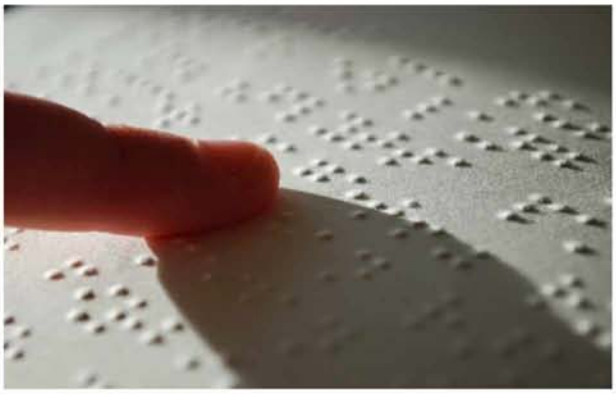
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΣΧΟΛΗ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΤΟΥ ΑΝΘΡΩΠΟΥ
ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΤΜΗΜΑ ΕΙΔΙΚΗΣ ΑΓΩΓΗΣ

ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

«Επίλυση μαθηματικών προβλημάτων και άτομα με προβλήματα όρασης»

"Math problem solving and students with visual impairment"



ΦΟΙΤΗΤΡΙΑ
Κατασίδου Μ. Δέσποινα

ΕΠΙΒΛΕΠΟΝΤΕΣ

Βασίλειος Αργυρόπουλος: με ιδιότητα Αναπληρωτή Καθηγητή ΠΤΕΑ
Χαράλαμπος Καραγιαννίδης: με ιδιότητα Αναπληρωτή Καθηγητή ΠΤΕΑ

-ΒΟΛΟΣ-
2015

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η παρούσα εργασία εστιάζει στον τρόπο αντιμετώπισης και επίλυσης μαθηματικών προβλημάτων από άτομα με προβλήματα όρασης. Αρχικά θα γίνει αναφορά στο Α.Π.Σ. (τι είναι, χαρακτηριστικά και βασικές αρχές). Η εισαγωγή θα εστιάσει και στα χαρακτηριστικά των παιδιών με προβλήματα όρασης και ολοκληρώνεται με εκτενή αναφορά σε ερευνητική βιβλιογραφία στα μαθηματικά και συγκεκριμένα στην επίλυση μαθηματικών προβλημάτων. Στην συνέχεια θα διατυπωθούν τα ερωτήματα της έρευνας και ο μεθοδολογικός σχεδιασμός θα εστιάσει στην χαρτογράφηση ειδών/ χαρακτηριστικών των μαθηματικών προβλημάτων στην Πρωτοβάθμια εκπαίδευση με εφαρμογές στην εκπαίδευση των παιδιών με προβλήματα όρασης. Η παρούσα εργασία θα ολοκληρωθεί με το κεφάλαιο της συζήτησης και προτάσεις.

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Πρώτα από όλα θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογένεια μου και ιδιαιτέρως την μητέρα μου Φωτιάδου Γεωργία που στάθηκε δίπλα μου και με στήριξε καθ’ όλη τη διάρκεια των φοιτητικών μου χρόνων. Σημαντική ήταν και η στήριξη της για την αντιμετώπιση του άγχους μου κατά τη διάρκεια διεκπεραίωσης της παρούσας εργασίας.

Ταυτοχρόνως θα ήθελα να εκφράσω την ευγνωμοσύνη μου στο πρωτοετή φοιτητή του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας που βοήθησε στο ερευνητικό κομμάτι της πτυχιακής εργασίας καθώς και στους γονείς του που επέτρεψαν την συμμετοχή του στην έρευνα.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω τους επιβλέποντες καθηγητές του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας, τον κύριο Αναπληρωτή Καθηγητή Βασίλειο Αργυρόπουλο και τον κύριο Αναπληρωτή Καθηγητή Χαράλαμπο Καραγιαννίδη, για την συνεργασία τους, για την συμβολή τους και για την πολύτιμη βοήθειά τους στην ολοκλήρωση της Πτυχιακής Εργασίας.

Περιεχόμενα

1. ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΠΛΑΙΣΙΟ

1.1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Σε αυτή την πτυχιακή εργασία, όπως αναφέρω αρχικά και στην περίληψη, θα ασχοληθούμε με την επίλυση μαθηματικών προβλημάτων σε παιδιά με προβλήματα όρασης. Η επιλογή του συγκεκριμένου θέματος έγινε έπειτα από συνεννόηση με τον επιβλέποντα καθηγητή Βασίλειο Αργυρόπουλο. Παρ' όλο που θεωρώ δύσκολο μάθημα τα μαθηματικά επέλεξα να τα εντάξω στην πτυχιακή μου εργασία διότι το θεώρησα πρόκληση. Μου φάνηκε αρκετά ενδιαφέρον να ελέγξω πως αντιδράει ένα παιδί με προβλήματα όρασης σε κάποιο μαθηματικό πρόβλημα. Το θεωρητικό μέρος περιλαμβάνει βιβλιογραφικές αναφορές σχετικές με τα άτομα με προβλήματα όρασης και με τα μαθηματικά.

Για το ερευνητικό κομμάτι της πτυχιακής εργασίας επιλέχθηκε ένας πρωτοετής φοιτητής με ολική απώλεια όρασης από το Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας. Το αρχικό ερώτημα ήταν κατά πόσο θα μπορέσει να ανταπεξέλθει ο συγκεκριμένος φοιτητής σε κάθε είδους πρόβλημα των μαθηματικών. Θα δυσκολευτεί στην κατανόηση και έπειτα στην επίλυση; Και αν δεν δυσκολευτεί, ποια μεθοδολογία πράξεων θα ακολουθήσει;

1.2. ΑΝΑΛΥΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΠΟΥΔΩΝ

Η εκπαίδευση είναι ένα σημαντικό στοιχείο που χαρακτηρίζει κάθε ολοκληρωμένη κοινωνία. Αυτή πρέπει να παρέχεται συνεχώς στα άτομα ενός συνόλου προκειμένου να μπορούν να ζουν σε μια κοινωνία η οποία θα μπορεί να αναπτυχθεί περισσότερο ως προς την παροχή παιδείας. Προκειμένου η διαδικασία της διδασκαλίας να στεφθεί από επιτυχία και να προκύπτουν συνεχώς ικανοποιητικά αποτελέσματα, προέκυψε η ανάγκη παροχής σωστού προγραμματισμού για την εκπαίδευση. Για την εκπλήρωση αυτού του σκοπού δημιουργήθηκαν από το Παιδαγωγικό Ινστιτούτο τα Αναλυτικά Προγράμματα Σπουδών (Α.Π.Σ.). Στο παρελθόν τα ΑΠΣ δεν ευνοούσαν καθόλου τους μαθητές, αφού ως το 1997 περίπου, είχαν ένα δασκαλοκεντρικό χαρακτήρα και βασίζονταν στην αποστήθιση και απομνημόνευση του βιβλίου. Ουσιαστικά οι μαθητές αδυνατούσαν να αναπτύξουν τις ιδιαιτερότητες και τα ενδιαφέροντα τους, αφού ο δάσκαλος διαδραμάτιζε το σημαντικό ρόλο στη διαδικασία της διδασκαλίας και μετέδιδε τις γνώσεις. Κατά την περίοδο 1997-2003, με τις εκπαιδευτικές αλλαγές και με τις μεταβολές των αναγκών του ανθρώπου, έγινε μια προσπάθεια για να αποκτήσουν τα ΑΠΣ περισσότερο ευέλικτο χαρακτήρα. Στόχος ήταν να αντιμετωπιστεί η μάθηση όχι ως συσσώρευση γνώσεων αλλά ως μια δημιουργική καλλιέργεια γνώσεων μέσα από συμμετοχικές και βιωματικές διαδικασίες και δραστηριότητες (Ενιαίο Πλαίσιο Προγραμμάτων Σπουδών για όλες τις βαθμίδες της εκπαίδευσης, 1997). Επίσης, από το 2003, με το Διαθεματικό Ενιαίο Πλαίσιο Προγραμμάτων Σπουδών (ΔΕΠΠΣ), υιοθετήθηκε η διαθεματική προσέγγιση της γνώσης και επιχειρήθηκε η διασύνδεση των γνωστικών αντικειμένων. Με τον όρο *διαθεματική προσέγγιση της γνώσης* εννοούμε την διερεύνηση ενός θέματος από πολλές πλευρές (http://www.pi-schools.gr/paideia_dialogos/analitika-programata.pdf).

Σύμφωνα με κείμενα της Ευρωπαϊκής Ένωσης (EU, 1996), με εκθέσεις του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου (CIDREE, 2004, 2008) και με διεθνείς έρευνες, διαπιστώθηκε ότι η μάθηση δεν πρέπει να περιορίζεται μόνο στην αποστήθιση γεγονότων. Έτσι, μετά τη σύνοδο Κορυφής στη Λισαβόνα από την Ευρωπαϊκή Ένωση, υιοθετήθηκαν από το Συμβούλιο Παιδείας (2001), οι στρατηγικοί και διδακτικοί στόχοι που αποσκοπούσαν στην βελτίωση της ποιότητας της εκπαίδευσης και στην ενίσχυση της δια βίου μάθησης. Με την αξιολόγηση που πραγματοποιήθηκε μετά την υλοποίηση αυτών των ιδεών, δεν παρατηρήθηκε διαφορά στα ποσοστά παιδιών με χαμηλές επιδόσεις και στα ποσοστά μαθητών που δεν ολοκληρώνουν την Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση. Δηλαδή δεν υπήρξε καμία μείωση στο πρώτο πλήθος μαθητών και καμία αύξηση στο δεύτερο (Ερευνητικές Μελέτες PISA, 2006).

Πολλοί είναι οι ερευνητές οι οποίοι προσπάθησαν να δώσουν έναν γενικό ορισμό στον όρο Αναλυτικό Πρόγραμμα Σπουδών. Παλαιότεροι ορισμοί διατυπώθηκαν από τον Μελανίτη, τους Taylor & Richards και τους Φλούρης & Πασιάς (στο Κασσωτάκης & Φλουρής, 2013). Σύμφωνα με αυτούς, όταν αναφερόμαστε στο Αναλυτικό Πρόγραμμα Σπουδών, εννοούμε τον κατάλογο μαθημάτων, που συμπεριλαμβάνει λεπτομερείς πληροφορίες για τη ορθή διδασκαλία, που ορίζει την κατάλληλη χρονική στιγμή και εκπαιδευτική βαθμίδα για κάθε κεφάλαιο που πρέπει να διδαχθεί και που τονίζει κάποιες πρόσθετες δραστηριότητες που θα μπορούσαν να υλοποιηθούν στο πλαίσιο του σχολείου προκειμένου να εμπλουτιστούν οι γνώσεις των μαθητών. Αυτός ο κατάλογος μαθημάτων περιλαμβάνει τους σκοπούς και τη διδακτέα ύλη για κάθε μάθημα. Διατυπώθηκαν όμως και νεότεροι ορισμοί. Σύμφωνα με τον Foshay (στο Κασσωτάκης & Φλουρής, 2013), το Α.Π.Σ έχει μια πιο ευρύτερη έννοια, αφού δεν αναφέρεται μόνο σε αυτά που τόνισαν παλαιότεροι ερευνητές αλλά επιπροσθέτως αναφέρεται και στο σύνολο των εμπειριών που κερδίζουν οι μαθητές κατά τη διάρκεια των σχολικών χρόνων, με τη βοήθεια και την καθοδήγηση των εκπαιδευτικών.

Για να πραγματοποιηθεί η συγγραφή ενός ορθού Α.Π.Σ. υπάρχουν κάποιες βασικές αρχές, οι οποίες θα πρέπει να τηρούνται. Καταρχάς, τα Α.Π.Σ. για να συνταχθούν σωστά λαμβάνουν υπόψη τους το μαθητικό πληθυσμό ως προς τα διάφορα χαρακτηριστικά του, είτε αυτά είναι πολιτιστικά είτε οικονομικά και κοινωνικά, τα ενδιαφέροντα των μαθητών, το κοινωνικό και πολιτισμικό περιβάλλον μέσα στο οποίο ζουν και από το οποίο επηρεάζονται καθημερινά και τις προηγούμενες γνώσεις τους έτσι ώστε να διατηρήσουν τη συνοχή από τάξη σε τάξη και από ενότητα σε ενότητα. Σύμφωνα με τον Φλουρή (2013), οι βασικές αρχές που θα πρέπει να τηρούνται δεν περιορίζονται στις παραπάνω. Αντιθέτως οι συντάκτες οφείλουν να προσανατολίζουν το πρόγραμμα σπουδών προς το παρόν και προς το μέλλον. Δηλαδή οι μαθητές θα πρέπει να εκπαιδεύονται σύμφωνα με κάποιους στόχους που θα τίθενται και σταδιακά θα επιτευχθούν. Ταυτόχρονα οι μαθητές μέσα από το Α.Π.Σ. θα πρέπει να γνωρίζουν τους λόγους για τους οποίους διδάσκονται κάτι. Τέλος, η σύνταξη αυτού του προγράμματος θα πρέπει να γίνεται από ειδικούς γιατί οι εκπαιδευτικοί δεν διαθέτουν την κατάλληλη εμπειρία για την υλοποίησή του. Άλλωστε ένα τέτοιο πρόγραμμα προτού εφαρμοστεί θα πρέπει να ελεχθεί από τους ειδικούς. Αυτοί θα κρίνουν αν είναι κατάλληλο και σε περίπτωση που δεν είναι τότε επιδέχεται τις απαραίτητες διορθώσεις και βελτιώσεις. Μόλις το πρόγραμμα σπουδών κριθεί κατάλληλο για την εκπαίδευση του κάθε μαθητή μέσα σε μια τάξη, εφαρμόζεται από τους εκπαιδευτικούς.

Η σύνταξη των αναλυτικών προγραμμάτων αποτελείται από τρία στάδια: το προπαρασκευαστικό, το στάδιο καθορισμού των σκοπών και της επιλογής της ύλης και το στάδιο εφαρμογής (Εξαρχάκος, 1993). **Προπαρασκευή:** σε αυτό το πρώτο στάδιο της προπαρασκευής ελέγχονται διάφοροι παράγοντες οι οποίοι μπορεί να επηρεάσουν την εκπαιδευτική διαδικασία. Όπως είναι γνωστό πρωταρχικό ρόλο στην διδακτική διαδικασία διαδραματίζουν οι μαθητές. Με βάση αυτούς θα πρέπει το αναλυτικό πρόγραμμα σπουδών να συντάσσεται. Δεν είναι λογικό να δημιουργεί ένα πρόγραμμα σπουδών το οποίο δε θα ανταποκρίνεται σε μια ομάδα μαθητών. Επομένως τα ενδιαφέροντα των μαθητών και οι δυνατότητές τους πρέπει να λαμβάνονται υπόψη αφού άλλες ανάγκες έχει ένα παιδί δευτέρας δημοτικού και άλλες ένας μαθητής έκτης (Εξαρχάκος, 1993 · Κολέζα, 1993).

Ας επικεντρωθούμε όμως λίγο παραπάνω στα μαθηματικά. Για να συνταχθεί ένα αναλυτικό πρόγραμμα για τα μαθηματικά οι συντάκτες του θα πρέπει να λάβουν υπόψη τους τη συνεχή εξέλιξή τους. Η ύλη που θα επιλέγεται θα πρέπει να εκσυγχρονίζεται και να μην προσκολλάται σε παλιές εποχές. Τα μαθηματικά δημιουργούν συνεχώς νέους κλάδους και οι μαθητές με κάθε ευκαιρία θα πρέπει να έχουν πρόσβαση σε αυτούς. Ταυτόχρονα πέραν του ότι η ύλη θα πρέπει να εξελίσσεται σύμφωνα με την πραγματικότητα που επικρατεί, οφείλει και να διατηρεί μια συνέχεια από τάξη σε τάξη έτσι ώστε να μην δημιουργηθούν ασάφειες και να κενά στους μαθητές (Gagne στο Εξαρχάκος, 1993). Διαπιστώνουμε λοιπόν ότι δυσκολίες υπάρχουν ήδη από το πρώτο στάδιο σύνταξης.

Καθορισμός στόχων και επιλογή ύλης: αυτό το στάδιο αποτελείται από τέσσερα βήματα από τα οποία οι συντάκτες του αναλυτικού προγράμματος πρέπει να περάσουν για να ολοκληρώσουν. Αρχικά, επιλέγονται οι στόχοι. Αν φέρουμε ως παράδειγμα πάλι τα μαθηματικά, τότε οι συντάκτες θα ξεκινήσουν την δημιουργία του Α.Π.Σ με τους γενικούς σκοπούς της διδασκαλίας των μαθηματικών και θα την ολοκληρώσουν με πιο εξειδικευμένους σκοπούς. Αυτοί οι τελευταίοι σκοποί ονομάζονται ειδικοί σκοποί της διδασκαλίας των μαθηματικών και αναφέρονται σε αυτά που πρέπει να επιτύχει ο δάσκαλος σε κάθε διδασκαλία και σε κάθε τάξη ξεχωριστά. Με την ολοκλήρωση των σκοπών επιλέγεται η διδακτέα ύλη. Αυτή θα επιλέγεται ανάλογα με τους σκοπούς που αρχικά καθορίστηκαν και θα καλύπτει κάθε μαθηματικό κλάδο. Η επιλογή σκοπών και ύλης όμως δεν ολοκληρώνει τη σύνταξη των αναλυτικών προγραμμάτων. Η ύλη που επιλέχθηκε θα πρέπει να διαμορφωθεί σε μια αλληλουχία. Θα πρέπει να είναι ξεκάθαρο στους εκπαιδευτικούς και στους μαθητές τι θα διδαχθούν σε κάθε τάξη και σε κάθε σχολική βαθμίδα. Η σύνδεση των ενοτήτων πρέπει να είναι αρμονική προκειμένου να μην υπάρχουν ασάφειες, κενά και δύσκολες μαθηματικές έννοιες σε μικρές σχολικές τάξεις. Η ολοκλήρωση αυτού του σταδίου πραγματοποιείται με τη συμπλήρωση σχολίων και παρατηρήσεων στο τέλος κάθε διδακτικής ενότητας (Κολέζα, Μακρή, & Σούρλας, 1993).

Εφαρμογή: για να θεωρηθεί όμως πετυχημένο το αναλυτικό πρόγραμμα δεν αρκεί η οργάνωση και η σύνταξη του. Βασικό και κυρίαρχο ρόλο διαδραματίζει η εφαρμογή του. Σε αυτό το τελευταίο και σημαντικό στάδιο θα φανεί αν το πρόγραμμα είναι κατάλληλο για κάθε σχολική βαθμίδα και αν ανταποκρίνεται στις ανάγκες και στις δυνατότητες των μαθητών. Για τον έλεγχο αυτόν κάθε αναλυτικό πρόγραμμα που συντάσσεται αρχικά δοκιμάζεται πειραματικά σε διάφορα σχολεία της χώρας. Αν κριθεί κατάλληλο τότε εφαρμόζεται σε όλη τη χώρα. Αν όμως υπάρξουν κάποιες ασάφειες και κάποια αδύναμα σημεία, τότε επανεξετάζεται και δέχεται τις απαραίτητες αλλαγές και τροποποιήσεις (Φλουρής, 2013). Μετά τις αλλαγές, δημιουργείται το νέο αναλυτικό πρόγραμμα, το οποίο αξιολογείται ξανά πειραματικά σε διάφορα σχολεία και επαναλαμβάνεται ο κύκλος (Εξαρχάκος, 1993).

1.3. ΑΝΑΛΥΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΠΟΥΔΩΝ ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Γενικότερα στα αναλυτικά προγράμματα αναφέρονται αρχικά οι γενικοί σκοποί κάποιου μαθήματος και έπειτα τονίζονται και οι ειδικοί στόχοι. Σύμφωνα λοιπόν με το ΔΕΠΠΣ/ ΑΠΣ στα μαθηματικά ο σκοπός της διδασκαλίας τους, όσο αφορά τους γενικούς σκοπούς, είναι να καταφέρουν να κατακτήσουν οι μαθητές ένα πιο μεθοδολογικό τρόπο σκέψης. Επιπροσθέτως, σκοπός είναι να αναπτύσσουν την παρατηρητικότητα, την προσοχή, τη αυτοσυγκέντρωση, την υπομονή και επιμονή, να διεγείρουν την φαντασία και να καλλιεργήσουν την κριτική τους σκέψη. Σύμφωνα με το Διαθεματικό Ενιαίο Πλαίσιο Σπουδών τα μαθηματικά είναι απαραίτητα για τον καθένα στην καθημερινή ζωή και ιδιαίτερα στο χώρο εργασίας (Δ.Ε.Π.Π.Σ, Παιδαγωγικό Ινστιτούτο) (http://www.pi-schools.gr/programs/depps/).

Στο δημοτικό, το ΔΕΠΠΣ διαχωρίζει σε κάθε βαθμίδα εκπαίδευσης τους άξονες γνωστικού περιεχομένου που πρέπει να διδαχθούν. Οι άξονες αυτοί αφορούν την επίλυση μαθηματικών προβλημάτων, τους αριθμούς και τις πράξεις, τις μετρήσεις και την γεωμετρία. Όσον αφορά την επίλυση προβλημάτων που σχετίζονται και με το θέμα αυτής της πτυχιακής εργασίας, στους γενικούς στόχους τονίζεται ότι οι μαθητές εξερευνούν αρχικά μία κατάσταση και έπειτα κατασκευάζουν ερωτήσεις και προβλήματα με βάση συγκεκριμένα δεδομένα. Ταυτοχρόνως έχουν την δυνατότητα να διατυπώνουν διαφορετικά το ίδιο πρόβλημα, ανάλογα με το πως θα το κατανοήσουν ευκολότερα. Με την επαφή τους με τα μαθηματικά θα καταφέρουν να αντιμετωπίσουν διάφορες προβληματικές καταστάσεις που θα συναντούν στην καθημερινή τους ζωή καθώς επίσης να εξοικειωθούν με την τεχνολογία (http://www.pi-schools.gr/programs/depps/).

Όσα αναφέρθηκαν μέχρι στιγμής αφορούσαν τους γενικούς σκοπούς της διδασκαλίας των μαθηματικών στο δημοτικό. Σύμφωνα με το Αναλυτικό Πρόγραμμα Σπουδών από το Παιδαγωγικό Ινστιτούτο, οι ειδικοί σκοποί των μαθηματικών στο δημοτικό είναι διαφορετικοί. Με τη διδασκαλία των Μαθηματικών στο Δημοτικό Σχολείο επιδιώκεται αρχικά η απόκτηση των βασικών γνώσεων και ικανοτήτων. Στην συνέχεια οι στόχοι γίνονται περισσότερο εξειδικευμένοι και αφορούν την κατανόηση στοιχειωδών μαθηματικών εννοιών και μεθόδων καθώς και τη ανάπτυξη της ικανότητας επίλυσης ποικίλων μαθηματικών προβλημάτων. Σχετικά με την επίλυση προβλημάτων στην Δ τάξη του δημοτικού οι στόχοι σύμφωνα με το αναλυτικό πρόγραμμα είναι πολλοί. Καταρχάς ο προτεινόμενος χρόνος για τη διδασκαλία αυτού του κεφαλαίου στα μαθηματικά είναι 18 ώρες. Μέσα σε αυτές τις διδακτικές ώρες, οι μαθητές θα δραστηριοποιηθούν και θα ξεκινήσουν να εφαρμόζουν τις ήδη υπάρχουσες γνώσεις τους. Θα μάθουν να εργάζονται και ατομικά αλλά και ομαδικά με σκοπό να επιλύσουν σωστά το υπάρχον πρόβλημα. Σκοπός που αναφέρει επίσης το αναλυτικό πρόγραμμα σπουδών για τα μαθηματικά Δ΄ δημοτικού είναι η σταδιακή ανάπτυξη της ικανότητας των μαθητών να ξεχωρίζουν όταν διαβάζουν το πρόβλημα τα δεδομένα από τα ζητούμενα. Ταυτόχρονα οι μαθητές θα εξηγούν την λύση που επέλεξαν με λογικά επιχειρήματα στο δάσκαλο και στους συμμαθητές τους. Έτσι θα κατανοούν το πρόβλημα καλύτερα, αλλά και σε περίπτωση λανθασμένης απάντησης θα αντιλαμβάνονται ευκολότερα το λάθος τους και την ορθή λύση. Θα μάθουν τέλος να θέτουν ερωτήματα που σχετίζονται με το πρόβλημα και να δημιουργούν έναν εποικοδομητικό διάλογο με τον εκπαιδευτικό της τάξης γύρω από το πρόβλημα προκειμένου να το κατανοήσουν (http://www.pi-schools.gr/programs/depps/).

1.4. ΑΝΑΛΥΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΚΑΙ ΕΙΔΙΚΗ ΑΓΩΓΗ

1.4.1. ΑΝΑΓΚΑΙΟΤΗΤΑ ΔΙΑΦΟΡΟΠΟΙΗΣΗΣ ΑΝΑΛΥΤΙΚΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ

Σύμφωνα με την Ζώνιου – Σιδέρη (στο Λαμπροπούλου & Μαρκάκης, 2004) η Ειδική Αγωγή εντάχθηκε στο πλαίσιο της γενικής εκπαίδευσης το 1985 μετά από ψήφιση νόμου. Κατά αυτόν τον νόμο άτομα με ειδικές ανάγκες θα παρακολουθούσαν το εκπαιδευτικό πρόγραμμα του γενικού σχολείου. Μέχρι το Μάιο του 2000 δεν έγινε κάποιος διαχωρισμός της ειδικής από τη γενική εκπαίδευση. Αλλαγές πραγματοποιήθηκαν σε θέματα που αφορούσαν τους εκπαιδευτικούς, το εκπαιδευτικό υλικό και το περιβάλλον του σχολείου. Έγιναν δηλαδή, προσπάθειες για τροποποίηση αυτών με βάση τις ειδικές εκπαιδευτικές ανάγκες των μαθητών. Σύμφωνα και με τις παρατηρήσεις του Χαράμη και Καραγιάννη (στο Λαμπροπούλου & Μαρκάκης, 2004) ο τρόπος εφαρμογής του Αναλυτικού Προγράμματος δε διευκόλυνε την ένταξη. Αυτόν τον μονοδιάστατο τρόπο διδασκαλίας ενίσχυε και το σχολικό εγχειρίδιο το οποίο απευθυνόταν μόνο στο μέσο μαθητή και δε διέθετε διαφοροποιημένο υλικό για τους μαθητές με ειδικές ανάγκες (Φλουρής, 1995). Παρόλο λοιπόν που με αυτόν τον τρόπο δεν υπήρχε διάκριση μεταξύ των μαθητών, δημιουργήθηκε πρόβλημα στην αποδοχή της αναπηρίας. Τα αναλυτικά προγράμματα επομένως προσαρμόζονται ανάλογα με τις ιδιαιτερότητες των μαθητών σε όλες τις χώρες. Συμπεραίνεται, λοιπόν, ότι η κατάλληλη προσαρμογή του Αναλυτικού Προγράμματος για τις ανάγκες της Ειδικής Αγωγής ισοδυναμεί με τη δημιουργία ειδικών προγραμμάτων.

1.4.2. ΔΙΑΦΟΡΟΠΟΙΗΣΗ Ή ΤΡΟΠΟΠΟΙΗΣΗ

Έρευνες των Rose, Armostrong και Lewis, (στο Ζώνιου – Σιδέρη, 2004), έδειξαν πως οι εκπαιδευτικοί στην προσπάθειά τους για διαφοροποίηση έγιναν απλοί οργανωτές της τάξης, απλοποίησαν το έντυπο υλικό και στιγμάτισαν τα ανάπηρα παιδιά. Αξίζει όμως να διευκρινίσουμε την διαφορά ανάμεσα στη λέξη «*διαφοροποίηση*» και «*τροποποίηση*», διότι επικρατεί μια σύγχυση (Ζώνιου – Σιδέρη, 2004). Ο όρος *διαφοροποίηση* σημαίνει διαφορετική οργάνωση του τρόπου διδασκαλίας με ποικίλες μορφές, οι οποίες ανταποκρίνονται στα μαθησιακά στυλ, απλούστευση του υλικού που προτείνει το αναλυτικό πρόγραμμα σπουδών, αναδιατύπωση σκοπών και στόχων σύμφωνα με τις ιδιαίτερες ανάγκες των μαθητών και συνεχή αξιολόγηση (Αργυρόπουλος, 2013). Για να πετύχει μια διαφοροποίηση όμως δεν αρκεί η αναδιατύπωση των στόχων και η απλοποίηση του υλικού. Χρειάζεται σωστή διαμόρφωση του μαθησιακού περιβάλλοντος και πλούσιο εποπτικό υλικό προκειμένου να διατηρεί αμείωτο το ενδιαφέρον των μαθητών. Αντιθέτως ο όρος *τροποποίηση* αναφέρεται στην εξατομίκευση και σύμφωνα με έρευνες έχει χρησιμοποιηθεί τα παλαιότερα χρόνια σε ειδικά σχολεία (Hart, 1992).

Σύμφωνα με την Tomlinson (2000), *«Διαφοροποιημένη διδασκαλία είναι μια φιλοσοφία διδασκαλίας η οποία βασίζεται στην αρχή ότι οι εκπαιδευτικοί θα πρέπει να προσαρμόζουν την διδασκαλία τους στις διαφορετικότητες των μαθητών. Αντί να εφαρμόζουν το Α.Π. με τον ίδιο τρόπο για όλους τους μαθητές, οι εκπαιδευτικοί θα πρέπει να τροποποιούν την διδασκαλία τους ώστε να ανταποκρίνονται στα διαφορετικά επίπεδα ετοιμότητας των μαθητών, στους διαφορετικούς τρόπους που μαθαίνουν και στα διαφορετικά ενδιαφέροντα. Επομένως, ο εκπαιδευτικός σχεδιάζει εκ των προτέρων διαφορετικούς τρόπους για να βοηθήσει τον μαθητή να κατανοεί και να δείχνει ότι έμαθε».*

Συνοψίζοντας, διαφοροποιημένο αποτελεσματικό αναλυτικό πρόγραμμα θεωρείται εκείνο το οποίο λαμβάνει υπόψη του την ετερογένεια του μαθητικού πληθυσμού υπολογίζοντας τις ιδιαιτερότητες των παιδιών. Η διαφοροποίηση της διδασκαλίας δηλαδή, οργανώνει τη διδασκαλία με κάποια συγκεκριμένα μέτρα που λαμβάνει, τα οποία προσαρμόζουν τη διδασκαλία ανάλογα με τις ικανότητες, στα ενδιαφέροντα και τις ιδιαίτερες κλίσεις των μαθητών. Με αυτόν τον τρόπο διασφαλίζουν και δημιουργούν όσο το δυνατόν καλύτερες συνθήκες προσωπικής ανάπτυξης. Ταυτόχρονα παρέχουν ένα κοινά αποδεκτό επίπεδο βασικών γνώσεων, δεξιοτήτων και ικανοτήτων (Φιλιππάτου, 2013).

Όλοι οι μαθητές δεν μπορούν να εκπαιδευτούν με τον ίδιο τρόπο. Τα παιδιά έχουν έναν δικό τους προσωπικό χρόνο μάθησης που ποικίλει ανάλογα με το διδασκόμενο μάθημα και το ενδιαφέρον τους για την συγκεκριμένη γνώση. Ταυτόχρονα οι μαθητές διαφοροποιούνται ως προς τον τρόπο εκμάθησης. Σύμφωνα με αυτή τη διάκριση κάποιοι μαθητές είναι οπτικοί τύποι, κάποιοι ακουστικοί τύποι και κάποιοι αισθησιοκινητικοί. Ο μαθητής που είναι οπτικός τύπος θυμάται πιο εύκολα αυτά που βλέπει και προτιμά τον γραπτό λόγο από τον προφορικό. Ο ακουστικός τύπος είναι ακριβώς το αντίθετο. Δεν μπορεί να βασιστεί στην ανάγνωση κειμένου και προτιμά να ακούσει το μάθημα που διδάσκεται για να καταφέρει να το συγκρατήσει. Τέλος ο αισθησιοκινητικός τύπος μαθητή προτιμάει την βιωματική εκπαίδευση (Χαραμής στο Ζώνιου – Σιδέρη, 2012). Αυτές είναι και οι βασικές προϋποθέσεις που πρέπει να πληρούνται για να επιτευχθεί ισορροπία στο διαφοροποιημένο Αναλυτικό Πρόγραμμα.

Όπως είναι φυσικό, η χρήση της διαφοροποιημένης διδασκαλίας έχει θετικά αποτελέσματα, εφόσον ανταποκρίνεται σε μεγάλο αριθμό μαθητών. Ο εκπαιδευτικός με τη χρήση της διαφοροποιημένης διδασκαλίας καταφέρνει να καλύψει μεγαλύτερα κενά μάθησης στους μαθητές και ταυτοχρόνως να εξάψει το ενδιαφέρον τους. Άλλωστε στη Δ.Δ. ο εκπαιδευτικός της τάξης μπορεί να χρησιμοποιήσει πλήθος νέων εποπτικών υλικών (οπτικοακουστικό και απτικό υλικό), διατηρώντας έτσι αμείωτο το ενδιαφέρον όλων των μαθητών. Ταυτοχρόνως, προωθείται η ενίσχυση της πρωτοβουλίας των μαθητών και η ενίσχυση της ικανότητάς τους για συνεργασία με τους υπόλοιπους μαθητές καθώς και με τον ίδιο τον παιδαγωγό. Πέραν όλων αυτών μια σωστή διαφοροποιημένη διδασκαλία βασίζεται στο σωστό σχεδιασμό της διδασκαλίας και στην οργάνωση της τάξης (Παντελιάδου, 2013).

Ωστόσο, σύμφωνα με την Tomlinson (1999), δεν αρκεί μόνο η εφαρμογή μιας διαφοροποιημένης διδασκαλίας. Σημαντικό ρόλο διαδραματίζουν οι βασικές αρχές που πρέπει να εφαρμόζονται προκειμένου να είναι αυτή αποτελεσματική. Μια από αυτές τις αρχές είναι η έμφαση που οφείλει να δίνει ο εκπαιδευτικός της τάξης σε κάθε διαφορετική ανάγκη όλων των μαθητών. άλλωστε μέσα από την συνεχή αξιολόγηση αυτών των αναγκών του κάθε μαθητή ο εκπαιδευτικός θα μπορεί να βρίσκει και να εφαρμόζει ανάλογες αξιόλογες δραστηριότητες οι οποίες θα ανταποκρίνονται στις ιδιαιτερότητες των παιδιών. Επιπροσθέτως, οι εξατομικευμένες και διαφορετικές αυτές δραστηριότητες, θα είναι αποτελεσματικότερες αν οργανώνονται για να επιλυθούν τόσο ατομικά όσο και ομαδικά.

Η διαφοροποιημένη διδασκαλία, που δίνει όπως είδαμε στους μαθητές περισσότερες πιθανότητες συμμετοχής, έχει κάποιους βασικούς άξονες παρέμβασης. Η διαφοροποίηση, λοιπόν, ξεκινάει από το περιεχόμενο (content), συνεχίζεται στη διαδικασία (process) και στο προϊόν, δηλαδή στο αποτέλεσμα (product) και ολοκληρώνεται με το μαθησιακό περιβάλλον (learning environment). Το περιεχόμενο, όπως περιγράφει ο Heacox (2009), είναι όλα αυτά που πρέπει να μάθει ο μαθητής κατά τη διάρκεια της εκπαίδευσής του. Όταν αναφερόμαστε όμως στη διαφοροποίησή του εννοούμε στο διαφορετικό τρόπο προσέγγισης αυτού του υλικού από τον εκπαιδευτικό. Το έργο που επιτελεί ο δάσκαλος είναι δύσκολο, αφού πρέπει να διδάξει την ίδια ύλη με ένα ξεχωριστό τρόπο χωρίς να αλλάξει τους μαθησιακούς στόχους (Tomlinson & Eidson, 2003 · Tomlinson & Strickland, 2005). Ενώ λοιπόν το περιεχόμενο είναι το «τι;» της διδασκαλίας, η διαδικασία είναι το «πώς;», δηλαδή ο τρόπος κατανόησης του περιεχομένου. Αυτό, ο εκπαιδευτικός μπορεί να το πετύχει μέσω κάποιων πρωτότυπων δραστηριοτήτων στόχους (Tomlinson & Eidson, 2003 · Tomlinson & Strickland, 2005). Αφού λοιπόν, πραγματοποιηθεί η διαφοροποίηση του περιεχομένου και της διαδικασίας, ακολουθεί το προϊόν, δηλαδή αυτά που αποκτήθηκαν από τους μαθητές κατά τη διάρκεια της εκπαιδευτικής διαδικασίας (Heacox, 2009). Τελευταίο και σημαντικότερο είναι η διαφοροποίηση του περιβάλλοντος μέσα στο οποίο ο μαθητής αλληλεπιδρά και εφαρμόζει δραστηριότητες ανάλογες με το διδακτικό περιεχόμενο. Το μαθησιακό περιβάλλον πρέπει να προσφέρει ένα κλίμα ευχάριστο και δημιουργικό, να μη καταπιέζει το μαθητή, να του κεντρίζει το ενδιαφέρον και να επηρεάζει την γνωστική του ανάπτυξη (George, στο Αργυρόπουλος, 2013) .

Σύμφωνα και με έρευνες που έχουν γίνει στην νευροψυχολογία, (Καραπέτσας, 2015), μια καλή διδασκαλία σημαίνει επεξεργασία, αποθήκευση και ανάκληση. Οι μαθητές δηλαδή, θα πρέπει να είναι σε θέση να μπορούν να επεξεργάζονται στο μυαλό τους τις πληροφορίες που δέχονται κάθε φορά κατά τη διάρκεια της διδασκαλίας. Να αντιλαμβάνονται δηλαδή αυτό που διδάσκονται και στη πορεία, μέσα από πολλές αξιολογήσεις και ανατροφοδοτήσεις να τις αποθηκεύουν, να τις αφομοιώνουν. Αυτή η αφομοίωση των νέων γνωστικών αντικειμένων είναι χρήσιμη για τη μετέπειτα ανάκληση τους, όταν δηλαδή χρειαστεί ο μαθητής να τα εφαρμόσει στη πράξη και θυμηθεί τι διδάχτηκε. Στη διαφοροποιημένη διδασκαλία, προκειμένου να επιτευχθούν αυτά τα αποτελέσματα της έρευνας που αναλύθηκαν παραπάνω, η νευροψυχολογία τονίζει πως υπάρχουν τρία στοιχεία τα οποία κάθε εκπαιδευτικός πρέπει να προσέχει. Οι μαθητές συνήθως επηρεάζονται από το μαθησιακό περιβάλλον, το οποίο διαδραματίζει πρωταρχικό ρόλο στο να καταφέρουν να ανταπεξέλθουν καλύτερα και ευκολότερα στις απαιτήσεις ενός διδακτικού στόχου. Αν αυτό είναι φιλικό και ο μαθητής αισθάνεται μια ασφάλεια και μια οικειότητα μέσα σε αυτό, τότε οι προϋποθέσεις για μια επιτυχημένη διαφοροποιημένη διδασκαλία αυξάνονται. Ταυτοχρόνως, το διδακτικό υλικό το οποίο προετοιμάζει ο παιδαγωγός θέτοντας τους στόχους, δεν είναι ούτε εύκολο, ούτε δύσκολο γιατί με αυτόν τον τρόπο οι μαθητές επαναπαύονται (στα εύκολα θεωρούν ότι τα ξέρουν και δε χρειάζεται να μάθουν κάτι άλλο και στα δύσκολα νιώθουν ότι δεν τα καταφέρνουν οπότε δεν προσπαθούν). Πέρα όμως από το περιβάλλον και το υλικό, και πέρα από όλες τις προσπάθειες που μπορεί να κάνει ο παιδαγωγός για μια ολοκληρωμένη διαφοροποιημένη διδασκαλία, η επιτυχία της εξαρτάται και από το μαθητή, ο οποίος πρέπει να είναι σε θέση να ανταπεξέλθει σε κάτι καινούριο και να έχει τη δυνατότητα να συνδέει τις προηγούμενες γνώσεις με τις νέες που λαμβάνει, προκειμένου να συγκρατεί ευκολότερα τα νέα γνωστικά αντικείμενα (Καραπέτσας, 2013).

1.4.3. ΔΙΑΦΟΡΟΠΟΙΗΣΕΙΣ ΓΙΑ ΜΑΘΗΤΕΣ ΜΕ ΤΥΦΛΩΣΗ

Η διδασκαλία ενός μαθητή με αναπηρία όρασης είναι δύσκολη και απαιτεί αρκετές διαφοροποιήσεις στο αναλυτικό πρόγραμμα, προκειμένου οι μαθητές με μερική και ολική τύφλωση (τυφλοί και αμβλύωπες) να μπορούν να συμμετέχουν ενεργά και ισότιμα. Σύμφωνα με το διαφοροποιημένο αναλυτικό πρόγραμμα σπουδών για μαθητές με προβλήματα όρασης, υπάρχουν κάποιες βασικές προϋποθέσεις. Τα βιβλία των μαθητών αυτών κρίνεται απαραίτητο να είναι γραμμένα στο κώδικα γραφής και ανάγνωσης Braille, και των αμβλυώπων μαθητών να είναι τυπωμένα σε μεγέθυνση, γιατί αρχικά ο μαθητής με προβλήματα όρασης «διαβάζει» με την αίσθηση της αφής. Αγγίζει και αντιλαμβάνεται το τυποποιημένο κείμενο. Ταυτόχρονα τα βιβλία που είναι γραμμένα στο κώδικα γραφής και ανάγνωσης braille δεν περιέχουν μόνο το θεωρητικό κομμάτι αλλά και ανάγλυφες εικόνες, γεωμετρικά σχήματα, διαγράμματα. Κατά αυτό τον τρόπο ο μαθητής με τύφλωση εισέρχεται ευκολότερα στον κόσμο των μαθηματικών εννοιών. Αυξάνεται το ενδιαφέρον του και διατηρείται αμείωτο καθ' όλη τη διάρκεια της διδακτικής ώρας. Από την άλλη ο μαθητής με αμβλυωπία έχει κάποιας οξύτητας όραση και μπορεί να δει μέχρι ένα μέγεθος τα γράμματα. Τα ανάγλυφα σχήματα μπορούν να γίνουν με πολλούς τρόπους:

α. Σε μικροκαψουλικό χαρτί.

β. Σε ειδικό χαρτί 20D ή 30D τύπου «ζελατίνα», στο οποίο με απλή χάραξη με στυλό ή και με μολύβι, αυτόματα απεικονίζεται ανάγλυφα το σχήμα που θέλουμε.

γ. Σε ειδικό χαρτί στο thermoform.

δ. Επίσης τα σχήματα μπορούν να υλοποιηθούν ανάγλυφα σε απλό χοντρό χαρτόνι.

Το Α.Π.Σ. τονίζει επίσης πως τα σχολεία στα οποία φοιτούν μαθητές με τύφλωση πρέπει να προμηθευτούν ολόγλυφα σχήματα. Αυτά τα σχήματα αποτελούν σημαντικό εποπτικό υλικό για όλους τους μαθητές (για αυτούς με αναπηρία όρασης είναι απαραίτητα, για τους βλέποντες ιδιαίτερα σημαντικά), δεδομένου ότι χρησιμεύουν στην σχεδόν άμεση αντίληψη, κατανόηση και διευκρίνιση των μαθηματικών εννοιών. Επιπροσθέτως είναι γνωστό πως ο χρόνος ανάγνωσης, κατανόησης και γραφής γίνεται μεγαλύτερος για τους μαθητές με αναπηρία όρασης. Ακόμη, ο διδάσκων χρειάζεται να εξηγεί στους μαθητές με τύφλωση, ανάλογα με το θέμα που διαπραγματεύεται, τον τρόπο με τον οποίο θα κάνουν σχήματα και διαγράμματα, ώσπου να εξοικειωθούν και να μπορούν μόνοι τους να τα σχεδιάζουν. Επιπλέον, με τη συζήτηση μέσα στη τάξη ο διδάσκων, λύνει απορίες και διευκρινίζει τυχόν ασάφειες του βιβλίου του μαθητή. Είναι αυτονόητο πως οτιδήποτε αναγράφεται στον πίνακα εκφωνείται από τον διδάσκοντα.
(http://users.sch.gr/simeonidis/EIDIKH_AGQGH/p.i/depps_aps_tyfloi.pdf).

Όπως αναφέρουν οι Γκούμας, Σδρόλιας & Τριανταφυλλίδης (2013), κυρίως στα μαθηματικά η χρήση χειραπτικού υλικού ως διαφοροποίηση στη διδασκαλία αποτελεί μια άκρως αποτελεσματική διαδικασία. Αυτά τα υλικά που μπορούν να κατασκευαστούν από τον εκπαιδευτικό και τον μαθητή ή να τα αγοράσει ο διδάσκων της τάξης και να τα αξιοποιήσει αναλόγως. Διδασκαλία και δραστηριότητες που συνδέονται με τη χρήση τέτοιων υλικών βοηθούν περισσότερο μαθητές που δυσκολεύονται στη κατανόηση (Bley & Thorton στο Γκούμας, Σδρόλιας & Τριανταφυλλίδης, 2013). Για παράδειγμα, σε πείραμα που πραγματοποίησαν οι παραπάνω ερευνητές σε δημοτικό σχολείο της Μαγνησίας, χρησιμοποιήθηκαν παιχνίδια όπως οι ράβδοι, που ανταποκρίνονταν κυρίως στη διδασκαλία των πρώτων αριθμών.

1.5. ΠΑΙΔΙΑ ΜΕ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΟΡΑΣΗΣ

Τα άτομα με προβλήματα όρασης ταξινομούνται ανάλογα με το βαθμό της οπτικής τους οξύτητας. Ένα άτομο για να λέμε ότι έχει άριστη όραση, η οπτική του οξύτητα θα πρέπει να αγγίζει το 20 στα 20. Όσο πιο μικρή είναι η οξύτητα τόσο μειώνεται και η όραση. Έτσι τα άτομα με προβλήματα όρασης διαχωρίζονται σε αυτά που βλέπουν ελάχιστα (αμβλύωπες ή μερικώς βλέποντα) και σε αυτά που δεν βλέπουν καθόλου (τυφλοί). Σύμφωνα με στοιχεία του Παγκόσμιου Οργανισμού Υγείας, το 1990 εκτιμάται ότι υπήρχαν περίπου 38 εκατομμύρια τυφλοί σε ολόκληρο τον κόσμο ενώ σήμερα, υπάρχουν περίπου 45.000.000 τυφλοί παγκοσμίως, δημιουργώντας τεράστια κοινωνικά, ψυχολογικά, εκπαιδευτικά και οικονομικά προβλήματα. Στις Η.Π.Α., σύμφωνα με τον Ashcoft (στο Τσιναρέλης, 2005), το 2% είναι αμβλύωπες και το 0,33% τυφλοί. Στη Μεγάλη Βρετανία, σύμφωνα με την

Πολυχρονοπούλου (2012), οι καταγραφές των ατόμων με προβλήματα όρασης ήταν περίπου 1.000.000 τυφλοί. Στην Ελλάδα, σύμφωνα με το Πανελλήνιο Σύνδεσμο Τυφλών και σύμφωνα με την Πολυχρονοπούλου (2012), το 1990 τυφλοί και αμβλύωπες ήταν περίπου 20.59. Ταυτόχρονα, σύμφωνα με τις εκτιμήσεις του Εθνικού Βασιλικού Ινστιτούτου Τυφλών (1995), στην Αγγλία, την Ουαλία και τη Σκοτία υπάρχουν περίπου 19.000 έως 20.000 παιδιά με αναπηρία όρασης. Η ηλικία αυτών των παιδιών φτάνει μέχρι 16 ετών (Kirkwood & McCall, 1997). Κατά την Barraga *«Ένα παιδί θεωρείται οπτικά ανάπηρο όταν η οπτική του μειονεξία συντείνει στη μη μέγιστη απόδοση του στο μαθησιακό τομέα και απαιτούνται ειδικά προγράμματα, μέθοδοι και μέσα προκειμένου να μάθει και ν' αποκτήσει γνώσεις»* (στο Τσιναρέλης, 2005).

Αναλυτικότερα, αμβλυωπία είναι η ελαττωμένη οπτική οξύτητα του ενός ή και των δυο οφθαλμών παρά τη διόρθωση κάθε διαθλαστικής ανωμαλίας (Λιοδάκης, 2000 · Τσιναρέλης, 2005). Η όραση δεν βελτιώνεται με τη χρήση γυαλιών. Μερικώς βλέποντα ή αμβλύωπες, είναι τα άτομα τα οποία ύστερα από την καλύτερη ιατρική διορθωτική παρέμβαση, εξακολουθούν να έχουν σοβαρή βλάβη στα μάτια. Ωστόσο, ανάλογα με το βαθμό της βλάβης, μπορούν να γράφουν και να διαβάζουν κοινά έντυπα είτε από μόνα τους είτε με τη βοήθεια μεγεθυντικών οργάνων και συσκευών. Ένα αμβλυωπικό μάτι αναφέρεται συχνά και ως «τεμπέλικο». Η συχνότητα της αμβλυωπίας στον γενικό πληθυσμό φτάνει συνήθως το 5%. Κατά κανόνα αφορά το ένα μάτι, αλλά υπάρχουν περιπτώσεις που μπορεί να είναι αμφοτερόπλευρη. Μέλη της ίδιας οικογένειας μπορεί να εμφανίζουν κάποιου βαθμού αμβλυωπία, οπότε πιθανώς να υπάρχει και κληρονομική συσχέτιση.

Αντιθέτως, τύφλωση είναι η κατάσταση στην οποία το άτομο έχει χάσει την αίσθηση της όρασης εξαιτίας ψυχολογικών ή νευρολογικών παραγόντων. Τυφλά λοιπόν είναι τα άτομα τα οποία ύστερα από την καλύτερη διορθωτική παρέμβαση δεν μπορούν να διαβάσουν έντυπα με τη κοινή γραφή, μπορούν όμως να μάθουν να διαβάζουν και να γράφουν με το ανάγλυφο σύστημα Braille (Λιοδάκης, 2000 · Τσιναρέλης, 2005).

Τα παιδιά με αναπηρία όρασης προσεγγίζουν με έναν διαφορετικό τρόπο τον κόσμο σε αντίθεση με τα βλέποντα άτομα. Ένα παιδί με τύφλωση αποκτά εμπειρίες μέσα στο περιβάλλον στο οποίο ζει μέσω των άλλων αισθήσεων του. Η κινητικότητα και ο προσανατολισμός είναι από τα πιο σημαντικά κομμάτια που πρέπει να κατακτήσουν και αυτό διότι μπορεί να τους επηρεάσει σε πολλούς τομείς (π.χ. στην ψυχολογία, στο συναίσθημα). Όπως αναφέρει και ο Koestler (στη Stone, 1997), *«η απώλεια της δυνατότητας να κινούμαστε ελεύθερα και με ασφάλεια είναι σίγουρα η μεγαλύτερη αποστέρηση που επιφέρει η τύφλωση»*. Η αφή και η ακοή γίνονται σταδιακά οι αισθήσεις αντίληψης του περιβάλλοντος. Πολλά όμως αντικείμενα δεν μπορούν να γίνουν αντιληπτά από τα παιδιά. Τις περισσότερες φορές κυριαρχεί ο φόβος του γονέα αλλά και ο φόβος του ίδιου του παιδιού για το άγνωστο. Επιπροσθέτως, ένα παιδί με τύφλωση δε μπορεί να αγγίξει τον ήλιο ή τα βουνά για να σχηματίσει την εικόνα τους στο μυαλό του. Αντικείμενα που είναι απρόσιτα πρέπει να περιγράφονται λεπτομερώς στο παιδί είτε από τον γονέα είτε από τη δασκάλα. Επίσης για να μπορέσει το παιδί να κινηθεί μέσα στο χώρο θα πρέπει να τον χαρτογραφήσει νοητά στο μυαλό του. Η χαρτογράφηση αυτή γίνεται με την επικοινωνία του παιδιού με τύφλωση με τους βλέποντες, οι οποίοι απαντώντας στις ερωτήσεις του, το βοηθούν στον προσανατολισμό του. Το άτομο με τύφλωση αντιλαμβάνεται το χώρο γύρω του με το σώμα του καθώς και με τη χρήση του λευκού μπαστουνιού (Kingsley, 1997). Η εκπαίδευση χρήσης του λευκού μπαστουνιού γίνεται σταδιακά με τη βοήθεια των βλεπόντων. Πραγματοποιείται σε έναν κλειστό χώρο έτσι ώστε στα πρώτα του βήματα το παιδί με τύφλωση να ακουμπάει στον τοίχο (Stone, 1997).

Ανάμεσα στα μη βλέποντα και στα μερικώς βλέποντα παιδιά υπάρχουν κάποια συγκεκριμένα στοιχεία που τα χαρακτηρίζουν. Ωστόσο υπάρχουν και κάποιες διαφορές που μας επιτρέπουν να τα ξεχωρίσουμε από τα βλέποντα παιδιά. Αυτές οι διαφορές μπορούν να είναι σωματικές, νοητικές, γνωστικές καθώς και γλωσσολογικές. Τα παιδιά με αναπηρία όρασης συνήθως υστερούν σε σχέση με τα μερικώς βλέποντα παιδιά, ενώ και οι δυο ομάδες υστερούν σημαντικά σε σχέση με τα βλέποντα παιδιά ως προς τον συντονισμό των κινήσεων, τη κινητικότητα τους και τον προσανατολισμό στο χώρο. (Arter, 1997). Ταυτόχρονα η έλλειψη της όρασης είναι μία αναπηρία η οποία εμποδίζει την νοητική ανάπτυξη αφού το παιδί έχει ελάχιστες εμπειρίες μέσω των οπτικών ερεθισμάτων. Αν και αρχικά πίστευαν πως η οπτική αναπηρία δεν επηρεάζει την νοητική ανάπτυξη του παιδιού, αργότερα διαπιστώθηκε το αντίθετο. Η έλλειψη της όρασης έχει ως αποτέλεσμα την απουσία πολλών περιβαλλοντικών καταστάσεων. Έτσι το παιδί με ολική απώλεια όρασης αναπτύσσεται νοητικά πιο αργά από ότι ένα παιδί που δέχεται καθημερινά χιλιάδες οπτικά ερεθίσματα. Βέβαια, αν υπάρξει η έγκαιρη ανίχνευση του προβλήματος και η παρέμβαση η πιθανότητα νοητικής υστέρησης μειώνονται. Σύμφωνα με τον Λιοδάκη (2000) τα παιδιά με προβλήματα όρασης δε θα διαφέρουν από τα βλέποντα ως προς τη νοημοσύνη αν τους δοθεί η κατάλληλη και έγκαιρη εκπαίδευση. Οι διαφορές όμως δεν περιορίζονται μόνο σε αυτές τις δύο κατηγορίες. Εξαιτίας της έλλειψης της όρασης δημιουργούνται προβλήματα και στην ανάπτυξη του προφορικού λόγου. Τα βλέποντα παιδιά κατακτούν την γλώσσα με φυσικό τρόπο ακούγοντας, γράφοντας, παρατηρώντας τις εκφράσεις των προσώπων των συνομιλητών τους. Από τη βρεφική ηλικία έχουν τη δυνατότητα να παρατηρήσουν και να αποτυπώσουν ασυνείδητα στο μυαλό τους τις διάφορες εκφράσεις των προσώπων και τη στάση των σωμάτων των γονέων και των ατόμων στο φιλικό περιβάλλον. Αντιθέτως στα παιδιά με προβλήματα όρασης οι γλωσσικές εμπειρίες στερούνται από την οπτική ικανότητα. Όπως αναφέρθηκε και παραπάνω πρωταρχικό ρόλο διαδραματίζουν οι άλλες αισθήσεις και κυρίως η ακοή και η όραση. Ο προφορικός λόγος ωστόσο είναι ίδιος με αυτόν των βλεπόντων συνομηλίκων τους. Μπορεί να αργούν να εκφραστούν και μπορεί επίσης να δυσκολεύονται να κατανοήσουν κάποιες έννοιες και κάποιες μεταφορικές φράσεις. Για παράδειγμα λόγω της αναπηρίας του δεν αντιλαμβάνονται πως η φράση «βρέχει καρέκλες» έχει μεταφορική έννοια. Ένας γονέας ή ένας εκπαιδευτικός οφείλει να είναι πάντα δίπλα στο παιδί για να ερμηνεύει κάθε ασάφεια. Έτσι θα μειωθεί και η πιθανότητα νοητικής υστέρησης που αναφέρθηκε παραπάνω ως τυχόν αποτέλεσμα. Η γλώσσα των παιδιών με τύφλωση δεν είναι ελαττωματική. Απλώς στο μεγαλύτερο μέρος αποκτάται μέσω της ακοής, σε αντίθεση με τους κωφούς, που αντιμετωπίζουν περισσότερα προβλήματα αν και διαθέτουν φυσιολογική όραση (Civelli & Matsuda, στο Τσιναρέλης, 2005).

Τέλος, στα άτομα με προβλήματα όρασης επηρεάζεται και η κοινωνική και συναισθηματική ανάπτυξη αφού αντιμετωπίζουν δυσκολίες στην επικοινωνία. Τα βλέποντα παιδιά έχουν ποικίλους τρόπους επικοινωνίας σε αντίθεση με τα παιδιά που αντιμετωπίζουν προβλήματα όρασης. Πολλές φορές τα παιδιά με μερική ή ολική τύφλωση νιώθουν αποκομμένα από τον κοινωνικό περίγυρο. Δεν είναι σπάνιες οι στιγμές που απομακρύνονται ηθελημένα διότι νιώθουν μειονεκτικά (Kingsley, 1997). Η ανασφάλεια που πολύ συχνά αισθάνονται μπορεί να οδηγήσει σε έλλειψη αυτοεκτίμησης και αυτοπεποίθησης. Ως απόρροια όλων αυτών έρχεται η μειωμένη κοινωνική και συναισθηματική κάλυψη (Τσιναρέλης, 2005).

Οι αιτίες της τύφλωσης κυρίως είναι άγνωστες. Συνήθως η κληρονομικότητα αποτελεί την κυριότερη αιτία που προκαλεί τύφλωση αφού ευθύνεται για το 37% των περιπτώσεων (Τσιναρέλης, 2005). Εκτός όμως από την κληρονομικότητα, στα αίτια της τύφλωσης μπορεί να περιλαμβάνονται προγεννητικά αίτια, όπως είναι η έλλειψη χρωστικής ουσίας στην ίριδα (αλφισμός), μολυσματικές ασθένειες κατά τη διάρκεια της εγκυμοσύνης όπως είναι η ερυθρά, ακόμα και κακώσεις του εμβρύου (Λιοδάκης, 2000). Ταυτοχρόνως τραυματισμοί στον εγκέφαλο την στιγμή του τοκετού μπορεί να προκαλέσουν σοβαρά προβλήματα όρασης. Τέλος, ασθένειες όπως η μηνιγγίτιδα κατά τη διάρκεια της παιδικής ηλικίας, ευθύνονται για τα περισσότερα προβλήματα όρασης που προκαλούνται (μεταγενετικά) (Mason, 1997 · Τσιναρέλης, 2005).

1.6. ΚΩΔΙΚΑΣ ΓΡΑΦΗΣ ΚΑΙ ΑΝΑΓΝΩΣΗΣ BRAILLE

Ο κώδικας γραφής και ανάγνωσης Braille πήρε το όνομά του από τον τυφλό Γάλλο δάσκαλο Louis Braille που το επινόησε το 1824 και το δημοσίευσε πρώτη φορά 1829. Πρόκειται για ένα σύστημα ανάγλυφης εκτύπωσης των γραμμάτων της αλφαβήτου. Η ανάγνωση της γραφής Braille, εξαρτάται όχι μόνο από την αφή, όπως νομίζουν πολλοί αλλά και από την κίνηση. Και αυτό διότι η πρόσληψη των πληροφοριών γίνεται σε μεγάλο βαθμό κατά τη διάρκεια των δακτυλικών κινήσεων και όχι όταν το δάκτυλο είναι ακίνητο. Αποτελείται από τη δομική μονάδα που είναι γνωστή ως εξάστιγμο. Το εξάστιγμο είναι έξι κουκκίδες ανάγλυφες που δημιουργούν έναν μικρό πίνακα 3x2. Δηλαδή έχει 3 γραμμές και 2 στήλες, συνολικά 6 κουκκίδες. Το εξάστιγμο δημιουργεί 64 συνδυασμούς αποτυπώνοντας τα γράμματα, τους αριθμούς και τα σημεία στίξης. Η ανάγνωση Braille διαφέρει κατά πολύ από την διαδικασία της οπτικής ανάγνωσης, αφού στη δεύτερη περίπτωση η απόκτηση πληροφοριών πραγματοποιείται όταν τα μάτια εστιάζουν στις λέξεις ολιστικά. Αντιθέτως στο συγκεκριμένο κώδικα γραφής και ανάγνωσης χρησιμοποιείται το ακροδάχτυλο ως χωρικό πλαίσιο εντός του οποίου θα αναζητηθεί ο εντοπισμός των κουκκίδων (Αργυρόπουλος, 2011).

Ο κώδικας γραφής και ανάγνωσης Braille χωρίζεται στα σύμβολα που χρησιμοποιούνται για το λογοτεχνικό κομμάτι και στα σύμβολα που χρησιμοποιούνται για τα μαθηματικά. Στα μαθηματικά, για τα ελληνικά δεδομένα, υπάρχουν δύο κώδικες. Ο κώδικας Nemeth και ο κώδικας του Μενεϊδη. Ο κώδικας Nemeth, που χρησιμοποιείται πιο συχνά από μαθητές με προβλήματα όρασης, εγκρίθηκε το 2003 από το Παιδαγωγικό Ινστιτούτο, είναι τα επίσημα σύμβολα που χρησιμοποιούνται με τη γραφή τυφλών Braille για τα μαθηματικά (Κουρουπέτρογλου & Φλωριάς, 2003). Απευθύνεται στους μαθητές με αναπηρία όρασης για την ανάγνωση και γραφή μαθηματικών συμβόλων και σχεδιάστηκε από τον Dr. Abraham Nemeth. Βασίζεται στο εξάστιγμο σύστημα που αναφέραμε παραπάνω. Όπως σε κάθε κώδικα που απευθύνεται στα μαθηματικά, έτσι και σε αυτόν, μπροστά από κάθε αριθμό τοποθετούμε τον αριθμοδείκτη ως ένδειξη για το μαθητή με τύφλωση ότι ακολουθεί αριθμός και όχι γράμμα (Kapperman, Heinze & Sticken, 2000).

Οι ικανοί αναγνώστες κατά κανόνα χρησιμοποιούν και τα δύο χέρια. Η λειτουργία των δύο χεριών είναι εναλλασσόμενη, το ένα αντικαθιστά το άλλο, συνήθως στη μέση της γραμμής ενός κειμένου. Ο αριστερός δείκτης συνήθως δεν αρχίζει να κινείται προς μια καινούργια γραμμή προτού ο δεξιός δείκτης να έχει ολοκληρώσει το τελευταίο γράμμα της προηγούμενης γραμμής. Σύμφωνα με έρευνες ικανότεροι αναγνώστες είναι τα παιδιά που είναι εκ γενετής τυφλά παρά αυτά που έχασαν την όραση τους σε κάποια μεγαλύτερη ηλικία. Επίσης έχει καταγραφεί πως η καλύτερη ανάγνωση Braille γίνεται με συγκεκριμένα χαρακτηριστικά τα οποία είναι η μαλακή οριζόντια κίνηση (ΜΟΚ), η ελαφριά κατακόρυφη πίεση (ΕΚΠ) και η κίνηση των χεριών από τα αριστερά προς τα δεξιά (ΚΑΔ) (Best, 1992). Αναλυτικότερα:

- ✓ **Μαλακή Οριζόντια Κίνηση (ΜΟΚ):** αποτελεί βασική δεξιότητα των ακροδαχτύλων του παιδιού με τύφλωση αφού χάρη σε αυτήν δημιουργούνται προϋποθέσεις γρήγορης ανάγνωσης χωρίς να ιδρώνουν τα χέρια του παιδιού με τύφλωση και να προκαλείται σύγχυση. Ταυτόχρονα χάρη σε αυτό το χαρακτηριστικό της ανάγνωσης το παιδί με τύφλωση καταφέρνει να ελέγχει τη σειρά την οποία διαβάζει αφού τα δύο χέρια συνεργάζονται ακολουθώντας το ένα το άλλο.

- ✓ **Ελαφριά Κατακόρυφη Πίεση (ΕΚΠ):** είναι η κατακόρυφη πίεση των ακροδαχτύλων του παιδιού πάνω στις κουκκίδες. Με αυτόν τον τρόπο στέλνεται απευθείας μήνυμα στον εγκέφαλο μέσω των νευρώνων των δαχτύλων και αποκωδικοποιούνται οι πληροφορίες. Η συγκεκριμένη δεξιότητα πρέπει να διδαχθεί από τον εκπαιδευτικό στο παιδί με αναπηρία όρασης αφού γίνεται συχνά σύγχυση μεταξύ της οριζόντιας κίνησης και της κατακόρυφης πίεσης με αποτέλεσμα να δημιουργείται τριβή στα δάχτυλα των παιδιών.

- ✓ **Κίνηση των χεριών από τα Αριστερά προς τα Δεξιά (ΚΑΔ):** γίνεται σε συνδυασμό με τα δύο παραπάνω χαρακτηριστικά. Σύμφωνα με αυτήν το αριστερό χέρι ακολουθεί το δεξί κατά την ανάγνωση. Ωστόσο το καθένα από αυτά διαδραματίζει διαφορετικό ρόλο. Από τη μία το αριστερό δάχτυλο διαβάζει τη γραφή Braille και ακολουθεί το δεξί ενώ αντιστρόφως το δεξί που προπορεύεται ανιχνεύει τις κουκκίδες. Αυτή η κίνηση πρέπει να γίνεται με σταθερότητα για να μην υπάρχει πάλι σύγχυση ανάμεσα στη ΜΟΚ και στη ΕΚΠ. Φυσικά η εκπαίδευση της χρήσης των δύο χεριών είναι μια δύσκολη διαδικασία απαιτεί όμως αρκετή εξάσκηση και επιμονή από τον δάσκαλο.

Το δύσκολο για έναν γονιό ή δάσκαλο που έχει παιδί με προβλήματα όρασης είναι να το βοηθήσει να εξοικειωθεί από μικρή ηλικία με σειρές και κείμενα στη γραφή Braille. Ένα βλέπων παιδί, ακόμα και όταν δεν έχει μάθει ακόμα να διαβάζει, μέσω της όρασης του και της οπτικής μνήμης του αποτυπώνει κάποιες λέξεις, ρωτάει τι αναγράφεται σε πινακίδες που τον εντυπωσιάζουν και σιγά σιγά εξοικειώνεται στην ιδέα της γραφής. Για ένα παιδί με προβλήματα όρασης κάτι τέτοιο είναι δύσκολο. Πρακτική λύση λοιπόν στο παρών ζήτημα είναι οι ταμπέλες Braille σε πολλά αντικείμενα που διαχειρίζεται το παιδί. Ο γονέας μπορεί να κολλήσει αυτοκόλλητα με εγγεγραμμένο το όνομα του παιδιού σε μορφή Braille πάνω σε όλα του τα παιχνίδια. Ακόμα και ο δάσκαλος μπορεί να εφαρμόσει αυτή την τακτική πάνω στα αντικείμενα και τα γεωμετρικά σχήματα που χρησιμοποιεί πολύ συχνά στην τάξη (Αργυρόπουλος, 2011).

1.7. ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Τα μαθηματικά είναι μια επιστήμη που είναι δύσκολο να οριστεί με απόλυτη σαφήνεια και ακρίβεια. Υπάρχουν διάφορες σχολές (λογικιστές, φορμαλιστές και ιντουιτιονιστές) που ασχολήθηκαν με τον ορισμό της επιστήμης καθώς και με τη συσχέτισή της με άλλες όπως είναι η φυσική. Ξεκινώντας λοιπόν από τους λογικιστές, όπως φαίνεται και από το όνομα της σχολής τους, υποστήριζαν πως τα μαθηματικά δεν είναι τίποτα άλλο από απλή λογική. Θεωρούσαν πως είναι ένα σύστημα κανόνων και λογικών σχέσεων μεταξύ των αριθμών. Από την άλλη πλευρά οι φορμαλιστές θεωρούσαν ότι τα μαθηματικά βασίζονται περισσότερο στα σύμβολα και στο σωστό χειρισμό αυτών. Τέλος οι ιντουιτιονιστές θεωρούσαν πως τα μαθηματικά είναι «νοητικές κατασκευές». Βασίζονταν στα λεγόμενα του μαθηματικού και πίστευαν πως η μαθηματική αλήθεια είναι μόνο αυτή που αποδεικνύει ο μαθηματικός (Κολέζα, 2009).

Στην πορεία υπήρξαν διάφορες αμφισβητήσεις για τους παραπάνω ορισμούς και η ερώτηση *«τι είναι μαθηματικά;»* αναδιατυπώθηκε σε *«πως συγκροτούνται τα μαθηματικά;»*. Διάφοροι ερευνητές βάλθηκαν να απαντήσουν σε αυτό το ερώτημα. Οι κυριότεροι από αυτούς ήταν η ομάδα Bourbaki, η οποία έδωσε έμφαση στην περιγραφή των μαθηματικών ως μια αυστηρά δομημένης επιστήμης και οι Polya και Lakatos, που υποστήριξαν την περιγραφή του τρόπου με τον οποίο οι μαθηματικοί «κατασκευάζουν» τα μαθηματικά (στη Κολέζα, 2009).

Η ομάδα Bourbaki λοιπόν, δεν υποστήριζαν καθόλου την άποψη ότι η λογική είναι τμήμα των μαθηματικών. Αντιθέτως παρομοίαζαν την επιστήμη των μαθηματικών με τη γλώσσα τονίζοντας πως, όπως η γλώσσα προϋπάρχει της γραμματικής και είναι αναπόσπαστο κομμάτι της έτσι και η λογική στα μαθηματικά. Δεν πρόκειται λοιπόν, για μία απλή επιστήμη αλλά για έναν διαφορετικό τρόπο σκέψης. Για αυτό και η ομάδα Bourbaki υποστηρίζει πως είναι *«η επιστήμη των δομών».* Αποτελούνται, δηλαδή από πολλά στοιχεία – πολλές δομές – που σταδιακά συγκροτούνται σχηματίζοντας ένα σύνολο. Εξαιτίας αυτών των απόψεων, από τα πρώτα χρόνια εμφάνισης των μαθηματικών (κυρίως τη δεκαετία του ΄50 και του ΄60), έμφαση δόθηκε στη διδασκαλία της δομής και της κατανόησης τους σε θεωρητικό πλαίσιο και όχι σε πρακτικό δηλαδή στο σωστό χειρισμό των συμβόλων. Είναι φανερό λοιπόν ότι ο δομικός τρόπος σκέψης και οι δομές είναι ένα από τα κύρια χαρακτηριστικά της μαθηματικής επιστήμης.

Σε αντίθεση με τις απόψεις της παραπάνω ομάδας έρχεται ο Ούγγρος ερευνητής Polya, ο οποίος θεωρείται και ο πατέρας της «επίλυσης προβλήματος» στα μαθηματικά. Ο Polya, λοιπόν τονίζει πως τα μαθηματικά είναι μια πειραματική επιστήμη. Για να υπάρξουν μαθηματικά θα πρέπει πρώτα οι μαθηματικοί να έχουν επαληθεύσει ή διαψεύσει μια θεωρία. Σύμφωνα με αυτόν πολλά θεωρήματα δε θα υπήρχαν αν δεν είχαν εξεταστεί πρωτίστως πειραματικά. Προωθητής των ιδεών του Polya ήταν ο Imre Lakatos. Αυτός στηρίχτηκε στη ιδέα του Polya και υποστήριξε επίσης ότι τα μαθηματικά αναπτύσσονται με συνεχείς προσπάθειες και επαναλαμβανόμενα πειράματα για επαλήθευση των θεωρημάτων (στο Πατρώνης, 1998).

Η θεωρία του Lakatos (στη Κολέζα, 2009) ήταν αυτή που βοήθησε τη σημερινή κοινωνία να διατυπώσει πως τα μαθηματικά είναι μια ανθρώπινη δραστηριότητα η οποία είτε επαληθεύεται πειραματικά είτε όχι και σχετίζεται με το πλαίσιο εκφοράς τους. Ωστόσο, η μαθητική διαδικασία έχει διαφοροποιηθεί αρκετά. Παρ' όλο που τα μαθηματικά θα έπρεπε να εξασκούν την νοητική ικανότητα των μαθητών, αντιθέτως χρησιμοποιούνται ως μέσο επικοινωνίας. Η διαδικασία της επικοινωνίας επιτυγχάνεται με τους μαθηματικούς όρους τους οποίους όλοι οι μαθητές μαθαίνουν μηχανικά. Έτσι, δεν αποκτούν δική τους φαντασία, μαθηματική ικανότητα και δεν εξελίσσονται γνωστικά, αφού περιορίζονται σε αυτά που επιβάλλει το αναλυτικό πρόγραμμα σπουδών να διδαχθούν.

Έτσι λοιπόν, καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι από τη μια πλευρά τα μαθηματικά είναι η **επιστήμη των δομών,** δηλαδή επικεντρώνεται στην εξάσκηση της νόησης και από την άλλη είναι η **επιστήμη της γλώσσας**, δηλαδή η μηχανική αποστήθιση με στόχο την κοινή επικοινωνία (Τούμασης, 1999).

Στόχος μαθηματικής εκπαίδευσης: ο σημερινός στόχος των μαθηματικών έχει διττό ρόλο. Αρχικά στοχεύει στην ενίσχυση της ικανότητας των μαθητών να σκέφτονται μα μαθηματικούς όρους γεγονός που θα έχει ως αποτέλεσμα την ανάπτυξη του συλλογικού τρόπου σκέψης. Οι μαθητές δηλαδή, με τη δομική λειτουργία των μαθηματικών θα καταφέρουν να εξασκήσουν την κριτική τους σκέψη και να έχουν πολυπλοκότερους συλλογισμούς. Ο δεύτερος στόχος της μαθηματικής εκπαίδευσης της σημερινής εποχής είναι πιο μακροπρόθεσμος. Στοχεύει στο να «δημιουργήσει» μαθητές, οι οποίοι θα έχουν την ικανότητα να εφευρίσκουν μόνοι τους μαθηματικές πράξεις και προβλήματα (Κολέζα, 2009).

1.8. ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Τα μαθηματικά μπορούν να διδαχθούν με ποικίλους τρόπους ανάλογα με τη προσέγγιση που θα ακολουθήσει ο εκπαιδευτικός μέσα στη τάξη και κυρίως ανάλογα με τον τρόπο μάθησης του κάθε μαθητή ξεχωριστά. Για μαθητές με προβλήματα όρασης πρωταρχικό ρόλο διαδραματίζει η διαφοροποιημένη διδασκαλία η οποία φυσικά μπορεί να πάρει ποικίλες μορφές. Σύμφωνα, βέβαια, με την ταξινόμηση κατά Bloom (στο Κολέζα, Μακρής, & Σούρλας, 1993), υπάρχουν πέντε στάδια τα οποία οφείλουν να ακολουθούν οι εκπαιδευτικοί προκειμένου να υλοποιήσουν μια πετυχημένη διδασκαλία. Αυτά είναι: η γνώση, η κατανόηση, η εφαρμογή, η ανάλυση, η σύνθεση και η αξιολόγηση. Βασικός όμως στόχος στη διδασκαλία των μαθηματικών είναι η **κατανόηση**. Αν οι μαθητές δεν κατανοούν τις μαθηματικές έννοιες, ο εκπαιδευτικός πρέπει να προσεγγίσει με έναν διαφορετικό τρόπο τη διδασκαλία. Χρησιμοποιώντας εναλλακτικές μορφές διδασκαλίας, ποικιλία οπτικοακουστικού και απτικού υλικού, συνεργατική διδασκαλία και κυρίως επιβράβευση με κάθε ευκαιρία πετυχαίνει εντονότερα την αμείωτη διατήρηση του ενδιαφέροντος των μαθητών καθώς και την σταδιακή κατανόηση της διδασκόμενης ύλης (Κολέζα, 2009).

Σύμφωνα λοιπόν με την συγγραφέα του βιβλίου *«Θεωρία και πράξη στη διδασκαλία των μαθηματικών»*, (Κολέζα, 2009) για να επιτευχθεί η κατανόηση του μαθήματος, ο εκπαιδευτικός οφείλει να ακολουθήσει κάποια συγκεκριμένα στάδια. Πρώτα από όλα θα πρέπει να γνωρίζει ακριβώς τους μαθητές του και το τι μπορούν αυτοί να κάνουν. Η διδασκαλία του, δηλαδή, θα πρέπει να στηρίζεται στις γνώσεις και στις εμπειρίες των μαθητών. Αυτές τις γνώσεις και τις εμπειρίες ο εκπαιδευτικός μπορεί να τις καταλάβει μέσα από τις συχνές παρατηρήσεις του. Κάθε μέρα παρατηρεί πως κινούνται μέσα στη τάξη οι μαθητές και αντιλαμβάνεται μέσα από την καθημερινή επαφή το επίπεδο γνώσεων στο οποίο βρίσκονται. Για να έχει πιο σίγουρη εικόνα των αξιολογήσεων των μαθητών, ο δάσκαλος της τάξης μπορεί μέσα από συχνές και ποικίλες δραστηριότητες να διαπιστώσει το επίπεδο του κάθε ένα μαθητή. Έτσι θα μπορέσει αρχικά να καλύψει τα κενά που ενδεχομένως να υπάρχουν και με γερά θεμέλια να συνεχίσει την παράδοση νέων μαθηματικών εννοιών.

Η ταχύτατη εξέλιξη της τεχνολογίας στη σημερινή εποχή είναι αναπόφευκτο γεγονός. Επομένως, οτιδήποτε κατά τη διάρκεια της διδασκαλίας στηριχτεί πάνω στα νέα τεχνολογικά επιτεύγματα θα κεντρίσει το ενδιαφέρον του μαθητή. Η χρήση λοιπόν της τεχνολογίας από τον εκπαιδευτικό είναι σημαντική. Από τη πιο απλή της μορφή, που μπορεί να είναι ένα βίντεο στον υπολογιστή μέχρι την πιο περίπλοκη που μπορεί να είναι το τελευταίο τεχνολογικό επίτευγμα. Ωστόσο η υπερβολική ή η λανθασμένη χρήση της μπορεί να επιφέρει τα αντίθετα από τα προσδοκώμενα αποτελέσματα. Μια σωστή χρήση της λοιπόν είναι τα βιντεάκια που σχετίζονται με κάποιο μάθημα από τα μαθηματικά καθώς και η δημιουργία ενός απλού power point παρουσιάσεις από τον εκπαιδευτικό. Αυτά μπορούν να κεντρίσουν το ενδιαφέρον και να επισπεύσουν την διαδικασία της μόρφωσης. Με απλά παραδείγματα οπτικοποιημένα μέσω της τεχνολογίας ο μαθητής κατανοεί ευκολότερα τις μαθηματικές έννοιες.

Οι δραστηριότητες γενικότερα και οι διαφοροποιημένες ειδικότερα είναι ένας ευχάριστος και εύκολος τρόπος να καλλιεργηθεί ο τρόπος σκέψης των μαθητών. Για να επιτευχθεί αυτό, ο εκπαιδευτικός θα πρέπει να προτείνει κάποιες συγκεκριμένες δραστηριότητες (Σταφυλίδου, 2007). Μέσω αυτών των ασκήσεων ο μαθητής πέρα από το ότι θα εξασκήσει την κριτική του σκέψη, αλλά θα διευκολυνθεί και ως προς την εκμάθηση μαθηματικών όρων και εννοιών. Για παράδειγμα με μια απλή δραστηριότητα όπως είναι η κατηγοριοποίηση αντικειμένων, οι μαθητές θα έχουν την δυνατότητα να διαχωρίσουν τα στερεά σχήματα από τα απλά σχήματα ή ακόμα πιο εξειδικευμένα, τα τετράπλευρα από τα σφαιρικά και τα τρίπλευρα. Ταυτόχρονα η χρήση πολλών και ποικίλων τρόπων επίλυσης και επεξήγησης κάποιου μαθηματικού φαινομένου ενισχύει θετικά την κατανόηση από τους περισσότερους μαθητές. Ο κάθε μαθητής έχει έναν δικό του τρόπο εκμάθησης, αξιοποίησης και ανατροφοδότησης, επομένως η ποικιλία στην διδασκαλία καλύπτει τον καθένα ξεχωριστά. Το πιο σημαντικό από όλες τις τεχνικές διδασκαλίας είναι η απτική, ακουστική και οπτική παρέμβαση για την επίλυση μαθηματικών προβλημάτων. Πολλές φορές οι μαθητές δυσκολεύονται να κατανοήσουν πλήρως κάποιο μαθηματικό πρόβλημα με αποτέλεσμα η επίλυσή του να είναι λανθασμένη. Ο εκπαιδευτικός θα μπορούσε να αποφύγει τέτοιες αποτυχίες μαθητών με απλούς τρόπους. Άλλωστε όπως υπογραμμίζουν και οι Reys, Suydom, Lindquist, (στο Φιλίππου & Χρίστου, 2004), η επιτυχία στα μαθηματικά επιφέρει ένα αίσθημα ικανοποίησης στους μαθητές, οι οποίοι αποκτούν θετικές στάσεις στην πορεία. Στόχος του δασκάλου ενδεχομένως είναι να επιφέρει την επιτυχία. Καταρχάς λοιπόν, ένα αξιοσημείωτο παράδειγμα, είναι η διατύπωση επιπλέον ερωτήσεων, πάνω στο σχετικό πρόβλημα, και η συζήτηση αυτών μέσα στη τάξη. Με την συζήτηση οι μαθητές θα έχουν μια πιο ολοκληρωμένη εικόνα του προβλήματος και έτσι θα διευκολυνθούν. Επιπροσθέτως, ο εκπαιδευτικός μπορεί να «κατασκευάσει» το πρόβλημα, να «του δώσει ζωή». Έχει παρατηρηθεί ότι η οπτικοαπτική απεικόνιση οποιασδήποτε άσκησης κεντρίζει το ενδιαφέρον του μαθητή και ταυτοχρόνως εξομαλύνει την κατανόηση. Πρόκειται και για μια βιωματική προσέγγιση αφού οι μαθητές ζουν την κατάσταση που περιγράφει το μαθηματικό πρόβλημα. Το βίωμα λοιπόν σε συνδυασμό με την οπτικοαπτική προσέγγιση πετυχαίνουν την κατανόηση και την μείωση των λαθών.

Για να φτάσουμε όμως στο επίπεδο της κατανόησης της διδασκαλίας από τους μαθητές, αρχικά πρέπει να επιτευχθεί μια σωστή και ολοκληρωμένη διδασκαλία. Αυτό είναι και το πιο δύσκολο έργο που αναλαμβάνει ένας εκπαιδευτικός. Στόχος του είναι να εμπνέει το σεβασμό των μαθητών του και ταυτόχρονα να παρέχει γνώσεις. Ο σωστός λοιπόν προγραμματισμός της διδασκαλίας είναι απαραίτητος. Για να προγραμματίσει σωστά τη διδασκαλία του ο εκπαιδευτικός θα πρέπει να περάσει από τρία στάδια (Εξαρχάκος, 1997).

- ✓ **Προγραμματισμός της ύλης:** καθ’ όλη τη διάρκεια της σχολικής χρονιάς υπάρχει μια συγκεκριμένη ύλη που πρέπει να διδαχθεί στους μαθητές. Ο εκπαιδευτικός αν γνωρίζει την τάξη στην οποία θα διδάξει τη νέα σχολική χρονιά μπορεί να οργανώσει κατά τη διάρκεια των σχολικών διακοπών αυτά που θα διδάξει. Η ύλη πρέπει να οργανωθεί ως προς τις διδακτικές ενότητες και ως προς τον χρόνο ο οποίος θα αφιερωθεί σε κάθε μία από αυτές. Ταυτόχρονα, σύμφωνα με τον Gagne (στο Εξαρχάκος, 1997) ο εκπαιδευτικός θα πρέπει να λάβει υπόψη του τα ήδη αποκτημένες γνώσεις των μαθητών καθώς και τις δυνατότητές τους. Δεν μπορεί να διαθέσει για παράδειγμα μια διδακτική ώρα σε ένα κεφάλαιο το οποίο οι μαθητές συναντούν για πρώτη φορά. Πέρα από τις αδυναμίες και δυνατότητες των παιδιών, ο εκπαιδευτικός πρέπει να ελέγχει και το βαθμό δυσκολίας του κεφαλαίου. Όπως ανέφερα και παραπάνω δε μπορεί να διαθέσει μια διδακτική ώρα σε κάτι πρωτόγνωρο για τους μαθητές και δύσκολο.

- ✓ **Προγραμματισμός διδασκαλίας κάθε ενότητας:** μετά από τον προγραμματισμό της ύλης ο δάσκαλος της τάξης καθορίζει και το τι θα διδαχθεί σε κάθε μάθημα. Σύμφωνα λοιπόν με το χρόνο διαμορφώνει τις διδακτικές ώρες εμπλουτίζοντας τη καθεμία από αυτές με μια διδακτική ενότητα και πολλές δραστηριότητες. Ωστόσο πρέπει να προσέχει κάθε διδακτική ώρα να συνδέεται με την επόμενη όσο αφορά τις ενότητες που θα διδάξει (Morrish στο Φιλίππου &

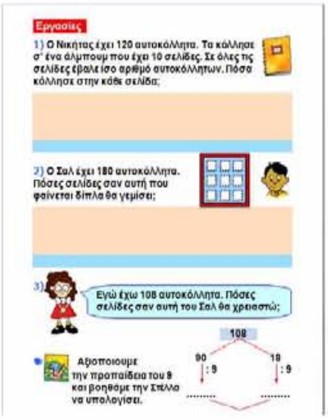
Χρίστου, 2004). Σε περίπτωση που διαπιστώσει ότι κάποιος μαθητής δυσκολεύεται να ακολουθήσει τον προγραμματισμό που σχεδίασε τότε προτείνει εναλλακτικές και διαφοροποιημένες λύσεις προκειμένου να μπορούν όλοι οι μαθητές να συμμετέχουν στην εκπαιδευτική διαδικασία.

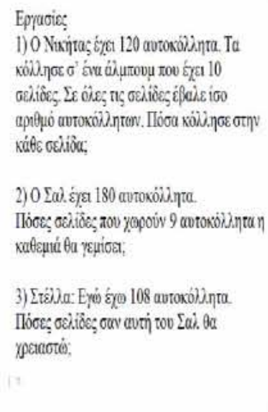
- ✓ **Σχεδιασμός μαθήματος ημέρας:** τέλος πριν από κάθε διδασκαλία ο εκπαιδευτικός σχεδιάζει και διαμορφώνει αυτά που θα διδάξει. Με λίγα λόγια καθορίζει τη μορφή διδασκαλίας που θα ακολουθήσει (αν δηλαδή είναι δασκαλοκεντρική, μαθητοκεντρική κ.τ.λ.), τις τεχνικές που θα ακολουθήσει (συνεργατική διδασκαλία, ερωταποκρίσεις), τις δραστηριότητες τις οποίες θα υλοποιήσουν προκειμένου να κατανοηθεί πλήρως το κεφάλαιο καθώς και το εποπτικό υλικό που θα αξιοποιηθεί (Anderson στο Φιλίππου & Χρίστου, 2004).

Ας εξηγήσουμε τον παραπάνω σχεδιασμό και με ένα παράδειγμα από τα μαθηματικά τετάρτης δημοτικού. Ας πούμε ότι έχουμε το πρόβλημα αυτό: «*Ο Νικήτας έχει 120 αυτοκόλλητα. Τα κόλλησε σε ένα άλμπουμ που έχει 10 σελίδες. Σε όλες τις σελίδες έβαλε ίσο αριθμό αυτοκόλλητων. Πόσα κόλλησε σε κάθε σελίδα;*».

Αρχικά παρατηρούμε ότι βασικό κομμάτι του κεφαλαίου είναι ο πολλαπλασιασμός και η διαίρεση. Επομένως ο εκπαιδευτικός πριν προχωρήσει στην παράδοση αυτού του κεφαλαίου θα πρέπει να είναι σίγουρος πως οι μαθητές διαθέτουν τις κατάλληλες γνώσεις για να υλοποιήσουν τις απαραίτητες μαθηματικές πράξεις. Ελέγχοντας λοιπόν ταυτόχρονα και το αναλυτικό πρόγραμμα ο δάσκαλος της τάξης καθορίζει τους σκοπούς της ενότητας (Κολέζα, Μακρής & Σούρλας, 1993). Στη συγκεκριμένη περίπτωση οι μαθητές μετά τη διδασκαλία θα πρέπει να είναι σε θέση να αναγνωρίζουν πότε ένα πρόβλημα χρειάζεται τη διαίρεση και πότε το πολλαπλασιασμό και να κατανοήσουν πως είναι δυο αντίστροφες πράξεις όπως και η πρόσθεση και η αφαίρεση. Αφού λοιπόν ο εκπαιδευτικός ελέγξει τις γνώσεις, τις ικανότητες των μαθητών, τις συνθήκες που επικρατούν μέσα στη τάξη και καταγράψει και τους σκοπούς της διδασκαλίας του είναι έτοιμος να διδάξει. Διαμορφώνει τις κατάλληλες δραστηριότητες και σε περίπτωση που κάποιος μαθητής δυσκολεύεται να κατανοήσει το πρόβλημα κάνει τις απαραίτητες τροποποιήσεις και διαφοροποιήσεις.

Όταν έχουμε έναν μαθητή με τύφλωση, για παράδειγμα, είναι δύσκολο να του εξηγήσουμε με τα λόγια τι είναι η διαίρεση, τι ο πολλαπλασιασμός και τι εννοεί το πρόβλημα. Σε αυτή τη περίπτωση η διαφοροποίηση της διδασκαλίας είναι άκρως απαραίτητη. Καταρχάς τα βιβλία διαφοροποιούνται ανάλογα με το αν ο μαθητής είναι αμβλύωπας ή τυφλός. Διαμορφώνονται πιο απλά γραμμένα και για τους μαθητές με αναπηρία όρασης χρησιμοποιείται ο κώδικας ανάγνωσης και γραφής Braille. Ωστόσο η διαφοροποίηση των βιβλίων δεν είναι αρκετή για να μπορέσει ο μαθητής με τύφλωση ή ο μαθητής με αμβλυωπία να κατανοήσει το συγκεκριμένο κεφάλαιο. Απαιτούνται διαφορετικοί χειρισμοί της κατάστασης και πλούσιο απτικό υλικό. Ο μαθητής με προβλήματα όρασης πρέπει να αγγίξει για να κατανοήσει. Να δημιουργήσει το δικό του νοητό πρόβλημα. Στο συγκεκριμένο πρόβλημα που αναφέρθηκε παραπάνω η διαφοροποίηση θα μπορούσε να γίνει με τη χρήση αληθινών αυτοκόλλητων και άλμπουμ. Θα μπορούσε ο εκπαιδευτικός να μετατρέψει το πρόβλημα σε μία βιωματική προσέγγιση. Βέβαια η διαδικασία απαιτεί αρκετό χρόνο και ο εκπαιδευτικός θα πρέπει να διαθέτει την κατάλληλη υπομονή και επιμονή.





Εργασίες

1) Ο Νικήτας έχει 120 αυτοκόλλητα. Τα κόλλησε σ' ένα άλμπουμ που έχει 10 σελίδες. Σε όλες τις σελίδες έβαλε ίσο αριθμό αυτοκόλλητων. Πόσα κόλλησε στην κάθε σελίδα;

2) Ο Σαλ έχει 180 αυτοκόλλητα. Πόσες σελίδες που χωρούν 9 αυτοκόλλητα η καθεμιά θα γεμίσει;

3) Στέλλα: Εγώ έχω 108 αυτοκόλλητα. Πόσες σελίδες σαν αυτή του Σαλ θα χρειαστώ;

Οι τρεις παραπάνω εικόνες είναι το ίδιο ακριβώς πρόβλημα που αναλύθηκε παραπάνω για τρεις διαφορετικούς μαθητές. Η πρώτη εικόνα απεικονίζει το βιβλίο του μαθητή ενός βλέποντα παιδιού, η δεύτερη το βιβλίο ενός μαθητή με αμβλυωπία και η τρίτη το βιβλίο ενός μαθητή με τύφλωση. Οι διαφορές είναι αντιληπτές. Τα γράμματα μεγαλώνουν ανάλογα με το βαθμό απώλειας όρασης που έχει ο κάθε μαθητής. Σε περίπτωση που ο μαθητής έχει ολική τύφλωση τότε το βιβλίο μεταγράφεται στον κώδικα braille και συνήθως συνοδεύεται κι από ανάγλυφα σχήματα ή ανάγλυφα διαγράμματα. Ο δάσκαλος διαδραματίζει έναν ιδιαίτερο και σημαντικό ρόλο για τη διδακτική των μαθηματικών στα παιδιά με προβλήματα όρασης και αυτό γιατί θα πρέπει να εξασφαλίζει τη σωστή διδασκαλία και αρκετές μαθηματικές ικανότητες. Καταρχάς, αντικείμενα όπως είναι ο άβακας, οι οθόνες αφής και ο κώδικας Nemeth (ο οποίος αναλύθηκε παραπάνω), είναι άκρως απαραίτητα για τη διδασκαλία μαθητών με προβλήματα όρασης. Η διδακτική χρήσης αυτών των αντικειμένων αποτελεί ξεκάθαρη αρμοδιότητα του εκπαιδευτικού της τάξης. Ταυτόχρονα στις σημαντικές αρμοδιότητες του, συμπεριλαμβάνεται η χρήση κάποιων στρατηγικών που βοηθούν στην αξιολόγηση μαθηματικών ικανοτήτων των παιδιών με σοβαρά προβλήματα όρασης (Kapperman, Heinze & Sticken, 2000).

1.9. ΕΠΙΛΥΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ

Η επίλυση προβλημάτων είναι σημαντικό κεφάλαιο στα μαθηματικά αφού το συναντάμε συχνά στην καθημερινή μας ζωή. Ακόμα και η αγορά προϊόντων και ο υπολογισμός των χρημάτων που θα χρειαστώ καθημερινά είναι ένα μαθηματικό πρόβλημα. Τι εννοούμε όμως όταν λέμε τη φράση «μαθηματικό πρόβλημα»; Πρόκειται για μια πρόταση η οποία περιέχει κάποια δεδομένα. Από αυτά τα δεδομένα παίρνουμε στοιχεία και αναζητούμε τα ζητούμενα, αυτά που ζητάει δηλαδή το πρόβλημα για να λυθεί. Σύμφωνα με τον Hiebert (στο Σταφυλίδου, 2007) το πρόβλημα είναι μια δραστηριότητα για την οποία οι μαθητές δεν έχουν διδαχθεί κάποιο συγκεκριμένο τρόπο επίλυσης, ούτε έχουν αποστηθίσει μια γνωστή, σωστή και ίδια μεθοδολογία. Ταυτόχρονα ο ίδιος ερευνητής τονίζει πως όταν αναφερόμαστε σε μαθηματικό πρόβλημα εννοούμε και ότι οι μαθητές δεν έχουν διδαχθεί κάποιον κανόνα. Όλα τα προβλήματα δεν είναι ίδια μεταξύ τους. Υπάρχουν τρεις μεγάλες κατηγορίες: τα προβλήματα απόδειξης, τα προβλήματα κατασκευής και τα προβλήματα εύρεσης των άγνωστων στοιχείων (Εξαρχάκος, 1997 · Φιλίππου & Χρίστου, 2004).

- ✓ **Προβλήματα απόδειξης:** είναι τα προβλήματα στα οποία γνωρίζουμε όχι μόνο τα δεδομένα αλλά και τα συμπεράσματα στα οποία θα φτάσουμε. Σε αυτά τα προβλήματα ζητείται να αποδειχθεί ότι με τη βοήθεια αυτών των δεδομένων που δίνονται φτάνουμε στα συγκεκριμένα συμπεράσματα.

- ✓ **Πρόβλημα κατασκευής:** είναι τα προβλήματα στα οποία δίνονται κάποια στοιχεία και ζητείται η κατασκευή γεωμετρικών σχημάτων ή άλλων μαθηματικών αντικειμένων. Συνήθως σε τέτοια προβλήματα κατασκευάζονται γεωμετρικά σχήματα με τη χρήση χαράκων, διαβητών ίσως και με τη χρήση μελιμετρέ. Για παράδειγμα μπορεί να ζητηθεί να κατασκευαστεί ένας κύκλος από τον οποίο θα ζητείται να βρεθεί η ακτίνα ή η διάμετρός του. Επίσης μπορεί να δημιουργεί ένα πρόβλημα κατασκευής βασισμένο στο πυθαγόρειο θεώρημα, στο οποίο θα ζητείται να κατασκευάζουμε το ορθογώνιο τρίγωνο και να υπολογίσουμε με τον γνωστό τρόπο την υποτείνουσα. Αυτά τα προβλήματα κατασκευής τα συναντάμε συνήθως στο μάθημα της γεωμετρίας και όχι τόσο στο μάθημα της άλγεβρας. Αν και στο πρόβλημα απόδειξης ξεκινάμε τη λύση από τα δεδομένα στα προβλήματα κατασκευής λειτουργούμε συνήθως ανάποδα. Η λύση ξεκινάει από το ζητούμενο, κάνουμε τους κατάλληλους υπολογισμούς και συμπεραίνουμε αν ισχύει ή όχι.

- ✓ **Πρόβλημα εύρεσης των άγνωστων στοιχείων:** αυτά περιλαμβάνονται στο μάθημα της άλγεβρας. Για τη λύση αυτών των προβλημάτων έχουμε έναν άγνωστο χ και ζητείται η εύρεσή του με τη χρήση εξισώσεων ή συστημάτων.

Για να είναι η επίλυση ενός προβλήματος επιτυχημένη θα πρέπει ο εκπαιδευτικός να προετοιμάσει κατάλληλα τους μαθητές και στη συνέχεια να προχωρήσει στη διαδικασία επίλυσης του προβλήματος. Στο αρχικό λοιπόν στάδιο της προετοιμασίας των μαθητών, ο εκπαιδευτικός θα πρέπει να είναι σίγουρος ότι οι μαθητές είναι σε θέση να επιλύσουν το πρόβλημα. Επομένως θα πρέπει να έχει εξετάσει τις ήδη υπάρχουσες γνώσεις τους μέσα από διάφορες αξιολογήσεις και δραστηριότητες. Αφού ληφθεί αυτό το σημαντικό στοιχείο υπόψη, ο εκπαιδευτικός πρέπει να κερδίσει το ενδιαφέρον των μαθητών. Ένα πολύ εύκολο και προφανές πρόβλημα δεν διεγείρει την έμπνευση των μαθητών. Όταν τα παιδιά διαπιστώνουν ότι μπορούν πάρα πολύ εύκολα να λύσουν κάτι βαριούνται. Ο βαθμός δυσκολίας λοιπόν κεντρίζει την προσοχή αλλά ταυτόχρονα βάζει το μαθητή σε σκέψεις και σε μια διαδικασία προσπάθειας για να πετύχει τη σωστή λύση στο πρόβλημα. Για να φτάσουμε όμως στη σωστή λύση οι σκοποί που πρέπει να πετύχει ο δάσκαλος μέσα από τη διδασκαλία του προβλήματος πρέπει να είναι ξεκάθαρο και να μην δημιουργούν κάποια ασάφεια.

Σύμφωνα με τον Polya (στο Κολέζα, Μακρής & Σουρλάς, 1993 · Κολέζα, 2009) κατά τη διαδικασία λύσης του προβλήματος πρέπει να ακολουθείται ένα σχέδιο προκειμένου να μην υπάρξουν πολλά λάθη από τους μαθητές. Αρχικά ο μαθητής πρέπει να διαβάσει προσεκτικά το πρόβλημα να λύσει τυχόν ασάφειες που μπορεί να προκύψουν με τη βοήθεια του δασκάλου μέσω των ερωτήσεων και να διαχωρίσει τα δεδομένα από τα ζητούμενα. Αφού κάνει το διαχωρισμό δίνει σημασία στην κατανόηση του προβλήματος. Είναι από τα πιο σημαντικά κομμάτια για να είναι ορθή η λύση του. Ο μαθητής συζητάει με τον εκπαιδευτικό τις ασάφειες που μπορεί να δημιουργεί το πρόβλημα και τις προτεινόμενες λύσεις. Διευκρινίζουν μαζί μέσα από τη συζήτηση στη τάξη ποια είναι τα δεδομένα του προβλήματος και ποια είναι τα ζητούμενα. Ο εκπαιδευτικός μπορεί να θέτει ερωτήσεις που σχετίζονται με το πρόβλημα έτσι ώστε να βοηθήσει ή και να το επαναδιατυπώσει με λέξεις που είναι πιο κοντά στο γνωστικό επίπεδο των μαθητών. Ταυτόχρονα η χρήση εποπτικού υλικού είναι αποτελεσματική για τη πλήρη κατανόηση.

Όταν ο μαθητής κατανοήσει πλήρως το πρόβλημα, τα δεδομένα και τα ζητούμενά του, καλό είναι να φτιάχνει ένα πρόχειρο σχέδιο με μια απλή υπόθεση για τη λύση του προβλήματος. Έτσι μπορεί να ελέγχει αν έχει βρει τη σωστή λύση με την επαλήθευση του προβλήματος. Αν την έχει βρει τότε μπορεί να την αποτυπώσει καθαρογραμμένα στο βιβλίο του. Αν όμως όχι μπορεί να ξαναπροσπαθήσει στο πρόχειρό του. Αφού κάνει τον πρόχειρο σχεδιασμό του προβλήματος και θεωρήσει ότι βρήκε τη σωστή λύση ολοκληρώνει τη δραστηριότητά του γράφοντας το πρόβλημα στο βιβλίο του.

Εν τέλει, με την ολοκλήρωση της λύσης του προβλήματος καλό είναι να επαληθεύεται, δηλαδή να ελέγχεται αν υπάρχουν και άλλες πιθανές λύσεις και ποιο είναι το αποτέλεσμα με τις άλλες πιθανές λύσεις

(Βόσκογλου, http://www.pi-schools.gr/download/publications/epitheorisi/teyxos14/005-017.pdf)

Μετά τον Polya, υπήρξαν πολλοί ερευνητές οι οποίοι προσπάθησαν να ενισχύσουν περισσότερο τις ιδέες του και να βοηθήσουν παραπάνω στη επίλυση των μαθηματικών προβλημάτων. Μερικοί από

αυτούς είναι οι Schonefeld (1980), Stillman και Galbraith (1998). Αρχικά ο Shonefeld το 1980 προτείνει ουσιαστικά μια βελτιωμένη και πιο εξειδικευμένη μορφή των ιδεών που πρότεινε ο Polya το 1944 (στο Πατρώνης, 1998). Σε αντίθεση λοιπόν με αυτόν που πρότεινε 4 στάδια κατά τη διαδικασία επίλυσης ενός μαθηματικού προβλήματος, ο Schoenfeld (1992) προτείνει πέντε στάδια: *ανάλυση προβλήματος(analysis), εξερεύνηση (exploration), σχεδιασμό (design), εφαρμογή/εκτέλεση (implementation), επαλήθευση (verification).* Όσον αφορά την διαδικασία επίλυσης δίνει συμβουλές στον λύτη να επικεντρώνεται στον εντοπισμό των λέξεων – κλειδιών που θα δώσουν σταδιακά την σωστή απάντηση στο πρόβλημα. Ο συνδυασμός στρατηγικών επίλυσης κατά την άποψή του είναι η καλύτερη τεχνική και έτσι προτείνει ταυτοχρόνως την αναζήτηση λύσεων απλούστερων προβλημάτων σε περίπτωση πολύπλοκου .
(Βόσκογλου, http://www.pi-schools.gr/download/publications/epitheorisi/teyxos14/005-017.pdf).

Επίσης οι Krulik & Rudnick (στο Φιλίππου & Χρίστου, 2004), διατύπωσαν πως το σχέδιο επίλυσης ενός μαθηματικού προβλήματος αποτελείται από τρία στάδια τα οποία είναι: η κατανόηση του προβλήματος μέσω της ανάγνωσης, η διερεύνηση του προβλήματος και τέλος η επιλογή της κατάλληλης στρατηγικής.

Παρ' όλη την προσπάθεια εύρεσης εύκολων και αποτελεσματικών τρόπων για την επίλυση απλών και περίπλοκων μαθηματικών προβλημάτων, υπήρχαν ακόμη λύτες οι οποίοι δεν μπορούσαν να επαληθεύσουν την απάντησή του. Έρευνες των Stillman & Galbraith (1998) (στο Βόσκογλου, http://www.pi-schools.gr/download/publications/epitheorisi/teyxos14/005-017.pdf), απέδειξαν ότι μαθητές και κυρίως κορίτσια δεν μπορούσαν να μοιράσουν τον διαθέσιμο χρόνο τους στην εξερεύνηση, στο σχεδιασμό και στην εκτέλεση του προβλήματος.

Οι μαθηματικοί Owen & Sweller, υποστήριξαν πως οι τεχνικές που αναφέρθηκαν παραπάνω δεν βοηθούν αποτελεσματικά στην ουσιαστική εκμάθηση της μαθηματικής γνώσης και ως επί το πλείστον στην ορθή επίλυση μαθηματικών προβλημάτων. Θεωρούσαν με λίγα λόγια ότι οι μαθητές δεν κατανοούσαν τη γνώση των μαθηματικών μέσω της διδασκαλίας των στρατηγικών και τόνιζαν πως η διδακτική πρέπει να επικεντρωθεί στην εξάσκηση μέσω πολλών παραδειγμάτων και όχι *«στην απόκτηση κατάλληλων σχημάτων γνώσης (schemas)»*

Με την επίλυση προβλημάτων πολλοί ερευνητές και ψυχολόγοι, όπως είναι ο Voss και ο Ferguson σύνδεσαν άλλα μαθήματα πέρα των μαθηματικών. Αρχικά ήταν ο Ferguson το 1956 και στη συνέχεια ο Voss το 1987 που τόνισαν πως οποιαδήποτε νέα γνώση για να μπορέσει να αποκτηθεί από τον άνθρωπο και να εφαρμοστεί είναι σαν μια διαδικασία επίλυσης προβλήματος.
(στο Βόσκογλου, http://www.pi-schools.gr/download/publications/epitheorisi/teyxos14/005-017.pdf).

1.10. ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΜΑΘΗΤΕΣ ΜΕ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΟΡΑΣΗΣ

Σύμφωνα με την Clamp (1997), η επίλυση μαθηματικών προβλημάτων αποτελεί βασικό άξονα, ίσως τον σημαντικότερο, της διδασκαλίας των μαθηματικών. Για ένα παιδί με σοβαρά προβλήματα όρασης, η εκμάθηση των μαθηματικών το βοηθάει:

Α) να αναπτύξει τις δεξιότητές του και την ικανότητα της κατανόησης και

Β) να αποκτήσει προδιαγραφές για σπουδές, πρακτική εξάσκηση και για μετέπειτα εύρεση εργασίας.

Το Αναλυτικό Πρόγραμμα Σπουδών διαιρεί τα μαθηματικά σε έξι βασικούς τομείς, οι οποίοι είναι: η σειροποίηση, η ταξινόμηση, η διάκριση, η σύγκριση, η απόσταση και ο χρόνος και η γεωμετρία. Σε αυτούς τους τομείς, σύμφωνα με τους Mason & McCall, υπερισχύουν κυρίως οι βλέποντες μαθητές, οι οποίοι έχουν οπτικές εμπειρίες από πολύ μικρή ηλικία. Αντιθέτως, μαθητές με Π.Ο. δυσκολεύονται σε αυτές τις μαθηματικές έννοιες, αφού δεν έχουν την αντίληψη που έχει ένας βλέπων μαθητής. Ένα απλό παράδειγμα είναι τα μαθηματικά προβλήματα που περιλαμβάνουν δραστηριότητες ταξινόμησης. Ένας μαθητής με πλήρη όραση, αποκτάει με φυσικό τρόπο, από πολύ μικρή ηλικία, την ικανότητα να βλέπει και να ξεχωρίζει τα αντικείμενα σε ομάδες. Αυτήν την απλή δεξιότητα, ένας μαθητής με Π.Ο. δεν την κατέχει. Το παιδί με τύφλωση πρέπει να αγγίξει ή να μυρίσει τα αντικείμενα προκειμένου να τα ταξινομήσει.

Σύμφωνα με έρευνες των Hayes, Nolam, Brothers και Lewis, όπως αναφέρει η Clamp (1997), μαθητές με ολική ή μερική τύφλωση είχαν αριθμητική επίδοση 20-50% κατώτερη των βλεπόντων συνομηλίκων τους. Ταυτόχρονα η έρευνα της Clamp (1988) που βασίζεται σε θέσεις του Piaget, στο ίδιο βιβλίο, επιβεβαιώνει ότι παιδιά με Π.Ο. έχουν κατώτερη επίδοση στην κατανόηση προβλημάτων από τους βλέποντες σε ποσοστό 16 – 25 %.

Τα παιδιά με προβλήματα όρασης στη Σλοβακία, σύμφωνα με την Kohanová (http://tsg.icme11.org/document/get/716), τουλάχιστον μέχρι το 2008, φοιτούν σε ειδικά σχολεία. Σε αυτά, χρησιμοποιούν τα βιβλία των μαθηματικών στην ειδική γραφή Braille, με πολλές απτικές εικόνες. Χρήσιμα εργαλεία είναι και τα ηλεκτρονικά σημειωματάρια, όπου μαθητές με Π.Ο. κρατούν σημειώσεις και ειδικές γραφομηχανές για υπολογισμούς. Σύμφωνα με την ίδια ερευνήτρια, η διδασκαλία των μαθηματικών βοηθάει τα παιδιά να οργανώσουν τις εμπειρίες τους επομένως είναι πολύ σημαντική και για τα παιδιά με ολική ή μερική τύφλωση που έχουν λιγότερες εμπειρίες από τους βλέποντες συνομηλίκους τους. Η ίδια ερευνήτρια αναφέρει πως ο Csocsan διατύπωσε πως στόχος της μαθηματικής εκπαίδευσης είναι να συνειδητοποιήσουν τους αριθμούς για να μπορέσουν αργότερα να τους αξιοποιήσουν. Αναφέρει πως τα προβλήματα που αντιμετωπίζουν συνήθως οι μαθητές με αναπηρία όρασης στα μαθηματικά περιορίζονται στις γενικεύσεις, σε απλές δραστηριότητες μαθηματικών πράξεων και σε επίλυση προβλημάτων.

Όσον αφορά μια πιο συγκεκριμένη κατηγορία των μαθηματικών προβλημάτων, αυτά με τα κλάσματα, υπάρχουν αρκετές έρευνες και βιβλιογραφικές αναφορές που σχετίζονται με παιδιά με προβλήματα όρασης. Σύμφωνα με έρευνες των Beal & Shaw, όπως αναφέρει σε έρευνα του, ο Αργυρόπουλος και η Μαγκλάρα (2014), ανάμεσα στα προβλήματα με κλάσματα και στα προβλήματα με αριθμούς οι μαθητές με τύφλωση έδιναν καλύτερα αποτελέσματα στα τελευταία. Παρατηρήθηκαν περισσότερα λάθη σε πράξεις που αφορούσαν κλάσματα παρά σε πράξεις με απλά αριθμητικά δεδομένα. Ταυτοχρόνως οι Kapperman & Hernze & Sticken (στο Αργυρόπουλος & Μαγκλάρα, http://eproceedings.epublishing.ekt.gr/index.php/edusc/article/view/211/176), διαπιστώνουν ότι αν οι μαθητές με προβλήματα όρασης δυσκολεύονται σε απλές μαθηματικές πράξεις, είναι ευνόητο να δυσκολεύονται περισσότερο στα κλάσματα (μετατροπή ετερώνυμων σε ομώνυμα και πράξεις). Εν συνεχεία αξίζει να αναφέρουμε πως οι μαθητές με προβλήματα όρασης δυσκολεύονται στη διδασκαλία των μαθηματικών αφού στην Ελλάδα δεν υπάρχει ένας κοινός κώδικας Braille. Πέρα από τον κώδικα Nemeth που αναφέρθηκε και αναλύθηκε λεπτομερώς παραπάνω, υπάρχει και ο κώδικας κατά Μενεΐδη. Μεταξύ των δύο αυτών κωδικών υπάρχουν αρκετές διαφορές, που μπορεί να μπερδεύουν μαθητές και εκπαιδευτικούς (Κουρουπέτρογλου & Φλωριάς, 2003).

Άλλες έρευνες (Amato, Csocsan, Kapperman & Sticken, Karshmer & Bledsoe στο Αργυρόπουλος & Μαγκλάρα, 2014) εντοπίζουν πως οι γνώσεις των εκπαιδευτικών γύρω από τον κώδικα Nemeth είναι περιορισμένες κάτι που αποτελεί σημαντικό εμπόδιο στην σωστή διδασκαλία των παιδιών με ολική ή μερική τύφλωση. Λόγω των ελλιπών αυτών γνώσεων δημιουργείται και ένα αγεφύρωτο χάσμα μεταξύ τους που μπορεί να προκαλέσει αδυναμίες στην εύρεση μιας κοινής γλώσσας επικοινωνίας. Αυτά τα προβλήματα είναι δυνατόν να προκαλέσουν ακατάλληλες μεθόδους διδασκαλίας και ελλείψεις σε εποπτικά εκπαιδευτικά υλικά.

ΕΡΕΥΝΗΤΙΚΟ ΠΛΑΙΣΙΟ

2. ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ

2.1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Ο βασικός προβληματισμός που πραγματεύεται αυτή η έρευνα είναι η δυνατότητα των ατόμων με προβλήματα όρασης να επιλύσουν μαθηματικά προβλήματα. Το συγκεκριμένο θέμα επιλέχτηκε από την ευαισθητοποίηση της φοιτήτριας για τη συγκεκριμένη ομάδα ατόμων με ειδικές ανάγκες και το ενδιαφέρον να διεξάγει και να ελέγξει τα αποτελέσματα μιας έρευνας που βασίζεται κυρίως στην κριτική σκέψη αυτής της πληθυσμιακής ομάδας. Συμφωνήθηκε να εφαρμοστεί αρχικά μια αξιολόγηση στο άτομο που θα μετέχει στο ερευνητικό κομμάτι αυτής της πτυχιακής εργασίας. Έπειτα με βάση την αξιολόγηση και τα αποτελέσματα θα πραγματοποιούνταν διαφοροποιημένη διδασκαλία, κυρίως για τα κομμάτια των προβλημάτων στα οποία θα διαπιστώνονταν δυσκολίες και λάθη. η πτυχιακή θα ολοκληρώνονταν με μια τελική αξιολόγηση πάνω σε αυτά που διδάχθηκαν. Αν τα αποτελέσματα της τελικής αξιολόγησης ήταν θετικά τότε η διαφοροποιημένη διδασκαλία και η έρευνα θα ήταν επιτυχείς. Σε αντίθετη περίπτωση θα πραγματοποιούνταν ξανά διδασκαλία προκειμένου να έχουμε τα επιθυμητά αποτελέσματα.

Ωστόσο υπήρχαν αρκετές δυσκολίες για την διεξαγωγή της έρευνας. Μεγαλύτερη δυσκολία ήταν η έλλειψη ατόμων με προβλήματα όρασης. Για να επιτευχθεί λοιπόν η υλοποίηση αυτής της έρευνας και για να καταλήξουμε σε ένα αξιοπρεπές αποτέλεσμα, συμφωνήθηκε με τον επιβλέποντα καθηγητή να πραγματοποιηθεί μια έρευνα μεμονωμένης περίπτωσης. Σε αυτή τη μορφή έρευνας, που είναι γνωστή ως εκτεταμένη ατομική ανάλυση της συμπεριφοράς ή με τον αγγλικό όρο single subject designs, επιλέχτηκε ένας πρωτοετής φοιτητής με προβλήματα όρασης του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας.

2.2. ΑΤΟΜΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑΣ ΚΑΙ ΣΧΕΔΙΟ ΑΒΑΒ

Το single subject design ή αλλιώς ατομική ανάλυση συμπεριφοράς είναι ένα ερευνητικό σχέδιο που χρησιμοποιείται σε διάφορους τομείς, όπως είναι η ψυχολογία, η εκπαίδευση. Σύμφωνα με τον Christensen (στο Cohen, Manion & Morrison, 2008), η εκτεταμένη ατομική ανάλυση της συμπεριφοράς είναι μια πειραματική μέθοδος με έναν συμμετέχοντα ή μια μικρή ομάδα συμμετεχόντων. Σε μια διαδικασία πειραματικής έρευνας έχουμε μεταβλητές, την ανεξάρτητη και την εξαρτημένη. Η πρώτη περιέχει την αλλαγή στην τιμή της και η δεύτερη το πώς επιδρά πάνω σε αυτήν η αλλαγή. Στη δική μας περίπτωση η πειραματική διαδικασία περιλαμβάνει έναν συμμετέχοντα. Σκοπός είναι να παρατηρηθεί η αλλαγή στην εκπαίδευσή του, σχετικά με την επίλυση μαθηματικών προβλημάτων, μετά από αρκετές διδασκαλίες και διδακτικές/ εκπαιδευτικές παρεμβάσεις.

Μια τέτοιου είδους έρευνα ωστόσο, έχει κάποια χαρακτηριστικά. Η εκτεταμένη ανάλυση συμπεριφοράς απαιτεί συνεχή αξιολόγηση για μια συγκεκριμένη χρονική περίοδο καθώς και συχνές παρεμβάσεις. Σύμφωνα με τον Kazdin (στο Cohen, Manion & Morisson, 2008), ο σχεδιασμός ΑΒΑΒ είναι ένα μοντέλο που χρησιμοποιείται πολύ συχνά στις έρευνες μεμονωμένης περίπτωσης. Το σχέδιο ΑΒΑΒ αποτελείται από διάφορες διαδικασίες που αφορούν τις επιδόσεις του ενός συμμετέχοντα σε μια συγκεκριμένη χρονική περίοδο. Με πιο απλά λόγια, ο ερευνητής παρατηρεί και καταγράφει τις επιδόσεις του ερευνώμενου, παρέχει τη παρέμβαση του και καταγράφει ξανά τα αποτελέσματα. Ουσιαστικά το ΑΒΑΒ είναι 4 φάσεις. Στην φάση Α είναι η αρχική καταγραφή και αξιολόγηση των επιδόσεων του συμμετέχοντα, στη περίπτωσή μας του πρωτοετή φοιτητή. Σε αυτή τη φάση ο ερευνητής μελετά την επίδοση χωρίς κάποια παρέμβαση. Στη φάση Β, ο ερευνητής, αφού έχει καταγράψει τις παρατηρήσεις του από τη φάση Α και έχει συμπεράνει τις δυσκολίες που μπορεί να αντιμετωπίζει ο ερευνώμενος, περνάει στο στάδιο της παρέμβασης. Αφού ολοκληρωθεί και η φάση αυτή έρχεται ξανά η φάση Α μόνο που σε αυτή τη περίπτωση έχει προηγηθεί η παρέμβαση και έτσι ο συμμετέχων αξιολογείται. Σε περίπτωση που παρατηρηθούν πάλι δυσκολίες ο ερευνητής επανέρχεται πάλι στη φάση Β και στο στάδιο της παρέμβασης. Αυτή η διαδικασία μπορεί να επαναλαμβάνεται μέχρι τη στιγμή που ο ερευνώμενος θα φτάσει στο αποτέλεσμα και στο επίπεδο που ο ερευνητής επιθυμεί (Kazdin στο Cohen, Manion & Morrison, 2008).

2.3. ΕΡΕΥΝΗΤΙΚΟΣ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ

Στη δική μας μεμονωμένη περίπτωση, όπως ανέφερα και παραπάνω, ο συμμετέχων είναι ένας φοιτητής με προβλήματα όρασης. Το θέμα της έρευνας είναι η επίλυση μαθηματικών προβλημάτων σε παιδιά με προβλήματα όρασης. Ο μαθητής μου επομένως θα πρέπει να είναι σε θέση να λύσει μαθηματικά προβλήματα από κάθε τάξη του δημοτικού (Δ, Ε, ΣΤ). Τα πρώτα προβλήματα που θα του δοθούν θα τα επιλύσει μόνος του. Στη συνέχεια θα διορθωθούν και θα αξιολογηθούν. Με βάση την αξιολόγηση και τα λάθη που θα παρατηρηθούν θα γίνει ανάλογη διδασκαλία. Με την ολοκλήρωση της διδασκαλίας και της εκπαιδευτικής παρέμβασης θα δοθούν ξανά προβλήματα στο μαθητή προκειμένου να ελεγχτεί η αποτελεσματικότητα της παρέμβασης.

Η ερευνητική διαδικασία θα στηριχθεί στο σχέδιο ΑΒΑΒ που σχολιάστηκε παραπάνω. Ξεκινώντας με την πρώτη φάση (φάση Α), δίνονται στο μαθητή 6 μαθηματικά προβλήματα, δύο από κάθε τάξη του δημοτικού. Στην πρώτη συνάντησή μου λοιπόν με το μαθητή, χωρίς κανέναν σχολιασμό και χωρίς καμία εκπαιδευτική παρέμβαση, του δίνεται όσος χρόνος χρειάζεται προκειμένου να λύσει με τον τρόπο του το κάθε πρόβλημα. Με την ολοκλήρωση αυτής της διαδικασίας έρχεται η αξιολόγηση των απαντήσεων του μαθητή. Η διαδικασία της αξιολόγησης που επιλέχθηκε να υλοποιηθεί αναλύεται παρακάτω. Τα αποτελέσματα αυτής της αξιολόγησης θα με βοηθήσουν έτσι ώστε να δημιουργήσω μια διδασκαλία βασισμένη στις πραγματικές δυσκολίες του μαθητή μου.

Με βάση λοιπόν αυτά τα αποτελέσματα εντοπίστηκε δυσκολία σε προβλήματα που συμπεριλαμβάνουν κλάσματα και ποσοστά. Αποφασίστηκε σε συνεργασία με τον επιβλέποντα καθηγητή κ. Βασίλειο Αργυρόπουλο να πραγματοποιηθεί αρχικά μια διδασκαλία αποκλειστικά για τα κλάσματα, να δοθούν τα ανάλογα προβλήματα, να καταγραφούν τα αποτελέσματα της παρέμβασης και να επαναληφθεί η διαδικασία με τα ποσοστά. Φυσικά και οι δύο διδασκαλίες θα πραγματοποιούνταν σε διαφορετικές μέρες, προκειμένου να μην κουραστεί ο μαθητής και αποδώσει καλύτερα στην αρχή από ότι στο τέλος.

Εντοπίζοντας λοιπόν τα λάθη και τις αδυναμίες του μαθητή, προχωράμε στη φάση Β που είναι η παρέμβαση. Ξεκινήσαμε με τα κλάσματα, όπου ήταν πιο αδύναμος. Για τη διδασκαλία πραγματοποιήθηκε μια 20λεπτη «πρακτική», με δραστηριότητες, ασκήσεις και προβλήματα. Όλα επιλύθηκαν με τη δική μου βοήθεια και παρέμβαση. Η διδασκαλία ήταν διαφοροποιημένη ως προς τη περιεχόμενο, αφού επιλέχθηκε ένα «παιχνίδι» με τουβλάκια για διευκόλυνση του μαθητή στην κατανόηση των κλασμάτων. Αναλύεται διεξοδικά η χρήση αυτού του «παιχνιδιού» παρακάτω. Με την ολοκλήρωση της διαφοροποιημένης διδασκαλίας, δόθηκαν στον μαθητή τέσσερα προβλήματα βασισμένα στα κλάσματα. Η αξιολόγηση αυτών των τεσσάρων προβλημάτων έγινε με τον ίδιο τρόπο που χρησιμοποιήθηκα και στα πρώτα έξι προβλήματα. Ουσιαστικά για το κεφάλαιο των κλασμάτων, εφαρμόστηκαν ταυτόχρονα η φάση Β του σχεδίου ΑΒΑΒ και η επόμενη φάση Α, όπου ελέγχθηκαν αυτά που διδάχθηκαν. Αν οι απαντήσεις στα επόμενα τέσσερα προβλήματα που δόθηκαν στον μαθητή είναι ικανοποιητικές τότε εγώ σαν ερευνητής θα γνωρίζω πως ο στόχος μου, δηλαδή η παρέμβασή μου απέδωσε και επέφερε θετικά αποτελέσματα.

Η ίδια διαδικασία ακολουθήθηκε και για τη διδασκαλία των ποσοστών. Πραγματοποιήθηκαν ταυτόχρονα οι φάσεις Β και Α του σχεδίου ΑΒΑΒ. Αρχικά, έγινε η 20λεπτη – 25λεπτη διαφοροποιημένη διδασκαλία, πάλι με τη χρήση του παιχνιδιού. Στη συνέχεια επιλέχθηκαν και δόθηκαν στον μαθητή ξανά τέσσερα προβλήματα βασισμένα στα ποσοστά τα οποία θα τα έλυνε μόνος του και θα αξιολογούνταν με παρόμοιο τρόπο. Ας δούμε τώρα με ποιον τρόπο αξιολογήσαμε τον μαθητή καθ' όλη τη διάρκεια της ερευνητικής διαδικασίας.

Για να μην υπάρχουν τυχόν ασάφειες στην συνέχεια της πτυχιακής εργασίας, ως προς το σχέδιο ABAB συμφωνήσαμε με τον επιβλέποντα καθηγητή να διαχωρίσουμε τα γράμματα με αριθμοδείκτες. Έτσι έχουμε: $A_1B_1A_2B_2$ και ούτω καθεξής. Επίσης αξίζει να σημειωθεί πως αυτό που αξιοποίησα εγώ είναι το σχέδιο $A_1B_1A_2B_2A_3$ (A_1 για την αρχική αξιολόγηση με τα έξι προβλήματα, B_1 για τη διδασκαλία των κλασμάτων, A_2 για την αξιολόγηση των κλασμάτων, B_2 για τη διδασκαλία των ποσοστών και A_3 για την αξιολόγηση των ποσοστών. Όλα αυτά όμως θα αναλυθούν λεπτομερώς παρακάτω.

2.4. ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΕΣ ΒΑΘΜΟΛΟΓΗΣΗΣ - ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ

Η αξιολόγηση των μαθητών μετά από κάθε εκπαιδευτική διδασκαλία, σύμφωνα με την ελληνική και διεθνή βιβλιογραφία, είναι ένα από τα πιο σημαντικά μέρη της εκπαιδευτικής διαδικασίας. Μέσα από αυτήν την αξιολόγηση ο/η εκπαιδευτικός επιτελεί διαδικασίες αναστοχασμού προσπαθώντας να ερμηνεύσει τις επιτυχίες ή τις αποτυχίες του μαθητή αποδίδοντας τες σε συγκεκριμένα. Ωστόσο, δεν υπάρχει ομοφωνία μεταξύ εκπαιδευτικών, όσο αφορά το περιεχόμενο και την έννοια του όρου. Σύμφωνα με τον Δημητρόπουλο και τον Κασσωτάκη (στο Πανταζοπούλου, 2007) *αξιολόγηση είναι μια διαδικασία κρίσης της αξίας ενός προσώπου, ενός προϊόντος, μιας διαδικασίας ή ενός προγράμματος*.

Σύμφωνα με τους Κασσωτάκη & Φλουρή (2013) και Φιλιππάτου (2013) τα είδη της αξιολόγησης είναι τρία. Αυτά είναι:

Α) η **αρχική** ή αλλιώς **διαγνωστική** (Diagnostic Assessment)

Β) η **διαμορφωτική** (Formative Assessment) και

Γ) η **τελική** ή αλλιώς **αθροιστική** (Summative Assessment)

Η **αρχική αξιολόγηση** είναι αυτή που εφαρμόζεται στην αρχή της εκπαιδευτικής διαδικασίας και πιο συγκεκριμένα πριν την έναρξη της διδασκαλίας. Σύμφωνα με τους Κασσωτάκη και Φλουρή (2013), η αρχική αξιολόγηση πραγματοποιείται προκειμένου να αντιληφθεί ο εκπαιδευτικός, ο οποίος δεν γνωρίζει καλά ακόμα τον μαθητή του, σε τι γνωστικό επίπεδο βρίσκεται και σύμφωνα με αυτό το επίπεδο να θέσει τους στόχους του. Το επόμενο είδος αξιολόγησης είναι η **διαμορφωτική**. Αυτή πραγματοποιείται κατά τη διάρκεια της εκπαιδευτικής διαδικασίας ή κάποιου προγράμματος διδασκαλίας (π.χ. κατά τη διάρκεια κάποιου project). Πρόκειται για διαδικασίες ανατροφοδότησης κατά τις οποίες ο δάσκαλος της τάξης συλλέγει πληροφορίες και ελέγχει τις επιδόσεις και τα στάδια των μαθητών του. Αν σύμφωνα με αυτές τις πληροφορίες οι μαθητές εξελίσσονται και έχουν μια σταδιακή ανοδική πορεία, τότε ο δάσκαλος του τμήματος μπορεί να συνεχίσει της διδασκαλία του κατά τον ίδιο τρόπο. Αν όμως, οι μαθητές εξακολουθήσουν να δυσκολεύονται και παρατηρηθεί σταδιακή μείωση συμμετοχής και εξέλιξης, τότε ο εκπαιδευτικός προσαρμόζει διαφορετικά τη διδασκαλία του. Η αξιολόγηση αυτή αναφέρεται συχνά στη βιβλιογραφία και ως ενδιάμεση, διότι πραγματοποιείται κατά τη διάρκεια της εκπαιδευτικής διαδικασίας (Κασσωτάκης & Φλουρής, 2013). Τέλος έχουμε την **τελική αξιολόγηση**, η οποία όπως λέει και η λέξη της, υλοποιείται στο τέλος της διδασκαλίας ή κάποιου προγράμματος. Όπως αναφέρει στο βιβλίο του ο Κασσωτάκης (2013), σύμφωνα με τους Noiset & Caverni, η τελική ή αθροιστική αξιολόγηση ελέγχει την συνολική αποτίμηση της εκπαιδευτικής διαδικασίας και συνήθως χρησιμοποιείται ως μέσο για την πρόσβαση σε κάποιες ανώτερες βαθμίδες (Φιλιππάτου, 2013).

Μια μέθοδος αξιολόγησης, που οι εκπαιδευτικοί χρησιμοποιούν συχνά είναι το Curriculum Based Measurement (CBM). Το CBM λοιπόν, σύμφωνα με την Kathleen McLane, είναι μια μέθοδος που χρησιμοποιούν οι εκπαιδευτικοί για να ελέγξουν το επίπεδο και την εξέλιξη των μαθητών σε διάφορους τομείς όπως τα μαθηματικά, η γλώσσα (γραφή και ορθογραφία) κτλ. Η διαδικασία εφαρμογής του CBM είναι απλή. Αρχικά επιλέγεται μια συγκεκριμένη μαθησιακή περιοχή. Στην περίπτωση της πτυχιακής αυτής εργασίας, η επιλεγόμενη μαθησιακή περιοχή είναι τα μαθηματικά και πιο συγκεκριμένα η επίλυση μαθηματικών προβλημάτων. Στα προβλήματα, σύμφωνα με το CBM αξιολογούμε τρία επίπεδα:

Α) την **κατανόηση**

Β) την **μεθοδολογία** και

Γ) τις **πράξεις**

Στη δικιά μας περίπτωση αξιολόγησης δε θα εφαρμοστεί πλήρως το CBM με τον τρόπο που πρέπει να εφαρμόζεται, απλώς θα αξιοποιηθούν τα τρία μέρη που αξιολογούνται σε ένα πρόβλημα και τα οποία αναφέρθηκαν παραπάνω. Πιο συγκεκριμένα, σύμφωνα με τους Walter και Nicol (1992), κάθε μία από τις παραπάνω κατηγορίες (κατανόηση, μεθοδολογία/ επίλυση προβλήματος, πράξεις) βαθμολογείται ανάλογα με τις απαντήσεις του μαθητή που εξετάζουμε. Έτσι έχουμε για την πρώτη κατηγορία (κατανόηση) βαθμούς από το 1 έως το 4. Ο μαθητής θα βαθμολογηθεί με 0 βαθμούς όταν μετά την ανάγνωση του προβλήματος δεν έχει καμία ανταπόκριση ως προς την κατανόησή του. Θα βαθμολογηθεί με 1 βαθμό εάν ανταποκριθεί αλλά παρερμηνεύσει το πρόβλημα, με 2 βαθμούς εάν ανταποκριθεί αλλά παρερμηνεύσει ένα μεγάλο τμήμα του προβλήματος, με 3 βαθμούς αν απαντήσει εν μέρει σωστά και με άριστα 4 βαθμούς όταν η απάντησή του είναι ολοκληρωμένη και πλήρως ορθή. Στη δεύτερη κατηγορία (μεθοδολογία) η κατανομή των βαθμών είναι ακριβώς η ίδια. Έτσι έχουμε 0 βαθμούς σε περίπτωση που ο μαθητής δεν ξέρει καθόλου πώς να επιλύσει το πρόβλημα που του δίνεται, 1 βαθμό στη περίπτωση που δώσει απάντηση αλλά είναι εντελώς λανθασμένη, 2 βαθμούς σε περίπτωση που είναι μερικώς σωστή αλλά υπάρχει κάποιο σημαντικό λάθος, 3 βαθμούς όταν η διαδικασία που ακολούθησε είναι η σωστή απλώς παρατηρούνται κάποια μικρά λάθη και τέλος 4 βαθμούς όταν η μεθοδολογία του είναι σωστή. Τέλος στις πράξει η βαθμολογία κυμαίνεται από 0 έως 2 βαθμούς. Η βαθμολογία του μαθητή θα είναι 0 όταν δεν απαντάει καθόλου, δεν μπορεί να λύσει το πρόβλημα ή όταν χρησιμοποιεί λάθος πράξεις, 1 όταν παρατηρηθεί κάποιο υπολογιστικό λάθος ή κάποιο λάθος αντιγραφής ωστόσο οι πράξεις που χρησιμοποίησε είναι σωστές και τέλος 2 βαθμούς όταν η λύση είναι σωστή. Ας το δούμε και με τους παρακάτω πίνακες:

2.4.1. ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΕΠΙΠΕΔΩΝ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

ΒΑΘΜΟΛΟΓΙΑ	ΕΠΙΠΕΔΑ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ
0	Καμία ανταπόκριση
1	Παρερμήνευση του προβλήματος
2	Παρερμήνευση του μεγαλύτερου μέρους του προβλήματος
3	Παρερμήνευση του μικρότερου μέρους
4	Πλήρης κατανόηση

2.4.2. ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΕΠΙΛΟΓΗΣ ΚΑΤΑΛΛΗΛΗΣ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑΣ

ΒΑΘΜΟΛΟΓΙΑ	ΕΠΙΠΕΔΑ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ ΜΙΑΣ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑΣ
0	Καμία επιλογή
1	Ακατάλληλο σχέδιο
2	Μερικώς σωστή
3	Σωστή διαδικασία → μικρό σφάλμα
4	Σωστή διαδικασία

2.4.3. ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΕΚΤΕΛΕΣΗΣ ΠΡΑΞΕΩΝ

ΒΑΘΜΟΛΟΓΙΑ	ΕΚΤΕΛΕΣΗ ΠΡΑΞΕΩΝ
0	Καθόλου / Λάθος απάντηση
1	Υπολογιστικό λάθος, λάθος αντιγραφής
2	Σωστή λύση

3. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

3.1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Σε αυτό το κεφάλαιο θα αναλύσουμε λεπτομερώς τις αξιολογήσεις που εφαρμόστηκαν στον συμμετέχοντα της έρευνάς μας καθώς και τα αποτελέσματα στα οποία καταλήξαμε μετά τις αξιολογήσεις και τις παρεμβάσεις. Τα αποτελέσματα διαχωρίζονται σε πέντε φάσεις. Η πρώτη φάση αναφέρεται στα αρχικά προβλήματα που δόθηκαν στον συμμετέχοντά μας, χωρίς να του γίνει καμιά εκπαιδευτική παρέμβαση. Ο συμμετέχοντας λύνει τα μαθηματικά προβλήματα χωρίς κάποια παρέμβαση ή κάποια βοήθεια δική μου. Οι απαντήσεις του αξιολογούνται στο παρακάτω κεφάλαιο. Στη δεύτερη φάση, αφού έχουν αναλυθεί τα αρχικά αποτελέσματα, γίνεται παρέμβαση στο κομμάτι που εντοπίστηκαν τα περισσότερα λάθη. Το ίδιο υλοποιείται και στη τέταρτη φάση με τη δεύτερη μαθηματική έννοια στην οποία παρατηρήθηκαν δυσκολίες. Στη τρίτη και στην πέμπτη φάση πραγματοποιείται ξανά αξιολόγηση των εκπαιδευτικών παρεμβάσεων.

3.2. ΦΑΣΗ Α1 – ΑΡΧΙΚΗ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ

Ας αξιολογήσουμε τώρα τις απαντήσεις του μαθητή, ο οποίος συμμετέχει στην έρευνά μας για την εκπόνηση αυτής της πτυχιακής εργασίας. Του δόθηκαν 6 μαθηματικά προβλήματα, 2 από κάθε τάξη του δημοτικού (Δ’, Ε’, ΣΤ’). Ας ξεκινήσουμε με τα δύο πρώτα προβλήματα που επιλέχθηκαν από τα βιβλία της τετάρτης δημοτικού.

Πρώτο πρόβλημα: *«Ο Νικήτας έχει 120 αυτοκόλλητα. Τα κόλλησε σε ένα άλμπουμ που έχει 10 σελίδες. Σε όλες τις σελίδες έβαλε ίσο αριθμό αυτοκόλλητων. Πόσα κόλλησε σε κάθε σελίδα;»*

Δεύτερο πρόβλημα: *«Ο Πέτρος αγόρασε 3 κόκκινα, 4 πράσινα και 6 μπλε στυλό με 70 λεπτά το καθένα. Πόσα χρήματα πλήρωσε για όλα;»*

Όπως παρατηρήθηκε από τις απαντήσεις στα δύο αυτά πρώτα προβλήματα της τετάρτης δημοτικού οι απαντήσεις του ως προς τη κατανόηση και τη μεθοδολογία ήταν ολόσωστες. Ο μαθητής έγραφε τις πράξεις στον κώδικα γραφής και ανάγνωσης braille και κατά τη διάρκεια της δοκιμασίας παρατηρήθηκε ότι χρησιμοποιούσε λάθος σύμβολο για την πράξη της διαίρεσης. Ωστόσο το αποτέλεσμά του ήταν σωστό.

Συνεχίζουμε με τα δύο επόμενα προβλήματα που επιλέχθηκαν από το βιβλίο του μαθητή και το τετράδιο εργασιών της πέμπτης δημοτικού.

Πρώτο πρόβλημα: *«Σε 100 γραμμάρια δημητριακών αντιστοιχούν 440 θερμίδες. Πόση είναι η θερμιδική αξία 25 γραμμαρίων δημητριακών; Πόση είναι όλης της συσκευασίας αν αυτή είναι 750 γραμμάρια;»*

Δεύτερο πρόβλημα: *«Η απόσταση από το σπίτι του Μιχάλη στο σπίτι του Κων/νου είναι 2 χιλιόμετρα και 688 μέτρα. Στα δύο τρίτα της διαδρομής συναντάμε την είσοδο του πάρκου. Πόση είναι η απόσταση από την είσοδο του πάρκου ως το σπίτι του Κωνσταντίνου;»*

Στο πρώτο πρόβλημα λοιπόν της Ε' δημοτικού φαίνεται να κατανόησε το ζητούμενο ωστόσο μπερδεύτηκε στη μεθοδολογία. Εφόσον λοιπόν η μεθοδολογία είναι εν μέρει σωστή και όχι ολόκληρη, στις πράξεις διαπιστώνονται κάποια λάθη. Ένα σημαντικό λάθος που παρατηρείται επίσης στις πράξεις είναι ένα λάθος αντιγραφής. Το πρόβλημα αναφέρει 440 θερμίδες ενώ ο μαθητής το παρερμήνευσε σε 400. Ακόμα δηλαδή και αν η μεθοδολογία του ήταν σωστή, το αποτέλεσμα θα ήταν λανθασμένο στις πράξεις λόγω αυτού του λάθους. Στο δεύτερο πρόβλημα της πέμπτης δημοτικού και πάλι η κατανόηση του προβλήματος είναι σωστή. Αντιλήφθηκε ότι το πρόβλημα χωρίζεται σε τρία μέρη. Ωστόσο μπερδεύτηκε για κάποιο λόγο και ανέφερε πως τα μέρη αυτά είναι ίσα. Για αυτό το λόγο ακολούθησε και λάθος μεθοδολογία όπου διαίρεσε το όλο με το τρία. Η μεθοδολογία σε αυτό το πρόβλημα είναι λάθος και εφόσον υπάρχει λανθασμένη διαδικασία ακολουθούν και λανθασμένες μαθηματικές πράξεις.

Το πρώτο κομμάτι της ερευνητικής διαδικασίας ολοκληρώνεται με τα επόμενα δύο προβλήματα της ΣΤ δημοτικού.

Πρώτο πρόβλημα: *«Ο Φίλιππος θέλει να αγοράσει 3 αυτοκίνητα – μινιατούρες, το καθένα από τα οποία κοστίζει 3,60 ευρώ. Έχει συγκεντρώσει 8 ευρώ. Σε πόσες μέρες θα αποταμιεύσει όλο το ποσό αν αποταμιεύει 0,2 λεπτά την ημέρα;»*

Δεύτερο πρόβλημα: *«Η οικογένεια του Βασίλη πλήρωσε φέτος 850 ευρώ για κατανάλωση ρεύματος. Σε κάποιο φυλλάδιο διάβασαν ότι αν βάλλουν λάμπες φθορισμού, ηλιακό θερμοσίφωνα και νυχτερινό τιμολόγιο μπορούν να μειώσουν το λογαριασμό τους κατά 30 τοις εκατό. Πόσο θα πληρώσουν τον επόμενο χρόνο αν τα κάνουν όλα αυτά;»*

Στο πρώτο πρόβλημα της ΣΤ' δημοτικού, ο μαθητής φάνηκε πάλι ότι το κατανόησε διαβάζοντάς το. Η μεθοδολογία του ξεκίνησε σωστά με την πρόσθεση των αυτοκινήτων για να βρει τη συνολική τους αξία. Μπερδεύτηκε σε κάποιο σημείο και ανέφερε ότι η εβδομάδα έχει 7 μέρες, κάτι που δεν χρειαζόταν στο συγκεκριμένο πρόβλημα. Μετά από αρκετή σκέψη βρήκε τη σωστή μεθοδολογία. Στις πράξεις ήταν σωστός, χρησιμοποίησε τα σωστά σύμβολα, βρήκε τα σωστά αποτελέσματα και το μοναδικό έλλειμμα του, παρατηρήθηκε στην τελευταία πράξη όπου έπρεπε να πολλαπλασιάσει δεκαδικούς αριθμούς. Μάλλον δεν θυμόταν πως πραγματοποιείται μια τέτοια πράξη. Εν μέρει λοιπόν το πρόβλημα είναι σωστό. Στο τελευταίο πρόβλημα, μετά την ανάγνωσή του, η κατανόηση ήταν σωστή, όμως φάνηκε από την αρχή ότι θα δυσκολευόταν στη μεθοδολογία. Μετά από αρκετή σκέψη, ο μαθητής, προσπάθησε να εξηγήσει με τον τρόπο του πως λύνεται το συγκεκριμένο πρόβλημα. Ο τρόπος σκέψης του μπορούμε να πούμε ότι είναι μερικώς σωστός. Αναλογίστηκε πως το 100% είναι

850 και κατάλαβε πως ψάχνει το 70%. Στη συνέχεια το διορθώνει και ψάχνει το 50% του 850, προκειμένου να προσθέσει στη πορεία το υπόλοιπο 20%. Η μεθοδολογία αυτή είναι λανθασμένη με αποτέλεσμα στις πράξεις να γίνονται υπολογιστικά λάθη.

Πιο συγκεκριμένα:

ΠΡΟΒΛΗΜΑ	ΘΕΜΑΤΙΚΗ	ΚΑΤΑΝΟΗΣΗ	ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ	ΠΡΑΞΕΙΣ	ΣΥΝΟΛΟ
1ο (Δ τάξη)	Απλές πράξεις	4	4	2	10
2ο (Δ τάξη)	Απλές πράξεις	4	4	2	10
3ο (Ε τάξη)	Συνδυασμός πληροφοριών	4	3	1	8
4ο (Ε τάξη)	Μεικτός αριθμός & κλάσματα	3	1	0	4
5ο (ΣΤ τάξη)	Χρήματα (ευρώ & λεπτά)	4	4	1	9
6ο (ΣΤ τάξη)	Ποσοστά	4	2	0	6
	ΣΥΝΟΛΟ	23	18	6	

Όπως παρατηρούμε στον παραπάνω πίνακα οι βαθμολογίες του μαθητή δεν ήταν άριστες σε όλα τα επίπεδα. Καταρχάς, για να διαπιστώσουμε που υπάρχει το πρόβλημα στην επίλυση μαθηματικών προβλημάτων και να κάνουμε νέα επιλογή προβλημάτων, ελέγχουμε την οριζόντια μορφή του πίνακα. Όταν αναφερόμαστε στην οριζόντια μορφή εξετάζουμε τις δυσκολίες που αντιμετώπισε στις διάφορες κατηγορίες των προβλημάτων. Έτσι, με βάση το σύνολο των βαθμών που μάζεψε, καταλήγουμε στο συμπέρασμα, ότι ο μαθητής δε δυσκολεύεται στις θεματικές των προβλημάτων που επιλύονται κυρίως με τη χρήση απλών πράξεων. Εκεί που φάνηκε ότι συγκεντρώνει τις περισσότερες δυσκολίες είναι στην κατηγορία των μεικτών αριθμών και κλασμάτων και στην κατηγορία των ποσοστών (συνολική βαθμολογία: 4 και 6 αντίστοιχα). Λιγότερη δυσκολία παρατηρείται στην κατηγορία των συνδυασμών πράξεων (συνολική βαθμολογία: 8), ενώ άριστη είναι η προσπάθειά του στις απλές πράξεις και στα χρήματα (συνολική βαθμολογία: 10 και 9 αντιστοίχως). Επίσης χρήσιμα και ενδιαφέροντα συμπεράσματα μπορούν να εξαχθούν αν επιχειρηθεί να ερμηνευθεί ο πίνακας και ως προς τις κατακόρυφες γραμμές του. Κοιτάζοντας λοιπόν αυτή τη διάταξη παρατηρούμε ότι σε όλες τις κατηγορίες των προβλημάτων, το επίπεδο της κατανόησης ήταν άριστο. Από την άλλη, στο επίπεδο της μεθοδολογίας παρατηρείται δυσκολία στην κατηγορία των μεικτών αριθμών και κλασμάτων ξανά και στα ποσοστά. Ελάχιστη είναι η δυσκολία στη κατηγορία του συνδυασμού πληροφοριών. Στο τελευταίο επίπεδο των πράξεων είναι άριστος στην κατηγορία των απλών πράξεων αλλά υπάρχει πάλι δυσκολία στη τέταρτη και έκτη κατηγορία. Εν κατακλείδι, με βάση και τις δύο μορφές παρατήρησης του πίνακα, καταλήγουμε στο συμπέρασμα πως οι δυσκολίες περιορίζονται στις κατηγορίες των μεικτών αριθμών και κλασμάτων και στα ποσοστά, καθώς και στο επίπεδο της μεθοδολογίας και των πράξεων. Τα προβλήματα λοιπόν που επιλέχτηκαν ήταν πάνω σε αυτές τις κατηγορίες και σε αυτά υλοποιήθηκε η διδασκαλία και διαφοροποίηση.

3.3. ΦΑΣΗ Β1 – ΠΑΡΕΜΒΑΣΗ ΓΙΑ ΤΟ ΠΕΔΙΟ «ΚΛΑΣΜΑΤΑ»

Με την ολοκλήρωση της πρώτης φάσης και της αξιολόγησης των αποτελεσμάτων, προχώρησα στη Β φάση, που ήταν η παρέμβαση. Μαζί με αυτή τη φάση υλοποιήθηκε και η αμέσως επόμενη, η φάση Α για να ελεγχθούν τα αποτελέσματα της διδασκαλίας. Όπως ανέφερα και παραπάνω στη μεθοδολογία η φάσεις αυτές πραγματοποιήθηκαν δύο φορές. Μια φορά για τα κλάσματα και μία φορά για τα ποσοστά. Στη πρώτη συνάντησή μου με τον μαθητή ασχοληθήκαμε με τα κλάσματα, όπου είχε παρατηρηθεί μεγάλη δυσκολία. Μετά τη διαφοροποιημένη διδασκαλία δόθηκαν τα προβλήματα τα οποία θα έλυνε μόνος του και θα τα αξιολογούσα στη πορεία με τον ίδιο τρόπο που αξιολόγησα και τα πρώτα έξι.

Πριν δοθούν τα προβλήματα λοιπόν, προκειμένου να γίνουν αντιληπτές οι έννοιες των κλασμάτων, όπως για παράδειγμα: *ισοδύναμα κλάσματα, ομώνυμα κλάσματα*, πραγματοποιήθηκε μια 20-25λεπτη πρακτική. Ουσιαστικά ήταν μια διαφοροποιημένη διδασκαλία με στόχο να κατανοήσει ο μαθητής την έννοια του κλάσματος και να είναι σε θέση να λύνει μόνος του μαθηματικά προβλήματα που στηρίζονται πάνω σε αυτά.

Στη θεωρία αναφέρεται πως τα προγράμματα σπουδών μπορούν να διαφοροποιηθούν ως προς: *το περιεχόμενο, τη διαδικασία και το τελικό προϊόν* (Κασσωτάκης & Φλουρής, 2013). Στην προκειμένη περίπτωση, διαφοροποιούμε το περιεχόμενο της διδασκαλίας και χρησιμοποιούμε ως εκπαιδευτικό υλικό ένα «παιχνίδι», που ονομάζεται *«Fraction tower: activity set»*. Με αυτό ένα παιδί έχει τη δυνατότητα να εξασκηθεί στα κλάσματα με έναν πιο ευχάριστο τρόπο, διατηρώντας αμείωτο το ενδιαφέρον του και επιτυγχάνοντας ευκολότερα την κατανόηση. Αποτελείται από έναν πίνακα και 9 πυργάκια, το καθένα από τα οποία χωρίζεται σε τουβλάκια. Το κάθε πυργάκι αντιπροσωπεύει ένα κλάσμα. Για παράδειγμα το μωβ πυργάκι αντιστοιχεί στο κλάσμα 10/10, αποτελείται από 10 τουβλάκια καθένα από τα οποία αντιπροσωπεύει το 1/10 του κλάσματος. Το ίδιο συμβαίνει και με τα υπόλοιπα. Το «παιχνίδι» περιέχει κλάσματα με παρανομαστή ως το 12 και παραλείπει το 7 και το 9.

Επομένως στην 20-25λεπτη διδασκαλία χρησιμοποιήθηκε το συγκεκριμένο εκπαιδευτικό υλικό. Κατά την διάρκεια υλοποίησης αυτής της διδασκαλίας, ο μαθητής φάνηκε να γνωρίζει βασικές έννοιες, όπως το κλάσμα. Επίσης γνώριζε τους όρους: *ισοδύναμο και ομώνυμο κλάσμα*, απλώς δεν μπορούσε να τους ορίσει. Μάλιστα μπερδεύτηκε και όρισε ως ισοδύναμα κλάσματα αυτά που έχουν κοινό παρανομαστή. Επίσης, γνώριζε ποιος είναι ο αριθμητής ενός κλάσματος και ποιος είναι ο παρανομαστής. Η διδασκαλία λοιπόν, ξεκίνησε με την εμπέδωση αυτών των βασικών ορισμών και συνεχίστηκε με δραστηριότητες. Μέσα σε αυτές τις δραστηριότητες συμπεριλαμβάνονταν κλάσματα, που έπρεπε να βρεθεί το ισοδύναμό του, ομώνυμα κλάσματα και 2-3 μικρά κατασκευαστικά προβλήματα. Προς διευκόλυνση του μαθητή με προβλήματα όρασης, με τη χρήση του παραπάνω υλικού, ως κλάσμα ορίστηκε το πυργάκι. Ως ισοδύναμα κλάσματα ορίστηκαν τα κλάσματα, που στα πυργάκια έχουν το ίδιο ύψος, ενώ ως ομώνυμα αυτά που αποτελούνταν από τα ίδια τουβλάκια.

Για καλύτερη εμπέδωση όλων αυτών έγιναν αρκετές δραστηριότητες, με τη βοήθεια φυσικά του παραπάνω εκπαιδευτικού υλικού. Κάθε φορά που αναφέρονταν ένας καινούριος όρος, γίνονταν ταυτοχρόνως εξάσκηση με σκοπό ο μαθητής να τα αφομοιώσει ευκολότερα και να καταφέρει στη πορεία να λύσει μόνος του τα προβλήματα. Ξεκίνησα λοιπόν με τα ισοδύναμα, και του έδωσα κλάσματα, όπως το 3/4 ζητώντας το ισοδύναμό του. Με βασικό συστατικό της διδασκαλίας τα τουβλάκια ο μαθητής κατάλαβε αρκετά γρήγορα πως για να βρούμε το σωστό ισοδύναμο κλάσμα πολλαπλασιάζουμε και τον αριθμητή και τον παρανομαστή με τον ίδιο αριθμό. Γνώριζε πολύ καλά ποιος είναι ο αριθμητής και ποιος ο παρανομαστής σε ένα κλάσμα. Έβρισκε αρχικά με το μυαλό του το ισοδύναμο και μετά το επιβεβαίωνε και με τα τουβλάκια. Όπως ανέφερα και παραπάνω, με βάση τα τουβλάκια, τα ισοδύναμα κλάσματα είναι αυτά που έχουν το ίδιο ύψος. Ο μαθητής βρήκε αυτή τη διαδικασία επιβεβαίωσης της απάντησής του αρκετά διασκεδαστική και εποικοδομητική. Ο ίδιος ακριβώς τρόπος διδασκαλίας χρησιμοποιήθηκε και στα αντίστροφα ισοδύναμα κλάσματα, όταν δηλαδή θα χρειαζόταν ο μαθητής να κάνει διαίρεση.

Στη συνέχεια προχωρήσαμε στην διδασκαλία των ομώνυμων κλασμάτων. Σε αυτό το στάδιο δυσκολεύτηκε λίγο παραπάνω, αλλά και πάλι κατάφερε αρκετά γρήγορα να υλοποιήσει τις ασκήσεις που του δόθηκαν. Καθώς ολοκληρώναμε τις δραστηριότητες παρατηρήθηκε ξανά ότι μερικές φορές μπέρδευε τους όρους και αντί για τη λέξη ομώνυμα κλάσματα χρησιμοποιούσε τη λέξη ισοδύναμα. Ωστόσο αντιλαμβανόμουν ότι είχε καταλάβει τη διαφορά και τη γνώριζε.

Με την ολοκλήρωση και των ομώνυμων προχωρήσαμε σε πιο σύνθετες ασκήσεις που βασίζονταν περισσότερο στα προβλήματα που θα έλυνε στη πορεία μόνος του ο μαθητής. Αυτές οι δραστηριότητες ήταν τρία απλά προβλήματα τα οποία έλυσε με τη δική μου βοήθεια.

Πρώτο πρόβλημα: *«Έχεις μια σοκολάτα. Έφαγες το 1/3 αυτής. Η φίλη σου έφαγε τα 2/3 της δικής της σοκολάτας. Ποιος έφαγε περισσότερο;»*

Δεύτερο πρόβλημα: *«Στο σπίτι παραγγείλατε 2 πίτσες. Εσύ έφαγες τα 2/5 της πίτσας ενώ ο φίλος σου τα 2/10. Ποιος έφαγε περισσότερο;»*

Η διαφορά των δύο αυτών προβλημάτων ήταν πως στη πρώτη περίπτωση τα κλάσματα ήταν ήδη ομώνυμα ενώ στη δεύτερη περίπτωση δεν ήταν. Ο μαθητής μου δε δυσκολεύτηκε στην επίλυση τους. Ως επαλήθευση χρησιμοποιήθηκαν ξανά τα τουβλάκια, διότι τα προβλήματα αυτά ήταν κατασκευαστικά. Έτσι ο μαθητής κατάφερε να λύσει το πρόβλημα και ταυτόχρονα να το αντιληφθεί πρακτικά. Στη συνέχεια του δόθηκε ένα δυσκολότερο πρόβλημα με σκοπό να καταφέρει να ανταπεξέλθει μόνος του στα προβλήματα που θα έλυνε χωρίς τη παρέμβασή μου.

Τελευταίο πρόβλημα: *«Η μητέρα έφτιαξε 2 τυρόπιτες για τους γιους της 120 γραμμαρίων η κάθε μία. Ο Γιάννης έφαγε τα 2/8 της δικής του τυρόπιτας ενώ ο Αλέξης τα 3/5. Πόσα γραμμάρια έφαγε ο καθένας;»*

Σε αυτό το πρόβλημα τον βοήθησα έτσι ώστε να καταλάβει τον τρόπο επίλυσης ενός τέτοιου θέματος. Ο μαθητής το κατάλαβε αρκετά γρήγορα και το έλυσε σωστά.

Με την ολοκλήρωση λοιπόν της διδασκαλίας και της εκπαιδευτικής παρέμβασης δόθηκαν στον μαθητή τα τέσσερα προβλήματα. Έτσι, από τη φάση Β, τη φάση της παρέμβασης, περάσαμε ξανά στη φάση Α, τη φάση της αξιολόγησης όσων διδάχθηκαν. Η διαδικασία αξιολόγησης που ακολουθήθηκε βασίζεται στο παραπάνω άρθρο που αναλύθηκε με τις βαθμολογίες στις τρεις κατηγορίες: την κατανόηση, την μεθοδολογία και τις πράξεις.

3.4. ΦΑΣΗ Α2 – ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΜΕΤΑ ΤΗΝ ΠΑΡΕΜΒΑΣΗ Β1 (ΚΛΑΣΜΑΤΑ)

Τα προβλήματα που του δόθηκαν ξανά στην φάση της αξιολόγησης αυτών που διδάχθηκε ήταν τέσσερα και προέρχονταν κυρίως από τα βιβλία της έκτης τάξης του δημοτικού.

Πρώτο πρόβλημα: *«Η γιαγιά έδωσε από μια σοκολάτα 120 γραμμαρίων στις 2 εγγονές της. Η μικρή Μαρία έφαγε τα 3/8 της δικής της σοκολάτας ενώ η Πόπη έφαγε το 1/3 της δικής της σοκολάτας. Πόσα γραμμάρια έφαγε η καθεμία από τα 2 κορίτσια;»*

Δεύτερο πρόβλημα: *«Σε πολυσύχναστο χιονοδρομικό κέντρο μια μέρα το 4/15 των αθλούμενων είναι γυναίκες, τα 2/5 παιδιά και το 1/3 άντρες. Ποιοι είναι περισσότεροι;»*

Τρίτο πρόβλημα: *«Σε ένα τμήμα της ΣΤ τάξης τα 20/25 των μαθητών έγραψαν άριστα στο επαναληπτικό διαγώνισμα ενώ στο άλλο έγραψαν τα 24/30 άριστα. Έλεγξε αν οι μαθητές έγραψαν εξίσου καλά.»*

Τέταρτο πρόβλημα: *«Τα παιδιά έκαναν μια έρευνα στο σχολείο τους και ανακοίνωσαν ότι τα 3/7 των μαθητών φορούν γυαλιά, ενώ τα 5/9 από αυτά είναι αγόρια. Αν γνωρίζουμε ότι το σχολείο έχει 126 μαθητές πόσα φορούν γυαλιά; Πόσα από αυτά είναι αγόρια;»*

Στα τέσσερα αυτά προβλήματα η κατανόηση, η μεθοδολογία και οι πράξεις ήταν πολύ καλές. Ένα λάθος σημαντικό που παρατηρήθηκε στο δεύτερο πρόβλημα είναι η λανθασμένη χρήση του όρου «*ισοδύναμα*». Στο δεύτερο πρόβλημα ο μαθητής αντιλαμβάνεται το πρόβλημα, βρίσκει τη μεθοδολογία και το λύνει σωστά. Ωστόσο αντί να χρησιμοποιήσει τον όρο *«ομώνυμα κλάσματα»*, γράφει πως πρέπει να γίνουν «*ισοδύναμα*». Στο τρίτο πρόβλημα που πράγματι πρέπει να τα κάνει ισοδύναμα χρησιμοποιεί σωστά τον όρο και λύνει σωστά το πρόβλημα. Οπότε συμπεραίνουμε πως ίσως ήταν ένα απλό λάθος απροσεξίας. Στο πρώτο και στο τελευταίο πρόβλημα ο μαθητής έπρεπε να εντοπίσει τη μονάδα αρχικά και στη συνέχεια να βρει το σύνολο, δηλαδή τη ποσότητα που ζητούσε το καθένα, κάτι που το έλυσε αρκετά εύκολα. Στο δεύτερο πρόβλημα έπρεπε να τα κάνει ομώνυμα και να βρει τους περισσότερους ενώ στο τρίτο τα κλάσματα έπρεπε να γίνουν ισοδύναμα για να γίνει πιο εύκολα η σύγκριση.

Πιο συγκεκριμένα:

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ	ΘΕΜΑ	ΚΑΤΑΝΟΗΣΗ	ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ	ΠΡΑΞΕΙΣ	ΣΥΝΟΛΟ
1ο	Ποσότητα	4	4	2	10
2ο	Ομώνυμα	4	4	2	10
3ο	Ισοδύναμα	4	4	2	10
4ο	Ποσότητα	4	4	2	10
	ΣΥΝΟΛΟ	16	16	8	40

Παρατηρούμε λοιπόν και στον παραπάνω πίνακα ότι ο μαθητής βελτιώθηκε σημαντικά στην επίλυση των προβλημάτων που βασίζονται στα κλάσματα. Άμα δεν υπήρχε καμία βελτίωση και στην αξιολόγηση του παρατηρούνταν ίδια λάθη, τότε θα επαναλαμβανόταν φάση Β, δηλαδή η φάση της παρέμβασης. Δεν χρειάστηκε όμως κάτι τέτοιο. Έτσι στη συνέχεια έγινε διδασκαλία και παρέμβαση στο επόμενο τύπο προβλημάτων που δυσκολευόταν ο μαθητής, στα ποσοστά. Με την ολοκλήρωση αυτής της διδασκαλίας δόθηκαν πάλι τέσσερα προβλήματα.

3.5. ΦΑΣΗ Β2 – ΠΑΡΕΜΒΑΣΗ ΣΤΟ ΠΕΔΙΟ «ΠΟΣΟΣΤΑ»

Μέχρι στιγμής από το σχέδιο ΑΒΑΒ ($A_1B_1A_2B_2$), που αναλύθηκε παραπάνω ως προς τη θεωρία, αξιοποίησα το ΑΒΑ ($A_1B_1A_2$), δηλαδή την αρχική αξιολόγηση (A_1), την μετέπειτα παρέμβαση στα κλάσματα (B_1) και τέλος ξανά την αξιολόγηση της διδασκαλίας (A_2). Όπως επισημάνθηκε και στην αρχική αξιολόγηση των έξι πρώτων μαθηματικών προβλημάτων, δυσκολίες για τον μαθητή παρουσιάστηκαν για τα κλάσματα και για τα ποσοστά. Η παρέμβαση στα κλάσματα ολοκληρώθηκε με επιτυχία. Σε αυτή τη φάση της πτυχιακής εργασίας ασχοληθήκαμε με την παρέμβαση στα ποσοστά και τη μετέπειτα αξιολόγησή τους. Αυτή η φάση Β λοιπόν, είναι η φάση B_2 και αναφέρεται στην διδασκαλία των ποσοστών.

Όπως ακριβώς και στη διδασκαλία των κλασμάτων, έτσι και τώρα προηγήθηκε των τεσσάρων προβλημάτων μια σύντομη 20λεπτη πρακτική εξάσκηση. Σε αυτή τη πρακτική εξάσκηση συμπεριλήφθηκαν μικρές δραστηριότητες καθώς και προβλήματα που θα το βοηθούσαν να αποκτήσει μια εικόνα της έννοιας του ποσοστού. Εφόσον επρόκειτο για διαφοροποιημένη διδασκαλία, χρησιμοποίησα ξανά ως εκπαιδευτικό υλικό το παιχνίδι: *«Fraction tower: activity set»*. Η μόνη διαφορά ήταν πως αυτή τη φορά στα τουβλάκια αντί για κλάσματα υπήρχαν γραμμένα πάνω τους τα ποσοστά. Βέβαια ο μαθητής δε αντιλήφθηκε αυτή τη φορά. Ήταν ωστόσο ενθουσιασμένος με το εκπαιδευτικό υλικό, αφού τη προηγούμενη φορά τον είχε βοηθήσει αρκετά στην κατανόηση.

Για την υλοποίηση αυτής της διδασκαλίας, ξεκίνησα να του υπενθυμίζω τα κλάσματα που διδάχτηκε τη προηγούμενη φορά. Στόχος μου ήταν να συνδέσει τα ποσοστά με τα κλάσματα προκειμένου να του φανούν ευκολότερα. Ο μαθητής μου θυμόταν τους όρους *ισοδύναμο κλάσμα* και *ομώνυμο κλάσμα.* Στην προκείμενη περίπτωση με ενδιέφερε περισσότερο ο όρος *ισοδύναμο* κλάσμα και το πώς φτιάχνουμε ένα. Ως πρώτη δραστηριότητα λοιπόν του δόθηκε το κλάσμα 8/10 και του ζήτησα το ισοδύναμο αλλά με παρανομαστή το 100. Του δόθηκαν αρκετά τέτοια παραδείγματα (π.χ. 3/5, 4/10, 1/2). Μέσω αυτών των παραδειγμάτων τον οδήγησα στην εκμαίευση του όρου **ποσοστό**. Του εξήγησα ότι τέτοια κλάσματα διαφορετικά τα ονομάζουμε χρησιμοποιώντας την φράση *«τοις εκατό»* και ονομάζονται ποσοστά. Με αυτό τον τρόπο προσπάθησα να τον βοηθήσω να συνδέσει στο μυαλό του τα κλάσματα με τα ποσοστά. Στη συνέχεια της πρακτικής εξάσκησης έγινε το αντίθετο της παραπάνω διαδικασίας. Του έδωσα δηλαδή το ποσοστό (π.χ. 45%) και του ζήτησα να μου το κάνει κλάσμα (→ 45/100).

Αφού ολοκληρώσαμε με αυτού του είδους τις ασκήσεις περάσαμε σε κάτι πιο σύνθετο. Σε αυτή τη δραστηριότητα έδωσα στο μαθητή μου και τα τουβλάκια. Και πάλι σύνδεσα τα ποσοστά με τα κλάσματα. Περισσότερο όμως σε αυτή τη δραστηριότητα ήθελα να αντιληφθεί το όλο και το μέρος, διότι ήταν κάτι που θα αξιοποιούσε αργότερα στα προβλήματα. Προκειμένου να επιτευχθεί αυτό του έδωσα το τουβλάκι που είχε εγγεγραμμένο πάνω του το 8,3%. Ξεκινώντας από τα κλάσματα του ζήτησα να μου πει ποιο κλάσμα θα ήταν αυτό που κρατάει αν αναφερόμασταν σε αυτά. Ο μαθητής μου σωστά απάντησε 12/12. Του εξήγησα πως το 12/12 είναι το όλο δηλαδή το 100% και πως για να βρούμε το 1/12 κάνουμε διαίρεση (100 διά 12=8,3). Άρα το 1/12 είναι το 8,3%. Για να βεβαιωθώ πως το κατανόησε κάναμε και άλλα δυο παραδείγματα (με το 5/5 και το 10/10). Φάνηκε πως αντιλήφθηκε τη διαδικασία όταν στο τελευταίο παράδειγμα εκτός από το 1/10 του ζήτησα και το 3/10 και πέραν της διαίρεσης έκανε και τον πολλαπλασιασμό.

Αφού ολοκληρώσαμε λοιπόν με τις απλές δραστηριότητες περάσαμε στα προβλήματα. Αυτά δεν ήταν τα προβλήματα της αξιολόγησης αλλά βασίζονταν σε αυτά που θα έλυνε στην πορεία μόνος του.

Πρώτο πρόβλημα: *«Η Άννα φτιάχνει κουλουράκια με ζυμάρι. Με το 40% του ζυμαριού έπλασε 8 κουλουράκια. Πόσα κουλουράκια θα φτιάξει με όλο το ζυμάρι;»*.

Δεύτερο πρόβλημα: *«Ο Αλέξης έχει 50 ευρώ. Σε ένα μαγαζί είδε ένα τζιν παντελόνι με αρχική τιμή 60 ευρώ και έκπτωση 20%. Υπολόγισε αν του έφταναν τα λεφτά. Αν ναι τότε πόσα ρέστα πήρε;»*.

Στόχος ήταν να καταλάβει τη μεθοδολογία που ακολουθούμε στο καθένα από αυτά τα προβλήματα. Στην πρώτη περίπτωση είχε το μέρος και αναζητούσε το όλο ενώ στη δεύτερη περίπτωση έπρεπε να βρει ποια είναι η έκπτωση που έγινε στο προϊόν. Αρχικά του ζήτησα να σκεφτεί μόνος του τη λύση και αν δυσκολευόταν θα τον βοηθούσα και εγώ. Είχε έναν πολύ καλό τρόπο σκέψης, όσον αφορά τουλάχιστον το πρώτο πρόβλημα. Στη δεύτερη περίπτωση δυσκολεύτηκε λίγο παραπάνω. Μέσω των προβλημάτων αυτών τον οδήγησα στην άντληση του κανόνα. Για να σιγουρευτώ πως αντιλήφθηκε τη μεθοδολογία, μετά την επίλυση των προβλημάτων, του ζήτησα να την επαναλάβει προφορικά και στις δύο περιπτώσεις.

Με την ολοκλήρωση λοιπόν της διδασκαλίας δόθηκαν στον μαθητή τα τέσσερα προβλήματα. Έτσι, από τη φάση B_2, τη φάση της παρέμβασης, περάσαμε ξανά στη φάση A_3, τη φάση της αξιολόγησης όσων διδάχθηκαν. Η διαδικασία αξιολόγησης που ακολουθήθηκε βασίζεται στο άρθρο των Walter και Nicol *«Evaluating Problem Solving in Mathematics» (1992),* που αναλύθηκε παραπάνω.

3.6. ΦΑΣΗ Α3 – ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΜΕΤΑ ΤΗΝ ΠΑΡΕΜΒΑΣΗ Β2 (ΠΟΣΟΣΤΑ)

Τα προβλήματα που του δόθηκαν για την αξιολόγηση της διδασκαλίας των ποσοστών ήταν τέσσερα και προέρχονταν από το βιβλίο του μαθητή και το τετράδιο εργασιών της Ε και ΣΤ δημοτικού.

Πρώτο πρόβλημα: *«Η Ελένη φτιάχνει ένα βραχιόλι με χάντρες. Ως τώρα έχει φτιάξει το 30% με 15 χάντρες. Πόσες χάντρες θα έχει το βραχιόλι;»*

Δεύτερο πρόβλημα: *«Ο Λευτέρης πήγε με 30 ευρώ να αγοράσει 2CD. Το ένα κοστίζει 15,50 ευρώ και το άλλο 12,50 ευρώ. Υπολόγισε πώς του φτάνουν τα λεφτά του. στο ταμείο του έκαναν 15% έκπτωση. Πόσα ρέστα πήρε;»*

Τρίτο πρόβλημα: *«Ο Ορφέας πήρε από το πατέρα του 10 ευρώ χαρτζιλίκι. Αν αυτά τα χρήματα είναι το 40% από το χαρτζιλίκι του μήνα, πόσο χαρτζιλίκι παίρνει κάθε μήνα ο Ορφέας;»*

Τέταρτο πρόβλημα: *«Η διευθύντρια του σχολείου στην ομιλία της είπε: 'Χαίρομαι που επέστρεψα στο σχολείο, στο οποίο έζησα τα μαθητικά μου χρόνια. Από τότε πολλά άλλαξαν. Όταν εγώ ήμουν μαθήτρια, στο σχολείο αυτό φοιτούσαν 90 μαθητές. Αυτή τη στιγμή το μαθητικό δυναμικό παρουσιάζει αύξηση 40% σε σχέση με τότε'. Πόσοι είναι οι μαθητές του σχολείου σήμερα;»*

Στα τέσσερα αυτά προβλήματα η κατανόηση, όπως πάντα ήταν σε άριστο επίπεδο. Η μεθοδολογία όσον αφορά το πρώτο και το τρίτο πρόβλημα που αφορούσαν το όλο και το μέρος ήταν άριστες. Στα άλλα δύο δυσκολεύτηκε λίγο παραπάνω αλλά παρόλα αυτά κατάφερε να ανταπεξέλθει. Όσον αφορά τις πράξεις τα πήγε αρκετά καλά πλην ελάχιστων εξαιρέσεων. Μερικές διαιρέσεις που απαιτούσαν ως αποτέλεσμα δεκαδικό αριθμό δυσκολευόταν να τις βρει. Υπάρχουν επίσης μερικά λάθη απροσεξίας. Στο πρώτο πρόβλημα για παράδειγμα ακολουθεί τις σωστές πράξεις, βρίσκει το σωστό αποτέλεσμα αλλά στην αρχή αντί να γράψει πως κάνει το 30% κλάσμα, αναγράφει το 40%. Κάτι τέτοιο μπορεί να οφείλεται και σε λάθος στη μηχανή braille. Ωστόσο ένα αξιοπρόσεκτο και περίεργο λάθος που παρατηρήθηκε ήταν στο δεύτερο πρόβλημα. Εκεί ο μαθητής κατανοεί πλήρως το πρόβλημα και μετά από αρκετή σκέψη βρίσκει και τη μεθοδολογία. Στις πράξεις όμως τα γράφει λίγο μπερδεμένα. Καταλήγει στο σωστό αποτέλεσμα αλλά η αρχή των πράξεών του είναι λίγο περίεργη. Καταρχάς μπερδεύεται και αντί να κάνει την έκπτωση στην τιμή των CD την κάνει στα λεφτά που είχε πάνω του ο Λευτέρης. Πιστεύω πως είναι λάθος απροσεξίας, διότι στη μεθοδολογία τα είχε πει σωστά και είχε βρει το σωστό αποτέλεσμα. Προφανώς για αυτό το γράφει και σωστά. Μάλιστα, καθώς έλεγε προφορικά την μεθοδολογία βρήκε το αποτέλεσμα με έναν δικό του τρόπο (**κομμάτι απομαγνητοφώνησης:** «*Το 0,15 θα το πολλαπλασιάσω (.) με το 15,50 και με το 12,50 (_)βασικά::: με το 28 (.) αν τα προσθέσουμε. (_) Μετά αυτό θα το προσθέσουμε (.) με το::: εφόσον αυτά τα 2 (.) τα CD ας πούμε έκαναν 28 και είχε 30 ευρώ (.) μένουν 2 ευρώ (.) συν την έκπτωση.»*).

Πιο αναλυτικά:

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ	ΘΕΜΑ	ΚΑΤΑΝΟΗΣΗ	ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ	ΠΡΑΞΕΙΣ	ΣΥΝΟΛΟ
1ο	Μέρος/Όλο	4	4	2	10
2ο	Εκπτώσεις	4	4	1	9
3ο	Μέρος/Όλο	4	4	2	10
4ο	Αυξήσεις	4	3	2	10
	ΣΥΝΟΛΟ	16	15	7	38

Παρατηρούμε λοιπόν και στον παραπάνω πίνακα ότι βελτιώθηκε σημαντικά και σε αυτό το μαθηματικό κεφάλαιο. Μπορεί η απόδοσή του να μην ήταν άριστη, όπως ακριβώς στα κλάσματα αλλά ήταν αρκετά καλή και ικανοποιητική. Το ερευνητικό κομμάτι της πτυχιακής μου εργασίας λοιπόν ολοκληρώνεται εδώ.

4. ΣΥΖΗΤΗΣΗ

4.1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η αξιολόγηση όλων των προβλημάτων που χρησιμοποιήθηκαν πριν και μετά τη διαφοροποιημένη διδασκαλία βασίζονται σε ένα συγκεκριμένο τρόπο αξιολόγησης που προτείνουν και οι Walter και Nicol στο άρθρο τους (1992). Με βάση αυτόν τον τρόπο, όπως αναφέρω αναλυτικά και στο θεωρητικό κομμάτι της πτυχιακής, όλα τα προβλήματα χωρίζονται σε τρεις κατηγορίες και βαθμολογούνται με βάση αυτές. Οι κατηγορίες είναι: η κατανόηση, η μεθοδολογία και οι πράξεις. Σκοπός της έρευνας ήταν να εντοπιστεί η κατηγορία ή οι κατηγορίες στις οποίες δυσκολεύεται περισσότερο ο μαθητής μας και να εφαρμοστεί μια κατάλληλα διαμορφωμένη διδασκαλία, βασισμένη πάνω σε πραγματικές ανάγκες και να ταιριάζουν τα χαρακτηριστικά της στα χαρακτηριστικά μιας διαφοροποιημένης διδασκαλίας.

4.2. ΕΡΜΗΝΕΙΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

Τα πρώτα έξι προβλήματα επιλέχθηκαν από βιβλία του δημοτικού των τελευταίων τάξεων. Δόθηκε ο κατάλληλος χρόνος στο φοιτητή για να τα μελετήσει, να τα κατανοήσει και να τα επιλύσει μόνος του χωρίς καμία δική μου παρέμβαση. Η όλη διαδικασία ηχογραφούνταν. Τα προβλήματα αυτά διαχωρίζονταν σε θεματικές κατηγορίες ανάλογα με το κομμάτι των μαθηματικών στο οποίο βασίζονταν κάθε φορά. Παρατηρήθηκε ότι όσο πιο μεγάλη ήταν η τάξη τόσο πιο δύσκολα ήταν τα προβλήματα. Έτσι, είχαμε προβλήματα που περιελάμβαναν απλές μαθηματικές πράξεις, άλλα που ήταν συνδυασμός πληροφοριών και τα λίγο πιο δύσκολα που αποτελούνταν είτε από κλάσματα, είτε από ποσοστά είτε από χρηματικό ποσό.

Σε κάθε ένα από αυτά τα προβλήματα ο μαθητής δεν αντιμετώπισε καμιά δυσκολία ως προς την κατανόησή τους. Βλέπουμε λοιπόν ότι στην περίπτωσή μας δεν επιβεβαιώνεται η άποψη της Clamp (1997), πως μαθητές με προβλήματα όρασης δυσκολεύονται στην κατανόηση των προβλημάτων περισσότερο από τους βλέποντες. Η βαθμολογία του, όπως αναφέρεται και στο κομμάτι των αποτελεσμάτων, ήταν άριστη σε αυτή τη κατηγορία. Στο πρώτο μέρος της έρευνας λοιπόν διαπιστώθηκε πως ο τρόπος σκέψης του συμμετέχοντα συμβάδιζε με αυτόν των μαθηματικών προβλημάτων. Ακόμα και στα πιο σύνθετα προβλήματα κατάφερνε να διαχωρίσει τα δεδομένα από τα ζητούμενα.

Οι δυσκολίες του φοιτητή φάνηκε να εμφανίζονται στη συνέχεια τόσο στο κομμάτι της μεθοδολογίας όσο και στο κομμάτι των πράξεων. Όσον αφορά την μεθοδολογία στα πιο απλά προβλήματα κατάφερνε και ακολουθούσε τον σωστό τρόπο επίλυσης. Σε πιο δύσκολα όμως προβλήματα που περιελάμβαναν συνδυασμό πληροφοριών ή μια πιο σύνθετη μαθηματική έννοια ο φοιτητής προβληματιζόταν. Αρχικά, διαπιστώθηκε δυσκολία στο κεφάλαιο των κλασμάτων και στη συνέχεια στο κεφάλαιο των ποσοστών. Επιβεβαιώνονται ο έρευνες των Kapperman & Hernze (στο Αργυρόπουλος & Μαγκλάρα, (http://eproceedings.epublishing.ekt.gr/index.php/edusc/article/view/211/176), πως μαθητές με Π.Ο. αντιμετωπίζουν περισσότερες δυσκολίες σε προβλήματα που περιλαμβάνουν κλάσματα. Ο φοιτητής αν και κατανόησε πλήρως αυτά τα δύο προβλήματα δε κατάφερε να βρει τη σωστή μεθοδολογία και τις σωστές μαθηματικές πράξεις. Άλλωστε τέτοια προβλήματα είναι δύσκολα για έναν βλέποντα μαθητή πόσο μάλλον για κάποιον που αντιμετωπίζει προβλήματα όρασης (Beal & Shaw · Kapperman, Heinze & Sticken στο Αργυρόπουλος & Μαγκλάρα, 2014 http://eproceedings.epublishing.ekt.gr/index.php/edusc/article/view/211/176). Ο μαθητής λοιπόν, ενδέχεται να δυσκολεύτηκε είτε διότι δεν μπήκαν τα σωστά θεμέλια από τις σχολικές διδασκαλίες είτε γιατί πέρασαν αρκετά χρόνια από τη τελευταία φορά που τα διδάχτηκε και που κλήθηκε να επιλύσει ένα παρόμοιο πρόβλημα. Ταυτοχρόνως, όπως διαπιστώθηκε και σε άλλες σχετικές έρευνες (Amato, 2002 · Kapperman & Sticken, 2003), οι εκπαιδευτικοί διαθέτουν λίγες γνώσεις όσον αφορά την επιστημονική συμβολογραφία του κώδικα Nemeth. Μπορούμε λοιπόν να υποθέσουμε πως οι εκπαιδευτικοί του μαθητή μας είχαν ελλιπείς γνώσεις και δεν ήταν σε θέση να του διδάξουν με τον κατάλληλο τρόπο τις μαθηματικές αυτές έννοιες του κλάσματος και του ποσοστού. Έτσι και για τις δύο συγκεκριμένες κατηγορίες έγινε μια διαφοροποιημένη διδασκαλία, προκειμένου να αντιμετωπιστούν τα λάθη και οι δυσκολίες. Η παρέμβαση αυτή, που ήταν και σκοπός της πτυχιακής εργασίας, αξιολογήθηκε κατά παρόμοιο τρόπο (κατανόηση, μεθοδολογία, πράξεις) με νέα προβλήματα που επιλέχθηκαν από τα βιβλία του δημοτικού βασισμένα στις δύο κατηγορίες που δυσκόλεψαν τον μαθητή (κλάσματα και ποσοστά).

Πιο συγκεκριμένα λοιπόν, στα κλάσματα, ο φοιτητής πριν την ολοκλήρωση της παρέμβασής μου, δεν είχε τη δυνατότητα να εξηγήσει τι είναι το ομώνυμο, τι το ετερώνυμο και τι το ισοδύναμο κλάσμα. Χρησιμοποιήθηκε απτικό εκπαιδευτικό υλικό, το παιχνίδι *«Fraction tower: activity set»*, που περιγράφεται πλήρως στο κομμάτι των αποτελεσμάτων. Με την ολοκλήρωση της παρέμβασης δόθηκαν τα ανάλογα προβλήματα για να διαπιστωθεί η επιτυχία ή η αποτυχία της διαφοροποιημένης διδασκαλίας. Τα προβλήματα αξιολογήθηκαν και τα αποτελέσματα αυτών απέδειξαν πλήρη επιτυχία. Ο φοιτητής φάνηκε να ευχαριστήθηκε την όλη διαδικασία της διδασκαλίας και να εμπέδωσε ευκολότερα τους κανόνες των κλασμάτων. Αυτό μπορεί να επιτεύχθηκε διότι χρησιμοποιήθηκε εκπαιδευτικό υλικό το οποίο κέντρισε και διατήρησε αμείωτο το ενδιαφέρον του. Έρευνες που αναφέρθηκαν παραπάνω, στο θεωρητικό κομμάτι αυτής της εργασίας, τονίζουν πως πολύ συχνά υπάρχει έλλειψη εποπτικού εκπαιδευτικού υλικού στα σχολεία. Κάτι τέτοιο λοιπόν μπορούμε να υποθέσουμε πως υπήρχε και στην περίπτωση του δικού μας φοιτητή κατά τα σχολικά του χρόνια και για αυτό να μην μπήκαν τα σωστά θεμέλια στη διδασκαλία των μαθηματικών. Στη διαφοροποιημένη διδασκαλία όμως που εφαρμόστηκε κατά τη διάρκεια της έρευνας, στη παρούσα πτυχιακή εργασία, ο σπουδαστής μπορούσε κατά μία έννοια να *«κατασκευάσει»* το ζητούμενο κλάσμα με τα τουβλάκια που περιείχε το παιχνίδι, να τα συγκρίνει, να βρει ισοδύναμά του και να διαπιστώσει το μεγαλύτερο και το μικρότερο, το λιγότερο και το περισσότερο. Ταυτόχρονα, ο κώδικας Nemeth, που εισήγαγε ο Dr. Abraham Nemeth στο braille για τα μαθηματικά, δεν περιλαμβάνει τα κλάσματα με τον τρόπο και τη μορφή που τα βλέπει και τα μεταχειρίζεται ένα βλέπων παιδί. Ένας μαθητής με προβλήματα όρασης δεν μπορεί να γνωρίζει πλήρως τι είναι η κλασματική γραμμή και τι εννοούμε όταν λέμε «πάνω» και «κάτω» της κλασματικής γραμμής. Αυτό συμβαίνει γιατί στο κώδικα γραφής braille όλα γράφονται σε μια ευθεία (σειριακή γραφή). Για αυτό το λόγο υπάρχουν συγκεκριμένοι ενδείκτες για να δηλώνουν την παρουσία απλών ή σύνθετων κλασμάτων (Κουρουπέτρογλου & Φλωριάς, 2003)

Εικόνα:

⠹	1456	άνοιγμα απλού κλάσματος
⠼	3456	κλείσιμο απλού κλάσματος

Φυσικά υπάρχουν τα ανάλογα σύμβολα και για πιο σύνθετα κλάσματα, απλώς στη συγκεκριμένη πτυχιακή εργασία το ενδιαφέρον επικεντρώνεται στο απλό κλάσμα.

Όσον αφορά το κεφάλαιο των ποσοστών ακολουθήθηκε ακριβώς η ίδια διαδικασία με την παρέμβαση και τη μετέπειτα αξιολόγηση μέσω των προβλημάτων. Επιλέχθηκε να πραγματοποιηθεί πρώτα η διδασκαλία των κλασμάτων και έπειτα η διδασκαλία των ποσοστών, διότι αυτά τα δύο συνδέονται. Με βάση αυτή τη σύνδεση θεωρήθηκε πως αν ο φοιτητής καταλάβαινε αρχικά τα κλάσματα θα μπορούσε εύκολα στη συνέχεια να καταλάβει και την έννοια του ποσοστού.

Στη διαφοροποιημένη διδασκαλία, που προηγήθηκε των προβλημάτων, για τα ποσοστά, χρησιμοποιήθηκε ξανά το απτικό υλικό: *««Fraction tower: activity set»*, με τη μόνη διαφορά πως αυτή τη φορά στα τουβλάκια αναγράφονταν ποσοστά αντί για κλάσματα. Επειδή όμως ο φοιτητής δε μπορούσε να διαπιστώσει αυτή τη διαφορά και άγγιζε ακριβώς το ίδιο αντικείμενο, αξιοποιήθηκαν αρκετά οι γνώσεις που απέκτησε στη διδασκαλία των κλασμάτων. Προτιμήθηκε να χρησιμοποιηθεί παρόμοιο εκπαιδευτικό υλικό, γιατί διαπιστώθηκε από την πρώτη διδακτική παρέμβαση πως ο φοιτητής ήταν αρκετά ικανοποιημένος και ευχαριστημένος. Ταυτοχρόνως είχε τονίσει πως κατάλαβε ευκολότερα αυτά που διδάχτηκε.

Κατά τη διάρκεια της διδασκαλίας των ποσοστών βέβαια φάνηκε να δυσκολεύτηκε παραπάνω από ότι στα κλάσματα. Ίσως γιατί συνήθως από τις πράξεις με τα ποσοστά προκύπτουν δεκαδικοί αριθμοί, οι οποίοι δεν είναι εύκολο να γίνουν αντιληπτοί από ένα παιδί με σοβαρά προβλήματα όρασης. Επίσης τα ποσοστά περιλαμβάνουν προβλήματα με πιο περίπλοκο συνδυασμό πράξεων. Στα ποσοστά ανήκουν πρώτον οι εκπτώσεις, που έχουν μια συγκεκριμένη σειρά πράξεων, και δεύτερον το όλο και το μέρος ενός αντικειμένου, που και εκεί υπάρχουν συγκεκριμένα βήματα που ο μαθητής έπρεπε να κατανοήσει, να αφομοιώσει και να αξιοποιήσει. Ένας λόγος λοιπόν που μπορεί να δυσκολεύτηκε παραπάνω είναι αυτός, το ότι τα προβλήματα ποσοστών απαιτούν μια πιο σύνθετη διαδικασία επίλυσης. Και πάλι, ίσως η έλλειψη κατάλληλου εκπαιδευτικού υλικού και οι ακατάλληλες μέθοδοι διδασκαλίας που μπορεί να εφαρμόστηκαν κατά τα σχολικά του χρόνια, αποτελούν αιτίες των ανεπαρκή γνώσεων του μαθητή γύρω από την έννοια του ποσοστού (Kapperman & Sticken, 2003).

Με την ολοκλήρωση της διδασκαλίας, του δόθηκαν τα προβλήματα στα οποία παρατηρήθηκε ότι έλυσε με λίγη μεγαλύτερη δυσκολία. Στις απομαγνητοφωνήσεις των συναντήσεων διαπιστώνεται ότι παρόλο που κατανοεί πλήρως κάθε πρόβλημα, αργεί να βρει τη μεθοδολογία. Επειδή θέλει να είναι σωστή η μεθοδολογία και η επιλογή των πράξεων που θα ακολουθήσει σκέφτεται αρκετή ώρα. Παρ' όλη την αργοπορία οι απαντήσεις του είναι σωστές. Υποθέτουμε ότι ο λόγος που η απόδοσή του είναι καλύτερη από την αρχική, στηρίζεται στο ότι κατά τη διάρκεια της διδασκαλίας χρησιμοποιήθηκε εκπαιδευτικό υλικό το οποίο μπορούσε ο φοιτητής να επεξεργαστεί με την αφή του. Άλλωστε τα άτομα με σοβαρά προβλήματα όρασης βασίζονται κατά πολύ στην αφή τους. Αγγίζουν αντικείμενα και μπορούν κατά αυτόν τον τρόπο να δημιουργούν μια νοητή εικόνα στο μυαλό τους (Stone, 1997). Ο φοιτητής μας ενδεχομένως κατάφερε μέσω του απτικού υλικού να δημιουργήσει μια διαφορετική εικόνα στο μυαλό του και για τα ποσοστά και να τα κατανοήσει καλύτερα.

Παρατηρούμε λοιπόν γενικότερα, ότι παρά τις αρχικές δυσκολίες που μπορεί να αντιμετώπισε ο φοιτητής μας κατά τη διάρκεια επίλυσης των προβλημάτων που του δόθηκαν, στη πορεία με τη κατάλληλη καθοδήγηση και διδασκαλία κατάφερε να αποδώσει με μεγαλύτερη επιτυχία. Μετά την αρχική έρευνα, όπου εντοπίστηκαν οι αδυναμίες, πραγματοποιήθηκαν οι διαφοροποιημένες διδασκαλίες. Αυτές, από ότι φαίνεται ήταν οι κύριες αιτίες που ο φοιτητής κατάφερε εν τέλει να διορθώσει τα λάθη του. Διαπιστώνουμε λοιπόν μέσα από αυτή την έρευνα ότι η διαφοροποίηση διαδραματίζει πολύ σημαντικό ρόλο στην εκπαιδευτική διαδικασία. Σύμφωνα και με τις βιβλιογραφικές αναφορές που ειπώθηκαν στο θεωρητικό κομμάτι αυτής της πτυχιακής εργασίας, κάθε μαθητής έχει έναν δικό του ιδιαίτερο τρόπο μάθησης (Χαραμής, 2012). Αυτό διαπιστώνεται πολύ περισσότερο σε έναν μαθητή με μερική ή ολική τύφλωση που χρειάζεται και ειδικό εκπαιδευτικό υλικό για την πλήρη και σωστή εκπαίδευσή του (Αργυρόπουλος, 2011). Με τη χρήση του κατάλληλου απτικού εκπαιδευτικού υλικού, όπως πραγματοποιήθηκε και στην υπάρχουσα ερευνητική διαδικασία, οι μαθητές με σοβαρά προβλήματα όρασης αποκτούν μια πιο σφαιρική και κατανοητή εικόνα για το αντικείμενο που διδάσκονται.

5. ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΙ ΚΑΙ ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ

Σε αυτό το σημείο ολοκληρώνεται η παρούσα πτυχιακή εργασία. Πάρα πολύ σημαντική ήταν η συνεργασία μου με τον πρωτοετή φοιτητή που ευτυχώς δέχτηκε με μεγάλη ευχαρίστηση να συμμετέχει στο ερευνητικό κομμάτι. Αντιμετωπίσαμε βέβαια και κάποιες δυσκολίες. Για την επιτυχή ολοκλήρωση της παρούσας εργασίας ήταν απαραίτητες αρκετές συναντήσεις με τον συγκεκριμένο φοιτητή. Ωστόσο δεν έγιναν αρκετά επαναληπτικά ή follow – ups για να εξεταστεί η διατηρησιμότητα της νέας γνώσης στον συμμετέχοντα. Ταυτοχρόνως τα πανεπιστημιακά και προσωπικά όμως ωράριά μας μερικές φορές δε ταυτίζονταν προκειμένου να βρούμε μια κοινή ώρα ελεύθερη. Επίσης πολλές συναντήσεις αναβάλλονταν τελευταία στιγμή. Παρ' όλα αυτά όμως, οφείλω να σημειώσω, πως κατά τη διάρκεια των αξιολογήσεων και εκπαιδευτικών παρεμβάσεων, ο σπουδαστής ήταν πολύ πρόσχαρος και πρόθυμος να συμμετέχει και να ανταπεξέλθει με επιτυχία.

Ένας ακόμα περιορισμός που αξίζει να αναφέρουμε για την παρούσα εργασία, είναι η έλλειψη συμμετεχόντων για το ερευνητικό μέρος αυτής της εργασίας. Αυτό συνέβη γιατί υπήρχε μόνο ένας φοιτητής με αναπηρία όρασης στο πανεπιστήμιο Θεσσαλίας. Αυτό από μόνο του επέφερε μεγάλο περιορισμό για γενικεύσεις αποτελεσμάτων. Για αυτό και επιλέξαμε να πραγματώσουμε μια έρευνα μεμονωμένης περίπτωσης (single subject design). Ίσως θα έπρεπε να ενταχθούν και άλλοι συμμετέχοντες με Α.Ο από άλλα πανεπιστήμια της χώρας. Αυτό όμως θα ξεπερνούσε τις απαιτήσεις της παρούσας εργασίας. Επομένως σε μετέπειτα παρόμοιες ερευνητικές διαδικασίες ο ερευνητής θα μπορούσε να αξιοποιήσει περισσότερους συμμετέχοντες, προκειμένου να έχει περισσότερα αποτελέσματα να επεξεργαστεί, να συγκρίνει και να καταλήξει σε ένα πιο αξιόπιστο και έγκυρο συμπέρασμα.

Ταυτόχρονα σημαντικό εμπόδιο θα μπορούσαμε να χαρακτηρίσουμε την ύπαρξη μόνο ενός ερευνητή. Καθ' όλη τη διάρκεια της έρευνας και των συναντήσεων συμμετείχα μόνο εγώ που δίδασκα, παρατηρούσα κα κατέγραφα τα αποτελέσματα. Ίσως με την ύπαρξη ενός δεύτερου ερευνητή, στο ρόλο απλού παρατηρητή, η όλη διαδικασία να εμπεριείχε περισσότερους βαθμούς αξιοπιστίας, ως προς την καταγραφή και αξιολόγηση των παρατηρήσεων, αφού δυο άτομα θα έλεγχαν τα συμπεράσματα. Θα μπορούσε για παράδειγμα να μετρηθούν διαβαθμολογικοί δείκτες αξιοπιστίας (interrater reliability, Robson, 2002).

Τέλος, εφόσον παρατηρήσαμε, ότι με τη διαφοροποιημένη διδασκαλία ο σπουδαστής κατάφερε να αποδώσει καλύτερα, θα μπορούσαμε να υλοποιήσουμε παραπάνω διαφοροποιήσεις κατά τη διάρκεια των εκπαιδευτικών παρεμβάσεων. Πέρα από τη διαφοροποίηση στο περιεχόμενο, με τη χρήση του εποπτικού υλικού θα μπορούσαμε είτε να διαφοροποιήσουμε και τη διαδικασία διδασκαλίας, προκειμένου να μην είναι κυρίως δασκαλοκεντρική, είτε να χρησιμοποιήσουμε περισσότερα απτικά υλικά. Σε μετέπειτα έρευνες ίσως θα μπορούσε ο ερευνητής εκτός από την αξιοποίηση της αφής ενός μαθητή με προβλήματα όρασης, να αξιοποιήσει και την αίσθηση της ακοής, δημιουργώντας διάφορα βίντεο ή αντικείμενα που παράγουν ήχο με σκοπό τη δημιουργία ενός πολυτροπικού μέσου εκπαίδευσης (http://www.csuchico.edu/~nschwartz/Moreno%20&%20Mayer%20Interactive%20Multimodal%20Learning%20Environments.pdf).

6. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Arter, C. (1997). The primary school child. Στο H. Mason & S. MacCall (Eds), *Visual Impairment: Access to education for children and young people*. (pp. 97 – 110). London: David Fulton Publishers.

Amato, S. (2002). Standards for Competence in Braille Literacy Skills in Teacher Preparation Programs. *Journal of Visual Impairment & Blindness, 96*(3), 143-153.

Beal, C. & Shaw, E (2008). *Working memory and math problem solving by blind middle and high school students: Implications for universal access*. United States: University of Southern California.

Best, A. B. (1992). *Teaching Children with Visual Impairment*. Milton Keynes: Open University Press

Clamp, S. (1997). Mathematics. Στο H. Mason & S. McCall (Eds). *Visual Impairment: Access to education for children and young people*. (pp. 218 – 235). London: David Fulton Publishers.

Cohen, L., Manion, L. & Morrison, K. (2008). *Μεθοδολογία εκπαιδευτικής έρευνας*. Αθήνα: Εκδόσεις ΜΕΤΑΙΧΜΙΟ

Hart, S. (1992). *Differentiation. Part of the problem or part of the solution?*. Curriculum Journal, 3(2), 131-142

Heacox, D. (2009). *Making differentiation a habit: How to ensure success in academically diverse classrooms.* Minneapolis: Free Spirit Publishing

Kapperman, G., Heinze, T. & Sticken, J. (2000). Mathematics. Στο A. J. Koenig & M. C. Holbrook (Eds). *Foundations of education: instructional strategies for teaching children and youths with visual impairmentsι.* (pp. 370 – 400). A.F.B. press.

Kapperman, G., & Sticken, J. (2003). Practice Report: A Case for Increased Training in the Nemeth Code of Braille Mathematics for Teachers of Students Who Are Visually Impaired. *Journal of Visual Impairment & Blindness*, *97*(2), 110-112

Kingsley, M. (1997). The effects of a Visual loss. Στο H. Mason & S. MacCall (Eds). *Visual impairment: Access to education for children and young people*, (pp. 23 – 30). London: David Fulton Publishers.

Kirkwood, R. & McCall, S. (1997). Educational Provision. Στο H. Mason & S. MacCall (Eds): *Visual Impairment: Access to education for children and young people*. (pp. 13 – 21). London: David Fulton Publishers.

Kohanová, I. *The ways of teaching mathematics to visually impaired students.* Ανάκτηση από (http://tsg.icme11.org/document/get/716).

Mason, H. (1997). Common eye defects and their educational implications. Στο H. Mason & S. MacCall (Eds). *Visual Impairment: Access to education for children and young people.* (pp. 38 – 50). London: David Fulton Publishers.

McLane, K. *What is Curriculum – Based Measurement and what does it mean to my child?*. Ανάκτηση από (http://www.studentprogress.org/families.asp).

Robson, C. (2002). *Real World Research*. Blackwell Publishing

Schoenfeld, A. (1992). Learning to think mathematically: problem solving, metagognition, and sense making in mathematics. Στο D. Grous. *Handbook for research on mathematics teaching and learning.* (pp. 334 – 370). New York: Macmillan. Ανάκτηση από (https://gse.berkeley.edu/sites/default/files/users/alan-h.-schoenfeld/Schoenfeld_1992%20Learning%20to%20Think%20Mathematically.pdf).

Stone, J. (1997). Mobility and Independence Skills. Στο H. Mason & S. McCall (Eds). *Visual Impairment: Access to education for children and young people*. (pp. 159 – 168). London: David Fulton Publishers.

Tomlinson, C. A. (2000). Differentiated instruction: Can it work? *The Education Digest*. *65* (5), 25-31

Tomlinson, C. A. (2001). *How to differentiate instruction in mixed – ability classrooms*, Alexandria, Virginia USA, ASCD.

Tomlinson, C. A. & Eidson, C. C. (2003). *Differentiation in practice: A resource guide for differentiating curriculum,* grades 5-9. Alexandria, VA: ASCD.

Tomlinson, C. A. & Strickland, C. A. (2005). *Differentiation in practice: a resource guide for differentiating curriculum*, grades 9-12. Alexandria, VA: ASCD.

Walter, S. & Cynthia, N. (1992). *Evaluating problem solving in mathematics*. Ανάκτηση από http://www.ascd.org/ASCD/pdf/journals/ed_lead/el_199205_szetala.pdf.

Αργυρόπουλος, Β. (2011). Η εκπαίδευση παιδιών με σοβαρά προβλήματα όρασης: ερευνητική και πρακτική προσέγγιση στο χώρο της διδασκαλίας. Στο Σ. Παντελιάδου & Β. Αργυρόπουλος (επιμ.). *Ειδική αγωγή: Από την έρευνα στην διδακτική πράξη*. (σσ. 29 – 69). Αθήνα: ΠΕΔΙΟ.

Αργυρόπουλος, Β. (2013). Διαφοροποίηση και Διαφοροποιημένη Διδασκαλία: Θεωρητικό Υπόβαθρο και Βασικές Αρχές. Στο Σ. Παντελιάδου & Δ. Φιλιππάτου (Επιμ.). *Διαφοροποιημένη διδασκαλία: θεωρητικές προσεγγίσεις και εκπαιδευτικές πρακτικές*. (σσ. 27 – 59). Αθήνα: ΠΕΔΙΟ.

Αργυρόπουλος, Β. & Μαγκλάρα, Γ. (2014). *Η Προσέγγιση της κλασματικής έννοιας από Άτομα με Αναπηρία Όρασης: Μια πιλοτική έρευνα*. Ανάκτηση από (http://eproceedings.epublishing.ekt.gr/index.php/edusc/article/view/211/176).

Βαλιαντή, Σ. & Κουτσελίνη, Μ. (2008). *Εφαρμογή της διαφοροποίησης της διδασκαλίας στις τάξεις μικτής ικανότητας: Προϋποθέσεις και θέματα προς συζήτηση,* Παγκύπριο Συνέδριο Παιδαγωγικής εταιρίας Κύπρου. Ανάκτηση από (http://www.diapolis.auth.gr/diapolis_files/drasi9/ypodrasi9.2b_2013/2_%CE%98%CE%B5%CF%89%CF%81%CE%B7%CF%84%CE%B9%CE%BA%CE%AC%20%CE%9A%CE%B5%CE%AF%CE%BC%CE%B5%CE%BD%CE%B1/2.2_%CE%94%CE%B9%CE%B1%CF%80%CE%BF%CE%BB%CE%B9%CF%84%CE%B9%CF%83%CE%BC%CE%B9%CE%BA%CE%AE%20%CE%95%CE%BA%CF%80%CE%B1%CE%AF%CE%B4%CE%B5%CF%85%CF%83%CE%B7/%CE%94%CE%B9%CE%B1%CF%86%CE%BF%CF%81%CE%BF%CF%80%CE%BF%CE%AF%CE%B7%CF%83%CE%B7%20%CF%84%CE%B7%CF%82%20%CE%B4%CE%B9%CE%B4%CE%B1%CF%83%CE%BA%CE%B1%CE%BB%CE%AF%CE%B1%CF%82%20%CF%83%CE%B5%20%CF%84%CE%AC%CE%BE%CE%B5%CE%B9%CF%82%20%CE%BC%CE%B9%CE%BA%CF%84%CE%AE%CF%82%20%CE%B9%CE%BA%CE%B1%CE%BD%CF%8C%CF%84%CE%B7%CF%84%CE%B1%CF%82.pdf).

Βόσκογλου, Μ. *Η επίλυση προβλημάτων στη διδασκαλία των μαθηματικών,* Ανάκτηση από (http://www.pi-schools.gr/download/publications/epitheorisi/teyxos14/005-017.pdf), Α.Τ.Ε.Ι. Πάτρας.

Γκούμας, Ε., Σδρόλιας, Κ. & Τριανταφυλλίδης, Τ. Α. (2013). Απαντώντας στην απαίτηση «μαθηματικά για όλους»: μια πρόταση διαφοροποιημένης διδασκαλίας με τη χρήση χειραπτικών υλικών στο δημοτικό σχολείο. Στο Σ. Παντελιάδου & Δ. Φιλιππάτου (Επιμ.). *Διαφοροποιημένη διδασκαλία: Θεωρητικές προσεγγίσεις και εκπαιδευτικές πρακτικές*. (σσ. 357 – 390). Αθήνα: ΠΕΔΙΟ.

Εξαρχάκος, Θ. (1993). *Διδακτική των μαθηματικών: Εκπαίδευση και μαθηματικά – Ειδική διδακτική των μαθηματικών – Ειδικά θέματα διδακτικής μαθηματικών*. Αθήνα: ΕΛΛΗΝΙΚΑ ΓΡΑΜΜΑΤΑ

Ζώνιου – Σιδέρη, Α. (2011). *Οι ανάπηροι και η εκπαίδευσή τους: μια ψυχοπαιδαγωγική προσέγγιση της ένταξης*. Αθήνα: ΠΕΔΙΟ.

Καράβατος, Α. (2001). *Η πλαστικότητα του εγκεφάλου και το σύστημα γραφής και ανάγνωσης Braille*, ΑΠΘ. Ανάκτηση από
(http://users.sch.gr/stefanski/amea/karavatos_Braille.pdf).

Καραπέτσας, Α. Β. (2015). *Νευροψυχολογία του αναπτυσσόμενου ανθρώπου*. Βόλος: Εργαστήριο Νευροψυχολογίας, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας.

Καραπέτσας, Α. Β. (2013). *Συγχρονα θέματα νευρογλωσσολογίας*. Βόλος: Εργαστήριο Νευροψυχολογίας, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας.

Κασσωτάκης, Μ. & Φλουρής, Γ. (2013). *Μάθηση και διδασκαλία: Σύγχρονες απόψεις για τις διαδικασίες της μάθησης και της μεθοδολογίας της διδασκαλίας*. Αθήνα: ΓΡΗΓΟΡΗ

Κατσούλης, Φ. & Χαλικιά, Ι. (2007). *Εισαγωγή στην εκπαίδευση των μαθητών με μερική ή ολική απώλεια όρασης*. Αθήνα: ΚΕΑΤ

Κολέζα, Ε. (2009). *Θεωρία και πράξη στη διδασκαλία των μαθηματικών*. Αθήνα: ΤΟΠΟΣ

Κολέζα, Ε., Μακρής, Κ. Ν. & Σούρλας, Κ. Β. (1993). *Θέματα διδακτικής των μαθηματικών: διδακτικοί στόχοι, ταξινομίες, δραστηριότητες*. Αθήνα: GUTENBERG

Κουρουπέτρογλου, Γ. & Φλωριάς, Ε. (2003). *Επιστημονικά σύμβολα κατά BRAILLE στον ελληνικό χώρο: εφαρμογή σε συστήματα πληροφορικής για τυφλούς*. Αθήνα: ΚΕΑΤ.

Κυριάκου, Μ. (2005). *Παιδιά με προβλήματα όρασης και πρόσθετες αναπηρίες*. Λευκωσία, Κύπρος: ΤΜΗΜΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ ΣΧΟΛΗΣ ΤΥΦΛΩΝ

Λιοδάκης, Δ. Β. (2000). *Εκπαιδευτικά Προγράμματα για τυφλούς*. Αθήνα: ΑΤΡΑΠΟΣ.

Πανταζοπούλου, Μ. (2007). *Η αξιολόγηση και ο τρόπος διδακτικής παρέμβασης στους μαθητές των Τ.Ε.*: Ανάκτηση από (http://www.elliepek.gr/documents/4o_synedrio_eisigiseis/234_240.pdf)

Παντελιάδου, Σ. (2013). Διαφοροποιημένη διδασκαλία και ειδική αγωγή: μια πρόκληση για την προετοιμασία των εκπαιδευτικών. Στο Σ. Παντελιάδου & Δ. Φιλιππάτου (Επιμ.). *Διαφοροποιημένη διδασκαλία: θεωρητικές προσεγγίσεις και εκπαιδευτικές πρακτικές*. (σσ. 149 – 183). Αθήνα: ΠΕΔΙΟ.

Πολυχρονοπούλου, Σ. (2012). *Παιδιά και έφηβοι με ειδικές ανάγκες και δυνατότητες*. Αθήνα: Πανεπιστήμιο Αθηνών.

Πατρώνης, Τ. (1998). *Πώς να το λύσω;*. Αθήνα: ΚΑΡΔΑΜΙΤΣΑ

Σταφυλίδου, Σ. (2007). *Διδάσκοντας μαθηματικά*. Αθήνα: ΕΠΙΚΕΝΤΡΟ

Τουμάσης, Μ. (1999). *Σύγχρονη διδακτική των μαθηματικών*. Αθήνα: GUTENBERG

Τσιναρέλης, Γ. (2005). *Εκπαίδευση και άτομα με προβλήματα όρασης*. Αθήνα: Ανάκτηση από (http://reader.ekt.gr/bookReader/show/index.php?lib=EDULLL&item=1084&bitstream=1084_01#page/1/mode/1up).

Φιλιππάτου, Δ. (2013). Ο ρόλος της αξιολόγησης στη διαφοροποιημένη διδασκαλία. Στο Σ. Παντελιάδου & Δ. Φιλιππάτου (Επιμ.). *Διαφοροποιημένη διδασκαλία: θεωρητικές προσεγγίσεις και εκπαιδευτικές πρακτικές*. (σσ. 60 – 99). Αθήνα: ΠΕΔΙΟ.

Φιλίππου, Γ. & Χρίστου, Κ. (2004). *Διδακτική των μαθηματικών*. Αθήνα: Γ. ΔΑΡΔΑΝΟΣ

Χαραμής, Π. (2012). Η ένταξη των παιδιών με ειδικές ανάγκες στην εκπαίδευση: το ζήτημα της αξιολόγησης, Στο Α. Ζώνιου – Σιδέρη (Επιμ.). *Σύγχρονες ενταξιακές προσεγγίσεις: Θεωρία και Πράξη*. (σσ. 399 – 420). Αθήνα: ΠΕΔΙΟ.

Αναλυτικά Προγράμματα Σπουδών: Παιδαγωγικό Ινστιτούτο. Ανάκτηση από http://www.pi-schools.gr/paideia_dialogos/analitika-programata.pdf\

Αναλυτικά Προγράμματα Σπουδών: Παιδαγωγικό Ινστιτούτο. ΧΑΡΤΟΓΡΑΦΗΣΗ-ΑΝΑΛΥΤΙΚΑ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΑ ΕΙΔΙΚΗΣ ΑΓΩΓΗΣ «ΔΙΑΦΟΡΟΠΟΙΗΜΕΝΟ Δ.Ε.Π.Π.Σ. & Α.Π.Σ. ΓΙΑ ΤΥΦΛΟΥΣ ΜΑΘΗΤΕΣ» Ανάκτηση από http://users.sch.gr/simeonidis/EIDIKH_AGQGH/p.i/depps_aps_tyfloi.pdf.

http://www.behaviorism.panteion.gr/index.php/el/2010-03-22-23-30-39?view=item&id=1&item=127

https://el.wikipedia.org/wiki/%CE%A0%CE%B5%CE%B9%CF%81%CE%B1%CE%BC%CE%B1%CF%84%CE%B9%CE%BA%CF%8C%CF%82_%CF%83%CF%87%CE%B5%CE%B4%CE%B9%CE%B1%CF%83%CE%BC%CF%8C%CF%82_%CE%B5%CE%BA%CF%84%CE%B5%CF%84%CE%B1%CE%BC%CE%AD%CE%BD%CE%B7%CF%82_%CE%B1%CF%84%CE%BF%CE%BC%CE%B9%CE%BA%CE%AE%CF%82_%CE%B1%CE%BD%CE%AC%CE%BB%CF%85%CF%83%CE%B7%CF%82_%CF%84%CE%B7%CF%82_%CF%83%CF%85%CE%BC%CF%80%CE%B5%CF%81%CE%B9%CF%86%CE%BF%CF%81%CE%AC%CF%82

https://en.wikipedia.org/wiki/Single-subject_design