectura de l'expressió anterior: si el canal i l'entrada estan convolucionats de forma circular i si $h[n]$ és conegut al receptor, aleshores es pot recuperar la seqüència d'entrada original aplicant la IDFT a $Y[i]/H[i], 0 \leq i \leq N-1$. A la realitat, però, la sortida del canal no és una convulsió circular sinó una convulsió lineal. Sortosament es pot convertir aquesta convulsió lineal en una convulsió circular afegint un prefix especial a l'entrada anomenat **prefix cíclic**.

1.4.3. El prefix cíclic

Considerem una seqüència d'entrada al canal $x[n] = x[0], \dots, x[N-1]$ de longitud N i un canal discret en temps FIR $h[n] = h[0], \dots, h[\mu]$ de longitud $\mu + 1$. El prefix cíclic de $x[n]$ es defineix com $\{x[N-\mu], \dots, x[N-1]\}$, que consisteix en agafar les últimes μ mostres de la seqüència $x[n]$. Per a cada seqüència d'entrada de longitud N les últimes μ mostres s'afegeixen al principi de la seqüència. Apareix aleshores una nova seqüència $\tilde{x}[n], -\mu \leq n \leq N-1$ de longitud $N + \mu$, on $\tilde{x}[-\mu], \dots, \tilde{x}[N-1] = x[N-\mu], \dots, x[N-1], x[0], \dots, x[N-1]$, com mostra la Fig. 7. Podem veure que $\tilde{x}[n] = x[n]_N$ per a $-\mu \leq n \leq N-1$, que implica que $\tilde{x}[n-k] = x[n-k]_N$ per a $-\mu \leq n-k \leq N-1$. La notació $()_N$ denota mòdul N .

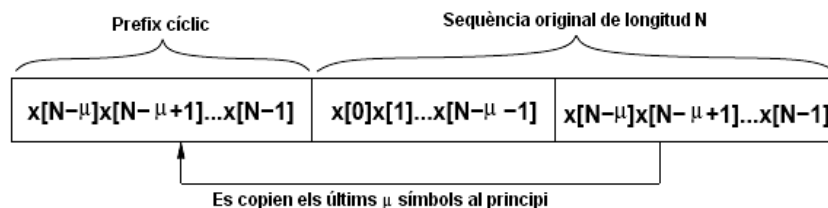


Fig. 7 El prefix cíclic es copia al començament de la seqüència d'entrada

Suposem ara que $\tilde{x}[n]$ és l'entrada a un canal discret amb resposta impulsional $h[n]$. La sortida del canal $\tilde{y}[n]$ per a $0 \leq n \leq N-1$ és:

$$\tilde{y}[n] = \tilde{x}[n] * h[n] = \sum_{k=0}^{\mu-1} h[k] \tilde{x}[n-k] = \sum_{k=0}^{\mu-1} h[k] x[n-k]_N = x[n] \otimes h[n] \quad (1.15)$$

on la tercera igualtat ve donada perquè per a $0 \leq k \leq \mu-1$, $\tilde{x}[n-k] = x[n-k]_N$. Així, afegint un prefix cíclic al senyal d'entrada al canal la convolució lineal associada a la resposta impulsional del canal es converteix en una convolució circular. Si fem la DFT de la sortida del canal en absència de soroll:

$$\tilde{Y}[i] = DFT\{\tilde{y}[n] = x[n] \otimes h[n]\} = X[i]H[i], 0 \leq i \leq N-1 \quad (1.16)$$

I per tant, podem recuperar la seqüència d'entrada $x[n], 0 \leq n \leq N-1$ a partir de la sortida del canal $\tilde{y}[n], 0 \leq n \leq N-1$, sempre que $h[n]$ sigui conegut:

$$x[n] = IDFT\{\tilde{Y}[i]/H[i]\} = IDFT\{DFT\{\tilde{y}[n]\}/DFT\{h[n]\}\} \quad (1.17)$$

S'observa que $\tilde{y}[n], -\mu \leq n \leq N-1$ té longitud $N + \mu$. Les primeres μ mostres $\tilde{y}[-\mu], \dots, \tilde{y}[-1]$ no són necessàries per a recuperar $x[n], 0 \leq n \leq N-1$, degut a la redundància associada al prefix cíclic. A més, si l'entrada $x[n]$ es divideix en blocs de longitud N amb un prefix cíclic adjunt a cada bloc per a formar $\tilde{x}[n]$, aleshores les primeres mostres de $\tilde{y}[n] = h[n] \otimes x[n]$ del bloc estan corrompudes per la ISI que ens provoquen les últimes μ mostres del bloc anterior, com es pot veure a la Fig. 8:

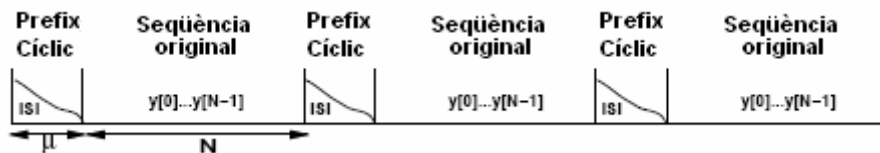


Fig. 8 Senyal resultant del canal. La ISI només afecta al prefix cíclic.

Així doncs, el prefix cíclic serveix per a eliminar la ISI en els blocs d'informació útil ja que les primeres μ mostres de la sortida del canal afectades per aquesta ISI són descartades sense patir cap pèrdua d'informació original.

Per tal d'evitar la ISI entre blocs, en cas de no tenir prefix cíclic, cal inserir una banda de guarda de duració aproximada T_m (equivalent a la dispersió del retard) després de cada bloc de N símbols de duració total NT_s , equivalent al prefix cíclic en temps continu. Així el canal es descarrega durant la banda de guarda i s'elimina la ISI entre aquests blocs.

El fet d'emprar el prefix cíclic té un inconvenient: per a cada bloc de N símbols se n'afegeixen μ símbols del prefix cíclic. Això es tradueix en una reducció de la taxa de transmissió de $\frac{N}{(\mu + N)}$.

La potència transmesa també es veurà afectada pel prefix cíclic. Com a cas particular, el prefix cíclic pot consistir en símbols zero que no consumiran potència. En aquest cas durant l'interval de guarda no s'envia cap símbol com es mostra a la Fig. 9. Al receptor, el canal es descarrega immediatament després del símbol. Aquesta "cua" associada al final del símbol OFDM s'afegeix al principi del símbol, que reproduïx l'efecte del prefix cíclic. D'aquesta manera s'aconsegueix convertir la convolució lineal en convolució circular i quan es transmet el prefix zero no transmetem potència.

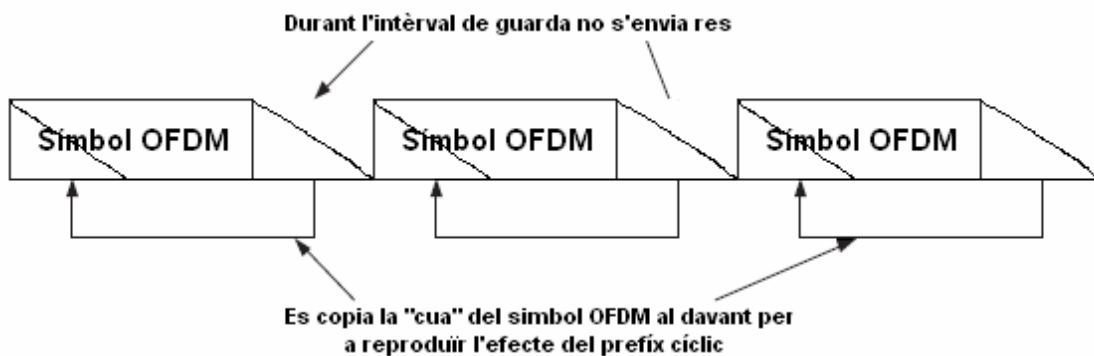


Fig. 9 Es pot recrear un canal circular amb els prefix zero, copiant la "cua" del símbol OFDM al principi d'aquest.

Però el soroll de la "cua" rebuda s'afegeix al principi del símbol, fet que incrementa la potència de soroll al símbol OFDM. Tot i així, la diferència en termes del SNR no es significant (perquè $N \gg \mu$) per a les dues formes de prefix cíclic (per a més informació consultar el capítol 12.4.3 *Wireless Communications* [4]).

En el transmissor OFDM discret la informació d'entrada es divideix en blocs de N bits que seran carregats en un símbol OFDM, al que se li afegeix el prefix cíclic a cada un d'ells per tal d'abolir la ISI provocada per la descàrrega del canal. Al receptor, les mostres afectades per la ISI entre els símbols OFDM són eliminats. La DFT de les cadenes de bits restants serveixen per a recuperar la informació original d'entrada. Al següent punt s'estudia amb més detall el disseny del sistema OFDM discret.

1.4.4. El transmissor OFDM discret

La Fig. 10 mostra l'esquema de la implementació del transmissor OFDM discret. El transmissor té com a entrada la seqüència de bits R . El modulador $M-QAM$ agafa grups de $\log_2 M$ bits i n'extreu un símbol $M-QAM$ per a cada grup. Seguidament, la cadena de símbols resultants $X[0], X[1], \dots, X[N-1]$ passen per un *Convertidor Sèrie Paral·lel* del qual sortiran els N símbols en paral·lel. Cada un d'aquests símbols correspon a cada una de les sub-portadores. Aquests N símbols a la sortida del *Convertidor Sèrie Paral·lel* són els components discrets en freqüència del transmissor OFDM.

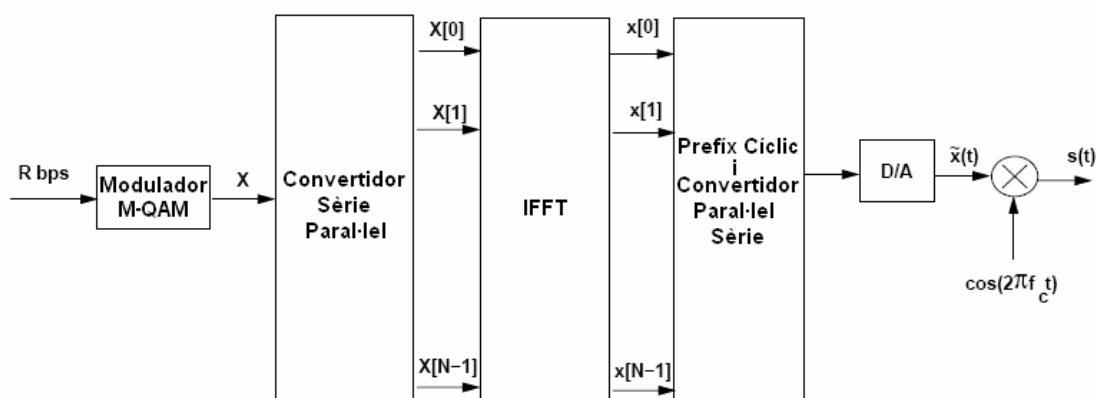


Fig. 10 Esquema del transmissor discret OFDM implementat amb la IFFT.

Per tal de generar $s(t)$ aquests components en freqüència es converteixen en mostres temporals al passar per un bloc que fa la DFT, implementat de manera eficient per l'algorisme de la IFFT. A la sortida d'aquest bloc hi ha en paral·lel els N símbols de $x[n] = x[0], x[1], \dots, x[N-1]$ que tenen repartida la informació de cada un dels símbols entrants degut a que cada símbol $x[n]$ es forma a partir de tots els símbols entrants:

$$x[n] \equiv \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{i=0}^{N-1} X[i] e^{j \frac{2\pi}{N} n}, 0 \leq n \leq N-1 \quad (1.18)$$

D'aquesta manera, cada símbol queda modulats per la freqüència portadora $e^{j \frac{2\pi}{N} n}$, $i = 0, 1, \dots, N-1$. Tot seguit a cada símbol se li afegeix el prefix cíclic. Les mostres temporals resultants $\tilde{x}[n] = \tilde{x}[-\mu], \dots, \tilde{x}[N-1] = x[N-\mu], \dots, x[N-1], x[0], \dots, x[N-1]$ passen pel *Convertidor Paral·lel Sèrie*. El Conversor D/A converteix $\tilde{x}[n]$ en un senyal en banda base $\tilde{x}(t)$ i finalment $\tilde{x}(t)$ es modula a la freqüència f_c per a ser enviat com un **símbol OFDM** $s(t)$, on f_c és la freqüència portadora del símbol OFDM:

$$s(t) = \tilde{x}(t) \cos(2\pi f_c t) \quad (1.19)$$

1.4.5. El receptor OFDM discret

Com es veu en el quadre de color gris de la Fig. 11 el receptor passa el senyal rebut $r(t) = s(t) * h(t) + n(t)$ a banda base mitjançant un demodulador i un filtre pas baix que li treu els components d'alta freqüència. A la sortida del filtre pas baix el senyal és: $\tilde{y}(t) = \tilde{x}(t) * h(t) + n(t)$ dins l'interval de temps $[0, T_N]$, on $h(t)$ és el canal i $n(t)$ és el soroll AWGN. El convertidor A/D discretitza aquest senyal de manera que a la sortida del convertidor es té el senyal: $\tilde{y}[n] = \tilde{x}[n] * h[n] + v[n], -\mu \leq n \leq N - 1$.

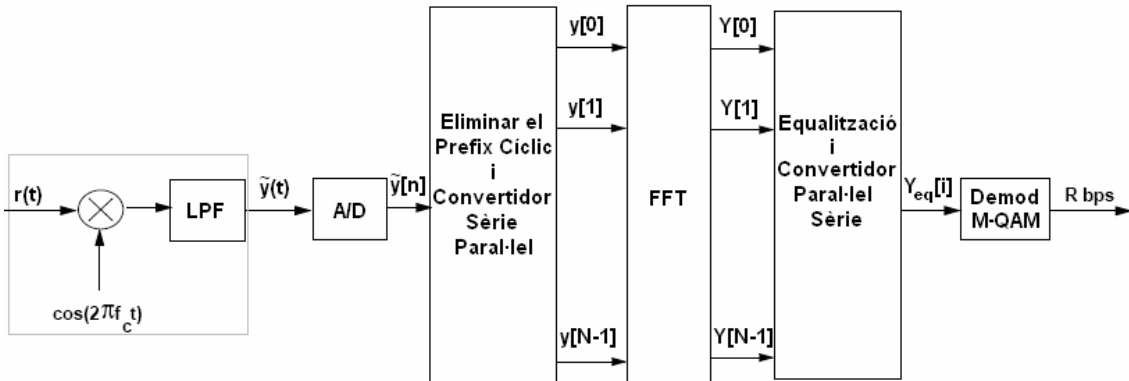


Fig. 11 Esquema del receptor discret OFDM implementat amb la FFT.

Al següent bloc s'elimina el prefix cíclic del senyal $\tilde{y}[n]$ que són les primeres μ mostres d'aquest i en resulta $y[n], 0 \leq n \leq N - 1$. Tot seguit el *Convertidor Sèrie Paralel* posa la cadena $y[n]$ en paral·lel. Cadascuna d'aquestes cadenes passen pel bloc de la FFT que en fa la seva DFT discreta i n'extreu el símbol $Y[i] = X[i]H[i] + N[i], 0 \leq i \leq N - 1$. Després cadascun dels N símbols passen pel bloc on s'equalitza en freqüència el símbol $M - QAM$, on $H[i] = H(f_i) = \alpha_i$:

$$Y_{eq}[i] = \frac{X[i]H[i]}{H[i]} + \frac{N[i]}{H[i]} = X[i] + \frac{N[i]}{H[i]} \quad ; \quad 0 \leq i \leq N - 1 \quad (1.20)$$

Com que s'inverteix l'efecte del canal al receptor el soroll queda realçat pel canal. La tècnica del *precoding* (secció 1.5.2) inverteix l'efecte del canal al transmissor i d'aquesta manera el soroll no queda realçat.

Finalment tots aquests símbols equalitzats es posen en sèrie mitjançant el *Convertidor Paralel Sèrie* i el Demodulador $M - QAM$ desmapeja el símbol per a extreure'n la cadena de bits originals d'entrada R .

Gràcies a la DFT es pot realitzar l'equalització en freqüència, perquè converteix la convolució circular en domini temporal en una multiplicació en domini freqüencial. Perquè això sigui possible cal conèixer el canal. Al següent apartat 1.4.6 recull com el receptor du a terme l'estimació de canal per a calcular els coeficients α_i .

1.4.6. Estimació de canal (algoritme *Least Squares*)

L'estimació de canal permet calcular amb precisió els guanys $H(f_i) = \alpha_i$, $0 \leq i \leq N - 1$ que han afectat al senyal rebut.

El mecanisme consisteix en que el transmissor, prèviament sincronitzat amb el receptor, envia un senyal de prova pel canal (en sistemes OFDM el senyal de prova s'anomena símbol pilot). Mitjançant el senyal rebut (modificat pel canal) i com que el receptor té coneixement d'aquest senyal de prova transmès, aplica un algoritme que li permet conèixer els guanys α_i del canal.

L'algoritme *Least Squares* (LS) [7] [8] permet estimar els guanys del canal en presència del soroll. Es tracta de minimitzar la diferència (o error quadràtic) entre el senyal esperat i el senyal rebut.

Si considerem un símbol pilot enviat i afectat pel canal de la forma: $Y[i] = X[i]H[i] + N[i]$ l'algoritme LS minimitza $\sum (Y[i] - H[i]X[i])^2 = \|\underline{y} - \underline{X}\underline{h}\|^2$ on \underline{y} és un vector que conté els símbols $M - QAM$ o $M - PSK$ recuperats de cada subportadora i $\underline{X}\underline{h}$ correspon a la senyal enviada i afectada pel canal \underline{h} . \underline{X} és una matriu amb les mostres del senyal transmès a la seva diagonal (1. 21). La notació $\underline{\quad}$ indica un vector i $\underline{\quad}$ una matriu:

$$\underline{X} = \begin{bmatrix} X_0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & X_1 & & 0 \\ \dots & & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & X_{N-1} \end{bmatrix} \quad (1. 21)$$

Per tant, si la funció de cost a minimitzar és l'error quadràtic $\|\underline{y} - \underline{X}\underline{h}\|^2$, \hat{h}_{LS} és el canal estimat mitjançant l'algoritme LS:

$$\begin{aligned} \hat{h}_{LS} &= \min \|\underline{y} - \underline{X}\underline{h}\|^2 = \min [(\underline{y} - \underline{X}\underline{h})^H \cdot (\underline{y} - \underline{X}\underline{h})] = \min [(\underline{y}^H - \underline{h}^H \underline{X}^H) \cdot (\underline{y} - \underline{X}\underline{h})] = \\ &= \min [\underline{y}^H \underline{y} - \underline{y}^H \underline{X}\underline{h} - \underline{h}^H \underline{X}^H \underline{y} + \underline{h}\underline{h}^H \underline{X}\underline{X}^H] \end{aligned} \quad (1. 22)$$

on \underline{y} és el senyal de prova (senyal esperat), \underline{h} és el canal i els signes $()^H$ i $()^{-1}$ denoten la matriu hermítica i inversa respectivament. Per tal de minimitzar la funció de cost es fa la seva derivada respecte a \underline{h}^H i s'igual a zero:

$$\frac{\partial \left(\|\underline{y} - \underline{X}\underline{h}\|^2 \right)}{\partial \underline{h}^H} = -\underline{X}^H \underline{y} + \underline{X}^H \underline{X} \hat{h}_{LS} = 0 \quad (1. 23)$$

Seguidament s'aïlla el canal $\hat{\underline{h}}_{LS}$:

$$\begin{aligned}\underline{X}^H \underline{X} \hat{\underline{h}}_{LS} &= \underline{X}^H \underline{y} \\ \hat{\underline{h}}_{LS} &= (\underline{X}^H \underline{X})^{-1} \underline{X}^H \underline{y} \\ \hat{\underline{h}}_{LS} &= \underline{X}^{-1} \underline{y}\end{aligned}\tag{1.24}$$

on $\hat{\underline{h}}_{LS}$ és el canal estimat mitjançant l'algoritme LS. Cal notar que només es tracta de dividir el vector \underline{y} per la matriu \underline{X} , és a dir, dividir cadascun dels símbols rebuts pel corresponent símbol enviat.

1.5. Pal·liació dels esvaïments en les sub-portadores

Si s'inclou l'efecte del canal i del soroll, el símbol i -èsim rebut (\hat{s}_i) queda escalat pel guany del canal $\alpha_i = H(f_i) = H[i]$ i corromput per la mostra de soroll AWGN ($N[i] = n_i$), on $s_i = X[i]$:

$$\hat{s}_i = \alpha_i s_i + n_i\tag{1.25}$$

En termes de SNR, si la potència transmesa per la sub-portadora i -èsima és P_i , i l'esvaïment a la sub-portadora esta representat pel coeficient complex α_i , aleshores la SNR de la i -èsima sub-portadora al receptor és:

$$SNR_i = |\alpha_i|^2 \frac{P_i}{N_0 B_N}\tag{1.26}$$

on B_N és l'ample de banda de cada sub-canal i N_0 és la densitat espectral del soroll. Si el coeficient $|\alpha_i|^2$ és petit, aleshores la SNR rebuda al i -èsim sub-canal és baixa, fet que pot ocasionar una taxa d'error alta en aquest sub-canal. D'altra banda, en els canals mòbils els guanys α_i 's variaran temporalment, fet que pot degradar considerablement la qualitat del senyal al i -èsim sub-canal. Per aquest motiu és important mitigar o atenuar l'efecte d'aquests guanys anomenats també esvaïments.

Existeixen varies tècniques per tal de pal·liar aquest efecte, com la codificació amb entrellaçat en temps i en freqüència, l'equalització en freqüència, el *precoding*... [4]. La tècnica més comuna és la codificació amb entrellaçat, i s'ha adoptat a bona part dels estàndards europeus de difusió d'àudio i vídeo digital [5].

1.5.1. Equalització en freqüència

En termes de SNR, si considerem un sistema multiportadora en que la potència transmesa per la sub-portadora i -èsima és P_i i α_i és el guany que afecta a aquest sub-

canal, la SNR del senyal rebut al i -èsim sub-canal a l'entrada de l'equalitzador (SNR_i) és:

$$SNR_i = \frac{|\alpha_i|^2 P_i}{P_{N-i}} \quad (1.27)$$

on P_{N-i} és la potència de soroll (a l'ample de banda B_N del i -èsim sub-canal amb densitat espectral de soroll N_0). La potència del senyal a la sortida de l'equalitzador és:

$$\frac{|\alpha_i|^2 P_i}{|\alpha_i|^2} + \frac{N_0 B_N}{|\alpha_i|^2} = P_i + \frac{P_{N-i}}{|\alpha_i|^2} \quad (1.28)$$

I per tant la SNR a l'entrada de l'equalitzador (SNR_i) és la mateixa que a la sortida (SNR_{eq-i}):

$$SNR_{eq-i} = \frac{\frac{|\alpha_i|^2 P_i}{|\alpha_i|^2}}{\frac{P_{N-i}}{|\alpha_i|^2}} = \frac{|\alpha_i|^2 P_i}{P_{N-i}} = SNR_i \quad (1.29)$$

Podem afirmar doncs que l'equalització en freqüència varia la SNR del senyal.

1.5.2. Precoding

La tècnica del *precoding* fa servir la mateixa idea de l'equalització però inverteix l'efecte del canal al transmissor en comptes de fer-ho al receptor (Fig. 12). D'aquesta manera el soroll no queda realçat per l'equalització ja que només s'equalitza el senyal útil.

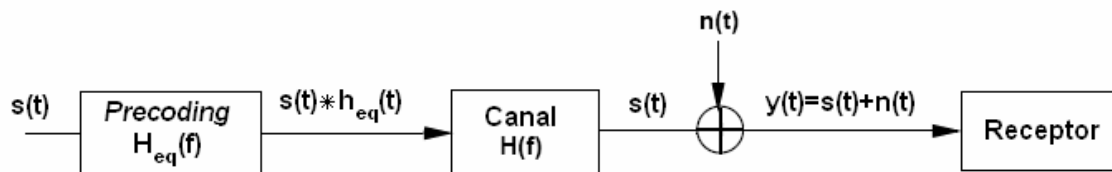


Fig. 12 Diagrama de blocs del procés de *precoding*

Si considerem un sistema multiportadora amb *precoding* es requereix que el transmissor tingui coneixement dels guanys α_i del canal (obtinguts mitjançant l'estimació de canal). Així doncs si volem tenir una potència de senyal rebut al i -èsim sub-canal P_i , i el canal ens introdueix un esvaïment pla α_i , aleshores després del *precoding* tindrem una potència de senyal transmès $P_i/|\alpha_i|^2$ al i -èsim sub-canal.

D'aquesta manera la potència de senyal útil a l'entrada del receptor al i -èsim sub-canal

$$\text{és } \frac{P_i |\alpha_i|^2}{|\alpha_i|^2} = P_i.$$

Amb tot, existeixen alguns inconvenients del *precoding* en els sistemes sense fils. Si el canal té molta variabilitat temporal (com és el cas dels canals mòbils) no hi ha suficient temps com per a fer una bona estimació de canal i enviar-la al transmissor, ja que durant aquest temps el canal ja haurà variat de nou i els guanys α_i ja no serviran [4].

1.5.3. Codificació amb entrellaçat

La idea bàsica de la codificació (*coding*) és transformar grups de bits en paraules codificades (seguint un conjunt de mètodes o regles anomenats codi) de manera que la informació es mantingui. La codificació té com a objectiu detectar errors i poder corregir-los al receptor. [4]

L'entrellaçat en freqüència o *interleaving* consisteix en barrejar de manera ordenada la cadena de bits de cada sub-canal R_N , de manera que si el canal introdueix esvaïments i es produeixen rafegues d'errors en la senyal de la i -èsima sub-portadora, al desfer l'entrellaçat, aquests errors es reparteixen entre totes les cadenes de bits enviades. Si la ràfega d'errors està repartida per tota la cadena és més fàcil reconstruir-les mitjançant algoritmes de decodificació [2]. Cal tenir en compte que per aquest tipus de modulació l'equalització s'ha de fer en freqüència i dins de cada sub-portadora.

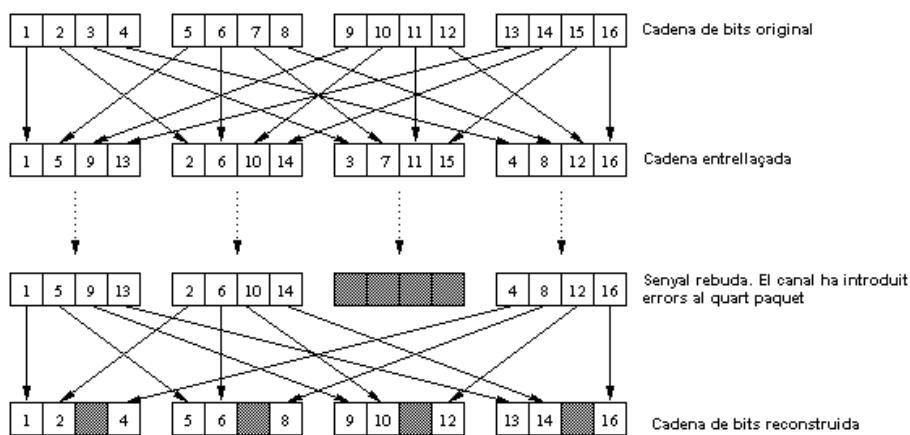


Fig. 13 Procés d'entrellaçat o *interleaving*.

Les altres tècniques per a pal·liar els esvaïments (com l'equalització i el *precoding*) estan enfocades a compensar els efectes dels esvaïments plans que s'apliquen tant en els sistemes multiportadora com en els sistemes de banda estreta d'una sola portadora [5].

1.6. Conclusions

Aquest primer tema passa per l'anàlisi en temps continu i en temps discret de la modulació multiportadora amb sub-canals solapats (OFDM), una tècnica de gran eficiència espectral per a la transmissió de dades. També es citen els diversos inconvenients i avantatges de la implementació d'aquesta tècnica i es discuteixen les tècniques de pal·liació dels esvaïments que afecten al senyal rebut.

La tècnica de modulació multiportadora divideix l'ample de banda total en sub-canals. Cada sub-canal té una sub-portadora centrada per la qual s'envia informació. La cadena de bits d'informació es divideix en sub-cadenes per tal d'enviar cada una d'aquestes a través d'una sub-portadora diferent. Utilitza un ample de banda total per a transmetre de $B = \frac{N(1+\beta)}{T_N}$. Amb tot, aquesta forma de modulació multiportadora pot

ser espectralment ineficient. En la **modulació multiportadora amb sub-canals solapats** els sub-canals es solapen entre sí de manera que s'aconsegueix aprofitar més l'espectre gràcies a les sub-portadores ortogonals, que permeten recuperar el senyal al receptor sense patir ISI tot i estar solapades. Aquest sistema té un ample de banda total per a valors grans de N de $B_{\text{sub-canals_solapats}} \approx \frac{N}{T_N}$.

Els paràmetres de l'ample de banda del sub-canal es trien amb la finalitat de **minimitzar la ISI**. L'ample de banda de cada sub-canal B_N s'escull de manera que sigui molt més petit que l'ample de banda de coherència B_C ($B_N \ll B_C$). Així, cada sub-canal experimenta esvaïments plans en comptes de selectius, que provocarien ISI. En el domini temporal cal complir que el temps de símbol T_N sigui molt més gran que la dispersió del retard T_m , amb l'objectiu que els sub-canals no pateixin esvaïments selectius.

La **implementació discreta d'un sistema OFDM** és molt més efectiva que en temps continu perquè les propietats de la DFT junt amb el **prefix cíclic** converteixen la convolució lineal del senyal transmès amb la resposta impulsional del canal en una convolució circular. Aquest fet fa que les primeres mostres del símbol OFDM rebut (relatives al prefix cíclic) estiguin corrompudes per ISI, però es descarten perquè no són necessàries per a recuperar la informació. Mitjançant l'ús del prefix zero s'aconsegueix no "gastar" potència en la transmissió del prefix cíclic però contràriament s'afegeix potència de soroll al símbol OFDM. La diferència en termes del SNR no és significativa (segons [4]) entre el prefix cíclic i el prefix zero.

El canal introdueix **esvaïments** (o caigudes de la potència del senyal degut al guany del canal) a cada una de les sub-bandes del sistema i s'han de combatre per tal de poder recuperar la informació del senyal rebut. Per a conèixer els guanys α_i del canal el receptor ha d'haver fet una **estimació del canal** prèvia. L'algoritme **Least Squares** estima el canal minimitzant la diferència (l'error quadràtic) entre el senyal esperat i el rebut, amb una simple equació.

S'han explicat tres tècniques de pal·liació dels esvaïments en les sub-portadores: la codificació amb entrellaçat, l'equalització en freqüència i el *precoding*. La **codificació amb entrellaçat** consisteix en agafar grups de bits i convertir-los en paraules codificades. Tot seguit s'entrellacen entre sí en freqüència (dins de cada sub-portadora) perquè si hi ha una ràfega d'errors que afecta moltes paraules seguides, mitjançant algorismes de decodificació es puguin recuperar [2]. L'**equalització en freqüència** consisteix en invertir l'efecte del canal al receptor. S'aconsegueix multiplicant en freqüència el senyal rebut per la inversa del canal. Aquesta tècnica no canvia la SNR d'abans i després del procés d'equalització però té com a inconvenient que el soroll queda realçat pel factor $1/\alpha_i^2$. La tècnica del ***precoding*** consisteix en invertir l'efecte del canal al transmissor en comptes de fer-ho al receptor, d'aquesta manera la potència de soroll no queda realçada però per contra, en canals amb molta variabilitat temporal (com és el cas dels canals mòbils) el receptor no pot enviar la informació del canal prou ràpid al transmissor.

1.7. Bibliografia

[1] HAYKIN, Simon, MOHER, Michael. (2005). *Modern Wireless Communications*. Ontario, Canada. Editorial: Pearson Prentice Hall.

[2] RAPPORT, Theodore S. (2002) *Wireless Communications: Principles and Practice*. USA. Editorial: Prentice Hall. Segona edició

[3] MARAL, Gerard, BOUSQUET, Michel. *Satelite Communication Systems: Systems, Techniques and Technologies*. Tolouse, France. Editorial: Wiley. Quarta Edició

[4] GOLDSMITH, Andrea. *Wireless Communicaction*. Nova York, EEUU. Editorial: Cambridge University Press.

[5] SARI H., KARAM G., I. Jeanclaude, *Transmission techniques for digital terrestrial TV broadcasting, IEEE Commun. Mag.* Vol. 33, No. 2, pp. 100-109, Feb. 1995.

[6] YE (GEOFFREY) Li, GORDON Stuber. *Orthogonal Frequency Division Multiplexing for Wireless Communications*. Georgia Institute of Technology. Editorial: Springer.

[7] Jan-Jaap van de BEEK, O. Edfors, M. Sandell, S.K. Wilson, P.O. Börjesson. *On Channel Estimation in OFDM Systems*. IEEE Internacional Symposium. 1995

[8] PUKKILA, MARKKUS. Börjesson. *Channel Estimation Modelling*. Nokia Research Center. 2000

Disponible a: http://www.comlab.hut.fi/opetus/260/chan_est.pdf

2. Caracterització del canal

2.1. Introducció als canals Wireless

Des de la transmissió fins a la seva recepció, el senyal transmès experimenta una sèrie de canvis degut a diferents fenòmens que han tingut lloc durant la seva propagació. Aquests canvis són causats per una sèrie de fenòmens físics que nosaltres modelem de manera simplificada a través del concepte de canal i s'han d'analitzar i quantificar per tal de poder garantir una bona caracterització de l'enllaç. En el cas d'un canal sense fils, el senyal viatja a través d'un medi de propagació lliure no guiat, fet que comporta que el seu estudi sigui una mica més complex.

En la seva propagació, els senyals de ràdio experimenten tres fenòmens principals: reflexions, difraccions i dispersions. Així, per tal de calcular el senyal rebut s'aplica la teoria de propagació electromagnètica de Maxwell. Però és impossible calcular detalladament els efectes que experimenta el senyal per a un camí de propagació entre dos punts qualsevol, ja que en la majoria de casos els paràmetres de l'entorn no estan disponibles o els càlculs serien massa complexos. Per aquest motiu es caracteritza el senyal rebut fent ús de l'estadística i dels models empírics.

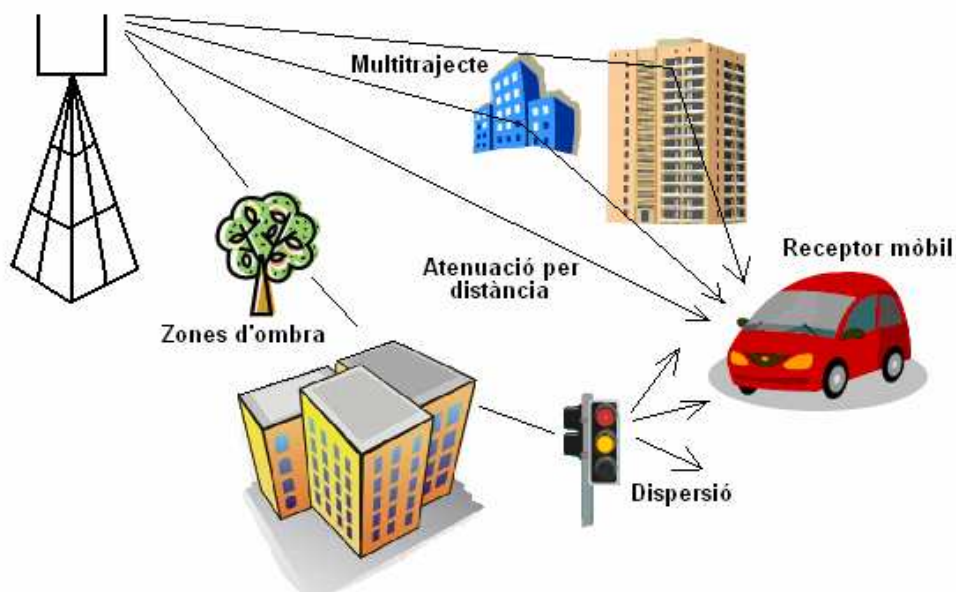


Fig. 14 Exemple de tots els fenòmens que pateixen els components multitrajete del senyal transmès durant la seva propagació fins al receptor, en aquest cas un mòbil.

Els diferents estudis miren d'aproximar el canal de comunicacions per a cada entorn de propagació. Les aproximacions més simples estan basades en raigs. Aquestes tècniques aproximen la propagació de les ones electromagnètiques al traçat que du a terme el senyal i els canvis que pateix aquest durant el seu recorregut. Tenen en compte els efectes de les reflexions i refraccions sobre el senyal durant el seu camí, però ignoren la dispersió que pateix el senyal durant la propagació.

El model més simple dins d'aquest conjunt és el model de dos raigs, que descriu detalladament la propagació del senyal quan hi ha un raig en línia recta del transmissor

al receptor i l'altre raig és reflectit per una superfície. Aquest model és una bona aproximació per a la propagació en grans distàncies tals com autopistes o sobre mars o oceans.

També són considerats altres models més complexes que tenen en compte les reflexions, dispersions i les difraccions. El model de dos rajos és poc fidel per a molts dels escenaris de propagació. En aquests casos és freqüent desenvolupar models analítics basats en mesuraments empírics, així que en aquest tema es presentaran alguns dels models més comuns.

En altres casos la complexitat i la variabilitat del canal radio fa difícil obtenir un model determinista del canal i esdevenen més adequats els models estadístics. L'atenuació causada per objectes que obstrueixen la senyal, tals com edificis, arbres, etc. són caracteritzats estadísticament. Aquests models són més escaients per a escenaris amb geometries regulars i propietats dielèctriques uniformes [1]. Els entorns *indoors* o interiors tendeixen a ser més irregulars que els entorns exteriors, donat que les característiques dielèctriques canvien dràsticament depenent de l'entorn interior, tal com una fàbrica oberta, una oficina de forma cúbica, o una habitació amb molts elements metàl·lics. En aquests casos, la millor solució són els eines de modelatge computacional [3].

2.2. Propagació

2.2.1. Propagació per l'espai lliure

Considerem un senyal transmès a través de l'espai lliure, amb una distància d entre el transmissor i el receptor, sense cap objecte que obstrueixi la línia de visió directe entre ells de manera que la ona es propaga en línia recta. Així doncs, les pèrdues a l'espai lliure són:

$$\frac{P_r}{P_t} = G_t G_r \left(\frac{\lambda}{4\pi d} \right)^2 \quad (2.1)$$

on P_t és la potència transmesa, P_r és la potència rebuda, G_t i G_r són els guanys de les antenes transmissora i receptora respectivament a la direcció de transmissió (línia recta entre les dues antenes) i λ és la longitud d'ona. Fixem-nos que l'atenuació depèn de la freqüència del senyal, de la distància i dels guanys de les antenes transmissora i receptora. Les pèrdues a l'espai lliure expressades en dBs segueixen la següent equació:

$$P_L (dB) = 10 \log_{10} \frac{P_t}{P_r} = -10 \log_{10} \frac{G_t G_r \lambda^2}{(4\pi d)^2} \quad (2.2)$$

2.2.2. Efectes sobre la propagació de senyals

En la propagació dels senyals des del transmissor fins al receptor, apart de les pèrdues de propagació per l'espai lliure, els senyals sofreixen varis fenòmens degut als objectes que s'interposen en el seu camí i que canvien la trajectòria i la potència de les ones electromagnètiques.

2.2.2.1. Reflexió

Quan una ona electromagnètica incideix sobre una superfície que separa dos medis diferents s'originen dues ones. Una d'elles retrocedeix cap el primer medi d'on prové i constitueix l'ona reflexada, mentre que l'altre es propaga pel segon medi; és l'ona refractada o transmesa. En la reflexió l'angle d'incidència i l'angle de refracció són iguals $\alpha_i = \alpha_r$, tal i com mostra la següent Fig. 15:

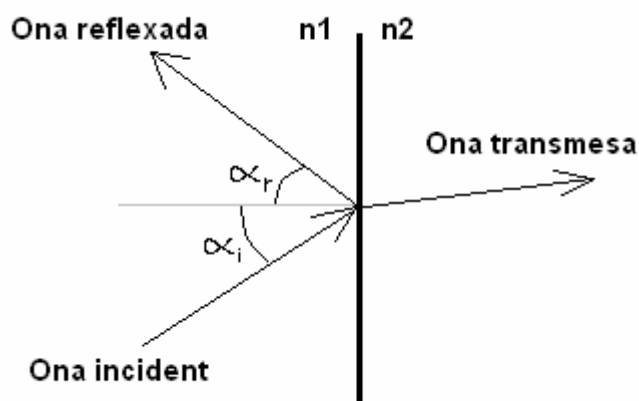


Fig. 15 Reflexió i refracció d'una ona electromagnètica.

Normalment es produeix aquest fenomen quan les ones electromagnètiques incideixen en objectes de dimensions majors que la seva longitud d'ona [3].

2.2.2.2. Difracció

Quan una ona electromagnètica es troba un objecte en el seu camí es produeix el fenomen de la difracció, que consisteix en la dispersió i corbat aparent de la trajectòria de la ona quan topa amb la punta d'un obstacle (Fig. 16)

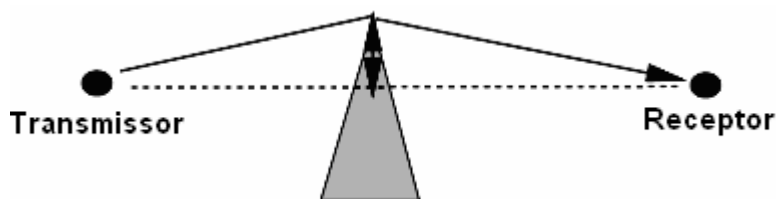


Fig. 16 Difracció de la ona electromagnètica coneguda com a punta de navalla, que produeix un canvi de trajectòria de la ona electromagnètica entre el transmissor i el receptor.

2.2.2.3. Dispersió

La dispersió es produeix quan les ones electromagnètiques incideixen en un obstacle de dimensions menors que la longitud d'ona λ del senyal (com faroles, semàfors, etc), del quals surten varies rèpliques de les ones amb diferent direcció i potència. La Fig. 17 il·lustra la dispersió d'una ona electromagnètica causada per una senyal de transit.

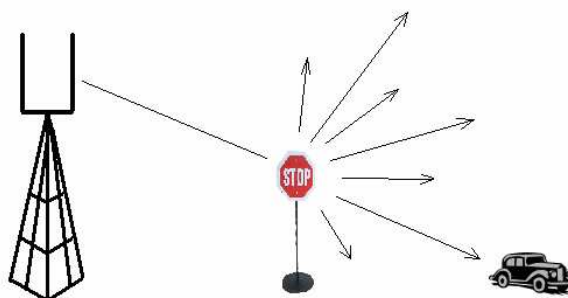


Fig. 17 Dispersió del senyal causada per un obstacle.

Com a conseqüència de la dispersió la potència del senyal original es divideix en les diferents rèpliques de les senyals i es perd potència en el senyal rebut, ja que al receptor només arribarà una petita part de la potència del senyal original transmès. Algunes rèpliques del senyal també arribaran al receptor per reflexions tot causant l'anomenat multicamí (apartat 2.3.4).

2.2.2.4. Zones d'ombra

La potència del senyal rebut també varia en funció d'un efecte conegut com *shadowing* o zones d'ombra (Fig. 18). Aquest efecte produeix una forta atenuació de la potència del senyal degut a absorpcions, reflexions, dispersions o difraccions. Quan l'atenuació produïda per aquests obstacles es molt gran, el senyal pot arribar a quedar bloquejat.

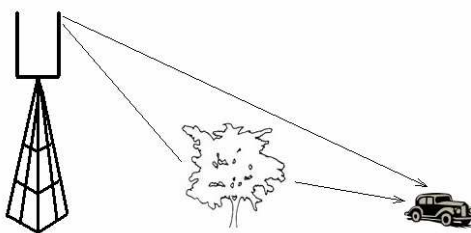


Fig. 18 Atenuació per distància (al raig directe) i *shadowing* (al raig reflexat) causat per un arbre.

2.3. Modelat del canal mòbil

En aquesta secció es presenten de manera ordenada les diferents formes de caracteritzar el canal mòbil d'un sistema de comunicacions i s'exposen juntament els diferents models de canal que hi ha per a cada situació.

Si considerem un receptor mòbil que s'allunya contínuament en relació al transmissor, el nivell de potència del senyal rebut es pot separar en tres velocitats de variació temporal (Fig. 19) descrites a continuació:

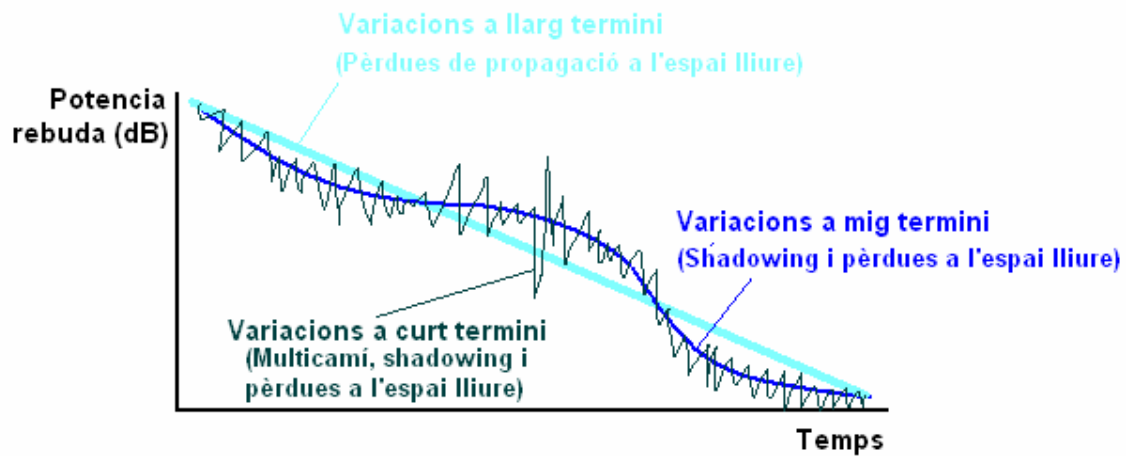


Fig. 19 Velocitats de variació de la potència rebuda en funció del temps.

2.3.1. Variacions a llarg termini

Són les variacions que experimenta la potència del senyal rebut quan es promitja un període molt gran de temps. Seran, per tant, les pèrdues de propagació segons la distància. Existeixen molts models de canal que ens ajuden caracteritzar aquest tipus de variació temporal del senyal rebut; donen la potència mitja rebuda o les pèrdues mesurades a una certa distància del transmissor. Aquests models segueixen l'expressió:

$$\frac{P_R}{P_T} = \frac{1}{L} = \frac{k}{r^n} \rightarrow L = A + 10n \log r = A + B \log r \quad (2.3)$$

on L és l'atenuació, A i n són paràmetres del model i r és la distància entre el transmissor i el receptor. Un dels models més conegut és el model Okumura-Hata que pot ser aplicable a distàncies de 1-100 Km i a rangs de freqüència de 150-1500 MHz [1][2]. També s'usa el model de COST-231, que és una extensió del model Hata [1]. Tots aquests són modelats de canal empírics.

2.3.1.1. Model de dos raigs

És el model més simple de rajos i consisteix en un raig directe entre el transmissor i el receptor propagat a l'espai lliure i un raig reflectit al terra. Aquest model caracteritza les variacions a llarg termini i només té en compte l'atenuació per distància i les pèrdues per la reflexió del raig indirecte. La Fig. 20 mostra l'esquema d'aquest model:

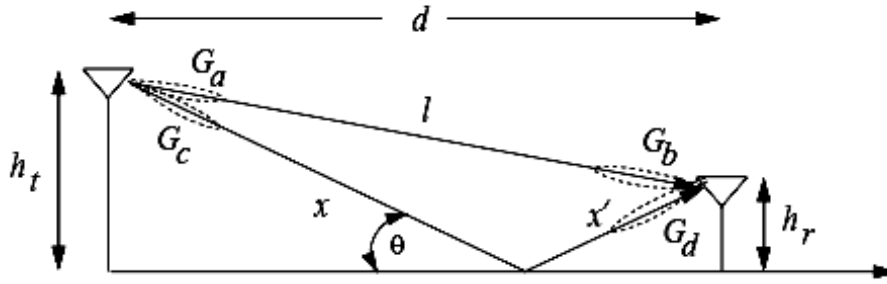


Fig. 20 Esquema del model de dos raigs.

Segons la equació de transmissió de FRIIS [4], la potència de senyal del raig directe a l'antena receptora és [1]:

$$P_r = \left(\frac{\lambda}{4\pi d} \right)^2 G_a G_b P_t \quad (2.4)$$

on P_t és la potència transmesa per l'antena base i G_a i G_b són la els guanys de l'antena transmissora i receptora respectivament en la direcció del raig directe. Si s'aplica aquesta equació al model de dos rajos, la potència rebuda resultant és:

$$P_r = P_t \left(\frac{\lambda}{4\pi d} \right)^2 \left(\left| 1 - e^{-\frac{jk2h_t h_r}{d}} \right| \right)^2 \quad (2.5)$$

on $k = \frac{2\pi}{\lambda}$. S'ha aproximat que h_t i h_r són molt més petites que la distància entre antenes d , que les directivitats de les dues antenes en el raig directe i reflectat són pràcticament iguals i que el coeficient de reflexió del raig reflectat quan rebota al terra equival a -1. Com s'observa, la primera part de l'equació (2.5) correspon a les pèrdues de propagació a l'espai lliure i la segona part correspon a les pèrdues introduïdes per la reflexió en terra lliure.

2.3.2. Variacions a mig termini

Són les variacions de la potència rebuda degudes a les zones d'ombra o *shadowing* produïdes per les ondulacions del terreny o per grans objectes que s'interposen entre les antenes. S'observen quan es promitja la potència rebuda en un període de temps mitjà, inferior que al usat per a les variacions a llarg termini tal i com es mostra a la Fig. 19. Les variacions a mig termini normalment es modelen estadísticament i es caracteritzen com una variable aleatòria amb una f.d.p. log-normal (que és una Gaussiana però amb tots els valors en dBs):

$$f_r(P_R) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(P_R - \bar{P}_R)^2}{2\sigma^2}} \quad (2.6)$$

on P_R (dBm) és la potència mitjana rebuda, calculada amb models de propagació i σ (dB) és la desviació estàndard, que depèn de l'entorn [4].

2.3.3. Variacions a curt termini

Són variacions de la potència rebuda en un període molt curt de temps. Estan produïdes principalment pel multicamí (apartat 2.3.4) que es produeix per objectes pròxims al receptor. Les variacions a curt termini estan caracteritzades per models estadístics ja que són moltes les reflexions i difraccions que ocorren en un entorn pròxim al receptor. La Fig. 21 mostra les variacions a curt termini, que poden arribar a patir grans caigudes de fins a -30 dBm respecte a la potència mitja rebuda. Es modelen mitjançant distribucions estadístiques com la distribució Rayleigh o la Ricean [1][2]. A la secció 2.3.3.1 s'explica com es modela un canal d'esvaïments Rayleigh.

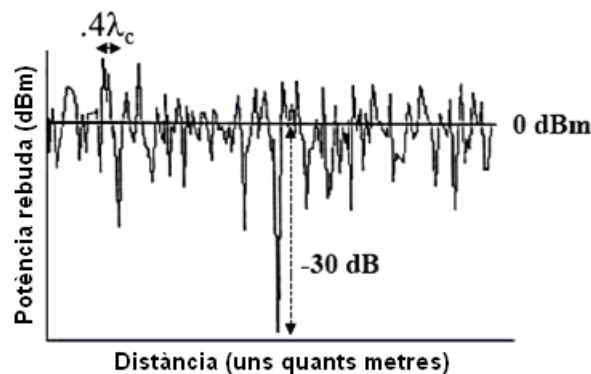


Fig. 21 En aquest gràfic s'aprecien les variacions a curt termini de la potència rebuda que en alguns casos les caigudes de potència poden arribar fins a -30 dB.

2.3.3.1. Canal d'esvaïments Rayleigh

El canal d'esvaïments Rayleigh és un model per a banda estreta. Caracteritza els esvaïments ràpids que pateix el senyal rebut degut al multitrajecte i als objectes de l'entorn pròxim al receptor. Aquest canal modela una situació sense visió directa entre el transmissor i el receptor i per tant tots els rajos rebuts seran producte de reflexions (multitrajecte). En comunicacions mòbils s'utilitza la distribució de Rayleigh per a descriure la variació estadística de la potència de la senyal rebuda.

La f.d.p. (funció densitat de probabilitat) de la envolupant d'una distribució Rayleigh és [4][1]:

$$f_r(r) = \frac{r}{\sigma^2} e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}}; r \in [0, \infty) \quad (2.7)$$

on σ^2 és la variància. La Fig. 22 mostra f.d.p de la envolupant Rayleigh per a diferents valors de la variància:

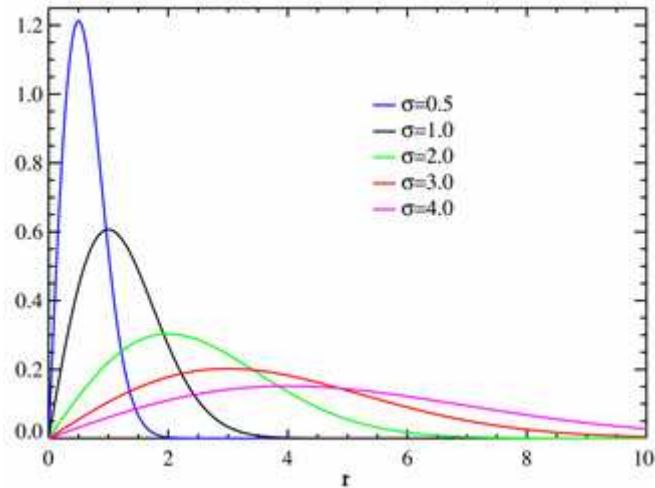


Fig. 22 F.d.p. de la envolupant Rayleigh.

A partir de l'estadística de l'envolupant del senyal, és possible extreure'n la de la potència rebuda si es té en compte la relació $P_R = r^2$, per la qual s'obté [4] [1]:

$$f_{P_R}(P_R) = \frac{1}{P_R} e^{-\frac{P_R}{P_R}} \quad (2.8)$$

on P_R és la potència rebuda i \bar{P}_R és la potència mitja rebuda, que en un canal d'esvaïments Rayleigh equival a $2\sigma^2$ [4]:

$$\begin{aligned} \bar{P}_R = E[P_R] &= \int_{-\infty}^{\infty} P_R \cdot f(P_R) dP_R = \int_{-\infty}^{\infty} P_R \left(\frac{-1}{2\sigma^2} e^{-\frac{P_R}{2\sigma^2}} \right) dP_R = \\ &= - \left[P_R \cdot e^{-\frac{P_R}{2\sigma^2}} \Big|_0^{\infty} - 2\sigma^2 \int_0^{\infty} e^{-\frac{P_R}{2\sigma^2}} \right] = \left[P_R \cdot e^{-\frac{P_R}{2\sigma^2}} - 2\sigma^2 \cdot e^{-\frac{P_R}{2\sigma^2}} \right]_0^{\infty} = 2\sigma^2 \end{aligned} \quad (2.9)$$

La Fig. 23 mostra un exemple del nivell de potència rebuda en un canal d'esvaïments Rayleigh (raig NLOS) envers la distància. S'aprecien clarament els esvaïments a curt termini que modela aquesta distribució:

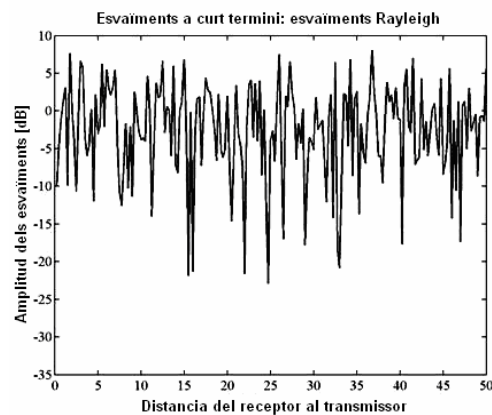


Fig. 23 Exemple d'un canal d'esvaïments Rayleigh que modela les variacions a curt termini.

En els sistemes *wireless* els esvaïments més influents són els produïts per les variacions pròximes al mòbil o de curt termini. Són les que més afectaran al senyal rebut al receptor i per tant són les més important a combatre.

2.3.4. Multitrajecte i esvaïments

Com s'ha explicat a l'apartat 2.2, el senyal transmès es troba variis objectes que li produiran reflexions, difraccions i dispersions. Aquests objectes generen còpies del senyal transmès, anomenades components multicamí del senyal, que tenen la potència atenuada, estan retardades en temps i desplaçades en fase i/o freqüència en relació al senyal directe que rep el receptor. Les senyals multicamí són sumades totes juntes al receptor de tal manera que el senyal total rebut està distorsionada respecte al senyal transmès original.

Si el transmissor, el receptor, i els objectes reflectors estan immòbils, aleshores l'impacte de les senyals multicamí rebudes i els seus respectius retards en temps són fixes. Però si el transmissor i/o el receptor són mòbils, aleshores les característiques de les components multicamí variaran temporalment. En els dos casos és imprescindible fer servir models estadístics per a caracteritzar el senyal rebut ja que el nombre de rèpliques de la senal transmesa no és quantificable. El següent apartat exposa el model de línia de retards, que permet modelar un canal multicamí tenint en compte el multitrajecte i els esvaïments que sofreix el senyal rebut.

2.3.4.1. Model de línia de retards

Un canal multicamí amb esvaïments es pot modelar com un canal lineal variant en el temps on cada rèplica multicamí del senyal queda atenuada, desfasada i retardada en relació al raig directe. [1]:

$$h(t, \tau) = \sum_{n=0}^{N(t)} \alpha_n(t) e^{-j\phi_n(t)} \delta(t - \tau_n) \quad (2.10)$$

on $h(t, \tau)$ és la resposta del canal a l'instant de temps t per un impuls a l'instant de temps $t - \tau$, δ és la funció *delta de dirac*, α_n, ϕ_n, τ_n són l'amplitud, la fase i el retard aleatoris de la n -èsima rèplica del senyal multicamí respecte al senyal directe i $N(t) - 1$ és el nombre total de components multicamí que arriben al receptor a l'instant t . La Fig. 24 ens mostra gràficament els paràmetres del sistema per a dos instants de temps diferents:

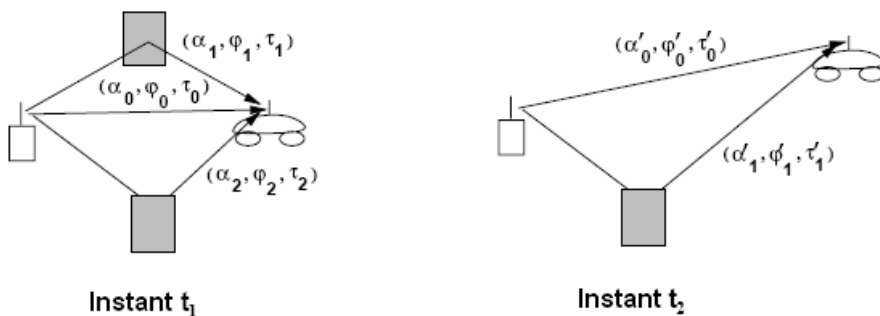


Fig. 24 Exemple de sistema multicamí en dos instants de temps diferents.

A la pràctica el nombre de retards és finit i depèn de l'elecció de retards significatius que es vulguin fer servir. La Fig. 25 correspon a l'esquema de blocs utilitzat per aquest model:

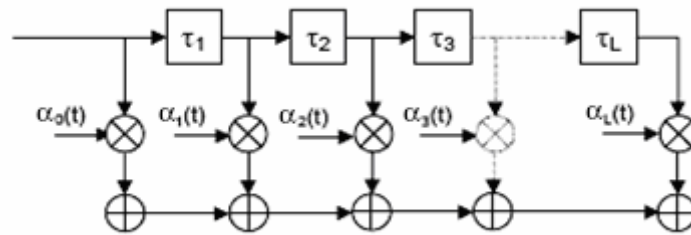


Fig. 25 Diagrama de blocs del canal de línia de retards, amb L rèpliques multicamí.

Els coeficients es calculen estadísticament mitjançant campanyes de mesura on es registren els retards i les corresponents potències, per a cada entorn o escenari on es du a terme el modelat del canal. A cada un dels retards també se'ls anomena *taps*.

2.4. Efecte Doppler

L'efecte Doppler esdevé quan un observador rep una ona emesa per una font en moviment respecte a ell. En aquesta situació la freqüència que mesura l'observador canvia: si la font s'apropa la freqüència augmenta i si la font s'allunya la freqüència disminueix. A la Fig. 26 s'observa com el receptor B rep una freqüència major que la que transmet el transmissor i el receptor A rep una freqüència menor de la que transmet, ja que la font s'apropa al receptor B.

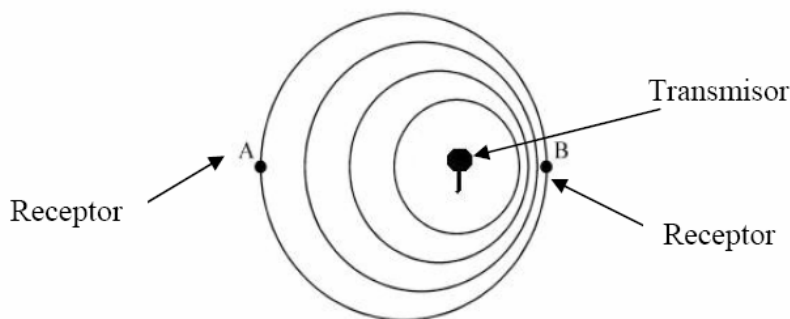


Fig. 26 Efecte Doppler sobre dos receptors.

Així la relació de freqüència que observa el receptor varia degut a aquest efecte, lligat al moviment que tenen la font i l'observador respectivament i també a la velocitat de propagació de les ones. El desplaçament en freqüència resultant degut al efecte Doppler és [4]:

$$\Delta f = \pm f_0 \frac{v}{c} \quad (2.11)$$

on Δf és l'increment (o desplaçament) de freqüència Doppler que observa el receptor, f_0 és la freqüència de transmissió, v és la velocitat entre el transmissor i el receptor.

2.5. Caracterització del canal mòbil en banda ampla

Si es considera un canal multicamí i que el receptor i/o el transmissor estan en moviment de manera que experimenten l'efecte Doppler, les components multicamí rebudes variaran temporalment [4]. L'espectre del senyal rebut en aquest cas es pot representar en 3D mitjançant la matriu de dispersió, que mostra la potència rebuda (P_R) de les components multicamí amb els seus retards (τ_n) i les variacions o desplaçaments en freqüència (Δf) degudes a l'efecte Doppler de cada un d'ells respecte al raig directe. La Fig. 27 mostra un exemple d'una matriu de dispersió. En ella s'observa que cada un dels pics correspon a una rèplica del senyal (degut al multicamí). Cal notar que el raig directe és el que té més potència i no té retard.

Si el canal $h(\tau)$ és un procés estocàstic², es pot caracteritzar mitjançant la funció d'autocorrelació (considerant un procés estacionari en sentit ampli) [1]:

$$R_h(\tau) = E[h(\tau'+\tau) \cdot h^*(\tau')] \quad (2.12)$$

Si a més volem caracteritzar també la variació temporal, es defineix la següent autocorrelació:

$$R_h(\tau, \Delta t) = E[h(\tau'+\tau, t+\Delta t) \cdot h^*(\tau', t)] \quad (2.13)$$

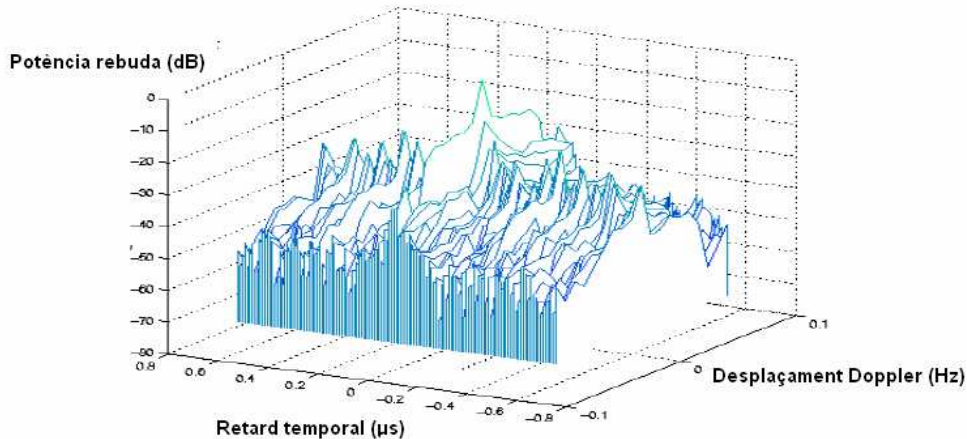


Fig. 27 Matriu de dispersió

Suposant un canal variant en el temps, la matriu de dispersió ve donada per:

$$S_c(\tau, \rho) = \int_{-\infty}^{\infty} R_h(\tau, \Delta t) e^{-j2\pi\rho\Delta t} d\Delta t \quad (2.14)$$

on τ és el retard de cada "eco" i ρ és el desplaçament en freqüència Doppler (Δf).

Si es promitjen els desplaçaments en freqüència de la matriu de dispersió per a cada un dels retards (mitjançant la integració de la matriu de dispersió respecte el

² Un **procés estocàstic** és una successió de variables aleatòries indexades que depenen d'una variable contínua o discreta. Cadascuna de les variables aleatòries del procés té una funció de distribució de probabilitat i les funcions de les variables poden estar correlacionades o no.

desplaçament Doppler) [1], s'obté el **Power Delay Profile** (PDP) (2. 15) que representa la potència mitja associada al retard τ :

$$PDP = R_h(\tau, \Delta t = 0) = \int_{-\infty}^{\infty} S_c(\tau, \rho) d\rho \quad (2. 15)$$

D'aquesta funció se n'extreuen dos paràmetres: la dispersió temporal del retard i l'ample de banda de coherència:

- La **dispersió temporal del retard o delay spread** és la dispersió dels retards deguts al multicamí. Aquest paràmetre ens diu com de disperses estan en temps les components multicamí que arriben al receptor. La dispersió mitja del retard (μT_m) (2. 16) i la dispersió temporal del retard o *rms delay spread* (σ_{Tm}) (2. 17) es defineixen a partir del PDP:

$$\mu T_m = \frac{\int_0^{\infty} \tau R_h(\tau) d\tau}{\int_0^{\infty} R_h(\tau) d\tau} \quad (2. 16)$$

$$\sigma_{Tm} = \sqrt{\frac{\int_0^{\infty} (\tau - \mu T_m)^2 R_h(\tau) d\tau}{\int_0^{\infty} R_h(\tau) d\tau}} \quad (2. 17)$$

- L'**ample de banda de coherència o coherence bandwidth** (B_c) és la màxima diferència de freqüències per les que el canal es comporta igual (o la màxima diferència de freqüències per les que les components en freqüència del senyal estan altament correlades). Generalment es relaciona amb la dispersió en retard amb l'ample de banda de coherència seguint l'aproximació $B_c \approx \frac{0,1}{\sigma_{Tm}}$.

A la Fig. 28 es mostren intuïtivament la relació entre μT_m i B_c a través de la transformada de Fourier. Si la dispersió temporal del retard és un valor gran, aleshores l'ample de banda de coherència serà un valor petit i viceversa.

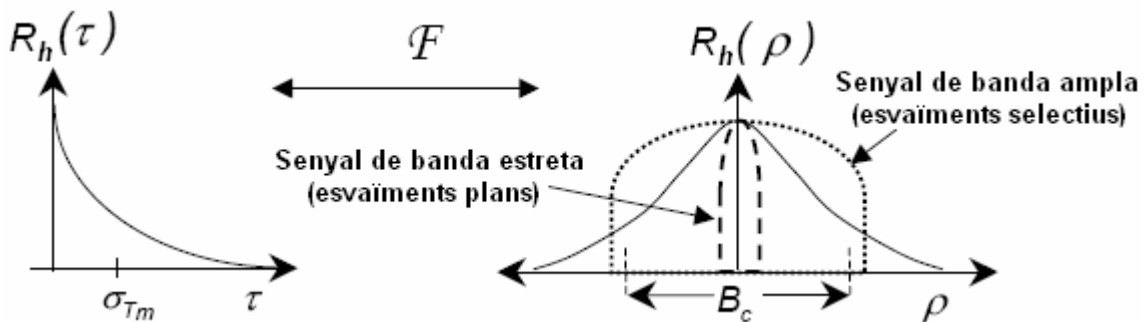


Fig. 28 Relació entre σ_{Tm} i B_c .

Si ara es promitjen tots els retards de la matriu de dispersió per a cada desplaçament Doppler (mitjançant la integral de la matriu de dispersió respecte el

retard) s'obté el **Doppler Power Spectrum** (DPS) (2. 18); el qual ens indica la potència mitja associada cada desplaçament Doppler:

$$DPS = S_c(f = 0, \rho) = \int_{-\infty}^{\infty} S_c(\tau, \rho) d\tau \quad (2. 18)$$

d'on se n'extreuen la dispersió Doppler i el temps de coherència:

- La **dispersió Doppler o Doppler spread** (B_d) és la dispersió en freqüència Doppler que sofreix el senyal degut a l'efecte Doppler, el qual porta associat una expansió espectral de la potència rebuda. Per tal d'extreure aquest valor, s'agafa la matriu de dispersió considerant $\tau = 0$:

$$S_c(\rho) = \int_{-\infty}^{\infty} R_h(\Delta t) e^{-j2\pi\rho\Delta t} d\Delta t \quad (2. 19)$$

Aleshores la dispersió Doppler és el màxim valor de ρ pel qual es compleix $|S_c(\rho)| > 0$.

- El **temps de coherència o coherence time** (T_c) és el màxim interval de temps per el que el canal es pot considerar invariant. Ens dona una idea de com de ràpids poden ser els esvaïments produïts pel canal. Generalment s'aproxima a la inversa del temps de coherència: $T_c \approx \frac{1}{B_d}$.

A la Fig. 29 es mostra com si la dispersió dels desplaçaments Doppler és gran, aleshores el temps de coherència serà un valor petit.

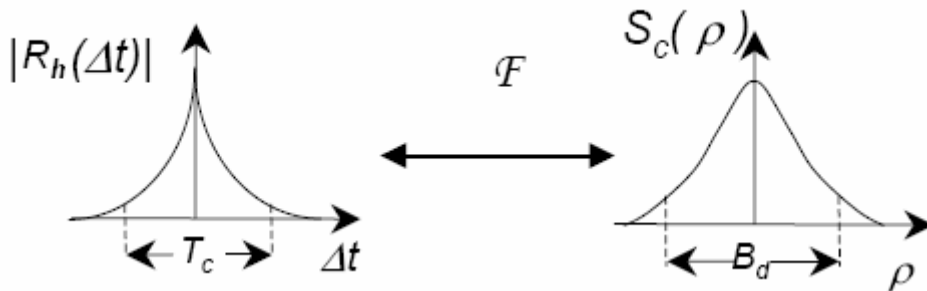


Fig. 29 Relació entre B_d i T_c .

2.5.1. Interferència Inter-simbòlica

Considerem un senyal transmès per un canal de banda ampla. Com que l'ample de banda de coherència és més petit que l'ample de banda total pel qual es transmet ($B \gg B_c$), el senyal transmès pateix **esvaïments selectius** en freqüència o **selective fading** perquè no tots els components freqüencials experimentaran el mateix guany degut al canal, com mostra la Fig. 30.

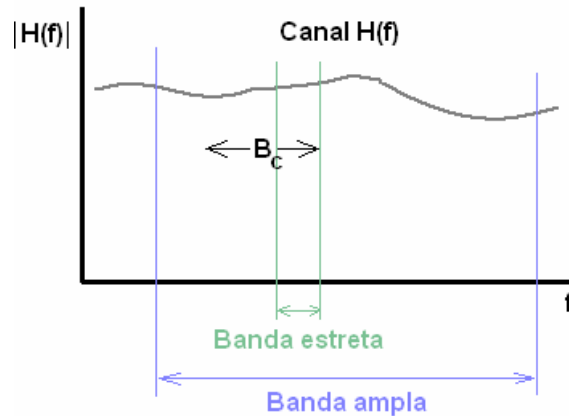


Fig. 30 Guany del canal $H(f)$. L'ample de banda de coherència és més petit que el canal de banda ampla i és més gran que el canal de banda estreta.

Recordem que l'ample de banda de coherència es pot aproximar a la inversa del temps del pols transmès per aquest canal (per a modulacions d'amplitud o fase). Aleshores si el pols transmès té duració T , es rep a l' instant $T + T_m$ on T_m és la dispersió del retard del canal. Si aquest és molt més petit que el temps del pols $T_m \ll T$ els components multitrajecte es rebran aproximadament dins el temps de senyal esperat i pràcticament no interfereix al següent símbol tal i com es mostra a la part superior dreta de la Fig. 31. En aquest cas s'experimenta interferència constructiva o destructiva majoritàriament dins el propi símbol, depenent de la fase de la interferència.

Si la dispersió del retard és més gran que el temps del pols $T_m \gg T$ aleshores el pols pot ser rebut amb massa retard, tal i com es mostra a la part inferior dreta de la Fig. 31. D'aquesta manera els polsos retardats es solapen amb els polsos següents produint interferència. Aquest fenomen es coneix com **Interferència Inter-Simbòlica (ISI o Inter-Symbol Interference)**.

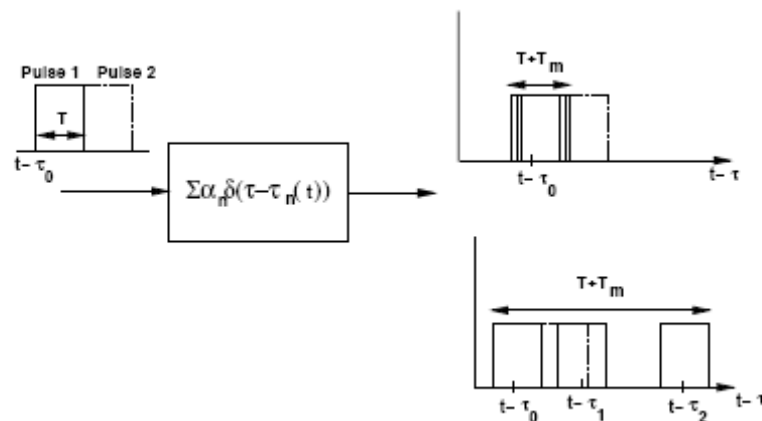


Fig. 31 Efecte de la dispersió del retard (T_m) en els canals de banda ampla i banda estreta.

Considerem ara que el canal de banda ampla es trenca en molts canals petits de banda estreta B_N , de manera que l'ample de banda de coherència sigui molt més gran que l'ample de banda dels sub-canals ($B_N \ll B_C$). Si s'envia una senyal per a un d'aquests sub-canals el senyal transmès pateix ara **esvaïments plans** o **flat fading**

perquè tots els components freqüencials del senyal queden afectats pel mateix guany del canal. En conseqüència el temps de pols $T_N = \frac{1}{B_N}$ serà gran en relació a la dispersió del retard, de manera que es compleix la relació $T_N \gg T_m$ que assegura que hi haurà poc solapament entre els polsos rebuts i per tant poca ISI.

2.6. Conclusions

En aquest capítol s'ha fet una revisió dels fenòmens que experimenta el senyal durant la seva propagació des de l'antena transmissora fins a l'antena receptora. Amb la finalitat de trobar un model el més adient possible a cada entorn i situació i depenent dels factors que influeixen en la potència rebuda del senyal, s'han exposat els diferents models de canal. També s'han vist les particularitats d'un **canal de comunicacions mòbil** en el que el multitrajecte i la variabilitat del canal poden afectar força a la qualitat del senyal rebut. Finalment s'ha explicat com afecten els canals de banda ampla i banda estreta per a la transmissió de senyals i, en concret, s'ha definit la ISI.

Els **fenòmens de propagació** que afecten a un senyal transmès per un canal sense fils són les reflexions, les difraccions i la dispersió i les zones d'ombra (*shadowing*). A tots aquests fenòmens s'afegeix que al llarg de la seva propagació el senyal perd potència a causa de les pèrdues a l'espai lliure. Tots aquests fenòmens depenen principalment de la longitud d'ona del senyal.

Si s'analitza la potència de senyal rebuda per un mòbil que s'allunya del transmissor en funció del temps, s'aprecien clarament tres velocitats de variació d'aquesta potència. Les **variacions a llarg termini** és la variació que experimenta la potència rebuda quan es prometja un període molt llarg de temps, i aquesta tendeix a baixar lentament. Aquest tipus de variació és causada per les pèrdues de propagació per l'espai lliure i depenen de la distància i de la longitud d'ona del senyal transmès. A l'apartat 2.3.1 es citen els diferents models de llarg termini. El més simple és el model de dos raigs, que contempla un raig directe i un raig reflexat per una superfície plana. Les **variacions a mig termini** són les fluctuacions que apareixen quan es prometja la potència rebuda en un període de temps mitjà i són causades pel *shadowing*. A mesura que el receptor s'allunya del transmissor, les ondulacions del terreny o obstacles atenuen la potència mitja rebuda depenent de la situació del mòbil. Generalment, aquestes variacions es modelen mitjançant una variable aleatòria amb una f.d.p. log-normal. Les **variacions a curt termini** estan produïdes per objectes pròxims al receptor, que provoquen rèpliques multicamí. Aleshores, la potència de la senyal rebuda experimenta esvaïments en un període molt breu de temps. Normalment aquest tipus de variacions es modelen mitjançant models estadístics, donada la seva naturalesa aleatòria. L'ús de les distribucions Rayleigh o Ricean en són un clar exemple. En concret, s'utilitza la distribució Rayleigh per a modelar en banda estreta els esvaïments ràpids que pateix la potència del senyal rebut. En els sistemes sense fils aquest tipus de variacions són les més influents en el senyal rebut i per tant són les més importants a combatre.

S'anomena **multitrajecte** a totes les rèpliques del senyal transmès que degut a reflexions, difraccions i altres fenòmens de propagació anteriorment citats han sofert

variacions en la potència, retard i fase. Si el transmissor i el receptor estan en moviment les característiques de les components multicamí varien temporalment. El **model de línia de retards** tracta aquestes variacions en el temps, mitjançant un canal lineal variant en temps on cada rèplica (o raig) del senyal transmès queda atenuada, retardada i desfasada.

Per tal de fer una caracterització del canal en banda ampla s'ha usat el concepte de matriu de dispersió, on es representa en 3D la potència rebuda en funció del retard de les rèpliques multicamí i el desplaçament freqüencial Doppler. Si de la matriu de dispersió es promitjen els desplaçaments en freqüència per a cada un dels retards, s'obté el **Power Delay Profile**, un paràmetre que representa la potència mitja del canal multicamí en funció del retard. D'aquest paràmetre se n'extreu l'**ample de banda de coherència** que indica la màxima diferència de freqüències per les que el canal es comporta igual. Si de la matriu de dispersió es promitjen tots els retards per a cada un dels desplaçaments Doppler, s'obté el **Doppler Power Spectrum** el qual indica la potència mitja associada a cada desplaçament Doppler. D'aquest últim paràmetre se n'extreu el **temps de coherència** que ens dona una idea de com varia el canal en el temps.

2.7. Bibliografia

[1] GOLDSMITH, Andrea. *Wireless Communication*. Nova York, EEUU. Editorial: Cambridge University Press.

[2] YE (GEOFFREY) Li, GORDON Stuber. *Orthogonal Frequency Division Multiplexing for Wireless Communications*. Georgia Institute of Technology. Editorial: Springer.

[3] RAPPORT, Theodore S. (2002) *Wireless Communications: Principles and Practice*. USA. Editorial: Prentice Hall. Segona edició

[4] SALLEN, Oriol, VALENZUELA, Jose Luís, COMES, Agustí. *Principios de comunicaciones móviles*. Edicions UPC (2003) Primera edició

[5] HERNANDO, José María. *Comunicaciones móviles*. Madrid. Editorial: Centro de estudios Ramón Areces. Segona edició.

[6] H. Parviainen, H. Himmannen, P.H.K. Talmola, J. Rinne. *Novel Radio Channel Models for Evaluation of DVB-H Systems*. IEEE International Symposium. pp 42-44. 2006

[7] Jan-Jaap van de BEEK, O. Edfors, M. Sandell, S.K. Wilson, P.O. Börjesson. *On Channel Estimation in OFDM Systems*. IEEE International Symposium. 1995

3. L'estàndard DVB-T i DVB-H

El DVB (*Digital Video Broadcasting*) és un organisme encarregat de regular i promoure els procediments per a la difusió i la transmissió de senyals de televisió digitals. Està constituït per més de 220 institucions i empreses de tot el món, i els estàndards proposats han estat acceptats a Europa i a altres continents, a excepció dels Estats Units i Japó, on coexisteixen amb altres sistemes. El DVB basa la codificació de les fonts de vídeo i àudio en els estàndards definits per MPEG³ (*Moving Picture Estandard Group*). Aquest estàndard de radiodifusió tracta els sistemes de modulació de senyal que utilitzarà, els tipus de codi de protecció enfront a errors i els mecanismes d'accés als serveis i programes i treballa amb diferents tipus de difusió: via satèl·lit, per cable i terrestre; i ha elaborat diferents estàndards en funció de les característiques del sistema de radiodifusió.

El altres estàndards DVB-S i DVB-C contempnen la transmissió de senyals de televisió digital mitjançant xarxes de distribució per satèl·lit i cable respectivament, mentres que el DVB-T i DVB-H consideren la transmissió de televisió digital per a dispositius fixes i portàtils, respectivament.

En aquest capítol es fa una breu revisió del l'estàndard DVB-T, relacionat amb el sistema OFDM, objecte d'aquest estudi, i també els relacionats amb els canals mòbils dels sistemes sense fils com és el cas del DVB-H. Se'n comenten les característiques i es fa una breu introspecció en certs aspectes tècnics d'aquests dos estàndards.

3.1. EI DVB-T

El DVB-T (*DVB-Terrestrial*), que actualment s'està implantant a la major part de països europeus, s'encarrega de la transmissió de televisió digital a través de xarxes de distribució terrestre utilitzant els canals VHF. És més complex que els altres estàndards de radiodifusió, a excepció del DVB-H que ha de combatre els efectes de la transmissió sense fils, com el multicamí o els esvaïments (apartat 2.3.4).



Fig. 32 Anagrama de l'estàndard DVB-T.

L'element clau és l'ús de la modulació multiprotadora COFDM (*Coded OFDM*). Aquesta modulació codificada permet operar en escenaris amb una forta presència de multitrajecte que provoca interferències, mitjançant la utilització de múltiples portadores. En sistemes de banda ampla, com és el cas, es combat la ISI mitjançant l'interval de guarda o més aviat el prefix cíclic (secció 1.4.3) que per contrapartida redueix la capacitat del canal. Aquesta reducció de capacitat es menor quan s'augmenta el nombre de portadores utilitzades cosa que comporta un increment de la complexitat del receptor.

³ És un grup de treball del ISO/IEC encarregat de desenvolupar estàndards de codificació d'àudio i vídeo.

Existeixen dos modes de funcionament per a aquesta modulació (DVB-T):

- **2K Carriers plus QAM:** Amb 1705 sub-portadores aquest mode ofereix avantatges en front a l'efecte Doppler (perquè aquest mode té un espaiat entre sub-portadores 4 vegades major que el mode 8k) a canvi de tenir un menor taxa de transmissió. Aquest mode està pensat per a transmissions que cobreixen àrees geogràfiques reduïdes (potència reduïda).
- **8K Carriers plus QAM:** Amb 6817 sub-portadores aquest mode té més protecció contra el multicamí (perquè el temps de símbol és més gran que en el mode 2k). Està pensat per a àrees extenses amb una única freqüència portadora per canal, comuna a tota la xarxa. La forta protecció del COFDM permet que el sistema pugui funcionar mantenint una mateixa freqüència portadora a tota una regió geogràfica extensa amb diferents transmissors (coberta mitjançant diversos radioenllaços). El receptor interpreta el senyal procedent del radioenllaç més dèbil com un senyal multitrajecte interferent i el pot rebutjar. Si els radioenllaços estan molt lluny les diferències temporals de la recepció poden ser considerables i és necessari augmentar els intervals de guarda entre les trames digitals, perdent certa eficiència en la transmissió.

3.1.1. El transmissor DVB-T

La Fig. 33 mostra l'esquema d'un transmissor OFDM) dins l'estàndard DVB-T. Heus aquí una breu descripció dels blocs (corresponents a la capa física) relacionats amb aquest estudi:

- **Mapper:** la seqüència digital de bits es mapeja en una seqüència de símbols complexos. S'usen tres esquemes de modulació: QPSK (4-QAM), 16-QAM i 64-QAM.
- **Frame adaptation:** Els símbols complexos s'agrupen en blocs de longitud constant (1512 o 6048 símbols per bloc). Un *frame* conté 68 blocs de longitud i un *superframe* conté 4 *frame*'s.
- **Pilot and TPS signals:** Per tal de dur a terme una bona recepció del senyal transmès s'insereixen senyals addicionals a cada bloc. Els senyals pilot es fan servir per a sincronitzar, estimar el canal i per a equalitzar; mentres que els senyals TPS (*Transmission Parameters Signalling*) envien els paràmetres del senyal transmès. El receptor ha de ser capaç de sincronitzar, equalitzar, estimar i descodificar el senyal transmès.
- **Modulació OFDM:** La seqüència de blocs es modulada mitjançant OFDM, amb 1705 o 6817 sub-portadores (modes 2k i 8k respectivament).
- **Guard interval insertion:** S'insereix un prefix cíclic a cada bloc OFDM. La mida de cada interval de guarda pot ser 1/32, 1/16, 1/8 o 1/4 de la longitud original del bloc.

- **DAC i Front-end:** Aquest bloc transforma el senyal digital en senyal analògic mitjançant un DAC (*Digital Analog Converter*), i després es modula a RF (VHF, UHF) a través del *RF Front-end*. L'ample de banda de cada senyal és de 5, 6, 7, o 8 MHz.

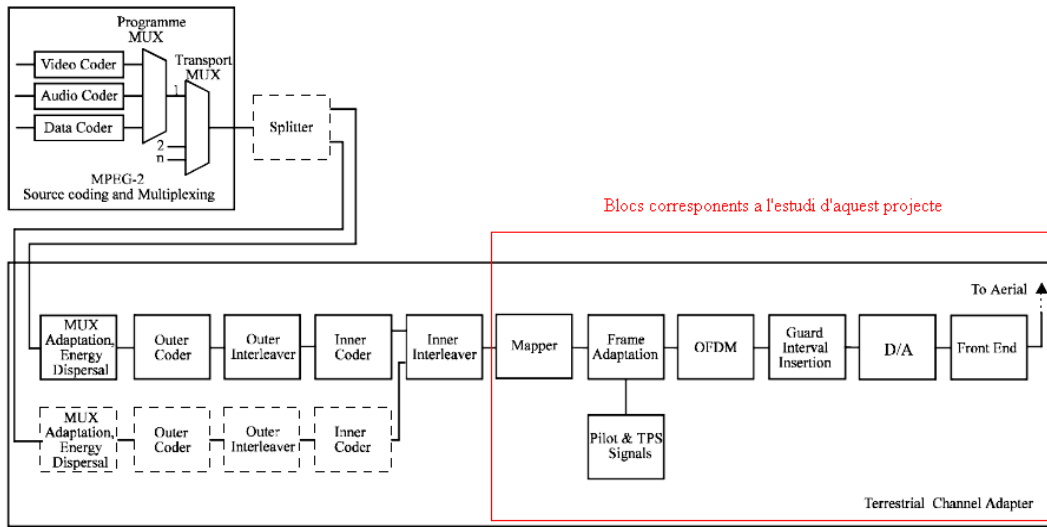


Fig. 33 Diagrama de blocs funcionals d'un transmissor DVB-T.

3.1.2. Paràmetres del DVB-T per al sistema OFDM

En aquest estudi es simulen els dos modes de funcionament del DVB-T (8k i 2k). Els paràmetres s'han extret del ETSI EN 300 744.V1.4.1 [1].

Els valors s'han extret per al cas de 8 MHz de canal (l'ample de banda del subcanal). De la Taula 1 s'aprecia que el nombre de sub-portadores del sistema per a cada mode, que pel cas de 8k és de 6817 sub-portadores i per al mode 2k és de 1705 sub-portadores. S'aprecia també la duració temporal del símbol sense l'interval de guarda (T_U) i l'espaiat entre sub-portadores (*carrier spacing*) [1].

Parameter	8K mode	2K mode
Number of carriers K	6 817	1 705
Value of carrier number K_{min}	0	0
Value of carrier number K_{max}	6 816	1 704
Duration T_U (note 2)	896 μ s	224 μ s
Carrier spacing $1/T_U$ (note 1) (note 2)	<i>1 116 Hz</i>	<i>4 464 Hz</i>
Spacing between carriers K_{min} and K_{max} $(K-1)/T_U$ (note 2)	<i>7,61 MHz</i>	<i>7,61 MHz</i>

NOTE 1: Values in italics are approximate values.
NOTE 2: Values for 8 MHz channels. Values for 6 MHz and 7 MHz channels are given in annex E, tables E.1 and E.2.

Taula 1 Valors per als paràmetres OFDM per a canals de 8MHz per al mode 8k i 2k [1].

Cada mode inclou quatre temps de guarda Δ/T_U (1/4, 1/8, 1/16 i 1/32) en funció de la duració total del símbol, que s'utilitzen en funció del canal. S'observa a la Taula 2 els temps de duració de l'interval de guarda Δ i el temps de símbol transmès T_S , suma de $\Delta + T_U$. El símbol T és el període de temps de sub-portadora equivalent a $0,109\mu$ s [1].

Mode	8K mode				2K mode			
Guard interval $\Delta \in T_U$	1/4	1/8	1/16	1/32	1/4	1/8	1/16	1/32
Duration of symbol part T_U	8 192 × T 896 μs (note)				2 048 × T 224 μs (note)			
Duration of guard interval Δ	2 048 × T 224 μs	1 024 × T 112 μs	512 × T 56 μs	256 × T 28 μs	512 × T 56 μs	256 × T 28 μs	128 × T 14 μs	64 × T 7 μs
Symbol duration $T_S = \Delta + T_U$	10 240 × T 1 120 μs	9 216 × T 1 008 μs	8 704 × T 952 μs	8 448 × T 924 μs	2 560 × T 280 μs	2 304 × T 252 μs	2 176 × T 238 μs	2 112 × T 231 μs

NOTE: Values for 8 MHz channels. Values for 6 MHz and 7 MHz channels are given in annex E, tables E.3 and E.4.

Taula 2 Duració de les parts de símbol per a diferents valors de l'interval de guarda per a canals de 8 MHz, en mode 8k i 2k [1].

3.2. EI DVB-H

El DVB-H (*DVB-Handheld*) és un estàndard obert de difusió orientat a terminals portàtils que combina la compressió de vídeo i el sistema de transmissió del DVB-T. Així, el DVB-H es pot concebre com un successor del DVB-T que fa compatible la recepció de la TV terrestre en receptors portàtils alimentats amb petites bateries i de dimensions reduïdes: és l'adaptació de l'estàndard DVB-T a les exigències dels terminals mòbils.

El sistema es basa, a nivell de capa física, en una modulació OFDM amb longitud de FFT variable i un interval de guarda (des de 1/4 fins a 1/32 de la longitud del bloc). En funció del nombre de sub-portadores té tres modes de funcionament: els modes 2k i 8k (com al DVB-T) i el mode 4k amb 3409 sub-portadores [2]. Com el DVB-T, les modulacions especificades són 4-QAM, 16-QAM i 64-QAM. La modulació 64-QAM s'utilitza en poques situacions degut a la gran sensibilitat d'aquesta modulació a relacions SNR dolentes provocades per la mala qualitat de l'enllaç físic.



Fig. 34 Anagrama de l'estàndard DVB-H.

Alguns dels canvis o millores del DVB-H més considerables respecte al DVB-T són:

- **El baix consum** dels terminals degut a la necessitat de ser dispositius portàtils; fan que els dispositius prescindin de ser contínuament recarregats. El *time-slicing* és un mecanisme d'esperes que ajuda a estalviar energia que consisteix en la transmissió per ràfegues en diferents intervals de temps.
- **Millora de la recepció** perquè els dispositius portàtils tenen antenes de dimensions reduïdes. El nou estàndard usat s'anomena MPE-FEC (*Multi Protocol Encapsulation/Forward Error Correction*) i és un sistema robust que proporciona una solida protecció davant errors. És opcional i el seu ús comporta una millora notable a la relació portadora a soroll (*CIR Carrier Interference Rate*) i una minimització de l'efecte Doppler.

- **El mode 4K** proporciona un total de 3409 sub-portadores i presenta un compromís entre qualitat de recepció en moviment i tamany de la xarxa. Per tant, s'introdueix un mode addicional.

3.3. **Bibliografia**

[1] Pàgina web de l'estàndard DVB: <http://www.dvb.org>

[2] ETSI EN 300 744.V1.4.1 (European Standard Telecommunication Series). *Digital Video Broadcasting (DVB): Framing structure, channel coding and modulation for digital terrestrial television.*

[3] H.Parviainen, H.Himannen, P.H.K. Talmola, J. Rinne. *Novel Radio Channel Models for Evaluation of DVB-H Systems.* IEEE International Symposium. pp 42-44. 2006

[4] *Tutorial de Televisió Digital.* La Salle. Disponible a:
<http://www.salle.url.edu/Eng/elsDTA/elsVideo/tutorialtvd/4aPart.html>

4. Simulació del sistema

4.1. Introducció

En aquest capítol s'analitza a través de les simulacions el sistema OFDM discret. Primerament es descriu el sistema OFDM que es simularà, on s'expliquen el transmissor i el receptor i es presenten els paràmetres de simulació. Seguidament es mostren les simulacions dutes a terme sobre diferents tipus de canal (canal ideal, canal Gaussià i canal d'esvaïments Rayleigh) i s'obtenen resultats de BER en funció dels diferents paràmetres d'entrada del sistema. En l'annex s'adjunta el codi emprat per a simular el sistema.

4.2. El Matlab com a eina de treball.

L'eina bàsica de programació usada per a simular el sistema és **Matlab**®. És un potent programa d'anàlisi numèric que permet realitzar gran quantitat d'operacions i algoritmes complexos (com la FFT) de manera simple per a l'usuari. És particularment útil per a tractar dades organitzades de forma matricial.

Tot i així, s'han tingut en compte certs aspectes en la forma de programar per tal d'incrementar la velocitat d'execució de les funcions:

- **Dimensionar els vectors:** Si es defineixen les dimensions de les matrius i dels vectors abans de fer-los servir s'agilitza el temps d'execució de les funcions. Tot i que el Matlab permet generar els vectors i/o matrius dinàmicament (a mesura que s'executa la funció) ralentitza molt el temps d'execució.
- **Utilitzar condicions lògiques (*masking*):** Utilitzar sempre que es pugui condicions lògiques per a evitar els bucles, que incrementen el temps d'execució. S'exposa a continuació un exemple:

```
% Codi sense masking (temps d'execució  
0.8218 s)  
% x=rand(1000,1);  
function f = mask1(x)  
f=zeros(size(x));  
for i = 1:length(x)  
    if abs( x(i)) > 0.5  
        f(i) = 1 + sin(2*pi*x(i));  
    end;  
end;
```

```
% Codi amb masking (temps d'execució  
0.0451 s)  
% x=rand(1000,1);  
function f = mask2(x)  
f=zeros(size(x));  
mask = abs(x) > 0.5; %masking  
f(mask) = 1+ sin(x(mask)*2*pi);
```

- **Vectorització:** Aquest recurs permet exprimir el potencial del Matlab. Consisteix en fer les operacions en bloc mitjançant vectors en comptes de fer servir bucles (*for* o *while*, per exemple). D'aquesta manera s'agilitza molt el temps d'execució dels programes. Exemple:

```

% Codi NO vectoritzat (temps d'execució
48.825 s)
function a = hilb1(n)
a=zeros(n);
for i=1:n;
    for j=1:n;
        a(i,j) = 1/(i+j-1);
    end;
end;

```

```

% Codi vectoritzat (temps d'execució
0.672 s)
% Per columnes
function a = hilb2(n)
a=zeros(n);
for j=1:n;
    a(1:n,j) = 1./((0:n-1)+j)';
%Vectorització
end;

```

4.3. Simulacions

La taxa d'error o BER (*Bit Error Rate*) és el paràmetre principal que s'analitza. Indica la probabilitat de rebre un símbol erroni. En l'entorn de simulació s'ha usat una aproximació ja que per a calcular exactament aquest paràmetre seria necessari transmetre infinits bits. L'aproximació consisteix en fer la divisió del nombre de bits erronis a la sortida del sistema entre el nombre total de bits transmesos (4. 1). Un sistema amb un nivell elevat de BER és ineficient, així que sempre és convenient obtenir una BER el més baixa possible.

$$BER = \frac{\text{bits_erronis}}{\text{bits_totals}} \quad (4. 1)$$

L'implementació de modulacions QAM amb diferents nivells de modulació dins el sistema OFDM té com a objectiu establir un enllaç fiable encara que la qualitat del canal sigui dolenta. És a dir que, tingui la flexibilitat necessària per a sortejar aquesta dificultat sense que comporti pèrdua d'informació. Les tècniques que seleccionen la protecció que ofereixen les diferents modulacions en funció de la qualitat del canal (i consegüentment la BER rebuda) s'anomenen tècniques de Modulació Adaptativa (*Adaptive Modulation*.)

4.4. Definició del sistema simulat.

El sistema objecte d'estudi consta d'un transmissor i un receptor OFDM en temps discret. A la secció 1.4 es justifica la viabilitat del sistema en temps discret envers del sistema en temps continu. Aquest sistema multiprotadora s'ha implementat mitjançant la DFT i la IDFT (secció 1.4.1), però a l'hora de programar s'ha emprat la FFT i la IFFT en comptes de la DFT i la IDFT, perquè computacionalment és més eficient.

4.4.1. El transmissor OFDM discret

L'esquema del transmissor OFDM simulat és el següent (Fig. 35):

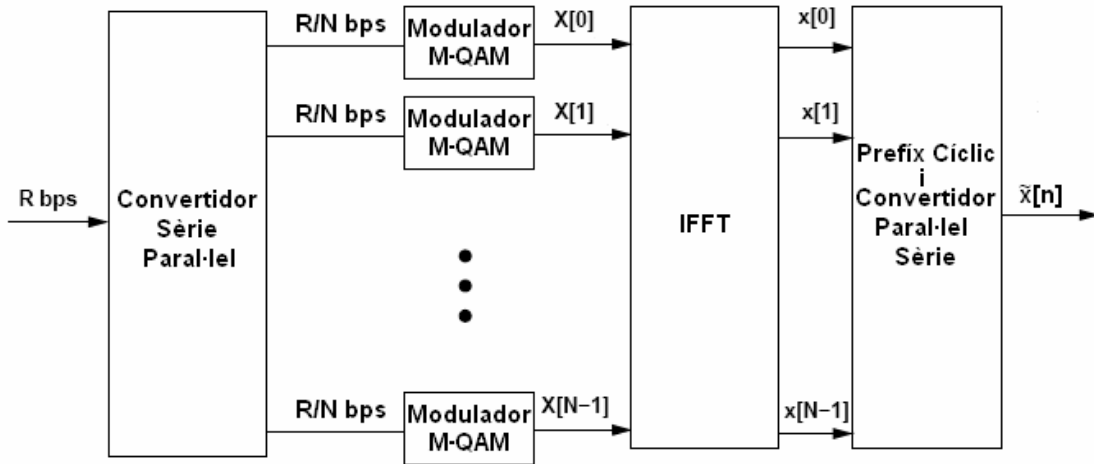


Fig. 35 Esquema de blocs del transmissor OFDM discret simulat.

La generació dels bits entrants al sistema es fa de forma aleatòria ja que aquest aspecte no té cap importància en aquest estudi. Es generen tants bits com calen (en funció dels símbols OFDM) i s'emmagatzemen en un vector que conté els bits originals d'entrada, representats a la Fig. 35 per R :

$$R[n], 0 \leq n \leq N \times \log_2 M \quad (4.2)$$

on N és el nombre de sub-portadores i M l'índex de modulació $M-QAM$. Seguidament aquesta sèrie bits es col·loquen en paral·lel, segons el nombre de sub-portadores, que en el cas de l'estàndard DVB-T ve definit pel mode 2k o 8k (secció 3.1.2).

Per a cada sub-portadora es disposen (mitjançant el *Convertidor Sèrie Paral·lel*) $\log_2 M$ bits per tal de modular-los en $M-QAM$; on M pot ser 4, 16 o 64 (veure constel·lacions de Fig. 36: 4-QAM, Fig. 37: 16-QAM i Fig. 38: 64-QAM). Cada grup de $\log_2 M$ bits es converteix en un símbol.

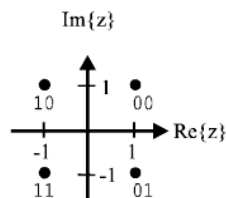


Fig. 36 Constel·lació de símbols per a 4-QAM [1].

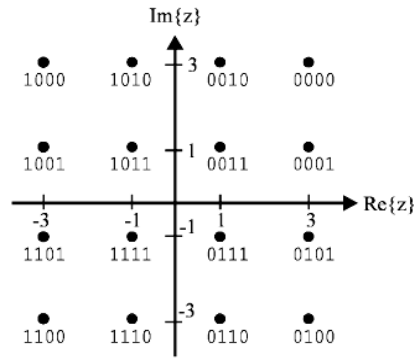


Fig. 37 Constel·lació de símbols per a 16-QAM [1].

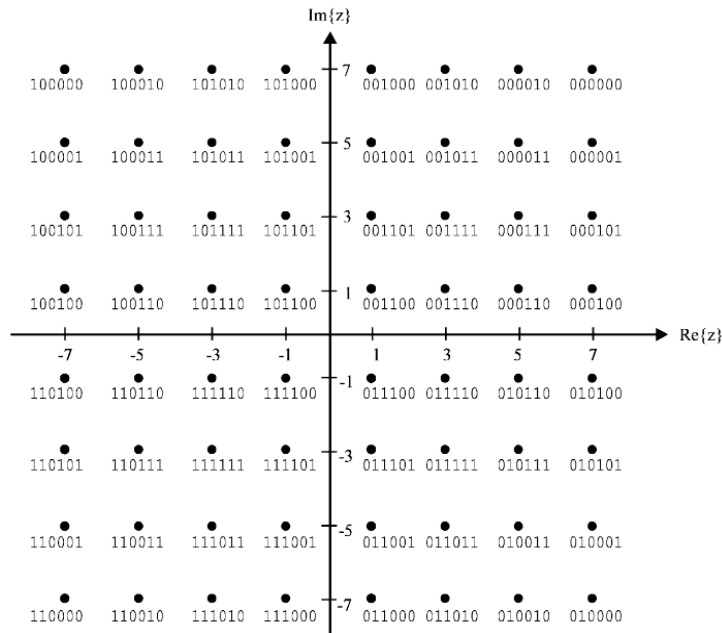


Fig. 38 Constel·lació de símbols per a 64-QAM [1].

Cada símbol complex $M - QAM$ està representat a la Fig. 35 per:

$$X[n], 0 \leq n \leq N - 1 \quad (4.3)$$

Els N símbols $M - QAM$ passen en paral·lel al bloc de la IFFT (a l'hora de simular el sistema s'usa la *Fast Fourier Transform* perquè és un algoritme més eficient que calcula la DFT) transformant-los al domini temporal discret mitjançant la transformada inversa discreta:

$$IDFT\{X\} = x[n] \equiv \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{i=0}^{N-1} X[i] e^{j \frac{2\pi n i}{N}}, 0 \leq n \leq N - 1 \quad (4.4)$$

Seguidament el *Convertidor Paral·lel Sèrie* posa en sèrie totes les mostres de $x[n]$ que li arriben en paral·lel i li insereix el prefix cíclic, que consisteix en copiar al davant del símbol les últimes μ mostres d'aquest:

$$x[N - \mu], \dots, x[N - 1], x[N] \quad (4.5)$$

per a formar un símbol OFDM, de manera que en resulta $\tilde{x}[n]$ de longitud $N + \mu$ (4. 6). Aquest símbol OFDM es transmet pel canal.

$$\tilde{x}[n] = x[N - \mu], \dots, x[N - 1], x[N], x[0], x[1], \dots, x[N - 1] \quad (4. 6)$$

4.4.2. El receptor OFDM discret

Al receptor (Fig. 39) arriba el senyal $\tilde{y}[n]$, corresponent al símbol OFDM convolucionat amb la resposta impulsional del canal ($h[n]$) i sumat amb soroll blanc gaussià AWGN ($v[n]$):

$$\tilde{y}[n] = h[n] * \tilde{x}[n] + v[n], -\mu \leq n \leq N - 1 \quad (4. 7)$$

Com ja s'ha explicat a l'apartat 1.4.3, el fet d'afegir el prefix cíclic converteix la convolució lineal en una convolució circular:

$$\tilde{y}[n] = h[n] \otimes x[n] + v[n], 0 \leq n \leq N - 1 \quad (4. 8)$$

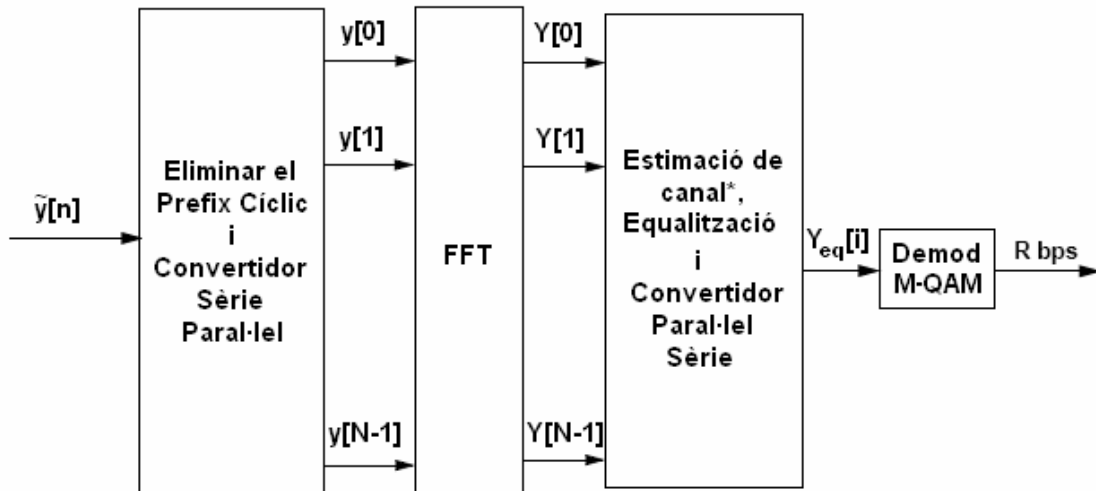


Fig. 39 Esquema de blocs del receptor OFDM discret simulat.

Com que les primeres μ mostres del senyal $\tilde{y}[n]$ estan afectades per la ISI, s'eliminen al receptor i en resulta el senyal $y[n]$:

$$y[n], 0 \leq n \leq N - 1 \quad (4. 9)$$

A continuació les N mostres de $y[n]$ es disposen en paral·lel (*Convertidor Sèrie Paral·lel*) i se li aplica la DFT (FFT) a cada una d'elles:

$$DFT\{y[n]_{equalizat}\} = Y[i] \equiv \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{i=0}^{N-1} x[i] e^{-j\frac{2\pi i}{N}}, 0 \leq i \leq N - 1 \quad (4. 10)$$

El senyal $Y[i]$ està en domini freqüencial i està corromput pel canal i pel soroll. Per tant, s'equalitza en freqüència per a eliminar l'efecte del canal, que gràcies a la convolució circular consisteix en una simple divisió (secció 1.4.5):

$$\begin{aligned} Y_{eq}[i] &= Y[i]H_{eq}[i] = X[i]H[i]H_{eq}[i] + V[i]H_{eq}[i] = \\ &= \frac{X[i]H[i]}{H_{est}[i]} + \frac{V[i]}{H_{est}[i]} \cong X[i] + \frac{V[i]}{H_{est}[i]} \end{aligned} \quad (4.11)$$

on $H_{eq}[i] = \frac{1}{H_{est}[i]}$ és l'equalitzador, $H_{est}[i]$ és la DFT del canal estimat, $V[i]$ és la DFT del soroll i $X[i]$ és el senyal que es vol recuperar.

Finalment el demodulador $M - QAM$ transforma cada mostra entrant en un bloc de $\log_2(M)$ bits i mitjançant el *Convertidor Paral·lel Sèrie* es recupera la cadena de bits originals d'entrada $R[n]$.

4.4.3. Estimació de canal

A les simulacions s'ha considerat que el canal varia cada 50 símbols OFDM transmesos i per tant cada 50 símbols OFDM es fa una estimació de canal. Si considerem els temps de símbol OFDM de la secció 3.1.2 [1]:

- Per a la transmissió en mode 2k el temps de coherència T_C del canal o el que és el mateix, es considera que el canal varia cada:

$$T_C(2k) = 280\mu s(T_S) \times 50 = 14ms \quad (4.12)$$

on T_S és el temps de símbol OFDM del mode 2k amb l'interval de guarda d'1/4 part del símbol útil (pitjor cas).

- Per al mode 8k es considera que el canal varia cada:

$$T_C(8k) = 1120\mu s \times 50 = 56ms \quad (4.13)$$

Considerant també que l'interval de guarda és d'1/4 part del símbol útil (pitjor cas).

L'estimació de canal consisteix en enviar un símbol pilot⁴ pel canal. El receptor té coneixement que cada 50 símbols rebuts s'insereix un símbol pilot. En cas de rebre el símbol pilot, el receptor estima el canal que utilitzarà per a equalitzar els 49 símbols següents fins a rebre el pròxim símbol pilot i estimar de nou el canal. Per a estimar el canal, s'ha utilitzat l'algoritme *Least Squares* (secció 1.4.6) que consisteix en [4]:

⁴ El símbol pilot és un símbol OFDM conegut pel receptor que serveix expressament per a estimar el canal.

$$H_{LS}[i] = X_p^{-1}[i]Y_p[i] \quad (4.14)$$

on $X_p[i]$ és el senyal enviat sobre la portadora i -èsima, $Y_p[i]$ és el símbol pilot (en la i -èsima sub-portadora) i $H_{LS}[i]$ és el canal estimat en el domini freqüencial.

En el cas del DVB-T, els símbols pilots només contenen informació a 177 sub-portadores (distribuïdes pel símbol OFDM pilot) en el mode 8k i 45 en el mode 2k (per a més informació consultar [5]). En les simulacions s'ha considerat que totes les portadores contenen informació.

4.4.4. Canal ideal

En la simulació del canal ideal (4.15) es considera que el senyal a l'entrada del receptor ($\tilde{y}[n]$) és exactament el mateix que el transmès; no experimenta cap canvi:

$$\tilde{y}[n] = h_{id}[n] * \tilde{x}[n] = \tilde{x}[n] \quad (4.15)$$

on $\tilde{x}[n]$ és el senyal transmès i $h_{id}[n]$ es defineix com:

$$h_{id}[n] = \delta[n]; 0 \leq n \leq 1 \quad (4.16)$$

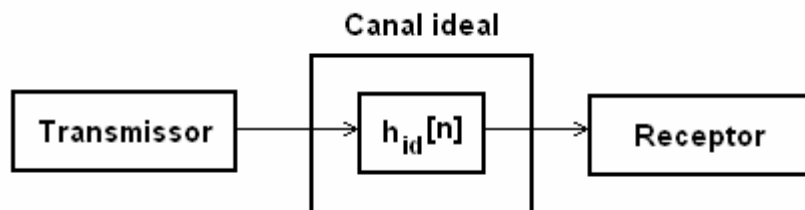


Fig. 40 Diagrama de blocs de la simulació del canal ideal.

Es pot considerar que com que no hi ha contribució del soroll el sistema té una SNR infinita. Com que el canal és ideal (no introdueix ISI), la longitud del prefix cíclic no té cap repercussió sobre la BER, que és sempre 0. Aquesta simulació ha servit per a comprovar el correcte funcionament del sistema.

4.4.5. Canal Gaussià.

En aquesta simulació es considera un canal ideal amb contribució de soroll blanc gaussià (AWGN) (Fig. 41):

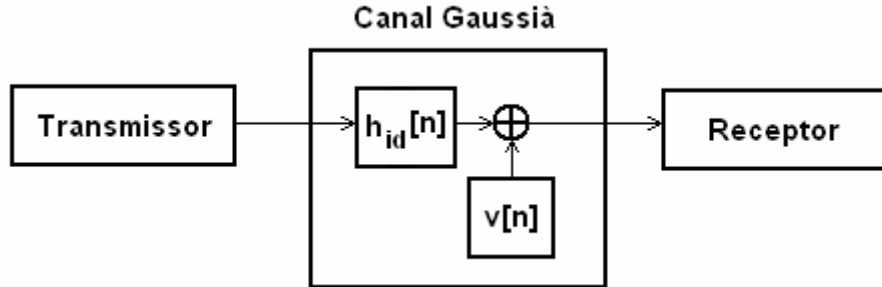


Fig. 41 Diagrama de blocs de la simulació del canal Gaussià.

El senyal a l'entrada del receptor és:

$$\tilde{y}[n] = h_{id}[n] * \tilde{x}[n] + v[n] = \tilde{x}[n] + v[n] \quad (4.17)$$

on $h_{id}[n]$ és el canal ideal definit a (4.16) i $v[n]$ es defineix com un procés Gaussià complex i discret de mitja 0 i variància 1 (soroll AWGN). Per a generar-lo en Matlab:

$$\underline{v} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\underline{A} + j \cdot \underline{B}) \quad (4.18)$$

on A i B són dos vectors de N mostres aleatòries independents de mitja 0 i variància 1. La potència mitja del soroll (\bar{P}_N) es defineix com:

$$\bar{P}_N = \overline{E\{v^2[n]\}} = \frac{E_V}{N} \cong \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} |v[n]|^2 \quad (4.19)$$

on E_V és l'energia del senyal $v[n]$. Com que les N mostres independents de $v[n]$ tenen mitja 0 i variància 1, la potència mitja de soroll és:

$$\bar{P}_N = 1W = 0dBW \quad (4.20)$$

aleshores la SNR del sistema és:

$$SNR = \frac{\bar{P}_X}{\bar{P}_N} = \frac{\bar{P}_X}{1W} \cong \frac{\frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} |\tilde{x}[n]|^2}{1W} \quad (4.21)$$

on \bar{P}_X és la potència mitja transmesa. La SNR expressada en dBs és:

$$SNR(dB) = \bar{P}_X(dBW) - \bar{P}_N(dB) = \bar{P}_X(dBW) - 0dBW(dB) \quad (4.22)$$

Si es vol transmetre amb una SNR determinada (SNR^*), es manté la $\bar{P}_N = 1W$ i s'escala el senyal transmès $\tilde{x}[n]$ pel factor (4. 23):

$$\tilde{x}_{escalat}[n] = \tilde{x}[n] \times \frac{\sqrt{SNR^*}}{\sqrt{\bar{P}_X}} \quad (4. 23)$$

de manera que la SNR a l'entrada del receptor és:

$$\begin{aligned} SNR &\cong \frac{\bar{P}_{X_{escalat}}}{\bar{P}_N} \cong \frac{\frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} |\tilde{x}_{escalat}[n]|^2}{1W} = \\ &= \frac{\frac{SNR^*}{\bar{P}_X} \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} |\tilde{x}[n]|^2}{1W} \cong \frac{SNR^* \bar{P}_X}{\bar{P}_X \cdot 1W} = \frac{SNR^*}{1W} \end{aligned} \quad (4. 24)$$

D'aquesta manera s'aconsegueix regular en les simulacions el factor SNR.

4.4.5.1. Resultats

A les figures Fig. 42, Fig. 43 i Fig. 44 podem veure l'efecte del soroll als símbols $M-QAM$ en funció del valor de la SNR i l'índex de modulació. S'aprecia a les constel·lacions de símbols que amb més contribució del soroll els punts queden més dispersos i hi ha més errors d'interpretació.

Com que el canal és $h_{id}[n] = \delta[n]$ on $0 \leq n \leq 1$, quan es convoluciona amb el senyal transmès $\tilde{x}[n]$ (de longitud N) en resulta un senyal de longitud $N + longitud_canal - 1 = N + 1 - 1 = N$. Això implica que el canal no es descarrega sobre el símbol següent i per tant no es produeix ISI. Amb aquest raonament, es pot afirmar que la longitud del prefix cíclic no afecta a la BER ja que no existeix la ISI. D'altra banda, com més curta sigui la longitud del prefix cíclic, la taxa de transmissió del sistema augmenta per un factor $\frac{N}{N + \mu}$ perquè en un canal Gaussià el prefix cíclic perd la seva funcionalitat.

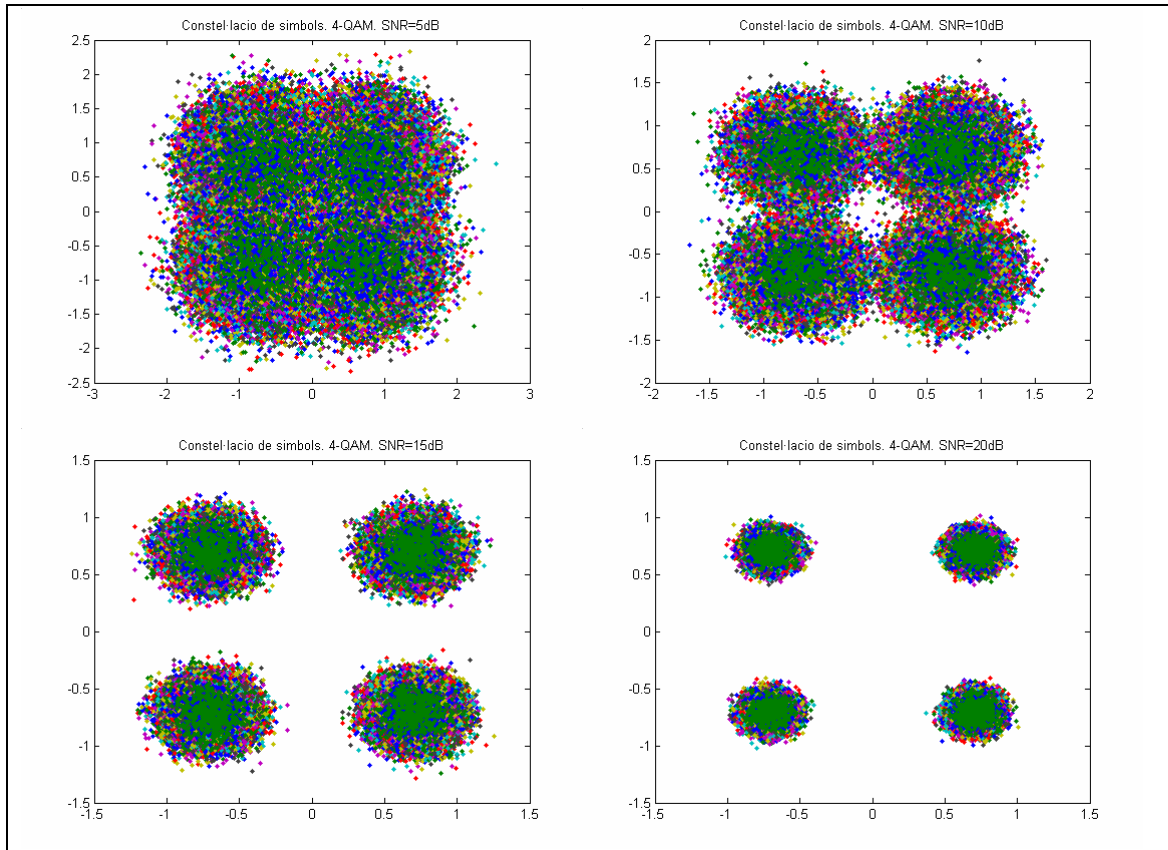


Fig. 42 Constel·lacions de símbols per al sistema OFDM amb 4-QAM amb SNR de 5, 10, 15 i 20 dBs respectivament (200 símbols OFDM, mode 2k) al receptor.

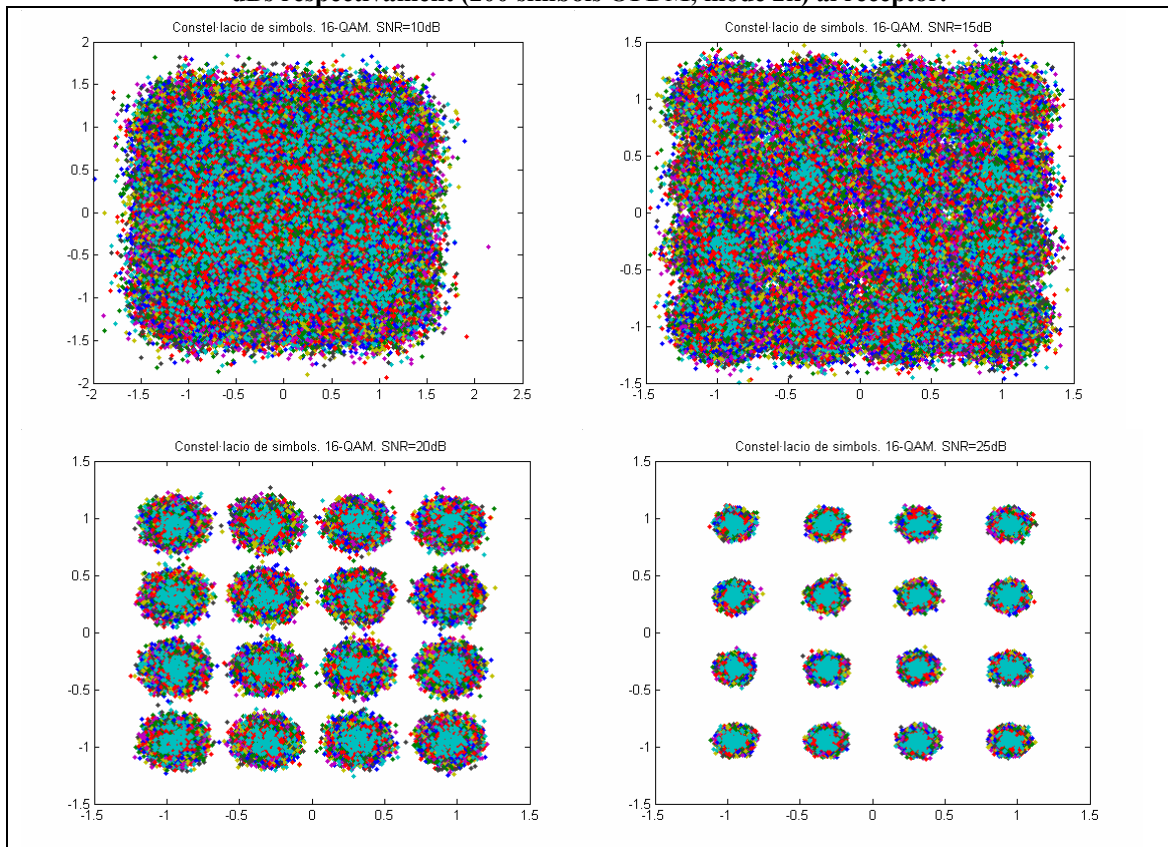


Fig. 43 Constel·lacions de símbols per al sistema OFDM amb 16-QAM amb SNR de 10, 15, 20 i 25 dBs respectivament (100 símbols OFDM, mode 2k) al receptor.

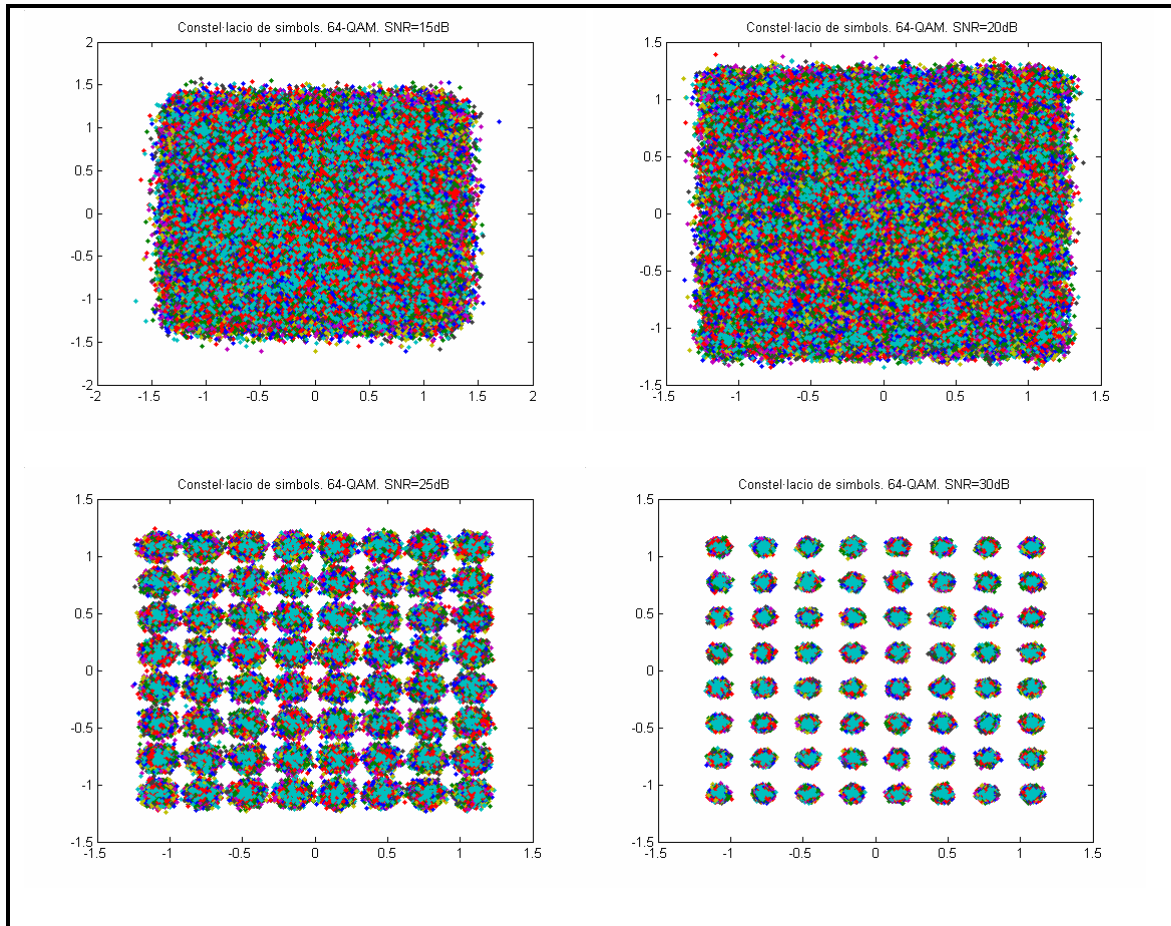


Fig. 44 Constel·lacions de símbols i diagrama d'ull per al sistema OFDM amb 64-QAM amb SNR de 15, 20, 25 i 30 dBs respectivament (100 símbols OFDM, mode 2k) al receptor.

La gràfica de la Fig. 45 mostra la BER en funció de la SNR, per als tres índex de modulació $M - QAM$ en el sistema OFDM: 4-QAM, 16-QAM i 64-QAM.

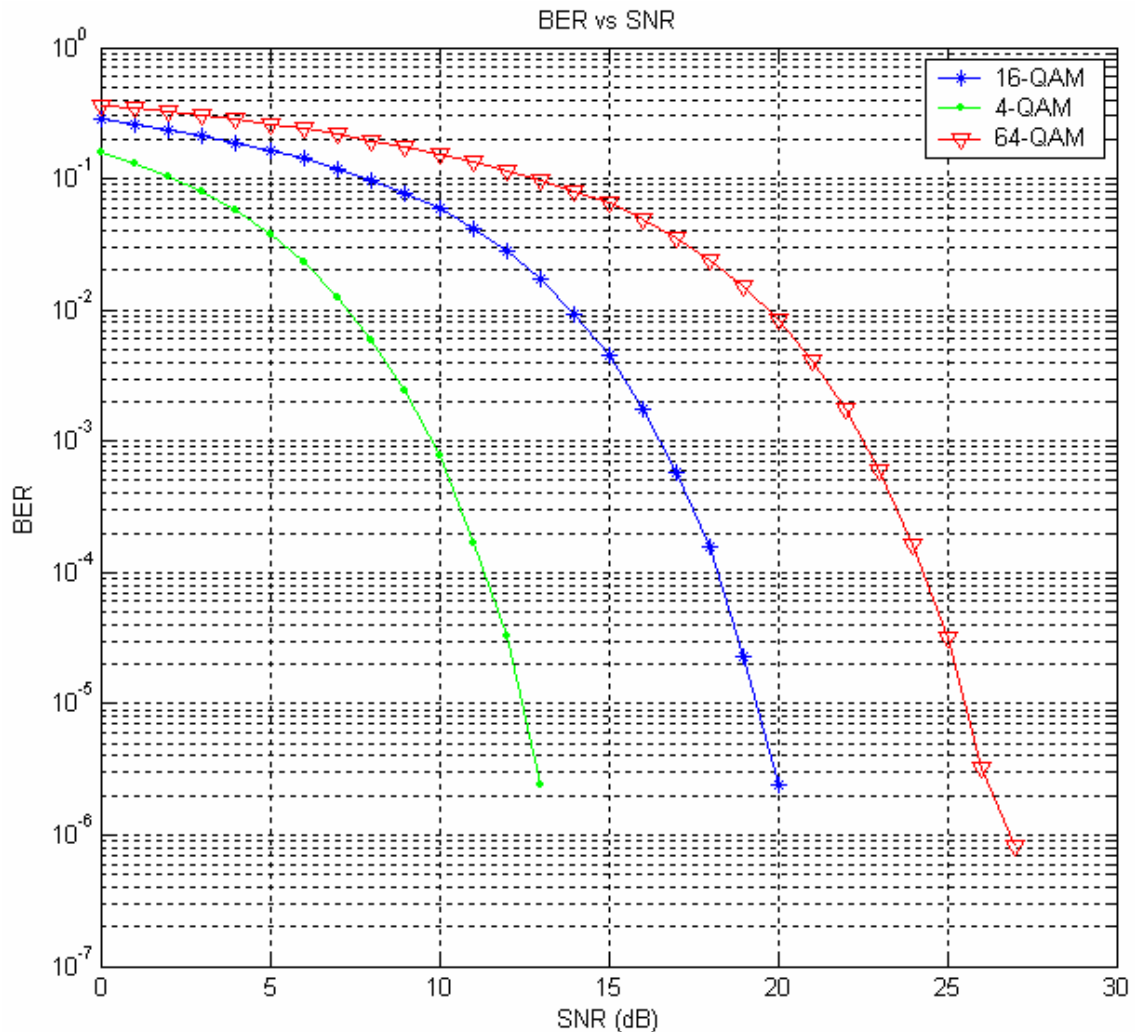


Fig. 45 SNR envers la BER per al sistema OFDM amb 4-QAM, 16-QAM i 64-QAM en un canal Gaussià.

Aquesta figura, fruit de les simulacions, permet observar com el soroll del canal afecta a la BER de manera que si disminueix el nivell del soroll (o augmenta la SNR) la taxa d'error es fa més petita.

S'aprecia com la modulació 4-QAM sempre té una taxa d'error més petita que les altres modulacions ja que és més robusta envers el soroll perquè té els símbols de la constel·lació més allunyats entre sí. Per aquest motiu s'usa aquest índex de modulació quan hi ha una forta presència del soroll amb l'inconvenient d'una baixa taxa de transmissió. En canvi, en entorns amb poca presència de soroll s'utilitza la modulació 64-QAM ja que ens dona una velocitat de transmissió molt alta mantenint la taxa d'error.

4.4.6. Canal Rayleigh selectiu en freqüència

En aquesta simulació es considera un canal multicamí amb esvaïments Rayleigh i contribució de soroll AWGN. Aquesta simulació descriu l'enllaç sobre un canal amb multitrajecte (secció 2.3.4) ocasionat per reflexions, difraccions i demés fenòmens de propagació (explicats a la secció 2.2) que causen al receptor li arribin diferents rèpliques de la senyal transmesa. El multicamí es modela mitjançant un canal de línia de retards (secció 2.3.4.1). Alhora, cada rèplica del multicamí es conforma mitjançant un canal d'esvaïments Rayleigh per a caracteritzar les variacions a curt termini que sofreix la potència mitja rebuda a causa dels objectes pròxims al receptor (secció 2.3.3). Així doncs cada rèplica multitrajecte de la senyal es descriurà mitjançant una distribució Rayleigh (secció 2.3.3.1). La Fig. 46 mostra l'esquema del sistema simulat:

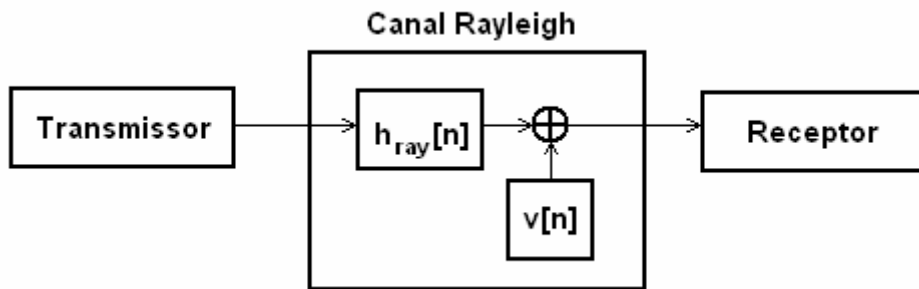


Fig. 46 Diagrama de blocs de la simulació amb un canal Rayleigh amb presència de soroll.

El senyal a l'entrada del receptor ($\tilde{y}[n]$) és (4. 25):

$$\tilde{y}[n] = \tilde{x}[n] * h_{ray}[n] + v[n] \quad (4. 25)$$

on $\tilde{x}[n]$ és el senyal transmès, $v[n]$ és el soroll AWGN (amb la mateixa definició i procediment descrits a la secció 4.4.5) i $h_{ray}[n]$ és el canal multicamí amb esvaïments Rayleigh. Per a simular el multicamí el canal $h_{ray}[n]$ serà un model de línia de retards, però en aquest cas només es tindran en compte l'amplitud i el retard de les n -èsimes rèpliques de la senyal (al model explicat a la secció 2.3.4.1 es té en compte la fase). Així doncs el model utilitzat és:

$$h_{ray}(t, \tau) = \sum_{n=1}^N \alpha_n \delta(t - \tau_n) \quad (4. 26)$$

on α_n és l'amplitud i τ_n és el retard de la n -èsima rèplica. En temps discret es pot expressar segons l'equació (4. 27), on T_n és l'instant de temps del n -èsim retard:

$$h_{ray}[n] = \alpha_n \delta[n - T_n] ; 0 \leq n \leq longitud_canal \quad (4. 27)$$

Les potències i els retards s'han extret de [3], on s'estudia el canal per al DVB-H. Cada rèplica del senyal transmès se l'anomena *Tap*; en aquest informe se'n mostren 24 ja que només es contempen les rèpliques fins a -30 dB respecte al raig directe. La

Taula 3 mostra els valors del retard i potència (respecte al raig directe, que com s'observa té 0 retard i potència 0 dB). Aquests valors han estat calculats en una campanya duta a terme en una autopista a la ciutat de Oulu, Finlàndia. La Fig. 47 en mostra una gràfica:

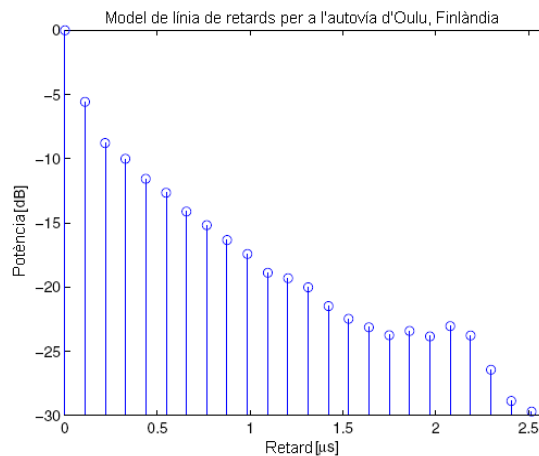


Fig. 47 Model de línia de retards per a l'autopista d'Oulu, Finlàndia.

Autovia d'Oulu		
Tap no.	Retard [µs]	Potència [dB]
1	0	0
2	0,1125	-5,56
3	0,225	-8,78
4	0,325	-10,01
5	0,4375	-11,57
6	0,55	-12,66
7	0,6625	-14,12
8	0,7625	-15,17
9	0,875	-16,34
10	0,9875	-17,41
11	1,1	-18,86
12	1,2	-19,32
13	1,3125	-20,01
14	1,425	-21,46
15	1,5375	-22,46
16	1,6375	-23,12
17	1,75	-23,73
18	1,8625	-23,41
19	1,975	-23,82
20	2,1875	-23,04
21	2,1875	-23,76
22	2,3	-26,42
23	2,4125	-28,86
24	2,5125	-29,71

Taula 3 Coeficients per al model de línia de retards simulat.

Tal i com s'ha explicat a l'inici d'aquesta secció mitjançant la distribució Rayleigh es varia la potència mitja de cada *Tap*, per tal de modelar els esvaïments ràpids que pateix el senyal rebut. A partir de la potència P_n de cada *Tap* es crea una realització

Rayleigh de cada un d'ells. Per a fer-ho es calcula la desviació típica σ^2 a partir de la $P_n(\text{lineal})$ de cada tap, donada la relació entre ells (demostrada a la secció 2.3.3.1):

$$\bar{P}(\text{lineal}) = 2\sigma^2 \quad (4.28)$$

d'on la relació inversa és:

$$\sigma^2 = \frac{\bar{P}(\text{lineal})}{2} \quad (4.29)$$

A partir d'aquesta variància es crea la realització Rayleigh del canal. Es du a terme creant una mostra amb distribució Rayleigh mitjançant dues mostres amb distribucions Gaussianes; una en fase $I \sim N(0, \sigma^2)$ i l'altre en quadratura $Q \sim N(0, \sigma^2)$, de mitja 0 i variància σ^2 . Per a crear una realització Rayleigh $R \sim (\sigma)$:

$$R \sim (\sigma) = \sqrt{\frac{\bar{P}(\text{lineal})}{2}} \times (I + jQ) \quad (2.20)$$

Per a crear el canal Rayleigh $h_{ray}[n]$ es genera una realització Rayleigh per a cada mostra de canal en funció de la potència associada al Tap. La Fig. 48 mostra una realització Rayleigh del canal, s'aprecien els esvaïments que ha introduït la distribució Rayleigh envers el model de canal inicial de la Fig. 47.

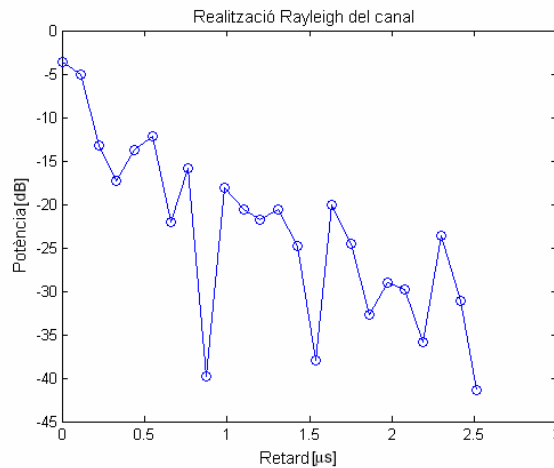


Fig. 48 Realització Rayleigh del canal de l'autopista d'Oulu, Finlàndia.

4.4.6.1. Resultats

La gràfica de la Fig. 49 mostra la BER en funció de la SNR, per als tres índex de modulació $M-QAM$ en el sistema OFDM: 4-QAM, 16-QAM i 64-QAM:

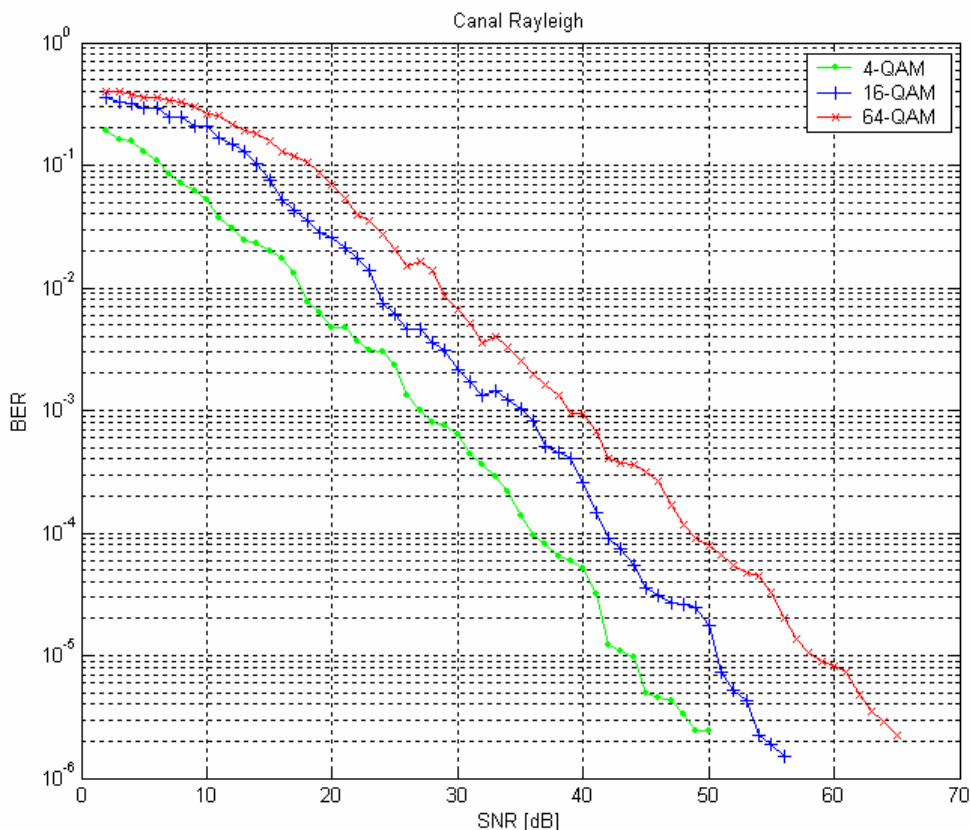


Fig. 49 BER de les simulacions del canal Rayleigh per al sistema OFDM amb 4-QAM, 16-QAM i 64-QAM, en mode 8k, 400 símbols, prefix cíclic=64.

La Fig. 49 mostra com a mesura que la SNR augmenta, la BER disminueix per als tres índex de modulació $M-QAM$. La modulació més robusta és 4-QAM, que ofereix més protecció enfront a la presència de soroll que les modulacions 16-QAM i 64-QAM. En canvi, aquesta modulació té una taxa de transmissió més lenta. Per al mode 64-QAM és a la inversa; té una taxa de transmissió més alta però no ofereix gaire protecció enfront al soroll, fet pel que patirà més ISI en canals amb mala qualitat. S'observa que aquest canal necessita una SNR més alta per a transmetre de manera fiable que en el canal Gaussià, ja que el fet de simular en un canal amb esvaïments comporta que apareguin rafegues d'errors a la senyal rebuda. Com que el sistema simulat no té cap mecanisme de protecció contra aquests, conseqüentment la taxa d'error augmenta.

La Fig. 50 ens mostra la magnitud de l'error entre el canal estimat i el canal real envers la SNR:

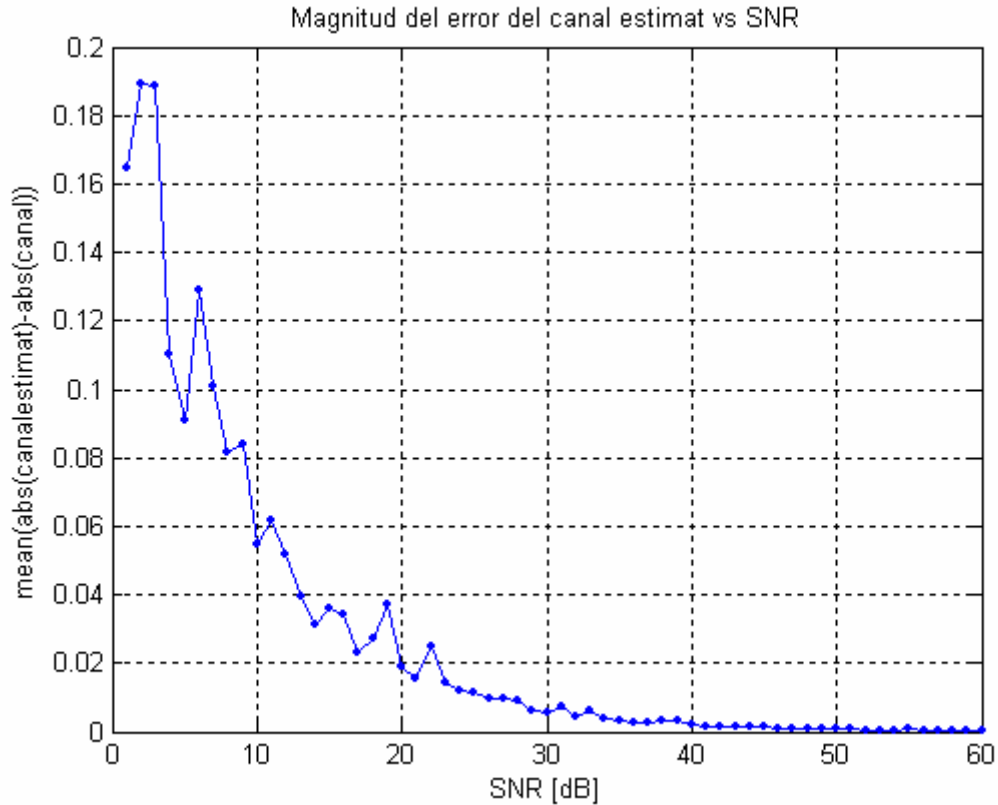


Fig. 50 Magnitud de l'error (respecte el canal real) de l'estimació de canal envers la SNR del canal.

S'aprecia que amb una forta presència del soroll l'error del canal estimat és alt, en canvi per a valors alts de SNR la magnitud de l'error comès és molt baix. Així doncs, la qualitat de l'estimació del canal depèn de la SNR del canal i per conseqüent, la BER del sistema del sistema també en dependrà.

La simulació de la Fig. 51 s'ha dut a terme amb l'objectiu de poder apreciar l'efecte de la longitud del prefix cíclic amb poca presència de soroll. Per aquest motiu s'ha simulat amb una SNR de 55 dB per a un índex de modulació 4-QAM, que com s'observa a la gràfica de la Fig. 49 per a 4-QAM la BER és aproximadament 0 per a valors de SNR superiors a 50 dB (tenint en compte l'estimació explicada en 4.3). En aquesta simulació s'observa que a mesura que la longitud del prefix cíclic (μ) s'acosta a valors pròxims a la longitud del canal, la BER disminueix fins a ser 0 per a tots els casos que compleixin $\mu \geq 23 = longitud_canal - 1$, donat que 24 és el nombre de mostres del canal. Això succeeix perquè la convolució lineal del canal amb el símbol dona com a resultat un senyal de $longitud = longitud_canal + longitud_símbol - 1$. Les mostres que sobrepassin de la $longitud_símbol$ queden sumades al principi del següent símbol següent provocant ISI fins a $longitud_canal - 1$, pal·liat suposadament pel prefix cíclic ja que al receptor es descarten aquestes mostres (secció 1.4.3). Així doncs podem afirmar que per tal de no patir ISI la longitud del prefix cíclic ha de complir la següent condició (4. 30):

$$\mu(longitud_prefix_cíclic) \geq longitud_canal - 1 \quad (4. 30)$$

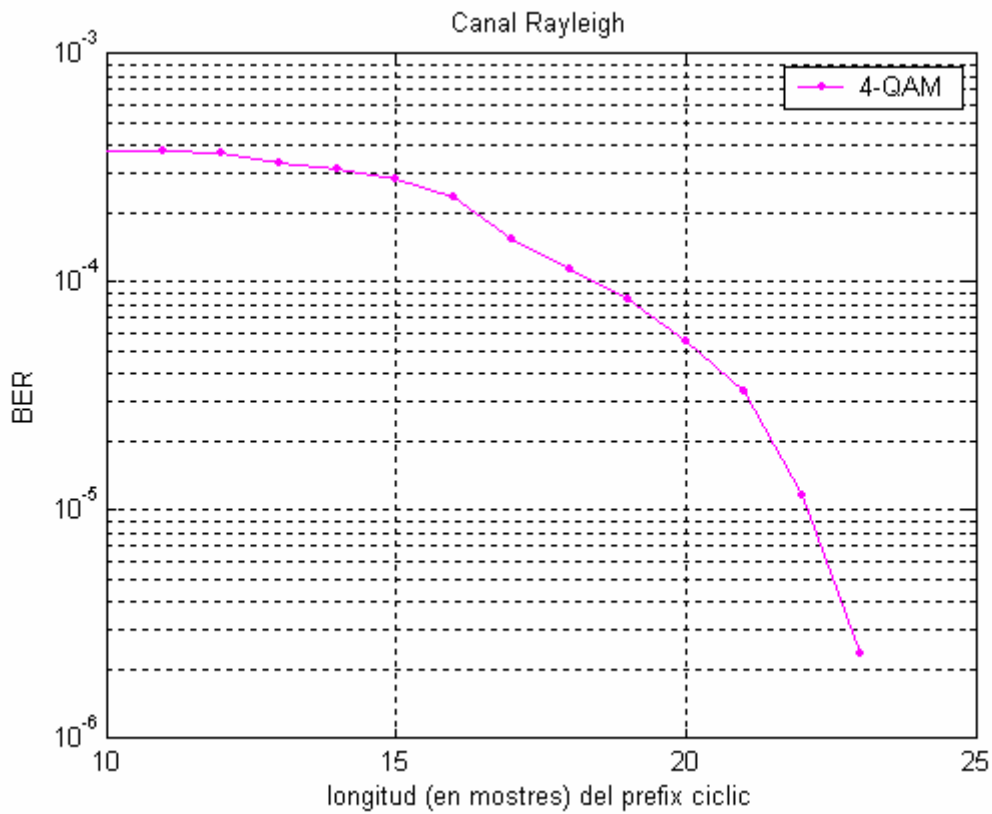


Fig. 51 BER en funció de la longitud del canal Rayleigh per al sistema OFDM amb 4-QAM, en mode 8k, 400 símbols, SNR=55 dB.

Per aquest motiu a la simulació de la gràfica Fig. 51 la BER és aproximadament 0 per a longituds (en mostres) del prefix cíclic (μ) que compleixin la relació (4. 30), que per al cas del canal simulat és $\mu > 22$.

4.5. Conclusions

En aquest capítol s'ha tractat la simulació d'un sistema OFDM discret implementat amb múltiples portadores, amb prefix cíclic, amb equalització i estimació de canal i amb les diferents modulacions 4-QAM, 16-QAM i 64-QAM. El sistema s'ha simulat amb diferents paràmetres presentats per l'estàndard DVB-T (secció 3.1.2), sobre diferents tipus de canals.

Primer de tot s'ha descrit el sistema simulat: el transmissor OFDM i el receptor OFDM discrets implementats amb la FFT i la IFFT (computacionalment més eficients que la DFT i la IDFT). En les simulacions s'ha considerat que el canal varia cada $T_c(2k) = 280\mu s(T_s) \times 50 = 14ms$ per al mode 2k i $T_c(8k) = 1120\mu s \times 50 = 56ms$ en el mode 8k, ambdós per al pitjor cas. Així doncs es realitza una estimació de canal mitjançant l'algoritme *Least Squares* cada 50 símbols OFDM enviats.

Les simulacions estan orientades a obtenir una transmissió de qualitat i fiable, garantint la millor taxa d'error possible. La presència de soroll i el fet de transmetre en un canal amb multitrajecte (modelats mitjançant la distribució Rayleigh) deterioren la qualitat de l'enllaç. Cal tenir consciència que existeix un important compromís entre taxa de transmissió o velocitat de l'enllaç i la taxa d'errors. En entorns més difícils es destinen més recursos a mantenir la taxa d'error baixa que es tradueix en una velocitat de transmissió més lenta i viceversa. Per a estimar la taxa d'error a les simulacions s'ha aproximat al quocient dels bits erronis rebuts entre els bits transmesos, perquè per a calcular aquest paràmetre exactament s'hauria de transmetre infinits bits.

En la simulació del sistema amb el canal Gaussià (amb soroll blanc gaussià AWGN de potència mitja 1 i desviació estàndard 1), el compromís entre velocitat de transmissió i taxa d'errors dependrà de la SNR del canal: quan hi hagi forta presència del soroll s'utilitza modulacions robustes (4-QAM i 16-QAM) i quan hi hagi poc soroll a l'enllaç cal utilitzar la modulació de 64-QAM per tal d'augmentar al màxim la velocitat de la connexió. Per garantir una qualitat d'enllaç acceptable ($BER \approx 10^{-4}$) es necessita transmetre amb una potència mitja d'aproximadament 12'5 dB en 4-QAM; 19 dB en 16-QAM i 26 dB utilitzant 64-QAM.

La última simulació i la més ajustada a la realitat contempla un canal Rayleigh, que es modela mitjançant un model de línia de retards per a caracteritzar el multitrajecte. El multitrajecte està causat per a reflexions en objectes pròxims al receptor i és fonamental descriure aquest fenomen en els sistemes sense fils. El multitrajecte està modelat mitjançant un model de línia de retards, que descriu l'amplitud i el retard de cada rèplica que arriba al receptor. Els coeficients utilitzats són fruit d'una campanya de mesura en una autopista d'Oulu, Finlàndia [3]. En aquesta simulació la potència de cada *Tap* una distribució Rayleigh, modelant les variacions a curt termini de la potència rebuda.

Els resultats obtinguts indiquen que per a garantir una $BER \approx 10^{-4}$ es necessita una potència de transmissió de 36, 42 i 48 dB en 4-QAM, 16-QAM i 64-QAM respectivament. En quan a la longitud del prefix cíclic, s'ha demostrat que quan es

compleix la relació $\mu(\text{longitud_prefix_cíclic}) \geq \text{longitud_canal} - 1$ el senyal rebut no experimenta ISI.

Per a canals amb multitrajecte es recomana utilitzar el mode 8k perquè el temps de símbol és més gran que en mode 2k i tal i com s'ha explicat a la secció 2.5.1 com més gran sigui el temps de símbol en relació al temps de retard la senyal sofrirà menys ISI.

4.6. Bibliografia

[1] ETSI EN 300 744.V1.4.1 (European Standard Telecommunication Series). *Digital Video Broadcasting (DVB): Framing structure, channel coding and modulation for digital terrestrial television*.

[2] GOLDSMITH, Andrea. *Wireless Communication*. Nova York, EEUU. Editorial: Cambridge University Press.

[3] H.Parviainen, H.Himmannen, P.H.K. Talmola, J. Rinne. *Novel Radio Channel Models for Evaluation of DVB-H Systems*. IEEE Internacional Symposium. pp 42-44. 2006

[4] Jan-Jaap van de BEEK, O. Edfors, M. Sandell, S.K. Wilson, P.O. Börjesson. *On Channel Estimation in OFDM Systems*. IEEE Internacional Symposium. 1995

[5] Pàgina web de: *Tutorial de Televisió Digital*. La Salle.
<http://www.salle.url.edu/Eng/elsDTA/elsVideo/tutorialtvd/4aPart.html>

5. ANNEX: Codi en Matlab

En aquest annex es presenta el codi programat en Matlab tal i com s'ha utilitzat per a extreure'n les simulacions (tot el codi ha estat creat per l'autor).

5.1. Sistema OFDM. Canal amb esvaïments Rayleigh

Codi Matlab de simulació sistema OFDM discret en un canal d'esvaïments Rayleigh selectiu en freqüència.

5.1.1. Funció *canalrayleighse*

La funció “canalrayleigh” retorna la BER en funció del nombre de símbols OFDM (“numsimb”), la modulació M-QAM (“M”), la longitud del prefix cíclic (“mu”), els *Taps* i la potència associada a cada un d'ells (“taps” i “pows” respectivament) i la SNR en dBs de l'enllaç (“SNRendB”).

```
function [BER]=canalrayleighse(numsimb,M,mu,numport,taps,pows,SNRendB)

%[BER]=canalrayleighse(numsimb,M,mu,numport,taps,pows,SNRendB)
%
% Sistema OFDM amb canal rayleigh i soroll
% S'ha de tenir en compte que el canal canvia (realitzacio) cada 50
simbols.
% El receptor te un estimador de canal 'LS estimation'
%
% 'numsimb' es el nombre de símbols OFDM que transmetem
% 'M' es la modulacio QAM que farem servir, de 4 o 16 o 64.
% 'mu' es la longitud del prefix cíclic
% 'numport' es el nombre de portadores
% 'taps' son els retards de cada raig
% 'pows' es la potencia de cada raig

% definim constants i variables
errors=0;
biterronis=0;

% definim vectors
x=zeros(1,(mu+numport));
y=zeros(1,(mu+numport)+length(pows)-1);

% ajudes
canals=0;
numcanals=floor(numsimb/50);
modulcanesti=zeros(1,numcanals);

% pilots normalitzats
pilots=(randn(1,numport)+j*randn(1,numport))/sqrt(2);

for p=1:numcanals

    % creem una realitzacio del canal rayleigh
    canal=rayleigh(taps,pows,1);
    % creem el 'vecsím' que conte els 50 símbols OFDM (1 realitzacio)
    amb el prefix cíclic
    [matbits,matsím,vecsím]=transmissor(50,M,mu,numport);
    for k=1:50

        if k==1; % Estímem el canal

            % rebem els pilots al receptor per tal d'estimar el canal
```

```

        prova=conv(pilots,canal);
        longcanal=length(prova)-length(pilots)+1;

        %sumem el soroll
        canalsoroll=afegirsoroll(prova,50,mu,SNRendB);

        %sumem la cua al principi
        d=canalsoroll(1,1:length(pilots));
        e=[canalsoroll(1,length(pilots)+1:end)
zeros(1,length(pilots)-longcanal+1)];
        rebem=d+e;

        %ara estimarem el canal pel metode de Least Squares
        Yest=fft(rebem);
        Xest=fft(pilots,length(Yest));
        CANEST=Xest.\Yest;
        canest=ifft(CANEST);
        canalmalestimat=canest(1,1:longcanal);

        %Necessitem normalitzar la potencia del 'canalestimat'
potenciacanalestimat=(canalmalestimat*canalmalestimat')/length(canalma
lestimat);
        potenciacanal=(canal*canal')/length(canal);

canalestimat=canalmalestimat*sqrt(potenciacanal)/sqrt(potenciacanalest
imat);

    end

    x=matsim(:,k).'; %agafem el simbol k-esim
    y2=conv(x,canalestimat); %el convolucionem amb el canalestimat

    %Sumem el soroll al senyal convolucionada
    y=afegirsoroll(y2,50,mu,SNRendB);

    %Ara sumarem la "cua" del simbol al prefix ciclic.
    %Aquesta es la part de ISI
    simbolCP=y(1,1:(numport+mu));
    cuazeros=[y((numport+mu)+1:end) zeros(1,(length(x)-
(length(canalestimat)-1)))]];
    simbol=simbolCP+cuazeros;

    %treiem el prefix ciclic del 'simbol' per tal d'equalitzar
    simbolsenseCP=simbol(mu+1:end);

    %Ara sabent el canalestimat, equalitzem 'y'
    Y=fft(simbolsenseCP);
    H=fft(canalestimat,length(Y));
    X=H.\Y;
    x22=ifft(X);

    %Ara s'ha d'escalar la potencia del senyal resultant:
    crec=x(1,mu+1:end);
    potcrec=(crec*crec')/length(crec);
    potx2=(x22*x22')/length(x22);
    x2=x22*sqrt(potcrec)/sqrt(potx2);

    %Ara li passem al receptor OFDM per a que demoduli el senyal
    sortida=receptor(x2,M,mu,numport,SNRendB);
    %Sumem els bits erroris
    aixo=matbits(:,k);
    errors=sum(sum(abs(aixo-sortida)));
    bitserroris=bitserroris+errors;

    end
    canals=canals+1;
    %modulcanesti(1,p)=mean((abs(abs(canal)-abs(canalestimat))));
Error canal estimat

```

```

end
canals
totaldebitstransmesos=numcanals*50*numport*log2(M)
BER=bitserronis/totaldebitstransmesos

```

5.1.2. Funció transmissor

La funció “transmissor” retorna la matriu de bits generats (“matbits”), la matriu de símbols OFDM generats (“matsim”) i el vector de símbols que es transmet (“vecsim”).

```

function [matbits,matsim,vecsim]=transmissor(numsimb,Mqam,mu,numport)

%function
[matriubits,matriusimbols,vectorsimbols]=creador(numsimb,Mqam,mu)
%
%Transmissor OFDM.
%Cada simbol OFDM tindra 'numport' portadores (1 simbol OFDM = matriu
de 'numport' files x 1 columna)
%Tindrem com a sortida una matriu que cada columna sera un simbol
OFDM.
%La matriu sera de 'numport' files x 'numsimb' columnes
%
%'M' es la modulacio QAM que farem servir, de 4 o 16 o 64.
%'mu' es la longitud del prefix ciclic
%'numsimb' es el nombre de simbols OFDM que transmetem
%'numport' es el nombre de portadores
%
%'matsim' es la matriu amb els simbols ofdm
%'matbits' conte els bits avans de transformarlos a simbols OFDM
%'vecsim' es un vector de amb els simbols posats en serie.

%definim constants i dimensionem vectors i matrius
eM=log2(Mqam); %nombre de bits per simbol qam
numbits=numport*eM; %calculem els bits utilis
cp=mu*eM; %calculem els bits del prefix ciclic

matbits=randint(numbits,numsimb); %creem la matriu on allotjarem els
bits
x=zeros(numbits,1);
matsimsensecp=zeros(numport,numsimb);

for k=1:numsimb
    x=matbits(:,k); %agafem la primera columna de bits de 'matriubits'
    matsimsenseCP(:,k)=matofdm(x,numport,Mqam,mu);
end

%fem la IFFT de matsim
simbolsensecp=sqrt(length(matsimsenseCP))*ifft(matsimsenseCP); %ho
multipliquem per sqrt(length(matsimsenseCP)) per tal de mantenir la
potencia mitja=1

%add cyclic prefix al vector simbolsensecyclicprefix
[a b]=size(simbolsensecp);
matsim=[simbolsensecp((a-mu+1):a,:);simbolsensecp];

%posem el vector en matriu (Parallel to Serial)
[c d]=size(matsim);
vecsim=reshape(matsim,1,c*d);

```

5.1.3. Funció receptor

La funció “receptor” retorna la matriu de bits rebuts demodulats anteriorment (“matriubits”). Comparant aquesta matriu amb la del receptor se n’extreu la BER a la funció “canalrayleighse”.

```
function [matriubits]=receptor(vectorsimbols,M,mu,numport,SNRendB)
%[matriubits]=receptor(vectorsimbols,M,mu,numport,SNRendB)
%
%Receptor OFDM
%
%'vectorsimbols' es el vector d'entrada, format per els símbols OFDM
en paral·lel rebuts.
%'M' es la modulació QAM que farem servir, de 4 o 16 o 64.
%'mu' es la longitud del prefix cíclic
%'numport' es el nombre de portadores
%'SNRendB' es la potència del nostre senyal, suposant que la potència
mitja
%del soroll sigui 1.

%definim constants
eM=log2(M);

SNRlin=10^(SNRendB/10); %Degut a que la potència mitja del soroll=1,
aleshores la potència mitja del senyal = SNRlin (en lineal)

% posem el vector en matriu (Serial to Parallel)
matsimsenseCP=vec2mat(vectorsimbols,numport).';

[a numsimb]=size(matsimsenseCP); % anomenem les dimensions de la
matriu

% fem la seva FFT
matQAM=fft(matsimsenseCP)/(sqrt(length(matsimsenseCP))); %ho
multipliquem per 1/(sqrt(length(matsimsenseCP))) per tal de
desnormalitzar la potència mitja

%dimensionem vectors i matrius
bits=zeros(numport,eM);
r=numport*eM;
matriubits=zeros(r,numsimb);

for k=1:numsimb

    bits=dematqam(matQAM(:,k),M); %desmapejem els símbols QAM i els
posem en una matriu de ('numport' columnes x 'eM' files)
    matriubits(:,k)=reshape((bits).',r,1);

end
```

5.1.4. Funció *matofdm*

La funció “matofdm” retorna la matriu amb símbols OFDM que prèviament la funció “transmissor” crida.

```
function [matriu2]=matofdm(x,numport,M,mu)

%modofdm(x,numport,M,mu)
%Modulador OFDM
%'x' es el vector d'entrada, format per zeros i uns
```

```

%'numport' es el nombre de portadores
%'M' es el tipus de modulacio QAM (M-QAM) que utilitzarem, en el
nostre cas
%de 4 o 16
%'mu' es la longitud del prefix ciclic es a dir, el nombre de valors
finals
%que afegim al principi del senyal x[n]

eM=log2(M);
matriu1=zeros(numport,eM);
matriu2=zeros(numport,1);

if M==4|M==16|M==64; %Comprovem que els parametres siguin correctes

    %agafem la nostra paraula d'entrada i la convertim en
    %matriu1. Si falten elements de la fila s'omplen amb zeros:
    matriu1=vec2mat(x,eM);

    %per a cada fila fem la seva QAM i ho posem en una nova matriu que
es
    %diu matriu2
    matriu2=matqam(matriu1,M);

else display('Només modulem en 4-QAM i en 16-QAM. Revisa el 3r
parametre');
end

```

5.1.5. Funció *matqam*

La funció “matqam” retorna la matriu amb símbols modulats en M-QAM que prèviament la funció “matofdm” crida.

```

function [matsim]=matqam(x,M)

%M-QAM non-hierearchical and hierarchical with alpha=1
%matqam(x,M)
%'x' es la matriu a modular
%'M' es el nº de símbols de la constelacio que pot ser 4,16 o 64!

[c,d]=size(x);
matsim=zeros(length(c),1); %creem una matriu de zeros on allotjarem
tots els símbols

switch M

    case 4, %4-QAM

        for k=1:c

            if x(k,1)==0; %primer bit=0, costat real positiu imag
positiu
                a1=1;

            else x(k,1)==1; %primer bit=1, costat real positiu imag
negatiu
                a1=-1; end

            if x(k,2)==0; %segon bit=0, costat real negatiu imaginari
positiu
                b1=1;

            else x(k,2)==1; %segon bit=1, costat real negatiu imag
negatiu
                b1=-1;end

```

```

        matsim(k,1)=(a1+i*b1)*1/sqrt(2); %ho multipliquem per
1/sqrt(2) per a normalitzar
    end

    case 16, %16-QAM

        for k=1:c

            if x(k,1)==0&x(k,2)==0; %primers 2 bit=0, costat real
positiu imag positiu
                angle1=0;
                if x(k,3)==0&x(k,4)==1; %2 bits finals 01
                    angle2=atan(1/3);end
                if x(k,3)==1&x(k,4)==0; %2 bits finals 10
                    angle2=atan(3);end
            end

            if x(k,1)==1&x(k,2)==0; %primer bit=1, segon bit=0, costat
real negatiu imag positiu
                angle1=pi/2;
                if x(k,3)==0&x(k,4)==1; %2 bits finals 01
                    angle2=atan(3);end
                if x(k,3)==1&x(k,4)==0; %2 bits finals 10
                    angle2=atan(1/3);end
            end

            if x(k,1)==1&x(k,2)==1; %primer bit=1, segon bit=1, costat
real negatiu imaginari negatiu
                angle1=pi;
                if x(k,3)==0&x(k,4)==1; %2 bits finals 01
                    angle2=atan(1/3);end
                if x(k,3)==1&x(k,4)==0; %2 bits finals 10
                    angle2=atan(3);end
            end

            if x(k,1)==0&x(k,2)==1; %primer bit=0, segon bit=1, costat
real positiu imag negatiu
                angle1=3*pi/2;
                if x(k,3)==0&x(k,4)==1; %2 bits finals 01
                    angle2=atan(3);end
                if x(k,3)==1&x(k,4)==0; %2 bits finals 10
                    angle2=atan(1/3);end
            end

            if (x(k,3)==0&x(k,4)==1)|(x(k,3)==1&x(k,4)==0);
                modul=sqrt(10);end

            if x(k,3)==0&x(k,4)==0; %2 bits finals 00, angle2=45° i
modul arrel de 18
                angle2=pi/4;
                modul=sqrt(18);end

            if x(k,3)==1&x(k,4)==1; %2 bits finals 11, angle2=45° i
modul arrel de 2
                angle2=pi/4;
                modul=sqrt(2);end

            angle=angle1+angle2;
            matsim(k,1)=(modul*exp(i*angle))*1/sqrt(10); % ho
multipliquem per 1/sqrt(10) per a normalitzar
        end

    case 64, %64-QAM

        for k=1:c

```

```

if x(k,3)==0&x(k,4)==0; %--00--
    if x(k,5)==0&x(k,6)==0; a=7;b=7;end
    if x(k,5)==1&x(k,6)==0; a=5;b=7;end
    if x(k,5)==0&x(k,6)==1; a=7;b=5;end
    if x(k,5)==1&x(k,6)==1; a=5;b=5;end
end
if x(k,3)==1&x(k,4)==0; %--10--
    if x(k,5)==0&x(k,6)==0; a=1;b=7;end
    if x(k,5)==1&x(k,6)==0; a=3;b=7;end
    if x(k,5)==0&x(k,6)==1; a=1;b=5;end
    if x(k,5)==1&x(k,6)==1; a=3;b=5;end
end
if x(k,3)==0&x(k,4)==1; %--01--
    if x(k,5)==0&x(k,6)==0; a=7;b=1;end
    if x(k,5)==1&x(k,6)==0; a=5;b=1;end
    if x(k,5)==0&x(k,6)==1; a=7;b=3;end
    if x(k,5)==1&x(k,6)==1; a=5;b=3;end
end
if x(k,3)==1&x(k,4)==1; %--11--
    if x(k,5)==0&x(k,6)==0; a=1;b=1;end
    if x(k,5)==1&x(k,6)==0; a=3;b=1;end
    if x(k,5)==0&x(k,6)==1; a=1;b=3;end
    if x(k,5)==1&x(k,6)==1; a=3;b=3;end
end
if x(k,1)==0&x(k,2)==0; %PRIMER QUADRANT
    sim=a+j*b;end
if x(k,1)==1&x(k,2)==0; %SEGON QUADRANT
    sim=-a+j*b;end
if x(k,1)==1&x(k,2)==1; %TERCER QUADRANT
    sim=-a-j*b;end
if x(k,1)==0&x(k,2)==1; %QUART QUADRANT
    sim=a-j*b;end
matsim(k,1)=sim*1/sqrt(42); % ho multipliquem per
1/sqrt(42) per a normalitzar
end
otherwise, disp('Nomes modulen en 4-QAM, 16-QAM i 64-QAM')
end

```

5.1.6. Funció dematqam

La funció “dematqam” retorna la matriu de bits a partir dels símbols M_QAM que prèviament la funció “receptor” crida.

```

function [paraula]=dematqam(matsim,M)
%Demodulator QAM non-hierearchical and hierarchical with alpha=1
%demqam(x,M)
%x es el simbol a demodular, M es el nº de símbols que pot ser 4,16 o
64!
[a b]=size(matsim);
paraula=zeros(a,log2(M)); %creem una matriu de zeros on allotjarem
tots els símbols

```

```

switch M
    case 4, %4-QAM
        x=matsim*sqrt(2); %ho multipliquem per sqrt(2) per a
desnormalitzar
        for k=1:a
            if real(x(k,1))>=0; %Part real positiu
                a1=0;
            else real(x(k,1))<0; %Part real negatiu
                a1=1; end
            if imag(x(k,1))>=0; %Part imaginaria positiu
                a2=0;
            else imag(x(k,1))<0; %Part imaginaria negatiu
                a2=1;end
            paraula(k,:)=[a1 a2]; %aqui juntem els bits
        end
    case 16, %16-QAM
        x=matsim*sqrt(10); %ho multipliquem per sqrt(10) per a
desnormalitzar
        for k=1:a
            if real(x(k,1))>=0; %Part real positiu
                a1=0;
            else real(x(k,1))<0; %Part real negatiu
                a1=1; end
            if imag(x(k,1))>=0; %Part imaginaria positiu
                a2=0;
            else imag(x(k,1))<0; %Part imaginaria negatiu
                a2=1;end
            if abs(real(x(k,1)))<2; % Si Valor absolut de la part
real es menys de 2
                if abs(imag(x(k,1)))<2; % Si Valor absolut de la
part imag es menys de 2
                    a3=1;
                    a4=1;
                else abs(imag(x(k,1)))>=2; % Si Valor absolut de la
part imag es igual o mes de 2
                    a3=1;
                    a4=0;end
            else abs(real(x(k,1)))>=2; % Valor absolut de la part
real es mes o igual de 2
                if abs(imag(x(k,1)))<2; % Si Valor absolut de la
part imag es menys d 2
                    a3=0;
                    a4=1;
                else abs(imag(x(k,1)))>=2; % Si Valor absolut de la
part imag es igual o mes de 2
                    a3=0;
                    a4=0;end
            end
            paraula(k,:)=[a1 a2 a3 a4]; %aqui juntem els bits
        end
    case 64, %64-QAM
        x=matsim*sqrt(42); %ho multipliquem per sqrt(42) per a
desnormalitzar

```

```

for k=1:a
    if real(x(k,1))>=0; %Part real positiu
        a1=0;
    else real(x(k,1))<0; %Part real negatiu
        a1=1;end
    if imag(x(k,1))>=0; %Part imaginaria positiu
        a2=0;
    else imag(x(k,1))<0; %Part imaginaria negatiu
        a2=1;end

    if abs(real(x(k,1)))<2; %Si Valor absolut de la part real
es menys d 2
        a3=1;
        a5=0;
    elseif abs(real(x(k,1)))>=2&abs(real(x(k,1)))<4; %Si Valor
absolut de la part real esta entre 2 i 4
        a3=1;
        a5=1;
    elseif abs(real(x(k,1)))>=4&abs(real(x(k,1)))<6; %Si Valor
absolut de la part real esta entre 4 i 6
        a3=0;
        a5=1;
    else abs(real(x(k,1)))>=6; %Si Valor absolut de la part
real es mes gran que 6
        a3=0;
        a5=0;end

    if abs(imag(x(k,1)))<2; %Si Valor absolut de la part imag
es menys d 2
        a4=1;
        a6=0;
    elseif abs(imag(x(k,1)))>=2&abs(imag(x(k,1)))<4; %Si Valor
absolut de la part imag esta entre 2 i 4
        a4=1;
        a6=1;
    elseif abs(imag(x(k,1)))>=4&abs(imag(x(k,1)))<6; %Si Valor
absolut de la part imag esta entre 4 i 6
        a4=0;
        a6=1;
    else abs(imag(x(k,1)))>=6; %Si Valor absolut de la part
imag es mes gran que 6
        a4=0;
        a6=0;end
    paraula(k,:)=[a1 a2 a3 a4 a5 a6]; %aquí juntem els bits
end
otherwise, disp('Nomes modulen en 4-QAM i 16-QAM')
end

```

5.1.7. Funció *rayleigh*

La funció “rayleigh” retorna una matriu amb “m” realitzacions del canal d’envaïments Rayleigh que prèviament la funció “canalrayleighse” crida.

```

function [ray]=rayleigh(pows,taps,m)

%----Distribucio Raileigh----
%El comportament estadístic Rayleigh apareix quan hi ha dispersors
%uniformement distribuïts al voltant del receptor sense component
directe.
%De mitja 0 i desviació típica estreta de la Potència mitja del senyal
%(Pot.mitja = 2*desv^2), considerant una SNR amb Potència de soroll =
1.
%
%rayleigh(pows,taps,m)

```

```

%
%Aquesta funcio ens retorna una matriu de tantes columnes com 'taps' i
de m
%files es a dir, 'm' realitzacions.
%
%'pows' el vector de potencies dels taps en dB's
%'m' es el nombre de files de la matriu

rayl=zeros(m,length(taps)); %creem la matriu de m files, i de tantes
columnes com taps.

for f=1:length(taps)

    potlin=10^(pows(f)/10); %calculem la potencia mitja en lineal
    vari=sqrt(potlin/2); %calculem la variancia

    I=randn(m,1); %mostra gaussiana en fase
    Q=randn(m,1); %mostra gaussiana en quadratura

    x=vari*(I+j*Q); %Sumem les dues distribucions gaussianes, una
en fase I i l'altre en quadratura Q (complexa)

    rayl(1:end,f)=x;

end

ray=rayl;

```

5.1.8. Funció afegirsoroll

La funció “afegirsoroll” suma el soroll AWGN a la funció ‘x’. En resulta una senyal ‘y’ amb ‘SNR’.

```

function [y]=afegirsoroll(x,numsimb,mu,SNR)

%[y]=afegirsoroll(x,numsimb,mu,SNR)
%
%Sumar AWGN al senyal vecsim
%
%'x' es el vector fila del senyal util
%'SNR' es el SNR (expressat en dB) que volem aconseguir suposant una
potencia mitja de soroll = 1. Escalem el senyal util, no el soroll.
%'mu' es la longitud del prefix ciclic OFDM que conte el vector 'x'

[col files]=size(x);

SNRlin=10^(SNR/10); %Degut a que la potencia mitja del soroll=1,
aleshores la potencia mitja del senyal = SNRlin (en lineal)

potx=x*x'/files; %Potencia del senyal d'entrada

senyalescalada=x*sqrt(SNRlin)/sqrt(potx); %aquí em escalat el senyal
'x' per tal de que la potencia mitja d'aquesta sigi igual a SNRlin

soroll=1/sqrt(2)*(randn(1,files)+j*randn(1,files)); %creem el vector
de soroll de potencia mitja 1W=0dB

y=senyalescalada+soroll;

```

5.1.9. Funció oulu

La funció “oulu” retorna el model de la línia de retards TDL de l’autopista de oulu extreta de *On Channel Estimation in OFDM Systems*. IEEE Internacional

Symposium exposada a la bibliografia del capítol 4. També s'inclouen altres TDL com "turku" i "helsinki".

```
function [taps,pows]=oulu(s)

%function [taps,pows]=oulu(s)
%
%Oulu Motorway (one transmitter) Time Delay Line
%Linea de retards de l'Autopista d'Oulu. Entorn exterior pla
%
%'taps' son els retards de cada raig
%'pows' es la potencia de cada raig

taps=[0 0.1125 0.225 0.325 0.4375 0.55 0.6625 0.7625 0.875 0.9875 1.1
1.2 1.3125 1.425 1.5375 1.6375 1.75 1.8625 1.975 2.075 2.1875 2.3
2.4125 2.5125];
pows=[0 -5.56 -8.78 -10.01 -11.57 -12.66 -14.12 -15.17 -16.34 -17.41 -
18.86 -19.32 -20.01 -21.46 -22.46 -23.12 -23.73 -23.41 -23.82 -23.04 -
23.76 -26.42 -28.86 -29.71];
plot(taps,pows);

TITLE('Oulu Motorway');
YLABEL('Potencia [dB]');
XLABEL('Retard [us]')
```