

El tratado alfonsí sobre la esfera

JULIO SAMSÓ*

1. LA ESFERA SÓLIDA EN LA ESPAÑA MEDIEVAL

En dos trabajos recientes (1) Richard Lorch no sólo ha dado a conocer dos nuevos tratados medievales sobre la *sphaera solida* sino que ha reunido además toda una serie de datos en torno a la tradición medieval de este instrumento astronómico tanto en el mundo árabe como en la Europa latina. La lectura de los artículos de Lorch me ha movido a analizar el tratado alfonsí sobre la esfera, titulado *Libro de la fayçon dell esfera, et de sus figuras, et de sus huebras*, con el fin de aportar algunas precisiones sobre el tema, especialmente en lo que concierne a la España Medieval.

Conviene empezar por señalar que la esfera es un instrumento que debió ser conocido en al-Andalus en época temprana ya que, en el manuscrito 225 de Ripoll, aparecen unos fragmentos cuyo comienzo reza: *Incipit de horotogio secundum alkoram, id est speram rotundam*. Millás (2) creía que se trataba de algunos capítulos sobre el uso del astrolabio esférico, lo cual no es imposible. No obstante, pueden también pertenecer a un tratado sobre el uso de la esfera sólida, tal como señala Lorch (3). En cualquier caso, lo único evidente es que se trata de una esfera sobre la que se encuentra grabado el círculo del Ecuador y se alude al círculo (¿o armilla?) del horizonte y al del meridiano. En él aparece, además, una especie de alidada de pínulas, provista de una aguja con la que puede determinarse la altura del Sol: aunque el texto

-
- (1) LORCH, Richard (1980), The *sphaera solida* and Related Instruments. *Centaurus*, 24, 153-161; Al-Khāzini's Sphere That Rotates by Itself. *Journal for the History of Arabic Science*, 4, 287-329 (1980).
 - (2) MILLAS VALLICROSA, J. (1931), *Assaig d'història de les idees físiques i matemàtiques a la Catalunya Medieval*, Barcelona, pp. 288-290.
 - (3) LORCH, *Sphaera solida*, p. 161.

* Universidad de Barcelona, Facultad de Filología. Barcelona. España.
DYNAMIS

conservado no es muy explícito, puede tratarse de un artilugio similar al que aparece en la *bayda* de al-Battānī, de la que hablaré a continuación. El instrumento resulta, obviamente, demasiado limitado incluso para realizar observaciones elementales ya que, para determinar la altura de una estrella es preciso recurrir al empleo de un astrolabio.

Un siglo más tarde tenemos documentada en al-Andalus la actividad de un artesano, Ibrāhīm b. Sa'īd al-Sahlī, del que conservamos dos ejemplares de esferas celestes: una de ellas, fechada en Valencia en el 1080, conservada en Florencia y en la que aparecen las estrellas de acuerdo con las coordenadas que, poco antes, había establecido Azarquiel; la segunda se encuentra actualmente en París y parece haber sido construida hacia las mismas fechas (4). Los dos datos anteriores y el texto alfonsí constituyen prácticamente todo lo que conocemos acerca de la tradición hispánica de este instrumento astronómico que era, obviamente, bien conocido en la Barcelona del siglo XIV, ya que las *Tablas* de Pedro el Ceremonioso hablan de las observaciones de las estrellas fijadas llevadas a cabo por los astrónomos reales Pere Gilbert y Dalmau ses Planes, los cuales registraban las posiciones obtenidas en una gran esfera de siete palmos de diámetro que se encontraba en el Palacio Real de Barcelona:

«E lo dit Mestre Pere ab struments geometricals axi com grans armillas migançeras e cominals com ab grans cadrants e instruments liurats per lo bon Tholomeu ha inuestigat e verificat tots los lochs vertades de les steles fixas segons lur longitut, latitut e magnitut, e tots los vers lochs de les planetes e lurs auges e lurs latituts al mig jorn de la nostra ciutat de Barchinona. E segons que troba les steles fixes al orizont de la dita ciutat si les posa ab lurs ymatges en una gran spera la qual ha VII palms de diametre la qual tenim en lo nostre palau en la dita ciutat» (5).

Por otra parte, la España Medieval conoció, sin duda, otros textos sobre la esfera: es el caso de la descripción de este instrumento en el *Almagesto* (VIII, 3) así como el de la *bayda* de al-Battānī. Esta última era conocida en al-Andalus por lo menos desde la segunda mitad del siglo X (6) y conviene tenerla en cuenta con el fin de mostrar las diferencias que presenta con el instrumento alfonsí: de acuerdo con la

-
- (4) DESTOMBES, M. (1966), Globes célestes et catalogues d'étoiles orientaux du Moyen Age, *Actes du VIII.º Congrès International d'Histoire des Sciences*, Florencia, 313-324.
 (5) MILLAS VALLICROSA, J. M.^a (1962), *Las Tablas Astronómicas del rey D. Pedro el Ceremonioso*, Madrid-Barcelona, pp. 124 y 66-68.
 (6) VERNET, Juan (1965), La Ciencia en el Islam y Occidente, *Settimane di studio del Centro italiano di studi sull'alto medioevo* (Spoleto), 12, pp. 545-546. Reed. en VERNET, Juan (1979), *Estudios sobre Historia de la Ciencia Medieval*, Barcelona-Bellaterra, pp. 29-30.

reconstrucción de Schiaparelli (7) se trata de un globo celeste de cobre en el que están trazados el ecuador, eclíptica y coluro de los equinoccios. Sobre la esfera se superpone un sistema de tres armillas sencillas y una doble. Esta última es la doble armilla meridiana con un sector interior móvil y otro exterior fijo. Las tres armillas sencillas son: 1) y 2) la armilla del horizonte y la armilla del primer vertical que forman una estructura fija conjuntamente con la armilla meridiana exterior; 3) una armilla móvil que gira en torno al eje cenit-nadir y puede, por tanto, representar cualquier vertical. Montado sobre esta última armilla se encuentra un dispositivo con dos pínulas a través de las cuales puede entrar la luz del Sol y determinarse, así, su altura. No parece, en cambio, que el instrumento pueda utilizarse para determinar la altura de una estrella. Este dispositivo lleva también un punzón retráctil que se emplea para materializar la posición del Sol sobre la esfera. El dispositivo puede, evidentemente, desplazarse sobre esta armilla que es exterior a todas las demás. En conjunto parece, como veremos, un instrumento mucho más sofisticado que la esfera alfonsí.

Dado que, como asimismo señalaré, el tratado alfonsí no es meramente una descripción de la manera de construir y utilizar un instrumento astronómico, sino que constituye un auténtico manual de introducción a la astronomía esférica, conviene mencionar aquí que la España Medieval conoció también ciertos tratados de astronomía o geometría centrados en el tema de la esfera. Es el caso del tratadito elemental *De recta imaginatione sphaere et circulorum eius* atribuido a Ṭābit b. Qurra (8). Por otra parte, el epílogo del texto alfonsí contiene, asimismo, la descripción de una cuadrante de círculo máximo uno de cuyos extremos se fija sobre un polo de la Eclíptica mientras que el otro alcanzará el mismo círculo de la Eclíptica. En ella encontramos la siguiente referencia:

«Et porque se pueda poner una uez sobrel polo septentrional et otra uez sobre el polo miridional, segund fuer la ladeza de la estrella de los signos, ymaginando una linna drecha que salga del polo de los signos, et que llegue fasta la fin del quarto. Et bien se muestra que esta linna del quadrante será la linna del quadrante sennalado en el mayor cerco que ay en la esfera, segund mostró Theodoçiuz. Et esta linna es la cuerda del quadrante partido, pues ell cerco que es d'ell es quadrante partido et ygal al mayor cerco que ay en la esfera, et passa por los polos de los

(7) NALLINO, C. A. (1903), *Al-Battānī sive Albatēnī Opus Astronomicum*, Vol. I, Milán, pp. 139-142 y 320-321.

(8) CARMODY, Francis J. (1960), *The Astronomical Works of Thabit b. Qurra*, Berkeley and Los Angeles, University of California Press, pp. 118-119, 140-144.

signos, et es leuantado sobre ángulos drechos sobre el cerco de los signos. Et terminaremos con este quarto el logar de la estrella en la longura, et en la ladeza» (9).

Me ocuparé del interés que tiene el mencionado cuadrante más adelante. Por el momento me interesa señalar que el *Theodoziuz* citado es, sin duda, Teodosio de Trípoli (s. I a. de C.) en cuyas *Esféricas* (libro I, proposición XVI) se demuestra que «Si se tiene un círculo máximo en la esfera, la recta trazada desde el polo de este círculo [hasta el círculo mismo] es igual al lado del cuadrado inscrito en el círculo máximo.» Del mismo modo, la proposición siguiente (XVII) es el teorema recíproco al anterior (10). Tenemos, pues, aquí, un testimonio de la difusión en la España del siglo XIII de las *Esféricas* de Teodosio que circulaban en una versión latina atribuida a Gerardo de Cremona (11).

Terminaré esta lista de referencias con dos citas de las *Glosas a la Eneida* de Enrique de Villena (1384-1434):

«por quanto moviéndose en el çielo çircularmente seyendo él espérico conviene en él aver tres punctos que non se muevan, es a saber, el çentro e los dos polos, segund Talocus por demostración provó in libro *D'espera mobili*, e si la estrella allí estuviese non farie çirculación nin variedat de influencia.»

Igualmente:

«E porque mejor esto sea entendido de los romançistas, que non vieron la astronomía que puso Tholomeo en su *Almageste* ne aun el *Tractado de la esphera movable* que es más común, deven notar que los astrónomos ponen quel çielo se mueve, non segúnd el todo, adquiriendo nuevo lugar, mas segund las partes çircularmente faziendo mutación [...] E por ser el çielo espérico e continuo todas sus partes se mueven; que non quedan sinon tres punctos inmóviles, es a saber, el çentro e los dos polos, do termina el *axis*, siquiere el diámetro suyo, segúnd Thalocus ha provado en su *Tractado de la espera movable* [...] E segund la declinación de los morantes en los climas, así es diferente su elevación sobr'el horizonte: los que moran en el comienço del primer clima elévase a ellos el dicho pollo sobre su horizonte doze grados e quarenta e çinco menudos; e los que moran en el fin del séptimo clima elévase sobre su horizonte çinquenta grados e treynta menudos, segúnd es provado en el *Tractado del espera* [...]» (12).

(9) Citaré el tratado alfonsí sobre la esfera por la edición de RICO Y SINOBAS, Manuel (1863), *Libros del Saber de Astronomía del Rey D. Alfonso X de Castilla*, Vol. I, Madrid, pp. 153-209. El pasaje citado aquí aparece en la p. 206.

(10) EECKE, Paul Ver (1959), *Les Sphériques de Théodose de Tripoli*, París, pp. 22-24.

(11) MILLÁS VALLICROSA, José M.^a (1942), *Las traducciones orientales en los manuscritos de la Biblioteca Catedral de Toledo*, Madrid, p. 208.

(12) Puedo citar estos textos gracias a la generosidad de mi amigo y compañero Pedro M.

Se nos plantea aquí el problema de saber quién es este *Talocus* autor de un tratado sobre la esfera cuya lectura era más común a principios del siglo XV que la del *Almagesto* de Ptolomeo. Un Ṭ(a)lūqūs al-Kāhin, de Fayyūm en Egipto, aparece citado en el *Kitāb sirr al-jalīqa* del pseudo-Apolonio de Tyana, editado por Ursula Weiser (13). No obstante, falta toda referencia a que fuera autor de un tratado sobre la esfera. Podemos, en cambio, identificar conjeturalmente a nuestro *Talocus* con Autólico de Pitana (fl. c. 300 a. de C.) autor de un tratado titulado *De sphaera mota* en la versión latina, a través de una previa traducción árabe, de Gerado de Cremona (14). La primera proposición de este texto establece lo siguiente:

«Cum sphaera super suum meḡuar [= *mihwar*, o sea eje] reuolutione uoluitur aequali, puncta quae sunt supra ipsius superficiem, *praeter ea quae sunt supra meḡuar*, circulus designant aequidistantes quorum poli sunt poli sphaerae et sunt erecti supra meḡuar» (15).

Esta proposición implica, obviamente, que los dos polos de la esfera y el centro de la misma son inmóviles tal como afirma Villena. Ahora bien, en la edición de este texto publicada por Mogenet las variantes del nombre de Autólico que aparecen son *Autolycus*, *Autolocus* y *Antolocus*. Cabe, por consiguiente, preguntarse si Villena había manejado un manuscrito en el que aparecía la forma *Talocus* o si existió otra versión latina distinta de la de Gerardo de Cremona. Por otra parte en todo el tratado *De sphaera mota* no aparece la menor referencia a una distribución de los climas en la que el comienzo del primero corresponda a una latitud de 12;45° y el fin del séptimo a una latitud de 50;30°. Esta distribución, por otra parte, parece haber sido conocida en la Edad Media árabe dado que se encuentra de forma prácticamente igual (los parámetros utilizados son 12;30° y 50;30°, respectivamente) en el *Dīkr al-aqālīm wa-ijtilāfu-hā* del geógrafo andalusí, de fines del siglo X, Iṣḥāq b. al-Ḥasan al-Zayyāt (16).

Cátedra. Los tomo de su tesis doctoral inédita, presentada en la Universidad Autónoma de Barcelona en septiembre de 1981, y titulada *Sobre la vida y la obra de Enrique de Villena*, pp. 820 y 1499-1500.

- (13) WEISSER, Ursula (1979), *Buch über das Geheimnis der Schöpfung und die Darstellung der Natur (Buch der Ursachen) von Pseudo-Apollonios von Tyana*, Aleppo, Institute for the History of Arabic Science, p. 28.
- (14) MOGENET, Joseph (1948), La traduction latine par Gérard de Crémone du Traité de la Sphère en Mouvement d'Autolycus, *Archives Internationales d'Histoire des Sciences*, 5, 139-164.
- (15) Ed. MOGENET, p. 146.
- (16) CASTELLÓ MOXÓ, Francisco (1980), Algunos capítulos del tratado de geografía árabe «*Dīkr al-aqālīm wa-ijtilāfu-hā*», de Iṣḥāq ibn al-Ḥasan ibn Abi-l-Ḥusayn al-Zayyāt, en

Lo dicho hasta ahora basta para mostrar la escasez de datos de que disponemos para documentar la historia de la *sphaera solida* en la España Medieval y pone de relieve el interés del tratado alfonsí sobre el tema, del que voy a ocuparme a continuación.

2. EL TRATADO ALFONSÍ

2.1. Generalidades

El *Libro de la fayçón dell espera* consta de tres partes bien diferenciadas: la primera está constituida por los cuatro capítulos iniciales que versan sobre la construcción del instrumento. De ellos sabemos que son una adición alfonsí:

«Et este libro era departido según *Cozta* el sabio lo departiera en LXV capitulos. Mas nos fizimos poner y quatro capítulos demás, que convienen mucho a esta razón, ca son los primeros et todos los otros vienen en pos de estos, et sin ellos non podría seer bien ordenado el libro, et por ende los possiemos desta guisa» (17).

El texto alfonsí no contiene indicación alguna acerca de quién pudiera ser el autor de estos cuatro capítulos, pero Romano (18) ha sugerido que tal vez se tratara de Ishāq b. Sīd (Rabiçag), que aparece dentro del conjunto de los colaboradores alfonsíes como constructor de instrumentos y autor de tratados sobre la elaboración de los mismos.

La segunda parte está constituida por los sesenta y cinco capítulos que corresponden a la traducción del árabe del tratado *sobre el uso* de la esfera debido a Qusṭā b. Lūqā (s. IX) según manifiesta la introducción al texto:

«Este libro es dell *alcora*, que es dicha en latín *alcora* [sic] que compuso un sabio de oriente que ouo nombre *Cozta*. Et fabla de todo ell ordenamiento dell espera a que dizen en aráuigo *vet* [sic por *det*] *alcorcy* [*ḍāt al-kursī*], que quier tanto dezir cuemo la espera que está sobre la siella, et fizo este libro en aráuigo» (19).

Los autores de esta traducción fueron Yehūdā b. Mōšē ha-Kohen y el clérigo Johan Daspa, los cuales terminaron su labor el jueves 6 de

Estudios sobre Historia de la Ciencia Arabe, editados por Juan VERNET, Barcelona, C.S.I.C., pp. 122-125.

(17) RICO, *Libros I*, 154.

(18) ROMANO, Davide (1971), *Le opere scientifiche di Alfonso X e l'intervento degli ebrei, en Oriente e Occidente nel Medioevo: Filosofia e Science*, Roma, Accademia Nazionale dei Lincei, pp. 689-690, 693, 705. LORCH, *Sphaera solida*, p. 154, da por sentado que Ishāq b. Sīd es el autor de estos capítulos pero no lo justifica.

(19) RICO, *Libros I*, 152.

febrero de 1297 de la Era Hispánica (1259 de J. C.). La traducción fue revisada en el año 1315 de la Era Hispánica (1277 de J. C.), siendo este último texto revisado el que aparece en los *Libros del saber de astronomía* (20). Hasta donde puede juzgarse por la traducción inglesa parcial de W. H. Worrell (21), el texto alfonsí sigue de manera bastante fiel el texto árabe original.

La tercera parte está constituida por un único capítulo adicional, que aparece tras la versión del tratado de Qusṭā b. Lūqā:

«et porque fuesse esta obra de la esfera más complida, mandamos nos rey Don Alfonso el sobre dicho annadir hy este capitulo para fazer armillas en la esfera pora saber ell ataçir et egualar las casas segund la opinión de Hermes, et mandamos a Don Xossé nuestro alfaquín que lo fiziese» (22).

No añadiré nada, por el momento, a la información aportada en la cita anterior y me limitaré a recordar la sugerencia de Romano, quien considera que «Xossé» es, posiblemente, lectura errónea por «Mossé» (Mošé) (23).

2.2. Descripción del instrumento

La descripción del instrumento se encuentra fundamentalmente en los cuatro capítulos iniciales anónimos y en el capítulo V («De las cosas que son puestas en ell alcora»), que es ya traducción de Qusṭā b. Lūqā y constituye un típico capítulo inicial de un tratado *de usu*. Existen diferencias entre el instrumento descrito por el autor alfonsí y el del original árabe en las que insistiré a continuación.

Sin necesidad de entrar en detalles sobre materiales y procedimientos de construcción, cabe señalar que sobre la esfera se encuentra dibujado el círculo de la Eclíptica, así como sus dos polos, dividida en 12 signos, 360 grados y tantas fracciones de grado como resulte posible. Por los polos de la Eclíptica y los principios de los doce signos zodiacales pasan círculos máximos de longitud. El valor de la oblicuidad utilizado para construir este instrumento es de 24°, parámetro que

(20) RICO, *Libros I*, 169-205.

(21) WORRELL, W. H. (1944), *Qusṭā ibn Luqā on the Use of the Celestial Globe*, *Isis*, 35, 285-293. No he podido ver SCHNELL, Hans (1924), *Die Kugel mit dem Schemel*, Inaug. Diss., Erlangen, que contiene una traducción alemana completa del tratado de Qusṭā.

(22) RICO, *Libros I*, 206. «Xossé» es, sin duda, una mala lectura de Rico. Cf., la nueva edición, en microfichas, de KASTEN, Lloyd y NITTI, John (1978), *Concordances and Texts of the Royal Scriptorium Manuscripts of Alfonso X, el Sabio*, Madison, The Hispanic Seminary of Medieval Studies.

(23) ROMANO, *Opere Scientifiche*, pp. 692-693.

se encuentra frecuentemente citado en distintos capítulos de la parte dedicada al uso del mismo (24), aunque en el capítulo 35 aparece el valor $23;33^{\circ}$, que corresponde al obtenido en el año 213/828-29 por Yaḥyà b. Abī Maṣṣūr en Bagdad (25). También sobre la esfera se traza el Ecuador y sus polos, encontrándose aquél dividido en 360° y fracciones de grado.

La esfera se encuentra, asimismo, provista, en la descripción del autor alfonsí, de dos armillas, denominadas mayor y menor, situadas de tal modo que la segunda pueda pasar por debajo de la primera. Ambas están divididas en 360° . La armilla menor queda fijada a los polos de la Eclíptica y puede girar en torno a ellos representando, por tanto, cualquier círculo máximo de longitud. La armilla mayor, por su parte, quedará sujeta a los polos del Ecuador y representará el meridiano del lugar. Utilizando la armilla menor se situará sobre la esfera la posición de las estrellas fijas en función de su longitud y latitud celestes (26). Estas estrellas se encontrarán distribuidas, según Qusṭā b. Lūqā, en las cuarenta y ocho constelaciones del catálogo de Ptolomeo (27). Por otra parte, seis moldes distintos permitirán dibujar la forma de las estrellas de acuerdo con seis tamaños diferentes en función de las seis magnitudes ptolemaicas (28).

La esfera con sus dos armillas se situará sobre un soporte denominado *siella* (*kursī*) y que, de acuerdo con la descripción alfonsí, tendrá una forma similar a la que aparece en la ilustración adjunta: una especie de caja con aperturas por los cuatro lados que permiten introducir la mano con el fin de mover la esfera. La parte superior tiene una apertura circular a la que se sujeta una nueva armilla graduada que representará el círculo del horizonte. Esta armilla horizontal está provista de dos guías a las que quedará sujeta la armilla meridiana la cual, por otra parte, se apoyará en un soporte en forma de pinza situado en el centro de la base de la caja. De esta manera la armilla meridiana no podrá desplazarse lateralmente pero sí de norte a sur o viceversa con el fin de

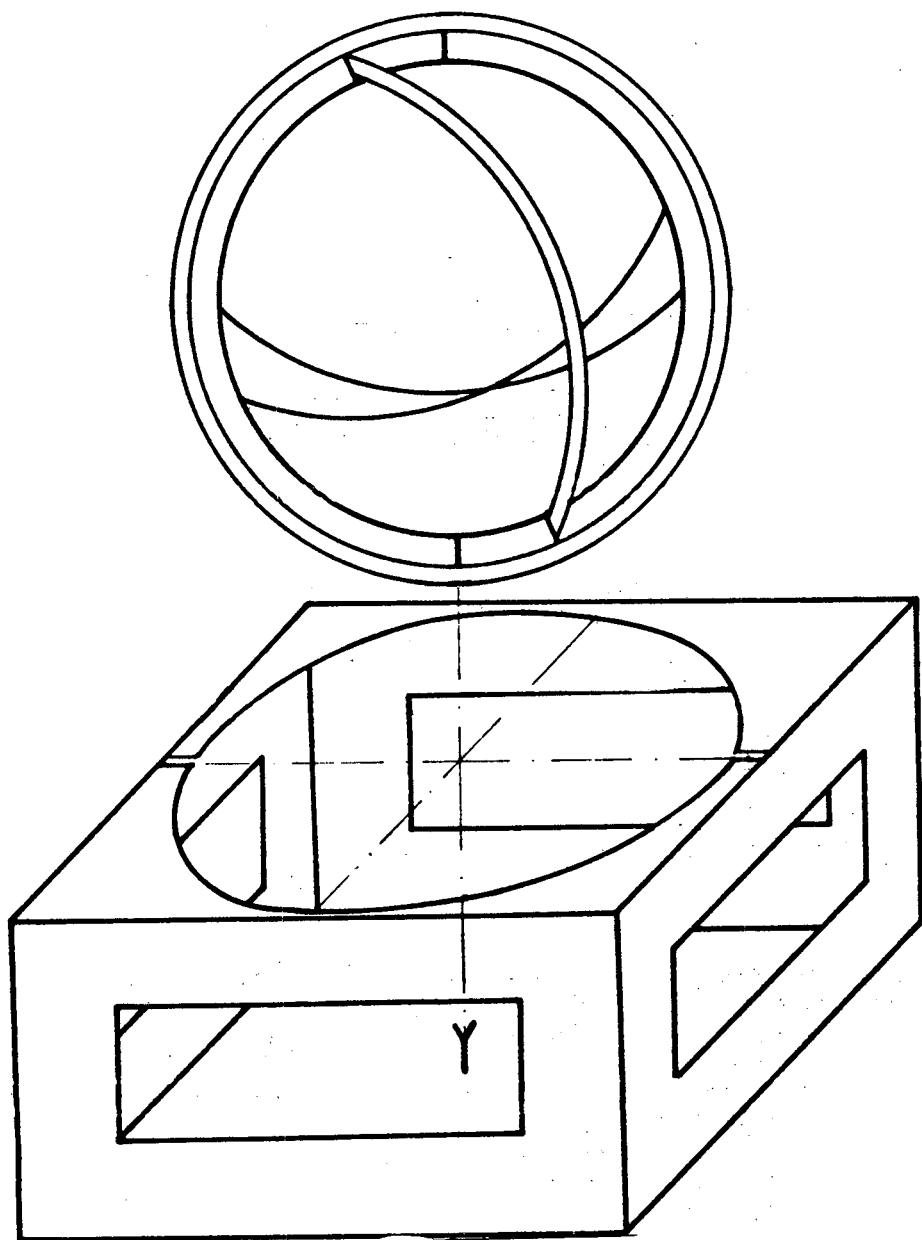
(24) Cf., RICO, *Libros I*, 166 (cap. 3); I, 196 (cap. 51); I, 197 (cap. 53); I, 197-198 (cap. 54); I, 198-199 (cap. 55); I, 199 (cap. 56).

(25) RICO, *Libros I*, 186-187. Cf., AL-BĪRŪNĪ, *Kitāb taḥdīd nihāyāt al-amākin li-taṣṣīḥ masāfāt al-masākin*. Ed. BOULGAKOF, P. (1962), en *Revue de l'Institut des Manuscrits Arabes*, 8, 90-91.

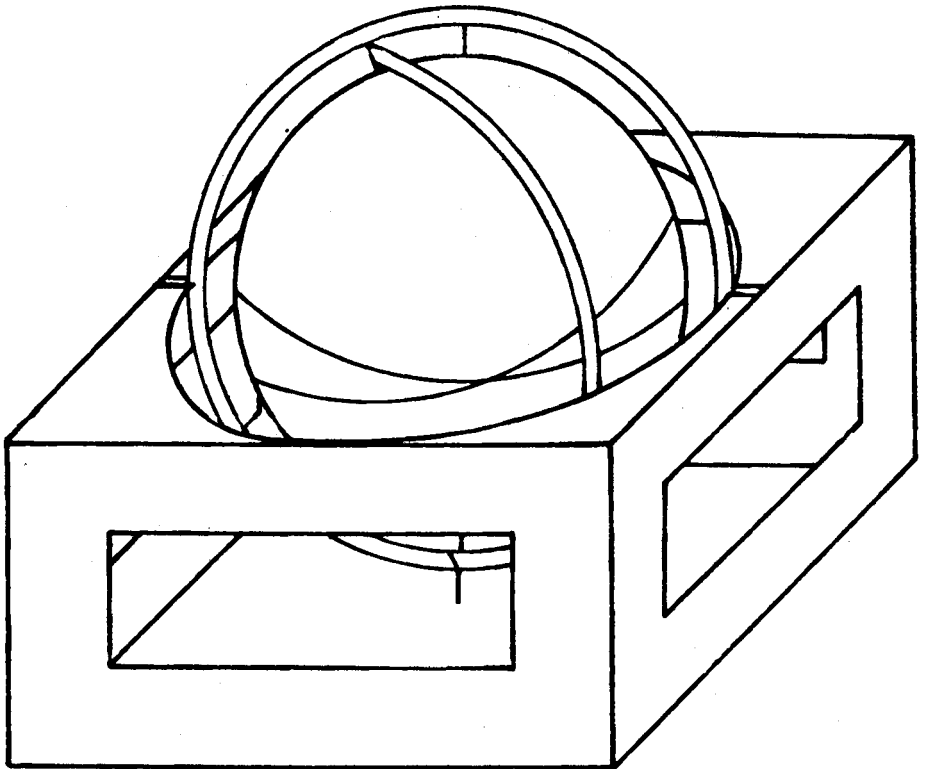
(26) RICO, *Libros I*, 166-167 (cap. 3).

(27) Sobre la tradición medieval del catálogo de estrellas de Ptolomeo cf. KUNITZSCH, Paul (1974), *Der Almagest. Die Syntaxis Mathematica des Claudius Ptolomäus in arabisch-lateinischer Überlieferung*. Wiesbaden, O. Harrassowitz.

(28) RICO, *Libros I*, 167.



Despiece de la esfera alfonsi.



Reconstrucción de la esfera alfonsí.

que el polo del Ecuador forme con el horizonte un ángulo igual a la latitud del lugar. Asimismo, en cualquier momento la mitad de la esfera aparecerá por encima del horizonte mientras que la otra mitad se encontrará por debajo de éste, en el interior de la caja (29). Por otra parte, y de acuerdo con la descripción de Qusṭā b. Lūqā (30), la armilla meridiana irá provista de dos *priegos* (clavos: el texto árabe lleva *mismār*) unidos a la misma que penetrarán en dos agujeros situados en la esfera en los lugares correspondientes a los dos polos del Ecuador: de este modo, la esfera podrá girar libremente dentro de la armilla meridiana (31).

(29) RICO, *Libros I*, 168-169 (cap. 4).

(30) RICO, *Libros I*, 169-170 (cap. 5); WORRELL, *Qusta ibn Luqa*, p. 287.

(31) Otra solución es, obviamente, un eje solidario a la armilla meridiana que atraviese la esfera de polo a polo.

Si de la descripción que se desprende de los cuatro primeros capítulos del tratado que son, repitámoslo una vez más, una adición alfonsí, pasamos a la que aparece en el capítulo 5.º, debido ya a Qusṭā b. Lūqā, podremos comprobar fácilmente que se trata de un instrumento muy similar pero encontraremos también una diferencia importante: el capítulo 5.º habla sólo de una armilla, la meridiana o armilla mayor, y no menciona para nada la armilla menor que, como hemos visto, puede representar cualquier círculo máximo de longitud. Obviamente una descripción tan somera como la que aparece en este capítulo no expone el procedimiento utilizado para determinar, sobre la esfera la posición de las estrellas en longitud y latitud sin contar con la armilla menor, pero podemos obtener información suplementaria en otros apartados de la misma obra. Así, en los capítulos 24, 25, 66 y 67 (32), plantea precisamente el problema de determinar la longitud y la latitud de una estrella situada sobre la esfera. Los procedimientos utilizados son dos: el primero, consiste en determinar el grado de la Eclíptica que media en el cielo al mismo tiempo que la estrella, utilizando para ello la armilla meridiana. El procedimiento implica, evidentemente, considerar que la mediación (*mediatio coeli*) equivale a la longitud de la estrella y es aproximado, tal como señala el texto de Qusṭā b. Lūqā (33). El segundo método, en cambio, es más interesante: empieza por construir un cuarto de círculo graduado de tamaño igual al de un cuadrante de la armilla meridiana. Sitúa un extremo del cuadrante sobre uno de los polos de la Eclíptica, haciéndolo pasar por la estrella, con lo que el cuarto de círculo se convertirá en la materialización del círculo máximo de longitud que pasa por la estrella. Este cuarto de círculo nos determinará, sobre la Eclíptica, la longitud de la estrella y, dado que está graduado, nos dará también su latitud. El procedimiento aproximado antes descrito se utiliza también en los capítulos 33, 44, 45, 62 y 63 y, en el primero de éstos, al ocuparse de la determinación del grado de la Eclíptica que media en el cielo simultáneamente con una estrella, se afirma explícitamente la equivalencia de longitud y mediación:

«Et aquel grado con que se para en el mediol cielo en esta oriella de esta armella [meridiana], aquel es su lugar de la estrella» (34).

El cuadrante auxiliar como proyección de un círculo máximo de longitud vuelve a aparecer, en cambio, en el capítulo 67, mientras que

(32) RICO, *Libros I*, 180-181, 204.

(33) RICO, *Libros I*, 181: «Et esta obra del quarto del cerco, quier por saber el logar de la estrella, quier por saber su ladeza, es más certera et más drecha que la otra obra que dixiemos que se faze por la armella del mediodía».

(34) RICO, *Libros I*, 186.

en los capítulos 57 y 62 se utiliza el mismo cuadrante pero esta vez como materialización de un círculo vertical, fijando uno de sus extremos al cenit y el otro al horizonte.

Queda, pues, claro que el cuadrante auxiliar utilizado en estos capítulos — que aparece también en la esfera de al-Jāzini (fl. 1115-1130), en la descrita por al-Marrākuṣī (s. XIII) y en el tratado latino sobre la *sphaera solida* atribuido a Johannes de Halebeke o Harlebeke (fl. París 1303) (35)— constituye un indicio de la independencia de las dos partes del tratado alfonsí a las que he aludido hasta ahora: los cuatro capítulos preliminares, debidos a un autor alfonsí desconocido, en los que se utiliza la armilla menor, y la parte del texto que es traducción de Quṣṭā b. Lūqā. Nos queda ahora por examinar, aunque sea brevemente, el capítulo suplementario final, debido a Don Mossé, en el que se examina el procedimiento para determinar al *atacyr* (*al-tasyīr*) y dividir las doce casas según la opinión de Hermes (36). Limitándome a lo que me interesa ahora, quiero observar que en este capítulo se describe, de nuevo, el cuadrante auxiliar que se sitúa en un plano perpendicular al de la Eclíptica (ejerciendo, por tanto, una misión idéntica a la de la armilla menor de los cuatro primeros capítulos), que se utiliza para determinar, sobre la esfera, la posición de una estrella en longitud y latitud. Describe, asimismo, una semiarmilla que se apoya sobre los puntos N y S del horizonte y corresponde al círculo de posición (*dā'irat al-tasyīr*). Con el fin de que esta semiarmilla quede fija se engarza con otra de modo que los cuatro pies de las dos semiarmillas estén separados por arcos de horizonte de 90°. La descripción del cuadrante auxiliar dentro de estos accesorios hace pensar que el autor de los cuatro primeros capítulos del tratado no es el mismo Don Mošé que escribió el capítulo suplementario final. Esto apoya, por consiguiente, la hipótesis de David Romano quien sugería que Ishāq b. Sīd sería posiblemente el autor de los cuatro primeros capítulos aunque dejaba abierta, asimismo, la posibilidad de que Don Mošé hubiera escrito tanto el principio como el final de la obra (37). Creo que Don Mošé no conocía los capítulos sobre la construcción de la esfera en el momento de redactar su apéndice. También es probable que el autor de los capítulos iniciales no hubiera leído con detalle la traducción del texto de

(35) LORCH, *Sphaera solida*, p. 157; *Al-Khāzini*, pp. 295-296, 308 y ss.

(36) RICO, *Libros I*, 206-208. Sobre el *tasyīr*, cf., el artículo acerca de esta voz en la primera edición de la *Encyclopédie de l'Islam*, debido a O. SCHIRMER.

(37) Cf., las referencias citadas *supra* en la nota 18. Conviene, no obstante, ser prudente hasta que se haya realizado un estudio lingüístico de los cuatro primeros capítulos, comparándolos con otros textos de Rabiçag.

Qusṭā b. Lūqā. El tratado de la esfera aparece, por consiguiente, como el resultado de la yuxtaposición de tres textos independientes que no fueron armonizados, posteriormente, al redactar la versión definitiva del tratado.

2.3. *Algunas observaciones sobre los usos de la esfera alfonsí*

Uno de los rasgos fundamentales del tratado de Qusṭā b. Lūqā, que quedan bien recogidos en la versión alfonsí, es su sencillez y su carácter eminentemente didáctico que aparecen claramente en el prólogo al original árabe que no fue objeto de versión castellana (38). Si el tratado de la esfera es el primero de los tratados alfonsíes sobre instrumental astronómico, ello se debe probablemente a estas características que se manifiestan, sobre todo, en las repeticiones monótonas que no dan nada por sabido. El instrumento se nos presenta, en primer lugar, como un útil accesorio en una clase elemental de astronomía, que sirve para ilustrar ciertos conocimientos básicos, y sólo muy lentamente se opera una transformación que lo convierte en un computador analógico que sirve para resolver gráficamente problemas de astronomía esférica. Podemos observar esta gradación y la repetición *ad nauseam* de las mismas cuestiones en el bloque constituido por los capítulos 6 a 16: en ellos se parte del procedimiento para poner en posición la esfera (haciendo que el polo forme con el horizonte un ángulo igual a la latitud del lugar en el capítulo 6), para seguir con la representación de las distintas apariencias que presenta el cielo al girar, de acuerdo con el movimiento diurno, en lugares situados a diferentes latitudes (capítulos 7-8). A continuación Qusṭā b. Lūqā se concentra en el estudio del recorrido diario del Sol en las distintas épocas del año y en diferentes latitudes: empieza por demostrar gráficamente que el día y la noche son siempre iguales en los lugares situados sobre el Ecuador (cap. 9) y plantea luego, en términos muy generales, la diversidad del día y de la noche en lugares cuya latitud sea mayor o menor que 0° (cap. 10); pasa, a continuación, a ocuparse de la duración del día y de la noche en los equipoccios (cap. 11) y en los solsticios (cap. 12). En estos últimos capítulos se insinúa, obviamente, el procedimiento para determinar, con la esfera, el arco diurno aunque, de hecho, no se explicita hasta los capítulos 13 a 16 en los que repetirá, de manera hartamente aburrida, el método a utilizar así como la manera de expresar el resultado en grados, horas iguales y horas temporales. Qusṭā b. Lūqā insistirá, una vez más, en el mismo tema en el capítulo 23 (determinación del arco diurno de

(38) Cf., WORRELL, *Qusta ibn Luqa*, pp. 286-287.

una estrella) y, en los capítulos 49-50, estudiará el caso particular de un lugar situado a una latitud de 90° . Sin necesidad de mostrarme tan prolijo como el texto alfonsí me limitaré a señalar que estas mismas repeticiones afectan asimismo a otros temas como sucede en los capítulos 17 a 22 en los que se ocupa del tema de la determinación de la hora si se conoce el ascendente y viceversa, y de la determinación de los restantes tres pivotes de la Eclíptica una vez conocido el ascendente.

La esfera alfonsí nos aparece, pues, fundamentalmente como un instrumento de demostración y un computador analógico. Sólo excepcionalmente se convierte en un instrumento de observación: es el caso del capítulo 57 en el que expone el procedimiento para medir la altura del Sol sujetando un pequeño gnomon, con cera o por otro método, al grado del Sol sobre la Eclíptica. Situada, entonces, la «silla» en el plano horizontal, hará girar la esfera hasta que el gnomon no proyecte sombra alguna; medirá, entonces, la altura del Sol con el cuadrante auxiliar que habrá situado en un plano perpendicular al del horizonte. Esta determinación de la altura está, obviamente, limitada al caso del Sol: cuando en el capítulo 62 desea observar la altura meridiana de la Luna o de un planeta, se ve obligado a recurrir a una astrolabio, un cuadrante o a otro instrumento de observación. Esto no llama la atención, evidentemente, en un instrumento como la esfera celeste que no fue diseñado para la observación pero recuérdese, de todos modos, que el tratado latino atribuido a Johannes de Harlebeke describe una esfera que puede suspenderse de un ingenioso sistema de cuatro cuerdas que permiten, por otra parte, determinar todo tipo de alturas mucho más fácilmente que con la esfera alfonsí (39).

Terminaré este apartado con unas pocas observaciones de detalle. Qusṭā b. Lūqā sostiene (cap. 8) la habitabilidad de las regiones situadas al sur del Ecuador, defendiendo una noción común entre los autores árabes (40) que contradecían, así, lo expuesto por Aristóteles (*Meteorologica* 1, 12) según el cual la región habitada del globo era la comprendida entre los paralelos 24° y 64° de latitud norte (41). Los términos en los

(39) LORCH, *Sphaera solida*, pp. 157.

(40) Cf., p. ej., KENNEDY, E. S. (1976), *The exhaustive treatise on shadows by Abū al-Rayḥān Muḥammad b. Aḥmad al-Bīrūnī*, Aleppo, I, 33 y II, 9.

(41) DICKS, D. R. (1970), *Early Greek Astronomy to Aristotle*, London, Thames and Hudson, p. 210.

que se expresa el astrónomo árabe y que son recogidos por el traductor alfonsí no dejan de ser curiosos:

«Mas los logares que son a parte de mediodía de la linna equinoctial non a y poblado sinon poco. Et los que y moran son negros, et etíopes que moran en yslas de la mar. Et son gentes semblantes de bestias que non an ley, nin reglas, nin drechos, nin saber, nin maestrías.

Mas a la parte septentrional es el poblado de la tierra et y son las uillas et las cibdades de los romanos et de los alárues et de los persyanos et de las otras gentes» (42).

En relación con este párrafo pintoresco quiero sólo hacer constar que no debió sorprender a los autores alfonsíes ya que, probablemente, era doctrina común en la España musulmana: en términos muy similares se expresan, en el siglo XI, tanto Šā'id de Toledo (43) como 'Ubayd Allāh (al-Istīyī?), autor de la recensión del *Libro de las Cruces* que fue objeto de la versión alfonsí (44). Otro pasaje curioso aparece, asimismo, en el capítulo 2, en la parte del texto que no es traducción de Qusṭā b. Lūqā, donde se nos enumeran las características que debe reunir la madera con la que ha de construirse la esfera. Entre ellas se nos señala:

«Et por esto se deue coger quando la luna es bien menguante en los postrimeros días del mes lunar» (45).

Este consejo aplicado a una madera que no debe alterarse ni cambiar de forma ni tamaño parece poder relacionarse, *a sensu contrario*, con las recomendaciones que dan los agrónomos andalusíes del siglo XI Ibn Baṣṣāl e Ibn Wāfid —cuyas obras fueron objeto de traducciones castellanas, tal vez alfonsíes— según las cuales las operaciones de siembra, plantación, injerto, etc., deben realizarse con la luna en creciente (46).

Si dejamos de lado estos pasajes pintorescos, los usos de la esfera no ofrecen grandes dificultades ni considerable interés. En relación con algunos procedimientos *standard* conviene señalar que el método expuesto en el capítulo 59 para dividir las casas es el de al-Battānī (47), que

(42) RICO, *Libros I*, 172; WORRELL, *Qusta ibn Luqa*, p. 288.

(43) ŠĀ'ID AL-ANDALUSĪ, *Kitāb Ṭabaqāt al-Umam* (*Livre des Catégories des Nations*). Trad. francesa de RÉGIS BLACHÈRE, París, 1935, p. 37.

(44) ALFONSO EL SABIO, *Libro de las Cruces*, Ed. de LLOYD A. KASTEN y LAWRENCE B. KIDDLE, Madrid, Madison, 1961, p. 8.

(45) RICO, *Libros I*, 164.

(46) Cf., p. ej., MILLÁS VALLICROSA, José M.^a y AZIMAN, Mohamed (1955), *Ibn Baṣṣāl: Libro de Agricultura*, Tetuán, p. 124; MILLÁS (1943), La traducción castellana del «Tratado de agricultura» de Ibn Wāfid, *Al-Andalus*, 8, 303-304, 308, 309-310, 315-316.

(47) NALLINO, *Al-Battānī* (cit. *supra* en n. 7) I, 73-74 y 246-249.

era bien conocido en la España Medieval, ya que lo expone, en el siglo XII, Abraham bar Ḥiyya (48) y aparece repetidamente en los *Libros del saber de astronomía* (49). Del propio al-Battānī parece derivar también el procedimiento expuesto en el capítulo 61 para determinar la alquibla aunque el texto alfonsí está, en este caso, probablemente incompleto, ya que la única variable utilizada es la diferencia de longitudes entre La Meca y el lugar de referencia, y no se tiene en cuenta la diferencia de latitudes (50). Raíces ptolemáicas parece tener, en cambio, el capítulo sobre el eclipse de luna (cap. 64) en el que se establece que habrá eclipse si la latitud de la luna el día 13 del mes lunar está comprendida entre 0° y $1;4^\circ$ (51). El límite $1;4^\circ$ parece el resultado de redondear el límite ptolemáico $1;3,40^\circ$ (máxima distancia en latitud entre la luna y el nodo para que tenga lugar el eclipse) (52). No está tan claro, en cambio, el origen del capítulo 65 relativo al eclipse de sol: en él se afirma que habrá eclipse si el día 27 del mes lunar la latitud de la luna está comprendida entre 0° y $1;37^\circ$ (si es septentrional) o entre 0° y $0;47^\circ$ (si es meridional) (53). Los límites ptolemáicos, en cambio, son $1;31^\circ$ (latitud septentrional) y $0;41^\circ$ (de latitud meridional) (54). Cabe plantearse si se ha producido aquí un error textual.

3. CONCLUSIONES

Resumiré aquí, muy brevemente, las principales aportaciones del presente trabajo: el tratado alfonsí sobre la esfera sirve para compensar, en parte, la falta de información que sufrimos sobre la difusión de este instrumento en la España Medieval, sobre todo, hasta el siglo XIII. Sabemos que las esferas eran bien conocidas y utilizadas tanto en la España musulmana como en la cristiana pero, a la hora de buscar un texto que abriera la serie de tratados sobre instrumental astronómico, los colaboradores alfonsíes no encuentran mejor solución que traducir la obra de Qusṭā b. Lūqā en el siglo IX y completarla con cinco capítulos de nueva redacción. El texto árabe de Qusṭā b. Lūqā se caracteriza por su carácter marcadamente pedagógico: es una introducción elemental a

(48) MILLÁS VALLICROSA, José M.^a (1959), *La obra Séfer Hešbón mahleket ha-kokabim de R. Abraham bar Ḥiyya ha-Bargeloni*, Barcelona, pp. 96-98.

(49) Cf., las referencias que da NALLINO en *Al-Battānī* I, 249.

(50) NALLINO, *Al-Battānī* I, 136-137 y 318-219; D. A. KING (1979), *Ḳibla, Encyclopédie de l'Islam*, Leiden-Paris, V. 86-87.

(51) RICO, *Libros* I, 203.

(52) NEUGEBAUER, O. (1975), *A History of Ancient Mathematical Astronomy*, Berlin-Heidelberg-New York, I, 125.

(53) RICO, *Libros* I, 204.

(54) NEUGEBAUER, *H.A.M.A.* I, 126.

la astronomía esférica caracterizada por su prolijidad y por sus repeticiones innecesarias. Pero es un tratado *de usu (fi-l-'amal)* y sólo lleva un breve capítulo inicial en el que se describe el instrumento. Se hace preciso, por ello, redactar los cuatro capítulos iniciales en los que se describe, con detalle, la manera de construir la esfera. Desconocemos el nombre del autor alfonsí de estos cuatro capítulos pero es posible que se trate, tal como proponía David Romano, de Iṣḥāq b. Sīd, el cual, dentro del grupo de colaboradores de Alfonso X, aparece como un astrónomo observador y como constructor de instrumental astronómico (55). La labor de este autor alfonsí puede caracterizarse por una cierta independencia con respecto al texto de Quṣṭā b. Lūqā, ya que introduce una novedad en el instrumento: la armilla menor que gira en un plano perpendicular al de la Eclíptica. Me atrevería incluso a decir que esta novedad constituye una mejora: el tratado de Quṣṭā b. Lūqā resuelve el problema de la determinación de coordenadas eclíptica sobre la esfera recurriendo al cuadrante auxiliar, un accesorio versátil, ya que puede situarse tanto en un plano perpendicular a la Eclíptica como en planos perpendiculares al Ecuador o al horizonte. Ahora bien esta versatilidad no es estrictamente necesaria, ya que la armilla meridiana puede muy bien utilizarse para determinar coordenadas ecuatoriales u horizontales, al contrario de lo que sucede con las coordenadas eclípticas. La novedad de la armilla menor resulta, pues, en realidad, más operativa proporcionándonos un instrumento más fácil de manejar y con menor margen de error. El capítulo final, debido a Don Mossé, es una adición destinada a completar el panorama de los usos astrológicos del instrumento: se expone el procedimiento para calcular el *tasyīr* con la esfera (tema al que no alude Quṣṭā b. Lūqā) y la manera de dividir las casas de acuerdo con el sistema de Hermes (Quṣṭā expone el procedimiento de al-Battānī). Para estos usos el autor alfonsí se ve obligado a introducir nuevos accesorios en la esfera uno de los cuales es precisamente el cuadrante auxiliar: de este modo Don Mossé se sitúa al margen de la novedad introducida por el autor de los cuatro primeros capítulos del tratado y se coloca, en cambio, en la línea del instrumento descrito por Quṣṭā b. Lūqā. Por consiguiente, parece imponerse la conclusión de que Don Mossé no es el autor de los capítulos sobre la construcción del instrumento.

(55) Este papel de Iṣḥāq b. Sīd adquiere aún más relieve si se recuerda que copió de su puño y letra el *Kitāb al-asrār fi natā'iṣ al-afkār* de Aḥmad o Muḥammad b. Jalaf al-Murādī y reconstruyó algunos de los modelos mecánicos que en él se describen. Cf., VERNET, Juan (1978), Un texto árabe de la corte de Alfonso X el Sabio, *Al-Andalus*, 43, 405-421 (especialmente pp. 408-409), y VILLUENDAS, María Victoria (1978), A further Note on a Mechanical Treatise Contained in Codex Medicea-Laurenziana Or. 152, *Journal for the History of Arabic Science*, 2, 395-396.